การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน

อินทุอร วันทัศน์

การค้นคว้าอิสระเสนอบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยนเรศวร
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา
ปีการศึกษา 2564
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยนเรศวร

การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน

อินทุอร วันทัศน์

การค้นคว้าอิสระเสนอบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยนเรศวร
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา
ปีการศึกษา 2564
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยนเรศวร

การค้นคว้าอิสระ เรื่อง "การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน"

ของ อินทุอร วันทัศน์

ได้รับการพิจารณาให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

(ดร.อาทร นกแก้ว)

อาจารย์ที่ปรึกษาการค้นคว้าอิสระ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อังคณา อ่อนธานี)

หัวหน้าภาควิชาการศึกษา

ชื่อเรื่อง การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน

ผู้วิจัย อินทุอร วันทัศน์

ประธานที่ปรึกษา ดร.อาทร นกแก้ว

ประเภทสารนิพนธ์ การค้นคว้าอิสระ กศ.ม. คณิตศาสตร์ศึกษา, มหาวิทยาลัยนเรศวร, 2564

คำสำคัญ แนวคิดของ Van Hiele, สื่ออุปกรณ์เสมือน, มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

บทคัดย่อ

การวิจัยในครั้งนี้ มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 และเพื่อศึกษาผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 เมื่อจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน ผู้เข้าร่วมวิจัย คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4.7 ภาคการเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนประถมศึกษาขนาดใหญ่แห่งหนึ่ง จำนวน 45 คน ผู้วิจัยใช้รูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน จำนวน 3 วงจรปฏิบัติการ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้และหลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้ วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การวิเคราะห์เชิงเนื้อหา

ผลการวิจัยพบว่า

1. แนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 มีประเด็นที่ควรเน้น คือ การออกแบบการจัดการเรียนรู้อย่างเป็นลำดับขั้น เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้มโนทัศน์อย่างค่อยเป็นค่อยไป เริ่มจากการมองภาพ สังเกตความสัมพันธ์ แลกเปลี่ยนเรียนรู้ สรุปมโนทัศน์ และฝึกการนำมโนทัศน์ไปใช้

2. การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้และหลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้ พบว่า

นักเรียนส่วนใหญ่สามารถพัฒนามโนทัศน์จากระดับ 0 ระดับ 1 ไปสู่ระดับ 2 จากการวัดมโนทัศน์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ และสามารถพัฒนาไปสู่ระดับ 3 จากการวัดมโนทัศน์หลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้

Title THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL CONCEPTS ON RECTANGLE FOR PRATHOMSUKSA 4 STUDENTS USING VAN HIELE'S THEORY AND VIRTUAL MANIPULATIVE

Author INTU-ON WANTHAT

Advisor Artorn Nokkaew, Ph.D.

Academic Paper M.Ed. Independent Study in Mathematics Education, Naresuan University, 2021

Keywords Van Hiele's Theory, Virtual Manipulatives, Mathematical Concepts

ABSTRACT

The purposes of this research are to study the approach of learning management using virtual manipulatives according to the Van Hiele's theory to develop mathematical concepts of rectangle for prathomsuksa 4 students, and to study the results of the development of mathematical concepts on rectangular shapes of the prathomsuksa 4 students. The participants were fourty-five prathomsuksa 4.7 students from a large elementary school in Phitsanulok, Thailand. Three-cycle classroom action research (CAR) was applied. Research tools of this study included lesson plans, instructional reflection forms, post-lesson conceptual test, and post-unit conceptual test. The data was analyzed using content analysis.

The research results were found that:

1. Guidelines for learning management using virtual manipulatives based on the concept of Van Hiele theory to develop mathematical concept of rectangles of prathomsuksa 4 students should emphasize the design of learning step for fostering the concept gradually, including visualizing, observation of relationships, explication, summarizing concepts and practice the concept.

2. Developing mathematical concepts based on Van Hiele's geometric thinking. After each lesson learning management and after three post-learning management. Most students can develop mathematical maneuvers from Level 0, Level 1 to Level 2 from measuring maneuvers after each lesson learning management and can develop to level 3 from measuring maneuvers after three post-learning management.

ประกาศคุณูปการ

การวิจัยฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ดีด้วยความอนุเคราะห์อย่างดียิ่งจาก ดร.อาทร นกแก้ว ที่ได้เสียสละเวลาเพื่อให้คำปรึกษา คำแนะนา และแก้ไขปรับปรุงงานวิจัยเล่มนี้ด้วยความเอาใจใส่อย่างดียิ่ง คอยเติมเต็มพลังกาย พลังใจ และพลังสติปัญญาในการเรียนและการทำงานวิจัย รวมทั้งเป็นแบบอย่างที่ดีให้กับผู้วิจัยเสมอมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบคุณผู้เชี่ยวชาญทั้ง 4 ท่าน ได้แก่ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วนินทร พูนไพบูลย์พิพัฒน์ อาจารย์ประจำภาควิชาการศึกษา (คณิตศาสตร์ศึกษา) คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร จังหวัดพิษณุโลก

ขอขอบคุณเพื่อน พี่ น้อง ที่เป็นกัลยาณมิตร ในสาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา รุ่นที่ 4 ของคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร ทุกท่านที่คอยให้กาลังใจและช่วยเติมเต็มความไม่รู้ รวมทั้งความไม่สุขทางกายและใจให้แก่กัน ตลอดในช่วงเวลาที่ได้ศึกษาเล่าเรียนในสถาบันแห่งนี้

ขอขอบคุณ คณาจารย์ในสาขาคณิตศาสตร์ศึกษาและวิทยาศาสตร์ศึกษาทุกท่าน ที่ได้มอบความเป็นไทจากอวิชา มอบสติปัญญาอันมีค่าแก่ผู้วิจัย จนก่อให้เกิดเป็นงานวิจัยฉบับนี้รวมทั้งเป็นแบบอย่างที่ดีให้กับผู้วิจัยเสมอมา

เหนือสิ่งอื่นใดขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ และครอบครัว ที่มอบกายหยาบที่ดีให้กำลังใจและให้การสนับสนุนทุกอย่างในชีวิตการศึกษาและการทำงานมาตลอด ขอบคุณคุณครู นักแปลที่คอยเป็นกาลังใจและอำนวยความสะดวกต่างๆ ทุกคนมีส่วนช่วยให้งานวิจัยฉบับนี้สำเร็จลุล่วง คุณประโยชน์ทั้งหลายอันเกิดจากการทำวิจัยนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณของบิดา มารดา ครูบาอาจารย์ และขอมอบเป็นเครื่องบูชาแทนพระคุณของแผ่นดิน สืบไป

อินทุอร วันทัศน์

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย ..... ค

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... จ

ประกาศคุณูปการ ..... ช

สารบัญ ..... ซ

สารบัญตาราง ..... ญ

สารบัญภาพ ..... ฐ

บทที่ 1 บทนำ 1

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา 1

จุดมุ่งหมายของการวิจัย 4

คำถามของการวิจัย 4

ขอบเขตการวิจัย 5

นิยามศัพท์เฉพาะ 5

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ 7

บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 8

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 9

รูปแบบแวน ฮีลี (Van Hiele model) 22

สื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative) 32

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 40

บทที่ 3 ระเบียบวิธีวิจัย 44

ผู้เข้าร่วมวิจัย....44
รูปแบบการวิจัย....44
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย....46
ขั้นตอนการดำเนินการทำวิจัย....59
การเก็บรวบรวมข้อมูล....60
วิธีการวิเคราะห์ข้อมูล....61
บทที่ 4 ผลการวิจัย....66
บทที่ 5 บทสรุป....134
บรรณานุกรม....150
ภาคผนวก....155
ประวัติผู้วิจัย....208

สารบัญตาราง

หน้า

ตาราง 1 สื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative) ที่ได้รับความนิยมในปัจจุบัน 35

ตาราง 2 แสดงความสัมพันธ์ของจุดประสงค์ของการวิจัยกับเครื่องมือการวิจัย.....47

ตาราง 3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแผนการจัดการเรียนรู้กับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และ เวลาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ 48

ตาราง 4 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และดับการคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบ Van Hiele.....55

ตาราง 5 แสดงความสัมพันธ์ของเครื่องมือที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลตามจุดประสงค์ของงานวิจัย 61

ตาราง 6 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก 65

ตาราง 7 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 1.....79

ตาราง 8 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 2.....99

ตาราง 9 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 3..... 112

ตาราง 10 สรุปผลการสะท้อนแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับ สื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 114

ตาราง 11 ผลคะแนนการวัดมโนทัศน์หลังจบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ที่ได้จากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก 124

ตาราง 12 ผลคะแนนการวัดมโนทัศน์หลังเรียนจบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ที่ได้จากแบบวัด มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ความยาวรอบรูปของ รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก 125

ตาราง 13 ผลคะแนนการวัดมโนทัศน์หลังเรียนจบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ที่ได้จากแบบวัด มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก 126

ตาราง 14 ผลคะแนนการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้จากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก 127

ตาราง 15 ผลของคะแนนของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้ ที่ได้จากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก 128

ตาราง 16 แสดงร้อยละของจำนวนนักเรียนที่มีความสับสนระหว่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความยาวรอบรูปและพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele 129

ตาราง 17 การเปรียบเทียบผลคะแนนการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้และหลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้ 63

ตาราง 18 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน เพื่อพัฒนามโน

ทัศน์ ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 157

ตาราง 19 แสดงผลการประเมินความสอดคล้องของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ แบบปรนัย 161

สารบัญภาพ

หน้า

ภาพ 1 รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า.....23

ภาพ 2 มุมในรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน.....23

ภาพ 3 หน้าหลักของสื่ออุปกรณ์เสมือนจาก The Math Learning Center.....36

ภาพ 4 หน้าหลักของ Geoboard.....36

ภาพ 5 การเข้าใช้งาน Geoboard บน web app.....37

ภาพ 6 การเข้าใช้งาน Geoboard บน Get iOS version.....37

ภาพ 7 การเข้าใช้งาน Geoboard บน Get Chrome version.....37

ภาพ 8 การปรับลดขนาด การย้ายวัตถุต่าง ๆ เสมือนจริง ใน Geoboard.....37

ภาพ 9 การใช้ Geoboard ในการเรียนรู้มโนทัศน์ เรื่อง ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก.....38

ภาพ 10 การใช้ Geoboard ในการเรียนรู้มโนทัศน์ เรื่อง ความยาวรอบรูปของสี่เหลี่ยมมุมฉาก.....38

ภาพ 11 การใช้ Geoboard ในการเรียนรู้มโนทัศน์ เรื่อง พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก 38

ภาพ 12 การแชร์หรือบันทึกผลงานใน Geoboard.....38

ภาพ 13 แสดงวงจรของการวิจัยเชิงปฏิบัติการ.....46

ภาพ 14 แสดงขั้นตอนการวิจัยเชิงปฏิบัติการ.....59

ภาพ 15 แสดงโจทย์สร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีขนาดเท่ากับรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้.....70

ภาพ 16 สร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีขนาดเท่ากับรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้.....73

ภาพ 17 การจำแนกรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และสี่เหลี่ยมผืนผ้า.....74

ภาพ 18 การตอบคำถามของนักเรียนก่อนการถามคำถามเพิ่มเติมของครู 75
ภาพ 19 การตอบคำถามของนักเรียนหลังการถามคำถามเพิ่มเติมของครู.....75
ภาพ 20 นักเรียนร่วมกันเรียงคำหรือประโยคต่าง ๆ ที่เป็นส่วนประกอบของมโนทัศน์ 76
ภาพ 21 แสดงมโนทัศน์ที่ถูกต้องเกี่ยวกับความยาวด้าน.....76
ภาพ 22 แสดงการปรับมโนทัศน์ของนักเรียนเกี่ยวกับความยาวด้าน 77
ภาพ 23 นักเรียนร่วมกันสรุปมโนทัศน์ 78
ภาพ 24 สร้างรูปสี่เหลี่ยมตามข้อกำหนด 78
ภาพ 25 สิ่งของในห้องที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส.....88
ภาพ 26 สิ่งของในห้องที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า.....88
ภาพ 27 กิจกรรมประกอบสถานการณ์การตกแต่งภาพด้วยเชือก 89
ภาพ 28 การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าโดยวิธีการบวก.....90
ภาพ 29 การพิจารณาการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าโดยการคูณและการบวก.....90
ภาพ 30 การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยวิธีการบวก 91
ภาพ 31 การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยการคูณ 92
ภาพ 32 สรุปมโนทัศน์ เรื่อง การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก.....94
ภาพ 33 สรุปมโนทัศน์ เรื่อง การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า 95
ภาพ 34 สรุปมโนทัศน์ เรื่อง การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส.....95
ภาพ 35 การสร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า เมื่อกำหนดความยาวรอบรูป 96
ภาพ 36 การสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เมื่อกำหนดความยาวรอบรูป 97
ภาพ 37 การตรวจสอบความผิดพลาดของการสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
ที่มีความยาวรอบรูปเท่ากับ 30 หน่วย.....98

ภาพ 38 ตัวอย่างชิ้นงานการสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวรอบรูป 30 หน่วย 99
ภาพ 39 การเปรียบเทียบบริเวณภายในของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก 105
ภาพ 40 การแข่งขันต่อจิ๊กซอหาพื้นที่ ในกิจกรรม จิ๊กซอขอกระซิบ 106
ภาพ 41 การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าโดยใช้การนับตารางหน่วย 108
ภาพ 42 การพิจารณาการหาสูตรการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า..... 108
ภาพ 43 การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยใช้การนับตารางหน่วย..... 109
ภาพ 44 การพิจารณาการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยการใช้สูตร 109
ภาพ 45 การสร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า เมื่อกำหนดพื้นที่ 111
ภาพ 46 การสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เมื่อกำหนดพื้นที่..... 111
ภาพ 47 ชิ้นงานการสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีพื้นที่เท่ากับ 36 ตารางของนักเรียน 112
ภาพ 48 ตัวอย่างแบบวัดข้อที่ 45 130
ภาพ 49 ตัวอย่างแบบวัดข้อที่ 23 131
ภาพ 50 ตัวอย่างแบบวัดข้อที่ 33 131
ภาพ 51 ตัวอย่างแบบวัดข้อที่ 20 131

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความรู้ที่สรุปได้จากการสังเกต การคิด การรับรู้ด้วยประสาทสัมผัส และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแสดงถึงความคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่ถ่องแท้ที่จะทำให้นักเรียน เรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และสามารถเชื่อมโยงไปสู่การใช้งานของคณิตศาสตร์ได้ ซึ่งมีความสำคัญมากต่อการเรียน เนื่องจากการเรียนรู้มโนทัศน์ช่วยให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาการเรียนรู้ในเรื่องนั้น ๆ ถึงระดับสูงได้ และยังช่วยให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องได้รวดเร็วขึ้น อีกทั้งเป็นรากฐานของความคิด มนุษย์จะคิดไม่ได้ถ้าไม่มีมโนทัศน์พื้นฐาน เพราะมโนทัศน์จะช่วยตั้งกฎเกณฑ์ หลักการต่าง ๆ และสามารถที่จะแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ได้ (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2552, หน้า 25) ดังนั้น ถ้านักเรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์อย่างถูกต้อง จะทำให้นักเรียนเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี และสามารถนำสิ่งเหล่านั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนและไม่คุ้นเคยได้ (อัมพร ม้าคนอง, 2557, หน้า 17)

เรขาคณิตเป็นสาระหนึ่งของวิชาคณิตศาสตร์ โดยเป็นพื้นฐานของสิ่งที่ใช้ในชีวิตประจำวัน เช่น อาคารสถานที่ที่มีลักษณะเป็นลูกบาศก์ มีความเป็นรูปเหลี่ยม เป็นต้น ในระดับประถมศึกษานักเรียนจะเรียนรู้เรขาคณิตที่เป็นพื้นฐานของการเรียนรู้ในระดับที่สูงขึ้นไป หากนักเรียนขาดมโนทัศน์พื้นฐานที่ถูกต้องนักเรียนจะไม่เข้าใจมโนทัศน์ในระดับสูงขึ้น เช่น เมื่อนักเรียนขาดมโนทัศน์ที่ถูกต้องเกี่ยวกับการหาพื้นที่ของรูปสองมิติ นักเรียนก็จะไม่สามารถหาปริมาตรของรูปทรงเรขาคณิตสามมิติจากสูตรพื้นที่ฐานคูณสูงได้ ซึ่งเนื้อหาเรขาคณิตเป็นเนื้อหาที่ยากที่จะเข้าใจสำหรับนักเรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งในเรื่องเส้นรอบรูปและพื้นที่บนระนาบ (Maryam et al., 2016) เนื่องจากนักเรียนต้องเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่เป็นรูปธรรมกับนามธรรมเข้าด้วยกัน เช่น ต้องทราบว่าบริเวณภายในของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก คือ พื้นที่ และการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก คือ ความกว้างคูณกับความยาว โดยข้อสรุปของความสัมพันธ์เหล่านี้ คือ มโนทัศน์ในเรื่องพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งเกิดจากประสบการณ์การเรียนรู้ในห้องเรียน แต่การจัดการเรียนรู้ส่วนมากจะเป็นการท่องจำสูตร การยกตัวอย่างแล้วให้นักเรียนทำตามตัวอย่าง การวาดรูปเรขาคณิตบนกระดาน ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ไม่ดึงดูดความสนใจ ทำให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่าย ไม่สนุกกับการเรียน นักเรียนจึงใช้วิธีท่องจำแทนการทำความเข้าใจ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์โดยเฉพาะเรื่องเรขาคณิตจึงค่อนข้างต่ำ จากการศึกษาสภาพปัญหาเกี่ยวกับการเรียนการสอนเรขาคณิตในระดับประถมศึกษา

ที่ผ่านมา ปัญหาสำคัญที่พบ คือ คะแนนเฉลี่ยของผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2563 พบว่า สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 32.29 ซึ่งคะแนนเฉลี่ยของผลสอบอยู่ในระดับที่ยังไม่เป็นที่น่าพอใจ โดยมีข้อสอบที่อยู่ในสาระที่ 2 ทั้งหมด 7 ข้อ ซึ่งเป็นข้อสอบที่ต้องใช้มโนทัศน์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ในการหาคำตอบจำนวน 4 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 57.14 ของจำนวนข้อสอบในสาระที่ 2 เพื่อแก้ไขปัญหาการเรียนการสอน ช่วยให้นักเรียนประสบผลสำเร็จในการเรียนและพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนให้สูงขึ้น จึงต้องให้ความสำคัญกับการส่งเสริมการเรียนรู้เรื่องเรขาคณิตตั้งแต่ระดับชั้นก่อนหน้า เพื่อสร้างพื้นฐานและความเข้าใจที่ถ่องแท้ และสามารถใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนการสอนเรขาคณิตในระดับชั้นที่สูงขึ้นได้

จากสภาพปัญหาที่พบในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งผู้วิจัยได้มาจากการสังเกตในชั้นที่ผู้วิจัยทำการสอน พบว่า นักเรียนไม่สามารถบอกสมบัติ แยกลักษณะและความสัมพันธ์ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากชนิดต่าง ๆ ได้ เนื่องจากไม่เข้าใจสมบัติและส่วนประกอบของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และในการหาความยาวรอบรูปและพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากนั้น นักเรียนจะท่องจำสูตรเพื่อนำมาใช้ ซึ่งนักเรียนไม่เข้าใจถึงความสัมพันธ์หรือแยกลักษณะที่แตกต่างกันของความยาวรอบรูปและพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก จากปัญหาข้างต้นสะท้อนให้เห็นว่านักเรียนประสบปัญหาเกี่ยวกับมโนทัศน์ เรื่อง ชนิดและสมบัติ ความยาวรอบรูป และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งอยู่ในสาระการวัดและเรขาคณิต จึงมีความจำเป็นที่จะพัฒนามโนทัศน์ดังกล่าว โดยสาเหตุหนึ่งอาจเกิดจากการที่นักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับความหมายหรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ทำให้ไม่สามารถใช้ความรู้ที่มีอยู่เป็นพื้นฐานในการวิเคราะห์เพื่อหาผลลัพธ์ได้ (อัมพร ม้าคนอง, 2546) สอดคล้องกับผลการศึกษาสาเหตุของการเรียนรู้เรื่องเรขาคณิตของ France M. Machaba, (2016) ที่พบว่า สาเหตุหลัก ๆ คือ ผู้เรียนได้รับการสอนหรือเรียนรู้จากขั้นตอนหรือสูตรแทนการสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ และผู้เรียนขาดความเข้าใจเชิงแนวคิดเกี่ยวกับพื้นที่และความยาวรอบรูป เนื่องจากขาดประสบการณ์หรือความรู้เดิมไม่เพียงพอ ทั้งนี้จากการวิเคราะห์สาเหตุที่นักเรียนได้คะแนนต่ำนั้นสรุปได้ 2 ประเด็นหลัก คือ 1) ปัญหาด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ได้แก่ วิธีสอนของครูยังเน้นบรรยาย ไม่ดึงดูดความสนใจของนักเรียน ไม่ใช้สื่อการสอนที่แสดงภาพมโนทัศน์ที่ชัดเจน ขาดการฝึกให้นักเรียนหาข้อสรุปด้วยตนเอง 2) ปัญหาด้านตัวนักเรียน ได้แก่ นักเรียนขาดแรงจูงใจในการเรียนรู้ ขาดมโนทัศน์พื้นฐานที่จำเป็นก่อนเริ่มเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ ขาดการเชื่อมโยง ค้นหาข้อสรุป และฝึกฝนด้วยตนเอง

จากสาเหตุดังกล่าวครูจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะปรับเปลี่ยนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก โดยให้ความสำคัญกับกระบวนการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนบนพื้นฐานของความรู้ ความสามารถ และประสบการณ์ในการทำงานทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียน

สร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจที่ถ่องแท้ และสามารถนำความรู้เหล่านี้ ไปใช้งานได้อย่างมีประสิทธิภาพ รวมทั้งเป็นพื้นฐานที่มั่นคงสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้น ซึ่งการสอนคณิตศาสตร์ให้ประสบความสำเร็จนั้นควรจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้นักเรียนมองเห็นคุณค่าทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ 1) ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรม เป็นการเรียนรู้จากของจริงหรือวัตถุควบคู่ไปกับสัญลักษณ์ 2) ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นกึ่งรูปธรรม เป็นประสบการณ์ที่ให้นักเรียนได้รับสิ่งเร้าทางสายตา สังเกตหรือดูภาพควบคู่ไปกับสัญลักษณ์ 3) ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นนามธรรม เป็นประสบการณ์ที่นักเรียนได้รับโดยใช้สัญลักษณ์อย่างเดียว (ดวงเดือน อ่อนน่วม, 2533)

การจัดการเรียนรู้และระดับการคิดตามรูปแบบแวน ฮีลี (Van Hiele Model) เป็นทฤษฎีที่เกิดจากประสบการณ์การมีอาชีพเป็นครูคณิตศาสตร์ของ Piere Van Hiele and Dina Van Hiele-Geldof สามีและภรรยาชาวดัตช์ ซึ่งได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับระดับการคิดทางเรขาคณิตและบทบาทของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อช่วยให้นักเรียนได้บรรลุตามวัตถุประสงค์ของหลักสูตรเรขาคณิต โดยลักษณะเด่นของรูปแบบแวน ฮีลี (Van Hiele Model) คือนักเรียนต้องผ่านกระบวนการเรียนรู้ทีละขั้นจากสิ่งที่นักเรียนสังเกตเห็นจนไปสู่การพิสูจน์อย่างเป็นแบบแผน หรือกระบวนการเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรมไปสู่สิ่งที่เป็นนามธรรม ในการจัดการเคยมีเรียนรู้ตามรูปแบบแวน ฮีลี (Van Hiele Model) ได้เสนอขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้ 1) ขั้นการใช้คำถาม เพื่อเข้าสู่บทเรียน (Information) 2) ขั้นการเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง (Directed Orientation) 3) ขั้นการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Explication) 4) ขั้นการเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ (Free Orientation) และ 5) ขั้นการสรุปรวม (Integration) ซึ่งมีผู้สนใจนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้กับนักเรียน และได้ผลเป็นที่น่าพอใจ ดังงานวิจัยของสำเภา เนื่องมัจฉา (2553) สมศักดิ์ ประเสริฐมานะกิจ (2556) และ Alex (2016) ที่พบว่า การพัฒนากิจกรรมการเรียนรูคณิตศาสตร์ตามขั้นตอนของแวนฮีลี โดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad ช่วยให้นักเรียนสามารถพัฒนาระดับการคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลีและมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ดีขึ้น

เนื่องจากปัจจุบันสื่อเทคโนโลยีได้เข้ามามีบทบาทในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มากขึ้นประกอบกับสถานการณ์การแพร่ระบาดของโรคโควิด-19 ทำให้โรงเรียนไม่สามารถให้นักเรียนมาเรียนที่โรงเรียนได้ครบ 100 % โดยมีนโยบายการจัดการเรียนรู้แบบคู่ขนาน คือ นักเรียนจะเรียนในรูปแบบ Online และ On-site ควบคู่กัน โดยนักเรียนกลุ่มเรียน Online จะเข้าเรียนผ่านโปรแกรมประชุมออนไลน์ Google Meet และนักเรียนกลุ่ม On-site จะเข้าเรียนในห้องเรียนปกติ สื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) จึงเป็นเครื่องมือสำคัญในการจัดการเรียนรู้ภายใต้สถานการณ์ดังกล่าว เนื่องจากสื่อการเรียนการสอนกึ่งรูปธรรมและมีการโต้ตอบโดยใช้เทคโนโลยี เปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้จากภาพที่สามารถจัดรูปแบบต่าง ๆ ได้ ไม่ว่าจะเป็นการปรับลดขนาด

การย้ายวัตถุต่าง ๆ เสมือนจริง โดยสามารถเรียนรู้ผ่านอุปกรณ์คอมพิวเตอร์ มือถือ แท็ปเล็ท และไอแพดได้ ซึ่งในปัจจุบันมีเว็บไซต์ที่รวบรวมสื่ออุปกรณ์เสมือนที่สามารถใช้ในการเรียนรู้ เรื่อง ความยาวรอบรูปและพื้นที่มากมายและสามารถเข้าใช้งานได้โดยไม่มีค่าใช้จ่ายหลากหลายเว็บไซต์ อาทิเช่น Math Learning Center, Didax Manipulatives, NCTM Illuminations และToy Theater ซึ่งแต่ละเว็บไซต์มีสื่อแนะนำการใช้งานสำหรับการเรียนรู้และการจัดการกับเครื่องมือต่าง ๆ ของนักเรียน และสื่อสำหรับแนะนำการสอนหรือการนำไปปรับใช้ในการสอนสำหรับครูอีกด้วย

ดังนั้น ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะนำการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele มาใช้ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพของการเรียนการสอน เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งจะเป็นแนวทางให้ครูคณิตศาสตร์นำไปประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนรู้ เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และเป็นแนวทางให้ผู้ที่สนใจศึกษาในการพัฒนาการจัดการเรียนรู้สาระอื่น ๆ ต่อไป

จุดมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4

2. เพื่อศึกษาผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 เมื่อจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives)

คำถามของการวิจัย

1. แนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ควรเป็นอย่างไร

2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 เมื่อจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เปลี่ยนแปลงหรือไม่ อย่างไร

ขอบเขตการวิจัย

1. ผู้เข้าร่วมวิจัย

ผู้เข้าร่วมวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4.7 ภาคการเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนประถมศึกษาขนาดใหญ่แห่งหนึ่ง จำนวน 45 คน ที่เรียนในรูปแบบ Online และ On-site ควบคู่กัน โดยนักเรียนกลุ่ม Online จะเข้าเรียนผ่านโปรแกรมประชุมออนไลน์ Google Meet และนักเรียนกลุ่ม On-site จะเข้าเรียนในห้องเรียนปกติ

2. ตัวแปรที่ศึกษา

2.1 การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives)

2.2 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

3. เนื้อหา

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ รายวิชาคณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค14101 เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ซึ่งประกอบด้วยเนื้อหา ดังนี้

3.1 ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

3.2 ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

3.3 พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

4. ระยะเวลา

การวิจัยครั้งนี้ใช้ระยะเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ซึ่งดำเนินการในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 ใช้เวลาในการทดลองรวมทั้งหมด 10 ชั่วโมง (ไม่รวมการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้และหลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 5 ชั่วโมง)

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ประกอบด้วยขั้นตอนที่ต่อเนื่องกัน 5 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นที่ 1 การใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน (Inquiry/ Information) ขั้นที่ 2 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง (Directed Orientation) ขั้นที่ 3 การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Explication) ขั้นที่ 4 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ (Free Orientation) และขั้นที่ 5 ขั้นการสรุปรวม (Integration)

2. สื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) หมายถึง Geoboard หรือกระดานตะปู ซึ่งเป็นสื่อการเรียนการสอนที่มีการโต้ตอบโดยใช้เทคโนโลยีการแสดงภาพวัตถุทางคณิตศาสตร์แบบไดนามิกบนเว็บไซต์ https://www.mathlearningcenter.org/apps/geoboard ที่นักเรียนสามารถจัดรูปแบบต่าง ๆ ได้ ไม่ว่าจะเป็นการปรับลดขนาด การย้ายวัตถุต่าง ๆ เสมือนจริง

3. กิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่นำสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) มาใช้เป็นมือช่วยในการจัดการเรียนรู้ เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน (Inquiry/ Information) ครูและนักเรียนมีส่วนร่วมในการสนทนาและการทำกิจกรรมเกี่ยวกับมโนทัศน์หรือจุดมุ่งหมายของการเรียนโดยการสังเกตและใช้คำถาม และใช้สื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) แสดงภาพประกอบเพื่อให้นักเรียนได้ทบทวนมโนทัศน์เดิมที่เป็นพื้นฐานของการเรียนรู้มโนทัศน์ที่เป็นจุดมุ่งหมายของการเรียน

ขั้นที่ 2 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง (Directed Orientation) นักเรียนสำรวจหัวข้อของการศึกษาผ่านสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ที่ครูจัดให้อย่างเป็นลำดับขั้น กิจกรรมนี้ควรจะแสดงให้นักเรียนเห็นลักษณะโครงสร้างอย่างค่อยเป็นค่อยไป ดังนั้น โจทย์ส่วนใหญ่จะเป็นโจทย์สั้น ๆ ที่ออกแบบมาเพื่อกระตุ้นการตอบสนองหรือดึงคำตอบที่เฉพาะเจาะจงเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่เรียน

ขั้นที่ 3 การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Explication) สร้างจากประสบการณ์เดิมของนักเรียนที่ได้เรียนรู้ผ่านสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) โดยให้นักเรียนได้อธิบายหรือแลกเปลี่ยนมุมมองใหม่ ๆ เกี่ยวกับสิ่งที่ได้จากการสังเกต นอกเหนือจากการช่วยให้นักเรียนใช้ภาษาที่ถูกต้องและเหมาะสมแล้วบทบาทของครูจะลดลง ในขั้นนี้ความสัมพันธ์ของแต่ละมโนทัศน์เริ่มชัดเจนขึ้น

ขั้นที่ 4 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ (Free Orientation) นักเรียนต้องเผชิญกับโจทย์ที่ซับซ้อนมากขึ้น โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนสามารถใช้สื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ช่วยในการแก้ปัญหาได้ เช่น โจทย์ที่มีหลายขั้นตอน โจทย์ที่สามารถทำให้สมบูรณ์ได้หลายวิธี และโจทย์ปลายเปิด นักเรียนจะได้รับประสบการณ์ในการค้นหาวิธีแก้โจทย์ด้วยตนเองทำให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ชัดเจนเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่เรียนมากขึ้น

ขั้นที่ 5 การสรุปรวม (Integration) นักเรียนร่วมกันสรุปมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้ โดยการเล่าเรื่องราวเชื่อมโยงกับสิ่งที่ได้เรียนรู้มาตั้งแต่ขั้นที่ 1 ถึงขั้นที่ 4 และให้นักเรียนสรุปมโนทัศน์และฝึกการใช้โนทัศน์นั้น ๆ ผ่านการทำใบงานหรือสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ที่ครูออกแบบไว้

4. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการคิดและเข้าใจเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ที่เกิดจากการได้รับประสบการณ์การเรียนรู้ ผ่านกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยสามารถสรุปความคิดและความเข้าใจนั้นเป็นความหมาย สมบัติ หลักการ หรือสูตรต่าง ๆ ทำให้สามารถอธิบายลักษณะ บอกความแตกต่าง จัดหมวดหมู่ สรุปลักษณะทั่วไป และนำมโนทัศน์ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ วัดได้จากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele ซึ่งประกอบด้วย 5 ระดับจากระดับต่ำสุดไปสู่ระดับสูงสุด คือ ระดับ 0 ระดับการมองเห็นรูปธรรมภายนอก (Visualization) ระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์ (Analysis) ระดับ 2 ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน (Informal Deduction) ระดับ 3 ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน (Formal Deduction) และระดับ 4 ระดับการคิดสุดยอด (Rigor)

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เป็นแนวทางให้ครูผู้สอนในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไปปรับใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในบทเรียนหรือระดับชั้นอื่น ๆ ต่อไป

2. นักเรียนสามารถนำสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ไปปรับใช้ในเนื้อหาในบทเรียนคณิตศาสตร์อื่น ๆ ได้

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเชิงปฏิบัติการเพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องซึ่งนำเสนอตามลำดับหัวข้อดังนี้

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

1.1 ความหมายของมโนทัศน์

1.2 ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

1.3 ความสำคัญของมโนทัศน์และโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

1.4 ประเภทของมโนทัศน์

1.5 การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

1.6 การวัดและประเมินผลมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2. รูปแบบแวน ฮีลี (Van Hiele model)

2.1 ความเป็นมาของรูปแบบแวน ฮีลี (Van Hiele model)

2.2 ระดับการคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของ Van Hiele

2.3 ลักษณะสำคัญของระดับการคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของ Van Hiele

2.4 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาระดับการคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของ Van Hiele

3. สื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative)

3.1 ความหมายของสื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative)

3.2 ความสำคัญของสื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative)

3.3 ประเภทของสื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative)

3.4 แหล่งการเรียนรู้ของสื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative)

3.5 การนำสื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative) มาใช้ในห้องเรียน

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

4.1 งานวิจัยในประเทศ

4.2 งานวิจัยในต่างประเทศ

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงความหมายของมโนทัศน์ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ประเภทของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1. ความหมายของมโนทัศน์

มโนทัศน์ มีความหมายเดียวกับคาว่า Concept ในภาษาอังกฤษ มาจากรากศัพท์ภาษาลาตินว่า Conceptus หรือ Concipere (Conceive) ซึ่งความหมายของมโนทัศน์ในภาษาไทยมีการเรียกต่างกันออกไปแต่มีความหมายเช่นเดียวกัน ได้แก่ มโนภาพ มโนมติ มโนคติ สังกัป ความคิดรวบยอด เป็นต้น (ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์, 2551, หน้า 119) ในการวิจัยนี้ ผู้วิจัยใช้คำว่า มโนทัศน์ (Concept) ซึ่งมีนักการศึกษาและนักจิตวิทยาหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ต่าง ๆ ดังนี้

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2549, หน้า 3-4) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ภาพในความคิดที่เปรียบเสมือน “ภาพตัวแทน” หมวดหมู่ของวัตถุสิ่งของ แนวคิด หรือปรากฏการณ์ ซึ่งมีลักษณะทั่ว ๆ ไปคล้ายกัน

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์ (2551, หน้า 120) ได้ให้ความหมายไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ผลสรุปจากการรับรู้ที่มีต่อสิ่งเร้าที่มีลักษณะต่าง ๆ รวมกันอยู่ เป็นการรวบรวมสิ่งที่คล้ายคลึงกันเข้ามารวมกันเป็นรูปแบบอันเดียวกัน

วิทย์ มูลคำ (2547, หน้า 10) ได้ให้ความหมายไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความเข้าใจที่สรุปเกี่ยวกับการจัดกลุ่มสิ่งใดสิ่งหนึ่งที่เกิดจากการสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้น แล้วใช้คุณลักษณะหรือคุณสมบัติที่มีลักษณะที่คล้ายคลึงกันจัดเข้าเป็นกลุ่มเดียวกัน ซึ่งจะทำให้เกิดความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ได้ง่ายขึ้น

พรรณี ชูทัย เจนจิต (2550, หน้า 240-241) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความสามารถที่นักเรียนจะมองเห็นความเหมือนของสิ่งเร้า และสามารถจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีลักษณะร่วมกันไว้เป็นพวกเดียวกันได้ นั่นคือ การเรียนรู้ลักษณะที่แยกสิ่งของการกระทำหรือความคิดออกเป็นประเภทต่าง ๆ เช่น เรียนมโนทัศน์สัตว์บก ก็คือการเรียนรู้ลักษณะที่แยกสัตว์บกออกจากสัตว์อื่น ๆ

สุรางค์ โค้วตระกูล (2556, หน้า 327) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า เป็นคำที่เป็นนามธรรม ใช้แทนสัตว์ วัตถุ สิ่งของที่ได้จัดไว้ในจำพวกเดียวกัน โดยถือลักษณะที่สำคัญหรือวิกฤตเป็นเกณฑ์ ตัวอย่างเช่น คำว่า “นก” เป็นคำที่ใช้แทนสัตว์จำพวกหนึ่งที่มีลักษณะวิกฤต 3 อย่าง คือ สัตว์นั้นจะต้องมีปีก ขน และบินได้ แม้ว่านกในโลกจะมีหลายร้อยชนิด แต่คนเราสามารถที่จะมีความคิดรวบยอด “นก” ในการสื่อความหมายหรือเป็นรากฐานของความคิดดังกล่าวนั้น คือ มีปีก มีขน บินได้

ปฏิมาภรณ์ ธรรมเดชะ (2558, หน้า 20) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิด ความเข้าใจที่สรุปรวบยอดได้จากข้อเท็จจริง เหตุการณ์หรือปรากฏการณ์ มีลักษณะเป็นคำหรือกลุ่มคำที่บอกลักษณะสำคัญของสิ่งนั้นที่ขาดไม่ได้ บุคคลที่มีมโนทัศน์ในเรื่องใด ๆ จะต้องอธิบายหรือใช้ตัวอย่างประกอบเพื่อแสดงความเข้าใจในเรื่องนั้นได้

สิริพร ทิพย์คง (2558, หน้า 1) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ผลสรุปความคิดและความเข้าใจในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง โดยอาศัยการสังเกต การรับรู้ ประสบการณ์ ทำให้สามารถจัดกลุ่มสิ่งที่มีลักษณะเดียวกันหรือเหมือนกันเข้าด้วยกัน และจำแนกสิ่งที่แตกต่างกันได้

วินัย ดาสุวรรณ (2558, หน้า 15) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง การที่นักเรียนสร้างรูปมโนทัศน์ขึ้นโดยตัวนักเรียนเอง รูปมโนทัศน์ คือ การรวมตัวของภาพ ที่อยู่ในความคิดการนึกรูป (Representations) หรือการสื่อแทนข้อความและคำอธิบายสมบัติบางประการที่สัมพันธ์กับสิ่งที่ต้องการเชื่อมโยง โดยนักเรียนต้องนำสารสนเทศใหม่กับประสบการณ์เดิมรวมเข้าด้วยกัน

วัชรา เล่าเรียนดี และคณะ (2560, หน้า 113) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง คำจำกัดความ ความหมาย หรือแนวคิดที่แสดงถึงความเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะร่วมของวัตถุสิ่งของเหตุการณ์ และความคิดที่เป็นผลจากประสบการณ์เดิมกับประสบการณ์ใหม่ ดังนั้น บุคคลที่มีทักษะในการสร้างความคิดรวบยอด (Concept skill) ก็จะสามารถสร้างคำพูดที่เป็นนามธรรมมาเป็นรูปธรรม สามารถทำให้สิ่งที่เป็นนามธรรมเป็นสิ่งที่ชัดเจนเข้าใจง่ายหรือสามารถทำให้สิ่งที่ไม่ชัดเจนให้เป็นสิ่งที่ชัดเจน เฉพาะเจาะจง เข้าใจง่ายได้

Gagne (1977, p.182) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดความเข้าใจขั้นสุดท้ายของบุคคลเกี่ยวกับสิ่งหนึ่ง อันเกิดจากการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้นแล้วใช้ลักษณะของสิ่งนั้นมาจัดกลุ่มหรือเป็นประเภท ทำให้เกิดความคิด ความเข้าใจโดยสรุป

Bruner (1978, p.244) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง การจัดประเภทของสิ่งของการกระทำหรือความคิด ซึ่งได้มาจากการจัดสิ่งเหล่านั้นให้เป็นหมวดหมู่โดยอาศัยคุณลักษณะเป็นเกณฑ์

McCown และ Roop (1992, p.338) ได้ให้ความหมายไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดของบุคคลที่เกิดจากการเรียนรู้หรือการสังเกตวัตถุ เหตุการณ์หรือความสัมพันธ์ ที่มีลักษณะแตกต่างกันหรือเหมือน ๆ กัน โดยสามารถสรุปรวมสิ่งต่าง ๆ เข้าด้วยกันและสามารถแยกความแตกต่างออกจากกันได้

Arends (1994, p.299) ได้ให้ความหมายไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความเข้าใจความคิดของบุคคลที่มีต่อสิ่งต่าง ๆ รอบตัวเรา และสามารถบอกความเหมือนหรือความต่างของสิ่งนั้น ๆ

Cangelosi (1996, p.80) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิด ความเข้าใจที่สรุปได้จากข้อเท็จจริง และจัดกลุ่มสิ่งที่มีลักษณะเฉพาะร่วมกันหรือเหมือนกันเข้าด้วยกัน

จากการศึกษาความหมายของมโนทัศน์ของนักการศึกษาหลายท่านสามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง คำจำกัดความ ความหมาย ข้อเท็จจริง ที่เกิดจากผลของความคิด ความเข้าใจที่สรุปได้จากการสังเกตหรือได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับเรื่องนั้น ๆ ทำให้สามารถจัดกลุ่มสิ่งที่มีลักษณะเดียวกันหรือเหมือนกันเข้าด้วยกัน และจำแนกสิ่งที่แตกต่างกันได้ และบุคคลที่มีมโนทัศน์ในเรื่องใด ๆ จะสามารถอธิบายหรือใช้ตัวอย่างประกอบเพื่อแสดงความเข้าใจในเรื่องนั้นได้ชัดเจน

2. ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่าน ได้ให้ความหมายของคำว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังต่อไปนี้

อัมพร ม้าคนอง (2546, หน้า 5) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดนามธรรมที่ทำให้มนุษย์สามารถแยกแยะวัตถุหรือเหตุการณ์ว่าเป็นตัวอย่างหรือไม่เป็นตัวอย่างของความคิดที่เป็นนามธรรมนั้น ตัวอย่างของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น มโนทัศน์ของการเท่ากัน มโนทัศน์ของการเป็นสับเซต มโนทัศน์เกี่ยวกับลักษณะของสามเหลี่ยม เป็นต้น

สิริพร ทิพย์คง (2558, หน้า 5) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการสังเกต การคิด การรับรู้ด้วยประสาทสัมผัส และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ ทำให้สามารถสรุปเป็นความหมายหรือบทนิยามของเรื่องนั้น ๆ ได้

สุนทรีย์ ปาลวัฒน์ชัย (2559, หน้า 41) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ที่สรุปจากลักษณะสำคัญร่วมกัน ซึ่งแสดงถึงความคิดความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้ดำเนินการจนเกิดการเรียนรู้

Wilson (1971, p.645) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้รับจากการเรียนตามความเข้าใจของตนเอง และนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาที่ได้เรียนแล้วมาสร้างความสัมพันธ์กัน

Good (1973, p.118) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิด ความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ในด้านการคิดคำนวณ ความสัมพันธ์กับจำนวน รวมไปถึงการให้เหตุผลอย่างมีระบบ หรือรูปร่างลักษณะภายนอกของสิ่งของอันเกิดจากการสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์ แล้วนำลักษณะนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันเป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์

Cooney, Davis and Henderson (1975, p.85) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ โดยนักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาในรูปนิยามหรือความหมายเรื่องนั้น เช่น การมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน คือ นักเรียนสามารถบอกนิยามของฟังก์ชันได้

Bell (1981, p.124) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ 3 แบบ คือ

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์บริสุทธิ์ เป็นการจัดประเภทของจำนวนความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนและการใช้สัญลักษณ์แทนจำนวน เช่น หก แปด IV เป็นต้น

2. มโนทัศน์ทางสัญกรณ์ เป็นข้อตกลงเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความหมายและสมบัติของจำนวน เช่น การทราบว่าตัวเลขในจำนวน 275 ว่าแต่ละตัวหมายถึงอะไร เช่น 2 หมายถึง 200, 7 หมายถึง 70 และ 5 หมายถึง 5 ดังนั้น 275 หมายถึง 200+70+5

3. มโนทัศน์ในการประยุกต์ เป็นการใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์บริสุทธิ์กับมโนทัศน์ทางสัญกรณ์ไปแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และใช้ในสาขาที่เกี่ยวข้อง เช่น ความยาว พื้นที่ และปริมาตร เป็นต้น

Toumasis (1995, p.98) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดขั้นสุดท้ายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ที่เกิดจากการเรียนรู้ของนักเรียนที่มีต่อสิ่งเร้า โดยนักเรียนสามารถแยกประเภทสิ่งเร้าที่มีความสัมพันธ์กันและไม่สัมพันธ์กันได้

Cangelosi (1996, p.80-81) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สิ่งใดก็ตามที่จัดเป็นความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ สิ่งนั้นต้องมีสมบัติเฉพาะที่สำคัญที่นักเรียนสามารถนำสมบัติที่สำคัญนั้นเป็นเกณฑ์ในการจำแนกว่าอะไรเป็นอะไรหรืออะไรไม่เป็นพวกเดียวกับสิ่งนั้น

Schwarz และ Hershkowtz (1999, p.365) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจของบุคคลที่มีผลมาจากกระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์ ซึ่งสามารถสรุปออกมาเป็นบทนิยามทางคณิตศาสตร์ได้

Charleswotth (2005, p.2) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กรอบความรู้ที่สร้างขึ้นจากการจัดประเภท การจำแนกประเภทของข้อมูลโดยนักเรียน

จากการศึกษาความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักการศึกษาหลายท่าน สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ข้อเท็จจริงเกี่ยวกับความหมายทางคณิตศาสตร์ หลักการ รูปแบบความสัมพันธ์และบทนิยามต่าง ๆ ซึ่งเป็นความรู้คณิตศาสตร์ที่เกิดจากความคิดความเข้าใจ และนำความรู้มาสรุปเป็นความคิดรวบยอดของเรื่องนั้น ๆ

ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการคิดและเข้าใจเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ที่เกิดจากการได้รับประสบการณ์การเรียนรู้ ผ่านกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยสามารถสรุปความคิดและความเข้าใจนั้นเป็นความหมาย สมบัติ หลักการ หรือสูตรต่าง ๆ ทำให้สามารถอธิบายลักษณะ บอกความแตกต่าง จัดหมวดหมู่ สรุปลักษณะทั่วไป และนำมโนทัศน์ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ วัดได้จากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele ซึ่งประกอบด้วย 5 ระดับจากระดับต่ำสุดไปสู่ระดับสูงสุด คือ ระดับ 0 ระดับการมองเห็นรูปธรรมภายนอก (Visualization) ระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์ (Analysis) ระดับ 2 ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน (Informal Deduction) ระดับ 3 ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน (Formal Deduction) และระดับ 4 ระดับการคิดสุดยอด (Rigor)

3. ความสำคัญของมโนทัศน์และโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2552, หน้า 25) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการเรียน เนื่องจากการเรียนรู้มโนทัศน์ช่วยให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาการเรียนรู้ในเรื่องนั้น ๆ ถึงระดับสูงได้ และยังช่วยให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องได้รวดเร็วขึ้น เพราะเกิดจากการจัดระบบระเบียบของข้อมูลได้เรียบร้อยแล้วในสมอง เมื่อปะทะกับสิ่งเข้าใหม่ก็สามารถจำแนก จัดหมวดหมู่ และเชื่อมโยงกับมโนทัศน์ที่มีอยู่ได้ง่าย อีกทั้งเป็นรากฐานของความคิด มนุษย์จะคิดไม่ได้ถ้าไม่มีมโนทัศน์พื้นฐาน เพราะมโนทัศน์จะช่วยตั้งกฎเกณฑ์ หลักการต่าง ๆ และสามารถที่จะแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ได้

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2555, หน้า 58-59) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญมากในการกำหนดความเป็นมนุษย์ เพราะมโนทัศน์มีหน้าที่ในการทำความเข้าใจและใช้เหตุผล โดยสมองจะกำหนดมโนทัศน์ที่เกี่ยวกับเรื่องต่าง ๆ เป็นกรอบต้นแบบหรือโครงร่างคร่าว ๆ ของสิ่งนั้น เพื่อให้เกิดความเข้าใจว่าสิ่งนั้นคืออะไร ประกอบด้วยอะไร กรอบความคิดต่าง ๆ จะกลายเป็นสิ่งที่เรียกว่าข้อสมมติหรือการคาดเดาว่าจะเป็นสิ่งนั้นในสิ่งที่มองไม่เห็นแต่พอเข้าใจเพราะมีมโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องนั้นอยู่

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 62) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานที่สำคัญสำหรับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา นักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่ดีจะสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดี รวมทั้งมีพื้นฐานที่จะเชื่อมโยงและคิดในคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นไปได้ด้วยดี

Ausubel (1968, p.505) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการดำเนินชีวิตในสังคม เนื่องจากพฤติกรรมของมนุษย์ไม่ว่าจะเป็นด้านความคิด การสื่อความหมายระหว่างกัน การแก้ปัญหา การตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ ต้องอาศัยเครื่องกรองที่เป็นมโนทัศน์มาก่อนทั้งสิ้น

De Cecco (1968, p.402-416) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นการช่วยลดความซับซ้อนของธรรมชาติ สิ่งแวดล้อมหรือเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่มีอยู่มากมาย เพราะการที่เราจะตอบสนองต่อสิ่งเร้าแต่ละอย่างนั้นเป็นเรื่องยาก ดังนั้นมนุษย์จึงใช้มโนทัศน์ในการจัดแบ่งสิ่งต่าง ๆ เป็นกลุ่ม เพื่อให้การตอบสนอง และมีความหมายง่ายขึ้น ทั้งนี้มโนทัศน์ทำให้เรารู้จักสิ่งต่าง ๆ การเรียนรู้ที่มากขึ้น การแก้ปัญหา และช่วยในการเรียนการสอน เป็นต้น

Lasley และ Matczynsk (2002, p.45) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนได้ใช้ทักษะกระบวนการคิดที่เกิดจากการสังเกตและการตีความ เพื่อรับรู้ความแตกต่างของมโนทัศน์

จากการศึกษาความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักการศึกษาหลายท่าน สามารถสรุปได้ว่า ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพราะพื้นฐานที่สำคัญสำหรับการเรียนคณิตศาสตร์ ช่วยให้ผู้เรียนสามารถจำแนก แยกประเภทหรือจัดหมู่สิ่งที่มีลักษณะเหมือนกันได้ สรุปความรู้ ความเข้าใจ ที่เป็นความหมายข้อเท็จจริงของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องนั้น ๆ ได้ โดยที่นักเรียนสามารถนำความรู้ที่เกิดขึ้นไปใช้ในการสื่อความหมายระหว่างกัน การคิดหาเหตุผล การแก้ปัญหา การตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ และสามารถอธิบายและสรุปความหมายของความคิดรวบยอดนั้นได้ จากความรู้ความเข้าใจของตนเองด้วยภาษาของตนเองได้

4. ประเภทของมโนทัศน์

การจำแนกประเภทของมโนทัศน์นี้จะกล่าวถึงลักษณะหรือกฎเกณฑ์ที่แตกต่างกันหรือคล้ายคลึงกัน ซึ่งนักการศึกษาและนักจิตวิทยาจำแนกประเภทของมโนทัศน์ ไว้ดังนี้

ประยูร อาษานาม (2537, หน้า 42-50) ได้แบ่งมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์เกี่ยวกับคุณสมบัติ (Qualitative concepts) เป็นการจำแนกสิ่งต่าง ๆ ตามขนาด รูปร่าง สี เป็นต้น ซึ่งสามารถรับรู้และสัมผัสได้

2. มโนทัศน์เกี่ยวกับปริมาณ (Quantitative concepts) เป็นเรื่องของนามธรรม เช่น จำนวน การนับ เป็นต้น

Russell (1956, p.124-125) ได้แบ่งมโนทัศน์เป็น 8 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical concepts) คือ มโนทัศน์เกี่ยวกับจำนวน ตัวเลข การวัด ซึ่งเกิดขึ้นอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน

2. มโนทัศน์ในเรื่องเวลา (Concept of time) คือ การระบุหรือประมาณเวลาด้วยข้อความ เช่น เช้า สาย บ่าย เย็น กลางคืน กลางวัน และฤดูกาลต่าง ๆ

3. มโนทัศน์ทางวิทยาศาสตร์ (scientific concepts) เป็นมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้องกับเวลาและมิติ เพราะวิทยาศาสตร์ขึ้นอยู่กับการการวัดที่แน่นอนของเวลา มิติ น้ำหนัก และปรากฏการณ์อื่น ๆ

4. มโนทัศน์เกี่ยวกับตนเอง (Concepts of the self) คือ การที่บุคคลมีความคิดว่าตัวเขาเป็นอะไร เป็นใคร เป็นอย่างไร

5. มโนทัศน์ทางสังคม (Social concepts) เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล ชุมชน ประชาธิปไตย ศีลธรรม และพฤติกรรมต่าง ๆ ที่แสดงออกมา

6. มโนทัศน์ทางสุนทรียภาพ (Aesthetic concepts) มีความสัมพันธ์กับมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้องกับความสวยงามและขึ้นกับมโนทัศน์ทางสังคม เช่น สุนทรียภาพในการเขียน ดนตรี

7. มโนทัศน์เกี่ยวกับความขบขัน (Concepts of humor) มีพัฒนาการอยู่ในขอบเขตของสังคมบางสิ่งเป็นเรื่องที่ขบขันของสังคมหนึ่ง แต่อาจไม่ขบขันในอีกสังคมหนึ่งก็ได้

8. มโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องอื่น ๆ (Miscellaneous concepts) เช่น เกี่ยวกับความตาย เพศ สงคราม เป็นต้น

De Cecco (1968, p.391-393) ได้จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์เชื่อมโยงลักษณะ (Conjunctive concept) คือ มโนทัศน์ที่เกิดจากลักษณะเฉพาะตั้งแต่ 2 ลักษณะขึ้นไป เป็นมโนทัศน์ที่เรียนได้ง่าย

2. มโนทัศน์ชนิดแยกแยะ (Disjunctive concept) คือ มโนทัศน์ที่ใช้ได้ตั้งแต่ 2 ความหมายขึ้นไป จะหมายถึงอะไรขึ้นอยู่กับการตัดสินใจของผู้เลือก เป็นมโนทัศน์ที่ยากกว่ามโนทัศน์แรก

3. มโนทัศน์ชนิดสัมพันธ์ (Relative concept) คือ มโนทัศน์ที่เกิดจากความสัมพันธ์กันระหว่างลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ เป็นมโนทัศน์ที่ยากในการที่จะเรียนรู้

Del Mar (1971, p.122) ได้จำแนกประเภทของมโนทัศน์ออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่มีลักษณะร่วมกัน (Superordinate concepts) เป็นมโนทัศน์ที่แทนคุณลักษณะร่วมระหว่างสิ่งของ เช่น เด็กที่จัดกลุ่มมะม่วง ขนุน กล้วย แอปเปิ้ลเข้าด้วยกันภายใต้ชื่อรวมว่า "ผลไม้" แสดงว่าเขากำลังใช้มโนทัศน์ที่มีลักษณะร่วมกัน

2. มโนทัศน์ที่เป็นเชิงสัมพันธ์ (Relational concepts) ได้แก่ มโนทัศน์ที่อาศัยปฏิสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกหรือส่วนประกอบของกลุ่ม เป็นลักษณะของการจัดกลุ่ม เช่น ไม้ขีดไฟ บุหรี่ เพราะการใช้ไม้ขีดไฟเพื่อจุดบุหรี่สูบ เหล่านี้คือตัวอย่างมโนทัศน์ที่เป็นเชิงสัมพันธ์

3. มโนทัศน์ที่เป็นเชิงวิเคราะห์ (Analytical concepts) คือ มโนทัศน์ที่วางอยู่บนพื้นฐานของคุณลักษณะที่สังเกตได้ เช่น กลุ่มที่จัดสัตว์สี่เท้าเข้าด้วยกัน

Gibson (1980, p.276) ได้จำแนกประเภทของมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์เชิงรูปธรรม (Concrete concepts) คือ ความคิดที่สามารถเชื่อมโยงไปสู่กลุ่มของวัตถุที่สังเกตได้ เช่น หนังสือ บ้าน ขนาด รูปร่าง เป็นต้น

2. มโนทัศน์เชิงนามธรรม (Abstract concepts) คือ ความคิดที่ไม่สามารถเชื่อมโยงไปสู่วัตถุที่สังเกตได้โดยตรง หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า คำนิยามของมโนทัศน์

จากการศึกษาประเภทของมโนทัศน์สามารถสรุปได้ว่าประเภทของมโนทัศน์สามารถจำแนกเป็นมโนทัศน์ที่มีลักษณะแตกต่างกันและคล้ายคลึงกัน ซึ่งสามารถสังเกตและสัมผัสได้ และมโนทัศน์ที่สามารถสังเกตและสัมผัสได้ต้องอาศัยการวิเคราะห์ โดยพิจารณาว่ามีลักษณะร่วมกันหรือแตกต่างกันอย่างไร

5. การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่าน ได้กล่าวถึงการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังต่อไปนี้

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2549, หน้า 108) กล่าวว่า ในการจัดการเรียนการเรียนรู้มโนทัศน์ ผู้สอนมโนทัศน์ควรถือหลักการที่สำคัญ คือ ต้องฝึกฝนให้ผู้เรียนรู้จักเชื่อมโยงเหตุผลของมโนทัศน์เรื่องต่าง ๆ ที่รับรู้เข้าด้วยกัน เพื่อช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาทักษะการตีความ และสามารถใช้ประโยชน์จากมโนทัศน์ใหม่ ๆ ในทางสร้างสรรค์

Tennyson and Cocchiarella (1986 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2546, หน้า 15) กล่าวว่า การจัดการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างต่อเนื่อง ครูควรใช้การสอน ดังนี้

1. ครูให้ตัวอย่าง
2. นักเรียนพิจารณาตัวอย่าง
3. นักเรียนบอกลักษณะของมโนทัศน์
4. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปมโนทัศน์
5. นักเรียนฝึกหัด

Cangelosi (1996, p.86) อธิบายเกี่ยวกับการพัฒนามโนทัศน์ว่าประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นเรียงและจัดประเภท ในขั้นนี้ครูนำเสนองานให้นักเรียนเกี่ยวกับงานที่ต้องการให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์ ครูเป็นผู้จัดกิจกรรม สภาพแวดล้อมและให้คำแนะนำ ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนทำกิจกรรมด้วยตนเอง

2. ขั้นสะท้อนผลและอธิบาย ในขั้นนี้นักเรียนอธิบายมโนทัศน์ที่นักเรียนได้จากการทำกิจกรรม ครูทำหน้าที่กระตุ้นนักเรียนด้วยคำถาม เพื่อให้นักเรียนคิดและทำความเข้าใจมโนทัศน์ที่นักเรียนสร้างขึ้น

3. ขั้นสรุปและต่อยอด ในขั้นนี้นักเรียนสรุปมโนทัศน์เพื่อสร้างคำนิยาม โดยที่ไม่จำเป็นต้องพูดชื่อของมโนทัศน์ได้อย่างถูกต้อง

4. ขั้นตรวจสอบและปรับปรุง ในขั้นนี้เป็นการตรวจสอบมโนทัศน์ โดยการทดสอบความรู้ของนักเรียน และตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้จากการทดสอบเพื่อปรับปรุงมโนทัศน์ที่ถูกต้อง

Lasley and Matczynski (1997 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2546, หน้า 14-15) เสนอว่า การพัฒนามโนทัศน์ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. การผลิตข้อมูล (Data generation) เป็นขั้นผลิตและรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่จะสร้าง ข้อมูลอาจมาจากนักเรียน ครู หรือจากทั้งนักเรียนและครู ในขั้นนี้ครูต้องทำหน้าที่กลั่นกรองว่าข้อมูลที่ได้นี้เป็นสิ่งที่ต้องการนำไปสู่มโนทัศน์หรือไม่ และเพียงพอหรือยัง มีสิ่งใดที่ต้องการเพิ่มเติม สิ่งใดที่ควรตัดออก

2. การจัดกลุ่มข้อมูล (Data grouping) ในขั้นนี้นักเรียนจะเป็นผู้จัดข้อมูลที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันทางมโนทัศน์เข้าด้วยกันตามการรับรู้ของตนเอง ครูต้องเตือนนักเรียนให้นิยามหรืออธิบายให้ได้ว่า ใช้เกณฑ์หรือหลักการใดในการจัดกลุ่มข้อมูลแต่ละกลุ่ม ซึ่งเกณฑ์หรือหลักการนี้ควรถูกกำหนดก่อนดำเนินการจัดกลุ่ม เพื่อที่จะแยกข้อมูลเป็นกลุ่มที่มีลักษณะตามมโนทัศน์และกลุ่มที่ไม่มีลักษณะตามมโนทัศน์

3. การขยายความประเภทข้อมูล (Expanding the category) ในขั้นนี้ครูจะทำการตรวจสอบแต่ละกลุ่มและดูว่านักเรียนคิดอย่างไรในกระบวนการจำแนก โดยอาจให้นักเรียนอธิบายหน้าชั้นเรียนหรือเขียนบนกระดานดำ ครูและนักเรียนคนอื่น ๆ มีหน้าที่ตรวจสอบความถูกต้องการอธิบายวิธีคิดในการจัดประเภทเป็นการขยายความจากลักษณะที่เห็นไปสู่ความหมายที่แท้จริงและความสัมพันธ์ของคุณลักษณะต่าง ๆ ของข้อมูล ครูควรช่วยเพิ่มเติมและขยายความเข้าใจของนักเรียนให้ชัดเจนขึ้น

4. การสรุปปิด (Closure) ในขั้นนี้ครูอาจให้นักเรียนอธิบายว่าสิ่งต่าง ๆ ภายในประเภทเดียวกันเกี่ยวข้องกันอย่างไร หรือให้สร้างข้อสรุปทั่วไปที่สัมพันธ์กับสิ่งต่าง ๆ ภายในประเภทเดียวกัน หรือให้สรุปความหมายของประเภทที่จัดและสร้างโครงข่ายความสัมพันธ์ต่าง ๆ การดำเนินการเหล่านี้เป็นการใช้การคิดวิเคราะห์ระดับสูงที่จะช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้ง จนสามารถสร้างความรู้หรือมโนทัศน์ด้วยตนเอง

ทิศนา แขมมณี (2547) ได้เสนอว่า การพัฒนามโนทัศน์ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. สังเกต โดยให้นักเรียนรับข้อมูลและศึกษาวิธีการต่าง ๆ โดยใช้สื่อประกอบเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการกำหนดเฉพาะด้วยตนเอง

2. จำแนกความแตกต่าง ให้นักเรียนบอกข้อแตกต่างของสิ่งที่รับรู้และให้เหตุผลในความแตกต่างนั้น

3. หาลักษณะร่วม นักเรียนมองเห็นความเหมือนในภาพรวมของสิ่งที่รับรู้และสรุปเป็นวิธีการ หลักการ คำจากัดความ หรือนิยาม

4. ระบุชื่อมโนทัศน์ นักเรียนได้ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับสิ่งที่รับรู้

5. ทดสอบและนำไปใช้ นักเรียนได้ทดลอง สังเกต ทำแบบฝึกหัด ปฏิบัติเพื่อประเมินความรู้

สิริพร ทิพย์คง (2558, หน้า 5) ได้อธิบายเกี่ยวกับกระบวนการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีลำดับขั้นตอนการเรียนรู้มโนทัศน์ ดังนี้

1. การเรียนรู้เริ่มจากการรับรู้ โดยอาศัยประสาทสัมผัส “ตา” ซึ่ง ทำให้เกิดการเรียนรู้ร้อยละ 80 และประสบการณ์ของนักเรียนจากสิ่งที่นักเรียนได้เห็น ได้ยิน ได้สัมผัส และได้เรียนรู้มาก่อน โดยครูอาจยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง

2. นักเรียนจะนำความรู้จากประสบการณ์เดิมมาใช้ในการคิดวิเคราะห์ แยกแยะความเหมือนหรือความแตกต่างของสิ่งเร้าที่ได้รับ

3. นักเรียนพิจารณาและคิดถึงลักษณะที่มีร่วมกันของสิ่งเร้านั้น

4. นักเรียนตั้งสมมติฐานว่า มโนทัศน์ คืออะไร

5. นักเรียนตรวจสอบสมมติฐานที่กำหนดขึ้น

6. นักเรียนเลือกสมมติฐานที่สามารถรวมกลุ่มของสิ่งเร้า ซึ่งมีลักษณะบางประการร่วมกัน ถ้าถูกต้องก็คงสมมติฐานนั้นไว้ ถ้าไม่ถูกต้องก็กลับไปสังเกตและคิดตั้งสมมติฐานใหม่จนกว่าจะถูกต้อง

จากการศึกษาการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสามารถกล่าวโดยสรุปได้ว่า การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกิดขึ้นอย่างต่อเนื่อง โดยเริ่มสอนจากมโนทัศน์ที่มีขอบเขตกว้างหรือมโนทัศน์ทั่วไปก่อนแล้วค่อยสอนเฉพาะเจาะจงในมโนทัศน์นั้น โดยยกตัวอย่างที่แสดงลักษณะสำคัญ และจัดลำดับตัวอย่างเหล่านั้นอย่างเป็นขั้นตอนหรือเป็นระบบ การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่ประกอบด้วย การสัมผัส การรับรู้ การจำ การคิดวิเคราะห์ การแยกแยะ การคิดหาเหตุผลเพื่อสร้างความรู้ ความเข้าใจในสิ่งที่เกิดขึ้น จนสามารถสรุปเป็นข้อเท็จจริงของความคิดรวบยอดนั้นได้

6. การวัดและประเมินผลมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

การวัดและประเมินผลการเรียนมีความสำคัญที่จะทำให้ครูทราบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่จัดขึ้น ทำให้นักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หรือไม่ ซึ่งการวัดและประเมินผลมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้น ได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวไว้ดังนี้

อัมพร ม้าคนอง (2546, หน้า 26) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ควรประเมินในประเด็นสำคัญ ๆ ดังต่อไปนี้

1. ลักษณะเฉพาะของลักษณะที่สำคัญและลักษณะที่ไม่สำคัญ
2. ลักษณะเฉพาะของกฎของมโนทัศน์
3. ความสัมพันธ์ของมโนทัศน์กับมโนทัศน์อื่น ๆ
4. การใช้มโนทัศน์
5. การจำแนกระหว่างตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์
6. เหตุผลที่ใช้ในการจำแนกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ออกจากตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์

เครื่องมือที่ใช้ในการวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่จะช่วยให้นักเรียนวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และช่วยให้ครูวิเคราะห์ความเข้าใจของนักเรียนสามารถใช้เอกสารสรุปมโนทัศน์ได้ ซึ่งโดยทั่วไปเอกสารสรุปมโนทัศน์มีองค์ประกอบ ดังนี้

1. มโนทัศน์ (Concept) มโนทัศน์ที่กำหนดอาจเป็นความคิดรวบยอดหรือสาระสำคัญที่ต้องการ

2. บทนิยาม อนิยาม คำจำกัดความของมโนทัศน์ (Definition) มโนทัศน์อาจประกอบด้วยบทนิยาม อนิยาม หรือคำจำกัดความ เช่น เส้นตรง คือ ... ฟังก์ชัน คือ ... ซึ่งอาจปรากฏในแบบเรียนหรือหนังสือประกอบการเรียนการสอนอื่น ๆ

3. ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ (Web of attributes) มโนทัศน์จะมีลักษณะสำคัญที่อธิบายและแยกมโนทัศน์นั้นออกจากสิ่งอื่น เช่น ลักษณะที่แยกวงกลมออกจากวงรี ส่วนมากได้มาจากการตีความนิยาม อนิยาม หรือคำจำกัดความ และเงื่อนไขการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของลักษณะต่าง ๆ และลักษณะที่เป็นตัวกำหนดเงื่อนไขสำหรับสิ่งที่เป็นตัวอย่างและไม่เป็นตัวอย่าง

4. ตัวอย่างที่มีลักษณะตามมโนทัศน์ (Examples) ตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์จะมีลักษณะสำคัญตามข้อ 3. และมีเหตุผล

5. ตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์ แต่มีความใกล้เคียงที่จะเป็นมโนทัศน์

สมนึก ภัททิยธนี (2546, หน้า 23) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ 2 ลักษณะ ดังนี้

ลักษณะที่ 1 ความรู้เกี่ยวกับหลักวิชาและการขยายหลักวิชา (Principle) หมายถึง หลักการหรือหัวใจของเรื่องที่เกิดขึ้นหลาย ๆ ความคิดรวบยอดร่วมกัน การขยาย (Generalized) หมายถึง การนำหลักการของเรื่องใด ๆ ไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ ให้ไกลออกไปจากเดิมหรือเป็นการสรุปออกนอกเรื่องนั้น ๆ

ลักษณะที่ 2 ความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีและโครงสร้าง คำถามลักษณะนี้ต่างจากลักษณะที่ 1 ความรู้เกี่ยวกับหลักวิชาและการขยาย คือ ลักษณะที่ 1 ถามเกี่ยวกับหลักการของหลายเนื้อหาที่ไม่สัมพันธ์กัน ไม่เป็นชนิดเดียวกันอย่างเดียวกันโดยตรง แต่อยู่ในเครือสกุลเดียวกัน ส่วนลักษณะที่ 2 นี้ถามเกี่ยวกับหลักการจากหลายเนื้อหาที่สัมพันธ์กันเป็นพวกเดียวกันและสกุลเดียวกัน เพื่อค้นหาทฤษฎีและโครงสร้างที่เป็นตัวร่วมของบรรดาเนื้อหาเหล่านั้น

Frayer, Fredrick และ Klausmeler (1969, p.218–224) ได้เสนอว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จำเป็นต้องวิเคราะห์มโนทัศน์ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ต้องการวัดก่อนทำการออกข้อสอบให้ตรงกับมโนทัศน์ที่ได้วิเคราะห์ไว้ ซึ่งแบบทดสอบที่ใช้วัดมโนทัศน์ควรประกอบด้วย

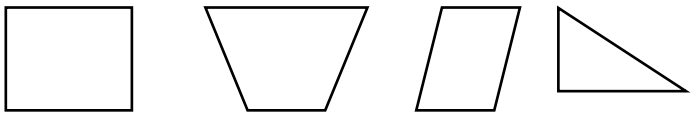
1. คุณลักษณะของตัวอย่างมโนทัศน์
2. สิ่งที่เป็นตัวอย่างและไม่ใช่ตัวอย่างของมโนทัศน์
3. คุณลักษณะที่มีความสัมพันธ์และไม่สัมพันธ์กัน
4. คำจำกัดความของมโนทัศน์
5. การนำมโนทัศน์ไปสู่หลักการ

เช่น การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของรูปสี่เหลี่ยม โดยทำการวิเคราะห์มโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยม ดังตัวอย่างงการวิเคราะห์มโนทัศน์

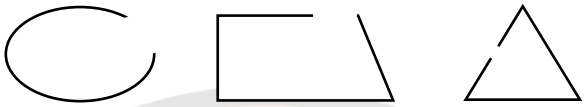
1. ชื่อมโนทัศน์ คือ รูปสี่เหลี่ยม
2. ลักษณะที่เป็นเกณฑ์ เป็นรูปปิดที่อยู่ในแนวระนาบ มี 2 มิติ และมี 4 ด้าน หรือ 4 มุม

3. ลักษณะที่ไม่เป็นเกณฑ์ ขนาดของด้าน การขนานกันของด้าน ขนาดของรูป การพลิกรูป

4. ตัวอย่างมโนทัศน์



5. ตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์



6. นิยามของมโนทัศน์ รูปปิดในระนาบที่ประกอบด้วยด้าน 4 ด้าน

7. มโนทัศน์ที่กว้างกว่า รูปหลายเหลี่ยม

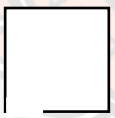
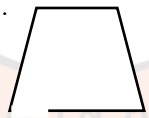
8. มโนทัศน์ร่วม รูปสามเหลี่ยม รูปห้าเหลี่ยม รูปหกเหลี่ยม

9. มโนทัศน์ย่อย รูปสี่เหลี่ยมคางหมู รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส รูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว

10. การนำมโนทัศน์ไปสู่หลักการ เส้นรอบรูปของสี่เหลี่ยม คือ ผลบวกของความยาวของด้านทั้งสี่ของรูปสี่เหลี่ยม

ตัวอย่างข้อสอบมโนทัศน์

ข้อใดต่อไปนี้เป็นรูปปิด

ก. 
ข. 
ค.
ง.

Wilson (1971, p.645–670) ได้กล่าวว่าการวัดมโนทัศน์เป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจหรือความรู้ และได้สรุปเกี่ยวกับความจำที่วัดได้จากความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ (Knowledge of concepts) ไว้ว่า เป็นความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้เรียนตามความเข้าใจของตนอง รู้จักนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาต่าง ๆ ที่เรียนรู้มาแล้วสัมพันธ์กัน โดยการนำมาสรุปความหมายของสิ่งนั้นอีกครั้งหนึ่ง ดังตัวอย่างงของข้อสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังต่อไปนี้

ข้อใดต่อไปนี้เป็นมุมป้าน

ก. มุมขนาด 45 องศา ข. มุมขนาด 90 องศา

ค. มุมขนาด 135 องศา ง. มุมขนาด 180 องศา

จากการศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว สามารถสรุปได้ว่า การวัดมโนทัศน์เป็นการวัดพฤติกรรมนักเรียนด้านพุทธิพิสัยในระดับความรู้หรือความเข้าใจ ความจำที่วัดได้มี 2 ลักษณะ คือ การวัดความรู้เกี่ยวกับหลักวิชาและการขยายหลักวิชา และการวัดความรู้ความเข้าในข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์เกี่ยวกับทฤษฎี และขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะต้องวิเคราะห์มโนทัศน์ในเนื้อหานั้นก่อนแล้วค่อยออกข้อสอบให้สอดคล้องกับมโนทัศน์นั้น

รูปแบบแวน ฮีลี (Van Hiele model)

1. ความเป็นมาของรูปแบบแวน ฮีลี (Van Hiele model)

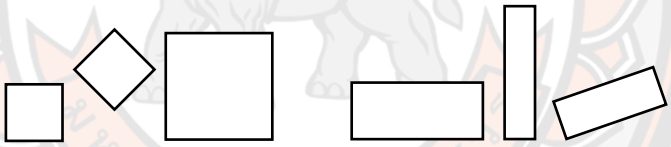
ความเป็นมาของรูปแบบแวน ฮีลี (Van Hiele Model) เป็นทฤษฎีที่เกิดจากประสบการณ์การเป็นครูคณิตศาสตร์ของ Pierre Van Hiele and Dina Van Hiele-Geldof สามีและภรรยาชาวดัตช์ ซึ่งกำลังศึกษาอยู่ในระดับปริญญาเอก มหาวิทยาลัยมหาวิทยาลัยยูเทรกต์ ประเทศเนเธอร์แลนด์ ในปี ค.ศ.1954 ได้สังเกตและทำการศึกษาปัญหาการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนเช่นเดียวกัน พบว่า นักเรียนไม่เข้าใจเรขาคณิตและนักเรียนรู้สึกว่าการเรียนเรขาคณิตเป็นเรื่องที่ยาก และจากผลการศึกษาของพวกเขาพบว่า สาเหตุที่นักเรียนไม่ประสบความสำเร็จในการเรียนรู้เรขาคณิตนั้นมีพื้นฐานมาจากความไม่สอดคล้องกันระหว่างกิจกรรมการเรียนการสอนที่กำหนดโดยครูกับระดับการคิดทางเรขาคณิตของตัวนักเรียนเอง ดังนั้นทั้งสองจึงทำการศึกษาเกี่ยวกับระดับการคิดทางเรขาคณิตและบทบาทของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อช่วยให้นักเรียนได้บรรลุตามวัตถุประสงค์ของหลักสูตรเรขาคณิต โดย Pierre Van Hiele ได้ศึกษาเกี่ยวกับระดับการคิดทางเรขาคณิต ส่วน Dina Van Hiele-Geldof ได้ศึกษาเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาระดับการคิดทางเรขาคณิตจากระดับหนึ่งไปสู่อีกระดับหนึ่งที่ต่อเนื่องกัน จนได้เป็นรูปแบบแวน ฮีลี (Van Hiele Model) ซึ่งลักษณะเด่นของรูปแบบแวน ฮีลี คือ นักเรียนต้องผ่านกระบวนการเรียนรู้ทีละขั้นจากสิ่งที่นักเรียนสังเกตเห็นจนไปสู่การพิสูจน์อย่างเป็นแบบแผน Van Hiele เชื่อว่าการที่นักเรียนจะเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิตได้นั้น ต้องมาจากการคิดในระดับขั้นสูง นักเรียนที่มีการคิดในระดับขั้นต่ำต้องมีประสบการณ์ในการคิดที่มากเพียงพอก่อนที่จะเรียนรู้ความคิดรวบยอดทางเรขาคณิตที่เป็นแบบแผน โดยไม่ขึ้นอยู่กับระดับอายุของนักเรียน ระดับการคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบของแวน ฮีลี ส่วนมากพัฒนามาจากทฤษฎีทางจิตวิทยาของ Gestalt และ Jean Piaget ซึ่ง Pierre Van Hiele ได้กล่าวว่าเขาพัฒนาความคิดรวบยอดของแต่ละระดับขั้นความคิดมาจาก Piaget คือทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาที่เชื่อว่า คนเราจะเกิดการเรียนรู้เป็นระดับขั้นหรือขั้นตอนที่ต่อเนื่องกัน คนทุกคนมีความพร้อมที่จะมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมและปฏิสัมพันธ์นั้นทำให้เกิดพัฒนาการทางสติปัญญา องค์ประกอบที่เสริมสร้างการพัฒนาสติปัญญา คือ วุฒิภาวะ

ประสบการณ์ การถ่ายทอดความรู้ทางสังคม และกระบวนการพัฒนาสมดุล (Molina, 1990 : Van Hiele, 1986 ; อ้างอิงใน ชนิศวรา ฉัตรแก้ว, 2549)

2. ระดับการคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของ Van Hiele

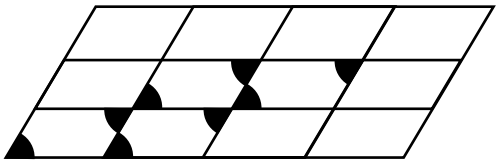
Regen, et al. (2002, pp.1–3) ได้กล่าวว่า Pierre Van Hiele และ Dina Van Hiele-Geldof ได้แบ่งระดับการคิดทางเรขาคณิตจากระดับต่ำสุดไปสู่ระดับสูงสุดเป็น 5 ระดับ มีรายละเอียดในแต่ละระดับ ดังนี้

ระดับ 0 ระดับการมองเห็นรูปธรรมภายนอก (Visualization) ในระดับนี้นักเรียนรู้เพียงรูปร่างภายนอกของรูปเรขาคณิต มีการแสดงความคิดรวบยอดทางเรขาคณิตออกมาเป็นรูปธรรมภายนอกมากกว่าองค์ประกอบหรือคุณลักษณะของรูป เช่น ถ้ากำหนดรูปเรขาคณิตให้นักเรียนบอกรูปร่างภายนอกได้แต่บอกสมบัติต่าง ๆ ของรูปไม่ได้ ในระดับนี้สามารถเรียนรู้ศัพท์ทางเรขาคณิต จำแนกรูปร่าง วาดรูป และจำลองรูป ตัวอย่างเช่น จากภาพ 1 นักเรียนในระดับนี้สามารถจำได้ว่า กลุ่ม (a) คือ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และกลุ่ม (b) คือรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยนักเรียนจำรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้ เพราะว่ามันดูเหมือนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และบอกได้ว่ารูปทั้งสองกลุ่มคล้ายกัน ยิ่งไปกว่านั้นเมื่อให้กระดานตะปู (Geoboard) หรือกระดาษ นักเรียนสามารถคัดลอกรูปร่างได้ แต่ในขั้นนี้นักเรียน จะไม่จำว่ารูปสี่เหลี่ยมมีมุมเป็นมุมฉากหรือมีด้านตรงข้ามขนานกัน



ภาพ 1 รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์ (Analysis) ในระดับนี้นักเรียนเริ่มต้นการวิเคราะห์ความคิดรวบยอดทางเรขาคณิตผ่านการสังเกตและการทดลอง นักเรียนเริ่มเห็นคุณลักษณะของรูป เห็นสมบัติของรูป สามารถแบ่งรูปออกเป็นกลุ่ม ๆ ได้ เมื่อให้ช่องที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ดังภาพ 2 นักเรียนบอกได้ว่ามุมที่วาดนั้นเป็นมุมที่เท่ากัน เป็นมุมตรงข้ามของด้านคู่ขนาน ถ้าให้ตัวอย่างที่หลากหลายนักเรียนสามารถบอกสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานได้ แต่ไม่สามารถอธิบายถึงความสัมพันธ์ที่เห็นกับรูปที่ยังมองไม่เห็นได้ ถึงบรรยายได้แต่ก็ไม่เข้าใจ



ภาพ 2 มุมในรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

ระดับ 2 ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน (Informal Deduction) ในระดับนี้นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ในสมบัติต่าง ๆ ของรูปได้ ทั้งสมบัติภายในของรูป เช่น ในรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีด้านตรงข้ามขนานกัน มุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน และสมบัติท่ามกลางรูปต่าง ๆ และสามารถแยกรูปต่าง ๆ ออกเป็นกลุ่ม ๆ ได้ตามสมบัติอย่างเข้าใจ บอกความหมายได้ สามารถสรุปอย่างไม่เป็นแบบแผนจากสิ่งที่กำหนดให้ได้ แต่ไม่สามารถสรุปโดยใช้อนิยาม นิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทได้ ไม่สามารถให้เหตุผลในลักษณะที่เป็นโครงสร้างได้ ไม่สามารถพัฒนาการพิสูจน์ทฤษฎีบทได้

ระดับ 3 ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน (Formal Deduction) ในระดับนี้นักเรียนสามารถสรุปเรขาคณิตภายใต้อนิยาม นิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทต่าง ๆ ได้อย่างเข้าใจ สามารถพิสูจน์โดยมีความเป็นไปได้ในการพัฒนาการพิสูจน์ได้หลายรูปแบบ สามารถเข้าใจเงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอ สามารถพิสูจน์ทฤษฎีบทกลับได้

ระดับ 4 ระดับการคิดสุดยอด (Rigor) ในระดับนี้นักเรียนต้องสามารถทำในระบบสัจพจน์ที่หลากหลาย ซึ่งไม่ใช่เรขาคณิตของยูคลิดได้ สามารถนำเรขาคณิตไปสัมพันธ์กับวิชาอื่น สามารถมองเรขาคณิตในลักษณะที่เป็นนามธรรม โดยปราศจากตัวอย่างที่เป็นรูปธรรม สามารถพิสูจน์แบบขัดแย้งและพิสูจน์แบบแย้งสลับที่ได้

Fuys et al. (1988) ได้กล่าวถึงระดับการคิดทางเรขาคณิตทั้ง 5 ระดับของ Van Hiele ดังนี้

ระดับที่ 0 นักเรียนสามารถระบุ เรียกชื่อ เปรียบเทียบ และดำเนินการเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตได้ เช่น รูปสามเหลี่ยม มุมต่าง ๆ การตัดกัน และเส้นขนาน ตามสิ่งที่พวกเขาเห็น

ระดับที่ 1 นักเรียนสามารถวิเคราะห์องค์ประกอบของรูปเรขาคณิต เข้าใจถึงความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบและคุณสมบัติของรูปเรขาคณิต และสามารถจัดประเภทของรูปเรขาคณิตได้

ระดับที่ 2 นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ของรูปเรขาคณิตโดยอ้างจากสมบัติหรือกฎที่ได้รู้มาหรือสามารถให้ข้อโต้แย้งอย่างไม่เป็นทางการได้

ระดับที่ 3 นักเรียนสามารถพิสูจน์ทฤษฎีบทแบบนิรนัยได้ และสร้างความสัมพันธ์ของแต่ละทฤษฎีบทได้

ระดับที่ 4 นักเรียนสามารถสร้างทฤษฎีบท วิเคราะห์และเปรียบเทียบสัจพจน์ในระบบอื่นได้

สิริพร ทิพย์คง (2532) กล่าวว่า Van Hiele Model ประกอบด้วยระดับการคิดทางเรขาคณิตจากง่ายไปยากหรือสลับซับซ้อนมากขึ้นดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 0 หรือขั้นพื้นฐาน การมองเห็น (Visualization) นักเรียนสามารถบอกชื่อรูปภาพที่มองเห็น เช่น รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า แต่นักเรียนไม่สามารถบอกคุณลักษณะส่วนย่อยได้ เช่น รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีมุม 4 มุม มีด้านตรงข้ามยาวเท่ากัน

ขั้นที่ 1 การวิเคราะห์ (Analysis) นักเรียนสามารถวิเคราะห์ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับรูปทรงเรขาคณิตได้ชัดเจนมากขึ้น สามารถบอกคุณสมบัติของรูปทรงเรขาคณิตได้ เช่น รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามขนานกันสองคู่

ขั้นที่ 2 การพิสูจน์อย่างไม่เป็นแบบแผน (Informal Deduction) นักเรียนสามารถบอกรายละเอียดปลีกย่อยเกี่ยวกับคุณสมบัติของรูปทรงต่างๆ ทางเรขาคณิต สามารถเปรียบเทียบและบอกความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกันได้ เช่น รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสคือรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน และนักเรียนสามารถบอกลักษณะที่แตกต่างกันของรูปสามเหลี่ยมได้แม้นักเรียนจะยังไม่สามารถพิสูจน์ได้

ขั้นที่ 3 การพิสูจน์อย่างมีแบบแผน (Formal Deduction) นักเรียนเข้าใจการพิสูจน์ที่มีกฎเกณฑ์ คุ้นเคยกับการพิสูจน์ และทราบว่าอะไรคือสิ่งที่กำหนดให้ และอะไรคือสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ นักเรียนสามารถตั้งกฎเกณฑ์และข้อโต้แย้งในการคิดไปตามลำดับเหตุผล

ขั้นที่ 4 การคิดขั้นสุดยอด (Rigor) นักเรียนสามารถคิดในสิ่งที่เป็นนามธรรม เช่น การเปรียบเทียบสัจพจน์ ทฤษฎี และเรขาคณิตนอกระบบยูคลิดได้ นักเรียนสามารถจัดทฤษฎีต่าง ๆ เข้าเป็นระบบและสร้างทฤษฎีใหม่ ๆ ทางเรขาคณิตได้

Brahier (2005) อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555) กล่าวว่า Van Hiele ได้แบ่งระดับการคิดทางเรขาคณิตเป็น 5 ระดับดังนี้

ระดับที่ 0 ระดับการมองเห็นด้วยตาเปล่า (Visualization) เป็นระดับที่ผู้เรียนสามารถมองเห็นลักษณะทางกายภาพโดยรวมของรูปเรขาคณิตต่าง ๆ เช่น เมื่อผู้เรียนเห็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส แล้วสามารถบอกได้ว่า นี่คือรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส แต่ไม่สามารถบอกคุณสมบัติใด ๆ ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้

ระดับที่ 1 ระดับการวิเคราะห์ (Analysis) เป็นระดับที่ผู้เรียนเริ่มตระหนักถึงลักษณะและคุณสมบัติของรูปเรขาคณิตต่าง ๆ เช่น ผู้เรียนสามารถบอกได้ว่า รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปที่มีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน ด้านตรงข้ามขนานกัน และมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก แต่ผู้เรียนยังไม่สามารถตระหนักถึงความสัมพันธ์ของรูปเรขาคณิตต่าง ๆ เช่น ผู้เรียนไม่สามารถบอกได้ว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานประเภทหนึ่ง

ระดับที่ 2 ระดับการนิรนัยอย่างไม่เป็นทางการ (Informal Deductive) เป็นระดับที่ผู้เรียนเริ่มเปรียบเทียบและสามารถสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสมบัติของรูปเรขาคณิตต่าง ๆ เช่น ผู้เรียนสามารถบอกได้ว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานประเภทหนึ่งหรือรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานไม่ใช่รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน แต่อย่างไรก็ตามผู้เรียนยังไม่สามารถพิสูจน์สิ่งต่าง ๆ ทางเรขาคณิตได้

ระดับที่ 3 ระดับนิรนัย (Deductive) เป็นระดับที่ผู้เรียนสามารถมองเห็นแนวทางที่หลากหลายในการพิสูจน์ และสามารถพิสูจน์ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามต่าง ๆ ทางเรขาคณิตได้ รวมทั้งเข้าใจถึงเงื่อนไขที่จำเป็นและเงื่อนไขที่เพียงพอต่อการพิสูจน์

ระดับที่ 4 ระดับการสร้างความรู้เชิงลึก (Rigor) เป็นระดับที่ผู้เรียนสามารถเข้าใจและเปรียบเทียบเรขาคณิตในระบบต่าง ๆ เช่น เรขาคณิตในระบบยูคลิด (Euclidean) และเรขาคณิตนอกระบบยูคลิด (Non-Euclidean) รวมทั้งเข้าใจความเป็นนามธรรมของเรขาคณิต

จากการศึกษาเกี่ยวกับระดับการคิดทางเรขาคณิตดังกล่าวสามารถสรุปได้ว่าระดับการคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบ Van Hiele Model จากระดับต่ำสุดไปสู่ระดับสูงสุดมีอยู่ 5 ระดับ คือ ระดับ 0 ระดับการมองเห็นรูปธรรมภายนอก (Visualization) ระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์ (Analysis) ระดับ 2 ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน (Informal Deduction) ระดับ 3 ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน (Formal Deduction) และระดับ 4 ระดับการคิดสุดยอด (Rigor)

3. ลักษณะสำคัญของระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของ Van Hiele

ระดับการคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวน ฮีลี มีลักษณะที่สำคัญ 5 ประการ (Crowley, 1987, p.4) ดังนี้

1. การมีลำดับ (Sequential) หมายถึง การพัฒนาที่มีลำดับขั้นตอนตามลำดับจากระดับความคิดในระดับต่ำไปยังระดับสูง จะสามารถพัฒนาความคิดไปสู่ระดับสูงได้ต้องศึกษาในระดับความคิดในระดับต่ำกว่าให้เพียงพอ

2. ความก้าวหน้า (Advancement) หมายถึง มีการพัฒนาความก้าวหน้าจากระดับหนึ่งไปอีกระดับหนึ่ง ขึ้นอยู่กับเนื้อหาและวิธีสอน ไม่ขึ้นอยู่กับอายุหรือวุฒิภาวะ ไม่มีวิธีสอนใดที่จะทำให้นักเรียนสามารถก้าวกระโดดข้ามระดับต่าง ๆ ได้

3. ความชัดแจ้ง (Intrinsic and extrinsic) หมายถึง สิ่งที่ยังไม่ชัดเจนในระดับหนึ่งจะชัดเจนในระดับถัดไป ตัวอย่างเช่น ในระดับ 0 เป็นเพียงการรู้จักเฉพาะรูปร่างแต่ไม่เข้าใจในสมบัติของรูป พอมาถึงระดับ 1 จะสามารถเข้าใจสมบัติและองค์ประกอบของรูปด้วย

4. การมีภาษา (Linguistics) หมายถึง ในแต่ละระดับจะมีภาษาและสัญลักษณ์ตลอดจนความสัมพันธ์ของการเชื่อมโยงสัญลักษณ์เหล่านี้เป็นของตนเอง ถ้าครูใช้ภาษาที่อยู่สูงกว่าระดับการคิดของนักเรียนจะทำให้นักเรียนจะไม่สามารถเข้าใจได้

5. การไม่เข้ากัน (Mismatch) หมายถึง การสอนต้องให้สอดคล้องกับระดับการคิดของนักเรียน ถ้าครูใช้วิธีการสอนในระดับที่สูงกว่าระดับการคิดของนักเรียน นักเรียนจะไม่เข้าใจและอาจจะมีแนวโน้มที่จะลดระดับการคิดลงได้

ซึ่งการกำหนดลักษณะสำคัญของระดับความคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele เพื่อให้สามารถนำระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele ไปใช้ได้อย่างถูกต้องและไปในแนวทางเดียวกัน เพื่อเป็นแนวทางในการกำหนดเนื้อหา การจัดกิจกรรม และการฝึกทักษะให้ถูกต้องตามลำดับขั้น

4. ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele

Crowley, (1987, p.5-6) การพัฒนาความคิดทางเรขาคณิตจากระดับหนึ่งไปสู่อีกระดับหนึ่งสามารถทำได้โดยการสอนและการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เหมาะสม ซึ่ง Pierre Van Hiele และ Dina Van Hiele-Geldof ได้เสนอขั้นตอนการสอนเพื่อพัฒนาระดับการคิดทางเรขาคณิต 5 ขั้นตอน ดังนี้

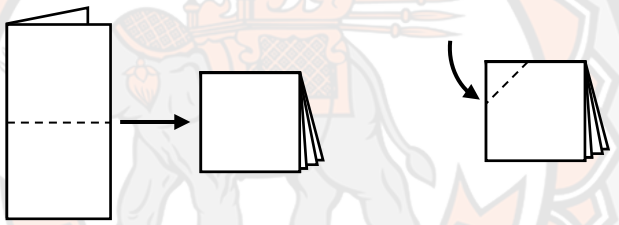
ขั้นที่ 1 การใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน (Inquiry/ Information) ครูและนักเรียนมีส่วนร่วมในการสนทนาและการทำกิจกรรมเกี่ยวกับจุดมุ่งหมายของการเรียนโดยการสังเกตและใช้คำถาม ตัวอย่างเช่น ครูถามนักเรียนว่า รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนคืออะไร รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสคืออะไร รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานคืออะไร และรูปสี่เหลี่ยมเหล่านี้เหมือนกันอย่างไร แตกต่างกันอย่างไร นักเรียนคิดว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนได้หรือไม่ รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้หรือไม่ ทำไมถึงตอบอย่างนั้น จุดมุ่งหมายของกิจกรรมนี้มี 2 ด้าน คือ 1. ครูได้เรียนรู้สิ่งที่เป็นความรู้เดิมของนักเรียนเกี่ยวกับหัวข้อนี้ และ 2. นักเรียนได้เรียนรู้สิ่งที่เป็นแนวทางการศึกษาเพิ่มเติม

ขั้นที่ 2 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง (Directed Orientation) นักเรียนสำรวจหัวข้อของการศึกษาผ่านสื่อที่ครูจัดให้อย่างเป็นลำดับขั้น กิจกรรมนี้ควรจะแสดงให้นักเรียนเห็นลักษณะโครงสร้างอย่างค่อยเป็นค่อยไป ดังนั้น สื่อส่วนใหญ่จะเป็นงานสั้น ๆ ที่ออกแบบมาเพื่อกระตุ้นการตอบสนองหรือดึงคำตอบเฉพาะ ตัวอย่างเช่น ครูให้นักเรียนใช้กระดานตะปู (Geoboard) ในการสร้างรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนที่มีเส้นทแยงมุมยาวเท่ากัน และสร้างรูปที่มีขนาดใหญ่ขึ้นหรือเล็กลง กิจกรรมอื่น ๆ อาจสร้างรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนที่มีมุมฉากสี่มุม มีมุมฉากสามมุม มีมุมฉากสองมุม และมีมุมฉากหนึ่งมุม

ขั้นที่ 3 การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Explication) สร้างจากประสบการณ์เดิมของนักเรียน โดยให้นักเรียนได้อธิบายหรือแลกเปลี่ยนมุมมองใหม่ ๆ เกี่ยวกับสิ่งที่ได้จากการสังเกต นอกเหนือจากการช่วยให้นักเรียนใช้ภาษาที่ถูกต้องและเหมาะสมแล้วบทบาทของครูจะลดลง ในขั้นนี้ความสัมพันธ์ในแต่ละระดับเริ่มชัดเจนขึ้น ตัวอย่างเช่น จากกิจกรรมเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน

ในขั้นที่ผ่านมา นักเรียนและครูจะได้อภิปรายร่วมกันเกี่ยวกับตัวเลขหรือสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน

ขั้นที่ 4 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ (Free Orientation) นักเรียนต้องเผชิญกับงานที่ซับซ้อนมากขึ้น เช่น งานที่มีหลายขั้นตอน งานที่สามารถทำให้สมบูรณ์ได้หลายวิธี และงานปลายเปิด พวกเขาจะได้รับประสบการณ์ในการค้นหาวิธีหรือด้วยตัวของพวกเขาเอง ทำให้นักเรียนมีความชัดเจนเกี่ยวกับสิ่งที่ศึกษามากขึ้น ตัวอย่างเช่น ให้นักเรียนทำกิจกรรมดังนี้ พับกระดาษรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากครึ่งหนึ่ง จากนั้นพับครึ่งอีกครึ่งหนึ่ง ดังรูป (a) แล้วให้นักเรียนจินตนาการว่าเมื่อพับเสร็จแล้ว ถ้าใช้กรรไกรตัดมุมตามเส้นประ ดังรูป (b) จะได้รูปชนิดใด เมื่อนักเรียนตอบคำถามแล้วให้นักเรียนลงมือตัดกระดาษ เพื่อตรวจสอบว่าคำตอบที่คิดไว้นั้นเป็นจริงหรือไม่ แล้วให้นักเรียนลองคิดต่อว่าถ้านักเรียนตัดเป็นมุมขนาดต่าง ๆ เช่น มุม 30° มุม 45° จะได้รูปชนิดใด แล้วอภิปรายถึงรูปที่ได้ และอภิปรายเกี่ยวกับมุมที่เกิดจากเส้นทแยงมุมตัดกัน และให้นักเรียนอภิปรายว่าเหตุใดพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนจึงเท่ากับครึ่งหนึ่งของผลคูณของเส้นทแยงมุม



(a) (b)

ขั้นที่ 5 การบูรณาการ (Integration) นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้มาทั้งหมด ซึ่งเป็นการทบทวนสิ่งที่ได้เรียนรู้ในการทำกิจกรรมตั้งแต่เริ่มต้น ครูสามารถช่วยในการสรุปโดยการมอบหมายงานที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ เมื่อสิ้นสุดขั้นตอนที่ 5 นักเรียนจะมีความคิดระดับใหม่ ขอบเขตความคิดแบบใหม่เข้ามาแทนที่ของเดิม และนักเรียนพร้อมที่จะทำซ้ำขั้นตอนของการเรียนรู้ในระดับถัดไป

Fuys.et al. (1988) ได้เสนอขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele ไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นสืบสวน (Inquiry) นักเรียนได้เรียนรู้ขอบเขตของข้อมูลโดยใช้การสืบสวนจากข้อเท็จจริงที่นำเสนอ ข้อเท็จจริงนี้จะนำนักเรียนไปสู่การค้นพบส่วนประกอบที่ถูกต้อง อาจกล่าวได้ว่าจุดเริ่มต้นของการเรียนรู้ของคนเกิดจากการที่แต่ละคนได้นำเสนอส่วนประกอบของแต่ละข้อเท็จจริง อาจจะมีความวุ่นวายและต้องปฏิบัติในทำนองเดียวกันกับทุกคน แต่ผลลัพธ์ที่ตามมาจากการสนทนาคือนักเรียนได้รับรู้หัวข้อหรือเนื้อหาสาระที่จะเรียน

2. ขั้นกำหนดเป้าหมายอย่างมีทิศทาง (Directed Orientation) นักเรียนได้สำรวจขอบเขตของข้อมูลโดยใช้การสืบสวนจากข้อเท็จจริง นักเรียนทราบถึงจุดมุ่งหมายของการเรียนแล้ว ดังนั้นข้อมูลที่เลือกใช้จะต้องค่อย ๆ แสดงให้นักเรียนเห็นส่วนประกอบที่สำคัญ

3. ขั้นความชัดแจ้ง (Exploitation) เกิดการเชื่อมโยงประสบการณ์ที่ได้รับกับสัญลักษณ์และนักเรียนได้เรียนรู้ถึงการแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับส่วนประกอบต่าง ๆ จากการสังเกตระหว่างการอภิปรายในห้องเรียน ซึ่งครูคอยดูแลให้นักเรียนได้มีการอภิปรายกันจนเป็นนิสัย ในระหว่างขั้นที่สามนี้มีระบบความสัมพันธ์เกิดขึ้นเพียงบางส่วน

4. ขั้นกำหนดเป้าหมายอย่างอิสระ (Free Orientation) นักเรียนได้รู้ขอบเขตของข้อมูลของการสืบสวนเป็นส่วนใหญ่แล้ว แต่นักเรียนยังต้องสามารถค้นพบแนวทางด้วยตัวเองได้อย่างรวดเร็ว ซึ่งก่อให้เกิดงานที่สมบูรณ์ในรูปแบบที่แตกต่างกัน งานทุกประเภทเกิดจากการใช้ขอบเขตของข้อมูลของการสืบสวน นักเรียนสามารถแสดงได้โดยใช้สัญลักษณ์

5. ขั้นบูรณาการ (Integration) นักเรียนมีแนวทางของตนเองแต่ยังต้องได้รับการอธิบายคร่าว ๆ เกี่ยวกับวิธีการที่ใช้ในการปฏิบัติงาน ดังนั้นนักเรียนต้องพยายามสรุปความคิดที่ได้จากการสำรวจ ครูสามารถช่วยเหลือโดยการตรวจสอบชิ้นงานของนักเรียน ถึงแม้ว่าการตรวจสอบเป็นสิ่งสำคัญแต่ไม่ใช่สิ่งใหม่สำหรับนักเรียน เป็นเพียงข้อสรุปจากสิ่งที่นักเรียนรู้อยู่แล้ว

Teppo (1999) อ้างถึงในสมศักดิ์ ประเสริฐมานะกิจ (2556) กล่าวว่า ในการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele ได้เสนอขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน (Inquiry or Information) ครูและนักเรียนมีส่วนร่วมในการสนทนา และมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมเกี่ยวกับจุดมุ่งหมายของการเรียนโดยการสังเกต และการใช้คำถาม

ขั้นที่ 2 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง (Direct Orientation) นักเรียนสำรวจหัวข้อของการศึกษาผ่านสื่อที่ครูจัดให้เป็นลำดับขั้น กิจกรรมนี้ควรแสดงให้นักเรียนเห็นลักษณะโครงสร้างอย่างค่อยเป็นค่อยไป ดังนั้นสื่อจะเป็นงานสั้น ๆ ที่ออกแบบมาเพื่อคำตอบเฉพาะ

ขั้นที่ 3 การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Explication) สร้างจากประสบการณ์เดิมของนักเรียน โดยที่ให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับสิ่งที่ได้จากการสังเกต ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนใช้ภาษาที่ถูกต้องและเหมาะสม ลดบทบาทของครูลง เพื่อให้นักเรียนได้อภิปรายซึ่งกันและกัน

ขั้นที่ 4 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ (Free Orientation) นักเรียนต้องเผชิญกับงานที่ยุ่งยากมากขึ้น เช่น งานที่มีหลายขั้นตอน งานที่สามารถทำให้สมบูรณ์ได้หลายวิธี และงานปลายเปิด เขาจะได้ประสบการณ์ในการค้นพบวิธีแก้ปัญหาด้วยตัวของเขาเองทำให้นักเรียนมีความชัดเจนเกี่ยวกับสิ่งที่จะศึกษามากขึ้น

ขั้นที่ 5 การสรุปรวม (Integration) นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนมาทั้งหมดโดยเป็นการทบทวนสิ่งที่ได้เรียนรู้ในการทำกิจกรรมตั้งแต่เริ่มต้น

สิริพร ทิพย์คง (2532) ได้เสนอแนวทางในการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีของ Van Hiele ไว้ดังนี้

1. การนำเข้าสู่บทเรียนโดยการใช้คำถาม (Inquiry Information) ในขั้นแรกครูจะกล่าวถึงประโยชน์และเหตุผลในการเรียนเนื้อหาวิชานั้น ๆ ตลอดจนแนะนำศัพท์ในวิชาเรขาคณิต เช่น คำว่า “รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส” “รูปสามเหลี่ยม” โดยใช้คำถามให้นักเรียนมีโอกาสได้อภิปราย เช่น “รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีลักษณะสำคัญอะไรบ้าง” เป็นต้น

2. การแนะนำโดยตรงจากครู (Directed Orientation) ในขั้นนี้ ให้นักเรียนปฏิบัติตามในสิ่งที่ครูบอกแต่ละขั้น ครูแนะนำคำศัพท์ที่ใช้ในวิชาเรขาคณิตในเนื้อหาที่กำลังสอน ครูจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีโอกาสสังเกต สำรวจและศึกษาจนเข้าใจและเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา ครูแนะนำสัญลักษณ์ที่ใช้ในวิชาเรขาคณิต และรูปทรงต่าง ๆ ทางเรขาคณิต เช่น รูปกรวย รูปทรงกระบอก ตลอดจนสมบัติที่สำคัญ ๆ เช่น สมบัติการเท่ากัน เป็นต้น

3. อธิบายให้ชัดเจน (Explicating) ขั้นนี้เป็นการส่งเสริมให้นักเรียนอธิบายและอภิปรายในสิ่งที่นักเรียนพบจากการสังเกต การสำรวจ และการคิด โดยที่ครูจะลดบทบาทลง และให้นักเรียนช่วยกันสรุปกฎเกณฑ์และสิ่งที่นักเรียนคิดว่าสำคัญ ซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อไปในการเรียนวิชาเรขาคณิต

4. การศึกษาด้วยตนเอง (Free Orientation) ขั้นนี้เป็นการให้นักเรียนมีอิสระในการเรียนมากขึ้น นักเรียนมีโอกาสสำรวจความสามารถของตนเอง มีประสบการณ์ในการเรียนรู้ด้วยตนเองมากขึ้น สามารถคิดและพิสูจน์เรขาคณิตได้ด้วยตนเอง การคิดหรือการพิสูจน์นั้นอาจมีได้หลายวิธี นอกจากนั้นนักเรียนยังมีโอกาสแก้ปัญหาที่สลับซับซ้อนและสามารถตอบคำถามเกี่ยวกับความเป็นเหตุเป็นผลได้

5. การบูรณาการ (Integration) ครูช่วยนักเรียนสรุปเนื้อหาสาระสำคัญในเรื่องที่นักเรียนเรียน โดยครูตั้งคำถามและให้นักเรียนช่วยกันตอบและแสดงความคิดเห็นในสิ่งที่นักเรียนเรียนไปแล้ว

กุลยา เหมวัสดุกิจ (2545) ได้อธิบายถึงขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบของ Van Hiele ดังนี้

ขั้นที่ 1 การใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน (Inquiry /Information) หมายถึง การที่ครูใช้คำถาม เพื่อให้นักเรียนมีความพร้อมก่อนเรียนเนื้อหาใหม่ โดยอาจใช้การทบทวนบทเรียนที่ผ่านมาแล้วโดยการใช้คำถามหรือถามให้นักเรียนยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับบทเรียนใหม่ที่จะสอน

ขั้นที่ 2 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง (Direct Orientation) หมายถึง การที่นักเรียนปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนดโดยการสำรวจหัวข้อที่ศึกษาผ่านสื่อที่ครูจัดให้ จนเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Explication) หมายถึง การที่นักเรียนอภิปรายจากสิ่งที่ได้พบจากการสังเกต การสำรวจ และการคิด เพื่อให้นักเรียนช่วยกันสรุปกฎเกณฑ์และสิ่งที่สำคัญ

ขั้นที่ 4 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ (Free Orientation) หมายถึง การให้โอกาสนักเรียนได้มีอิสระในการคิดมากขึ้น โดยการให้งานที่ซับซ้อนมากขึ้น ซึ่งงานนั้นอาจมีวิธีทำที่หลากหลาย และนักเรียนต้องใช้ความรู้ที่มีอยู่เป็นฐานในการคิด ซึ่งจะทำให้ได้ประสบการณ์ในการค้นพบวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเอง

ขั้นที่ 5 การสรุปรวม (Integration) หมายถึง การที่นักเรียนสรุปสาระในเรื่องที่เรียน

จากการศึกษาเกี่ยวกับขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของ Van Hiele ที่กล่าวมานั้น สามารถสรุปได้ว่าขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของ Van Hiele ในแต่ละขั้นตอนนั้น ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนการสอน ซึ่งทำให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดทางเรขาคณิต ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยนำมาทดลองนั้น แบ่งขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบของแวน ฮีลี ออกเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นการใช้คำถามเพื่อเข้าสู่บทเรียน (Information) เป็นขั้นที่ครูทบทวนความรู้เดิมในส่วนที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่จะเรียนรู้ใหม่ โดยการตั้งคำถามให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจที่ถูกต้องรามถึงมีการทบทวนคำศัพท์ที่เกี่ยวข้อง และแจ้งจุดประสงค์ในการเรียนรู้

2. ขั้นการเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง (Directed Orientation) เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนแต่ละคนศึกษาและเรียนรู้สิ่งใหม่โดยอาศัยความรู้เดิมอย่างเป็นขั้นตอนตามกิจกรรมที่ครูจัดตามลำดับการเรียนรู้ เพื่อเป็นแนวทางไปสู่ข้อสรุปที่จะได้จาการเรียนรู้ครูควรเลือกสื่อ อุปกรณ์และชิ้นงานที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ลงมือทำอย่างเหมาะสม เพื่อให้นักเรียนเกิดข้อคันพบมโนทัศน์และขั้นตอนทางเรขาคณิต

3. ขั้นการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Explication) เป็นขั้นที่นักเรียนนำสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้ในขั้นที่ 2 มาร่วมกันอภิปรายและแสดงความคิดเห็นในประเด็นที่เกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์ต่าง ๆ และความรู้ที่ใช้ประกอบการพิจารณา โดยให้มีการแลกเปลี่ยนข้อมูลระหว่างกัน ซึ่งเป็นข้อมูลที่เป็นผลที่ได้จากการเรียนรู้ในขั้นที่ 2 ทั้งนี้เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่สอดคล้องถูกต้องและตรงกัน โดยครูมีส่วนร่วมในการให้คำแนะนำและแก้คำศัพท์ให้อยู่ในรูปที่ถูกต้อง

4. ขั้นการเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ (Free Orientation) เป็นขั้นที่ครูนำเสนอปัญหาที่ท้าทาย เพื่อให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้จากขั้นตอนที่ผ่านมามาใช้ในการแก้ปัญหาดังกล่าวอย่างอิสระ โดยให้นักเรียนให้เหตุผลประกอบด้วยการวิเคราะห์เพื่อพิจารณาเหตุผลผลต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น ๆ แล้วแสดงการพิสูจน์ประกอบการให้เหตุผลด้วย

5. ขั้นการสรุปรวม (Integration) เป็นขั้นที่ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ตั้งแต่ขั้นที่ 1 ถึงขั้นที่ 4 โดยใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับเรขาคณิตที่ถูกต้อง และมอบหมายงานให้นักเรียนทำเพื่อเป็นการทบทวนสิ่งที่ได้เรียนรู้และมีกการให้เหตุผล

สื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative)

1. ความหมายของสื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative)

Reimer & Moyer (2005, p.6) กล่าวว่า “สื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative) เป็นแบบจำลองของสื่ออุปกรณ์ทางกายภาพที่อยู่บนเว็บไซต์ในรูปแบบของแอปเพล็ตคอมพิวเตอร์ที่มีคุณสมบัติที่เป็นประโยชน์เพิ่มเติม”

Moyer, Bolyard และSpike (2002, p.373) กล่าวว่า สื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative) คือ “การแสดงภาพแบบโต้ตอบบนเว็บของวัตถุแบบไดนามิก ที่นำเสนอโอกาสในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์”

จากการศึกษาความหมายของสื่ออปุกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ดังกล่าวสามารถสรุปได้ว่า สื่ออปุกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เป็นแบบจำลองของสื่ออุปกรณ์ทางกายภาพหรือการแสดงภาพแบบโต้ตอบที่อยู่บนเว็บไซต์ในรูปแบบของแอปเพล็ตที่นำเสนอโอกาสในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งในการค้นคว้าอิสระในรั้งนี้ผู้วิจัยเลือกใช้สื่ออุปกรณ์เสมือนเป็น Geoboard หรือกระดานตะปู ซึ่งเป็นสื่อการเรียน การสอนที่มีการโต้ตอบโดยใช้เทคโนโลยีการแสดงภาพวัตถุทางคณิตศาสตร์แบบไดนามิกที่นักเรียนสามารถจัดรูปแบบต่าง ๆ ได้ บนเว็บไซต์ https://www.mathlearningcenter.org/apps/geoboard ไม่ว่าจะเป็นการปรับลดขนาด การย้ายวัตถุต่าง ๆ เสมือนจริง

2. ความสำคัญของสื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative)

สื่ออุปกรณ์เชิงรูปธรรม (concrete manipulatives) จะพัฒนาความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (Bohan & Shawaker 1994; Bohan, M. 1996; Fueyo & Bushell 1998) สื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative) เป็นหนึ่งในเครื่องมือการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพเช่นกัน ในความเป็นจริงนักวิจัยบางคนโต้แย้งว่า สื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative) นั้นมีประสิทธิภาพในการสอนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษามากกว่าสื่ออุปกรณ์เชิงรูปธรรม (concrete manipulatives) (Clements & McMillan 1996; Reimer & Moyer 2005; Enderson 1997; and Taylor 2001)

Enderson (1997, p.32) กล่าวว่า สื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative) เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการสอนแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างละเอียดและมีประสิทธิภาพ เขาแนะนำว่าหนึ่งในประโยชน์หลักของการใช้การจัดการเสมือนจริงช่วยให้นักเรียน “กำจัดอุปสรรคในการทำงานคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งปัญหาเกี่ยวกับสูตรและการคำนวณ” การศึกษาวิจัยของเขาแสดงให้เห็นว่าการใช้สื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative) สำหรับการศึกษาปริมาตรของกล่องขยายมุมมองที่จำกัด และแยกออกจากกันของนักเรียนไปสู่มุมมองที่กว้างขึ้นและใช้งานได้จริงมากขึ้น เขาระบุว่าบ่อยครั้งที่ประสบการณ์ของนักเรียนมุ่งเน้นไปที่จำนวนเท่านั้น พิสูจน์ด้วยการทำให้เทคโนโลยีพร้อมใช้งาน นักเรียนสามารถเปลี่ยนจากมุมมองที่แคบของการพิสูจน์จำนวนเต็มในมุมมองที่มีการพิสูจน์จริงที่ข้อผิดพลาดที่มีความแม่นยำและการปัดเศษอาจกลายเป็นอีกหัวข้อหนึ่งของการอภิปราย

Taylor (1997) กล่าวว่า “การนำเทคโนโลยีไปใช้ในห้องเรียนสามารถช่วยพัฒนาหรือเปลี่ยนมุมมองความคิดทางคณิตศาสตร์จากการคำนวณและการจัดการเป็นการสร้างแบบจำลองและการแสดงหน้าที่หรือปรากฏการณ์อื่น ๆ” กล่าวอีกนัยหนึ่งว่า สื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative) สามารถช่วยให้นักเรียนเปลี่ยนจากความเข้าใจที่จำกัดของคณิตศาสตร์เพื่อความเข้าใจแนวคิดที่กว้างขึ้นของคณิตศาสตร์

Reimer และ Moyer (2005) ยังยอมรับว่าสื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative) เพิ่มระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษา การศึกษาวิจัยของเขาโดยการใช้สื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative) ในการสอนเศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 แสดงให้เห็นถึงการเปลี่ยนแปลงอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติในความรู้ทางความคิดของนักเรียนเกี่ยวกับเศษส่วน ในทำนองเดียวกันจากการสัมภาษณ์นักเรียนและการสำรวจทัศนคติระบุเกี่ยวกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative) ว่า 1. ช่วยให้นักเรียนในชั้นเรียนนี้เรียนรู้เพิ่มเติมเกี่ยวกับเศษส่วนโดยทันที และข้อเสนอแนะที่เฉพาะเจาะจง 2. ใช้งานง่ายและเร็วกว่าวิธีการใช้กระดาษและดินสอ และ 3. เพิ่มความเพลิดเพลินของนักเรียนในขณะที่เรียนรู้

คณิตศาสตร์ และยืนยันว่าสื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative) มีประสิทธิภาพมากกว่าการจัดการในการสอนทางกายภาพในชั้นเรียน เพราะการจัดการทางกายภาพขึ้นอยู่กับความสามารถของครูในการทำให้การเชื่อมโยงแนวคิดที่เป็นรูปธรรมกับสัญลักษณ์นามธรรมเหล่านี้ชัดเจน พวกเขาระบุว่าคุณสมบัติหนึ่งที่ทำให้สื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative) มีประโยชน์สำหรับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์คือ ความสามารถในการเชื่อมโยงภาพแบบไดนามิกกับสัญลักษณ์นามธรรม ข้อจำกัดอย่างหนึ่งของการจัดการทางกายภาพ นักวิจัยเหล่านี้ยังทราบว่าหนึ่งในเหตุผลหลักสำหรับประสิทธิภาพที่แสดงให้เห็นของสื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative) ในการศึกษาของพวกเขาคือ ความรู้ระดับสูงที่ครูครอบครองเกี่ยวกับการใช้การจัดการเสมือน

3. ประเภทของสื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative)

Conroy Hall, 2020, online กล่าวว่า สื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative) มี 2 ประเภท ดังนี้

1. สื่ออุปกรณ์เสมือนแบบอยู่กับที่ (static manipulatives) เป็นการแสดงเสมือนแบบคงที่ประกอบด้วยรูปภาพหรือภาพที่เกี่ยวกับรูปภาพหรือภาพวาด ซึ่งมีลักษณะคล้ายกับสื่ออุปกรณ์ที่เป็นรูปธรรม แต่ไม่สามารถจัดการในลักษณะเดียวกับสื่ออุปกรณ์ที่เป็นรูปธรรม สิ่งเหล่านี้เป็นเพียงสื่อเสมือน เพราะอาศัยการพึ่งพาอุปกรณ์เอาต์พุตอิเล็กทรอนิกส์ ตัวอย่างเช่น ใบงานและกราฟคณิตศาสตร์หรือวิทยาศาสตร์

2. สื่ออุปกรณ์เสมือนแบบไดนามิก (dynamic manipulatives) การแสดงสื่ออุปกรณ์เสมือนแบบไดนามิกของสื่ออุปกรณ์ที่เป็นรูปธรรมที่นำเสนอบนหน้าจอเอาต์พุตอิเล็กทรอนิกส์ของรูปภาพประเภทต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับรูปภาพในหนังสือหรือภาพวาดทั่วไป สื่ออุปกรณ์เหล่านี้สามารถจัดการได้เช่นเดียวกับสื่ออุปกรณ์ที่เป็นรูปธรรม

Deubel (2000) มีสื่ออุปกรณ์เสมือน 2 ประเภทที่ใช้ในการศึกษา ได้แก่

1. สื่ออุปกรณ์แบบคงที่ (static manipulatives) เป็นตัวแทนของการจัดการแบบอยู่กับที่ มีลักษณะเหมือนภาพนิ่งหรือภาพประกอบที่เรียบง่าย เขาอธิบายว่าการจัดการแบบคงที่ไม่ใช่การจัดการเสมือนที่แท้จริงและแนะนำการจัดการแบบคงที่ ที่เป็นภาพมากขึ้น เช่น รูปภาพหรือการวาดภาพ

2. สื่ออุปกรณ์แบบไดนามิก (dynamic manipulatives) ของสื่ออุปกรณ์ที่เป็นรูปธรรม ซึ่งแตกต่างจากสื่ออุปกรณ์แบบคงที่ เนื่องจากสื่ออุปกรณ์แบบไดนามิกมีพลวัตมากขึ้น คือ สามารถเคลื่อนย้ายไปรอบ ๆ เปลี่ยนแปลงและปรับพลิกไปรอบ ๆ และหันไปในทิศทางที่แตกต่างกันในรูปแบบที่คล้ายกับสื่ออุปกรณ์ที่เป็นรูปธรรม แต่อยู่ในพื้นที่เสมือนที่นักเรียนจัดการกับสื่ออุปกรณ์เหล่านี้ (Bouck & Flanagan, 2010; Moyer et al., 2002; Spicer, 2000) ดังนั้น สื่ออุปกรณ์แบบไดนามิกจึงถือว่าคล้ายกับสื่ออุปกรณ์ที่เป็นรูปธรรม (Bouck & Flanagan, 2010)

Clements และ McMillen (1996, p.76) กล่าวว่า สื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative) ที่เป็นประโยชน์ คือ โปรแกรมที่มีคุณสมบัติดังต่อไปนี้

1. มีการเปลี่ยนแปลง ทำซ้ำ และเลิกทำได้ไม่ซับซ้อน
2. อนุญาตให้นักเรียนบันทึกการกำหนดค่าและลำดับของการทำได้
3. เชื่อมโยงการแสดงที่แตกต่างกันแบบไดนามิกและรักษาการเชื่อมโยงที่สัมพันธ์กันระหว่างวัตถุภาพและสัญลักษณ์ได้
4. ให้นักเรียนและครูสามารถกำหนด สร้างและแก้ปัญหาของตนเองได้
5. ให้นักเรียนพัฒนาการควบคุมที่เพิ่มขึ้นของเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ที่ยืดหยุ่นและขยายได้ โปรแกรมดังกล่าวตอบสนองวัตถุประสงค์มากมายและช่วยสร้างความเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้

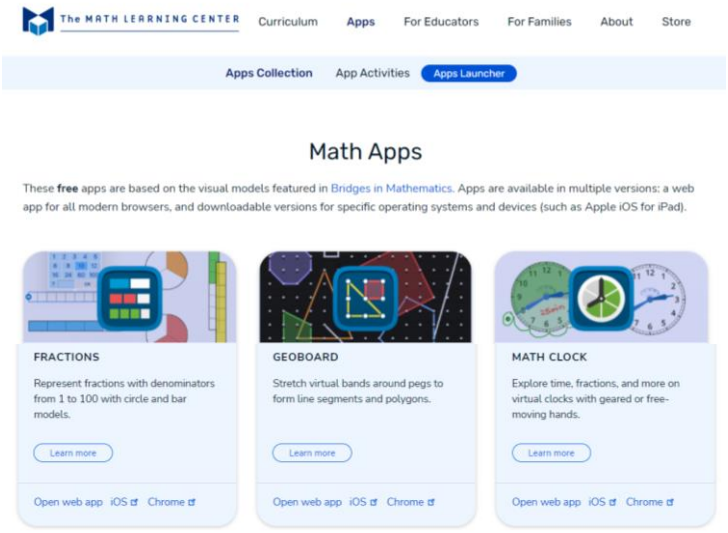
4. แหล่งการเรียนรู้ของสื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative)

ตาราง 1 สื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative) ที่ได้รับความนิยมในปัจจุบัน

เครื่องมือ	คำอธิบาย
Math Learning Center*	มีสื่ออุปกรณ์เสมือน 11 แบบทั้งที่มีอยู่ในรูปแบบมือถือและเว็บ และฟรีสำหรับบุคคลทั่วไป
Didax Manipulatives	มีสื่ออุปกรณ์เสมือน 11 แบบที่สะท้อนเครื่องมือในห้องเรียน
NCTM Illuminations	มีสื่ออุปกรณ์เสมือน 12 แบบ สำหรับการจัดการทั้ง 5 หมวดหมู่ของคณิตศาสตร์ การผสมผสานระหว่างการโต้ตอบปลายเปิดและสื่ออุปกรณ์
GeoGebra	ส่วนใหญ่ออกแบบมาสำหรับเกรด 3 ขึ้นไป ทรัพยากรที่หลากหลายที่สร้างขึ้นโดยครูที่มีระดับการปฏิบัติที่หลากหลาย

OSSE Innovation Spotlight, 2020, online

สื่ออุปกรณ์เสมือนที่ผู้วิจัยสนใจและนำมาใช้ในงานวิจัยครั้งนี้ คือ สื่ออุปกรณ์เสมือนจากศูนย์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Math Learning Center)

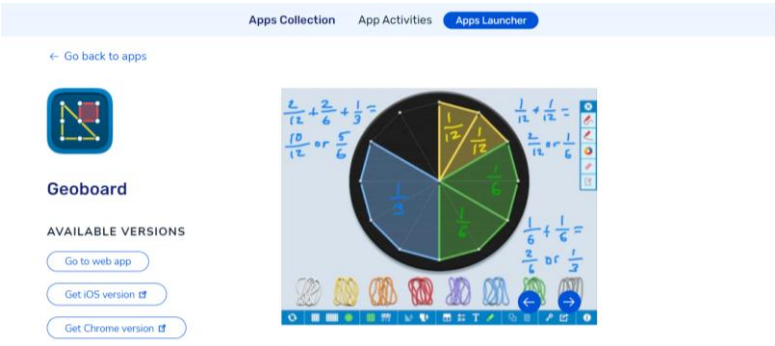


ภาพ 3 หน้าหลักของสื่ออุปกรณ์เสมือนจาก The Math Learning Center

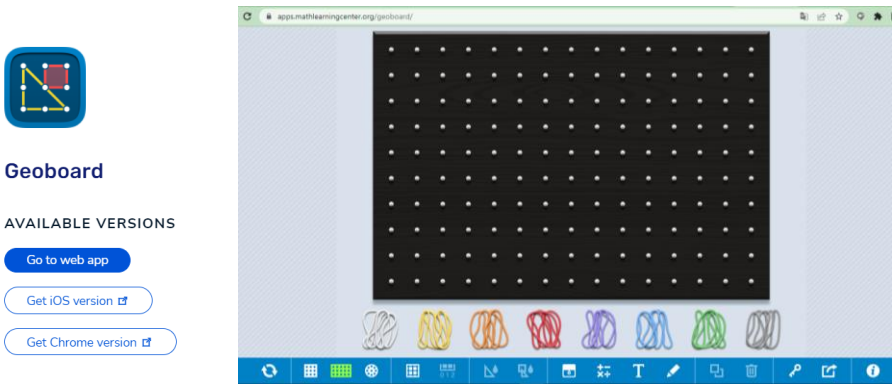
คุณสมบัติของ Math Learning Center

1. มีการเข้าใช้งานหลายรูปแบบทั้งในระบบ IOS, Android, และ Windows ในรูปแบบของแอปพลิเคชันและเว็บไซต์
2. มีสมบัติการแชร์ในตัวทั้งในรูปแบบของลิงค์ การบันทึกเป็นรูปภาพ และรหัสการเข้าถึง
3. มีวิดีโอการสอนสำหรับครู
4. มีคำแนะนำสำหรับวิธีการใช้สื่ออุปกรณ์แต่ละแบบ
5. มีความสะดวก ง่ายต่อการเขาถึง โดยไม่จำเป็นต้องเข้าสู่ระบบก่อนเข้าใช้งาน

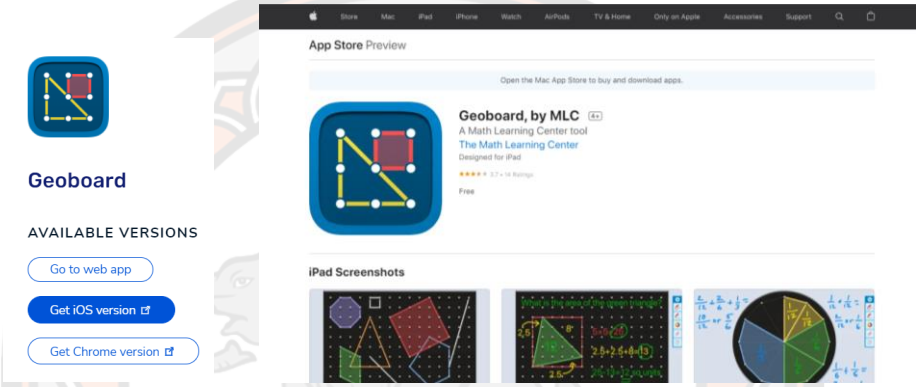
ผู้วิจัยเลือกใช้สื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative) เป็น Geoboard หรือกระดานตะปูบนเว็บไซต์ https://www.mathlearningcenter.org/apps/geoboard ซึ่งมีคุณสมบัติและลักษณะการใช้งาน ดังภาพ 4-11



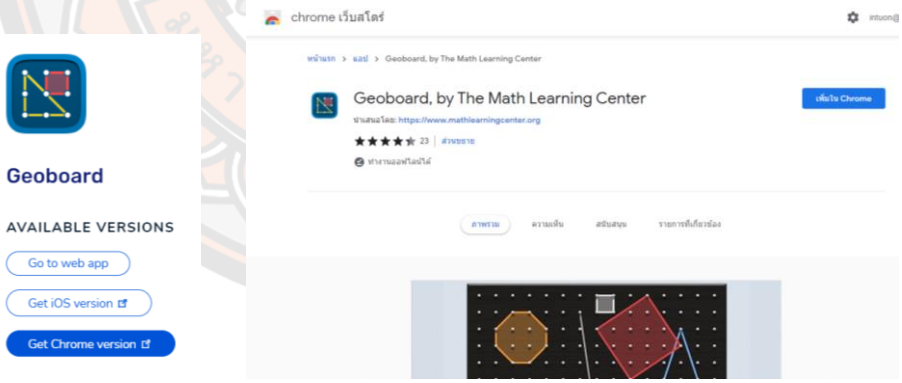
ภาพ 4 หน้าหลักของ Geoboard



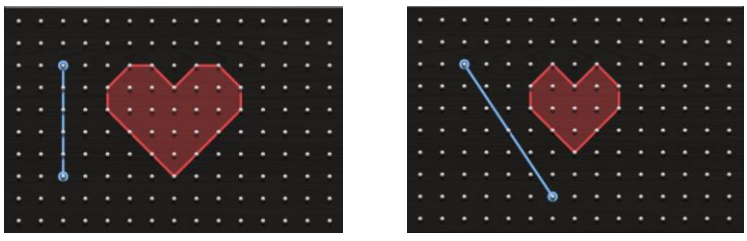
ภาพ 5 การเข้าใช้งาน Geoboard บน web app



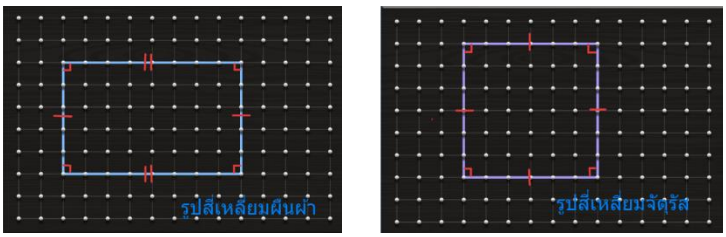
ภาพ 6 การเข้าใช้งาน Geoboard บน Get iOS version



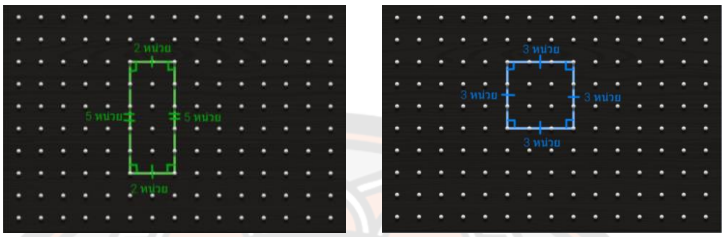
ภาพ 7 การเข้าใช้งาน Geoboard บน Get Chrome version



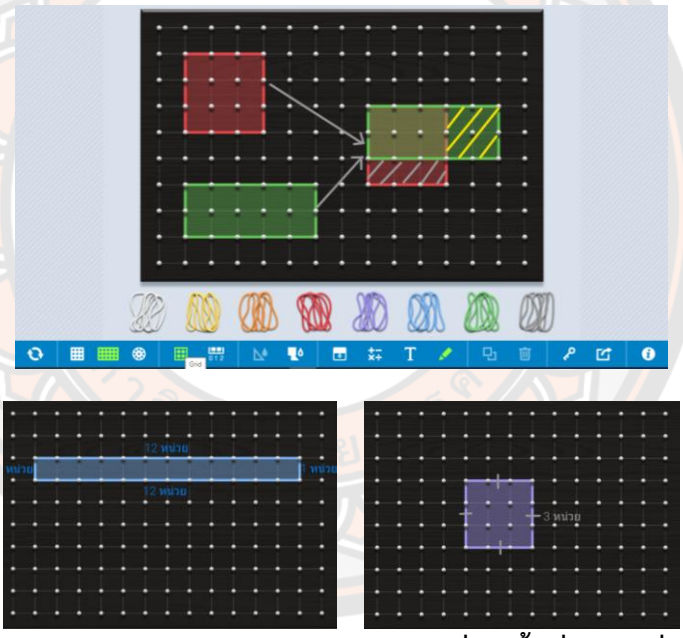
ภาพ 8 การปรับลดขนาด การย้ายวัตถุต่าง ๆ เสมือนจริง ใน Geoboard



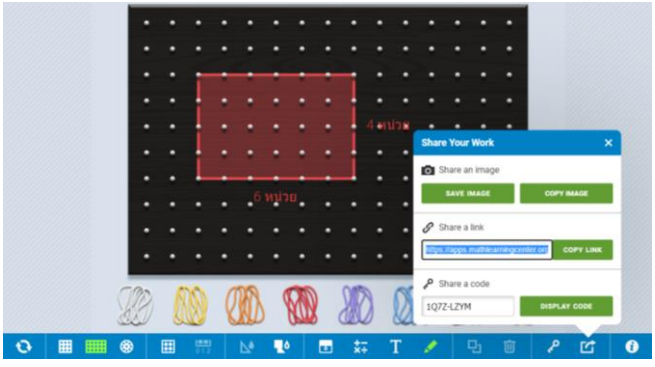
ภาพ 9 การใช้ Geoboard ในการเรียนรู้มโนทัศน์ เรื่อง ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก



ภาพ 10 การใช้ Geoboard ในการเรียนรู้มโนทัศน์ เรื่อง ความยาวรอบรูปของสี่เหลี่ยมมุมฉาก



ภาพ 11 การใช้ Geoboard ในการเรียนรู้มโนทัศน์ เรื่อง พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก



ภาพ 12 การแชร์หรือบันทึกผลงานใน Geoboard

5. การนำสื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative) มาใช้ในห้องเรียน

5.1 ประโยชน์ของการนำสื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative) มาใช้ในห้องเรียน

matific, (2020, online) กล่าวถึงประโยชน์ของสื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative) ไว้ดังนี้

1. การรวมคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีเป็นพันธมิตรที่มีประสิทธิภาพในการปฏิบัติตามมาตรฐาน
2. ใช้ได้ทุกที่ ทุกเวลา สำหรับทุกคน
3. ง่ายต่อการจัดเก็บและทำความสะอาด
4. เด็กโตอาจมองว่าสื่ออุปกรณ์เสมือนนั้นซับซ้อนกว่าการทำตามกฎ
5. ไม่จำกัดจำนวนที่มีอยู่ สามารถพิมพ์งาน/ ข้อมูลได้
6. เป็นตัวเลือกสำหรับนักเรียนที่มีความต้องการพิเศษและแตกต่าง
7. ได้รับข้อเสนอแนะทันทีสำหรับนักเรียนและครู

Conroy Hall, (2020, online) กล่าวถึงประโยชน์ของการนำสื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative) มาใช้ในห้องเรียนไว้ดังนี้

1. ดึงดูดความสนใจของนักเรียนในวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์
2. เสริมสร้างทักษะทางเทคโนโลยีในกลุ่มนักเรียน
3. กระตุ้นให้นักเรียนแสดงออก
4. เสนอทางเลือกในการเรียนรู้ให้นักเรียน
5. ให้นักเรียนออกจากการปฏิบัติในชั้นเรียนและการเปิดรับหรือสัมผัสกับแนวคิด
6. เสริมกิจกรรมในห้องปฏิบัติการแบบเดิม
7. เสนอทักษะการทดลองกับวัสดุที่ไม่สามารถรับหรือใช้ในโรงเรียนได้
8. ปรับตัวให้เข้ากับบทเรียนได้ดี
9. ราคาไม่แพง ใช้สื่ออุปกรณ์เสมือนในรูปแบบออนไลน์ได้ฟรี

5.2 การเลือกสื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative) มาใช้ในห้องเรียน

Moyer, Bolyard, & Spikell (2002) กล่าวว่าการเลือกสื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative) มาใช้ในห้องเรียนควรพิจารณาปัจจัยหลายประการ เช่น

1. สามารถปรับระดับความยากสำหรับนักเรียนที่แตกต่างกันได้หรือไม่
2. พวกเขาให้ข้อเสนอแนะประเภทใด
3. ครูจะต้องให้ข้อเสนอแนะและการสนับสนุนหรือไม่

4. คำแนะนำในการใช้งานมีความชัดเจนเพียงใด

5.3 ข้อควรพิจารณาสำหรับครูในการใช้สื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative)

1. ตรวจสอบให้แน่ใจว่าอุปกรณ์ซอฟต์แวร์รองรับสื่ออุปกรณ์เสมือนได้ก่อนการใช้งานในชั้นเรียน

2. ใช้วิธีการสอบถามกับนักเรียนในชั้นเรียน (ให้นักเรียนเล่นกับสื่ออุปกรณ์เสมือนจนกว่าเขาจะคิดออก)

3. ตรวจสอบให้แน่ใจว่าครูเลือกสื่ออุปกรณ์เสมือนที่เหมาะสมที่จะปรับปรุงบทเรียนที่วางแผนไว้

4. ตรวจสอบให้แน่ใจว่าสื่ออุปกรณ์ที่ใช้จะไม่ใช้เวลามากกว่า 60% ของบทเรียน

5. ครูสามารถใช้สื่ออุปกรณ์ที่เป็นรูปธรรมร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือนเพื่อพัฒนาทักษะต่าง ๆ ได้

5.4 คำถามสำคัญสำหรับการประเมินแหล่งการเรียนรู้ของสื่ออุปกรณ์เสมือน

1. เว็บไซต์หาง่ายหรือไม่
2. บางส่วนของ the sire ง่ายสำหรับเราหรือไม่
3. คำแนะนำชัดเจนในทุกหน้าหรือไม่
4. พลวัตของภาพและน่าสนใจหรือไม่
5. การเรียนรู้ประเภทใดที่สามารถทำได้โดยใช้เว็บไซต์
6. เว็บไซต์มีความยืดหยุ่นหรือไม่
7. หากถามคำถามมีการนำเสนอข้อเสนอแนะที่สร้างสรรค์บางประเภทหรือไม่
8. สามารถใช้กับห้องปฏิบัติการเสมือนได้หรือไม่
9. สามารถใช้ข้อมูลแบบออฟไลน์ได้หรือไม่

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. งานวิจัยในประเทศ

ชนิศวรา ฉัตรแก้ว และสิริพร ทิพย์คง (2549) ได้ศึกษาพัฒนาหน่วยการเรียนรู้เรขาคณิตและลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวน ฮีลี โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเรขาคณิตแบบพลวัตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พร้อมทั้งศึกษาลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี ซึ่งมี 5 ขั้นตอน คือ ขั้นพื้นฐานหรือขั้น 0 เป็นการมองเห็น ขั้น 1 เป็นการวิเคราะห์ (Analysis) ขั้น 2 เป็นการพิสูจน์แบบนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน (Informal Deduction) ขั้น 3 เป็นการพิสูจน์แบบนิรนัยอย่างมีแบบแผน (Formal Deduction) และขั้น 4 เป็นการคิดขั้นสุดยอด

(Rigor) นอกจากนี้ ศึกษาเจตคติและความคิดเห็นของนักเรียนหลังจากใช้หน่วยการเรียนรู้เรขาคณิต กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ 1 ห้องเรียน จำนวน 39 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มจากทั้งหมด 7 ห้องเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นประกอบด้วย 3 หน่วยการเรียนรู้ คือ เส้นขนาน ความคล้าย และการสำรวจรูปเรขาคณิตที่ใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเรขาคณิตแบบพลวัต คือโปรแกรมเรขาคณิต The Geometer's Sketchpad ในการเรียนการสอน และเน้นการเรียนรู้ตามรูปแบบแวน ฮีลี ใช้เวลาสอนทั้งหมด 14 คาบ คาบละ 50 นาที เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วยแบบสัมภาษณ์ความคิดเห็นของอาจารย์ผู้สอนคณิตศาสตร์ในการจัดการเรียนการสอนเรขาคณิต หน่วยการเรียนรู้เรขาคณิตที่มีประสิทธิภาพเท่ากับ 15.81/263 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ 70/70 แบบวัดลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิต แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบบันทึกพฤติกรรมการเรียน แบบประเมินชิ้นงานการสำรวจทางเรขาคณิต แบบวัดเจตคติต่อการเรียนเรขาคณิต และแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดหน่วยการเรียนรู้เรขาคณิตโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเรขาคณิตแบบพลวัต การวิเคราะห์เนื้อหาและวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติค่าความถี่ ค่าเฉลี่ย ค่าร้อยละ ค่า Math-paired t-test ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนด้วยหน่วยการเรียนรู้เรขาคณิตที่สร้างขึ้นมีลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวน ฮีลีเพิ่มขึ้นมากที่สุดในขั้น 2 ซึ่งเป็นการพิสูจน์แบบนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนด้วยหน่วยการเรียนรู้เรขาคณิตที่สร้างขึ้นมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนเรขาคณิต โดยคะแนนเฉลี่ยหลังการเรียนและก่อนเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 3) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ส่วนใหญ่มีความคิดเห็นที่ดีต่อการจัดหน่วยการเรียนรู้เรขาคณิตโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเรขาคณิตแบบพลวัตและการใช้โปรแกรม GSP มีความเหมาะสมในการเรียนหน่วยการเรียนรู้เรขาคณิต

สำเภา เนื่องมัจฉา (2553) ได้ศึกษาการพัฒนามโนมติทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยการใช้ตัวนำเสนอเป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามกรอบทฤษฎีของ Van Hiele สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสุวรรณคูหาพิทยาสรรค์ จังหวัดหนองบัวลาภู ปีการศึกษา 2552 โดยใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพ โดยเน้นการวิเคราะห์โปรโตคอลและบรรยายเชิงวิเคราะห์ กลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 12 คน ซึ่งคัดเลือกแบบเจาะจงและตามความสมัครใจของนักเรียน ผู้ศึกษาจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ จำนวน 6 กิจกรรม แบ่งเป็นใช้วัตถุจริงเป็นเครื่องมือการเรียนรู้จำนวน 3 กิจกรรม และใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad เป็นเครื่องมือการเรียนรู้จำนวน 3 กิจกรรม เก็บรวบรวมข้อมูลโดยการใช้บันทึกภาคสนาม เทปบันทึกเสียง วิดีทัศน์และผลงานนักเรียนจากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้แล้ว ผลการศึกษา พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ในการพัฒนาระดับการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนตามรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนของ Van Hiele โดยใช้วัตถุจริงและโปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้เป็นกิจกรรมที่มีความท้าท้าย สามารถกระตุ้นให้นักเรียนมีการคาดเดาหรือทำนายผล และตรวจสอบผลการคาดเดาส่งเสริมให้นักเรียนพัฒนาทางด้านทักษะ กระบวนการทางเรขาคณิตและสร้างองค์ความรู้ด้วยตัวของนักเรียนเอง และในด้านของการพัฒนาระดับการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียน พบว่า นักเรียนสามารถพัฒนาระดับการคิดทางเรขาคณิตของตนเองตามกรอบทฤษฎีของ Van Hiele จากระดับที่ 1 ไประดับที่ 2 และ ระดับที่ 3 ตามลาดับ

สมศักดิ์ ประเสริฐมานะกิจ (2556) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและระดับขั้นการคิดทางเรขาคณิต เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ร่วมกับการเรียนการสอนตามรูปแบบ Van Hiele กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ศึกษา คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1/4 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนปักธงชัยประชานิมิต จังหวัดนครราชสีมา จำนวน 41 คน จำนวน 1 ห้องเรียน ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เครื่องมือที่ใช้ ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ร่วมกับการจัดการเรียนการสอนตามรูปแบบ Van Hiele จำนวน 9 แผน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสำหรับใช้ทดสอบนักเรียนก่อนเรียนและหลังเรียน เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ข้อสอบปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ วิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนเรียนและหลังเรียน โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ร่วมกับการจัดการเรียนการสอนตามรูปแบบ Van Hiele โดยการทดสอบค่าที (t-test for dependent samples) พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนโดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ร่วมกับการเรียนการสอนตามรูปแบบ Van Hiele สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. งานวิจัยในต่างประเทศ

Haviger & Vojkuvkova (2014) ได้ศึกษาระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele ในโรงเรียนมัธยมศึกษาในสาธารณรัฐเช็ก กลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนอายุระหว่าง 15–17 ปี จำนวน 215 คน เป็นนักเรียนชาย จำนวน 111 คน เป็นนักเรียนหญิง จำนวน 104 คน ซึ่งมาจากโรงเรียนมัธยมศึกษาทั่วไป โรงเรียนเทคนิคระดับมัธยมศึกษา และโรงเรียนธุรกิจระดับมัธยมศึกษา ทำการทดสอบโดยใช้แบบทดสอบวัดระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Usiskin ที่แปลมาเป็นภาษาเช็ก วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติเชิงพรรณนา และการเปรียบเทียบการแจกแจงทวินาม ผลการวิจัยพบว่า

การจัดการเรียนรู้แบบ Van Hiele สามารถพัฒนาระดับของความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนเพิ่มขึ้นเป็น 1 และ 2 ระดับ และนักเรียนบางส่วนสามารถพัฒนาไปถึง 3 ระดับ และมีความแตกต่างของนักเรียนในโรงเรียนทั้งสามประเภท พบว่า นักเรียนในโรงเรียนธุรกิจระดับมัธยมศึกษามีการพัฒนาระดับความคิดทางเรขาคณิตในระดับต่ำ เนื่องจากโรงเรียนธุรกิจระดับมัธยมศึกษามีการสอนที่เน้นในเนื้อหาพีชคณิตมากกว่าเรขาคณิต จึงพัฒนาอยู่ในระดับที่ 1 โรงเรียนเทคนิคระดับมัธยมศึกษา มีการพัฒนาเพิ่มขึ้นอยู่ในระดับที่ 2 เพราะนักเรียนมีความเชี่ยวชาญด้านเรขาคณิตประยุกต์เป็นอย่างดี แต่ยังขาดความเข้าใจในแนวคิดทางทฤษฎีที่ชัดเจน และนักเรียนที่มีการพัฒนาระดับความคิดทางเรขาคณิตได้ถึงระดับ 3 และ 4 มาจากโรงเรียนมัธยมศึกษาทั่วไป เนื่องจากโรงเรียนประเภทนี้จะมีการสอนเนื้อหาที่มีความละเอียดและครอบคลุมทุกด้าน เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่ครบถ้วนเพื่อใช้เตรียมตัวในการศึกษาต่อที่มหาวิทยาลัย

Alex (2016) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีของ Van Hiele ในวิชาเรขาคณิตของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 10 จำนวน 359 คน จากโรงเรียนในเมืองอีสเทิร์นเคป ประเทศแอฟริกาใต้ แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 195 คน และกลุ่มควบคุม 164 คน โดยกลุ่มทดลองได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีของ Van Hiele และกลุ่มควบคุมได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ พบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีของ Van Hiele หลังเรียนแตกต่างกับนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีของ Van Hiele มีระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele ในระดับ 2 มากกว่าระดับ 0 และระดับ 1 แสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีของ Van Hiele ส่งผลให้ระดับการคิดทางเรขาคณิตของผู้เรียนเพิ่มขึ้นมากกว่าการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

Reimer & Moyer (2005 Online) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการเรียนของนักเรียนเกรด 3 เรื่องเศษส่วน โดยใช้การจัดการเสมือนจริง (Virtual Manipulatives) วัตถุประสงค์ของการวิจัย คือ การสำรวจผลการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์การจัดการเสมือนจริงสำหรับการสอนในหน่วยการเรียนเรื่องเศษส่วนของนักเรียนเกรด 3 การเก็บรวบรวมข้อมูลจากการวัดความรู้และทักษะการคิดคำนวณก่อนเรียนและหลังเรียน การสัมภาษณ์นักเรียนและแบบสำรวจเจตคติของนักเรียน ผลการวิจัยพบว่า มีค่านัยสำคัญทางสถิติที่ดีขึ้นของคะแนนหลังการเรียนของนักเรียนทั้งจากแบบทดสอบวัดความรู้และทักษะกระบวนการ จากการสัมภาษณ์นักเรียนและแบบสำรวจเจตคติของนักเรียน พบว่า การจัดการเสมือนจริงช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ได้ดีขึ้นในเรื่อง เศษส่วน โดยการให้ผลโดยตรงและข้อมูลย้อนกลับโดยเฉพาะง่ายและเร็วขึ้นกว่าการใช้กระดาษและดินสอ มีความสนุกสนานมากขึ้นของนักเรียนในขณะที่เรียนคณิตศาสตร์

บทที่ 3

ระเบียบวิธีวิจัย

การศึกษาครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน (Classroom Action Research : CAR) เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative) ดังรายละเอียดตามหัวข้อต่อไปนี้

1. ผู้เข้าร่วมวิจัย
2. รูปแบบการวิจัย
3. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. ขั้นตอนการดำเนินการทำวิจัย
5. การเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้เข้าร่วมวิจัย

ผู้เข้าร่วมวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4.7 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนประถมศึกษาขนาดใหญ่แห่งหนึ่ง จำนวน 45 คน ที่มีลักษณะคละความสามารถในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ โดยกำหนดตัวอย่างจากการคัดเลือกแบบเจาะจง (purposive sampling) จากห้องเรียนที่ผู้วิจัยปฏิบัติการสอน ซึ่งนักเรียนจะเรียนในรูปแบบ Online และ On-site ควบคู่กัน โดยนักเรียนกลุ่มเรียน Online จะเข้าเรียนผ่านโปรแกรมประชุมออนไลน์ Google Meet และนักเรียนกลุ่ม On-site จะเข้าเรียนในห้องเรียนปกติ

รูปแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ใช้รูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน (Classroom Action Research) เป็นแนวทางในการดำเนินการวิจัยเพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้สื่ออุปกรณ์เสมือนร่วมกับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่

1. การวางแผน (Plan) ผู้วิจัยศึกษาและวิเคราะห์สภาพปัญหาที่เกิดขึ้นในห้องเรียนของตนเอง ซึ่งพบว่านักเรียนประสบปัญหาเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จึงได้ศึกษาวิธีการแก้ปัญหาจากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องต่าง ๆ และได้แนวทางการการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative) มาปรับใช้ในการออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้

2. การปฏิบัติ (Act) ผู้วิจัยลงมือปฏิบัติตามขั้นตอนในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ออกแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative) ที่ได้ออกแบบไว้ในแต่ละวงจรปฏิบัติการ

3. การสังเกต (Observe) ผู้วิจัยสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนในระหว่างการจัดการเรียนรู้ โดยบันทึกข้อมูลที่เกิดขึ้นจากการปฏิบัติการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้เครื่องมือในการเก็บข้อมูล คือ แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ของแต่ละวงจรปฏิบัติการ

4. การสะท้อนผล (Reflect) ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์ร่วมกันสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ โดยการวิเคราะห์พูดคุย แลกเปลี่ยนความคิดเห็นถึงปัญหาที่เกิดขึ้นขณะจัดการเรียนรู้ และนำผลจากการสะท้อนมาปรับปรุงและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการต่อไป

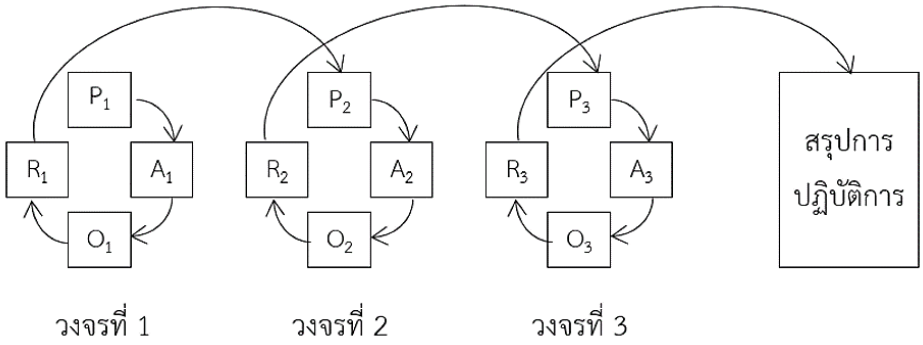
ขั้นตอนทั้ง 4 ขั้นตอนนี้เกี่ยวข้องและพัฒนาต่อเนื่องกันเป็นวงจรปฏิบัติการ และหมุนเป็นวงกลม ซึ่งในการวิจัย เรื่อง การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative) ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนของวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน โดยมีลักษณะทำซ้ำเป็นวงจรปฏิบัติการทั้งหมด 3 วงจรปฏิบัติการ แบ่งได้ดังนี้

วงจรปฏิบัติการที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

วงจรปฏิบัติการที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

วงจรปฏิบัติการที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

โดยลักษณะของวงจรปฏิบัติการทั้ง 3 แสดงดังภาพ 13



ภาพ 13 แสดงวงจรของการวิจัยเชิงปฏิบัติการ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยนี้แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ

1.1 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1.1.1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 3 แผนการจัดการเรียนรู้ ใช้เวลาทั้งหมด 10 ชั่วโมง ประกอบด้วย

1) แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก จำนวน 2 ชั่วโมง

2) แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก จำนวน 4 ชั่วโมง

3) แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก จำนวน 4 ชั่วโมง

1.2 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

1.2.1 แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives)

1.2.2 แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ แบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก

1.2.3 แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้ แบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก

โดยเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการวิจัย ดังตาราง 2

ตาราง 2 แสดงความสัมพันธ์ของจุดประสงค์ของการวิจัยกับเครื่องมือการวิจัย

ที่	จุดประสงค์	เครื่องมือวิจัย
1	เพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual manipulatives) เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4
		แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives)
2	เพื่อศึกษาผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 เมื่อจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives)	แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้
		แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้

2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เป็นไปตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

2.1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives)

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยเก็บรวบรวมข้อมูลจากแบบบันทึกหลังแผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งผู้วิจัยเป็นผู้จดบันทึก บรรยายเหตุการณ์ ปัญหา และสิ่งที่เกิดขึ้นแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ว่าเป็นอย่างไร มีความเหมาะสมหรือไม่ ควรแก้ไขปรับปรุงอย่างไร เพื่อเป็นแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ซึ่งมีขั้นตอนการสร้างดังต่อไปนี้

2.1.1 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

2.1.2 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) และหลักสูตรของสถานศึกษา กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยศึกษาเกี่ยวกับมาตรฐานการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ ตัวชี้วัด คำอธิบายรายวิชา วิธีการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4

2.1.3 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี หลักการเกี่ยวกับกระบวนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele และสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) จากเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1.4 กำหนดเนื้อหา มโนทัศน์ และจุดประสงค์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 3 แผนการจัดการเรียนรู้ ใช้เวลาทั้งหมด 10 ชั่วโมง แสดงดังตาราง 3

ตาราง 3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแผนการจัดการเรียนรู้กับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และเวลาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้

แผนที่	ชื่อแผนการจัดการเรียนรู้	ชื่อมโนทัศน์	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	เวลา (ชั่วโมง)
1	**ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก**			**2**
	ชนิดของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก	รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก	รูปสี่เหลี่ยมที่มีมุมทั้งสี่มุมเป็นมุมฉาก เรียกว่า รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก	
		รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า	รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านตรงข้ามยาวเท่ากัน 2 คู่ โดยด้านที่อยู่ติดกันยาวไม่เท่ากัน เรียกว่า รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ด้านที่สั้นกว่าเรียกว่าด้านกว้าง ด้านที่ยาวกว่า เรียกว่าด้านยาว	
		รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส	รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านยาวเท่ากันทุกด้าน เรียกว่า รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส	

ตาราง 3 (ต่อ)

แผนที่	ชื่อแผนการจัดการเรียนรู้	ชื่อมโนทัศน์	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	เวลา (ชั่วโมง)
2	**การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก**			**4**
	ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก	ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก	ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เป็นผลบวกของความยาวของด้านทุกด้านของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก	
		การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า	ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า = 2 × (ความกว้าง + ความยาว)	
		การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า	ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า = 2 × (ความกว้าง + ความยาว)	
		การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส	ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส = 4 × ความยาวด้าน	

ตาราง 3 (ต่อ)

แผนที่	ชื่อแผนการจัดการเรียนรู้	ชื่อมโนทัศน์	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	เวลา (ชั่วโมง)
3	**พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก**			**4**
	พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก	พื้นที่	พื้นที่ เป็นบริเวณภายในที่ถูกปิดล้อมด้วยขอบของรูป หรือบริเวณภายในของรูปปิด	
		การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากโดยการนับตารางหน่วย	การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากหาได้จากการนับจำนวนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่เรียงติดกันและไม่ซ้อนทับกัน จนเต็มพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากนั้น	
		การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากโดยใช้สูตร	พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า = ความกว้าง × ความยาว	
			พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส = ความยาวด้าน × ความยาวด้าน	

โดยแผนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 แต่ละแผนการจัดการเรียนรู้มีรายละเอียดดังนี้

1) ชื่อแผนการจัดการเรียนรู้

2) มาตรฐานการเรียนรู้ และตัวชี้วัด/ผลการเรียนรู้

3) จุดประสงค์การเรียนรู้

4) สาระสำคัญ/ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

5) สาระการเรียนรู้

6) กิจกรรมการเรียนรู้ประกอบด้วย 5 ขั้นตอนตามการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน (Inquiry/ Information) ครูและนักเรียนมีส่วนร่วมในการสนทนาและการทำกิจกรรมเกี่ยวกับมโนทัศน์หรือจุดมุ่งหมายของการเรียน โดยการสังเกตและใช้คำถาม และใช้สื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) แสดงภาพประกอบ เพื่อให้นักเรียนได้ทบทวนมโนทัศน์เดิมที่เป็นพื้นฐานของการเรียนรู้มโนทัศน์ที่เป็นจุดมุ่งหมายของการเรียน

ขั้นที่ 2 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง (Directed Orientation) นักเรียนสำรวจหัวข้อของการศึกษาผ่านสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ที่ครูจัดให้อย่างเป็นลำดับขั้น กิจกรรมนี้ควรจะแสดงให้นักเรียนเห็นลักษณะโครงสร้างอย่างค่อยเป็นค่อยไป ดังนั้น โจทย์ส่วนใหญ่จะเป็นโจทย์สั้น ๆ ที่ออกแบบมาเพื่อกระตุ้นการตอบสนองหรือดึงคำตอบที่เฉพาะเจาะจงเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่เรียน

ขั้นที่ 3 การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Explication) สร้างจากประสบการณ์เดิมของนักเรียนที่ได้เรียนรู้ผ่านสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) โดยให้นักเรียนได้อธิบายหรือแลกเปลี่ยนมุมมองใหม่ ๆ เกี่ยวกับสิ่งที่ได้จากการสังเกต นอกเหนือจากการช่วยให้นักเรียนใช้ภาษาที่ถูกต้องและเหมาะสมแล้วบทบาทของครูจะลดลง ในขั้นนี้ความสัมพันธ์ของแต่ละมโนทัศน์เริ่มชัดเจนขึ้น

ขั้นที่ 4 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ (Free Orientation) นักเรียนต้องเผชิญกับโจทย์ที่ซับซ้อนมากขึ้น โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนสามารถใช้สื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ช่วยในการแก้ปัญหาได้ เช่น โจทย์ที่มีหลายขั้นตอน โจทย์ที่สามารถทำให้สมบูรณ์ได้หลายวิธี และโจทย์ปลายเปิด นักเรียนจะได้รับประสบการณ์ในการค้นหาวิธีแก้โจทย์ด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ชัดเจนเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่เรียนมากขึ้น

ขั้นที่ 5 การสรุปรวม (Integration) นักเรียนร่วมกันสรุปมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้ โดยการเล่าเรื่องราวเชื่อมโยงกับสิ่งที่ได้เรียนรู้มาตั้งแต่ขั้นที่ 1 ถึงขั้นที่ 4 และให้นักเรียนสรุปมโนทัศน์และฝึกการใช้โนทัศน์นั้น ๆ ผ่านการทำใบงานหรือสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ที่ครูออกแบบไว้

7) สื่อ/อุปกรณ์/แหล่งการเรียนรู้
8) การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้
9) บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

2.1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่สร้างขึ้นจำนวน 3 แผนการจัดการเรียนรู้เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษา เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง ความสอดคล้องของจุดประสงค์การเรียนรู้กับกระบวนการจัดการเรียนรู้ ความเหมาะสม และนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อแนะนำ

2.1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อประเมินตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย

1) อาจารย์ในระดับอุดมศึกษา สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา/ การสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ จำนวน 1 ท่าน

2) อาจารย์ในระดับอุดมศึกษา สาขาวิทยาศาสตร์ศึกษา/ การสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ จำนวน 1 ท่าน

3) ครูวิทยฐานะชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในโรงเรียน จำนวน 1 ท่าน

เพื่อพิจารณาความเหมาะสมขององค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ 5 องค์ประกอบ ได้แก่ ด้านจุดประสงค์การเรียนรู้ ด้านสาระการเรียนรู้ ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ ด้านสื่อการเรียนรู้ และด้านการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ โดยผู้วิจัยใช้แบบประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบมาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ (Rating Scale) ตามแบบของลิเคิร์ท (Likert) โดยให้ผู้เชี่ยวชาญลงความเห็นในแบบประเมิน มีเกณฑ์การให้คะแนนความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ ดังนี้

เหมาะสมมากที่สุด	ให้คะแนน 5 คะแนน
เหมาะสมมาก	ให้คะแนน 4 คะแนน
เหมาะสมปานกลาง	ให้คะแนน 3 คะแนน
เหมาะสมน้อย	ให้คะแนน 2 คะแนน
เหมาะสมน้อยที่สุด	ให้คะแนน 1 คะแนน

หลังจากนั้นนำผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้จากผู้เชี่ยวชาญแต่ละท่านมาคำนวณหาค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานในแต่ละด้านที่ประเมินแล้วนำไปเทียบกับเกณฑ์การแปลความหมาย (รัตนะ บัวสนธ์, 2556) ดังนี้

ค่าเฉลี่ย 4.50–5.00 หมายถึง มีความเหมาะสมมากที่สุด

ค่าเฉลี่ย 3.50–4.49 หมายถึง มีความเหมาะสมมาก

ค่าเฉลี่ย 2.50–3.49 หมายถึง มีความเหมาะสมปานกลาง

ค่าเฉลี่ย 1.50–2.49 หมายถึง มีความเหมาะสมน้อย

ค่าเฉลี่ย 1.00–1.49 หมายถึง มีความเหมาะสมน้อยที่สุด

เกณฑ์การตัดสินผลการประเมิน คือ ใช้เกณฑ์ค่าเฉลี่ยไม่ต่ำกว่า 3.50 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานไม่เกิน 1.00 ถือว่าแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสม โดยผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้สื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 พบว่า แผนการจัดการเรียนรู้มีค่าเฉลี่ยโดยรวมเท่ากับ 4.80 อยู่ในระดับที่มีความเหมาะสมมากที่สุด และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานโดยรวม เท่ากับ 0.17 ถือว่าแผนการจัดการเรียนรู้ดังกล่าวเป็นแผนการจัดการเรียนรู้ที่มีความเหมาะสมมากที่สุดและสามารถนำไปใช้ได้

2.1.7 ปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ตามข้อแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ ตามประเด็นต่อไปนี้

1) ระบุชนิดของสื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulatives) ที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ให้ชัดเจน โดยระบุว่าใช้ Geoboard หรือกระดานตะปู

2) ปรับกิจกรรมในขั้นการเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทางให้เชื่อมโยงกับขั้นการเรียนรู้ก่อนหน้า

3) เพิ่มเติมรายละเอียดของการใช้สื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulatives) ในกิจกรรมการเรียนรู้ขั้นที่ 2 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทางในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เพื่อให้สอดคล้องกับนิยามศัพท์ที่ระบุว่ามีการใช้สื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulatives)

2.1.8 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาอีกครั้ง เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมก่อนจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ฉบับที่สมบูรณ์เพื่อนำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้

2.2 แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้

แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ คือ แบบวิเคราะห์การจัดการเรียนรู้จากการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการจัดการเรียนรู้ และทำการจดบันทึก บรรยายเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนในแต่ละวงจรปฏิบัติการ ซึ่งบันทึกในแต่ละขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 รวมถึงประเด็นของปัญหาหรืออุปสรรค และแนวทางการปรับปรุงแก้ไขการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยในวงจรปฏิบัติการถัดไป โดยมีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

2.2.1 ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้

2.2.2 กำหนดขอบเขตการบันทึกข้อมูลของแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้

2.2.3 สร้างแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้โดยมีลักษณะเป็นแบบเขียนบันทึกประเด็น ดังนี้

1) การจัดการเรียนรู้สอดคล้องตามกระบวนการของการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) หรือไม่ อย่างไร

2) ปัญหาหรืออุปสรรคที่พบจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

3) แนวทางการปรับปรุงแก้ไขการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยในวงจรปฏิบัติการถัดไป

2.2.4 นำแบบสะท้อนการจัดการเรียนรู้เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษา เพื่อตรวจสอบความเหมาะสม และปรับปรุงแก้ไขแบบสะท้อนการจัดการเรียนรู้ตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษา

2.2.5 นำแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อประเมินตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมของแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย

1) อาจารย์ในระดับอุดมศึกษา สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา/ การสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ จำนวน 1 ท่าน

2) อาจารย์ในระดับอุดมศึกษา สาขาวิทยาศาสตร์ศึกษา/ การสอนวิทยาศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ จำนวน 1 ท่าน

3) ครูวิทยฐานะชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในโรงเรียน จำนวน 1 ท่าน

2.2.6 ปรับปรุงแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ตามข้อแนะนำของผู้เชี่ยวชาญตามประเด็นต่อไปนี้

1) เพิ่มบรรทัดในการเขียนสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ในแต่ละข้อ เพื่อเพิ่มพื้นที่ในการเขียนสะท้อนผลที่มากขึ้น ละเอียดครอบคุมมากขึ้น

2) ปรับข้อความให้กระชับและชัดเจนมากขึ้น เพื่อให้ผู้สังเกตการณ์และผู้ร่วมสังเกตการณ์มีความเข้าใจในประเด็นที่ต้องการสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้มากขึ้น

2.2.7 จัดทำแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ฉบับสมบูรณ์ เพื่อนำแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ไปใช้บันทึกข้อมูลการจัดการเรียนรู้แต่ละวงจรการจัดการเรียนรู้

2.3 แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นแบบเลือกตอบ ชนิด 4 ตัวเลือก โดยมีความสอดคล้องกับระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele เพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ประกอบด้วยแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งวัดครั้งละมโนทัศน์ตามแผนการจัดการเรียนรู้ และแบบวัด

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้ซึ่งใช้แบบวัดเดียวกับแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้โดยนำมาวัดรวมกันทุกมโนทัศน์อีกครั้งหนึ่ง มีขั้นตอนการสร้างดังต่อไปนี้

2.3.1 ศึกษาเอกสารและวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเพื่อกำหนดจุดมุ่งหมายในการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

2.3.2 ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง แล้วกำหนดประเด็นของการทดสอบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2.3.3 สร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เป็นแบบเลือกตอบ ชนิด 4 ตัวเลือก ประกอบด้วย มโนทัศน์ เรื่อง ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก จำนวน 15 ข้อ ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก จำนวน 15 ข้อ และ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก จำนวน 20 ข้อ รวมทั้งสิ้นจำนวน 50 ข้อ ให้สอดคล้องกับระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele และครอบคลุมมโนทัศน์ตามแผนการจัดการเรียนรู้ ดังตาราง 4

ตาราง 4 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และดับการคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบ Van Hiele

ระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele	แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ (ข้อที่)			แบบทดสอบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้ (ข้อที่)		
	วงจรที่ 1 ชนิดและสมบัติ	วงจรที่ 2 ความยาวรอบรูป	วงจรที่ 3 พื้นที่	ชนิดและสมบัติ	ความยาวรอบรูป	พื้นที่
ระดับ 0 ระดับการมองเห็นรูปธรรมภายนอก (Visualization)	1, 2, 3	1, 2, 3	1, 2, 3, 4	1, 2, 3	16, 17, 18	31, 32, 33, 34
ระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์ (Analysis)	4, 5, 6	4, 5, 6	5, 6, 7, 8	4, 5, 6	19, 20, 21	35, 36, 37, 38

ตาราง 4 (ต่อ)

ระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele	แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ (ข้อที่)			แบบทดสอบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้ (ข้อที่)		
	วงจรที่ 1 ชนิดและสมบัติ	วงจรที่ 2 ความยาวรอบรูป	วงจรที่ 3 พื้นที่	ชนิดและสมบัติ	ความยาวรอบรูป	พื้นที่
ระดับ 2 ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน (Informal Deduction)	7, 8, 9	7, 8, 9	9, 10, 11, 12	7, 8, 9	22, 23, 24	39, 40, 41, 42
ระดับ 3 ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน (Formal Deduction)	10, 11, 12	10, 11, 12	13, 14, 15, 16	10, 11, 12	25, 26, 27	43, 44, 45, 46
ระดับ 4 ระดับการคิดสุดยอด (Rigor)	13, 14, 15	13, 14, 15	17, 18, 19, 20	13, 14, 15	28, 29, 30	47, 48, 49, 50
รวม	**15**	**15**	**20**	**50**		

2.3.4 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อตรวจสอบความถูกต้องและเหมาะสม

2.3.5 ปรับปรุงแก้ไขแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษา

2.3.6 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อประเมินตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย

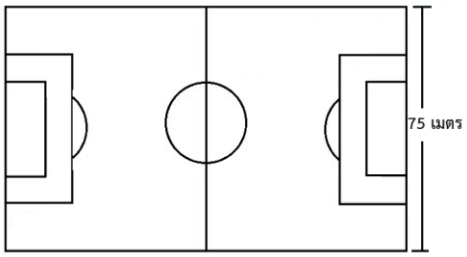
1) อาจารย์ในระดับอุดมศึกษา สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา/การสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ จำนวน 1 ท่าน

2) ครูวิทยฐานะชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในโรงเรียน จำนวน 1 ท่าน

3) ครูผู้ทรงคุณค่า กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในโรงเรียน จำนวน 1 ท่าน

2.3.7 ปรับปรุงแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามข้อแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ ตามประเด็นต่อไปนี้

1) แบบวัดระดับที่ 3 ข้อที่ 17. สนามฟุตบอลแห่งหนึ่ง มีความยาวรอบรูป 450 เมตร มีด้านกว้างยาว 75 เมตร



จากข้อมูลของสนามฟุตบอล ข้อใดถูกต้อง

ก. มีด้านยาว 1 ด้าน ยาว 300 เมตร

ข. มีพื้นที่ 11,250 ตารางเมตร

ค. มีด้านยาว ยาว เป็น 4 เท่าของด้านกว้าง

ง. มีด้านยาว ยาวกว่าด้านกว้างอยู่ 225 เมตร

โจทย์สอดคล้องกับระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele แต่ตัวเลือกควรเป็นตัวเลือกเกี่ยวกับการหาความยาวของด้านยาว หรือเป็นการเน้นไปที่มโนทัศน์ เรื่อง ความยาวรอบรูปเพียง 1 มโนทัศน์ จึงทำการปรับตัวเลือกตามคำแนะนำจากผู้เชี่ยวชาญ ดังนี้

ก. มีด้านยาว ยาวเป็น 4 เท่าของด้านกว้าง

ข. มีด้านยาว ยาวกว่าด้านกว้างอยู่ 225 เมตร

ค. มีด้านยาว 1 ด้าน ยาว 300 เมตร

ง. มีด้านยาวยาวเท่ากับ 150 เมตร

2) แบบวัดระดับที่ 4 ข้อที่ 20. สระว่ายน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความยาว 500 เมตร ความกว้าง 25 เมตร นักเรียนว่ายน้ำไม่ค่อยเป็นจึงว่ายน้ำโดยเกาะขอบสระไปเรื่อย ๆ จนรอบสระ นักเรียนว่ายน้ำเป็นระยะทางเท่าไร

ก. 525 เมตร ข. 1,050 เมตร

ค. 10,525 เมตร ง. 12,500 เมตร

โจทย์สอดคล้องกับระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele แต่สระน้ำในโจทย์มีความยาวมากเกินไปเมื่อเปรียบเทียบกับสระน้ำในความเป็นจริง จึงทำการศึกษาข้อมูลขนาดของสระน้ำและปรับลดความยาวและความกว้างของสระน้ำ และปรับตัวเลือก ดังนี้

สระว่ายน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความยาว 50 เมตร ความกว้าง 21 เมตร นักเรียนว่ายน้ำไม่ค่อยเป็นจึงว่ายน้ำโดยเกาะขอบสระไปเรื่อย ๆ จนรอบสระ นักเรียนว่ายน้ำเป็นระยะทางเท่าไร

ก. 71 เมตร ข. 142 เมตร

ค. 284 เมตร ง. 1,050 เมตร

3) แบบวัดระดับที่ 4 ข้อที่ 22. มีกระดาษแข็งรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 29 เซนติเมตร ยาว 30 เซนติเมตร นำมาตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 20 เซนติเมตร จำนวน 2 แผ่น กระดาษแข็งที่เหลือจากการตัดมีพื้นที่เท่าใด

ก. 70 ตารางเซนติเมตร ข. 870 ตารางเซนติเมตร

ค. 400 ตารางเซนติเมตร ง. 470 ตารางเซนติเมตร

โจทย์สอดคล้องกับระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele แต่ขนาดของกระดาษแข็งรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าจะไม่สามารถนำมาตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 20 เซนติเมตร จำนวน 2 แผ่นได้ จึงทำการปรับลดขนาดความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสลง และปรับตัวเลือก ดังนี้

มีกระดาษแข็งรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 29 เซนติเมตร ยาว 30 เซนติเมตร นำมาตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ยาวด้านละ 15 เซนติเมตร จำนวน 2 แผ่น กระดาษแข็งที่เหลือจากการตัดมีพื้นที่เท่าใด

ก. 420 ตารางเซนติเมตร ข. 450 ตารางเซนติเมตร

ค. 870 ตารางเซนติเมตร ง. กระดาษหมดพอดี

2.3.8 นำแบบวัดที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาอีกครั้ง เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสม ก่อนจัดทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ฉบับสมบูรณ์ เพื่อนำไปใช้วิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และมีการกำหนดเกณฑ์การประเมินชัดเจน

ขั้นตอนการดำเนินการทำวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ใช้รูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน ซึ่งได้ดำเนินการตามขั้นตอนของการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน แสดงดังภาพ 14

ภาพ 14 แสดงขั้นตอนการวิจัยเชิงปฏิบัติการ

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยได้จัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยผู้วิจัยดำเนินการเก็บข้อมูลด้วยตนเองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 ซึ่งใช้เวลาในการเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งหมด 10 ชั่วโมง โดยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล ดังต่อไปนี้

1. ปฐมนิเทศและชี้แจงจุดประสงค์การจัดการเรียนรู้ให้กับนักเรียนที่เป็นผู้เข้าร่วมวิจัย

2. ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 3 แผนการจัดการเรียนรู้ ใช้เวลาทั้งหมด 10 ชั่วโมง

3. ในระหว่างทำการจัดการเรียนรู้นักเรียนแต่ละคนจะร่วมกันตอบคำถาม แสดงความคิดเห็น และเล่าเรื่องราวเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่เรียน และเขียนคำตอบลงในกระดาษหรือพิมพ์คำตอบลงในข้อความในสาย ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์ร่วมกันสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนในการร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ และจดบันทึกลงในแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives)

4. เมื่อจบการจัดการเรียนรู้ในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ เป็นเวลา 1 ชั่วโมง

5. เมื่อจบการจัดการเรียนรู้ในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยเก็บรวบรวมแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ และแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์ รวมถึงพูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นถึงปัญหาที่เกิดขึ้นขณะจัดการเรียนรู้ เพื่อนำข้อมูลที่ได้มาเขียนเป็นสรุปผลการสังเกตการจัดการเรียนรู้แล้ววิเคราะห์เพื่อทำการสะท้อนผลและปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ในวงจรต่อไป

6. เมื่อดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้ เป็นเวลา 2 ชั่วโมง

7. นำผลที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งหมดไปทำการวิเคราะห์ข้อมูล

วิธีการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลนั้น ผู้วิจัยได้นำข้อมูลจากการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ และแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งจะทำการวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้เมื่อสิ้นสุดในแต่ละวงจรปฏิบัติการ และวิเคราะห์ภาพรวมทั้งหมดเมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้ครบทั้ง 3 วงจร จากนั้นนำผลการวิเคราะห์ข้อมูลทั้งสามแหล่งมาเปรียบเทียบกัน เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องของผลการวิเคราะห์ข้อมูล โดยการวิเคราะห์นั้นจะแบ่งออกเป็น 2 ส่วน ตามวัตถุประสงค์ทั้ง 2 ข้อ ได้แก่

1. เพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4

2. เพื่อศึกษาผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 เมื่อจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4

รายละเอียดดังตาราง 5

ตาราง 5 แสดงความสัมพันธ์ของเครื่องมือที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลตามจุดประสงค์ของงานวิจัย

วัตถุประสงค์	**แผนการจัดการเรียนรู้**	**แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้**	**แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้**	**แบบทดสอบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้**
ข้อที่ 1	✓	✓		
ข้อที่ 2			✓	✓

ซึ่งมีรายละเอียดการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1. การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4

ในการวิเคราะห์ข้อมูลนั้น ผู้วิจัยได้ใช้เครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ และแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ซึ่งจะทำการวิเคราะห์เมื่อสิ้นสุดในแต่ละวงจรปฏิบัติการ และวิเคราะห์ภาพรวมทั้งหมดเมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้ครบทั้ง 3 วงจรปฏิบัติการ โดยมีรายละเอียดการวิเคราะห์ดังนี้

1.1 ผู้วิจัยรวบรวมข้อมูลที่ได้จากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้

1.2 ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงเนื้อหา (content analysis) โดยนำข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวมจากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ โดยมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

1.2.1 ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์และตีความข้อมูลที่ได้จากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ แล้วคัดเลือกข้อมูลที่สำคัญที่สามารถตอบคำถามการวิจัยได้ และทำการตัดข้อมูลในส่วนที่ไม่สามารถนำมาใช้เป็นข้อมูลในการตอบคำถามวิจัยได้

1.2.2 ผู้วิจัยทำการจัดระเบียบเนื้อหาของข้อมูล เพื่อนำผลการวิเคราะห์และตีความไปปรับปรุงและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการถัดไปในประเด็นต่อไปนี้

1) แนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ควรเป็นอย่างไร

2) ปัญหาหรืออุปสรรคที่พบจากการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยมีอะไรบ้าง

3) แนวทางการปรับปรุงแก้ไขปัญหาสำหรับการจัดการเรียนรู้ครั้งต่อไปควรทำอย่างไร

โดยประเด็นเหล่านี้จะแสดงถึงความเกี่ยวข้องต่อการปรับปรุงและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives)

1.2.3 ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้จากผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการที่มีความสอดคล้องกันมาจัดกลุ่มข้อมูลให้อยู่ในหมวดหมู่เดียวกัน เพื่อง่ายต่อการวิเคราะห์และอภิปรายผล โดยมีประเด็นการจัดกลุ่มดังนี้ แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้แบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม ได้แก่ ผลของการจัดการเรียนรู้ที่ใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) และปัญหาและอุปสรรคที่พบ โดยแต่ละกลุ่มจะถูกนำมาจำแนกเป็นข้อมูลเชิงบวกและเชิงลบ

1.2.4 ผู้วิจัยทำการสรุปข้อมูล โดยรายงานผลในลักษณะการเขียนบรรยายผลการจัดการเรียนรู้ในแต่ละขั้น ปัญหา อุปสรรค และแนวทางการแก้ไข เพื่อทำการปรับปรุงและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ที่เหมาะสมกับสภาพจริงเพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

1.2.5 ผู้วิจัยทำการตรวจสอบความน่าเชื่อถือของข้อมูลเชิงคุณภาพด้วยการตรวจสอบสามเส้าด้านแหล่งข้อมูล (Resource Triangulation) โดยใช้แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้จากผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์ที่ทำการบันทึกสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ รวมถึงสรุปว่าแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ควรเป็นอย่างไร โดยนำข้อมูลมาวิเคราะห์และพิจารณาถึงผลการดำเนินการว่าให้ข้อมูลในประเด็นที่สอดคล้องและเป็นไปในทิศทางเดียวกันหรือไม่ ในส่วนของการตรวจสอบกับผู้เชี่ยวชาญ จะตรวจสอบจากการนำข้อมูลพร้อมผลการวิเคราะห์ให้อาจารย์ที่ปรึกษาการค้นคว้าอิสระตรวจสอบกระบวนการวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อยืนยันความถูกต้องของการวิเคราะห์ข้อมูล

2. การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อศึกษาผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 เมื่อจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives)

ในการวิเคราะห์ข้อมูลนั้น ผู้วิจัยได้ใช้เครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ และแบบทดสอบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งทำการวิเคราะห์แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้เมื่อสิ้นสุดในแต่ละวงจรปฏิบัติการ และวิเคราะห์ภาพรวมทั้งหมดพร้อมกับวิเคราะห์แบบทดสอบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้ เมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้ครบทั้ง 3 วงจรปฏิบัติการ จากนั้นนำผลการวิเคราะห์ทั้งสองแหล่งมาเปรียบเทียบกันเพื่อตรวจสอบความสอดคล้องของผลการวิเคราะห์ข้อมูลโดยมีรายละเอียดการวิเคราะห์ดังนี้

2.1 การวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้

2.1.1 ผู้วิจัยรวบรวมข้อมูลจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก แต่ละฉบับ โดยตรวจคำตอบเพื่อให้คะแนนตามเกณฑ์ที่ผู้วิจัยได้กำหนดขึ้น ดังตาราง 6

2.1.2 ผู้วิจัยทำการรวมคะแนน โดยแยกตามระดับการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model เพื่อนำมาจัดระดับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามระดับการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model จากระดับต่ำสุดไปสู่ระดับสูงสุดมีอยู่ 5 ระดับ ดังนี้

ระดับ 0 ระดับการมองเห็นรูปธรรมภายนอก (Visualization)

ระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์ (Analysis)

ระดับ 2 ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน (Informal Deduction)

ระดับ 3 ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน (Formal Deduction)

ระดับ 4 ระดับการคิดสุดยอด (Rigor)

2.1.3 ผู้วิจัยเปรียบเทียบคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากแบบวัดมโนทัศน์กับเกณฑ์ ซึ่งถ้าหากผลคะแนนของนักเรียนแต่ละระดับเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด แสดงให้เห็นว่านักเรียนได้มีการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับนั้น ๆ และแสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้ที่ใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสามารถพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

2.1.4 ผู้วิจัยเปรียบเทียบคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากแบบวัดมโนทัศน์ทั้งสามฉบับตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele ซึ่งถ้าหากผลคะแนนของนักเรียนสูงขึ้นตามแบบวัดที่ได้จากวงจรปฏิบัติการที่ 1, 2 และ 3 แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้ที่ใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสามารถพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

2.2 การวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้

2.2.1 ผู้วิจัยรวบรวมข้อมูลจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก โดยตรวจคำตอบเพื่อให้คะแนนตามเกณฑ์ที่ผู้วิจัยได้กำหนดขึ้น ดังตาราง 6

2.2.2 ผู้วิจัยทำการรวมคะแนน โดยแยกตามระดับการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model เพื่อนำมาจัดระดับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามระดับการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model จากระดับต่ำสุดไปสู่ระดับสูงสุดมีอยู่ 5 ระดับ ดังนี้

ระดับ 0 ระดับการมองเห็นรูปธรรมภายนอก (Visualization)

ระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์ (Analysis)

ระดับ 2 ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน (Informal Deduction)

ระดับ 3 ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน (Formal Deduction)

ระดับ 4 ระดับการคิดสุดยอด (Rigor)

2.2.3 ผู้วิจัยเปรียบเทียบคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากแบบวัดมโนทัศน์กับเกณฑ์ ซึ่งถ้าหากผลคะแนนของนักเรียนแต่ละระดับเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด สอดคล้องและสูงกว่ากับคะแนนที่ได้จากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับนั้น ๆ และแสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้ที่ใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสามารถพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

ตาราง 6 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
1	ตอบถูก
0	ตอบผิด หรือตอบมากกว่า 1 ตัวเลือก หรือไม่มีการเลือกคำตอบ

เกณฑ์การผ่าน : ได้คะแนนร้อยละ 50 ขึ้นไป

ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ และแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้ มาเปรียบเทียบเพื่อตรวจสอบความสอดคล้องและทิศทางของข้อมูล

บทที่ 4

ผลการวิจัย

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการวิจัยเชิงปฏิบัติการการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เพื่อพัฒนาโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยได้เสนอรายละเอียดผลการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เพื่อพัฒนาโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4

ตอนที่ 2 ผลการศึกษาการพัฒนาโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 เมื่อจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives)

ตอนที่ 1 ผลการศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เพื่อพัฒนาโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4

การดำเนินการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามแผนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) จำนวน 3 แผนการจัดการเรียนรู้ ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก จำนวน 2 ชั่วโมง แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก จำนวน 4 ชั่วโมง และแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก จำนวน 4 ชั่วโมง รวมทั้งหมดจำนวน 10 ชั่วโมง แผนการจัดการเรียนรู้ละหนึ่งวงจรปฏิบัติการ รวมจำนวน 3 วงจรปฏิบัติการ แต่ละวงจรปฏิบัติการประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นวางแผน (Plan) ขั้นปฏิบัติการ (Action) ขั้นสังเกตการณ์ (Observe) และขั้นสะท้อนผล (Reflect) รวมเวลาการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 10 ชั่วโมง แต่ละวงจรปฏิบัติการมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

วงจรปฏิบัติการที่ 1 เรื่อง ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ขั้นที่ 1 ขั้นวางแผน (Plan)

1. การเตรียมแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ผู้วิจัยจัดการเรียนรู้ตามหลักสูตรโรงเรียนประถมศึกษาขนาดใหญ่แห่งหนึ่งในจังหวัดพิษณุโลก ตามหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 รายวิชา ค14101 คณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ประกอบด้วยมโนทัศน์หลัก 3 มโนทัศน์ ได้แก่ ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก โดยได้วางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก มีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน (Inquiry/ Information) ครูและนักเรียนมีส่วนร่วมในการสนทนาและการทำกิจกรรมเกี่ยวกับมโนทัศน์หรือจุดมุ่งหมายของการเรียนโดยการสังเกตและใช้คำถาม และใช้สื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) แสดงภาพประกอบเพื่อให้นักเรียนได้ทบทวนมโนทัศน์เดิมที่เป็นพื้นฐานของการเรียนรู้มโนทัศน์ที่เป็นจุดมุ่งหมายของการเรียน

ขั้นที่ 2 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง (Directed Orientation) นักเรียนสำรวจหัวข้อของการศึกษาผ่านสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ที่ครูจัดให้อย่างเป็นลำดับขั้น กิจกรรมนี้ควรจะแสดงให้นักเรียนเห็นลักษณะโครงสร้างอย่างค่อยเป็นค่อยไป ดังนั้น โจทย์ส่วนใหญ่จะเป็นโจทย์สั้น ๆ ที่ออกแบบมาเพื่อกระตุ้นการตอบสนองหรือดึงคำตอบที่เฉพาะเจาะจงเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่เรียน

ขั้นที่ 3 การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Explication) สร้างจากประสบการณ์เดิมของนักเรียนที่ได้เรียนรู้ผ่านสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) โดยให้นักเรียนได้อธิบายหรือแลกเปลี่ยนมุมมองใหม่ ๆ เกี่ยวกับสิ่งที่ได้จากการสังเกต นอกเหนือจากการช่วยให้นักเรียนใช้ภาษาที่ถูกต้องและเหมาะสมแล้วบทบาทของครูจะลดลง ในขั้นนี้ความสัมพันธ์ของแต่ละมโนทัศน์เริ่มชัดเจนขึ้น

ขั้นที่ 4 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ (Free Orientation) นักเรียนต้องเผชิญกับโจทย์ที่ซับซ้อนมากขึ้น โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนสามารถใช้สื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ช่วยในการแก้ปัญหาได้ เช่น โจทย์ที่มีหลายขั้นตอน โจทย์ที่สามารถทำให้สมบูรณ์ได้หลายวิธี และโจทย์ปลายเปิด นักเรียนจะได้รับประสบการณ์ในการค้นหาวิธีแก้โจทย์ด้วยตนเองทำให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ชัดเจนเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่เรียนมากขึ้น

ขั้นที่ 5 การสรุปรวม (Integration) นักเรียนร่วมกันสรุปมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้ โดยการเล่าเรื่องราวเชื่อมโยงกับสิ่งที่ได้เรียนรู้มาตั้งแต่ขั้นที่ 1 ถึงขั้นที่ 4 และให้นักเรียนสรุปมโนทัศน์และฝึกการใช้โนทัศน์นั้น ๆ ผ่านการทำใบงานหรือสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ที่ครูออกแบบไว้

2. การเตรียมเอกสาร

ผู้วิจัยได้จัดเตรียมเอกสารโดยจำแนกเป็น 3 ส่วน ได้แก่ ส่วนที่ 1 เอกสารสำหรับผู้วิจัย ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ส่วนที่ 2 เอกสารสำหรับผู้ร่วมสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ และส่วนที่ 3 เอกสารสำหรับผู้เข้าร่วมวิจัย ประกอบด้วย แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ และแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้

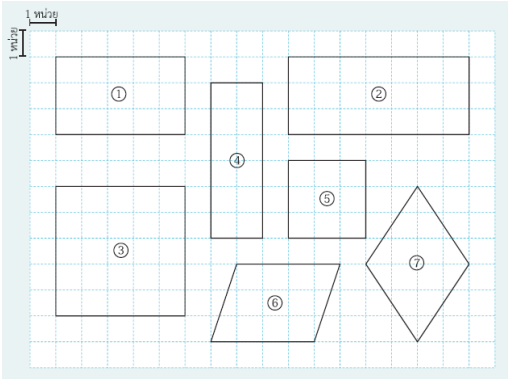
3. การเตรียมห้องเรียน

การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ในงานวิจัยนี้ เป็นการจัดการเรียนรู้สำหรับนักเรียน 2 กลุ่ม คือนักเรียนกลุ่ม Online และ On-site ควบคู่กัน โดยนักเรียนกลุ่มเรียน Online เข้าเรียนผ่านโปรแกรมประชุมออนไลน์ Google Meet และนักเรียนกลุ่ม On-site จะเข้าเรียนในห้องเรียนปกติ ก่อนการจัดการเรียนรู้จึงได้สร้างห้องเรียนออนไลน์และส่งลิงก์และรหัสเข้าห้องเรียน เพื่อให้นักเรียนคุ้นเคยกับการเข้าเรียนและการใช้เครื่องมือต่าง ๆ ในโปรแกรมประชุมออนไลน์ Google Meet โดยเฉพาะข้อความในสาย ซึ่งเป็นตัวช่วยสำคัญสำหรับการตอบคำถามหรือแสดงความคิดเห็นในขณะเรียน สร้างกลุ่มไลน์เพื่อส่งลิงก์สำหรับการเข้าใช้งานสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) และชิ้นงาน โดยมีการทดลองส่งลิงค์การเข้าใช้สื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ให้นักเรียนลองเข้าใช้งานผ่านมือถือของนักเรียน เพื่อเป็นการสร้างเข้าใจในการเข้าใช้งานและตรวจสอบว่ามือถือของนักเรียนสามารถเข้าใช้งานได้เต็มรูปแบบหรือไม่ รวมถึงเตรียมโปรแกรมบันทึกหน้าจอ เพื่อบันทึกการจัดการเรียนรู้สำหรับการสะท้อนผลร่วมกับผู้สังเกตการจัดการเรียนรู้

ขั้นที่ 2 ขั้นปฏิบัติการ (Action) ผู้วิจัยดำเนินการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก จำนวน 2 ชั่วโมง ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการใช้คำถามเพื่อเข้าสู่บทเรียน (Information) ผู้วิจัยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมสนทนาและทำกิจกรรมเกี่ยวกับมโนทัศน์พื้นฐานที่นำไปสู่มโนทัศน์ที่เป็นจุดมุ่งหมายของการเรียนโดยให้นักเรียนสังเกตรูปสี่เหลี่ยม ผ่านสื่ออุปกรณ์เสมือน พร้อมให้นักเรียนบอกว่ารูปเรขาคณิตนั้นเป็นรูปสี่เหลี่ยมหรือไม่ และแสดงภาพสนามกีฬาและสนทนาเกี่ยวกับลักษณะของสนามกีฬาประเภทต่าง ๆ โดยให้นักเรียนตอบคำถามว่า เห็นรูปสี่เหลี่ยมที่ใดบ้าง ในสนามวอลเลย์บอลมีรูปสี่เหลี่ยมกี่รูป สนามใดมีรูปสี่เหลี่ยมมากที่สุด เพื่อทบทวนและกระตุ้นความสนใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยม ซึ่งเป็นมโนทัศน์พื้นฐานของการเรียนรู้มโนทัศน์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และถามคำถามที่ต้องการเชื่อมโยงไปสู่มโนทัศน์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากว่า นักเรียนคิดว่ารูปสี่เหลี่ยมใดบ้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก โดยให้นักเรียนหาคำตอบจากการทำกิจกรรม “เรียนรู้รอบห้อง” โดยสำรวจห้องเรียนหรืออุปกรณ์การเรียนของตนเองที่คิดว่าเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และร่วมกันสังเกตสิ่งที่นักเรียนค้นพบแต่ละชนิดว่าเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ เพราะเหตุใด โดยเน้นให้นักเรียนสังเกตที่มุมทั้งสี่ จากนั้นผู้วิจัยยกตัวอย่างเพิ่มเติมเกี่ยวกับสิ่งที่ไม่เป็นสี่เหลี่ยมมุมฉาก เพื่อให้นักเรียนสังเกตว่าสิ่งนี้ไม่เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเพราะเหตุใด เพื่อให้เห็นถึงสิ่งที่ไม่เป็นมโนทัศน์หรือผิดไปจากมโนทัศน์ ซึ่งเป็นพื้นฐานที่จะนำไปสู่มโนทัศน์ เรื่อง ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากต่อไป

ขั้นที่ 2 ขั้นการเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง (Directed Orientation) ครูสาธิตการใช้งาน geoboard ใน https://www.mathlearningcenter.org/apps/geoboard ในรูปแบบ Online Web App แล้วให้นักเรียนลองสร้างสี่เหลี่ยมมุมฉากตามตัวอย่างที่ครูสร้าง หรือสร้างเป็นรูปอื่น ๆ และบันทึกไฟล์รูปภาพเพื่อให้นักเรียนได้ทดลองใช้ geoboard เพื่อให้ครูมั่นใจว่านักเรียนสามารถเข้าใช้งาน geoboard ใน https://www.mathlearningcenter.org/apps/geoboard ได้แล้วเปิดโอกาสให้นักเรียนใช้ geoboard ใน https://www.mathlearningcenter.org/apps/geoboard ในรูปแบบ Online Web App บนโทรศัพท์มือถือเพื่อสร้างรูปสี่เหลี่ยม โดยให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีขนาดเท่ากับรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ด้วยตนเอง ดังภาพ 15



ภาพ 15 แสดงโจทย์สร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีขนาดเท่ากับรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้

แล้วสนทนาเกี่ยวกับลักษณะของรูปต่าง ๆ เพื่อกระตุ้นความสนใจเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยม และให้นักเรียนตอบคำถามว่า สี่เหลี่ยมทุกเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ ความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากสีเหลืองและสีแดงเหมือนหรือต่างกันอย่างไร ซึ่งทำให้นักเรียนได้สังเกตความยาวของด้านเพื่อเตรียมความพร้อมหรือเสริมความรู้พื้นฐานที่จะนำไปสู่กิจกรรมต่อไป และแจ้งจุดประสงค์และความหมายของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากให้นักเรียนทราบ พร้อมทั้งให้คำถามเกี่ยวกับประเด็นที่เจาะลึกรายละเอียดเกี่ยวกับชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เพื่อให้นักเรียนเกิดความสงสัยและให้ความสนใจกับมโนทัศน์ที่กำลังจะเรียนมากยิ่งขึ้นว่า เราจะทราบได้อย่างไรว่าสี่เหลี่ยมไหนบ้างที่เป็นสี่เหลี่ยมมุมฉาก และสี่เหลี่ยมมุมฉากมีกี่ชนิด ชั่วโมงต่อมาผู้วิจัยให้นักเรียนเรียนรู้และสำรวจเรื่องรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากอย่างเป็นลำดับขั้นตอน เพื่อให้นักเรียนเห็นลักษณะโครงสร้างของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากอย่างค่อยเป็นค่อยไป เริ่มจากแสดงรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบน geoboard ให้นักเรียนดูผ่าน https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/?ujsdjvqq พร้อมให้ความรู้เพิ่มเติมจากชั่วโมงที่ 1 ว่ารูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านทุกด้านยาวเท่ากันตามที่นักเรียนร่วมกันสังเกตนั้น เรียกว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และแสดงรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบน geoboard ให้นักเรียนดูผ่าน https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/?3zwyruw9 พร้อมให้ความรู้เพิ่มเติมจากชั่วโมงที่ 1 ว่ารูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านสั้น 2 ด้าน และด้านยาว 2 ด้านประกอบกันตามที่นักเรียนร่วมกันสังเกตนั้น เรียกว่า รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และนำชิ้นงานนักเรียนในขั้นที่ 1 แล้วจำแนกว่ารูปใดเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า รูปใดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เพื่อเริ่มเจาะจงไปที่มโนทัศน์ เรื่องรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

ขั้นที่ 3 การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Explication) นักเรียนอธิบายหรือแลกเปลี่ยนเรียนรู้ในเรื่องของชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ได้จากการสังเกตจากขั้นที่ 1 และ 2 ที่ผ่านมา โดยครูใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการแสดงความคิดว่า รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากคืออะไร รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเหมือนหรือต่างกันอย่างไร โดยให้นักเรียนแต่ละคนเขียนคำตอบ แสดงความคิดหรือคำอธิบายของตนเองลงในกระดาษส่วนนักเรียนที่เรียนออนไลน์ให้พิมพ์ความคิดเห็นลงในแชท ครูดูแนวคำตอบของนักเรียนแต่ละคน และเลือกคำตอบของนักเรียนที่น่าสนใจมาพูดคุยกันหน้าชั้นเรียนพร้อมเขียนคำหรือประโยคที่เป็นส่วนประกอบสำคัญของมโนทัศน์ต่าง ๆ ไว้บนจอ เพื่อเสริมให้นักเรียนใช้ภาษาที่ถูกต้องและเหมาะสม จากนั้นนักเรียนจะช่วยกันเรียงคำหรือประโยคต่าง ๆ ที่เป็นส่วนประกอบของมโนทัศน์นั้น ๆ ที่รวบรวมไว้บนจอให้ถูกต้อง และก่อนจบขั้นที่ 3 ครูให้ความรู้เพิ่มเติมในเรื่อง การใช้สัญลักษณ์ของมุมฉากในรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และการใช้สัญลักษณ์แสดงด้านที่เท่ากันสามารถใช้เป็นรอยขีดบนด้านของรูปสี่เหลี่ยมได้ ผ่าน https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/?zsr7gale

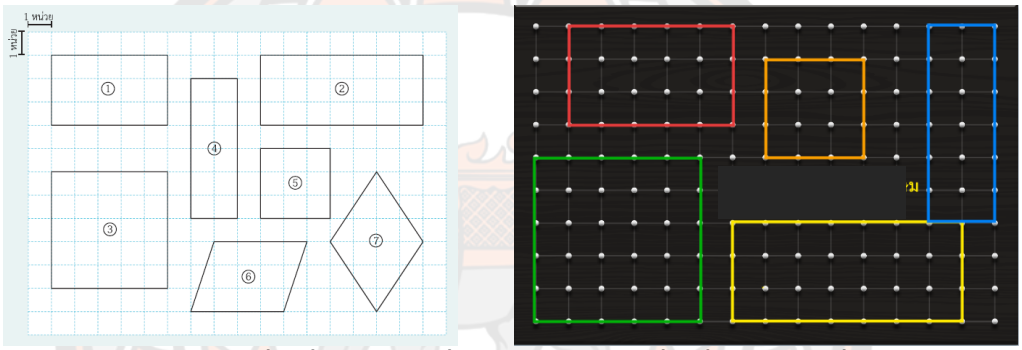
ขั้นที่ 4 ขั้นการเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ (Free Orientation) เปิดโอกาสให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและสี่เหลี่ยมผืนผ้าตามข้อกำหนดลงบน geoboard ด้วยตนเอง โดยให้นักเรียนใช้ยางสีแดงในการสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวด้านละ 3 หน่วย และใช้ยางสีเขียวสร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความกว้างเท่ากับความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสในข้อแรกให้ได้มากที่สุด เพื่อตรวจสอบว่านักเรียนเข้าใจเกี่ยวกับด้านกว้าง ด้านยาวหรือไม่

ขั้นที่ 5 ขั้นการสรุปรวม (Integration) นักเรียนร่วมกันสรุปมโนทัศน์ โดยการเล่าเรื่องราวเชื่อมโยงกับสิ่งที่ได้เรียนรู้มาตั้งแต่ขั้นที่ 1 ถึงขั้นที่ 4 โดยครูใช้คำถามที่มุ่งเน้นที่มโนทัศน์สำคัญ ดังนี้ รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากคืออะไร รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากมีกี่ชนิด แต่ละชนิดมีชื่อเรียกว่าอย่างไรบ้าง รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีสมบัติอย่างไรบ้าง รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีสมบัติอย่างไรบ้าง และรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีสมบัติเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไรบ้าง และตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนโดยให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากให้มีด้านกว้าง ยาว 5 หน่วย และด้านยาวยาว 8 หน่วย แล้วบอกชนิดของรูปสี่เหลี่ยม พร้อมทั้งเขียนรอยขีดกำกับด้านที่ยาวเท่ากัน (☐ 1x1 หน่วย) และสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากให้มีด้านทุกด้านยาวเท่ากัน แล้วบอกชนิดของรูปสี่เหลี่ยม พร้อมทั้งเขียนรอยขีดกำกับด้านที่ยาวเท่ากันลงบน geoboard

ขั้นที่ 3 ขั้นสังเกตการณ์ (Observe) เป็นการเก็บรวบรวมข้อมูลระหว่างการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก โดยเก็บรวบรวมข้อมูลจากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการจัดการเรียนรู้ และเก็บรวบรวมข้อมูลจากการทำใบงานรายบุคคล ซึ่งจากการสังเกตของผู้วิจัยขณะทำการจัดการเรียนรู้สามารถบรรยายถึงสภาพบรรยากาศในชั้นเรียน รวมทั้งปัญหาและอุปสรรคที่พบจากการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) โดยมีรายละเอียดแต่ละขั้นดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการใช้คำถามเพื่อเข้าสู่บทเรียน (Information) ผู้วิจัยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมสนทนาและทำกิจกรรมเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่เป็นจุดมุ่งหมายของการเรียน โดยให้นักเรียนสังเกตรูปสี่เหลี่ยม ผ่าน https://apps.mathlearningcenter.org/pattern-shapes/?10900g7k และตอบคำถามว่ารูปเรขาคณิตนั้นเป็นรูปสี่เหลี่ยมหรือไม่ ซึ่งนักเรียนส่วนมากสามารถตอบได้อย่างถูกต้องและรวดเร็ว แล้วแสดงภาพสนามกีฬาและเปิดบทนำสนทนาเกี่ยวกับลักษณะของสนามกีฬาประเภทต่าง ๆ โดยให้นักเรียนตอบคำถามว่าเห็นรูปสี่เหลี่ยมที่ใดบ้าง ในสนามวอลเลย์บอลมีรูปสี่เหลี่ยมกี่รูป สนามใดมีรูปสี่เหลี่ยมมากที่สุด นักเรียนเรียนสามรถตอบคำถามได้ถูกต้องและรวดเร็วแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีมโนทัศน์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยม ซึ่งเป็นมโนทัศน์พื้นฐานของการเรียนรู้มโนทัศน์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ถูกต้อง จากนั้นครูถามคำถามเกี่ยวกับรูปสนามกีฬาประเภทต่าง ๆ เพิ่มเติมเพื่อต้องการเชื่อมโยงไปสู่มโนทัศน์ เรื่องรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากว่า นักเรียนคิดว่ารูปสี่เหลี่ยมใดบ้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก โดยให้นักเรียนหาคำตอบจากการทำกิจกรรม “เรียนรู้ รอบห้อง” ซึ่งนักเรียนจะต้องทำการสำรวจห้องเรียนหรืออุปกรณ์การเรียนของตนเองที่คิดว่าเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากและรวบรวมมาให้ได้มากที่สุด และร่วมกันสังเกตสิ่งที่นักเรียนค้นพบแต่ละชนิดว่าเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ เพราะเหตุใด ในกิจกรรมนี้ครูจะสุ่มเลือกนักเรียนมาอธิบายโดยนักเรียน On-site อธิบายหน้ากล้อง และ Online เปิดกล้องพร้อมอธิบาย ซึ่งนักเรียนทุกคนสามารถที่จะหยิบหรือเดินไปตรงสิ่งของที่นักเรียนคิดว่าเป็นสี่เหลี่ยมมุมฉากและนักเรียนที่ครูสุ่มถามสามารถอธิบายได้ว่าส่วนไหนหรือตรงไหนที่เขาคิดว่าเป็นสี่เหลี่ยมมุมฉาก จากนั้นผู้วิจัยยกตัวอย่างเพิ่มเติมเกี่ยวกับสิ่งที่ไม่เป็นสี่เหลี่ยมมุมฉากเพื่อให้นักเรียนสังเกตว่าสิ่งนี้ไม่เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเพราะเหตุใด ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่สามารถที่จะวิเคราะห์ตามหรือพูดได้ว่าทำไมถึงไม่เป็นสี่เหลี่ยมมุมฉาก แสดงความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ รวมถึงได้เรียนรู้และปรับมโนทัศน์ของตนเองที่อาจคลาดเคลื่อนให้ถูกต้องซึ่งเป็นพื้นฐานที่จะนำไปสู่มโนทัศน์ เรื่อง ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากต่อไป

ขั้นที่ 2 ขั้นการเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง (Directed Orientation) ครูสาธิตการใช้ geoboard ใน https://www.mathlearningcenter.org/apps/geoboard ในรูปแบบ Online Web App โดยเริ่มจากการแนะนำอุปกรณ์ต่าง ๆ ลากเส้นตรง สร้างมุม ยกตัวอย่างการสร้างรูป 1 รูป และบันทึกผลงานที่ทำในรูปแบบของรูปภาพ แล้วให้นักเรียนลองสร้างสี่เหลี่ยมมุมฉากตามตัวอย่างที่ครูสร้างหรือสร้างเป็นรูปอื่น ๆ และบันทึกไฟล์รูปภาพเพื่อให้นักเรียนได้ทดลองใช้ geoboard และเปิดโอกาสให้นักเรียนใช้งาน geoboard ใน https://www.mathlearningcenter.org/apps/geoboard ในรูปแบบ Online Web App บนโทรศัพท์มือถือเพื่อสร้างรูปสี่เหลี่ยม โดยให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีขนาดเท่ากับรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ด้วยตนเอง ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่สามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากได้ครบถ้วนและถูกต้อง ดังภาพ 16



ภาพ 16 สร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีขนาดเท่ากับรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้

แล้วนำชิ้นงานของนักเรียนมาแสดงแล้วสนทนาเกี่ยวชิ้นงานของนักเรียนเกี่ยวกับความยาวด้าน นักเรียนตอบคำถามและร่วมกันสังเกตว่าลักษณะของความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมที่สร้างแตกต่างกันทั้งที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเหมือนกัน ดังบทสนทนาต่อไปนี้

ครู : รูปสี่เหลี่ยมสีแดงและสีเหลืองมีความแตกต่างกันอย่างไร

นักเรียน : ขนาดไม่เท่ากัน

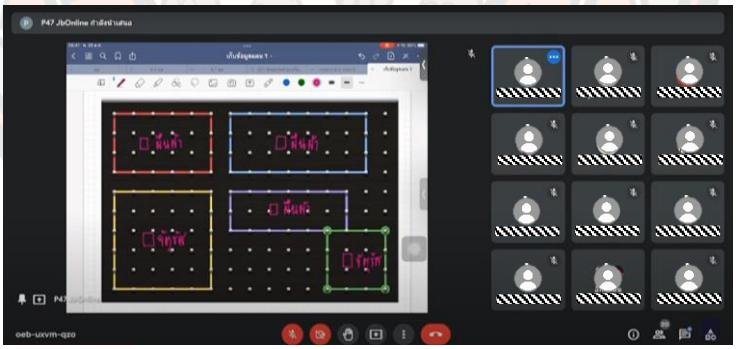
ครู : โอเค ขนาดไม่เท่ากัน แล้วถ้าเราสังเกตจากด้านล่ะ

นักเรียน : มันสั้นยาวไม่เท่ากัน

เมื่อนักเรียนสังเกตเห็นความยาวด้านที่แตกต่างกันของรูปสี่เหลี่ยมทั้งสองชนิดแล้ว ครูช่วยอธิบายเพิ่มเติมว่ารูปสี่เหลี่ยมมุมฉากมี 2 ลักษณะ คือสี่เหลี่ยมผืนผ้า และสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งนักเรียนไม่กล้าตอบคำถามหรือแสดงความคิดเห็นของตนเองหากครูไม่พูดนำหรือชี้ส่วนต่าง ๆ ของรูป นักเรียนส่วนมากที่แสดงความคิดเห็นยังเป็นการแสดงในลักษณะทั่วไปในภาพรวมไม่เข้าสู่ประเด็นที่สำคัญที่ผู้วิจัยวางแผนไว้ จากนั้นครูแจ้งจุดประสงค์และความหมายของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากให้นักเรียนทราบ พร้อมทั้งให้คำถามเกี่ยวกับประเด็นที่เจาะลึกรายละเอียดเกี่ยวกับชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยม

มุมฉากเพื่อให้นักเรียนเกิดความสงสัยและให้ความสนใจกับมโนทัศน์ที่กำลังจะเรียนมากยิ่งขึ้น ดังนี้ เราจะทราบได้อย่างไร ว่าสี่เหลี่ยมไหนบ้างที่เป็นสี่เหลี่ยมมุมฉาก และสี่เหลี่ยมมุมฉากมีกี่ชนิด

ชั่วโมงต่อมาผู้วิจัยให้นักเรียนเรียนรู้และสำรวจเรื่องรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากอย่างเป็นลำดับขั้นตอน เพื่อให้นักเรียนเห็นลักษณะโครงสร้างของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากอย่างค่อยเป็นค่อยไป โดยเริ่มต้นจากการที่ครูแสดงรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบน geoboard ให้นักเรียนดูผ่าน https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/?ujsdjvqq พร้อมให้ความรู้เพิ่มเติมจากชั่วโมงที่ 1 ว่ารูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านทุกด้านยาวเท่ากันตามที่นักเรียนร่วมกันสังเกตนั้น เรียกว่า รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และแสดงรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบน geoboard ให้นักเรียนดูผ่าน https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/?3zwyruw9 พร้อมให้ความรู้เพิ่มเติมจากชั่วโมงที่ 1 ว่ารูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านสั้น 2 ด้าน และด้านยาว 2 ด้านประกอบกันตามที่นักเรียนร่วมกันสังเกตนั้น เรียกว่า รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และนำชิ้นงานนักเรียนในขั้นที่ 1 แล้วจำแนกว่ารูปใดเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า รูปใดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เพื่อเริ่มเจาะจงไปที่มโนทัศน์เรื่องรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งหลังจากที่ครูให้ความรู้และร่วมกันวิเคราะห์เกี่ยวกับลักษณะของความยาวด้านนั้น นักเรียนส่วนใหญ่สามารถจำแนกและบอกได้ว่ารูปสี่เหลี่ยมรูปใดเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและรูปสี่เหลี่ยมรูปใดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีมโนทัศน์เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และสี่เหลี่ยมจัตุรัสชัดเจนขึ้น ดังภาพ 17

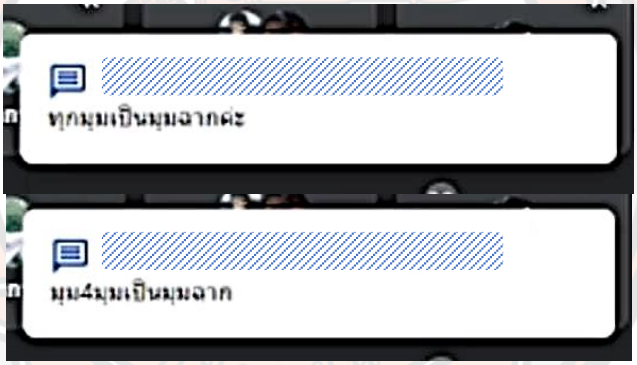


ภาพ 17 การจำแนกรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ขั้นที่ 3 การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Explication) นักเรียนอธิบายหรือแลกเปลี่ยนเรียนรู้กันในเรื่องของชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ได้จากการสังเกตจากขั้นที่ 1 และ 2 ที่ผ่านมา โดยครูเปิดรูปชิ้นงานที่นักเรียนส่งมาพร้อมกับความคิดเห็นของนักเรียนเกี่ยวกับมโนทัศน์ของรูปชิ้นงานนั้น นักเรียนกลุ่ม On-site เขียนลงในใบงาน นักเรียนกลุ่ม Online พิมพ์ลงในข้อความในสาย พร้อมคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการแสดงความคิดว่า รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากคืออะไร ซึ่งนักเรียนสามารถตอบคำถามได้ไม่เจาะจงและไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ ดังภาพ 18

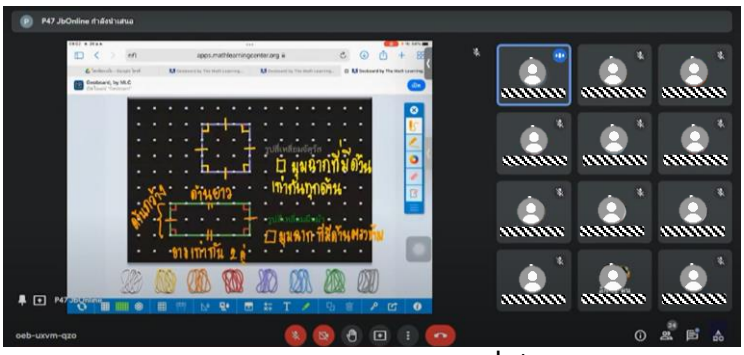
ภาพ 18 การตอบคำถามของนักเรียนก่อนการถามคำถามเพิ่มเติมของครู

ครูจึงถามคำถามเพิ่มเติมเพื่อเติมเต็มมโนทัศน์หรือเปิดความคิดของนักเรียนให้กว้างและระเอียดขึ้น เช่น รูปสี่เหลี่ยมทุกรูปมีมุมแน่นนอน ถูกต้องเลยค่ะ แล้วมุมของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเป็นแบบไหน แล้วต่างจากรูปสี่เหลี่ยมอื่น ๆ อย่างไร นักเรียนจึงตอบคำถามและแสดงความคิดเห็นได้สมบูรณ์มากขึ้น แสดงให้เห็นว่านักเรียนเกิดมโนทัศน์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากถูกต้องและสมบูรณ์ ดังภาพ 19



ภาพ 19 การตอบคำถามของนักเรียนหลังการถามคำถามเพิ่มเติมของครู

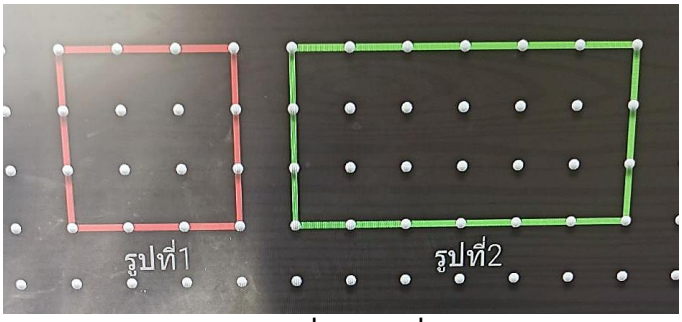
รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเหมือนหรือต่างกันอย่างไร โดยครูดูแนวคำตอบของนักเรียนแต่ละคนและเลือกคำตอบของนักเรียนที่น่าสนใจมาพูดคุยกันหน้าชั้นเรียนพร้อมเขียนคำหรือประโยคที่เป็นส่วนประกอบสำคัญของมโนทัศน์ต่าง ๆ ไว้บนจอเพื่อเสริมให้นักเรียนใช้ภาษาที่ถูกต้องและเหมาะสม จากนั้นนักเรียนจะช่วยกันเรียงคำหรือประโยคต่าง ๆ ที่เป็นส่วนประกอบของมโนทัศน์นั้น ๆ ที่รวบรวมไว้บนจอให้ถูกต้อง ดังภาพ 20



ภาพ 20 นักเรียนร่วมกันเรียงคำหรือประโยคต่าง ๆ ที่เป็นส่วนประกอบของมโนทัศน์

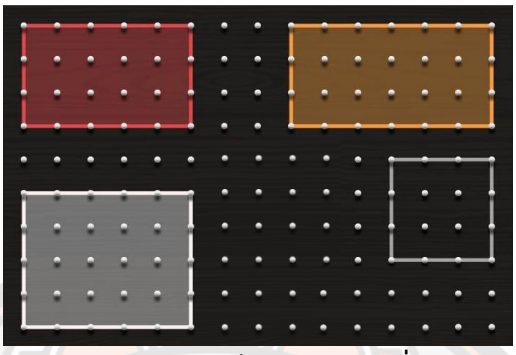
ซึ่งในขั้นนี้ครูยังดูความคิดเห็นของนักเรียนไม่ครบถ้วน เนื่องจากเป็นการสอนในลักษณะของ Online และ On-site ควบคู่กันซึ่งต้องคอยดูและเลือกประโยคจากข้อความในสายมาเขียนบนจอ จึงเดินดูคำตอบของนักเรียนในห้องไม่ทั่วถึง และก่อนจบขั้นที่ 3 ครูให้ความรู้เพิ่มเติมในเรื่องการใช้สัญลักษณ์ของมุมฉากในรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และการใช้สัญลักษณ์แสดงด้านที่เท่ากันสามารถใช้เป็นรอยขีดบนด้านของรูปสี่เหลี่ยมได้ ผ่าน https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/?zsr7gale

ขั้นที่ 4 ขั้นการเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ (Free Orientation) เปิดโอกาสให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและสี่เหลี่ยมผืนผ้าตามข้อกำหนดลงบน geoboard ด้วยตนเอง โดยให้นักเรียนใช้ยางสีแดงในการสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวด้านละ 3 หน่วย และใช้ยางสีเขียวสร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความกว้างเท่ากับความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสในข้อแรก เพื่อตรวจสอบว่านักเรียนเข้าใจเกี่ยวกับด้านกว้าง ด้านยาวหรือไม่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสถูกต้องหรือไม่ผ่านชิ้นงาน โดยในขณะที่นักเรียนสร้างชิ้นงานอยู่นั้น มีนักเรียน 1 คน เกิดข้อสงสัยว่าในส่วนของความยาวด้านละ 3 หน่วยนั้นให้นับหัวตะปูหรือนับช่องว่างระหว่างตะปู ซึ่งในส่วนนี้ผู้วิจัยได้อธิบายประกอบการยกตัวอย่างเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจในเรื่องของความยาวด้าน ซึ่งพบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมตามข้อกำหนดได้ถูกต้องแสดงถึงความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ เรื่อง สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ดังภาพ 21



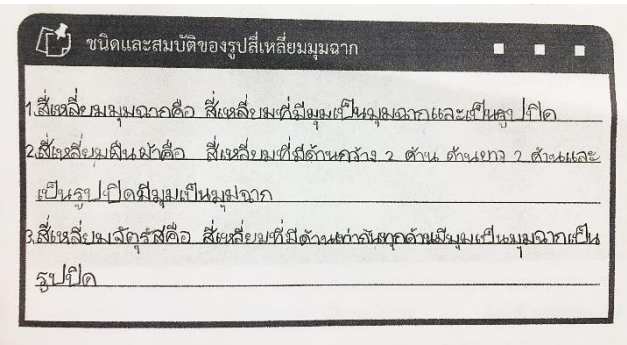
ภาพ 21 แสดงมโนทัศน์ที่ถูกต้องเกี่ยวกับความยาวด้าน

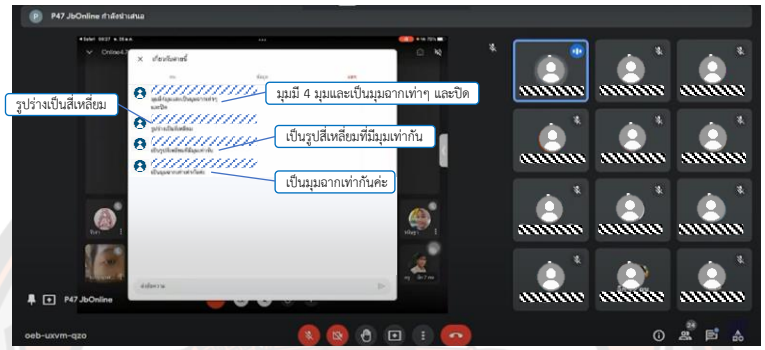
และพบนักเรียนบางส่วนที่ยังสร้างรูปไม่ถูกต้องเนื่องจากไม่เข้าใจโจทย์ แต่เมื่อครูทำการแสดงภาพชิ้นงานของนักเรียนและร่วมกันตรวจสอบจนพบข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นร่วมกันทำให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจและเรียนรู้มโนทัศน์อีกครั้ง และปรับมโนทัศน์ให้ถูกต้องด้วยตนเอง ดังภาพ 22



ภาพ 22 แสดงการปรับมโนทัศน์ของนักเรียนเกี่ยวกับความยาวด้าน

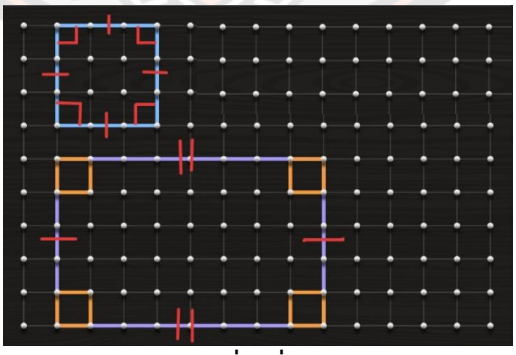
ขั้นที่ 5 ขั้นการสรุปรวม (Integration) นักเรียนร่วมกันสรุปมโนทัศน์ โดยการเล่าเรื่องราวเชื่อมโยงกับสิ่งที่ได้เรียนรู้มาตั้งแต่ขั้นที่ 1 ถึงขั้นที่ 4 โดยครูใช้คำถามที่มุ่งเน้นที่มโนทัศน์สำคัญ ดังนี้ รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากคืออะไร ซึ่งในคำถามแรกนักเรียนเล่าว่าสี่เหลี่ยมมุมฉากเป็นสี่เหลี่ยมที่เป็นรูปปิด ตรงมุมจะต้องเป็นมุมฉากเท่ากันทุกมุม ซึ่งจะสังเกตว่าการใช้ภาษาไม่ได้ตรงตามนิยาม แต่ถือว่าเป็นการเล่าให้เห็นภาพของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากได้อย่างครบถ้วนตามความเข้าใจของนักเรียน ประเด็นต่อมา คือ รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากมีกี่ชนิด แต่ละชนิดมีชื่อเรียกว่าอย่างไรบ้าง พบว่าในช่วงแรกนักเรียนส่วนใหญ่จะบอกว่ามี 3 ชนิด คือ รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส จากคำตอบแสดงให้เห็นว่านักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องของชนิดของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ครูจึงใช้คำถามประกอบกับการเปิดภาพชิ้นงานและกิจกรรมต่าง ๆ ที่ได้เรียนรู้มาแล้วในขั้นที่ 1–4 เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนนึกย้อนกลับไปในสิ่งที่ผ่านมา คือ รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากไหม และรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ ทำให้นักเรียนสามารถตอบได้ว่ารูปสี่เหลี่ยมมุมฉากมี่ 2 ชนิด คือ รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส คำถามถัดมาคือ รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีสมบัติอย่างไรบ้าง รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีสมบัติอย่างไรบ้าง และรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีสมบัติเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไรบ้าง ซึ่งนักเรียนสามารถตอบประเด็นปัญหาได้ถูกต้องชัดเจน ดังภาพ 23 โดยภาพรวมในขั้นนี้ครูนำหรือชี้แนะนักเรียนมากเกินไปจึงควรลดบทบาทลง และใช้คำถามที่ช่วยการตุ้นให้นักเรียนพูดถึงมโนทัศน์ที่ตนเองได้เรียนรู้จากกิจกรรมที่ผ่านมาแทนการบอกหรือชี้นำ และยังฟังคำตอบของนักเรียนน้อยเกินไปซึ่งอาจมีนักเรียนที่ตอบได้ชัดเจนแต่ยังไม่ได้ตอบหรือเล่าเรื่องราวต่าง ๆ





ภาพ 23 นักเรียนร่วมกันสรุปมโนทัศน์

และตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนโดยให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากให้มีด้านกว้างยาว 5 หน่วย และด้านยาว ยาว 8 หน่วย แล้วบอกชนิดของรูปสี่เหลี่ยม พร้อมทั้งเขียนรอยขีดกำกับด้านที่ยาวเท่ากัน (☐ 1x1 หน่วย) และสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากให้มีด้านทุกด้านยาวเท่ากัน แล้วบอกชนิดของรูปสี่เหลี่ยม พร้อมทั้งเขียนรอยขีดกำกับด้านที่ยาวเท่ากันลงบน geoboard ซึ่งนักเรียนสามารถสร้างได้ถูกต้องและรวดเร็ว ดังภาพ 24 ซึ่งปัญหาที่พบคือนักเรียนจะใช้เวลามากในส่วนของการสร้างรอยขีดเนื่องจากสร้างในมือถือที่มีขนาดจอค่อนข้างเล็ก



ภาพ 24 สร้างรูปสี่เหลี่ยมตามข้อกำหนด

ขั้นที่ 4 ขั้นสะท้อนผล (Reflect) ผู้วิจัยได้สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 1 ดังแสดงในตาราง 7

ตาราง 7 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 1

ขั้นการปฏิบัติ	ปัญหาที่พบ	แนวทางการปรับปรุง
ขั้นที่ 1 การใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน (Inquiry/Information)	-	-
ขั้นที่ 2 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง (Directed Orientation)	อุปกรณ์ในการเข้าใช้สื่อมีไม่ครบทุกคน บางคนมีอุปกรณ์แต่ไม่มั่นใจและไม่กล้าสร้างชิ้นงานของตนเองหากไม่มีตัวอย่างจากเพื่อน	จับคู่กับเพื่อนที่มีอุปกรณ์และเรียนรู้ได้ค่อนข้างรวดเร็วเพื่อพูดคุยปรึกษาและสร้างชิ้นงานร่วมกัน
	นักเรียนตอบคำถามหรือแสดงความคิดเห็นในการมองลักษณะทั่วไปในภาพรวมไม่เข้าสู่ประเด็นที่สำคัญ คือ เรื่องลักษณะของความยาวด้านตามที่ผู้วิจัยวางแผนไว้	ครูใช้คำถามเจาะลึกประเด็นสำคัญมากขึ้น โดยไม่ชี้นำคำตอบมากเกินไป และถามควบคู่ไปกับการให้นักเรียนสังเกตรูปภาพประกอบ
	นักเรียนเข้าสู่สื่ออุปกรณ์เสมือนและใช้ในขณะที่ครูกำลังอธิบายและดำเนินการตามแผนการจัดการเรียนรู้ในขณะที่กำลังแสดงความชัดเจนของมโนทัศน์ไปทีละขั้น ทำให้ไม่มีส่วนร่วมในการคิดและแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับมโนทัศน์ เรื่องความยาวด้านเพื่อนำไปสู่สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและผืนผ้า	ทำข้อตกลงร่วมกับนักเรียนในเรื่องของการใช้โทรศัพท์มือถือ โดยให้นักเรียนนำโทรศัพท์ขึ้นมาใช้ได้เมื่อเราต้องการเข้าใช้งาน geoboard เท่านั้น

ตาราง 7 (ต่อ)

ขั้นการปฏิบัติ	ปัญหาที่พบ	แนวทางการปรับปรุง
ขั้นที่ 3 การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Explication)	ครูดูคำตอบและความคิดเห็นของนักเรียนไม่ครบถ้วนเนื่องจากเป็นการเรียนแบบสองทาง เมื่อครูเดินดูคำตอบของนักเรียนในห้องครูจะไม่ได้ดูคำตอบของนักเรียนออนไลน์ และเมื่อครูนั่งดูคำตอบของนักเรียนออนไลน์ผ่านหน้าจอก็จะไม่ได้เดินดูคำตอบของนักเรียนในห้องได้ ครูจึงควรดูความคิดเห็นจากนักเรียนทุกคนให้ครอบคุมมากขึ้น เพื่อแสดงถึงการให้ความสำคัญกับการตอบคำถามของนักเรียนนำไปสู่การร่วมมือในการตอบคำถามในครั้งต่อไป	ครูเข้าระบบจากอุปกรณ์อีกเครื่องหนึ่งที่สามารถถือไปด้วยได้ในขณะที่เดินดูความคิดเห็นของนักเรียนในห้อง เพื่อดูความคิดเห็นของนักเรียนกลุ่ม online ไปพร้อม ๆ กับนักเรียนกลุ่ม on-site
	นักเรียนตอบคำถามหรือแสดงความคิดเห็นในการมองลักษณะทั่วไปในภาพรวมไม่เข้าสู่ประเด็นที่สำคัญ คือ เรื่องสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสตามที่ผู้วิจัยวางแผนไว้	ครูใช้คำถามเจาะลึกประเด็นสำคัญมากขึ้น โดยไม่ชี้นำคำตอบมากเกินไป และถามควบคู่ไปกับการให้นักเรียนสังเกตและอธิบายเกี่ยวกับสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสประกอบการมองภาพไปด้วย

ตาราง 7 (ต่อ)

ขั้นการปฏิบัติ	ปัญหาที่พบ	แนวทางการปรับปรุง
ขั้นที่ 4 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ (Free Orientation)	ครูให้นักเรียนพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องของรูปชิ้นงานของนักเรียนที่ส่งเข้ามาในไลน์ค่อนข้างไวไป ส่งผลให้นักเรียนที่ยังสร้างชิ้นงานไม่เสร็จไม่สนใจในสิ่งที่ครูและเพื่อน ๆ กำลังพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องของชิ้นงานร่วมกัน	ครูกำหนดเวลาให้ชัดเจน เมื่อหมดเวลาให้สัญญาณนักเรียนวางอุปกรณ์ลงและร่วมกันพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องของชิ้นงานที่ได้ร่วมกัน
ขั้นที่ 5 ขั้นการสรุปรวม (Integration)	ในกิจกรรมตอบคำถามหรือแสดงความคิดเห็นในขณะจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ครูชี้นำนักเรียนมากเกินไปหรือสรุปคำตอบรวดเร็วไปโดยยังรับฟังคำตอบของนักเรียนไม่ครบถ้วนเนื่องจากระยะเวลาค่อนข้างน้อย ส่งผลให้นักเรียนบางส่วนไม่ได้คิดหาคำตอบหรือร่วมแสดงความคิดเห็นในบางประเด็น	ครูจัดสรรเวลาให้เหมาะสม ตามลักษณะของกิจกรรม เพื่อให้นักเรียนได้นึกย้อนถึงการเรียนรู้จากขั้นที่ 1–4 ที่ผ่านมาและมีส่วนร่วมในการเล่าเรื่องราวหรืออธิบายสิ่งที่ตนเองได้เรียนรู้มามากขึ้น และครูลดบทบาทของการพูดหรือการสรุปที่ชี้นำนักเรียนมากเกินไป โดยใช้คำถามที่ช่วยการตุ้นให้นักเรียนพูดถึงมโนทัศน์ที่ตนเองได้เรียนรู้จากกิจกรรมที่ผ่านมาแทน
	การให้นักเรียนสร้างรอยขีดที่ด้านและสร้างสัญลักษณ์แสดงมุมฉากที่มุมค่อนข้างใช้เวลาเนื่องจากจอมือถือของนักเรียนมีขนาดเล็ก	ชิ้นงานใน geoboard ให้นักเรียนสร้างรูปโดยไม่ต้องสร้างรอยขีดและสร้างสัญลักษณ์แสดงมุมฉาก แต่เวลาร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง ครูเน้นย้ำ อธิบายและแนะนำถึงการเขียนรอยขีดและสร้างสัญลักษณ์แสดงมุมฉากเพิ่มเติม

ตาราง 7 (ต่อ)

ขั้นการปฏิบัติ	ปัญหาที่พบ	แนวทางการปรับปรุง
	นักเรียนบางส่วนใช้เวลาในการสร้างรูปใน geoboard มาก เนื่องจากลืมโจทย์หรือฟังโจทย์ที่ครูกำหนดให้ไม่ทัน โดยเมื่อสร้างรูปที่ 1 ไม่เสร็จก็จะส่งผลให้ฟังโจทย์ในข้อที่ 2 ไม่ทัน ทำให้ใช้เวลาในการสร้างรูปนานขึ้นไปอีก	ครูแสดงหรือแชร์โจทย์ขึ้นบนจอ เพื่อให้นักเรียนทั้งสองกลุ่มเห็นโจทย์และสามารถดูโจทย์ในข้อถัดไปได้หากทำโจทย์ในข้อที่ 1 เสร็จแล้วแทนการบอกโจทย์โดยใช้การพูด

จากตาราง 7 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนขณะการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และแนวทางปรับปรุงแก้ไขปัญหาที่พบสำหรับพัฒนาการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

วงจรปฏิบัติการที่ 2 เรื่อง การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

จากผลการสะท้อนผลการปฏิบัติในวงจรปฏิบัติการที่ 1 ทำให้ผู้วิจัยได้แนวทางการปรับปรุงและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยมีรายละเอียดในการดำเนินกิจกรรม ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นวางแผน (Plan)

ผู้วิจัยนำผลการสะท้อนการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 มาปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เพื่อให้การจัดการเรียนรู้บรรลุตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ ซึ่งผู้วิจัยได้ปรับระยะเวลาให้มีความเหมาะสมกับรูปแบบของกิจกรรมมากขึ้น ปรับประเด็นคำถามในแต่ละขั้นตอนให้มีความชัดเจนมากยิ่งขึ้น โดยใช้คำถามกระตุ้นและยกตัวอย่างให้นักเรียนได้เห็นโครงสร้างของมโนทัศน์ต่าง ๆ ที่ชัดเจนขึ้น

ขั้นที่ 1 การใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน (Inquiry/ Information) ผู้วิจัยทบทวนมโนทัศน์เดิม เรื่อง ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากซึ่งเป็นมโนทัศน์เดิมที่เป็นพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ เรื่อง ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากผ่านการใช้คำถามของครู และเพิ่มเติมในส่วนของการใช้ภาพสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าจากสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ประกอบการใช้คำถามของครู ร่วมกับการให้นักเรียนสำรวจ ยกตัวอย่าง

และอธิบายถึงสิ่งของรอบตัวที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และสถานการณ์เกี่ยวกับความยาวรอบรูป โดยให้เรียนรู้จากของจริงเช่นเดิม

ขั้นที่ 2 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง (Directed Orientation) ผู้วิจัยพบว่าในขั้นนี้ นักเรียนมีอุปกรณ์ในการเข้าใช้สื่อมีไม่ครบทุกคน และบางคนมีอุปกรณ์แต่ไม่มั่นใจและไม่กล้าสร้างชิ้นงานของตนเองหากไม่มีตัวอย่างจากเพื่อน ผู้วิจัยจึงปรับรูปแบบของการทำงานโดยให้นักเรียนจับคู่กับเพื่อนที่มีอุปกรณ์และเรียนรู้ได้ค่อนข้างรวดเร็ว เพื่อพูดคุยปรึกษาและสร้างชิ้นงานร่วมกัน อีกส่วนหนึ่งพบว่านักเรียนตอบคำถามหรือแสดงความคิดเห็นในการมองลักษณะทั่วไปในภาพรวมไม่เข้าสู่ประเด็นที่สำคัญตามที่ผู้วิจัยวางแผนไว้ ผู้วิจัยจึงใช้คำถามเจาะลึกประเด็นสำคัญมากขึ้น โดยไม่ชี้นำคำตอบมากเกินไป และถามควบคู่ไปกับการให้นักเรียนสังเกตรูปภาพประกอบ และพบว่านักเรียนเข้าสู่สื่ออุปกรณ์เสมือนและใช้ในขณะที่ครูกำลังอธิบายและดำเนินการตามแผนการจัดการเรียนรู้ทำให้ไม่มีส่วนร่วมในการคิดและแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับมโนทัศน์นั้น ผู้วิจัยจึงทำข้อตกลงร่วมกับนักเรียนในเรื่องของการใช้โทรศัพท์มือถือ โดยให้นักเรียนนำโทรศัพท์ขึ้นมาใช้ได้เมื่อเราต้องการเข้าใช้งาน geoboard เท่านั้น เพื่อให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการคิดและแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับมโนทัศน์อย่างเต็มที่

ขั้นที่ 3 การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Explication) ผู้วิจัยพบว่าการพิจารณาหรือดึงประเด็นสำคัญจากคำตอบและความคิดเห็นของนักเรียนยังไม่ครบถ้วน เนื่องจากเป็นการเรียนแบบสองทาง ผู้วิจัยจึงใช้ IPAD เข้าระบบห้องเรียนออนไลน์อีกเครื่องหนึ่ง เพื่อให้ครูสามารถดูคำตอบหรือความคิดเห็นของนักเรียนกลุ่ม online ไปพร้อม ๆ กับนักเรียนกลุ่ม on-site ได้อย่างทั่วถึงและกระตุ้นให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการเขียนแสดงคำตอบหรือความคิดเห็นในประเด็นเกี่ยวกับมโนทัศน์นั้น ๆ และพบว่านักเรียนตอบคำถามหรือแสดงความคิดเห็นในการมองลักษณะทั่วไปในภาพรวมไม่เข้าสู่ประเด็นที่สำคัญ คือ เรื่องสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสตามที่ผู้วิจัยวางแผนไว้ ผู้วิจัยจึงปรับคำคำถามให้เจาะลึกประเด็นสำคัญมากขึ้น โดยไม่ชี้นำคำตอบมากเกินไป และถามควบคู่ไปกับการให้นักเรียนสังเกตและอธิบายเกี่ยวกับมโนทัศน์ เรื่อง คามยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากประกอบการมองถาพควบคู่ไปด้วย

ขั้นที่ 4 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ (Free Orientation) ผู้วิจัยพบว่ากิจกรรมการร่วมกันพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องของรูปชิ้นงานของนักเรียนที่ส่งเข้ามาในไลน์ในขั้นนี้เกิดขึ้นรวดเร็วเกินไป ส่งผลให้นักเรียนที่ยังสร้างชิ้นงานไม่เสร็จไม่สนใจในสิ่งที่ครูและเพื่อน ๆ กำลังพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องของชิ้นงานร่วมกัน ผู้วิจัยจึงกำหนดระยะเวลาที่ชัดเจนขึ้น โดยเมื่อหมดเวลาจะให้สัญญาณนักเรียนวางอุปกรณ์ลง เพื่อให้นักเรียนได้พิจารณาตรวจสอบความถูกต้องของชิ้นงานที่ได้ร่วมกัน

ขั้นที่ 5 การสรุปรวม (Integration) ผู้วิจัยพบว่าในกิจกรรมการสรุปมโนทัศน์โดยการเล่าเรื่องราวที่ผ่านมาในขั้นที่ 1–4 นั้น ครูชี้นำนักเรียนมากเกินไปหรือสรุปคำตอบรวดเร็วไป โดยยังรับฟังคำตอบของนักเรียนไม่ครบถ้วนเนื่องจากระยะเวลาค่อนข้างน้อย ส่งผลให้นักเรียนบางส่วนไม่ได้คิดหาคำตอบหรือร่วมแสดงความคิดเห็นในบางประเด็น ผู้วิจัยจึงเพิ่มเวลาในขั้นนี้มากขึ้นเป็น 40 นาที เนื่องจากมีประเด็นสำคัญ 3 ประเด็นหลัก เพื่อให้นักเรียนได้นึกย้อนถึงการเรียนรู้จากขั้นที่ 1–4 ที่ผ่านมาและมีส่วนร่วมในการเล่าเรื่องราวหรืออธิบายสิ่งที่ตนเองได้เรียนรู้มามากขึ้น และลดบทบาทของครูลงโดยปรับจากการพูดชี้นำนักเรียนเป็นการใช้คำถามที่ช่วยการตุ้นให้นักเรียนพูดถึงมโนทัศน์ที่ตนเองได้เรียนรู้จากกิจกรรมที่ผ่านมา ในส่วนของการสร้างรอยขีดที่ด้านและสัญลักษณ์แสดงมุมฉากที่มุมที่ค่อนข้างใช้เวลาเนื่องจากจอมือถือค่อนข้างเล็ก ผู้วิจัยจึงให้นักเรียนสร้างรูปแต่ไม่ต้องสร้างรอยขีดและสร้างสัญลักษณ์แสดงมุมฉาก แล้วเวลาที่ครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง ครูเน้นย้ำ อธิบายและแนะนำถึงการเขียนรอยขีดและสร้างสัญลักษณ์แสดงมุมฉากเพิ่มเติม และให้นักเรียนสร้างรอยขีดและสร้างสัญลักษณ์แสดงมุมฉากในใบงานของตนเองเสมอ และพบว่านักเรียนบางส่วนใช้เวลาในการสร้างรูปใน geoboard มาก เนื่องจากลืมโจทย์หรือฟังโจทย์ที่ครูกำหนดให้ไม่ทัน โดยเมื่อสร้างรูปที่ 1 ไม่เสร็จก็จะส่งผลให้ฟังโจทย์ในข้อที่ 2 ไม่ทัน ทำให้ใช้เวลาในการสร้างรูปนานขึ้น ผู้วิจัยจึงแสดงหรือแชร์โจทย์ขึ้นบนจอเพื่อให้นักเรียนทั้งสองกลุ่มเห็นโจทย์และสามารถดูโจทย์ในข้อถัดไปได้หากทำโจทย์ในข้อที่ 1 เสร็จแล้วแทนการบอกโจทย์โดยใช้การพูดคำถาม

ขั้นที่ 2 ขั้นปฏิบัติการ (Action)

จากการนำผลการสะท้อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 มาปรับปรุงและพัฒนาการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยในวงจรปฏิบัติการที่ 2 ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้นโดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ใช้เวลา 4 ชั่วโมง ประกอบด้วยขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการใช้คำถามเพื่อเข้าสู่บทเรียน (Information) ผู้วิจัยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมสนทนาและทำกิจกรรมเกี่ยวกับมโนทัศน์พื้นฐานที่นำไปสู่มโนทัศน์ที่เป็นจุดมุ่งหมายของการเรียนโดยให้นักเรียนสังเกตผืนผ้าและจัตุรัสจากhttps://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/?zsr7gale แล้วให้นักเรียนตอบว่ารูปที่แสดงนี้รูปใดเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและรูปใดเป็น รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และ ให้นักเรียนยกตัวอย่างสิ่งของที่มีอยู่ในห้อง ดังนี้ โต๊ะนักเรียน จอคอมพิวเตอร์ เครื่องชั่งน้ำหนัก ภาพเครื่องแบบชุดพละ และภาพเครื่องแบบชุดนักเรียนชาย-หญิง พร้อมให้นักเรียนตอบคำถามว่า เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากชนิดใด เพื่อทบทวนและกระตุ้นความสนใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ เรื่อง ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งเป็นมโนทัศน์พื้นฐานของการเรียนรู้

มโนทัศน์ เรื่อง การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก จากนั้นนำเสนอสถานการณ์เกี่ยวกับภาพเครื่องแบบการแต่งกายชุดพละ และนักเรียนเพื่อเชื่อมโยงไปสู่ความหมายของความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากว่า “ถ้าจะตกแต่งภาพทั้งสองภาพโดยใช้เชือกติดรอบภาพแต่ละภาพจะใช้เชือกยาวอย่างน้อยเท่าใด” โดยให้ตัวแทนนักเรียน 2 คนออกมาใช้เชือกทาบไปตามขอบของภาพเครื่องแบบการแต่งกายชุดพละโดยรอบ พร้อมทำเครื่องหมายไว้ที่เชือกบริเวณมุมทั้งสี่ จากนั้นขึงเชือกให้ตึงแล้วให้นักเรียนสังเกตความยาวโดยรอบของภาพเครื่องแบบการแต่งกายชุดพละ ต่อมาให้ตัวแทนนักเรียน 2 คนออกทำกิจกรรมเช่นเดิมกับภาพเครื่องแบบการแต่งกายชุดนักเรียนชาย-หญิง เพื่อเตรียมความพร้อมที่จะนำไปสู่กิจกรรมต่อไป และแจ้งจุดประสงค์และความหมายของความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากให้นักเรียนทราบ พร้อมทั้งให้คำถามเกี่ยวกับประเด็นที่เจาะลึกรายละเอียดเกี่ยวกับความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแต่ละชนิด เพื่อให้นักเรียนเกิดความสงสัยและให้ความสนใจกับมโนทัศน์ที่กำลังจะเรียนมากยิ่งขึ้นว่า การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสนั้นมีวิธีการหาอย่างไร จะเหมือนหรือต่างกันอย่างไร

ขั้นที่ 2 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง (Directed Orientation) ผู้วิจัยให้นักเรียนเรียนรู้และสำรวจเรื่องการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากอย่างเป็นลำดับขั้นตอน เพื่อให้นักเรียนเห็นลักษณะโครงสร้างของความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากอย่างค่อยเป็นค่อยไป เริ่มจากให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาดใดก็ได้ตามที่ต้องการลงบน geoboard พร้อมระบุขนาดของความยาวด้านและใส่สัญลักษณ์ของมุมและด้านให้ครบถ้วน แล้วบันทึกเป็นรูปภาพส่งให้ครู จากนั้นครูเลือกเปิดรูปภาพที่เรียนส่งมา โดยเลือกรูปภาพสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความยาวด้านที่แตกต่างกันขึ้นมาแสดง และให้นักเรียนช่วยกันหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าโดยวิธีการบวกแล้วพิจารณาความยาวของด้านตรงข้าม เพื่อนำมาประกอบการพิจารณาการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าโดยการคูณและการบวกโดยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดดังนี้ ความยาวของด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแต่ละรูปมีความสัมพันธ์กันอย่างไร พร้อมให้นักเรียนสังเกตตัวเลขจากการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าโดยวิธีการบวกประกอบกับความสัมพันธ์ของด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และบันทึกสิ่งที่ได้เรียนรู้และฝึกหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยใช้วิธีการบวกและสูตรในใบงานที่ 2 รอบรู้ รอบรูป ข้อที่ 1

ชั่วโมงต่อมาให้นักเรียนให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสคู่ขนาดใดก็ได้ตามที่ต้องการลงบน geoboard พร้อมระบุขนาดของความยาวด้านและใส่สัญลักษณ์ของมุมและด้านให้ครบถ้วน และครูดำเนินการเลือกชิ้นงานที่มีขนาดต่างกันขึ้นมาแสดง และให้นักเรียนช่วยกันหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยวิธีการบวกแล้วพิจารณาความยาวด้านแต่ละด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เพื่อนำมาประกอบการพิจารณาการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยการคูณโดยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิด ดังนี้ ความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแต่ละรูปมีความสัมพันธ์

กันอย่างไร พร้อมให้นักเรียนสังเกตตัวเลขจากการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยวิธีการบวกประกอบกับความสัมพันธ์ของด้านแต่ละด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และบันทึกสิ่งที่ได้เรียนรู้และฝึกหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยใช้วิธีการบวกและการคูณในใบงานที่ 2 รอบรู้ รอบรูป ข้อที่ 2 เพื่อเริ่มเจาะจงไปที่มโนทัศน์ เรื่อง การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยใช้สูตร

ขั้นที่ 3 การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Explication) นักเรียนอธิบายหรือแลกเปลี่ยนเรียนรู้ในเรื่องการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ได้จากการสังเกตจากขั้นที่ 1 และ 2 ที่ผ่านมา โดยครูใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการแสดงความคิดว่า นักเรียนจะสามารถหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากได้อย่างไร นักเรียนมีวิธีการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าอย่างไรบ้าง นักเรียนมีวิธีการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสอย่างไรบ้าง โดยให้นักเรียนแต่ละคนเขียนคำตอบ แสดงความคิดหรือคำอธิบายของตนเองลงในกระดาษส่วนนักเรียนที่เรียนออนไลน์ให้พิมพ์ความคิดเห็นลงในข้อความในสาย ครูดูแนวคำตอบของนักเรียนแต่ละคน และเลือกคำตอบของนักเรียนที่น่าสนใจมาพูดคุยกันหน้าชั้นเรียนพร้อมเขียนคำหรือประโยคที่เป็นส่วนประกอบสำคัญของมโนทัศน์ต่าง ๆ ไว้บนจอ เพื่อเสริมให้นักเรียนใช้ภาษาที่ถูกต้องและเหมาะสม จากนั้นนักเรียนจะช่วยกันเรียงคำหรือประโยคต่าง ๆ ที่เป็นส่วนประกอบของมโนทัศน์นั้น ๆ ที่รวบรวมไว้บนจอให้ถูกต้อง และก่อนจบขั้นที่ 3 ครูให้ความรู้เพิ่มเติมในเรื่อง การอ่านชื่อของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ขั้นที่ 4 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ (Free Orientation) เปิดโอกาสให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมที่มีความยาวรอบรูปตามข้อกำหนดลงบน geoboard ด้วยตนเอง โดยให้นักเรียนใช้ยางสีแดงสร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความยาวรอบรูปยาว 12 หน่วย และใช้ยางสีเขียวสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีความยาวรอบรูปยาว 12 หน่วย ให้ได้มากที่สุด พร้อมระบุความยาวด้าน จากนั้นให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องของชิ้นงานต่าง ๆ ไปพร้อม ๆ กัน เพื่อตรวจสอบว่านักเรียนเข้าใจเกี่ยวกับความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสหรือไม่

ขั้นที่ 5 การสรุปรวม (Integration) นักเรียนร่วมกันสรุปมโนทัศน์ โดยการเล่าเรื่องราวเชื่อมโยงกับสิ่งที่ได้เรียนรู้มาตั้งแต่ขั้นที่ 1 ถึงขั้นที่ 4 โดยครูใช้คำถามที่มุ่งเน้นที่มโนทัศน์สำคัญ ดังนี้ ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากคืออะไร การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีกี่วิธีอะไรบ้าง และการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสอย่างไรบ้าง และตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนโดยให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวรอบรูปเท่ากับ 30 หน่วยลงบน geoboard ให้ได้มากที่สุด พร้อมระบุชื่อและความยาวด้าน

ขั้นที่ 3 ขั้นสังเกตการณ์ (Observe)

ขั้นสังเกตการณ์เป็นการเก็บรวบรวมข้อมูลระหว่างการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก โดยเก็บรวบรวมข้อมูลจากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการจัดการเรียนรู้ และเก็บรวบรวมข้อมูลจากการทำใบงานรายบุคคล ซึ่งจากการสังเกตของผู้วิจัยขณะทำการจัดการเรียนรู้สามารถบรรยายถึงสภาพบรรยากาศในชั้นเรียน รวมทั้งปัญหาและอุปสรรคที่พบจากการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) โดยมีรายละเอียดแต่ละขั้นดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการใช้คำถามเพื่อเข้าสู่บทเรียน (Information) ผู้วิจัยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมสนทนาและทำกิจกรรมเกี่ยวกับมโนทัศน์ เรื่อง ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่เป็นพื้นฐานที่นำไปสู่มโนทัศน์ เรื่อง การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่เป็นจุดมุ่งหมายของการเรียนในวงจรปฏิบัติการที่ 2 นี้ โดยให้นักเรียนสังเกตรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและจัตุรัสจาก https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/?zsr7gale แล้วให้นักเรียนตอบว่ารูปที่แสดงนี้รูปใดเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและรูปใดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส จากนั้นร่วมกันสนทนาเรื่อง สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากชนิดต่าง ๆ ซึ่งนักเรียนส่วนมากสามารถตอบได้อย่างถูกต้องและรวดเร็ว ดังบทสนทนาดังนี้

ครู : รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีลักษณะอย่างไร
นักเรียน : ด้านทั้ง 4 ด้านเป็นด้านที่เท่ากันทั้งหมด
ครู : แล้วมุมต้องมีลักษณะอย่างไร
นักเรียน : เป็นมุมฉากทั้ง 4 มุม
ครู : แล้วรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากอีกชนิดหนึ่งเรียกว่าอะไร
นักเรียน : รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
ครู : รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากนั้นมีหน้าตาอย่างไร
นักเรียน : เหมือนสี่เหลี่ยมจัตุรัสแต่ยาวกว่า

จากบทสนทนาแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีมโนทัศน์ เรื่อง ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ถูกต้อง แต่ยังไม่ได้ระบุลักษณะของความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ชัดเจน โดยนักเรียนระบุสมบัติของสี่เหลี่ยมผืนผ้าเพียงว่า ยาวกว่าสี่เหลี่ยมจัตุรัส เพื่อมุ่งเน้นไปที่ความยาวด้านครูจึงวาดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีขนาดของความกว้างและความยาวที่แตกต่างกันขึ้นมาหลาย ๆ รูป เพื่อให้นักเรียนสังเกตเห็นความยาวด้านที่แตกต่างกันโดยหลังจากการร่วมกันสังเกตนักเรียนสามารถตอบได้ว่ารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าต้องมีด้านกว้าง 2 ด้านที่เท่ากันและมีด้านยาว 2 ด้านที่เท่ากัน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์พื้นฐานของนักเรียน ผู้วิจัยให้นักเรียนยกตัวอย่างสิ่งของที่มีอยู่ในห้อง

ที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่สามารถยกตัวอย่างสิ่งของที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้ถูกต้อง ดังภาพ 25 และยกตัวอย่างสิ่งของที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าได้ถูกต้อง ดังภาพ 26 ดังนี้

ภาพ 25 สิ่งของในห้องที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

ภาพ 26 สิ่งของในห้องที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ในขณะที่นักเรียนคนหนึ่งระบุว่าโต๊ะนักเรียนเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งมีทั้งนักเรียนที่เห็นด้วยว่าเป็นและไม่เห็นด้วยโดยระบุว่าไม่เป็น ครูจึงถามคำถามกระตุ้นให้นักเรียนทุกคนในห้องร่วมกันสนทนาต่อยอดในประเด็นดังกล่าว จึงเกิดบทสนทนา ดังนี้

ครู : ทำไมเราคิดว่าโต๊ะนักเรียนไม่เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
(ถามนักเรียนที่ไม่เห็นด้วย)

นักเรียน : ตรงมุมมันโค้ง

ครู : แล้วทำไมเราคิดว่าโต๊ะนักเรียนเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
(ถามนักเรียนที่เห็นด้วย)

นักเรียน : ข้างในโต๊ะมันไม่โค้งมันเป็นมุมฉาก

จากการโต้แย้งในบทสนทนาข้างต้น แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีมโนทัศน์พื้นฐาน เรื่อง ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ถูกต้อง ระเอียด และชัดเจน พร้อมที่จะเรียนรู้มโนทัศน์เป้าหมาย เรื่อง

การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากต่อไป จากนั้นครูนำเสนอสถานการณ์เกี่ยวกับภาพเครื่องแบบการแต่งกายชุดพละ (รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส) และนักเรียนชาย-หญิง (รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า) เพื่อเชื่อมโยงไปสู่ความหมายของความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากว่า “ถ้าจะตกแต่งภาพทั้งสองภาพโดยใช้เชือกติดรอบภาพแต่ละภาพจะใช้เชือกยาวอย่างน้อยเท่าใด” โดยให้ตัวแทนนักเรียน 2 คนออกมาใช้เชือกทาบไปตามขอบของภาพเครื่องแบบการแต่งกายชุดพละโดยรอบ พร้อมทำเครื่องหมายไว้ที่เชือกบริเวณมุมทั้งสี่จากนั้นขึงเชือกให้ตึงแล้วให้นักเรียนทำการวัดความยาวของเชือกแต่ละส่วนแล้วสังเกตความยาวโดยรอบของภาพเครื่องแบบการแต่งกายชุดพละ ต่อมาให้ตัวแทนนักเรียน 2 คนออกทำกิจกรรมเช่นเดิมกับภาพเครื่องแบบการแต่งกายชุดนักเรียนชาย-หญิง ดังภาพ 27

ภาพ 27 กิจกรรมประกอบสถานการณ์การตกแต่งภาพด้วยเชือก

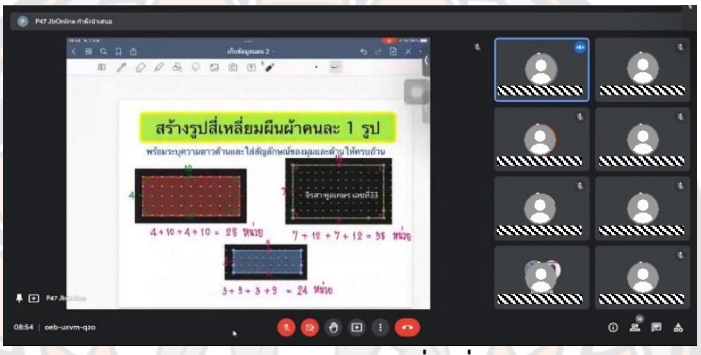
โดยนักเรียนส่วนมากสามารถตอบได้ว่าใช้เชือกยาวอย่างน้อยเท่าใด และสามารถสรุปความเข้าใจเกี่ยวกับความหมายของความยาวรอบรูป ได้ดังบทสนทนาของการรต่อไปนี้

ครู : ความยาวรอบรูปคืออะไร
นักเรียน : เส้นทางปิดที่ล้อมรอบรูป
นักเรียน : การวัดรอบรูปเป็นเมตร และเซนติเมตรแล้วนำมาบวกกัน
ครู : เด็ก ๆ เราวัดอะไรเป็นเมตรเป็นเซนติเมตรเอ่ย
นักเรียน : ด้านทุกด้านของรูป
ครู : เยี่ยมเลยค่ะ แล้วสรุปว่าความยาวรอบรูปคืออะไรเอ่ย
นักเรียน : การวัดความยาวทุกด้านแล้วนำมาบวกกัน

ปัญหาที่พบคือ มีนักเรียนบางส่วนยังไม่มีโอกาสได้ร่วมทำกิจกรรมในสถานการณ์การตกแต่งภาพด้วยเชือกเพื่อสร้างมโนทัศน์เกี่ยวกับความหมายของความยาวรอบรูปเท่าที่ควรมีเพียงตัวแทนนักเรียนที่ออกมาทำกิจกรรมหน้าห้องเท่านั้นที่ได้ลงมือปฏิบัติจริงกับรูปภาพ ส่งผลให้นักเรียนในห้องเริ่มเบื่อและไม่สนใจกิจกรรมหน้าชั้นเรียน จากนั้นผู้วิจัยแจ้งจุดประสงค์และความหมายของความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากให้นักเรียนทราบ พร้อมทั้งให้คำถามเกี่ยวกับประเด็นที่เจาะลึกรายละเอียดเกี่ยวกับความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแต่ละชนิด เพื่อให้นักเรียนเกิดความสงสัยและ

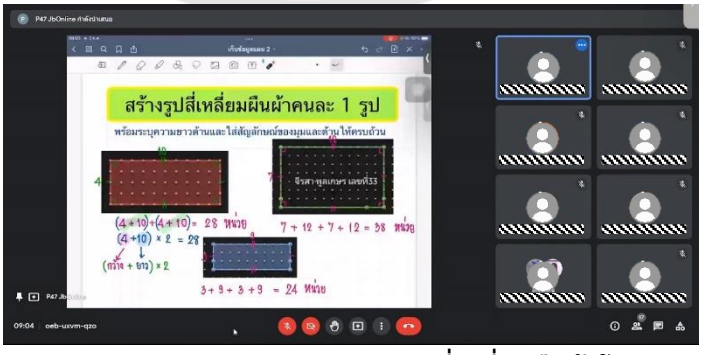
ให้ความสนใจกับมโนทัศน์ที่กำลังจะเรียนมากยิ่งขึ้นว่า การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสนั้นมีวิธีการหาอย่างไร จะเหมือนหรือต่างกันอย่างไร

ขั้นที่ 2 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง (Directed Orientation) นักเรียนใช้ geoboard ในรูปแบบ Online Web App บนโทรศัพท์มือของนักเรียนผ่าน https://www.mathlearningcenter.org/apps/geoboard ในการสร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาดใดก็ได้ตามที่ต้องการคู่ละหรือคนละ 1 รูป ซึ่งนักเรียนทุกคนสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าได้ถูกต้องอย่างรวดเร็ว จากนั้นครูเลือกเปิดรูปภาพที่นักเรียนส่งมา โดยเลือกรูปภาพสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความยาวด้านที่แตกต่างกันขึ้นมาแสดงแล้วให้นักเรียนช่วยกันหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าโดยวิธีการบวก ดังภาพ 28



ภาพ 28 การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าโดยวิธีการบวก

แล้วพิจารณาความยาวของด้านตรงข้าม โดยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิด ดังนี้ ความยาวของด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแต่ละรูปมีความสัมพันธ์กันอย่างไร ซึ่งนักเรียนสามารถตอบได้ว่าด้านตรงข้ามมีความยาวเท่ากัน จากความสัมพันธ์ดังกล่าวนำมาสู่การพิจารณาการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าโดยการคูณและการบวก ดังภาพ 29

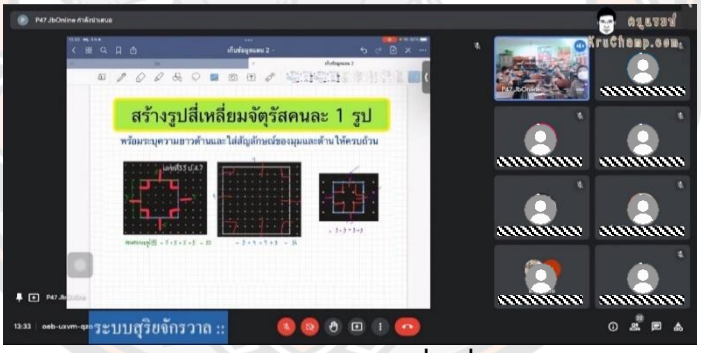


ภาพ 29 การพิจารณาการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าโดยการคูณและการบวก

ซึ่งในขั้นนี้นักเรียนส่วนมากสามารถสังเกตตัวเลขจากการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าโดยวิธีการบวกประกอบกับความสัมพันธ์ของด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าได้อย่างถูกต้อง แสดงให้เห็นว่านักเรียนเห็นโครงสร้างของมโนทัศน์ เรื่อง ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ดังบทสนทนาต่อไปนี้

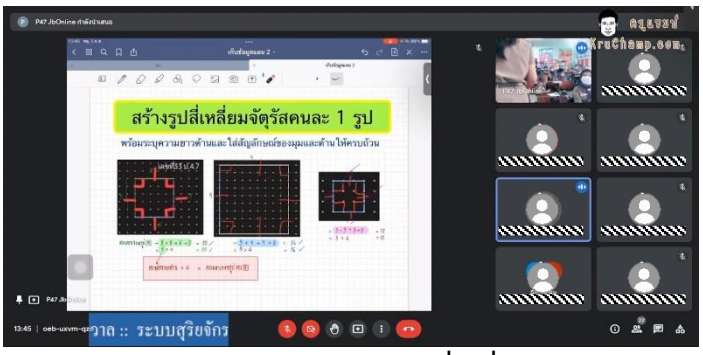
ครู : เลข 4 ได้มาจากไหน
นักเรียน : ความกว้าง
ครู : แล้วเลข 10 ล่ะคะ
นักเรียน : ความยาว

ชั่วโมงต่อมานักเรียนใช้ geoboard ในรูปแบบ Online Web App บนโทรศัพท์มือของนักเรียนผ่าน https://www.mathlearningcenter.org/apps/geoboard ในการสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดใดก็ได้ตามที่ต้องการ คู่ละหรือคนละ 1 รูป ซึ่งนักเรียนทุกคนสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้ถูกต้องอย่างรวดเร็ว จากนั้นครูเลือกเปิดรูปภาพที่นักเรียนส่งมา โดยเลือกรูปภาพสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวด้านที่แตกต่างกันขึ้นมาแสดงแล้วให้นักเรียนช่วยกันหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยวิธีการบวก ดังภาพ 30



ภาพ 30 การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยวิธีการบวก

แล้วพิจารณาความยาวด้านแต่ละด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิด ดังนี้ ความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแต่ละรูปมีความสัมพันธ์กันอย่างไร ซึ่งนักเรียนสามารถตอบได้ว่าทุกด้านมีความยาวเท่ากัน จากความสัมพันธ์ดังกล่าวนำมาสู่การพิจารณาการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยการคูณ ดังภาพ 31



ภาพ 31 การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยการคูณ

ซึ่งในขั้นนี้นักเรียนส่วนมากสามารถสังเกตตัวเลขจากการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยวิธีการบวกประกอบกับความสัมพันธ์ของด้านแต่ละด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้อย่างถูกต้อง แสดงให้เห็นว่านักเรียนเห็นโครงสร้างของมโนทัศน์ เรื่อง ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ดังบทสนทนาต่อไปนี้

ครู : ทำไมต้องมีการคูณด้วย 4 ทุกข้อ
นักเรียน : เพราะมันเป็นสี่ด้านที่เท่ากัน
ครู : ทุกข้อต้องใช้ 5 x 4 หรือไม่
นักเรียน : ไม่ต้อง ต้องเปลี่ยนเลข 5
ครู : เปลี่ยนอย่างไร แล้วเลข 5 มาจากไหน
นักเรียน : ความยาวด้าน

ในกิจกรรมการสร้างรูปสี่เหลี่ยมผ่าน geoboard ทั้งรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแสดงให้เห็นว่าแนวทางการจับคู่กับเพื่อนที่มีอุปกรณ์และเรียนรู้ได้ค่อนข้างรวดเร็ว เพื่อพูดคุย ปรึกษาและสร้างชิ้นงานร่วมกันให้ผลที่ดี เป็นแนวปฏิบัติได้ เพราะขจัดปัญหาเรื่องอุปกรณ์ไม่พร้อมได้ รวมถึงทำให้นักเรียนมีความกล้าคิด ทดลอง หรือเรียนรู้ไปพร้อม ๆ กัน ไม่ต้องรอตัวอย่างจากเพื่อนแต่ครูต้องคอยสังเกต ถาม หรือโน้มน้าวใจให้นักเรียนร่วมกันคิดร่วมกันทำเนื่องจากในบางครั้งนักเรียนที่นั่งคู่กันกับเพื่อนบางครั้งให้เพื่อนทำคนเดียว ในการสนทนาเกี่ยวกับลักษณะหรือโครงสร้างของมโนทัศน์แสดงให้เห็นว่าแนวทางการใช้คำถามของครูที่เจาะลึกประเด็นสำคัญมากขึ้น โดยไม่ชี้นำคำตอบมากเกินไป และถามควบคู่ไปกับการให้นักเรียนสังเกตรูปภาพประกอบนั้น เป็นแนวปฏิบัติได้ เพราะสามารถกระตุ้นให้นักเรียนตอบคำถามหรือแสดงความคิดเห็นตรงประเด็นตามที่ผู้วิจัยวางแผนไว้ และในขั้นนี้ผู้วิจัยได้ปฏิบัติตามแนวทางทำข้อตกลงร่วมกับนักเรียนในเรื่องการใช้โทรศัพท์มือถือ ส่งผลให้ปัญหาเรื่องการใช้มือถือในขณะที่ทำกิจกรรมในห้องเรียนสามารถบริหารจัดการได้ดีขึ้น

ขั้นที่ 3 การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Explication) นักเรียนอธิบายหรือแลกเปลี่ยนเรียนรู้ในเรื่องการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ได้จากการสังเกตจากขั้นที่ 1 และ 2 ที่ผ่านมา โดยครูใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการแสดงความคิดว่า นักเรียนจะสามารถหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากได้อย่างไร นักเรียนมีวิธีการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าอย่างไรบ้าง นักเรียนมีวิธีการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสอย่างไรบ้าง ซึ่งในกิจกรรมขั้นนี้นักเรียนส่วนมากทั้งกลุ่มออนไซต์และออนไลน์ใช้วิธีการเปิดไมค์ร่วมสนทนาแทนการเขียนหรือพิมพ์ข้อความในสาย ผู้วิจัยจึงปรับรูปแบบของกิจกรรมเป็นการสนทนาโดยผู้วิจัยมีบทบาทในการถามคำถามต่อเพื่อให้การสนทนาดำเนินไปถึงประเด็นสำคัญหรือมโนทัศน์ และเลือกคำตอบของนักเรียนที่น่าสนใจมาพูดคุยกันหน้าชั้นเรียนพร้อมเขียนคำหรือประโยคที่เป็นส่วนประกอบสำคัญของมโนทัศน์ต่าง ๆ ไว้บนจอ เพื่อเสริมให้นักเรียนใช้ภาษาที่ถูกต้องและเหมาะสมเช่นเดิม เริ่มจากบทสนทนาเรื่องการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งนักเรียนส่วนมากร่วมตอบคำถามและแสดงความคิดเห็นของตนเองอย่างกระตือรือร้น แต่ยังมีลักษณะเป็นคำตอบสั้น ๆ ในการสื่อสารความคิดของตนเองซึ่งยังไม่เข้าถึงประเด็นสำคัญ แต่นักเรียนบางส่วนก็สามารถที่จะนำคำตอบสั้น ๆ เหล่านี้มารวมกันเพื่อให้การสื่อสารมีความหมายมากขึ้นประกอบกับการใช้คำถามของครูทำให้การสนทนาในครั้งนี้เข้าสู่ประเด็นสำคัญได้ดังบทสนทนาต่อไปนี้

ครู : นักเรียนจะหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากได้อย่างไร
นักเรียน : วัด
นักเรียน : ดูมุม
นักเรียน : ดูความยาว
นักเรียน : วัดความยาว
ครู : เราวัดความยาวของอะไร
นักเรียน : วัดความยาวของด้าน

ครูเขียนประเด็นที่ 1 ด้วยข้อความ “วัดความยาวของด้าน”

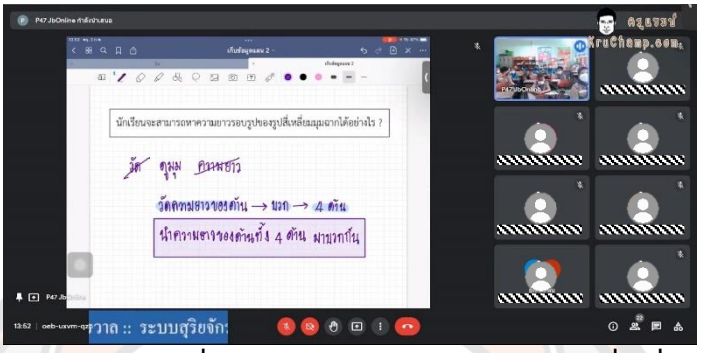
ครู : แล้ว...เมื่อวัดความยาวของด้านแล้ว เรานำมาทำอย่างไรต่อ
นักเรียน : บวก

ครูเขียนประเด็นที่ 2 ด้วยข้อความ “บวก”

ครู : เราต้องบวกกันกี่ด้าน
นักเรียน : 4 ด้าน

ครูเขียนประเด็นที่ 3 ด้วยข้อความ “4 ด้าน”

เมื่อจบบทสนทนาครูนำประเด็นทั้ง 3 ประเด็นมาเขียนเรียงตามลำดับ จากนั้นให้นักเรียนจะช่วยกันเรียงคำหรือประโยคต่าง ๆ ที่เป็นส่วนประกอบของมโนทัศน์นั้น ๆ โดยนักเรียนส่วนมากสามารถเรียงและเพิ่มเติมข้อความได้ถูกต้องและสมบูรณ์ คือ “การนำความยาวด้านทั้ง 4 ด้านมาบวกกัน” ดังภาพ 32



ภาพ 32 สรุปมโนทัศน์ เรื่อง การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ต่อมาร่วมกันสนทนา เรื่อง การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งนักเรียนส่วนมากร่วมตอบคำถามและแสดงความคิดเห็นของตนเองอย่างกระตือรือร้น และสามารถเข้าถึงประเด็นสำคัญได้รวดเร็วขึ้นซึ่งอาจเป็นผลมาจากประสบการการสนทนาแรกที่ผ่านมา ดังบทสนทนาต่อไปนี้

ครู : นักเรียนมีวิธีการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าอย่างไรบ้าง

นักเรียน : วัดความยาว ความกว้าง

ครูเขียนประเด็นที่ 1 ด้วยข้อความ “ความยาว ความกว้าง”

ครู : เมื่อเราวัดความยาวและความกว้างแล้วเราจะนำมาทำอะไรต่อ

นักเรียน : บวกกัน

ครูเขียนประเด็นที่ 2 ด้วยข้อความ “บวกกัน”

ครู : นำอะไรมาบวกกันบ้าง

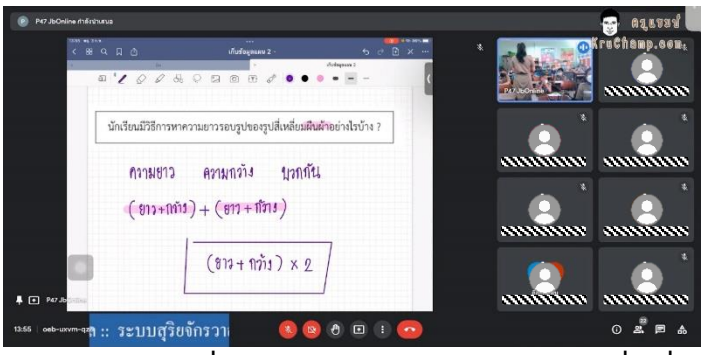
นักเรียน : นำความยาวมาบวกกับความกว้างแล้วก็นำความยาวบวกกับความกว้างแล้วนำมาบวกกัน

ครูเขียนประเด็นที่ 3 ด้วยข้อความ “(กว้าง + ยาว) + (กว้าง + ยาว)”

นักเรียน : เอาแค่กว้าง + ยาวแล้วก็คูณสองก็ได้

ครูเขียนประเด็นที่ 4 ด้วยข้อความ “(กว้าง + ยาว) x 2”

เมื่อจบบทสนทนานักเรียนพบข้อสรุปว่าการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามี 2 วิธีคือ “การนำด้านทั้งสี่มาบวกกันและการใช้สูตร (กว้าง + ยาว) x 2” ดังภาพ 33



ภาพ 33 สรุปมโนทัศน์ เรื่อง การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

และร่วมกันสนทนา เรื่อง การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งนักเรียนส่วนมากร่วมตอบคำถามและแสดงความคิดเห็นของตนเองอย่างกระตือรือร้น และตรงประเด็นสำคัญได้อย่างรวดเร็ว ซึ่งไม่ต้องเรียงข้อความซ้ำอีกครั้ง ดังบทสนทนาต่อไปนี้

ครู : นักเรียนมีวิธีการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสอย่างไรบ้าง

นักเรียน : นำทั้ง 4 ด้านมาบวกกัน

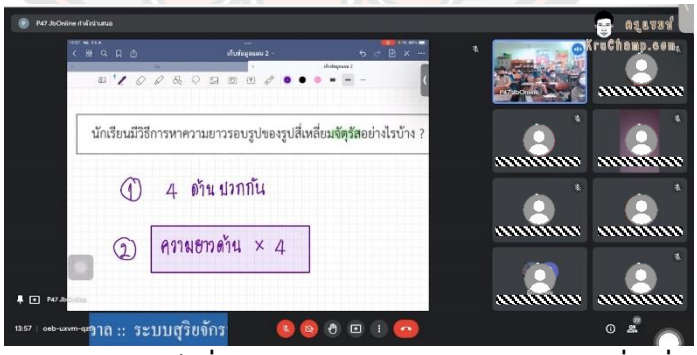
ครูเขียนประเด็นที่ 1 ด้วยข้อความ “4 ด้านมาบวกกัน”

ครู : มีวิธีอื่นอีกไหม

นักเรียน : นำด้านมาคูณ 4

ครูเขียนประเด็นที่ 2 ด้วยข้อความ “ความยาวด้าน x 4”

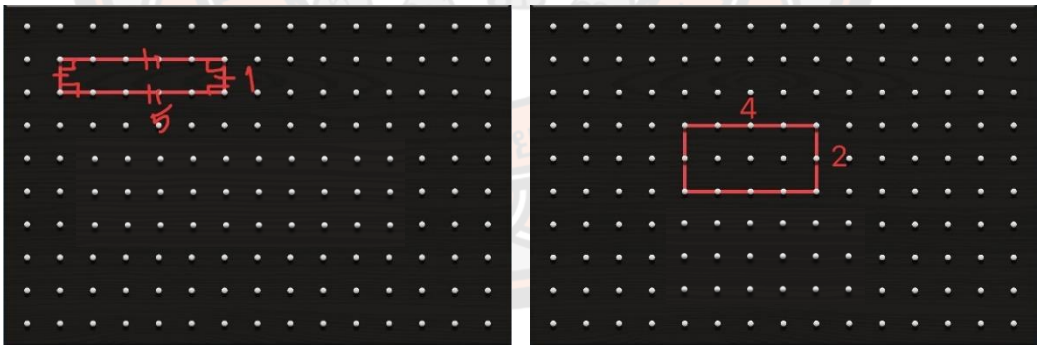
เมื่อจบบทสนทนานักเรียนพบข้อสรุปว่าการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมี 2 วิธี คือ “การนำด้านทั้งสี่ด้านมาบวกกันและการใช้สูตรความยาวด้าน x 4” ดังภาพ 34



ภาพ 34 สรุปมโนทัศน์ เรื่อง การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

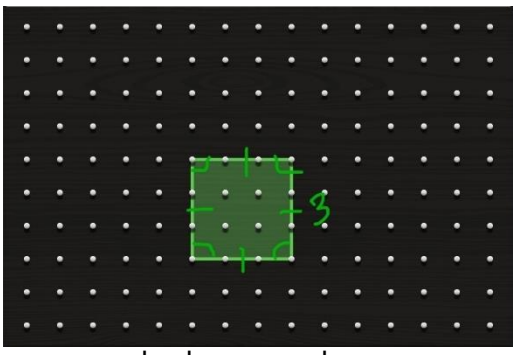
ในกิจกรรมการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นหรือการการสนทนาเกี่ยวกับการหาความยาวรอบรูปดังกล่าว แสดงให้เห็นว่าแนวทางการใช้คำถามของครูที่เจาะลึกประเด็นสำคัญมากขึ้น โดยไม่ชี้นำคำตอบมากเกินไป และถามควบคู่ไปกับการให้นักเรียนสังเกตรูปภาพประกอบนั้นเป็นแนวปฏิบัติได้ เพราะสามารถกระตุ้นให้นักเรียนตอบคำถามหรือแสดงความคิดเห็นตรงประเด็นตามที่ผู้วิจัยวางแผนไว้ และเข้าระบบจากอุปกรณ์อีกเครื่องเพื่อดูความคิดเห็นของนักเรียนกลุ่ม online ไปพร้อม ๆ กับเดินดูนักเรียนกลุ่ม on-site เป็นแนวปฏิบัติได้ เพราะนักเรียนได้แสดงความคิดของตนเองและแลกเปลี่ยนกันเกี่ยวกับมโนทัศน์ ครูเห็นความเห็นของนักเรียนทั้งสองกลุ่มและเห็นถึงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้น และสามารถนำมาปรับหรือยกตัวอย่างให้เห็นว่ามันคลาดเคลื่อน โดยการที่ครูใช้คำถามกระตุ้นเพิ่มเติมเข้าไปในบทสนทนาด้วยเป็นระยะจะเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนคิดและมีส่วนร่วมแสดงความคิดเห็นของตนเองเกี่ยวกับมโนทัศน์เพิ่มมากขึ้น

ขั้นที่ 4 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ (Free Orientation) นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมที่มีความยาวรอบรูปตามข้อกำหนดลงบน geoboard ด้วยตนเอง โดยให้นักเรียนใช้ยางสีแดงสร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความยาวรอบรูปยาว 12 หน่วย เพื่อตรวจสอบว่านักเรียนเข้าใจเกี่ยวกับความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าถูกต้องหรือไม่ผ่านชิ้นงาน ซึ่งพบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถสร้างได้ถูกต้องแสดงถึงความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ เรื่อง สมบัติและความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ดังภาพ 35



ภาพ 35 การสร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า เมื่อกำหนดความยาวรอบรูป

และใช้ยางสีเขียวสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีความยาวรอบรูปยาว 12 หน่วย เพื่อตรวจสอบว่านักเรียนเข้าใจเกี่ยวกับความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสถูกต้องหรือไม่ผ่านชิ้นงาน ซึ่งพบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถสร้างได้ถูกต้องแสดงถึงความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ เรื่อง สมบัติและความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ดังภาพ 36

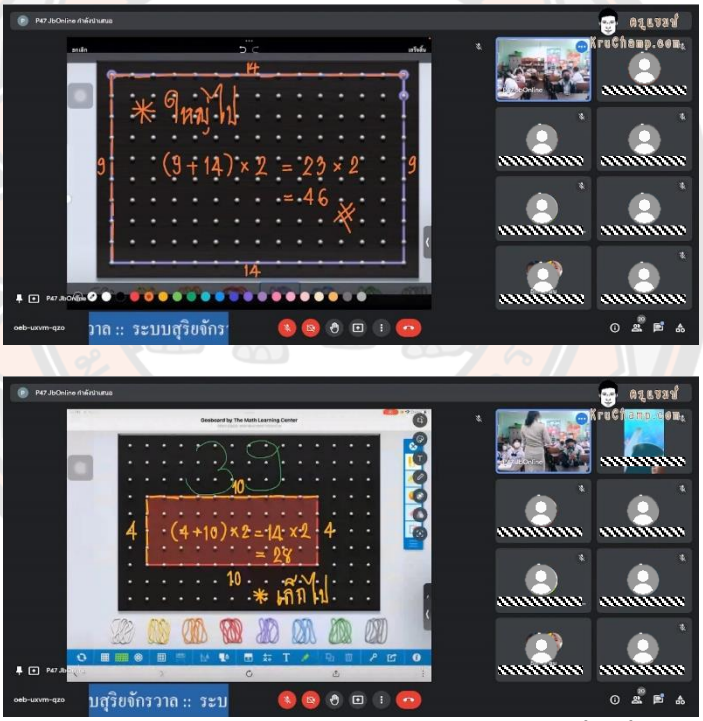


ภาพ 36 การสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เมื่อกำหนดความยาวรอบรูป

ในกิจกรรมการร่วมกันพิจารณาชิ้นงานของนักเรียนที่ได้สร้างตามโจทย์ที่ครูกำหนดนั้น ครูมีการกำหนดเวลาให้สร้างโจทย์ละ 5 นาที เมื่อหมดเวลาจะให้สัญญาณนักเรียนวางอุปกรณ์ลงและพิจารณาชิ้นงานที่ได้ร่วมกัน ซึ่งสามารถนำมาเป็นแนวทางในการปฏิบัติได้เพราะนักเรียนให้ความสนใจในการเรียนรู้มโนทัศน์ส่งผลให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของมโนทัศน์ชัดเจนมากขึ้น ส่งผลให้นักเรียนให้ความสนใจในการเรียนรู้มโนทัศน์

ขั้นที่ 5 การสรุปรวม (Integration) นักเรียนร่วมกันสรุปมโนทัศน์ โดยการเล่าเรื่องราวเชื่อมโยงกับสิ่งที่ได้เรียนรู้มาตั้งแต่ขั้นที่ 1 ถึงขั้นที่ 4 โดยครูใช้คำถามที่มุ่งเน้นที่มโนทัศน์สำคัญ ดังนี้ ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากคืออะไร ซึ่งนักเรียนเล่าว่าตั้งแต่เริ่มต้นเรานำเชือกมาวัดขอบของรูปที่เราจะทำบอร์ด วัดรอบ ๆ แล้วนำทุกส่วนมาบวกกันให้รอบรูป ทำให้เรารู้ว่าความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก คือ การนำความยาวของด้านทั้ง 4 ด้านมาบวกกัน การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีกี่วิธี อะไรบ้าง นักเรียนสามารถตอบได้ว่ามี 2 วิธี มีบวกและคูณได้อย่างรวดเร็ว ครูจึงถามนักเรียนต่อว่าถ้าเราจะใช้วิธีการบวกเราจะต้องทำอย่างไร วัดความยาวด้านทั้งหมดแล้วนำมาบวกกันทั้งหมด 4 ด้าน และวิธีการคูณหรือการใช้สูตรคือนำความกว้างและความยาวมาบวกกันแล้วนำมาคูณสอง และการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสอย่างไรบ้าง นักเรียนตอบว่ามี 2 วิธีวิธีแรกนำทั้ง 4 ด้านมาบวกกันเหมือนกับรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแต่เราวัดแค่ด้านเดียวเพราะทุกด้านเท่ากัน ส่วนวิธีการคูณหรือการใช้สูตรเราก็นำความยาวด้านมาคูณ 4 ได้เลยเพราะมันเท่ากัน จากคำตอบของนักเรียน แสดงให้เห็นว่านักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่ถูกต้องชัดเจนเกี่ยวกับความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแต่ละชนิด และตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนโดยให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวรอบรูปเท่ากับ 30 หน่วยลงบน geoboard ให้ได้มากที่สุด แต่อาจไม่ต้องระบุชื่อและความยาวด้านก่อนที่นักเรียนจะสร้างพบว่ามีนักเรียนบางส่วนไม่เข้าใจคำว่า “มากที่สุด” ในโจทย์โดยสับสนว่าในเมื่อครูกำหนดความยาวรอบรูปเท่ากับ 30 แล้ว ทำไมถึงให้นักเรียนหามากที่สุดอีก ซึ่งนักเรียนเข้าใจว่ามากที่สุดคือ 30 ซึ่งตามลักษณะของโจทย์แล้วคำว่ามากที่สุดหมายถึงการสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากให้ได้จำนวนรูปมากที่สุด โดยแต่ละรูปจะต้อง

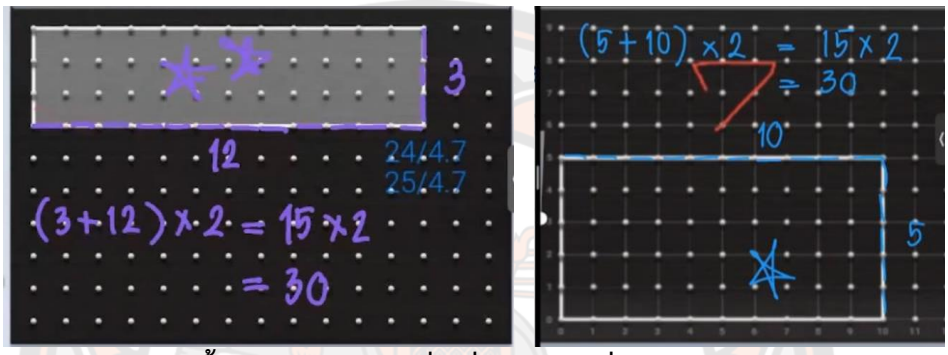
มีความยาวรอบรูปเท่ากับ 30 หน่วย ผู้วิจัยจึงการยกตัวอย่างโจทย์ที่มีลักษณะคล้ายกัน คือ สร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวรอบรูปเท่ากับ 8 หน่วยให้ได้มากที่สุด เพื่อสื่อสารหรืออธิบายคำว่าให้ได้มากที่สุดว่ามันคือจำนวนรูปไม่ใช่ความยาวรอบรูป เมื่อนักเรียนเข้าใจโจทย์แล้วครูจึงให้นักเรียนเริ่มลงมือสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากตามข้อกำหนด ซึ่งในช่วงแรกผู้วิจัยพบว่า ชิ้นงานที่นักเรียนส่งเข้ามานั้นได้ไม่ถูกต้อง ผู้วิจัยจึงให้นักเรียนทุกคนวางมือจากการสร้างชิ้นงานแล้วนำชิ้นงานที่ส่งเข้ามาแล้วแสดงบนจอเพื่อให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาความถูกต้องของชิ้นงานและสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับความยาวของแต่ละด้านของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเมื่อนักเรียนเห็นข้อผิดพลาดหรือสิ่งที่คลาดเคลื่อนของชิ้นงานแต่ละชิ้นงานที่ส่งมานั้นนักเรียนส่วนมากสามารถที่จะปรับความเข้าใจในมโนทัศน์ของตนเองในเรื่องของการกำหนดขนาดของความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากโดยสามารถสร้างรูปหรือปรับจากรูปที่พิจารณาร่วมกันได้ถูกต้อง ดังภาพ 37



ภาพ 37 การตรวจสอบความผิดพลาดของการสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ที่มีความยาวรอบรูปเท่ากับ 30 หน่วย

ขณะที่นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมอยู่นั้นผู้วิจัยสังเกตว่า นักเรียนหลายคนพยายามขยับรูปเพื่อให้สามารถสร้างรูปให้ได้มากที่สุดตามที่โจทย์กำหนดจึงต้องปรับหลายครั้ง ซึ่งการสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวรอบรูป 30 หน่วยนั้นสามารถสร้างได้ทั้งหมด 7 รูป ทำให้พื้นที่ในการสร้างชิ้นงานไม่เพียงพอ และพบว่านักเรียนอีกส่วนหนึ่งเมื่อสร้างเต็มพื้นที่แล้วก็จะหยุดแค่นั้นไม่พยายามคิดหรือหารูปอื่น ๆ เพิ่มเติม ผู้วิจัยจึงปรับรูปแบบของกิจกรรมให้มีความท้าทายมากขึ้นโดยให้นักเรียน

ส่งชิ้นงานมาทีละชิ้น เมื่อมีการส่งชิ้นงานเข้ามา 1 ชิ้น นักเรียนทุกคนต้องหยุดสร้างรูปของตนเองและมาพิจารณาชิ้นงานของเพื่อนที่ส่งเข้ามาว่าถูกต้องหรือไม่ ถ้าผิดมีส่วนไหนที่ผิดให้นักเรียนแต่ละคนนำชิ้นงานนี้ไปปรับให้ถูกต้อง ถ้าชิ้นงานที่ร่วมกันพิจารณานั้นถูกต้องแล้วครูจะบันทึกขนาดของความกว้างและความยาวไว้แล้วให้สร้างรูปตามโจทย์เดิมแต่รูปต่อไปต้องมีความยาวด้านต่างจากรูปที่มีอยู่แล้ว เพื่อสร้างประเด็นท้าทายให้นักเรียนพยายามหารูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวรอบรูป 30 ให้ได้มากที่สุด ซึ่งนักเรียนสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมที่มีขนาดต่างกันแต่มีความยาวรอบรูปเท่ากันได้ครบทั้ง 7 รูป ดังภาพ 38



ภาพ 38 ตัวอย่างชิ้นงานการสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวรอบรูป 30 หน่วย

ขั้นที่ 4 ขั้นสะท้อนผล (Reflect) ผู้วิจัยได้สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 2 ดังแสดงในตาราง 8

ตาราง 8 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 2

ขั้นการปฏิบัติ	ปัญหาที่พบ	แนวทางการปรับปรุง
ขั้นที่ 1 การใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน (Inquiry/Information)	นักเรียนบางส่วนยังไม่มีโอกาสได้ร่วมทำกิจกรรมในสถานการณ์การตกแต่งภาพด้วยเชือกเพื่อสร้างมโนทัศน์เกี่ยวกับความหมายของความยาวรอบรูปเท่าที่ควรมีเพียงตัวแทนนักเรียนที่ออกมาทำกิจกรรมหน้าห้องเท่านั้นที่ได้ลงมือปฏิบัติจริงกับรูปภาพ ส่งผลให้นักเรียนในห้องเริ่มเบื่อและไม่สนใจกิจกรรมหน้าชั้นเรียน	ปรับรูปแบบกิจกรรมให้ดึงดูดความสนใจของนักเรียนมากขึ้น โดยการเพิ่มการแข่งขันและคะแนนสะสม เช่น แบ่งกลุ่มนักเรียน 2 กลุ่ม ซ้าย ขวา และให้ร่วมกันวางแผน และออกมาปฏิบัติตามแผนที่ละคนโดยไม่ให้ซ้ำกันจนกว่าจะออกมาทำกิจกรรมครบทุกคน โดยครูคอยให้สัญญาณการเปลี่ยนตัว

ตาราง 8 (ต่อ)

ขั้นการปฏิบัติ	ปัญหาที่พบ	แนวทางการปรับปรุง
ขั้นที่ 2 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง (Directed Orientation)	-	-
ขั้นที่ 3 การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Explication)	-	-
ขั้นที่ 4 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ (Free Orientation)	-	-
ขั้นที่ 5 ขั้นการสรุปรวม (Integration)	นักเรียนบางส่วนไม่เข้าใจคำว่า “มากที่สุด” ในโจทย์สร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวรอบรูปเท่ากับ 30 ให้ได้มากที่สุด ซึ่งนักเรียนเข้าใจว่ามากที่สุดคือความยาวรอบรูป ซึ่งตามลักษณะของโจทย์แล้วคำว่ามากที่สุดหมายถึงการสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากให้ได้จำนวนรูปมากที่สุด โดยแต่ละรูปจะต้องมีความยาวรอบรูปเท่ากับ 30 หน่วย	ก่อนให้นักเรียนลงมือสร้างรูปสี่เหลี่ยมในโจทย์ใด ๆ ครูควรอธิบายและทำความเข้าใจประเด็นหรือจุดมุ่งหมายของโจทย์ให้ชัดเจนก่อน เพื่อไม่ให้นักเรียนเกิดความสับสนหรือไม่เข้าใจโจทย์

จากตาราง 8 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนขณะการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และแนวทางปรับปรุงแก้ไขปัญหาที่พบสำหรับพัฒนาการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 3 ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

วงจรปฏิบัติการที่ 3 เรื่อง การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

จากผลการสะท้อนผลการปฏิบัติในวงจรปฏิบัติการที่ 2 ทำให้ผู้วิจัยได้แนวทางการปรับปรุงและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยมีรายละเอียดในการดำเนินกิจกรรม ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นวางแผน (Plan)

ผู้วิจัยนำผลการสะท้อนการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 มาปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เพื่อให้การจัดการเรียนรู้บรรลุตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ ซึ่งผู้วิจัยได้ปรับรูปแบบกิจกรรมให้ดึงดูดความสนใจของนักเรียนมากขึ้น เพิ่มขั้นตอนของการให้นักเรียนทำความเข้าใจโจทย์เพื่อไม่ให้เกิดความสับสนและเข้าใจจุดประสงค์ของกิจกรรมมากขึ้น

ขั้นที่ 1 การใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน (Inquiry/ Information) ผู้วิจัยพบว่านักเรียนบางส่วนยังไม่มีโอกาสได้ร่วมทำกิจกรรมเพื่อสร้างมโนทัศน์ที่เรียนเท่าที่ควร เนื่องจากมีเพียงตัวแทนนักเรียนที่ออกมาทำกิจกรรมหน้าห้องเท่านั้นที่ได้ลงมือปฏิบัติจริงกับรูปภาพ ส่งผลให้นักเรียนในห้องเริ่มเบื่อและไม่สนใจกิจกรรมหน้าชั้นเรียน ผู้วิจัยจึงปรับรูปแบบของกิจกรรมจิ๊กซอขอกระซิบ ซึ่งเป็นการสำรวจมโนทัศน์เรื่องการหาพื้นที่โดยการนับตารางหน่วย เดิมนักเรียนต้องส่งตัวแทนมาปฏิบัติหน้าห้องปรับเป็นกิจกรรมการแข่งขันและคะแนนสะสม คือ แบ่งกลุ่มนักเรียน 2 กลุ่มชาย หญิง และให้ร่วมกันวางแผน และออกมาปฏิบัติตามแผนที่ละคนโดยไม่ให้ซ้ำกันจนกว่าจะออกมาทำกิจกรรมครบทุกคน โดยครูคอยให้สัญญาณการเปลี่ยนตัว

ขั้นที่ 2 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง (Directed Orientation) ผู้วิจัยใช้คำถามชวนคิดเพื่อให้นักเรียนร่วมกันหาวิธีการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากโดยวิธีการที่นอกเหนือจากการนับตารางหน่วย และใช้ geoboard สร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยกำหนดพื้นที่ให้ จากนั้นให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาการหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแต่ละชนิด เพื่อนำมาประกอบการพิจารณาการหาสูตรการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมนั้น ๆ และบันทึกผลลงในใบงานเช่นเดิม

ขั้นที่ 3 การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Explication) ผู้วิจัยให้นักเรียนอธิบายหรือแลกเปลี่ยนเรียนรู้กันในเรื่องของการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ได้จากขั้นที่ 2 โดยครูใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็น โดยผู้วิจัยจะเขียนประเด็นสำคัญจากคำตอบหรือความคิดเห็นของนักเรียนไว้แล้วให้นักเรียนช่วยกันเรียงคำหรือประโยคต่าง ๆ ที่เป็นส่วนประกอบของมโนทัศน์นั้น ๆ ให้ถูกต้อง และใช้คำถามให้เจาะลึกประเด็นสำคัญ โดยไม่ชี้นำคำตอบมากเกินไป และถามควบคู่ไปกับการให้นักเรียนสังเกตและอธิบายเกี่ยวกับมโนทัศน์ เรื่อง พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากประกอบการมองถาพควบคู่ไปด้วยเช่นเดิม

ขั้นที่ 4 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ (Free Orientation) ผู้วิจัยให้นักเรียนสร้างสี่เหลี่ยมมุมฉากใน Geoboard ตามโจทย์ที่กำหนดให้โดยกำหนดระยะเวลาให้ข้อละ 5 นาที เมื่อหมดเวลาจะให้สัญญาณนักเรียนวางอุปกรณ์ลง เพื่อให้นักเรียนได้พิจารณาตรวจสอบความถูกต้องของชิ้นงานที่ได้ร่วมกันเช่นเดิม

ขั้นที่ 5 การสรุปรวม (Integration) ผู้วิจัยพบว่านักเรียนไม่เข้าใจโจทย์ในบางส่วนทำให้นักเรียนไม่สามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากตามจุดมุ่งหมายของโจทย์ได้ ผู้วิจัยจึงเพิ่มกิจกรรมการอธิบายหรือทำความเข้าใจโจทย์เพื่อตรวจสอบความเข้าใจและความพร้อมของนักเรียนก่อนให้นักเรียนลงมือปฏิบัติหรือสร้างชิ้นงานตามข้อกำหนดในโจทย์ เช่นคำว่า “สร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก” หมายความว่านักเรียนสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าหรือจัตุรัสก็ได้เพราะสี่เหลี่ยมทั้งสองชนิดนี้เป็นสี่เหลี่ยมมุมฉาก ในส่วนของการสร้างสัญลักษณ์แสดงสมบัติต่าง ๆ ของรูปสี่เหลี่ยมนั้นนักเรียนอาจยังไม่ต้องสร้าง แล้วเวลาที่ครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง ครูเน้นย้ำอีกครั้งหนึ่งและมีการแสดงหรือแชร์โจทย์ขึ้นบนจอเพื่อให้นักเรียนทั้งสองกลุ่มเห็นโจทย์และสามารถดูโจทย์ในข้อถัดไปได้หากทำโจทย์ในข้อที่ 1 เช่นเดิม

ขั้นที่ 2 ขั้นปฏิบัติการ (Action)

จากการนำผลการสะท้อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 มาปรับปรุงและพัฒนาการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยในวงจรปฏิบัติการที่ 2 ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้นโดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ใช้เวลา 4 ชั่วโมง ประกอบด้วยขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการใช้คำถามเพื่อเข้าสู่บทเรียน (Information) ผู้วิจัยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมสนทนาและทำกิจกรรมเกี่ยวกับมโนทัศน์พื้นฐานที่นำไปสู่มโนทัศน์ที่เป็นจุดมุ่งหมายของการเรียนโดยให้นักเรียนสังเกตรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแต่ละชนิด ให้นักเรียนดูผ่าน https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/?3z375wzs แล้วให้นักเรียนตอบคำถามว่ารูปสี่เหลี่ยมสีแดงเป็นรูปสี่เหลี่ยมชนิดใดและมีความยาวรอบรูปเท่าไร รูปสี่เหลี่ยมสีแดงเป็นรูปสี่เหลี่ยมชนิดใดและมีความยาวรอบรูปเท่าไร และรูปสี่เหลี่ยมทั้งสองรูปนี้มีความยาวรอบรูปเท่ากันแล้วนักเรียนคิดว่าสี่เหลี่ยมสองรูปนี้มีขนาดหรือบริเวณภายในรูปต่างกันหรือไม่ อย่างไร โดยครูพิสูจน์ให้นักเรียนเปรียบเทียบบริเวณภายใน เพื่อยืนยันความถูกต้องของคำตอบโดยการนำรูปทั้ง 2 รูปมาวางซ้อนกันผ่าน https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/?3tuq175m เมื่อนักเรียนได้พิสูจน์แล้วว่าสี่เหลี่ยมสีเขียวมีขนาดหรือบริเวณที่มากกว่าสี่เหลี่ยมสีแดง ครูตั้งคำถามกับนักเรียนต่อว่ารูปสี่เหลี่ยมสีแดงและรูปสี่เหลี่ยมสีเขียวมีขนาดหรือบริเวณมากกว่ากันเท่าใด จากนั้นให้นักเรียนทำกิจกรรม จิ๊กซอขอกระซิบ ซึ่งเป็นการหาพื้นที่ของภาพของจิ๊กซอรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและรูป

สี่เหลี่ยมจัตุรัสด้วยการนับจำนวนชิ้นของจิ๊กซอ โดยแบ่งกลุ่มนักเรียน 2 กลุ่ม คือ ชาย หญิง ให้ทำการแข่งขันและเก็บสะสมคะแนน เมื่อนักเรียนแข่งขันเสร็จแล้วให้นักเรียนสังเกตว่าจิ๊กซอรูปใดมีพื้นที่มากกว่ากันโดยนับจำนวนชิ้นของจิ๊กซอ และย้อนกลับไปในขั้นตอนที่ 2 คือ การนำรูปทั้ง 2 รูป มาวางซ้อนกันผ่านhttps://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/?3tuq175m แล้วกดเมนูแสดงเส้นกริด จากนั้นให้นักเรียนสังเกตพื้นที่ ☐ ที่เหลือเศษจากการวางซ้อนทับกันของพื้นที่สีเขียวและสีแดง แล้วถามนักเรียนดังนี้ เหลือ ☐ สีเขียวกี่ช่อง และคิดเป็นพื้นที่กี่ตารางหน่วย เหลือ ☐ สีแดงกี่ช่อง และคิดเป็นพื้นที่กี่ตารางหน่วย และแสดงว่าพื้นที่สีเขียวมีขนาดใหญ่กว่าพื้นที่สีแดงอยู่เท่าไร จากนั้นให้นักเรียนทำใบงานที่ 3 ในผืน พื้นที่ ข้อที่ 1 เพื่อทดสอบความเข้าใจ เรื่อง การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากโดยใช้การนับตาราง และแจ้งจุดประสงค์และความหมายของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และวิธีการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากโดยใช้การนับตารางให้นักเรียนทราบ พร้อมทั้งให้คำถามชวนคิดเกี่ยวกับประเด็นของการหาพื้นที่ที่มีขนาดใหญ่ว่า ถ้าพื้นที่มีขนาดใหญ่มาก ๆ เราจะมีวิธีการอื่นอีกหรือไม่ที่จะสามารถหาพื้นที่ของสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปนั้น เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสงสัยและให้ความสนใจกับมโนทัศน์ที่กำลังจะเรียนมากยิ่งขึ้น

ขั้นที่ 2 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง (Directed Orientation) ผู้วิจัยให้นักเรียนเรียนรู้และสำรวจเรื่องการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากอย่างเป็นลำดับขั้นตอน เพื่อให้นักเรียนเห็นลักษณะโครงสร้างของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากอย่างค่อยเป็นค่อยไป เริ่มจากช่วยกันแสดงความคิดเห็นโดยครูใช้คำถามชวนคิดว่า ถ้านักเรียนต้องการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีพื้นที่ใหญ่มาก ๆ ถ้าเราหาพื้นที่โดยการนับตารางนักเรียนคิดว่าจะเกิดผลอย่างไร แล้วเราจะมีวิธีการหาพื้นที่ที่ง่ายและรวดเร็วกว่าการนับตารางหรือไม่ โดยในชั่วโมงแรกให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าคู่ละหรือคนละ 1 รูป ที่มีพื้นที่ 12 ตารางหน่วย ลงบน geoboard แล้วบันทึกเป็นรูปภาพส่งให้ครู จากนั้นครูเลือกเปิดรูปภาพที่เรียนส่งมา โดยเลือกรูปภาพสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความยาวด้านที่แตกต่างกันขึ้นมาแสดง และให้นักเรียนช่วยกันตรวจสอบพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าโดยวิธีการนับตารางหน่วย แล้วพิจารณาการหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแต่ละรูป เพื่อนำมาประกอบการพิจารณาการหาสูตรการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าโดยการนับจำนวนแถวและจำนวนช่องสี่เหลี่ยมในแต่ละแถว และบันทึกความรู้และฝึกหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยพิจารณาจากความยาวด้านและใช้สูตรในใบงานที่ 3 ในผืน พื้นที่ ข้อ 2

ชั่วโมงต่อมาให้นักเรียนช่วยกันแสดงความคิดเห็นโดยครูใช้คำถามชวนคิดว่า นักเรียนสามารถนำสูตรการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามาใช้ในการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้หรือไม่อย่างไร โดยจะให้นักเรียนร่วมกันพิสูจน์ความคิดเห็นต่าง ๆ จากการให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสคู่ละหรือคนละ 1 รูป ที่มีพื้นที่ไม่เกิน 25 ตารางหน่วย ลงบน geoboard แล้วบันทึกเป็นรูปภาพส่งให้ครู จากนั้นครูเลือกเปิดรูปภาพที่เรียนส่งมา โดยเลือกรูปภาพสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวด้าน

ที่แตกต่างกันขึ้นมาแสดง และให้นักเรียนช่วยกันตรวจสอบพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยวิธีการนับตารางหน่วย แล้วพิจารณาการหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแต่ละรูป เพื่อนำมาประกอบการพิจารณาการหาสูตรการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยการนับจำนวนแถวและจำนวนช่องสี่เหลี่ยมในแต่ละแถว และบันทึกความรู้และฝึกหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยพิจารณาจากความยาวด้านและใช้สูตรในใบงานที่ 3 ในผืน พื้นที่ ข้อ 3

ขั้นที่ 3 การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Explication) นักเรียนอธิบายหรือแลกเปลี่ยนเรียนรู้ในเรื่องการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ได้จากการสังเกตจากขั้นที่ 1 และ 2 ที่ผ่านมา โดยครูใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการแสดงความคิดว่า พื้นที่ของสี่เหลี่ยมมุมฉากคืออะไร นักเรียนมีวิธีการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าอย่างไรบ้าง และนักเรียนมีวิธีการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสอย่างไรบ้าง โดยให้นักเรียนแต่ละคนเขียนคำตอบ แสดงความคิดหรือคำอธิบายของตนเองลงในกระดาษส่วนนักเรียนที่เรียนออนไลน์ให้พิมพ์ความคิดเห็นลงในข้อความในสาย ครูดูแนวคำตอบของนักเรียนแต่ละคน และเลือกคำตอบของนักเรียนที่น่าสนใจมาพูดคุยกันหน้าชั้นเรียนพร้อมเขียนคำหรือประโยคที่เป็นส่วนประกอบสำคัญของมโนทัศน์ต่าง ๆ ไว้บนจอ เพื่อเสริมให้นักเรียนใช้ภาษาที่ถูกต้องและเหมาะสม จากนั้นนักเรียนจะช่วยกันเรียงคำหรือประโยคต่าง ๆ ที่เป็นส่วนประกอบของมโนทัศน์นั้น ๆ ที่รวบรวมไว้บนจอให้ถูกต้อง

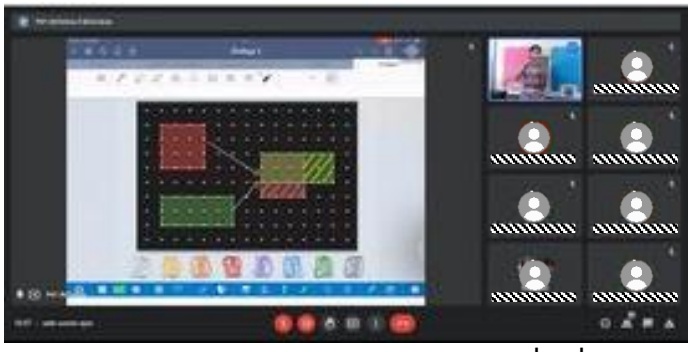
ขั้นที่ 4 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ (Free Orientation) เปิดโอกาสให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมที่มีพื้นที่ตามข้อกำหนดลงบน geoboard ด้วยตนเอง โดยให้นักเรียนใช้ยางสีแดงสร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีพื้นที่ 24 ตารางหน่วยลงบน geoboard และใช้ยางสีเขียวสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีความพื้นที่ 25 ตารางหน่วยลงบน geoboard จากนั้นให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องของชิ้นงานต่าง ๆ ไปพร้อม ๆ กัน เพื่อตรวจสอบว่านักเรียนเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสหรือไม่

ขั้นที่ 5 การสรุปรวม (Integration) นักเรียนร่วมกันสรุปมโนทัศน์ โดยการเล่าเรื่องราวเชื่อมโยงกับสิ่งที่ได้เรียนรู้มาตั้งแต่ขั้นที่ 1 ถึงขั้นที่ 4 โดยครูใช้คำถามที่มุ่งเน้นที่มโนทัศน์สำคัญ ดังนี้ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากคืออะไร การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีกี่วิธี อะไรบ้าง และการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสอย่างไรบ้าง และตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนโดยให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีพื้นที่เท่ากับ 36 ตารางหน่วยลงบน geoboard ให้ได้มากที่สุด พร้อมระบุชื่อและความยาวด้าน

ขั้นที่ 3 ขั้นสังเกตการณ์ (Observe)

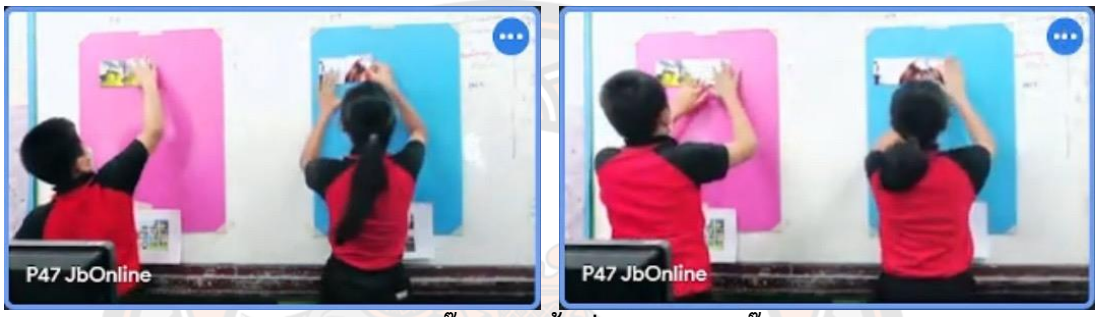
ขั้นสังเกตการณ์เป็นการเก็บรวบรวมข้อมูลระหว่างการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก โดยเก็บรวบรวมข้อมูลจากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการจัดการเรียนรู้ และเก็บรวบรวมข้อมูลจากการทำใบงานรายบุคคล ซึ่งจากการสังเกตของผู้วิจัยขณะทำการจัดการเรียนรู้สามารถบรรยายถึงสภาพบรรยากาศในชั้นเรียน รวมทั้งปัญหาและอุปสรรคที่พบจากการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) โดยมีรายละเอียดแต่ละขั้นดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการใช้คำถามเพื่อเข้าสู่บทเรียน (Information) ผู้วิจัยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมสนทนาและทำกิจกรรมเกี่ยวกับมโนทัศน์ เรื่อง ชนิดและสมบัติและความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่เป็นพื้นฐานที่นำไปสู่มโนทัศน์ เรื่อง การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่เป็นจุดมุ่งหมายของการเรียนในวงจรปฏิบัติการที่ 3 นี้ โดยให้นักเรียนสังเกตรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแต่ละชนิด ให้นักเรียนดูผ่าน https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/?3z375wzs แล้วให้นักเรียนตอบคำถามว่า รูปสี่เหลี่ยมสีแดงเป็นรูปสี่เหลี่ยมชนิดใดและมีความยาวรอบรูปเท่าไร และรูปสี่เหลี่ยมสีเขียวเป็นรูปสี่เหลี่ยมชนิดใดและมีความยาวรอบรูปเท่าไร ซึ่งนักเรียนสามารถตอบได้อย่างรวดเร็วและถูกต้องว่าเป็นรูปสี่เหลี่ยมสีแดงเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและมีความยาวรอบรูปเท่ากับ 12 หน่วยและรูปสี่เหลี่ยมสีเขียวเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและมีความยาวรอบรูปเท่ากับ 14 หน่วย ตามลำดับ แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีมโนทัศน์พื้นฐานเรื่องชนิดและการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก คำถามต่อมาคือรูปสี่เหลี่ยมทั้งสองรูปนี้มีความยาวรอบรูปต่างกันแล้วนักเรียนคิดว่าสี่เหลี่ยมสองรูปนี้มีขนาดหรือบริเวณภายในรูปต่างกันด้วยหรือไม่ อย่างไร นักเรียนต่างแสดงความคิดเห็นในสิ่งที่ตนเองคิด เช่น รูปสีเขียวมากกว่า รูปสีแดงมากกว่า หรือเท่ากัน ครูจึงให้นักเรียนดูภาพการนำรูปมาวางซ้อนกันผ่าน https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/ ?3tuq 175m ดังภาพ 39



ภาพ 39 การเปรียบเทียบบริเวณภายในของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

เมื่อนักเรียนเห็นภาพนักเรียนส่วนใหญ่จะตอบว่าสีเขียวมากกว่าสีแดง แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ตอบว่าสีแดงมากกว่าสีเขียว ครูจึงตั้งคำถามกับนักเรียนต่อว่ารูปสี่เหลี่ยมสีแดงและรูปสี่เหลี่ยมสีเขียวมีขนาดหรือบริเวณมากกว่ากันเท่าใด และให้หาคำตอบในกิจกรรม จิ๊กซอขอกระชิบ ซึ่งเป็นการหาพื้นที่ของภาพของจิ๊กซอรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสด้วยการนับจำนวนชิ้นของจิ๊กซอ โดยครูอธิบายว่าจิ๊กซอ 1 ชิ้น มีด้านยาวด้านละ 1 หน่วย กล่าวคือมีพื้นที่เท่ากับ 1 ตารางหน่วย ให้นักเรียนแบ่งกลุ่มนักเรียน 2 กลุ่ม คือ ชาย หญิง ให้ทำการแข่งขันและเก็บสะสมคะแนน ดังภาพ 40



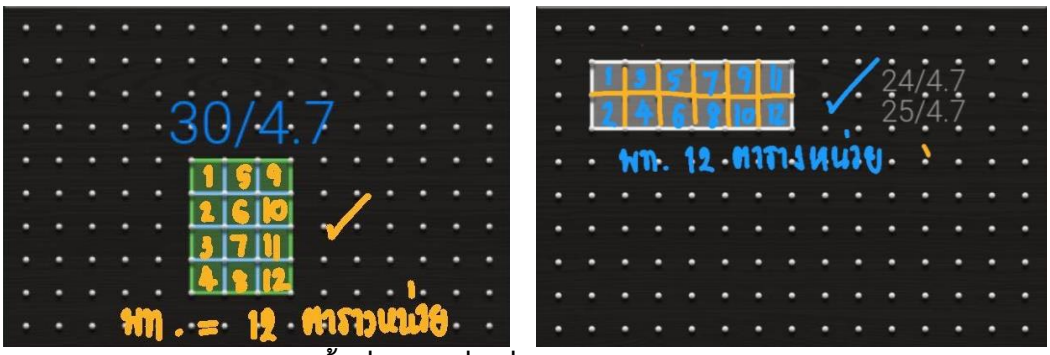
ภาพ 40 การแข่งขันต่อจิ๊กซอหาพื้นที่ ในกิจกรรม จิ๊กซอขอกระชิบ

ซึ่งนักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมอย่างสนุกสนาน โดยนักเรียนกลุ่ม On-site ได้ทำกิจกรรมครบทุกคน และนักเรียนกลุ่ม Online ก็เป็นกองเชียร์ที่ดีมีข้อแนะนำและคอยตรวจสอบความถูกต้องช่วยเพื่อน ๆ แสดงให้เห็นว่าแนวทางกระปรับรูปแบบกิจกรรมให้เป็นการแข่งขันและสะสมคะแนนนั้น ทำให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วม และให้ความสนใจกับการเรียนรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์มากขึ้นซึ่งเป็นกิจกรรมที่นำไปปรับใช้ได้ดี แต่ยังมีบางจังหวะของกิจกรรมที่เกิดความวุ่นวายขึ้น อาจเป็นผลมาจากการอธิบายกติกาของครูยังไม่ชัดเจนหรือนักเรียนเพิ่งเคยทำกิจกรรมในลักษณะนี้ ซึ่งครูอาจต้องมีการอธิบายกติกาประกอบกับการสาธิตการเล่นจริงเพื่อให้นักเรียนมีประสบการณ์และมองเห็นการดำเนินกิจกรรมได้อย่างชัดเจนขึ้น เมื่อนักเรียนแข่งขันเสร็จแล้วให้นักเรียนสังเกตว่าจิ๊กซอรูปใดมีพื้นที่มากกว่ากันโดยนับจำนวนชิ้นของจิ๊กซอของฝั่งชายเทียบกับฝ่ายหญิงทีละชิ้น ผลปรากฏว่าฝ่ายหญิงเหลือจิ๊กซอ 1 ชิ้นในขณะที่ฝ่ายชายไม่เหลือจิ๊กซอ นักเรียนจึงสามารถตอบได้อย่างมั่นใจว่าฝ่ายหญิงชนะเพราะมีพื้นที่มากกว่าฝ่ายชาย 1 ชิ้น หรือ 1 ตารางหน่วย จากนั้นย้อนกลับไปในขั้นตอนที่ 2 คือ การนำรูปทั้ง 2 รูปมาวางซ้อนกันผ่าน https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/?3tuq175m เพื่อกลับไปยืนยันคำตอบของคำถามที่ว่ารูปสี่เหลี่ยมสีแดงและรูปสี่เหลี่ยมสีเขียว รูปสี่เหลี่ยมไหนมีพื้นที่มากกว่ากันและมากกว่ากันเท่าไร โดยสังเกตพื้นที่ ☐ ที่เหลือเศษจากการวางซ้อนทับกันของพื้นที่สีเขียวและสีแดง ซึ่งนักเรียนส่วนมากสามารถตอบได้อย่างถูกต้องและรวดเร็ว ดังบทสนทนาต่อไปนี้

ครู : ☐ สีเขียวเกินมากี่ช่อง
นักเรียน : เกินมา 3 ช่อง
ครู : ☐ สีแดงเกินมากี่ช่อง
นักเรียน : เกินมา 4 ช่อง
ครู : สรุปแล้วรูปสีเขียวกับสีแดงรูปไหนใหญ่กว่ากัน
นักเรียน : สีเขียวใหญ่กว่า สีเขียวมีพื้นที่มากกว่า
ครู : และพื้นที่สีเขียวมีขนาดใหญ่กว่าพื้นที่สีแดงอยู่เท่าไร
นักเรียน : 1 ช่อง 1 ตารางหน่วย

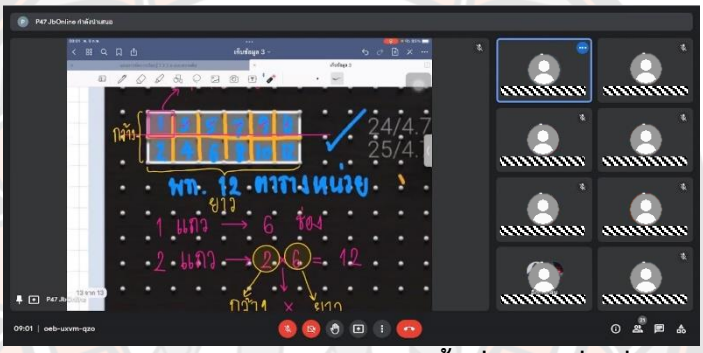
จากบทสนทนาข้างต้นแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเกี่ยวกับการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากโดยใช้การนับตารางหน่วย จากนั้นให้นักเรียนทำใบงานที่ 3 ในผืน พื้นที่ ข้อที่ 1 เพื่อทดสอบความเข้าใจ เรื่อง การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากโดยใช้การนับตารางหน่วยอีกครั้ง จากนั้นผู้วิจัยแจ้งจุดประสงค์และความหมายของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และวิธีการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากโดยใช้การนับตารางให้นักเรียนทราบ พร้อมทั้งให้คำถามชวนคิดเกี่ยวกับประเด็นของการหาพื้นที่ที่มีขนาดใหญ่ว่า ถ้าพื้นที่มีขนาดใหญ่มาก ๆ เราจะมีวิธีการอื่นอีกหรือไม่ที่จะสามารถหาพื้นที่ของสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปนั้น เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสงสัยและให้ความสนใจกับมโนทัศน์ที่กำลังจะเรียนมากยิ่งขึ้น

ขั้นที่ 2 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง (Directed Orientation) นักเรียนใช้ geoboard ในรูปแบบ Online Web App บนโทรศัพท์มือของนักเรียนผ่าน https://www.mathlearningcenter.org/apps/geoboard ในการสร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าคู่ละหรือคนละ 1 รูป ที่มีพื้นที่ 12 ตารางหน่วย ภายในเวลา 5 นาทีแล้วบันทึกเป็นรูปภาพส่งให้ครู จากนั้นครูเลือกเปิดรูปภาพที่เรียนส่งมา โดยเลือกรูปภาพสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความยาวด้านที่แตกต่างกันขึ้นมาแสดง และให้นักเรียนช่วยกันตรวจสอบพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าโดยวิธีการนับตารางหน่วย ซึ่งนักเรียนส่วนมากสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีพื้นที่ 12 ตารางหน่วยได้ถูกต้องอย่างรวดเร็ว ดังภาพ 41 และสามารถร่วมกันตรวจสอบได้ว่ารูปใดถูกต้องตามเงื่อนไขและรูปใดไม่ถูกต้องตามเงื่อนไข แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีมโนทัศน์ เรื่อง การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าโดยใช้การนับตารางหน่วย



ภาพ 41 การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าโดยใช้การนับตารางหน่วย

แล้วพิจารณาการหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแต่ละรูป เพื่อนำมาประกอบการพิจารณาการหาสูตรการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าโดยการนับจำนวนแถวและจำนวนช่องสี่เหลี่ยมในแต่ละแถว ดังภาพ 42



ภาพ 42 การพิจารณาการหาสูตรการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ซึ่งในขั้นนี้นักเรียนส่วนมากสามารถพิจารณาการหาสูตรการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าโดยการนับจำนวนแถวและจำนวนช่องสี่เหลี่ยมในแต่ละแถวประกอบกับความสัมพันธ์ของความยาวด้านที่อยู่ติดกันของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าได้อย่างถูกต้อง แสดงให้เห็นว่านักเรียนเห็นโครงสร้างของมโนทัศน์เรื่อง พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ดังบทสนทนาต่อไปนี้

ครู : เลข 2 ได้มาจากจำนวนแถว แล้วเลข 2 มันคืออะไร

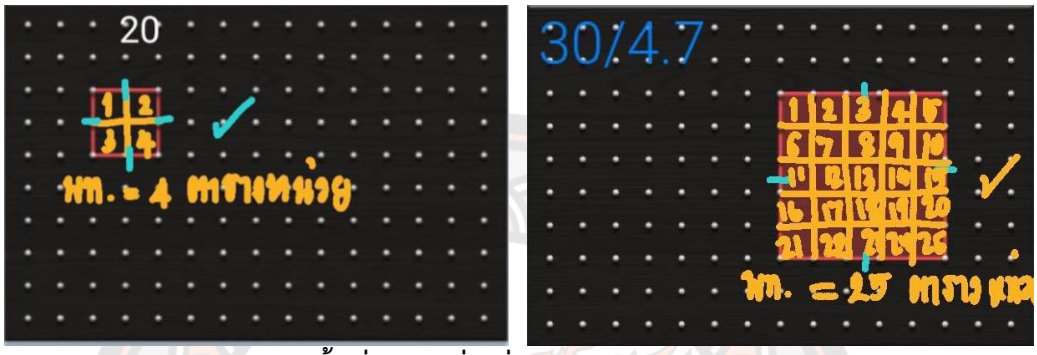
นักเรียน : ความกว้าง

ครู : แล้วเลข 6 มันเกิดจากการนับช่องที่อยู่ในแถว แล้ว 6 มาจากไหน

นักเรียน : ความยาว

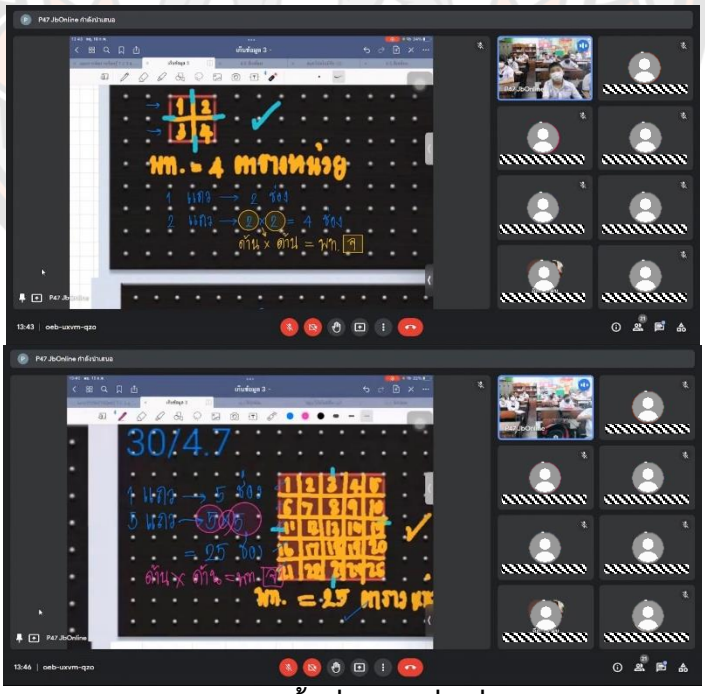
ชั่วโมงต่อมานักเรียนใช้ geoboard ในรูปแบบ Online Web App บนโทรศัพท์มือของนักเรียนผ่าน https://www.mathlearningcenter.org/apps/geoboard ในการสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสคู่ละหรือคนละ 1 รูป ที่มีพื้นที่ไม่เกิน 25 ตารางหน่วยภายในเวลา 5 นาที แล้วบันทึกเป็นรูปภาพส่งให้ครู จากนั้นครูเลือกเปิดรูปภาพที่เรียนส่งมา โดยเลือกรูปภาพสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวด้านที่แตกต่างกันขึ้นมาแสดง และให้นักเรียนช่วยกันตรวจสอบพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

โดยวิธีการนับตารางหน่วย ซึ่งนักเรียนส่วนมากสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นที่ไม่เกิน 25 ตารางหน่วยได้ถูกต้องอย่างรวดเร็ว ดังภาพ 43 และให้นักเรียนช่วยกันตรวจสอบพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยวิธีการนับตารางหน่วย และสามารถร่วมกันตรวจสอบได้ว่ารูปใดถูกต้องตามเงื่อนไขและรูปใดไม่ถูกต้องตามเงื่อนไข แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีมโนทัศน์ เรื่อง การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยใช้การนับตารางหน่วย



ภาพ 43 การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยใช้การนับตารางหน่วย

แล้วพิจารณาการหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแต่ละรูป เพื่อนำมาประกอบการพิจารณาการหาสูตรการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยการนับจำนวนแถวและจำนวนช่องสี่เหลี่ยมในแต่ละแถว ดังภาพ 44



ภาพ 44 การพิจารณาการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยการใช้สูตร

ซึ่งในขั้นนี้นักเรียนส่วนมากสามารถพิจารณาการหาสูตรการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยการนับจำนวนแถวและจำนวนช่องสี่เหลี่ยมในแต่ละแถวประกอบกับความสัมพันธ์ของความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้อย่างถูกต้อง แสดงให้เห็นว่านักเรียนเห็นโครงสร้างของมโนทัศน์ เรื่อง พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

ขั้นที่ 3 การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Explication) นักเรียนอธิบายหรือแลกเปลี่ยนเรียนรู้ในเรื่องการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ได้จากการสังเกตจากขั้นที่ 1 และ 2 ที่ผ่านมา โดยครูใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการแสดงความคิดว่า พื้นที่ของสี่เหลี่ยมมุมฉากคืออะไร ซึ่งนักเรียนส่วนมากร่วมตอบคำถามและแสดงความคิดเห็นของตนเองอย่างกระตือรือร้น โดยครูใช้คำถามกระตุ้นเพิ่มเติมในบทสนทนาและมีการปรับการใช้คำให้เหมาะสมขึ้น ดังบทสนทนาต่อไปนี้

ครู : พื้นที่ของสี่เหลี่ยมมุมฉากคืออะไร
นักเรียน : ชิ้น ๆ ที่อยู่ในตาราง
ครู : ใช่บริเวณขอบรอบนอกไหม
นักเรียน : ไม่ใช่ มันคือภายในรูป

นำมาสู่ประเด็นที่ 1 ว่า “พื้นที่ของสี่เหลี่ยมมุมฉาก คือ บริเวณภายในของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก” คำถามต่อมา คือ นักเรียนมีวิธีการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าอย่างไรบ้าง ซึ่งนักเรียนสามารถตอบคำถามได้อย่างรวดเร็วและถูกต้องในภาษาของตนเอง ดังบทสนทนาต่อไปนี้

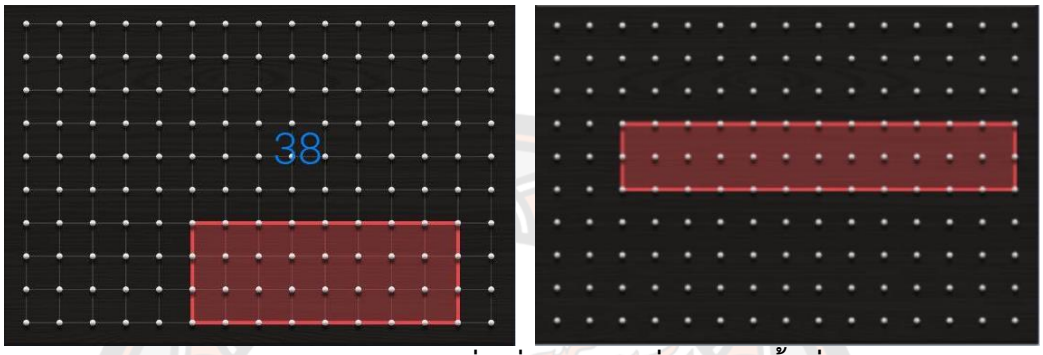
ครู : นักเรียนมีวิธีการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าอย่างไรบ้าง
นักเรียน : นับทีละช่อง (ประเด็นการหาพื้นที่โดยนับตารางหน่วย)
ครู : เยี่ยมมากเลยค่ะ ไวมาก แล้วมีวิธีอื่นอีกไหม
นักเรียน : เอาด้านที่ติดกันคูณกัน (ประเด็นการหาพื้นที่โดยใช้สูตร)
นักเรียน : หาได้จาก กว้าง x ยาว (ประเด็นการหาพื้นที่โดยใช้สูตร)

และคำถามที่สามคือ นักเรียนมีวิธีการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสอย่างไรบ้าง ซึ่งนักเรียนสามารถตอบคำถามได้อย่างรวดเร็วและถูกต้องในภาษาของตนเอง ดังบทสนทนาต่อไปนี้

ครู : นักเรียนมีวิธีการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสอย่างไรบ้าง
นักเรียน : ด้าน x ด้าน (ประเด็นการหาพื้นที่โดยใช้สูตร)
ครู : แล้วถ้าเราจำสูตรไม่ได้เราจะทำอย่างไร
นักเรียน : นับทีละช่อง (ประเด็นการหาพื้นที่โดยนับตารางหน่วย)

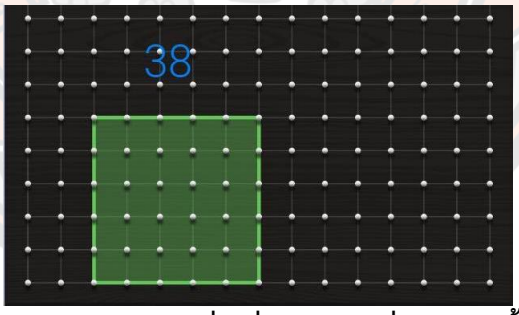
จากการตอบคำถามจากทั้งสามประเด็นสำคัญแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องชัดเจนในเรื่องของการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ขั้นที่ 4 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ (Free Orientation) นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมที่มีพื้นที่ตามข้อกำหนดลงบน geoboard ด้วยตนเอง โดยให้นักเรียนใช้ยางสีแดงสร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีพื้นที่ 24 ตารางหน่วยลงบน geoboard เพื่อตรวจสอบว่านักเรียนเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าหรือไม่ผ่านการสร้างชิ้นงาน ซึ่งพบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถสร้างได้ถูกต้อง แสดงถึงความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ เรื่อง พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ดังภาพ 45



ภาพ 45 การสร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า เมื่อกำหนดพื้นที่

และใช้ยางสีเขียวสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีความพื้นที่ 25 ตารางหน่วย เพื่อตรวจสอบว่านักเรียนเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสหรือไม่ผ่านการสร้างชิ้นงาน ซึ่งพบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถสร้างได้ถูกต้อง ดังภาพ 46



ภาพ 46 การสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เมื่อกำหนดพื้นที่

และแสดงถึงความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ เรื่อง พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และบทสนทนาดังต่อไปนี้

ครู : นอกจากรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวด้านละ 5 ที่เด็ก ๆ สร้างมานี้ ยังสร้างขนาดอื่นได้อีกไหม

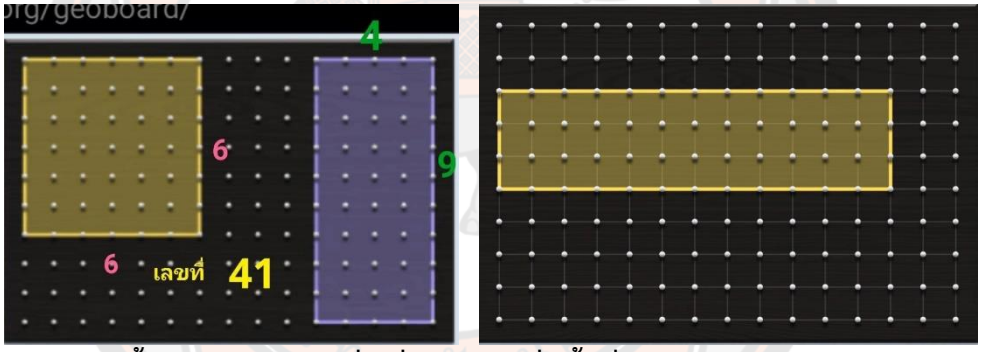
นักเรียน : ไม่มีแล้ว

นักเรียน : ไม่มี มีแค่รูปเดียว

ครู : แน่ใจนะ เราพยายามหาแล้วใช่ไหม

นักเรียน : ผมลองใช้สูตรคูณ 5 x 5 ได้ 25 ผมเลยได้รูปนี้รูปเดียวเลย

ขั้นที่ 5 การสรุปรวม (Integration) นักเรียนร่วมกันสรุปมโนทัศน์ โดยการเล่าเรื่องราวเชื่อมโยงกับสิ่งที่ได้เรียนรู้มาตั้งแต่ขั้นที่ 1 ถึงขั้นที่ 4 โดยครูใช้คำถามที่มุ่งเน้นที่มโนทัศน์สำคัญ ดังนี้ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากคืออะไร ซึ่งนักเรียนเล่าว่า เราต่อจิ๊กซอแล้วผู้หญิงชนะ เพราะว่าพอนับชิ้นแล้วผู้หญิงมีเยอะกว่า ครูจึงถามเจาะจงขึ้นว่า แล้วสรุปจิ๊กซอของใครมีพื้นที่มากกว่า นักเรียนตอบอย่างรวดเร็วว่าผู้หญิงก็พอนับชิ้นแล้วของผู้ชายหมดก่อนของผู้หญิงยังเหลือการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีกี่วิธี อะไรบ้าง นักเรียนเล่าว่านับช่อง ๆ ครูจึงถามต่อว่าแล้วถ้ารูปของเรามันใหญ่ขึ้นเราจะทำอย่างไร ต้องนับช่องไหม นักเรียนตอบว่าเราเอากว้าง x ยาวได้เลยไม่ต้องตีตาราง และการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสอย่างไรบ้าง เรานับช่องแล้วหลัง ๆ เราก็คูณ แบบนำด้าน x ด้าน ครูจึงถามเพิ่มเติมว่าแล้วทำไมเราถึงต้องคูณล่ะ นักเรียนจึงเล่าต่อว่านับมันเสียเวลา นับไม่ไหว และตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนโดยให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีพื้นที่เท่ากับ 36 ตารางหน่วยลงบน geoboard ให้ได้มากที่สุด พร้อมระบุชื่อและความยาวด้าน ซึ่งนักเรียนสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมตามข้อกำหนดได้ถูกต้อง ดังภาพ 47



ภาพ 47 ชิ้นงานการสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีพื้นที่เท่ากับ 36 ตารางของนักเรียน

ขั้นที่ 4 ขั้นสะท้อนผล (Reflect) ผู้วิจัยได้สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 3 ดังแสดงในตาราง 9

ตาราง 9 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 3

ขั้นการปฏิบัติ	ปัญหาที่พบ	แนวทางการปรับปรุง
ขั้นที่ 1 การใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน (Inquiry/Information)	-	-

ตาราง 9 (ต่อ)

ขั้นการปฏิบัติ	ปัญหาที่พบ	แนวทางการปรับปรุง
ขั้นที่ 2 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง (Directed Orientation)	-	-
ขั้นที่ 3 การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Explication)	-	-
ขั้นที่ 4 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ (Free Orientation)	-	-
ขั้นที่ 5 ขั้นการสรุปรวม (Integration)	กิจกรรมที่เกิดความวุ่นวายขึ้นอาจเป็นผลมาจากการอธิบายกติกาของครูยังไม่ชัดเจนหรือนักเรียนเพิ่งเคยทำกิจกรรมในลักษณะนี้	มีการอธิบายกติกาประกอบกับการสาธิตการเล่นจริงเพื่อให้นักเรียนมีประสบการณ์และมองเห็นการดำเนินกิจกรรมได้อย่างชัดเจนขึ้น

จากตาราง 9 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนขณะการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และแนวทางปรับปรุงแก้ไขปัญหาที่พบสำหรับพัฒนาการจัดการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

ตาราง 10 สรุปผลการสะท้อนแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4

ขั้นการปฏิบัติ	ปัญหาที่พบ	แนวทางการปรับปรุง
ขั้นที่ 1 การใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน (Inquiry/Information)	**วงจรปฏิบัติการที่ 1**	-
	วงจรปฏิบัติการที่ 2 - นักเรียนบางส่วนยังไม่มีโอกาสได้ร่วมทำกิจกรรมในสถานการณ์การตกแต่งภาพด้วยเชือกเพื่อสร้างมโนทัศน์เกี่ยวกับความหมายของความยาวรอบรูปเท่าที่ควรมีเพียงตัวแทนนักเรียนที่ออกมาทำกิจกรรมหน้าห้องเท่านั้นที่ได้ลงมือปฏิบัติจริงกับรูปภาพ ส่งผลให้นักเรียนในห้องเริ่มเบื่อและไม่สนใจกิจกรรมหน้าชั้นเรียน	- ปรับรูปแบบกิจกรรมให้ดึงดูดความสนใจของนักเรียนมากขึ้น โดยการเพิ่มการแข่งขันและคะแนนสะสม เช่น แบ่งกลุ่มนักเรียน 2 กลุ่ม ซ้าย ขวา และให้ร่วมกันวางแผน และออกมาปฏิบัติตามแผนที่ละคนโดยไม่ให้ซ้ำกันจนกว่าจะออกมาทำกิจกรรมครบทุกคน โดยครูคอยให้สัญญาณการเปลี่ยนตัว
	วงจรปฏิบัติการที่ 3	-
ขั้นที่ 2 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง (Directed Orientation)	**วงจรปฏิบัติการที่ 1** - อุปกรณ์ในการเข้าใช้สื่อมีไม่ครบทุกคน บางคนมีอุปกรณ์แต่ไม่มั่นใจและไม่กล้าสร้างชิ้นงานของตนเองหากไม่มีตัวอย่างจากเพื่อน	- จับคู่กับเพื่อนที่มีอุปกรณ์และเรียนรู้ได้ค่อนข้างรวดเร็ว เพื่อพูดคุยปรึกษาและสร้างชิ้นงานร่วมกัน
	- นักเรียนตอบคำถามหรือแสดงความคิดเห็นในการมองลักษณะทั่วไปในภาพรวมไม่เข้าสู่ประเด็นที่สำคัญ คือ เรื่องลักษณะของความยาวด้านตามที่ผู้วิจัยวางแผนไว้	- ครูใช้คำถามเจาะลึกประเด็นสำคัญมากขึ้น โดยไม่ชี้นำคำตอบมากเกินไป และถามควบคู่ไปกับการให้นักเรียนสังเกตรูปภาพประกอบ
	- นักเรียนเข้าสู่สื่ออุปกรณ์เสมือนในขณะที่ครูกำลังอธิบายและดำเนินการตามแผนการจัดการเรียนรู้ในขณะที่กำลังแสดงความชัดเจนของมโนทัศน์ไปทีละขั้น ทำให้ไม่มีส่วนร่วมในการคิดและแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับมโนทัศน์ เรื่องความยาวด้านเพื่อนำไปสู่สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและผืนผ้า	- ทำข้อตกลงร่วมกับนักเรียนในเรื่องของการใช้โทรศัพท์มือถือ โดยให้นักเรียนนำโทรศัพท์ขึ้นมาใช้ได้เมื่อเราต้องการเข้าใช้งาน geoboard เท่านั้น

ตาราง 10 (ต่อ)

ขั้นการปฏิบัติ	ปัญหาที่พบ	แนวทางการปรับปรุง
	วงจรปฏิบัติการที่ 2	
	-	-
	วงจรปฏิบัติการที่ 3	
	-	-
ขั้นที่ 3 การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Explication)	**วงจรปฏิบัติการที่ 1**	
	- ครูดูคำตอบและความคิดเห็นของนักเรียนไม่ครบถ้วนเนื่องจากเป็นการเรียนแบบสองทาง เมื่อครูเดินดูคำตอบของนักเรียนในห้องครูจะไม่ได้ดูคำตอบของนักเรียนออนไลน์ และเมื่อครูนั่งดูคำตอบของนักเรียนออนไลน์ผ่านจอก็จะไม่ได้เดินดูคำตอบของนักเรียนในห้องได้ ครูจึงควรดูความคิดเห็นจากนักเรียนทุกคนให้ครอบคุมมากขึ้น เพื่อแสดงถึงการให้ความสำคัญกับการตอบคำถามของนักเรียนนำไปสู่การร่วมมือในการตอบคำถามในครั้งต่อไป	- ครูเข้าระบบจากอุปกรณ์อีกเครื่องหนึ่งที่สามารถถือไปด้วยได้ในขณะที่เดินดูความคิดเห็นของนักเรียนในห้องเพื่อดูความคิดเห็นของนักเรียนกลุ่ม online ไปพร้อม ๆ กับนักเรียนกลุ่ม on-site
	- นักเรียนตอบคำถามหรือแสดงความคิดเห็นในการมองลักษณะทั่วไปในภาพรวมไม่เข้าสู่ประเด็นที่สำคัญ คือ เรื่องสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสตามที่ผู้วิจัยวางแผนไว้	- ครูใช้คำถามเจาะลึกประเด็นสำคัญมากขึ้น โดยไม่ชี้นำคำตอบมากเกินไป และถามควบคู่ไปกับการให้นักเรียนสังเกตและอธิบายเกี่ยวกับสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสประกอบการมองภาพไปด้วย
	วงจรปฏิบัติการที่ 2	-
	วงจรปฏิบัติการที่ 3	-
ขั้นที่ 4 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ (Free Orientation)	**วงจรปฏิบัติการที่ 1**	
	- ครูให้นักเรียนพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องของรูปชิ้นงานของนักเรียนที่ส่งเข้ามาในไลน์ค่อนข้างไวไป ส่งผลให้นักเรียนที่ยังสร้างชิ้นงานไม่เสร็จไม่สนใจในสิ่งที่ครูและเพื่อน ๆ กำลังพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องของชิ้นงานร่วมกัน	- ครูกำหนดเวลาให้ชัดเจน เมื่อหมดเวลาให้สัญญาณนักเรียนวางอุปกรณ์ลงและร่วมกันพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องของชิ้นงานที่ได้ร่วมกัน

ตาราง 10 (ต่อ)

ขั้นการปฏิบัติ	ปัญหาที่พบ	แนวทางการปรับปรุง
	วงจรปฏิบัติการที่ 2	-
	วงจรปฏิบัติการที่ 3	-
ขั้นที่ 5 ขั้นการสรุปรวม (Integration)	**วงจรปฏิบัติการที่ 1** - ในกิจกรรมตอบคำถามหรือแสดงความคิดเห็นในขณะจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ครูชี้นำนักเรียนมากเกินไปหรือสรุปคำตอบรวดเร็วไปโดยยังรับฟังคำตอบของนักเรียนไม่ครบถ้วน เนื่องจากระยะเวลาค่อนข้างน้อย ส่งผลให้นักเรียนบางส่วนไม่ได้คิดหาคำตอบหรือร่วมแสดงความคิดเห็นในบางประเด็น	- ครูจัดสรรเวลาให้เหมาะสม ตามลักษณะของกิจกรรม เพื่อให้นักเรียนได้นึกย้อนถึงการเรียนรู้จากขั้นที่ 1 – 4 ที่ผ่านมาและมีส่วนร่วมในการเล่าเรื่องราวหรืออธิบายสิ่งที่ตนเองได้เรียนรู้มามากขึ้น และครูลดบทบาทของการพูดหรือการสรุปที่ชี้นำนักเรียนมากเกินไป โดยใช้คำถามที่ช่วยการตุ้นให้นักเรียนพูดถึงมโนทัศน์ที่ตนเองได้เรียนรู้จากกิจกรรมที่ผ่านมาแทน
	- การให้นักเรียนสร้างรอยขีดที่ด้านและสร้างสัญลักษณ์แสดงมุมฉากที่มุมค่อนข้างใช้เวลาเนื่องจากจอมือถือของนักเรียนมีขนาดเล็ก	- ในส่วนของชิ้นงานใน geoboard ให้นักเรียนสร้างรูปแต่ไม่ต้องสร้างรอยขีดและสร้างสัญลักษณ์แสดงมุมฉาก แล้วเวลาที่ครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง ครูเน้นย้ำ อธิบายและแนะนำถึงการเขียนรอยขีดและสร้างสัญลักษณ์แสดงมุมฉากเพิ่มเติม และให้นักเรียนสร้างรอยขีดและสร้างสัญลักษณ์แสดงมุมฉากในใบงานของตนเองเสมอ
	- นักเรียนบางส่วนใช้เวลาในการสร้างรูปใน geoboard มาก เนื่องจากลืมโจทย์หรือฟังโจทย์ที่ครูกำหนดให้ไม่ทัน โดยเมื่อสร้างรูปที่ 1 ไม่เสร็จก็จะส่งผลให้ฟังโจทย์ในข้อที่ 2 ไม่ทัน ทำให้ใช้เวลาในการสร้างรูปนานขึ้นไปอีก	- ครูแสดงหรือแชร์โจทย์ขึ้นบนจอเพื่อให้นักเรียนทั้งสองกลุ่มเห็นโจทย์และสามารถดูโจทย์ในข้อถัดไปได้หากทำโจทย์ในข้อที่ 1 เสร็จแล้วแทนการบอกโจทย์โดยใช้การพูด

ตาราง 10 (ต่อ)

ขั้นการปฏิบัติ	ปัญหาที่พบ	แนวทางการปรับปรุง
	วงจรปฏิบัติการที่ 2	
	- นักเรียนบางส่วนไม่เข้าใจคำว่า “มากที่สุด” ในโจทย์สร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวรอบรูปเท่ากับ 30 ให้ได้มากที่สุด ซึ่งนักเรียนเข้าใจว่ามากที่สุดคือความยาวรอบรูป ซึ่งตามลักษณะของโจทย์แล้วคำว่ามากที่สุดหมายถึงการสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากให้ได้จำนวนรูปมากที่สุด โดยแต่ละรูปจะต้องมีความยาวรอบรูปเท่ากับ 30 หน่วย	- ก่อนให้นักเรียนลงมือสร้างรูปสี่เหลี่ยมในโจทย์ใด ๆ ครูควรอธิบายและทำความเข้าใจประเด็นหรือจุดมุ่งหมายของโจทย์ให้ชัดเจนก่อน เพื่อไม่ให้นักเรียนเกิดความสับสนหรือไม่เข้าใจโจทย์
	วงจรปฏิบัติการที่ 3	
	- กิจกรรมที่เกิดความวุ่นวายขึ้น อาจเป็นผลมาจากการอธิบายกติกาของครูยังไม่ชัดเจนหรือนักเรียนเพิ่งเคยทำกิจกรรมในลักษณะนี้	- มีการอธิบายกติกาประกอบกับการสาธิตการเล่นจริงเพื่อให้นักเรียนมีประสบการณ์และมองเห็นการดำเนินกิจกรรมได้อย่างชัดเจนขึ้น

จากปัญหาที่พบในชั้นเรียนนำมาสู่บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) แต่ละขั้นเพื่อปฏิบัติให้เกิดประสิทธิภาพในการจัดการเรียนรู้พัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งทั้ง 4 วงจรปฏิบัติการ พบว่ามีประเด็นที่ครูควรเน้นเมื่อนำแนวทางดังกล่าวไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) แต่ละขั้นการจัดการเรียนรู้ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 การใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน (Inquiry/Information)

บทบาทของครู: ครูควรสำรวจและทราบถึงมโนทัศน์เดิมของนักเรียนที่เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้มโนทัศน์เป้าหมายของการเรียน ผ่านการใช้คำถามประกอบกับการแสดงรูปภาพประกอบโดยใช้สื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) หรือกิจกรรมเกี่ยวกับมโนทัศน์ของการเรียนที่ครูเตรียมไว้ ซึ่งกิจกรรมควรเป็นกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับสิ่งรอบตัวของนักเรียนที่นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง เช่น การให้นักเรียนสำรวจ ยกตัวอย่าง และอธิบายถึงสิ่งของรอบตัวที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เพื่อแสดงความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ รวมถึงได้เรียนรู้และปรับมโนทัศน์ของตนเองที่อาจคลาดเคลื่อนให้ถูกต้อง และอาจเพิ่มความสนุกสนาน ตื่นเต้น และท้าทายเพื่อดึงดูด

ความสนใจของนักเรียนมากขึ้น โดยการเพิ่มการแข่งขันและคะแนนสะสม เน้นการให้นักเรียนได้ทำกิจกรรมครบทุกคน ซึ่งในการทำกิจกรรมที่นักเรียนต้องลงมือปฏิบัตินั้นครูต้องอธิบายกติกาและกำหนดเวลาให้ชัดเจนเพื่อไม่ให้เกิดความวุ่นวายหรือใช้เวลามากเกินไป ทั้งนี้การทบทวนมโนทัศน์ผ่านการใช้คำถามหรือกิจกรรมดังกล่าวนั้นมีจุดประสงค์เพื่อให้นักเรียนเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ได้ดีขึ้น เพราะเมื่อมโนทัศน์ที่เป็นพื้นฐานมีความชัดเจนย่อมส่งผลให้นักเรียนเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ได้รวดเร็วและถูกต้องยิ่งขึ้น

บทบาทของนักเรียน: ก่อนการเริ่มเรียนรู้มโนทัศน์เป้าหมายของการเรียนรู้ในทุกครั้ง นักเรียนควรทบทวนมโนทัศน์มโนทัศน์เดิมที่เป็นพื้นฐานของการเรียนรู้มโนทัศน์ที่เป็นจุดมุ่งหมายของการเรียนผ่านการตอบคำถามหรือแสดงความคิดเห็นโดยการสังเกตภาพจากสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) หรือการทำกิจกรรมเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ครูจัดขึ้น

บทบาทของสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives): เป็นสื่อกลางในการแสดงภาพประกอบการใช้คำถามของครูหรือการทำกิจกรรมเกี่ยวกับมโนทัศน์หรือจุดมุ่งหมายของการเรียนเพื่อให้นักเรียนได้ทบทวนมโนทัศน์เดิมที่เป็นพื้นฐานของการเรียนรู้มโนทัศน์ที่เป็นจุดมุ่งหมายของการเรียน

ขั้นที่ 2 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง (Directed Orientation)

บทบาทของครู: ครูสำรวจความพร้อมของอุปกรณ์การเข้าถึงสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ในรูปแบบ Online web app ในทุกครั้งก่อนเริ่มกิจกรรม รวมถึงสาธิตการใช้เครื่องมือก่อนการเริ่มใช้งานจริงโดยอาจให้นักเรียนฝึกทำไปพร้อม ๆ กับที่ครูสอน และให้ลองใช้เครื่องมือสร้างชิ้นงานของตนเอง โดยให้ฝึกสร้างจากชิ้นงานง่าย ๆ ไม่ซับซ้อนซึ่งนักเรียนจะได้ทราบถึงปัญหาและวิธีการแก้ไขในเรื่องของการเข้าใช้สื่อ และพร้อมในการเรียนรู้ในระดับถัดไป ทั้งนี้เพื่อให้มั่นใจว่านักเรียนทุกคนจะได้มีส่วนร่วมกับการทำกิจกรรมโดยสามารถใช้เครื่องมือในการเรียนรู้มโนทัศน์ได้อย่างคล่องแคล่ว ไม่มีอุปสรรคเกี่ยวกับการเข้าใช้งาน อุปกรณ์หรืออื่น ๆ เข้ามาแทรกซ้อน ในขณะเดียวกันครูต้องคอยสังเกตนักเรียนขณะร่วมกิจกรรมหากพบว่ามีนักเรียนที่ไม่มั่นใจและไม่กล้าสร้างชิ้นงานของตนเองหากไม่มีตัวอย่างจากเพื่อน ให้จับคู่กับเพื่อนที่มีอุปกรณ์และเรียนรู้ได้ค่อนข้างรวดเร็ว เพื่อพูดคุยปรึกษาและสร้างชิ้นงานร่วมกันทำให้นักเรียนที่เรียนรู้ช้าหรือไม่กล้าเรียนรู้ได้ฝึกฝนหรือทบทวนมโนทัศน์ต่าง ๆ ผ่านการพูดคุยหรือทำงานร่วมกับเพื่อน ซึ่งครูต้องคอยสังเกต ถาม หรือโน้มน้าวใจให้นักเรียนร่วมกันคิดร่วมกันทำเพราะในบางครั้งนักเรียนที่นั่งคู่กันกับเพื่อนบางครั้งให้เพื่อนทำคนเดียว สิ่งสำคัญอีกประการหนึ่งก่อนเริ่มการสร้างชิ้นงานผ่านโทรศัพท์มือถือ คือ การทำข้อตกลงร่วมกับนักเรียนในเรื่องของการใช้โทรศัพท์มือถือโดยให้นักเรียนนำโทรศัพท์ขึ้นมาใช้ได้เมื่อเราต้องการเข้าใช้งาน geoboard เท่านั้น เพื่อให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ร่วมกันตามลำดับขั้นตอนอย่างครบถ้วน กิจกรรมในขั้นตอนนี้ครูต้องออกแบบ

กิจกรรมอย่างเป็นลำดับขั้นตอนเน้นให้นักเรียนได้สำรวจและศึกษาเกี่ยวกับลักษณะโครงสร้างของมโนทัศน์ผ่านสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) อย่างค่อยเป็นค่อยไป โดยใช้โจทย์สั้น ๆ บอกรายระเอียดหรือลักษณะโครงสร้างมาอย่างชัดเจน ครบถ้วน ไม่ซับซ้อนที่ออกแบบมาเพื่อกระตุ้นการตอบสนองหรือดึงคำตอบที่เฉพาะเจาะจงเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่เรียน เช่น ให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความกว้าง 2 หน่วย และมีความยาว 3 หน่วย เป็นต้น เริ่มต้นจากการให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากตามโจทย์ที่ครูมอบหมายให้ เมื่อนักเรียนส่งชิ้นงานการสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากตามโจทย์ที่ครูกำหนดเข้ามาแล้ว ครูรวบรวมและคัดเลือกชิ้นงานที่ถูกต้อง และไม่ถูกต้องแล้วแสดงภาพชิ้นงานนั้น ๆ ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาตรวจสอบชิ้นงานและสังเกตลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ โดยครูใช้คำถามเจาะลึกประเด็นสำคัญเกี่ยวกับมโนทัศน์เป้าหมายซึ่งไม่ชี้นำคำตอบมากเกินไปควบคู่ไปกับการให้นักเรียนสังเกตภาพ เพื่อปรับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนให้ถูกต้องชัดเจนก่อนเรียนรู้ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ในระดับต่อไป

บทบาทของนักเรียน: นักเรียนทดลองเข้าสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ในรูปแบบ Online web app ผ่านมือถือ รวมถึงฝึกใช้งานสื่อโดยทำไปพร้อม ๆ กับที่ครูสอน และลองใช้เครื่องมือสร้างชิ้นงานของตนเอง เพื่อให้นักเรียนจะได้ทราบถึงปัญหาและวิธีการแก้ไขในเรื่องของการเข้าใช้สื่อ และพร้อมในการเรียนรู้ในระดับถัดไป ปฏิบัติตามข้อตกลงร่วมกันเกี่ยวกับการใช้มือถือในขณะทำกิจกรรมอย่างเคร่งครัด เพื่อให้มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ร่วมกันตามลำดับขั้นตอนอย่างครบถ้วน กิจกรรมในขั้นตอนนี้นักเรียนจะต้องสำรวจลักษณะโครงสร้างของมโนทัศน์เป้าหมายของการเรียนอย่างค่อยเป็นค่อยไปผ่านสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ที่ครูจัดให้อย่างเป็นลำดับขั้น โดยเริ่มต้นจากสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากตามโจทย์ที่ครูกำหนดและส่งให้ครูผ่าน line application จากนั้นจะร่วมกันพิจารณาตรวจสอบชิ้นงานที่ครูนำมาแสดงและสังเกตลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ เพื่อปรับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนให้ถูกต้องชัดเจนขึ้น

บทบาทของสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives): เป็นสื่อกลางให้นักเรียนสร้างชิ้นงานตามโจทย์สั้น ๆ ที่เฉพาะเจาะจงเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่เรียนที่ครูกำหนดให้ ซึ่งช่วยให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการสร้างชิ้นงานมากขึ้น สร้างชิ้นงานได้รวดเร็วขึ้น ปรับแก้ชิ้นงานได้ง่ายขึ้น และส่งงานได้สะดวกรวดเร็วขึ้นแม้จะเรียนในห้องเรียนหรือเรียนออนไลน์อยู่ที่บ้าน

ขั้นที่ 3 การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Explication)

บทบาทของครู: ครูแสดงคำถามเกี่ยวกับมโนทัศน์ เช่น...(มโนทัศน์)...คืออะไร ...(มโนทัศน์)...มีกี่ชนิด อะไรบ้าง ...(มโนทัศน์)...กับ...(มโนทัศน์)...เหมือนหรือต่างกันอย่างไร เป็นต้น แล้วให้นักเรียนได้ตอบประเด็นคำถามโดยการแสดงความคิดเห็น อธิบาย หรือโต้แย้งกัน เพื่อแลกเปลี่ยนเรียนรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้มาจากการสังเกตในขั้นที่ 1 และ 2 ที่ผ่านมา โดยครูใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการตอบประเด็นคำถามต่าง ๆ โดยนักเรียน

กลุ่ม Online พิมพ์ข้อความตอบในข้อความในสาย ส่วนกลุ่ม On-site เขียนตอบในกระดาษ ซึ่งหากนักเรียนตอบคำถามหรือแสดงความคิดเห็นในการมองลักษณะทั่วไปในภาพรวมไม่เข้าสู่ประเด็นที่สำคัญครูอาจใช้คำถามเจาะลึกประเด็นสำคัญมากขึ้น โดยไม่ชี้นำคำตอบมากเกินไป ควบคู่ไปกับการยกตัวอย่างเพิ่มเติมแล้วให้นักเรียนมองถาพตัวอย่างประกอบไปด้วย จากนั้นครูดูแนวคำตอบของนักเรียนแต่ละคนซึ่งครูอาจต้องเข้าระบบจากอุปกรณ์อีกเครื่องหนึ่งที่สามารถถือไปด้วยได้ในขณะที่เดินดูความคิดเห็นของนักเรียนในห้องเนื่องจากการเรียนเป็นรูปแบบการเรียนแบบสองทาง เพื่อดูความคิดเห็นของนักเรียนกลุ่ม online ไปพร้อม ๆ กับนักเรียนกลุ่ม on-site ได้อย่างครอบคลุม และเลือกคำตอบของนักเรียนที่น่าสนใจมาพูดคุยกันหน้าชั้นเรียน พร้อมเขียนคำหรือประโยคสำคัญไว้บนกระดาน แล้วให้นักเรียนช่วยกันเรียงคำหรือประโยคสำคัญนั้น ๆ เพื่อให้ได้ประโยคที่ถูกต้องและเห็นความสัมพันธ์ของแต่ละมโนทัศน์เริ่มชัดเจนขึ้น และครูอาจต้องปรับการใช้คำหรือเสริมคำ เพื่อช่วยให้นักเรียนใช้ภาษาที่ถูกต้องและเหมาะสมหรือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องชัดเจน

บทบาทของนักเรียน: นักเรียนแสดงความคิดเห็น อธิบาย หรือโต้แย้งกัน เพื่อแลกเปลี่ยนเรียนรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้มาจากการสังเกตในขั้นที่ 1 และ 2 ที่ผ่านมา โดยนักเรียนกลุ่ม Online พิมพ์ข้อความตอบในข้อความในสาย ส่วนกลุ่ม On-site เขียนตอบในกระดาษ เมื่อครูเขียนประเด็นสำคัญที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ไว้บนกระดานเรียบร้อยแล้วนักเรียนจะต้องช่วยกันเรียงคำหรือประโยคสำคัญนั้น ๆ เพื่อให้ได้ลำดับของมโนทัศน์ที่ถูกต้อง ซึ่งทำให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของแต่ละมโนทัศน์เริ่มชัดเจนขึ้น และใช้ภาษาที่ถูกต้องและเหมาะสม

บทบาทของสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives): เป็นสื่อกลางในการแสดงภาพชิ้นงานของนักเรียนที่ครูคัดเลือกและรวบรวมมาจากขั้นที่ 2 ประกอบการอธิบายและแลกเปลี่ยนมุมมองใหม่เกี่ยวกับมโนทัศน์ในการเรียนรู้ เพื่อทำให้เข้าใจมโนทัศน์ชัดเจนขึ้น โดยนักเรียนเขียนมโนทัศน์ได้ถูกต้อง นักเรียนมีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็นมากขึ้น และช่วยให้ครูอธิบายมโนทัศน์ได้ชัดเจนขึ้น

ขั้นที่ 4 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ (Free Orientation)

บทบาทของครู: ครูต้องออกแบบโจทย์ที่ซับซ้อนมากขึ้นซึ่งอาจเป็นโจทย์ที่มีหลายขั้นตอน โจทย์ที่สามารถทำให้สมบูรณ์ได้หลายวิธี และโจทย์ปลายเปิด เน้นให้นักเรียนได้ใช้มโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้มาแล้วในขั้นก่อนหน้าอย่างหลากหลาย ซึ่งออกแบบมาเพื่อให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ในการค้นหาวิธีแก้โจทย์ด้วยตนเองผ่านสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) โดยสามารถปรับแก้ชิ้นงานและสร้างชิ้นงานเพิ่มเติมที่ถูกต้องตามเงื่อนไขของโจทย์แต่มีลักษณะต่างจากชิ้นงานที่เคยส่งได้ เพื่อทำให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ชัดเจนเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่เรียนมากขึ้น เช่น ให้นักเรียนใช้ยางสีแดงสร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีพื้นที่ 24 ตารางหน่วยลงบน geoboard พร้อมระบุความยาวด้าน

ซึ่งนักเรียนสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความกว้างและความยาวที่ต่างกันแต่มีพื้นที่เท่ากับ 24 ตารางหน่วยเท่ากันได้ทั้งหมด 4 รูป โดยครูควรแสดงโจทย์ขึ้นบนจอนำเสนอขณะที่นักเรียนสร้างชิ้นงาน เพื่อให้นักเรียนได้ตรวจสอบชิ้นงานของตนเองก่อนส่งให้ครู พร้อมทั้งกำหนดเวลาให้ชัดเจนหรืออาจแบ่งเวลาเป็น 2 ช่วงคือช่างแรกเมื่อนักเรียนส่งชิ้นงานการสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากตามโจทย์ที่ครูกำหนดเข้ามาแล้ว ครูพิจารณาความถูกต้องของชิ้นงานก่อน เมื่อพบว่าเริ่มมีชิ้นงานที่ผิดเงื่อนไขหรือซ้ำกันมากขึ้น ครูให้สัญญาณนักเรียนวางอุปกรณ์ลงและร่วมกันพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องของชิ้นงานที่ได้ร่วมกันก่อนเพื่อให้นักเรียนได้ปรับมโนทัศน์และมองหาขนาดของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาดที่แตกต่างไปจากที่เพื่อน ๆ ส่งมามากขึ้น โดยครูแสดงภาพชิ้นงานของนักเรียนขึ้นนำเสนอ ตามลำดับการส่งทั้งชิ้นงานที่ถูกต้อง และไม่ถูกต้อง ถ้าชิ้นงานที่ส่งมามีขนาดที่ซ้ำกันครูอาจคัดเลือกงานทีมีขนาดต่างกับชิ้นงานก่อนหน้าขึ้นมาแสดงก่อน หรือถ้ายังไม่มีชิ้นงานขนาดที่ต่างออกไป ครูให้เวลานักเรียนได้ปรับแก้หรือสร้างชิ้นงานต่อในช่วงที่สองซึ่งอาจเพิ่มความท้าทายโดยทำการบันทึกขนาดความกว้างความยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ส่งมาไว้แล้วท้าทายนักเรียนต่อว่านอกจากรูปสี่เหลี่ยมขนาดนี้แล้วยังมีรูปสี่เหลี่ยมที่มีพื้นที่เท่ากันแต่มีความกว้างความยาวต่างจากนี้อีกหรือไม่ หรือบอกนักเรียนไปเลยว่ายังมีอีก.....รูป เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดหารูปที่มีขนาดแตกต่างไปจากเดิมต่อ ในระหว่าที่นักเรียนกำลังสร้างชิ้นงานครูคอยพิจารณาชิ้นงานที่ส่งมาถ้ายังไม่ครบตามขนาดให้ครูแจ้งนักเรียนต่อว่า ขณะนี้ได้เพิ่มมาอีก.....รูป ยังขาดอีก.....รูป และเมื่อหมดเวลาครูให้สัญญาณนักเรียนวางอุปกรณ์ลงและร่วมกันพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องของชิ้นงานที่ได้ร่วมกันเช่นเดิม จากการทำกิจกรรมในขั้นนี้จะทำให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ชัดเจนเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่เรียนมากขึ้น

บทบาทของนักเรียน: นักเรียนใช้สื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ในการสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากตามโจทย์ที่ครูกำหนดและส่งให้ครูผ่าน line application จากนั้นจะร่วมกันพิจารณาตรวจสอบชิ้นงานที่ครูรวบรวมและนำมาแสดง นักเรียนที่ยังมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้และสร้างชิ้นงานไม่ถูกต้องได้เรียนรู้ และทำความเข้าใจจากชิ้นงานของเพื่อนและตนเอง และพยายามค้นหาวิธีแก้โจทย์ด้วยตนเอง โดยการปรับแก้ชิ้นงานหรือสร้างชิ้นงานเพิ่มเติมที่ถูกต้องตามเงื่อนไขของโจทย์แต่มีลักษณะต่างจากชิ้นงานที่เคยส่งได้

บทบาทของสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives): เป็นสื่อกลางในการให้นักเรียนสร้างชิ้นงานตามโจทย์ที่ครูกำหนดให้ ซึ่งเป็นโจทย์ที่มีความซับซ้อนมากขึ้น ซึ่งช่วยให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการสร้างชิ้นงานมากขึ้น สร้างชิ้นงานได้รวดเร็วขึ้น ปรับแก้ชิ้นงานได้ง่ายขึ้นและส่งงานได้สะดวกรวดเร็วขึ้นแม้จะเรียนในห้องเรียนหรือเรียนออนไลน์อยู่ที่บ้าน

ขั้นที่ 5 ขั้นการสรุปรวม (Integration)

บทบาทของครู: ครูใช้คำถามที่เป็นประเด็นสำคัญเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้พร้อมแสดงและประเด็นคำถามประกอบ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันสรุปมโนทัศน์ เช่น...(มโนทัศน์)...คืออะไร ...(มโนทัศน์)...มีกี่ชนิด อะไรบ้าง ...(มโนทัศน์)...กับ...(มโนทัศน์)...เหมือนหรือต่างกันอย่างไร เป็นต้น แล้วให้นักเรียนตอบประเด็นคำถามโดยการเล่าเรื่องราวเชื่อมโยงกับสิ่งที่ได้เรียนรู้มาตั้งแต่ขั้นที่ 1 ถึงขั้นที่ 4 ซึ่งในกิจกรรมนี้ครูควรจัดสรรเวลาให้เหมาะสม ตามประเด็นสำคัญเกี่ยวกับมโนทัศน์เป้าหมาย เพื่อให้นักเรียนได้นึกย้อนถึงการเรียนรู้จากขั้นที่ 1–4 ที่ผ่านมาและมีส่วนร่วมในการเล่าเรื่องราวหรืออธิบายสิ่งที่ตนเองได้เรียนรู้มามากขึ้น โดยครูควรลดบทบาทของการพูดหรือการสรุปที่ชี้นำนักเรียนมากเกินไปและใช้คำถามที่ช่วยการตุ้นให้นักเรียนพูดถึงมโนทัศน์ที่ตนเองได้เรียนรู้จากกิจกรรมที่ผ่านมาแทน เพื่อให้นักเรียนมีมโนทัศนที่ถูกต้องและสมบูรณ์ เมื่อนักเรียนได้ข้อสรุปเกี่ยวกับมโนทัศน์ครบทุกประเด็นแล้ว ครูมอบหมายงานให้นักเรียนได้ฝึกการใช้โนทัศน์นั้น ๆ ผ่านการทำใบงานหรือสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ที่ครูออกแบบไว้ โดยครูแสดงหรือแชร์โจทย์ขึ้นบนจอเพื่อให้นักเรียนทั้งสองกลุ่มสามารถทวนโจทย์ที่ครูกำหนดได้ ที่สำคัญคือก่อนให้นักเรียนลงมือสร้างรูปสี่เหลี่ยมในโจทย์ใด ๆ ครูควรอธิบายและให้นักเรียนทำความเข้าใจประเด็นหรือจุดมุ่งหมายของโจทย์ให้ชัดเจนก่อน เพื่อไม่ให้นักเรียนเกิดความสับสนหรือไม่เข้าใจโจทย์ เมื่อนักเรียนเข้าใจโจทย์และสร้างชิ้นงานเสร็จเรียบร้อยแล้วครูและนักเรียนจะร่วมกันตรวจสอบความถูกต้องของชิ้นงานที่สร้างขึ้นอีกครั้ง ซึ่งการสร้างชิ้นงานใน geoboard อาจให้นักเรียนสร้างรูปแต่ไม่ต้องสร้างรอยขีดและสร้างสัญลักษณ์แสดงมุมฉาก เนื่องจากจอมือถือของนักเรียนมีขนาดเล็กในการสร้างจึงค่อนข้างใช้เวลานานพอสมควร แต่เวลาที่ครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้องของชิ้นงาน ครูเน้นย้ำ อธิบายและแนะนำถึงการเขียนรอยขีดและสร้างสัญลักษณ์แสดงมุมฉากเพิ่มเติมและให้นักเรียนสร้างรอยขีดและสร้างสัญลักษณ์แสดงมุมฉากในใบงานของตนเองเสมอ

บทบาทของนักเรียน: นักเรียนได้สรุปความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ที่เรียนโดยการเล่าเรื่องราวเชื่อมโยงกับสิ่งที่ได้เรียนรู้มาตั้งแต่ขั้นที่ 1 ถึงขั้นที่ 4 ตามประเด็นเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ครูตั้งคำถาม และฝึกใช้โนทัศน์ที่ได้จากการสรุปนั้น ๆ โดยการทำใบงานหรือสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ตามโจทย์ที่ครูออกแบบไว้ ซึ่งในขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนจะมีมโนทัศน์เป้าหมายที่ถูกต้องและสมบูรณ์ และสามารถทำซ้ำงานเดิมและพร้อมเรียนรู้มโนทัศน์ต่อไป

บทบาทของสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives): เป็นสื่อกลางในการช่วยให้นักเรียนทำงานที่ได้รับมอบหมายที่เพื่อเน้นย้ำมโนทัศน์เดิมหรือมีความท้าทายมากยิ่งขึ้น

ตอนที่ 2 ผลการศึกษาการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 เมื่อจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives)

ผู้วิจัยทำการศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จากเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ และแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้ โดยเก็บข้อมูลระหว่างการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ในแต่ละวงจรปฏิบัติการ เมื่อดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้จบ 1 วงจรปฏิบัติการ นักเรียนจะได้ทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ตามมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการนั้น ๆ และเมื่อการเรียนรู้ครบ 3 วงจรปฏิบัติการ นักเรียนจะได้ทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้ตามมทัศน์ที่ได้เรียนรู้มาตั้งแต่วงจรปฏิบัติการที่ 1 ถึง 3 โดยผู้วิจัยแบ่งการวิเคราะห์ผลดังหัวข้อต่อไปนี้

1. ผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele Model ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จากการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้

หลังการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ในวงจรปฏิบัติการแต่ละวงจรปฏิบัติการ ผู้วิจัยวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ตามมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้ในแต่ละวงจรปฏิบัติการ โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

วงจรปฏิบัติการที่ 1 ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ผลการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 ผู้วิจัยใช้แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งเป็นแบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ เพื่อทำการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele ซึ่งกำหนดเกณฑ์การผ่านให้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป ผลคะแนนของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนจบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 แสดงในตาราง 11

ตาราง 11 ผลคะแนนการวัดมโนทัศน์หลังจบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ที่ได้จากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ระดับการคิดทางเรขาคณิต	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ผ่านเกณฑ์	คะแนนของนักเรียน		จำนวนนักเรียนทั้งหมด (คน)	จำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์	
			เฉลี่ย ($\bar{x}$)	ร้อยละของคะแนนเฉลี่ย		จำนวน (คน)	ร้อยละ
ระดับ 0	3	1.5	2.22	74.07	45	39	86.67
ระดับ 1	3	1.5	1.73	57.78		25	55.56
ระดับ 2	3	1.5	1.53	51.11		24	53.33
ระดับ 3	3	1.5	1.16	38.52		12	26.67
ระดับ 4	3	1.5	0.51	17.04		5	11.11
รวมทุกระดับ	**15**	**7.5**	**7.16**	**47.70**		**21**	**46.67**

จากตาราง 11 เมื่อพิจารณาผลการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากในภาพรวมมีคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้งหมดเท่ากับ 7.16 คิดเป็นร้อยละ 47.70 และมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ 21 คน คิดเป็นร้อยละ 46.67 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด และเมื่อพิจารณาผลการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele Model พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีผลคะแนนการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele พัฒนาไปถึงระดับ 2 โดยในระดับ 0 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 2.22 คิดเป็นร้อยละ 74.07 และมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ 39 คน คิดเป็นร้อยละ 86.67 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ระดับ 1 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 1.73 คิดเป็นร้อยละ 57.78 และมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ 25 คน คิดเป็นร้อยละ 55.56 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ระดับ 2 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 1.53 คิดเป็นร้อยละ 51.11 และมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ 24 คน คิดเป็นร้อยละ 53.33 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

วงจรปฏิบัติการที่ 2 ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ผลการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 ผู้วิจัยใช้แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งเป็นแบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ เพื่อทำการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele ซึ่งกำหนดเกณฑ์การผ่านให้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป ผลของคะแนนของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 แสดงในตาราง 12

ตาราง 12 ผลคะแนนการวัดมโนทัศน์หลังเรียนจบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ที่ได้จากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ระดับการคิดทางเรขาคณิต	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ผ่านเกณฑ์	คะแนนของนักเรียน		จำนวนนักเรียนทั้งหมด (คน)	จำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์	
			เฉลี่ย ($\bar{x}$)	ร้อยละของคะแนนเฉลี่ย		จำนวน (คน)	ร้อยละ
ระดับ 0	3	1.5	2.20	73.33	45	36	80.00
ระดับ 1	3	1.5	1.76	58.52		28	62.22
ระดับ 2	3	1.5	1.51	50.37		20	44.44
ระดับ 3	3	1.5	1.11	37.04		13	28.89
ระดับ 4	3	1.5	0.96	31.85		13	28.89
รวมทุกระดับ	**15**	**7.5**	**7.53**	**50.22**		**21**	**46.67**

จากตาราง 12 เมื่อพิจารณาผลการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากในภาพรวมมีคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้งหมดเท่ากับ 7.53 คิดเป็นร้อยละ 50.22 และมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ 21 คน คิดเป็นร้อยละ 46.67 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด และเมื่อพิจารณาผลการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele Model พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีผลคะแนนการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele พัฒนาไปถึงระดับ 2 โดยในระดับ 0 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 2.20 คิดเป็นร้อยละ 73.33 และมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ 36 คน คิดเป็นร้อยละ 80.00 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ระดับ 1 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 1.76 คิดเป็นร้อยละ 58.52 และมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ 28 คน คิดเป็นร้อยละ 62.22 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด และระดับ 2 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 1.51 คิดเป็นร้อยละ 50.37 และมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ 20 คน คิดเป็นร้อยละ 44.44 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

วงจรปฏิบัติการที่ 3 พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ผลการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 3 ผู้วิจัยใช้แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งเป็นแบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ เพื่อทำการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele ซึ่งกำหนดเกณฑ์การผ่านให้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป ผลของคะแนนของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 แสดงในตาราง 13

ตาราง 13 ผลคะแนนการวัดมโนทัศน์หลังเรียนจบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ที่ได้จากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ระดับการคิดทางเรขาคณิต	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ผ่านเกณฑ์	คะแนนของนักเรียน		จำนวนนักเรียนทั้งหมด (คน)	จำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์	
			เฉลี่ย ($\bar{x}$)	ร้อยละของคะแนนเฉลี่ย		จำนวน (คน)	ร้อยละ
ระดับ 0	4	2	3.22	80.56	45	45	100.00
ระดับ 1	4	2	2.58	64.44		40	88.89
ระดับ 2	4	2	2.20	55.00		33	73.33
ระดับ 3	4	2	1.71	42.78		25	55.56
ระดับ 4	4	2	1.56	38.89		18	40.00
รวมทุกระดับ	**20**	**10**	**11.27**	**56.33**		**28**	**62.22**

จากตาราง 13 เมื่อพิจารณาผลการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากในภาพรวมมีคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้งหมดเท่ากับ 11.27 คิดเป็นร้อยละ 56.33 และมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ 28 คน คิดเป็นร้อยละ 62.22 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด และเมื่อพิจารณาผลการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele Model พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีผลคะแนนการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele พัฒนาไปถึงระดับ 2 โดยในระดับ 0 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 3.22 คิดเป็นร้อยละ 80.56 และมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ 45 คน คิดเป็นร้อยละ 100.00 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ระดับ 1 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 2.58 คิดเป็นร้อยละ 64.44 และมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ 40 คน คิดเป็นร้อยละ 88.89 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ระดับ 2 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 2.20 คิดเป็นร้อยละ 55.00 และมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ 33 คน คิดเป็นร้อยละ 73.33 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

จากการวิเคราะห์ผลของคะแนนจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ ตั้งแต่วงจรปฏิบัติการที่ 1–3 ที่ได้จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ในแต่ละวงจรปฏิบัติการ ผู้วิจัยใช้แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งเป็นแบบตัวเลือกชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากซึ่งเป็นแบบตัวเลือกชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งเป็นแบบตัวเลือกชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ เพื่อทำการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการ

เรียนรู้ ซึ่งกำหนดเกณฑ์การผ่านให้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป สามารถสรุปผลการวิเคราะห์ข้อมูลได้ แสดงดังตาราง 14

ตาราง 14 ผลคะแนนการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้จากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

วงจรปฏิบัติการที่	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ผ่านเกณฑ์	คะแนนของนักเรียน							จำนวนนักเรียนทั้งหมด (คน)	จำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์	
			ระดับการคิดทางเรขาคณิต (ร้อยละ)					เฉลี่ย ($\bar{x}$)	ร้อยละของคะแนนเฉลี่ย		จำนวน (คน)	ร้อยละ
			0	1	2	3	4					
1	15	7.5	74.07	57.78	51.11	38.52	17.04	7.16	47.70	45	21	46.67
2	15	7.5	73.33	58.52	50.37	37.04	31.85	7.53	50.22		21	46.67
3	20	10	80.56	64.44	55.00	42.78	38.89	11.27	55.00		28	62.22

จากตาราง 14 เมื่อพิจารณาผลการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ได้จากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ พบว่า วงจรปฏิบัติการที่ 3 เรื่อง พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก มีคะแนนเฉลี่ยมากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 55.00 รองลงมา คือ วงจรปฏิบัติการที่ 2 เรื่อง ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก มีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 50.22 และวงจรปฏิบัติการที่ 1 ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก มีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 47.70 ตามลำดับ เมื่อพิจารณาผลการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele ในแต่ละวงจรปฏิบัติการ พบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์อยู่ในระดับ 0 รองลงมาคือ ระดับ 1 ระดับ 2 ระดับ 3 และระดับ 4 ตามลำดับ

2. ผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele Model ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้

เมื่อสิ้นสุดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ทั้ง 3 วงจรปฏิบัติการแล้ว ผู้วิจัยวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งเป็นแบบวัดรวมมโนทัศน์ทั้งหมดที่ได้เรียนรู้มาตั้งแต่วงจรปฏิบัติการที่ 1 ถึง 3 โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ผลการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้

ผลการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้ ที่ได้จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ครบทั้ง 3 วงจรปฏิบัติการ ผู้วิจัยใช้แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งเป็นแบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 50 ข้อ ประกอบด้วยมโนทัศน์ เรื่อง ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก จำนวน 15 ข้อ ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก จำนวน 15 ข้อ และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก จำนวน 20 ข้อ เพื่อทำการทดสอบเมื่อสิ้นสุดการเรียนรู้ทั้ง 3 วงจรปฏิบัติการและวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele ซึ่งกำหนดเกณฑ์การผ่านให้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป ผลของคะแนนของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้ แสดงในตาราง 15

ตาราง 15 ผลของคะแนนของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้ ที่ได้จากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

มโนทัศน์เรื่อง	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ผ่านเกณฑ์	คะแนนของนักเรียน							จำนวนนักเรียนทั้งหมด (คน)	จำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์	
			ระดับการคิดทางเรขาคณิต (ร้อยละ)					เฉลี่ย ($\bar{x}$)	ร้อยละของคะแนนเฉลี่ย		จำนวน (คน)	ร้อยละ
			0	1	2	3	4					
ชนิดและสมบัติ	15	7.5	90.37	80.00	66.67	62.22	40.74	10.20	68.00	45	44	97.78
ความยาวรอบรูป	15	7.5	78.52	68.15	57.78	49.63	45.19	8.98	59.85		28	62.22
พื้นที่	20	10	89.44	70.00	56.11	45.56	42.22	12.13	60.67		25	55.56
รวม	**50**	**25**	**86.11**	**72.72**	**60.19**	**52.47**	**42.72**	**31.31**	**62.62**		**43**	**95.56**

จากตาราง 15 เมื่อพิจารณาผลการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ได้จากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้ ในภาพรวมคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้งหมดเท่ากับ 31.31 คิดเป็นร้อยละ 62.62 และมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ 43 คน คิดเป็นร้อยละ 95.56 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยผลการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้ เรียงลำดับร้อยละของคะแนนเฉลี่ยจำแนกตามมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จากมากไปหาน้อย ดังนี้ มโนทัศน์ เรื่อง ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก มีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 68.00 พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก มีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 60.67 และความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก มีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 59.85 เมื่อพิจารณา

ผลการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele ในแต่ละมโนทัศน์ พบว่า พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์อยู่ในระดับ 0 รองลงมา คือ ระดับ 1 ระดับ 2 ระดับ 3 และระดับ 4 ตามลำดับ

ความสับสนระหว่างมโนทัศน์ เรื่อง ความยาวรอบรูปและพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากจากการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้

การวิเคราะห์ความสับสนระหว่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความยาวรอบรูปและพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ผู้วิจัยได้จากแบบวัดมโนทัศน์หลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้และทำการวิเคราะห์ผลจากจำนวนนักเรียนที่ตอบผิด โดยพิจารณาจากนักเรียนที่เลือกคำตอบในข้อสอบที่เป็นมโนทัศน์ เรื่อง ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเป็นตัวเลือกที่เป็นคำตอบของพื้นที่ และนักเรียนที่เลือกคำตอบในข้อสอบที่เป็นมโนทัศน์ เรื่อง พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเป็นคำตอบของความยาวรอบรูป ดังรายละเอียดในตาราง 16

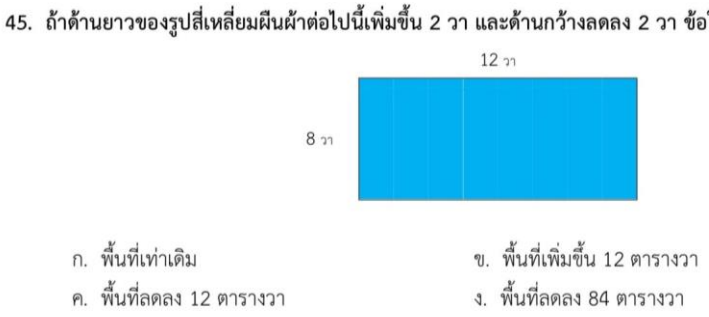
ตาราง 16 แสดงร้อยละของจำนวนนักเรียนที่มีความสับสนระหว่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความยาวรอบรูปและพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele

ระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele Model	ข้อที่	จำนวนนักเรียนที่เกิดความสับสน	ร้อยละเฉลี่ยของจำนวนนักเรียนที่เกิดความสับสน
ระดับ 0 : ระดับการมองเห็นรูปธรรมภายนอก (Visualization)	16	14 (31.11)	19.26
	18	8 (17.78)	
	33	4 (8.89)	
ระดับ 1 : ระดับการวิเคราะห์ (Analysis)	19	7 (15.56)	11.11
	20	3 (6.67)	
	21	2 (4.44)	
	35	7 (15.56)	
	37	6 (13.33)	
ระดับ 2 : ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน (Informal Deduction)	22	9 (20.00)	30.56
	23	21 (46.67)	
	40	14 (31.11)	
	41	11 (24.44)	
ระดับ 3 : ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน (Formal Deduction)	26	11 (24.44)	32.78
	43	17 (37.78)	
	44	8 (17.78)	
	45	23 (51.11)	

ตาราง 16 (ต่อ)

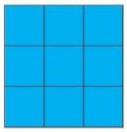
ระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele Model	ข้อที่	จำนวนนักเรียนที่เกิดความสับสน	ร้อยละเฉลี่ยของจำนวนนักเรียนที่เกิดความสับสน
ระดับ 4 : ระดับการคิดสุดยอด (Rigor)	30	5 (11.11)	**17.03**
	49	9 (20.00)	
	50	9 (20.00)	

จากตาราง 16 เมื่อพิจารณาร้อยละเฉลี่ยของจำนวนนักเรียนที่มีความสับสนระหว่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความยาวรอบรูปและพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele ที่ได้จากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนมีความสับสนกับมโนทัศน์ในระดับ 3 ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน (Formal Deduction) มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 32.78 รองลงมา คือ ระดับ 2 ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน (Informal Deduction) คิดเป็นร้อยละ 30.56 ระดับ 0 ระดับการมองเห็นรูปธรรมภายนอก (Visualization) คิดเป็นร้อยละ 19.26 ระดับ 4 ระดับการคิดสุดยอด (Rigor) คิดเป็นร้อยละ 17.04 และระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์ (Analysis) คิดเป็นร้อยละ 11.11 และเมื่อพิจารณาผลการวิเคราะห์ที่ได้กับแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนจะเกิดความสับสนมากในข้อที่มีลักษณะของโจทย์ที่เน้นให้ข้อมูล รูปภาพ หรือเงื่อนไขเกี่ยวกับการดำเนินการที่สื่อถึงอีกมโนทัศน์หนึ่ง แต่ถามคำถามเกี่ยวกับอีกมโนทัศน์หนึ่ง เช่น การกำหนดความยาวและเงื่อนไขของความยาวด้านแล้วถามหาพื้นที่ ดังภาพ 48 อาจเป็นไปได้ว่านักเรียนให้ความสนใจกับตัวเลขที่ตนเองกำลังดำเนินการหรือมองเห็นมากกว่าสิ่งที่โจทย์ถาม การกำหนดรูปภาพที่มีการตีตารางและถามหาความยาวรอบรูป ดังภาพ 49 อาจเป็นไปได้ว่านักเรียนให้ความสนใจกับรูปภาพโดยอาจมองข้ามสิ่งที่โจทย์ต้องการ



ภาพ 48 ตัวอย่างแบบวัดข้อที่ 45

23. ข้อใดเป็นการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสต่อไปนี้ กำหนดให้ ☐ มีความยาวด้านละ 1 หน่วย



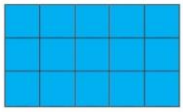
ก. 3 + 3 หน่วย
ข. 3 x 3 หน่วย
ค. 4 x 3 หน่วย
ง. 4 x (3 + 3) หน่วย

ภาพ 49 ตัวอย่างแบบวัดข้อที่ 23

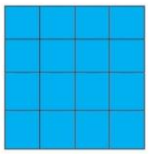
ในทางกลับกันนักเรียนจะเกิดความสับสนค่อนข้างน้อยในข้อที่มีลักษณะที่เน้นให้ข้อมูลรูปภาพ หรือเงื่อนไขเกี่ยวกับการดำเนินการที่สื่อถึงมโนทัศน์เดียวมโนทัศน์ที่โจทย์ต้องการถาม ดังภาพ 50 และลักษณะของโจทย์ที่ระบุมโนทัศน์ที่โจทย์ต้องการในตัวเลือก ดังภาพ 51

33. กำหนดให้ ☐ มีพื้นที่ 1 ตารางเซนติเมตร ข้อใดเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีพื้นที่เท่ากับ 12 ตารางเซนติเมตร

ก.

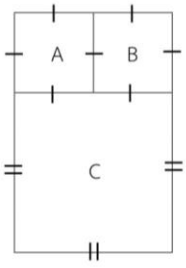
ข.


ค.

ง.


ภาพ 50 ตัวอย่างแบบวัดข้อที่ 33

20. จากรูป ถ้า C มีด้านยาวด้านละ 10 หน่วย ข้อใดกล่าวถูกต้อง



ก. C เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวรอบรูป 40 หน่วย
ข. C เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวรอบรูป 100 หน่วย
ค. A และ B เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวรอบรูป 25 หน่วย
ง. A และ B เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวรอบรูป 50 หน่วย

ภาพ 51 ตัวอย่างแบบวัดข้อที่ 20

3. การเปรียบเทียบผลคะแนนการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้และหลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้

ตาราง 17 การเปรียบเทียบผลคะแนนการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้และหลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้

แบบวัดมโนทัศน์	มโนทัศน์	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ผ่านเกณฑ์	คะแนนของนักเรียน							จำนวนนักเรียนทั้งหมด (คน)	จำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์	
				ระดับการคิดทางเรขาคณิต (ร้อยละของคะแนนเฉลี่ย)					เฉลี่ย ($\bar{x}$)	ร้อยละของคะแนนเฉลี่ย		จำนวน (คน)	ร้อยละ
				0	1	2	3	4					
หลังแต่ละแผน	ชนิดและสมบัติ	15	7.5	74.07	57.78	51.11	38.52	17.04	7.16	47.70	45	21	46.67
	ความยาวรอบรูป	15	7.5	73.33	58.52	50.37	37.04	31.85	7.53	50.22		21	46.67
	พื้นที่	20	10	80.56	64.44	55.00	42.78	38.89	11.27	55.00		28	62.22
หลังจบ 3 แผน	ชนิดและสมบัติ	15	7.5	90.37	80.00	66.67	62.22	40.74	10.20	68.00		44	97.78
	ความยาวรอบรูป	15	7.5	78.52	68.15	57.78	49.63	45.19	8.98	59.85		28	62.22
	พื้นที่	20	10	89.44	70.00	56.11	45.56	42.22	12.13	60.67		25	55.56

จากตาราง 17 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีคะแนนเฉลี่ยของมโนทัศน์ตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele ที่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 ในระดับ 0 ระดับ 1 ระดับ 2 จากการวัดมโนทัศน์หลังเรียนแต่ละวงจรปฏิบัติการ และมีคะแนนเฉลี่ยของมโนทัศน์ตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele ที่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 เพิ่มขึ้นในระดับ 3 จากการวัดมโนทัศน์หลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้ เมื่อพิจารณาผลการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนมีการพัฒนามโนทัศน์ไปถึงระดับ 2 โดยผลคะแนนของแต่ละวงจรปฏิบัติการมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นตามลำดับ เริ่มจากผลคะแนนการวัดมโนทัศน์หลังเรียนแผนที่ 1 เรื่อง ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก มีร้อยละของคะแนนเฉลี่ยคิดเป็น 47.70 และมีจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ 21 คน คิดเป็นร้อยละ 46.67 แผนที่ 2 เรื่อง ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก มีร้อยละของคะแนนเฉลี่ยคิดเป็น 50.22 และมีจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ 21 คน คิดเป็นร้อยละ 46.67 และแผนที่ 3 เรื่อง พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก มีร้อยละของคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 55.00 และมีจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์เพิ่มมากขึ้นเป็น 28 คน คิดเป็นร้อยละ 62.22 และเมื่อพิจารณาผลคะแนนการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนมีการพัฒนามโนทัศน์ เรื่อง ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเพิ่มขึ้นไปถึงระดับ 3 ได้ โดยมีร้อยละของคะแนนเฉลี่ยคิดเป็น 62.22 และมีจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์เพิ่มขึ้นเป็น 44 คน คิดเป็นร้อยละ 97.78 และพบว่านักเรียนมีผลคะแนนแต่ละมโนทัศน์ที่สูงขึ้นจากการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ในทุกระดับ

บทที่ 5

บทสรุป

การวิจัยการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 เป็นการวิจัยเชิงปฏิบัติการ (Action Research) มีจุดมุ่งหมายเพื่อ 1) เพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) 2) เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้รูปแบบการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4.7 ภาคการเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนประถมศึกษาขนาดใหญ่แห่งหนึ่ง จำนวน 45 คน ที่เรียนในรูปแบบ Online และ On-site ควบคู่กัน โดยนักเรียนกลุ่ม Online จะเข้าเรียนผ่านโปรแกรมประชุมออนไลน์ Google Meet และนักเรียนกลุ่ม On-site จะเข้าเรียนในห้องเรียนปกติ ดำเนินการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 3 แผนการจัดการเรียนรู้ ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้มีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นที่ 1 ขั้นการใช้คำถามเพื่อเข้าสู่บทเรียน (Information) ขั้นที่ 2 ขั้นการเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง (Directed Orientation) ขั้นที่ 3 ขั้นการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Explication) ขั้นที่ 4 ขั้นการเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ (Free Orientation) ขั้นที่ 5 ขั้นการสรุปรวม (Integration) โดยมีเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ และแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้และแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก โดยผู้วิจัยนำเสนอผลการวิจัย ดังนี้

1. สรุปผลการวิจัย
2. อภิปรายผลการวิจัย
3. ข้อเสนอแนะ

สรุปผลการวิจัย

1. แนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4

จากผลการวิจัย ผู้วิจัยได้ค้นพบแนวทางที่เหมาะสมในการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ในงานวิจัยนี้ ซึ่งเป็นการจัดการเรียนรู้สำหรับนักเรียน 2 กลุ่ม คือนักเรียนกลุ่ม Online และ On-site ควบคู่กัน โดยนักเรียนกลุ่มเรียน Online เข้าเรียนผ่านโปรแกรมประชุมออนไลน์ Google Meet และนักเรียนกลุ่ม On-site จะเข้าเรียนในห้องเรียนปกติเพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 การใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน (Inquiry/ Information) เป็นขั้นตอนที่ช่วยดึงดูดความสนใจให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการสนทนาเกี่ยวกับมโนทัศน์เดิมและศึกษามโนทัศน์ใหม่ที่เป็นเป้าหมายสำหรับการเรียนรู้ โดยครูควรทบทวนมโนทัศน์เดิมของนักเรียนผ่านการใช้คำถามและสื่ออุปกรณ์เสมือน โดยใช้คำถามที่มุ่งเน้นไปที่มโนทัศน์เดิมที่เป็นพื้นฐานของการเรียนรู้มโนทัศน์ที่เป็นจุดมุ่งหมายของการเรียนโดยตรงประกอบกับการแสดงรูปภาพจากสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) โดยเลือกใช้สื่อที่สามารถแสดงรูปภาพได้สอดคล้องกับคำถามที่ใช้ในการทบทวนมโนทัศน์เดิม เพื่อความสะดวกในสำรวจและทราบถึงมโนทัศน์เดิมของนักเรียนของนักเรียน 2 กลุ่ม และทำให้นักเรียนได้เรียนรู้ ทำความเข้าใจ และมีมโนทัศน์เดิมที่ถูกต้องชัดเจนขึ้น เมื่อนักเรียนมีมโนทัศน์เดิมและพร้อมที่จะเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ที่เป็นเป้าหมายสำหรับการเรียนรู้แล้ว ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนศึกษามโนทัศน์ใหม่ผ่านกิจกรรมการสำรวจมโนทัศน์ โดยเน้นกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับสิ่งรอบตัวของนักเรียนที่นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง ไม่ยากจนเกินไป และให้นักเรียนทุกคนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมการสำรวจมโนทัศน์นั้น เช่น การสำรวจมโนทัศน์จากการยกตัวอย่างสิ่งรอบตัว สถานการณ์ที่เป็นปัญหาอยากให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบหรือพิสูจน์ข้อเท็จจริง โดยกิจกรรมนั้นควรสอดแทรกเกมการแข่งขันและการสะสมคะแนนเพื่อเพิ่มความสนุกสนาน ตื่นเต้น ท้าทาย และดึงดูดให้นักเรียนมีความสนใจในการศึกษาเกี่ยวกับมโนทัศน์มากขึ้น และควรอธิบายกติกาและกำหนดเวลาให้ชัดเจนเพื่อไม่ให้เกิดความวุ่นวายหรือใช้เวลามากเกินไป พร้อมแจ้งจุดประสงค์หรือมโนทัศน์เป้าหมายของการเรียนรู้ โดยตั้งคำถามเกี่ยวกับประเด็นที่เจาะลึกรายละเอียดเกี่ยวกับมโนทัศน์เป้าหมาย ที่ทำให้นักเรียนเกิดความสงสัยและให้ความสนใจกับมโนทัศน์ที่กำลังจะเรียนมากยิ่งขึ้น

ขั้นที่ 2 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง (Directed Orientation) เป็นขั้นตอนที่ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้ศึกษาลักษณะโครงสร้างของมโนทัศน์ที่เป็นจุดมุ่งหมายของการเรียนรู้อย่างค่อยเป็นค่อยไป ก่อนเริ่มกิจกรรมครูควรสำรวจความพร้อมของอุปกรณ์การเข้าถึงสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ในรูปแบบ Online web app และเน้นย้ำข้อตกลงในเรื่องของการใช้โทรศัพท์มือถือในการสร้างชิ้นงานในทุกครั้ง เพื่อให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ร่วมกันตามลำดับขั้นตอนอย่างครบถ้วน ในส่วนของกิจกรรมในขั้นตอนนี้ครูควรออกแบบกิจกรรมอย่างเป็นลำดับขั้นตอนเน้นแสดงให้นักเรียนเห็นลักษณะโครงสร้างของมโนทัศน์อย่างค่อยเป็นค่อยไป เริ่มจากการให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากตามโจทย์ที่ครูมอบหมายให้บน Geoboard แล้วส่งชิ้นงานการสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากให้ครูผ่าน line กลุ่ม โดยโจทย์ที่ใช้ควรเป็นโจทย์สั้น ๆ ไม่ซับซ้อนที่นักเรียนสามารถใช้มโนทัศน์ที่ได้จากขั้นตอนที่ 1 มาใช้ในการสร้างได้และสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมได้หลายขนาด จากนั้นครูรวบรวมและคัดเลือกชิ้นงานรูปสี่เหลี่ยมที่ถูกต้องตามที่โจทย์กำหนดที่มีขนาดแตกต่างกันมาอย่างน้อย 3 ขนาด เพื่อนำชิ้นงานที่ได้มาร่วมกันพิจารณาความสัมพันธ์ของความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมกับมโนทัศน์ที่ได้ในขั้นตอนที่ 1 โดยครูใช้คำถามที่ค่อย ๆ กระตุ้นให้นักเรียนคิดต่อยอดไปเรื่อย ๆ หรือค่อย ๆ เจาะลึกไปสู่ข้อสรุปของมโนทัศน์เป้าหมายที่เป็นสมบัติหรือสูตรที่เป็นคำตอบของคำถามที่เกี่ยวกับประเด็นที่เจาะลึกรายละเอียดเกี่ยวกับมโนทัศน์เป้าหมายที่ครูตั้งคำถามไว้ในขั้นตอนที่ 1 ซึ่งไม่ควรเป็นคำถามที่ชี้นำคำตอบมากเกินไป เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเองและปรับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนให้ถูกต้องชัดเจนก่อนนำไปแลกเปลี่ยนเรียนรู้กันในขั้นตอนต่อไป

ขั้นที่ 3 การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Explication) เป็นขั้นตอนที่ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์ชัดเจนขึ้น และใช้ภาษาที่ถูกต้องและเหมาะสม ครูควรเริ่มต้นกิจกรรมการอธิบายหรือแลกเปลี่ยนเรียนรู้ โดยแชร์หรือแสดงคำถามหลักหรือคำถามที่เป็นประเด็นของการเรียนรู้บนจอให้นักเรียนเห็น เพื่อให้นักเรียนทราบว่าเป้าหมายของการแลกเปลี่ยนเรียนรู้คือมโนทัศน์เรื่องอะไร เช่น...(มโนทัศน์)...คืออะไร ...(มโนทัศน์)...มีกี่ชนิดอะไรบ้าง ...(มโนทัศน์)...กับ...(มโนทัศน์)...เหมือนหรือต่างกันอย่างไร เป็นต้น แล้วนักเรียนต้องสามารถแสดงความคิดเห็น อธิบาย หรือโต้แย้งกัน เพื่อแลกเปลี่ยนมุมมองใหม่เกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้มาจากการสังเกตในขั้นที่ 1 และ 2 ที่ผ่านมา โดยนักเรียนกลุ่ม Online พิมพ์ข้อความตอบในข้อความในสาย ส่วนกลุ่ม On-site เขียนตอบในกระดาษ หากพบว่านักเรียนไม่ตอบคำถามหรือแสดงความคิดเห็นในการมองลักษณะทั่วไปในภาพรวมไม่เข้าสู่ประเด็นของมโนทัศน์เป้าหมาย ครูควรใช้คำถามที่ค่อย ๆ กระตุ้นให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมและพยายามคิดต่อยอดไปเรื่อย ๆ หรือค่อย ๆ เจาะลึกไปสู่การตอบประเด็นคำถามหลักหรือนำนักเรียนไปสู่มโนทัศน์ที่เป็นเป้าหมาย ซึ่งไม่ควรเป็นคำถามที่ชี้นำคำตอบมากเกินไปควบคู่ไปกับการยกตัวอย่างภาพชิ้นงานของนักเรียน

ที่ครูคัดเลือกและรวบรวมมาจากขั้นที่ 2 เพิ่มเติมแล้วให้นักเรียนมองภาพ ประกอบการอธิบายและแลกเปลี่ยนเกี่ยวกับมโนทัศน์ในการเรียนรู้ เพื่อทำให้เข้าใจมโนทัศน์ชัดเจนขึ้น โดยนักเรียนเขียนมโนทัศน์ได้ถูกต้อง นักเรียนมีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็นมากขึ้น และช่วยให้ครูอธิบายมโนทัศน์ได้ชัดเจนขึ้น เมื่อนักเรียนแสดงความคิดเห็น อธิบาย หรือโต้แย้งกัน ครูควรดูแนวคำตอบของนักเรียนอย่างครอบคลุมโดยเข้าห้องเรียน Online จากอุปกรณ์อีกเครื่องหนึ่งที่สามารถถือไปด้วยได้ในขณะที่เดินดูความคิดเห็นของนักเรียนในห้อง เพื่อดูความคิดเห็นของนักเรียนกลุ่ม online ไปพร้อม ๆ กับนักเรียนกลุ่ม on-site และรวบรวมประเด็นที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์หรือเป็นส่วนหนึ่งของมโนทัศน์ไว้บนจอแล้วให้นักเรียนได้ร่วมกันเรียบเรียงประเด็นต่าง ๆ โดย และครูอาจต้องปรับการใช้คำหรือเสริมคำ เพื่อช่วยให้นักเรียนใช้ภาษาที่ถูกต้องและเหมาะสมหรือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องชัดเจน เพื่อให้นักเรียนได้สรุปความรู้ใหม่ที่ได้รับเป็นความหมาย กฎเกณฑ์หรือหรือสูตรต่าง ๆ และนำไปใช้ในขั้นตอนที่ 4 และ 5 ต่อไป

ขั้นที่ 4 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ (Free Orientation) เป็นขั้นตอนที่ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้ความสามารถและประสบการณ์เดิมเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้มาจากขั้นที่ 1-3 มาสร้างประสบการณ์ในการค้นหาวิธีหรือเรียนรู้ด้วยตัวเองกับโจทย์ที่มีความซับซ้อนมากขึ้น โดยครูให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากตามโจทย์ที่ครูมอบหมายให้บน Geoboard แล้วส่งชิ้นงานการสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากให้ครูผ่าน line กลุ่ม โดยโจทย์ที่ใช้ควรเป็นโจทย์ที่ซับซ้อนมากขึ้น เน้นให้นักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้จากขั้นตอนที่ 1-3 มาใช้ในการสร้างและสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมได้หลายขนาดซึ่งอาจเป็นโจทย์ที่มีหลายขั้นตอน โจทย์ที่สามารถทำให้สมบูรณ์ได้หลายวิธี และโจทย์ปลายเปิดที่นักเรียนสมารถคิดหรือใช้วิธีการหาคำตอบ...และมีคำตอบที่หลากหลาย เพื่อให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ในการค้นหาวิธีแก้โจทย์ด้วยตนเองผ่านสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ซึ่งช่วยให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการสร้างชิ้นงานมากขึ้น สร้างชิ้นงานปรับแก้ชิ้นงานได้รวดเร็วขึ้น เช่น โจทย์ที่กำหนดชนิดของรูปสี่เหลี่ยมและความยาวด้านมาแค่ 1 ด้าน แล้วให้กำหนดความยาวด้านที่เหลือเอง กำหนดให้แค่พื้นที่หรือความยาวรอบรูปแล้วให้นักเรียนกำหนดความยาวด้านเอง ซึ่งนักเรียนสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความกว้างและความยาวที่ต่างกันแต่มีพื้นที่หรือความยาวรอบรูปเท่ากันได้หลายรูป ซึ่งควรสร้างได้อย่างน้อย 3 รูป โดยครูควรแสดงโจทย์ขึ้นบนจอนำเสนอขณะที่นักเรียนสร้างชิ้นงาน เพื่อให้นักเรียนได้ตรวจสอบชิ้นงานของตนเองก่อนส่งให้ครู พร้อมระบุให้นักเรียนทราบว่าสามารถสร้างได้กี่รูปกำหนดเวลาให้ชัดเจน จากนั้นครูให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องของชิ้นงานที่ได้โดยเน้นการพิจารณาทีละรูป รูปไหนผิดก็จะให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาว่าผิดเพราะอะไรแล้วให้นักเรียนเริ่มลงมือสร้างชิ้นงานต่อ เพื่อให้นักเรียนที่ยังมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้และสร้างชิ้นงานไม่ถูกต้องได้เรียนรู้ และทำความเข้าใจจากชิ้นงานของเพื่อนและตนเอง และพยายามค้นหาวิธีแก้โจทย์ด้วยตนเอง

โดยการปรับแก้ชิ้นงานหรือสร้างชิ้นงานเพิ่มเติมที่ถูกต้องตามเงื่อนไขของโจทย์รูปไหนถูกครูต้องทำการบันทึกความกว้างความยาวไว้แล้วให้นักเรียนสร้างรูปต่อโดยไม่ให้มีขนาดซ้ำงานเดิม เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการคิดหารูปที่มีขนาดแตกต่างไปจากเดิมมากขึ้น ทำกิจกรรมในลักษณะนี้วนไปเรื่อย ๆ จนได้รูปสี่เหลี่ยมที่ถูกต้องตามเงื่อนไขอย่างน้อย 3 รูป หรือครบทุกรูปที่เป็นไปได้ตามโจทย์ขึ้นอยู่กับระยะเวลาที่ใช้ในการทำกิจกรรม

ขั้นที่ 5 ขั้นการสรุปรวม (Integration) เป็นขั้นตอนที่ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีมโนทัศน์ที่เป็นมโนทัศน์เป้าหมายของการเรียนรู้ที่ถูกต้องและสมบูรณ์ สามารถทำซ้ำงานเดิมและพร้อมเรียนรู้มโนทัศน์ในระดับต่อไปได้ โดยครูควรแชร์หรือแสดงคำถามหลักหรือคำถามที่เป็นประเด็นของการเรียนรู้เดียวกันกับในขั้นตอนที่ 3 บนจอให้นักเรียนเห็น เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันสรุปมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้อีกครั้ง เช่น...(มโนทัศน์)...คืออะไร ...(มโนทัศน์)...มีกี่ชนิด อะไรบ้าง ...(มโนทัศน์)...กับ...(มโนทัศน์)...เหมือนหรือต่างกันอย่างไร เป็นต้น แล้วให้นักเรียนตอบประเด็นคำถามโดยการเล่าเรื่องราวเชื่อมโยงระหว่างกิจกรรมที่ทำกับมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้มาตั้งแต่ขั้นที่ 1 ถึงขั้นที่ 4 ในกิจกรรมนี้ครูควรจัดสรรเวลาให้เหมาะสม ตามประเด็นสำคัญเกี่ยวกับมโนทัศน์เป้าหมายเพื่อให้นักเรียนได้นึกย้อนถึงการเรียนรู้จากขั้นที่ 1 – 4 ที่ผ่านมาและมีส่วนร่วมในการเล่าเรื่องราวหรืออธิบายสิ่งที่ตนเองได้เรียนรู้มามากขึ้น โดยครูควรใช้คำถามที่ช่วยการตุ้นให้นักเรียนนึกย้อนกลับไปสู่กิจกรรมที่ผ่านมาประกอบกับมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้จากกิจกรรมนั้น ๆ โดยไม่ชี้นำหรือสรุปประเด็นให้นักเรียนแต่อาจช่วยนำปเรื่องราวต่าง ๆ ที่นักเรียนเล่ามามาลำดับก่อนหลังเพื่อให้เห็นความสัมพันธ์ที่เป็นลำดับที่ชัดเจน ในส่วนของการทำซ้ำงานเดิมเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนและให้นักเรียนได้ฝึกการใช้โนทัศน์นั้น ๆ โดยให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากตามโจทย์ที่ครูมอบหมายให้บน Geoboard แล้วส่งชิ้นงานการสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากให้ครูผ่าน line กลุ่ม โดยครูแสดงหรือแชร์โจทย์ขึ้นบนจอเพื่อให้นักเรียนทั้งสองกลุ่มสามารถทวนโจทย์ที่ครูกำหนดได้และครูควรอธิบายและให้นักเรียนทำความเข้าใจประเด็นหรือจุดมุ่งหมายของโจทย์ให้ชัดเจนก่อนลงมือทำ เพื่อไม่ให้นักเรียนเกิดความสับสนหรือไม่เข้าใจโจทย์ โดยโจทย์ที่ใช้ควรเป็นโจทย์ปลายเปิดที่สามารถสร้างได้หลากหลายขนาดซึ่งเป็นได้ทั้งรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและจัตุรัสโดยไม่ได้ระบุชัดเจนว่าคำตอบต้องเป็นสี่เหลี่ยมชนิดใด บอกเพียงส่วนประกอบหรือสมบัติ ความยาวรอบรูป หรือพื้นที่ที่ต้องการเท่านั้น เน้นให้นักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้นำมโนทัศน์ตั้งแต่ที่เรียนมาปรับใช้ในการสร้าง และนำรูปที่ได้มาพิจารณาทีละรูปรูปไหนผิดก็จะให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาว่าผิดเพราะอะไรแล้วให้นักเรียนเริ่มลงมือสร้างชิ้นงานต่อ เพื่อให้นักเรียนที่ยังมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและสร้างชิ้นงานไม่ถูกต้องได้เรียนรู้ และทำความเข้าใจจากชิ้นงานของเพื่อนและตนเอง และพยายามค้นหาวิธีแก้โจทย์ด้วยตนเอง โดยการปรับแก้ชิ้นงานหรือสร้างชิ้นงานเพิ่มเติมที่ถูกต้องตามเงื่อนไขของโจทย์รูปไหนถูกครูต้องทำการบันทึกความกว้างความยาวไว้แล้วให้นักเรียนสร้างรูปต่อโดยไม่ให้มีขนาดซ้ำงานเดิม

เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการคิดหารูปที่มีขนาดแตกต่างไปจากเดิมมากขึ้น ทำกิจกรรมในลักษณะนี้วนไปเรื่อย ๆ จนได้รูปสี่เหลี่ยมที่ถูกต้องตามเงื่อนไขอย่างน้อย 3 รูป หรือครบทุกรูปที่เป็นไปได้ตามโจทย์ขึ้นอยู่กับระยะเวลาที่ใช้ในการทำกิจกรรม และหากอุปกรณ์ที่ใช้ในการเข้าใช้งาน geoboard เป็นมือถือที่มีจอขนาดเล็กอาจให้นักเรียนสร้างรูปแต่ไม่ต้องสร้างรอยขีดและสร้างสัญลักษณ์แสดงมุมฉาก แต่เวลาที่ครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้องของชิ้นงาน ครูเน้นย้ำ อธิบายและแนะนำถึงการเขียนรอยขีดและสร้างสัญลักษณ์แสดงมุมฉากเพิ่มเติม และให้นักเรียนสร้างรอยขีดและสร้างสัญลักษณ์แสดงมุมฉากในใบงานของตนเองเสมอ

จากการวิเคราะห์การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) พบว่าเป็นกิจกรรมที่ท้าทาย กระตุ้นความอยากรู้อยากเห็น ช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยความสนุกสนาน ส่งเสริมให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมโดยมีการสำรวจ สังเกต และค้นหาความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ที่เรียนด้วยตนเอง รวมถึงการปฏิบัติกิจกรรมร่วมกับครูและนักเรียนร่วมชั้นเรียนที่เปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น โต้แย้งกันอย่างมีเหตุผล ก่อให้เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ที่เรียน และสามารถสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนเรียนรู้มโนทัศน์ได้ดีและมีความสุขในการเรียน

2. สรุปผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 เมื่อจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives)

ผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele Model จากแบบวัดมโนทัศน์

จากการวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากของนักเรียนจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ท้ายวงจรปฏิบัติการแต่ละวงจรปฏิบัติการที่ให้นักเรียนทำหลังการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ในวงจรปฏิบัติการแต่ละวงจรปฏิบัติการ พบว่า มโนทัศน์ตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele Model ที่นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 คือ ระดับ 0 ระดับการมองเห็นรูปธรรมภายนอก (Visualization) ระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์ (Analysis) และระดับ 2 ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน (Informal Deduction) ซึ่งคะแนนเฉลี่ยจากวงจรปฏิบัติการที่ 1 มาสู่วงจรปฏิบัติการที่ 2 อยู่ในระดับใกล้เคียงกัน โดยในระดับ 2 จะมีค่าลดลงแต่ในระดับ 1 วงจรที่สองมีค่าลดลงเล็กน้อย เมื่อพิจารณาทั้งสามระดับจะพบว่าร้อยละของคะแนนเฉลี่ยของทั้งสองวงจรปฏิบัติการมีความใกล้เคียงกันมาก อาจเกิดจากมโนทัศน์ที่ไม่เหมือนกัน

ของทั้งสองวงจร โดยในวงจรปฏิบัติการที่ 1 มโนทัศน์มีลักษณะเป็นความหมาย การจำแนกชนิดด้วยคุณลักษณะ ซึ่งสามารถเรียนรู้โดยการสังเกตภาพจากสื่ออุปกรณ์เสมือนในกิจกรรมการเรียนรู้ที่จัดขึ้นได้ ส่วนวงจรปฏิบัติการที่ 2 มโนทัศน์จะมีลักษณะเป็นความหมาย การสรุปสูตรจากความสัมพันธ์ ซึ่งนอกจากนักเรียนจะได้เรียนรู้ในกิจกรรมแล้ว ยังต้องอาศัยความรู้พื้นฐานในเรื่องของการคำนวนมาใช้ในการสรุปสูตรด้วย ส่วนในวงจรปฏิบัติการที่ 3 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยเพิ่มขึ้นในทุกระดับ อาจเกิดจากนักเรียนได้รับประสบการณ์การเรียนรู้รวมถึงมโนทัศน์พื้นฐานที่จำเป็นในการเรียนรู้มาจากวงจรที่ 1 และ 2 แล้ว นอกจากนั้นวงจรปฏิบัติการที่ 3 มโนทัศน์จะมีลักษณะเช่นเดียวกับวงจรที่ 2 ซึ่งการเรียนรู้จะต้องอาศัยทักษะการคิดคำนวนเช่นกันต่างกันเพียงเนื้อหาเท่านั้น จึงอาจเป็นผลให้ร้อยละของคะแนนเฉลี่ยเพิ่มขึ้นในทุกระดับ ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีพัฒนาการเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่เพิ่มขึ้น ส่วนระดับ 3 ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน (Formal Deduction) และระดับ 4 ระดับการคิดสุดยอด (Rigor) นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 อาจเกิดจากนักเรียนขาดประสบการณ์ในการฝึกฝน เนื่องจากการจัดการเรียนการสอนในงานวิจัยนี้จะไม่มีในเรื่องของโจทย์ปัญหา

ผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele Model จากแบบวัดมโนทัศน์รวมท้ายวงจรปฏิบัติการที่ 1-3

จากการวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากของนักเรียนจากแบบวัดมโนทัศน์รวมท้ายวงจรปฏิบัติการที่ 1-3 ที่ให้ผู้เรียนทำหลังการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เสร็จสิ้นทั้ง 3 วงจรปฏิบัติการ พบว่า มโนทัศน์ตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele Model ที่นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 คือ ระดับ 0 ระดับการมองเห็นรูปธรรมภายนอก (Visualization) ระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์ (Analysis) และระดับ 2 ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน (Informal Deduction) ซึ่งสอดคล้องกับผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele Model จากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ท้ายวงจรปฏิบัติการแต่ละวงจรปฏิบัติการ แต่ระดับ 3 ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน (Formal Deduction) มโนทัศน์ เรื่อง ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเป็นมโนทัศน์เดียวที่มีคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 อาจเกิดจากนักเรียนได้ใช้มโนทัศน์เรื่องนี้ซ้ำ ๆ ในการเรียนรู้มโนทัศน์เรื่องความยาวรอบรูปและพื้นที่ทำให้นักเรียนเกิดการพัฒนามโนทัศน์ที่ถูกต้องสมบูรณ์ ส่งผลให้มีระดับการคิดที่สูงขึ้นเมื่อพิจารณามโนทัศน์ เรื่อง ความยาวรอบรูป และพื้นที่ พบว่าในระดับที่ 0 ระดับ 1 และระดับ 2 มีคะแนนเฉลี่ยที่ต่ำกว่ามโนทัศน์ เรื่อง ชนิดและสมบัติ อาจเกิดจากการวัดมโนทัศน์ทั้งสองมโนทัศน์นี้พร้อม ๆ กัน ทำให้นักเรียนเกิดความสับสนระหว่างมโนทัศน์ทั้งสองมโนทัศน์นี้ และเมื่อพิจารณาผลการวิเคราะห์ความสับสนของนักเรียนระหว่างมโนทัศน์เรื่องความยาวรอบรูปและพื้นที่

ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ได้จากแบบวัดมโนทัศน์ พบว่า ร้อยละของจำนวนนักเรียนที่เกิดความสับสนมากที่สุด คือ ระดับที่ 3 ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน (Formal Deduction) คิดเป็นร้อยละ 32.78 และระดับ 2 ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน (Informal Deduction) คิดเป็นร้อยละ 30.56 ซึ่งนักเรียนจะเกิดความสับสนมากในข้อที่มีลักษณะของโจทย์ที่เน้นให้ข้อมูล รูปภาพ หรือเงื่อนไขเกี่ยวกับการดำเนินการที่สื่อถึงอีกมโนทัศน์หนึ่ง แต่ถามคำถามเกี่ยวกับอีกมโนทัศน์หนึ่ง ในทางกลับกันนักเรียนจะเกิดความสับสนค่อนข้างน้อยในข้อที่มีลักษณะที่เน้นให้ข้อมูล รูปภาพหรือเงื่อนไขเกี่ยวกับการดำเนินการที่สื่อถึงมโนทัศน์เดียวมโนทัศน์ที่โจทย์ต้องการถาม อาจเกิดจากนักเรียนใช้ความเคยชินจากการใช้สื่ออุปกรณ์เสมือนในการสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก หากมีการสร้างตารางกริดเป็นการหาพื้นที่และหากใช้ยางสร้างเส้นขอบจะแสดงถึงความยาวรอบรูปในการตอบคำถามแทนการอ่าน ทำความเข้าใจ และวิเคราะห์สิ่งที่โจทย์ต้องการ เพราะเมื่อโจทย์ให้รูปตาราง ซึ่งการมองภาพจะสื่อความหมายถึงพื้นที่นักเรียนจึงเลือกตอบตัวเลือกของพื้นที่ทั้งที่โจทย์ให้หาความยาวรอบรูป ส่วนระดับ 3 ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน (Formal Deduction) และระดับ 4 ระดับการคิดสุดยอด (Rigor) นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 อาจเกิดจากนักเรียนขาดประสบการณ์ในการฝึกฝนสอดคล้องกับผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele Model จากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ท้ายวงจรปฏิบัติการแต่ละวงจรปฏิบัติการ

ผลการเปรียบเทียบผลคะแนนการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele หลังเรียนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้และหลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้

นักเรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele พัฒนาไปถึงระดับที่ 2 และมีนักเรียนบางส่วนสามารถพัฒนาไปถึงระดับ 3 ได้ โดยในทุกระดับจะเห็นว่านักเรียนมีผลคะแนนที่เพิ่มมากขึ้น แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เมื่อจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือนที่สูงขึ้น

อภิปรายผล

การอภิปรายผลการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ที่มีผลต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยม มุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 มีรายละเอียด ดังนี้

1. แนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยม มุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยม มุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เป็นกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีทั้งหมด 5 ขั้นตอน ทุกขั้นตอนส่งผลต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) สื่อกลางในการแสดงภาพให้นักเรียนสามารถเห็นภาพมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์พื้นฐานที่จำเป็นสำหรับมโนทัศน์ใหม่ที่เป็นเป้าหมายในบทเรียนได้ชัดเจนในขั้นตอนที่ 1 เห็นการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นเป้าหมายในลักษณะของการมองเห็นโครสร้างหรือลักษณะสำคัญจากการสร้างชิ้นงานในสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) และพิจารณาภาพชิ้นงานร่วมกันได้ในขั้นตอนที่ 2 เห็นการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นเป้าหมายในลักษณะของการสรุปเป็นความหมาย หลักการ และวิธีการได้ถูกต้องจากการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ตามประเด็นคำถามประกอบกับการมองภาพในสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ในขั้นตอนที่ 3 และเห็นการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นเป้าหมายในลักษณะของการนำไปใช้ได้อย่างถูกต้องโดยการสร้างชิ้นงานจากโจทย์ที่มีความซับซ้อน มีคำตอบหลากหลายได้ในขั้นตอนที่ 4 ขั้นตอนที่ 5 กล่าวคือ แนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ที่เหมาะสมต่อการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สามารถอภิปรายได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 การใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน (Inquiry/ Information) การใช้ประเด็นคำถามที่มุ่งเน้นไปที่มโนทัศน์เดิมที่เป็นพื้นฐานของการเรียนรู้มโนทัศน์ที่เป็นจุดมุ่งหมายของการเรียนโดยตรงประกอบกับการแสดงรูปภาพจากสื่ออุปกรณ์เสมือนที่สอดคล้องกันนำเข้าสู่บทเรียนนั้นมีส่วนช่วยในการดึงดูดความสนใจของนักเรียน ทำให้นักเรียนมีมโนทัศน์พื้นฐานที่ถูกต้อง และพร้อมที่จะเรียนรู้มากขึ้น เพราะนักเรียนแต่ละคนจะมีคำตอบที่แตกต่างกันตามมุมมองหรือตามความรู้พื้นฐานของตนเองแต่ทุกคำตอบต่างมุ่งเน้นไปที่ประเด็นเดียวกัน ทำให้ครูได้ทราบถึงความรู้พื้นฐานของนักเรียนแต่ละคน ขณะเดียวกันนักเรียนก็จะได้รับรู้แนวคิดของเพื่อนที่แตกต่างจากตนเอง นอกจากนี้การใช้สื่อที่เป็นรูปภาพจากสื่ออุปกรณ์เสมือนเข้ามาประกอบการจัดการเรียนรู้มีส่วนช่วยให้นักเรียนของนักเรียน 2 กลุ่มสามารถเรียนรู้และจดจำมโนทัศน์พื้นฐานที่ถูกต้องไปพร้อม ๆ กัน

ได้อย่างรวดเร็วขึ้นเมื่อเทียบกับการสอนแบบท่องจำ สอดคล้องกับสิริพร ทิพย์คง (2558, หน้า 5) ได้อธิบายเกี่ยวกับกระบวนการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่าการเรียนรู้เริ่มจากการรับรู้โดยอาศัยประสาทสัมผัส “ตา” ซึ่ง ทำให้เกิดการเรียนรู้ร้อยละ 80 และประสบการณ์ของนักเรียนจากสิ่งที่นักเรียนได้เห็น ได้ยิน ได้สัมผัส และได้เรียนรู้มาก่อน โดยครูอาจยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง

การจัดกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับสิ่งรอบตัวของนักเรียนที่นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง เหมาะสมกับวัยของนักเรียน สามารถนำมโนทัศน์ที่ได้ทบทวนมาแล้วจากกิจกรรมก่อนหน้ามาใช้ได้และเน้นให้นักเรียนทุกคนได้มีส่วนร่วมโดยการเพิ่มเกมการแข่งขันและการสะสมคะแนน มีส่วนช่วยในการกระตุ้นให้นักเรียนมีความสนใจในการศึกษาเกี่ยวกับมโนทัศน์ใหม่มากขึ้น เพราะนักเรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เป็นของจริงที่อยู่รอบตัวไม่ใช่เพียงเนื้อหาหรือรูปภาพในหนังสือหรือได้เห็นคณิตศาสตร์ในมุมมองที่เป็นรูปธรรมจับต้องได้ เช่น ประตูห้องเรียนที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กรอบรูปที่สื่อถึงความยาวรอบรูป การต่อจิ๊กซอที่ชิ้นส่วนนั้นแสดงถึงพื้นที่ ทำให้นักเรียนเข้าใจมโนทัศน์ที่เรียนได้ดีกว่าการอ่านในหนังสือหรือการอธิบายของครู และในการทำกิจกรรมแต่ละกิจกรรมนั้นครูควรอธิบายกติกาหรือสาธิตการเล่นและกำหนดเวลาให้ชัดเจนเพื่อไม่ให้เกิดความวุ่นวายหรือใช้เวลามากเกินไปในขณะร่วมกิจกรรม สอดคล้องกับสุดใจ ศรีจามร (2542) ที่กล่าวถึง หลักการจัดการเรียนการสอนว่าความรู้ พื้นฐานที่จะมาต่อเนื่องกับความรู้ใหม่ โดยครูต้องมีการทบทวนความรู้เดิมก่อนเพื่อให้ประสบการณ์เดิมกับประสบการณ์ใหม่ต่อเนื่องกัน จะช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจมองเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งที่เรียนได้ดี และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้กล่าวไว้ว่า โดยปกติเนื้อหาส่วนใหญ่ของคณิตศาสตร์มักมีลักษณะเป็นนามธรรม ดังนั้นศิลปะการสอนต่าง ๆ เช่น การใช้คำถามที่น่าตื่นเต้น น่าสนใจ การใช้วิธีการให้นักเรียนได้ค้นพบด้วยตนเอง (discovery) การทำคณิตศาสตร์ให้มีชีวิตชีวา การใช้สื่อการสอนที่เหมาะสม จึงมีความสำคัญที่จะทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้เดิมของนักเรียนสู่องค์ความรู้ใหม่

ขั้นที่ 2 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง (Directed Orientation) การสำรวจความพร้อมของอุปกรณ์และการเข้าถึงสื่อก่อนเริ่มกิจกรรม และเน้นย้ำข้อตกลงเรื่องการใช้โทรศัพท์มือถือในการสร้างชิ้นงานในทุกครั้ง โดยในวงจรปฏิบัติการที่ 1 ควรให้นักเรียนฝึกใช้งานสื่อโดยทำไปพร้อม ๆ กับที่ครูสอน และลองใช้เครื่องมือสร้างชิ้นงานของตนเองเพื่อให้นักเรียนได้ทำความรู้จักกับการใช้งานอุปกรณ์ต่าง ๆ ก่อนเริ่มใช้จริง ทำให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ร่วมกันตามลำดับขั้นตอนอย่างครบถ้วน เพราะการสำรวจความพร้อมของอุปกรณ์และการทดลองใช้สื่อทำให้นักเรียนทราบถึงปัญหาและวิธีการแก้ไขปัญหาต่าง ๆ เบื้องต้นด้วยตนเอง ช่วยให้การสร้างชิ้นงานต่าง ๆ ได้รวดเร็ว มีเวลาเหลือในการตรวจสอบชิ้นงานรวมถึงการปรับแก้ไขงานให้ถูกต้อง และพร้อมในการเรียนรู้ในระดับถัดไป ซึ่งสอดคล้องกับ Moyer, Bolyard, & Spikell (2002) ที่กล่าวถึงข้อควรพิจารณาสำหรับครูในการใช้สื่ออุปกรณ์เสมือนไว้ ดังนี้ 1) ตรวจสอบให้แน่ใจว่าอุปกรณ์

ซอฟต์แวร์รองรับสื่ออุปกรณ์เสมือนได้ก่อนการใช้งานในชั้นเรียน และ 2) ใช้วิธีการสอบถามกับนักเรียนในชั้นเรียน (ให้นักเรียนเล่นกับสื่ออุปกรณ์เสมือนจนกว่าเขาจะคิดออก) 3) ตรวจสอบให้แน่ใจว่าครูเลือกสื่ออุปกรณ์เสมือนที่เหมาะสมที่จะปรับปรุงบทเรียนที่วางแผนไว้ 4) ตรวจสอบให้แน่ใจว่าสื่ออุปกรณ์ที่ใช้จะไม่ใช้เวลามากกว่า 60% ของบทเรียน และ 5) ครูสามารถใช้สื่ออุปกรณ์ที่เป็นรูปธรรมร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือนเพื่อพัฒนาทักษะต่าง ๆ ได้

กิจกรรมการเรียนรู้ที่ถูกจัดขึ้นอย่างเป็นลำดับขั้น โดยเริ่มจากสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากตามโจทย์ที่เป็นโจทย์สั้น ๆ ไม่ซับซ้อน มีลักษณะเป็นโจทย์ปลายเปิดที่นักเรียนสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมได้หลายขนาด และสามารถนำมโนทัศน์ที่ได้จากขั้นตอนที่ 1 มาช่วยในการสร้างได้บน Geoboard จากนั้นครูรวบรวมและคัดเลือกและนำชิ้นงานรูปสี่เหลี่ยมที่มีขนาดแตกต่างกันและถูกต้องตามที่โจทย์กำหนดมาให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาความสัมพันธ์ของความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมกับมโนทัศน์ที่ได้ในขั้นตอนที่ 1 โดยครูใช้คำถามที่ค่อย ๆ กระตุ้นให้นักเรียนคิดต่อยอดไปเรื่อย ๆ หรือค่อย ๆ เจาะลึกไปสู่ข้อสรุปของมโนทัศน์เป้าหมายที่เป็นสมบัติหรือสูตร ซึ่งไม่ควรเป็นคำถามที่ชี้นำคำตอบมากเกินไป ช่วยในการแสดงให้นักเรียนเห็นลักษณะโครงสร้างของมโนทัศน์จากความสัมพันธ์ของรูปที่เหลี่ยมของนักเรียนแต่ละคนที่สร้างขึ้นอย่างค่อยเป็นค่อยไป ทำให้นักเรียนมีมโนทัศน์ที่ชัดเจนยิ่งขึ้น เพราะนอกจากนักเรียนจะได้เรียนรู้ด้วยตนเองจากการสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแล้ว ในขณะที่นักเรียนร่วมกันพิจารณาความสัมพันธ์ที่สังเกตได้จากชิ้นงานแต่ละชิ้นงานนั้นจะทำให้นักเรียนเห็นถึงโครงสร้างที่เหมือนและแตกต่างไปพร้อม ๆ กันประกอบกับการใช้คำถามที่ค่อย ๆ กระตุ้นให้นักเรียนคิดต่อยอดและเจาะลึกประเด็นของครู ส่งผลให้คำตอบที่ต่างกันจากมุมมองที่หลากหลายค่อย ๆ ไปในทิศทางเดียวกันจาก และปรับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนให้ถูกต้องชัดเจน ก่อนนำไปแลกเปลี่ยนเรียนรู้กันในขั้นตอนต่อไป สอดคล้องกับ Cangelosi (1996, p.86) อธิบายเกี่ยวกับการพัฒนามโนทัศน์ว่ามีขั้นตอน ดังนี้ 1) ขั้นเรียงและจัดประเภท ในขั้นนี้ครูนำเสนองานให้นักเรียนเกี่ยวกับงานที่ต้องการให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์ ครูเป็นผู้จัดกิจกรรม สภาพแวดล้อม และให้คำแนะนำ ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนทำกิจกรรมด้วยตนเอง 2) ขั้นสะท้อนผลและอธิบาย ในขั้นนี้นักเรียนอธิบายมโนทัศน์ที่นักเรียนได้จากการทำกิจกรรม ครูทำหน้าที่กระตุ้นนักเรียนด้วยคำถาม เพื่อให้นักเรียนคิดและทำความเข้าใจมโนทัศน์ที่นักเรียนสร้างขึ้น

ขั้นที่ 3 การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Explication) การแสดงภาพตัวอย่างชิ้นงานของนักเรียนที่สอดคล้องกับประเด็นคำถามหลักที่เป็นเป้าหมายในการสนทนาควบคู่กัน และใช้คำถามกระตุ้นคิดในระหว่างการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ช่วยให้นักเรียนเข้าใจและสามารถร่วมกันสรุปมโนทัศน์ได้อย่างถูกต้องชัดเจนขึ้น เพราะการใช้ภาพชิ้นงานที่นักเรียนลงมือสร้างเอง ทำให้นักเรียนมีส่วนร่วมและกล้าที่จะแสดงความคิดเห็น อธิบาย หรือโต้แย้งกันมากขึ้น อีกทั้งยังช่วยให้ครูอธิบายมโนทัศน์ได้ชัดเจนขึ้นอีกด้วย เนื่องจากการแลกเปลี่ยนมีการเปิดโอกาสให้นักเรียนตอบคำถามได้อย่าง

อิสระซึ่งนักเรียนอาจจะมองในมุมมองที่กว้างไม่เจาะจง เข้าใจแต่ตอบไม่ครบ อธิบายไม่ถูก การใช้คำถามกระตุ้นคิดของครูจึงเป็นสิ่งสำคัญที่จะทำให้นักเรียนพยายามคิดต่อยอดไปเรื่อย ๆ หรือค่อย ๆ เจาะลึกไปสู่การตอบประเด็นคำถามหลักหรือนำนักเรียนไปสู่มโนทัศน์ที่เป็นเป้าหมาย และในการสรุปความสัมพันธ์เป็นประโยคภาษาครูอาจช่วยระบุชื่อมโนทัศน์ จับประเด็นสำคัญจากการสนทนาที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ แล้วให้นักเรียนช่วยกันเรียงประเด็นเหล่านั้นอีกครั้งหนึ่ง และอาจต้องปรับการใช้คำหรือเสริมคำ แต่จะไม่สรุปให้โดยตรง ช่วยให้นักเรียนสามารถเรียงลำดับของมโนทัศน์และใช้ภาษาที่ถูกต้องและเหมาะสมและจดจำมโนทัศน์ได้ดียิ่งขึ้น เนื่องจากนักเรียนเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาและมโนทัศน์ที่เรียนรู้เป็นมโนทัศน์ที่เกิดขึ้นใหม่จากการจัดกิจกรรมต่าง ๆ ที่ครูจัดขึ้น ซึ่งนักเรียนไม่มีประสบการณ์หรือไม่รู้จักชื่อมโนทัศน์มาก่อน จึงยังไม่สามารถระบุชื่อมโนทัศน์เองได้แต่สามารถแสดงความคิดเห็นได้และการเรียงประเด็นจะทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้และจดจำมโนทัศน์ได้ดีกว่าการที่ครูเป็นผู้สรุปให้ สอดคล้องกับทิศนา แขมมณี (2547) ที่ได้เสนอว่า การพัฒนามโนทัศน์ประกอบด้วยการสังเกต โดยใช้สื่อประกอบ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการกำหนดเฉพาะด้วยตนเอง การจำแนกความแตกต่าง ของสิ่งที่รับรู้และให้เหตุผลในความแตกต่างนั้น การหาลักษณะร่วมในภาพรวมของสิ่งที่รับรู้และสรุปเป็นวิธีการ หลักการ หรือนิยาม การระบุชื่อมโนทัศน์ของสิ่งที่รับรู้ และการทดสอบและนำไปใช้ เพื่อประเมินความรู้

ขั้นที่ 4 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ (Free Orientation) การให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากจากโจทย์ปลายเปิดที่นักเรียนสามารถใช้วิธีการหาคำตอบและมีคำตอบที่หลากหลายที่ซับซ้อนขึ้นแต่ไม่ยากเกินไป โดยนักเรียนสามารถนำมโนทัศน์ที่ได้จากขั้นที่ 1-3 มาใช้ในการสร้างบน Geoboard ได้ ช่วยให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการสร้างชิ้นงานมากขึ้น และปรับแก้ชิ้นงานได้รวดเร็วขึ้น เพราะโจทย์ที่มีความซับซ้อนและมีคำตอบที่หลากหลายแต่ไม่เกินความสามารถของนักเรียนทำให้นักเรียนได้คิดและแสดงความคิดของตนเองได้อย่างเต็มที่ และความหลากหลายของคำตอบช่วยกระตุ้นให้นักเรียนพยายามค้นหาคำตอบที่เป็นไปได้เพิ่มเติม สอดคล้องกับลาวัลย์ พลกล้า (2545) ที่กล่าวว่า หลักในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมหรือฝึกทักษะที่จำเป็นในแต่ละบทเรียน กิจกรรมควรมีความยากง่ายเหมาะกับความสามารถของนักเรียน ถ้าเป็นกิจกรรมที่ยากหรือซับซ้อนเกินไป จะทำให้นักเรียนไม่มีโอกาสประสบความสำเร็จ จะทำให้ท้อถอยและถ้าง่ายเกินไปจะไม่ท้าทายให้นักเรียนใช้ความคิด และการพิจารณาความถูกต้องรวมถึงอธิบายว่าชิ้นงานนั้นผิดหรือถูกต้องอย่างไร และการปรับแก้ชิ้นงานในสื่ออุปกรณ์เสมือน ช่วยให้นักเรียนสามารถเรียนรู้และปรับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนให้ถูกต้องได้ด้วยความเข้าใจของตนเองอย่างรวดเร็ว เพราะการพิจารณาทั้งชิ้นงานที่ถูก และผิดนั้นทำให้นักเรียนที่ยังมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและสร้างชิ้นงานไม่ถูกต้องได้เรียนรู้ และทำความเข้าใจจากชิ้นงานของเพื่อนและตนเอง และพยายามค้นหาวิธีแก้โจทย์ด้วยตนเอง โดยการปรับแก้หรือสร้างชิ้นงานที่ถูกต้องตามเงื่อนไขของโจทย์เพิ่มเติม

นักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่ถูกต้องและสร้างชิ้นงานได้ถูกต้องจะมีความมั่นใจและสร้างชิ้นงานเพิ่มเติมได้ทันที ซึ่งสะดวกกว่าการเขียนและแก้ไขลงในสมุดหรือหนังสือ สอดคล้องกับ Cangelosi (1996, p.86) ที่อธิบายเกี่ยวกับการพัฒนามโนทัศน์ไว้ในขั้นตรวจสอบและปรับปรุงว่าเป็นการตรวจสอบมโนทัศน์โดยการทดสอบความรู้ของนักเรียน และตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้จากการทดสอบเพื่อปรับปรุงมโนทัศน์ที่ถูกต้อง และ Reimer & Moyer, (2005) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการเรียนของนักเรียนเกรด 3 เรื่องเศษส่วน โดยใช้การจัดการเสมือนจริง พบว่า การจัดการเสมือนจริงช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ได้ดีขึ้นโดยการให้ผลโดยตรงและข้อมูลย้อนกลับโดยเฉพาะง่ายและเร็วขึ้นกว่าการใช้กระดาษและดินสอมีความสนุกสนานมากขึ้นของนักเรียนในขณะที่เรียนคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 5 ขั้นการสรุปรวม (Integration) การใช้คำถามที่ค่อย ๆ เจาะลึกไปที่ประเด็นสำคัญและช่วยนำเรื่องราวต่าง ๆ ที่นักเรียนเล่ามาเรียงลำดับก่อนหลังควบคู่ไปกับการให้นักเรียนสังเกตรูปภาพชิ้นงานและกิจกรรมต่าง ๆ ที่ผ่านมา ช่วยให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของกิจกรรมและมโนทัศน์ที่ได้อย่างเป็นลำดับ ทำให้ได้ข้อสรุปมโนทัศน์ที่ชัดเจน เป็นระบบ และครอบคลุมมากขึ้น เพราะนักเรียนได้เชื่อมโยงสิ่งที่ได้เรียนรู้กับภาพกิจกรรมที่ทำก่อนหลังจึงสามารถที่จะลำดับเหตุการณ์และความรู้ที่เกิดขึ้นได้เป็นอย่างดี สอดคล้องกับ เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2549, หน้า 108) กล่าวว่า ในการจัดการเรียนการเรียนรู้มโนทัศน์ ผู้สอนมโนทัศน์ควรถือหลักการที่สำคัญ คือ ต้องฝึกฝนให้ผู้เรียนรู้จักเชื่อมโยงเหตุผลของมโนทัศน์เรื่องต่าง ๆ ที่รับรู้เข้าด้วยกัน เพื่อช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาทักษะการตีความ และสามารถใช้ประโยชน์จากมโนทัศน์ใหม่ ๆ ในทางสร้างสรรค์ และการตรวจสอบการเรียนรู้โดยให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากจากโจทย์ที่สามารถสร้างได้หลากหลายขนาดบน Geoboard พร้อมการอธิบายและให้นักเรียนทำความเข้าใจประเด็นหรือจุดมุ่งหมายของโจทย์ให้ชัดเจนก่อนลงมือทำและการนำรูปที่นักเรียนสร้างมาพิจารณาความถูกต้องร่วมกัน ช่วยให้นักเรียนสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากตามสิ่งที่กำหนดได้ถูกต้อง และกระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการคิดหารูปที่มีขนาดแตกต่างไปจากเดิมมากขึ้น เพราะการร่วมกันพิจารณาชิ้นงานทำให้นักเรียนที่ยังมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้เรียนรู้และปรับมโนทัศน์ของตนเองให้ถูกต้องโดยการพยายามค้นหาวิธีปรับแก้ชิ้นงานหรือสร้างชิ้นงานเพิ่มเติมที่ถูกต้องตามเงื่อนไขของโจทย์ สอดคล้องกับ สิริพร ทิพย์คง (2558) ที่อธิบายเกี่ยวกับกระบวนการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า นักเรียนตั้งสมมติฐานว่า มโนทัศน์ คืออะไร นักเรียนตรวจสอบสมมติฐานที่กำหนดขึ้น และนักเรียนเลือกสมมติฐานที่สามารถรวมกลุ่มของสิ่งเร้า ซึ่งมีลักษณะบางประการร่วมกัน ถ้าถูกต้องก็คงสมมติฐานนั้นไว้ ถ้าไม่ถูกต้องก็กลับไปสังเกตและคิดตั้งสมมติฐานใหม่จนกว่าจะถูกต้อง

2. การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 เมื่อจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives)

นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยของมโนทัศน์ตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele ที่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 ในระดับ 0 ระดับ 1 และระดับ 2 และในการวัดมโนทัศน์หลังจบการเรียนรู้ทั้ง 3 ผลการจัดการเรียนรู้ พบว่า มโนทัศน์ของนักเรียนสามารถพัฒนาไปสู่ระดับ 3 ได้ แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น เนื่องจากการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele เป็นการเรียนรู้ที่นักเรียนต้องผ่านกระบวนการเรียนรู้ที่ละขั้นจากการที่นักเรียนได้สังเกตภาพ สำรวจโครงสร้าง ค้นหาความสัมพันธ์ และร่วมกันพิจารณาความความสัมพันธ์นั้น โดยในทุก ๆ กิจกรรมครูต้องใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเรียนรู้มโนทัศน์ได้อย่างครบถ้วน ทำให้สามารถสรุปมโนทัศน์และนำไปใช้กับโจทย์ที่มีความซับซ้อนมากขึ้นได้ ซึ่งสื่ออุปกรณ์เสมือน เป็นตัวช่วยในการเรียนรู้และมีบทบาทสำคัญในทุก ๆ ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้และช่วยให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ด้วยตนเองได้ เริ่มตั้งแต่การสร้างความสนใจของนักเรียน การเป็นสื่อกลางในการแสดงภาพมโนทัศน์ของครู การเรียนรู้ลักษณะโครงสร้างของมโนทัศน์ผ่านการสร้างและพิจารณาความถูกต้องของชิ้นงานร่วมกันของนักเรียน และการสรุปมโนทัศน์จากการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ผ่านการมองภาพประกอบกับประเด็นคำถามของครู และเป็นตัวช่วยในการฝึกการใช้มโนทัศน์โดยการสร้างชิ้นงานจากโจทย์ที่มีความซับซ้อน มีคำตอบหลากหลายได้ ซึ่ง Reimer และ Moyer (2005) ยอมรับว่าสื่ออุปกรณ์เสมือน (virtual manipulative) เพิ่มระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษา และได้สัมภาษณ์นักเรียนและสำรวจทัศนคติระบุเกี่ยวกับสื่ออุปกรณ์เสมือนว่า 1. ช่วยให้นักเรียนในชั้นเรียนนี้เรียนรู้เพิ่มเติมเกี่ยวกับเศษส่วนโดยทันที และข้อเสนอแนะที่เฉพาะเจาะจง 2. ใช้งานง่ายและเร็วกว่าวิธีการใช้กระดาษและดินสอ และ 3. เพิ่มความเพลิดเพลินของนักเรียนในขณะที่เรียนรู้คณิตศาสตร์ และยืนยันว่าสื่ออุปกรณ์เสมือน มีประสิทธิภาพมากกว่าการจัดการในการสอนทางกายภาพในชั้นเรียน เพราะการจัดการทางกายภาพขึ้นอยู่กับความสามารถของครูในการทำให้การเชื่อมโยงแนวคิดที่เป็นรูปธรรมกับสัญลักษณ์นามธรรมเหล่านี้ชัดเจน กล่าวคือ แนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือนเหมาะสมต่อการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ รวมถึงทำให้การเรียนรู้มโนทัศน์แตกต่างไปจากเดิมโดยเปลี่ยนการเขียนหรือสร้างรูปจากการใช้ปากกาเขียนลงในกระดาษ เป็นการสร้างรูปในจอที่สามารถปรับแก้ ส่งต่อ หรือนำเสนอได้อย่าสะดวกรวดเร็ว จะเห็นได้ว่า แนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือนสามารถพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้สูงขึ้นได้ สอดคล้องกับ Alex (2016) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีของ Van Hiele ในวิชาเรขาคณิต ซึ่งพบว่า นักเรียน

ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีของ Van Hiele หลังเรียนแตกต่างกับนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีของ Van Hiele มีระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele ในระดับ 2 มากกว่าระดับ 0 และระดับ 1 แสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีของ Van Hiele ส่งผลให้ระดับการคิดทางเรขาคณิตของผู้เรียนเพิ่มขึ้นมากกว่าการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

นักเรียนบางส่วนมีคะแนนเฉลี่ยของโนทัศน์ตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele ยังไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 ในระดับ 3 และระดับ 4 อาจเป็นไปได้ว่านักเรียนพัฒนาโนทัศน์ในระดับ 0–2 ยังไม่สมบูรณ์จึงไม่สามารถพัฒนาไปสู่ระดับที่สูงขึ้นคือระดับ 3 และ 4 ได้ ซึ่งเป็นไปตามทฤษฎีของ Van Hiele Model ที่ว่า นักเรียนที่มีการคิดในระดับขั้นต่ำต้องมีประสบการณ์ในการคิดที่มากเพียงพอก่อนที่จะเรียนรู้ความคิดรวบยอดทางเรขาคณิตที่เป็นแบบแผน โดยไม่ขึ้นอยู่กับระดับอายุของนักเรียน จากการจัดการเรียนรู้ในครั้งนี้ ยังไม่มีการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ของนักเรียนที่ครอบคลุม และมีการเชื่อมโยงเนื้อหามโนทัศน์ไปสู่การฝึกใช้มโนทัศน์อย่างเป็นแบบแผนโดยการประยุกต์ใช้มโนทัศน์กับโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ต่าง ๆ รอบตัว นักเรียนจึงไม่สามารถประยุกต์ใช้มโนทัศน์ที่มีกับโจทย์ปัญหาได้ แต่ยังคงมีนักเรียนบางส่วนที่สามารถพัฒนามโนทัศน์ไปสู่ระดับ 4 ได้ อาจเนื่องจากนักเรียนมีประสบการณ์เดิมในการทำความเข้าใจและตีความโจทย์สามารถเข้าใจโจทย์โดยใช้มโนทัศน์ได้โดยไม่ต้องอาศัยรูปจึงทำให้นักเรียนสามารถแสดงถึงการพัฒนาในระดันนี้ได้ สอดคล้องกับ Haviger และ Vojkuvkova, (2014) ที่ได้ศึกษาระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele และพบว่าการจัดการเรียนรู้แบบ Van Hiele สามารถพัฒนาระดับของความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนเพิ่มขึ้นเป็น 1 และ 2 ระดับ และนักเรียนบางส่วนสามารถพัฒนาไปถึง 3 ระดับ โดยนักเรียนที่มีการพัฒนาระดับความคิดทางเรขาคณิตได้ถึงระดับ 3 และ 4 มาจากโรงเรียนมัธยมศึกษาทั่วไป เนื่องจากโรงเรียนประเภทนี้จะมีการสอนเนื้อหาที่มีความละเอียดและครอบคลุมทุกด้าน

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

1. การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ต้องมีความพร้อมทุกขั้นตอน ทั้งการจัดเตรียมสื่อและอุปกรณ์ให้เพียงพอตามจำนวนนักเรียน รวมถึงการตรวจสอบความพร้อมในการเข้าใช้งานสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เพื่อความสะดวกในการใช้งาน ทำให้เกิดการเรียนรู้ได้ดี ทั่วถึง และบรรลุตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ตั้งไว้

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ครูควรมีความสามารถในการใช้งานโปรแกรมได้เป็นอย่างดี และควรเปลี่ยนบทบาทจากครูผู้สอนเป็นครูผู้อำนวยความสะดวกให้แก่นักเรียน เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความความคิดเห็น การโต้แย้งในการแลกเปลี่ยนเรียนรู้กัน รวมถึงการแสดงสามารถในการสร้างชิ้นงานผ่านสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ได้อย่างเต็มที่

3. ครูควรเป็นผู้กระตุ้นนักเรียนให้ทำกิจกรรมอย่างต่อเนื่อง โดยใช้คำถามที่เจาะลึกมโนทัศน์อย่างค่อยเป็นค่อยไปโดยไม่ชี้นำมากเกินไป เพื่อให้นักเรียนค่อย ๆ สังเกต สำรวจ และคิดตามคำถามจนนำไปสู่รายละเอียดของมโนทัศน์ที่เรียนได้อย่างถูกต้องและตรงประเด็น

4. การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ครูควรออกแบบกิจกรรมในแต่ละขั้นให้ตื่นเต้น ท้าทาย และสนุกสนานมากขึ้น โดยเพิ่มเกมการแข่งขันหรือคะแนนสะสม และมีการอธิบายกติกาประกอบกับการสาธิตการเล่นจริงให้นักเรียนมีประสบการณ์และมองเห็นการดำเนินกิจกรรมได้อย่างชัดเจนขึ้น เพื่อสร้างบรรยากาศการเรียนที่ดึงดูดความสนใจและการมีส่วนร่วมของนักเรียนมากขึ้น

5. การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) พบว่านักเรียนยังไม่สามารถเชื่อมโยงหรือประยุกต์สิ่งที่ได้เรียนรู้ไปสู่การแก้โจทย์ปัญหาหรือระดับการคิดที่สูงขึ้นได้ ครูอาจสร้างปรสบการณ์ให้นักเรียนก่อนโดยในขั้นตอนที่ 5 ครูเพิ่มสถานการณ์ปัญหาเข้าไปในโจทย์การสร้างรูปสี่เหลี่ยม และลดบทบาทการใช้สื่ออุปกรณ์เสมือนลงจากเครื่องมือที่ใช้ในการสร้างความรู้โดยการสร้างชิ้นงาน เป็นเครื่องมือเสริมให้นักเรียนใช้ในการตรวจสอบหรือค้นหาคำตอบเท่านั้น

ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

1. การศึกษาครั้งนี้ พบว่า การพัฒนามโนทัศน์ตามระดับการคิดของ Van Hiele ในระดับ 3 และระดับ 4 เป็นสิ่งที่ท้าทายสำครับครู และแนวทางในการวิจัยครั้งนี้ ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ไม่สามารถพัฒนาในระดับสูงขึ้นได้ จึงควรศึกษา สาเหตุ และปัจจัยที่ส่งเสริมมโนทัศน์ตามระดับการคิดของ Van Hiele เพื่อพัฒนาแนวทางในการส่งเสริมมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้มีระดับที่สูงขึ้น

2. การศึกษาครั้งนี้ พบว่า ในขั้นตอนที่ 3 ของการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele นั้นนักเรียนจะได้แสดงความคิดเห็น อธิบาย โต้แย้งเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้มาจากกิจกรรมที่ผ่านมาแล้วนำประเด็นต่าง ๆ มาเรียบเรียงเพื่อสรุปมโนทัศน์ ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งในการให้เหตุผล และจากผลการวิจัยพบว่าในขั้นตอนที่ 3 นักเรียนสามารถแสดงความคิดเห็น อธิบาย โต้แย้งและสรุปมโนทัศน์ได้อย่างถูกต้องซึ่งอาจส่งผลต่อการให้เหตุผล ผู้ที่สนใจควรศึกษาเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele เพื่อส่งเสริมหรือพัฒนาทักษะกระบวนการในด้านการให้เหตุผล

บรรณานุกรม

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์. (2549). *การคิดเชิงมโนทัศน์* (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพฯ: ซัคเซสมีเดีย.

กุลยา เหมวัสดุกิจ. (2545). *ผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลีที่มีต่อระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ชนิศวรา ฉัตรแก้ว. (2549). *การพัฒนาหน่วยการเรียนรู้เรขาคณิตและลาดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวน ฮีลีโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเรขาคณิตแบบพลวัตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2* (วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ดวงเดือน อ่อนน่วม. (2533). *การสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ทิศนา แขมมณี. (2547). *ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: ด่านสุทธาการพิมพ์.

ประยูร อาษานาม. (2537). *การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา: หลักการและแนวปฏิบัติ*. กรุงเทพฯ: ประกายพรึก.

ปฏิมาภรณ์ ธรรมเดชะ. (2558). *การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดพื้นที่เสรีสำหรับการสานเสวนาและการสืบสอบ เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์ด้านความเป็นพลเมืองและความสามารถในการคิดวิเคราะห์ประเด็นทางสังคม ของนักเรียนมัธยมศึกษาต้อนต้น* (ดุษฎีนิพนธ์ครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต) กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์. (2551). *จิตวิทยาการศึกษา*. กรุงเทพฯ: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ.

พรรณี ชูทัย เจนจิต. (2550). *จิตวิทยาการเรียนการสอน*. กรุงเทพฯ: เกรทเอ็ดดูเคชั่น.

ยุพิน พิพิธกุล. (2530). *การสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณมหาวิทยาลัย.

ลาวัลย์ พลกล้า. (2545). *เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์*. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ: แสงจันทร์การพิมพ์.

วัชรา เล่าเรียนดี, ปรณัฐ กิจรุ่งเรือง และอรพิณ ศิริสัมพันธ์. (2560). *กลยุทธ์การจัดการเรียนรู้เชิงรุกเพื่อพัฒนาการคิดและยกระดับคุณภาพการศึกษา สำหรับศตวรรษที่ 21*. นครปฐม: เพชรเกษมพริ้นติ้ง.

วินัย ดาสุวรรณ. (2558). *มโนทัศน์และการวิจัยความเข้าใจคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: แดเน็กซ์ อินเตอร์คอร์ปอเรชั่น.

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. (2552). การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). ชลบุรี: มหาวิทยาลัยบูรพา.

_____. (2555). *ครบเครื่องเรื่องควรรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์ หลักสูตรการสอนและการวิจัย*. กรุงเทพฯ: จรัลสนิทวงศ์การพิมพ์.

สมศักดิ์ ประเสริฐมานะกิจ. (2556). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและระดับขั้นการคิดทางเรขาคณิต เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ร่วมกับการจัดการเรียนการสอนตามรูปแบบ Van Hiele* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต) นครราชสีมา: มหาวิทยาลัยราชภัฏนครราชสีมา.

สมนึก ภัททิยธนี. (2546). *การวัดผลการศึกษา* (พิมพ์ครั้งที่ 4). กาฬสินธุ์: ประสานการพิมพ์.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพ เส้นทางสู่ความสำเร็จ*. กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.

สิริพร ทิพย์คง. (2532). แวนฮีลีโมเดล: ลำดับขั้นตอนการเรียนรู้เรขาคณิต. *วารสารศึกษาศาสตร์ปริทัศน์*, 5(3), 91–99.

_____. (2558). *มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ความรู้คณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง*. กรุงเทพฯ: พัฒนาคุณภาพวิชาการ.

สุนทรีย์ ปาลวัฒน์ชัย. (2559). *การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎีการสร้างความรู้ เพื่อส่งเสริมสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. (ดุษฎีนิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต). ชลบุรี: มหาวิทยาลัยบูรพา.

สุรางค์ โค้วตระกูล. (2556). *จิตวิทยาการศึกษา*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุวิทย์ มูลคำ (2547). *กลยุทธ์การสอนการคิดเชิงมโนทัศน์*. กรุงเทพฯ: ห้างหุ้นส่วนจำกัดภาพพิมพ์.

สำเภา เนื่องมัจฉา. (2553). *การพัฒนามโนมติทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติโดยการใช้ตัวนำเสนอเป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามกรอบทฤษฎีของ van Hiele* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). ขอนแก่น: มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

อัมพร ม้าคนอง. (2546). *คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

_____. (2557). *คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Arends. (1994). *Learning to Teacher*. United of America: The McGraw-Hill.

Ausubel, D. P. (1986). *Educational psychology: A cognitive view*. New York: Holt, Rinehart and Winston.

Bruner, J. S. (1978). *Toward a theory of Instruction*. Massachusetts: Bellkna.

Bell, T. H. (1981). Redefining the federal role in education. *Action the Teacher Education*, 9(11), 124.

Crowley, Mary L. (1987). *"The van Hiele model of the development of geometric thought"*. Learning and Teaching Geometry K-2 Yearbook, Verginia: National Council of Teachers of Mathematics 1987.

Charlesworth, R. (2005). *Experiences in Math for Young Children*. United States: Thomson Delmar Learning.

Cooney, T. J., Davis, E.J., & Herderson, K. B. (1975). *Dynamics of teaching secondary school mathematics*. Boston: Houghton Mifflin Company.

Cangelosi, J. S. (1996). *Teaching mathematics in secondary and middle school: Research-based approaches*. New York: Merrill.

De Cecco, J. P. (1968). *The psychology of learning and instruction: Educational psychology*. Englewood: Prentice-Hall.

Enderson, M.C. (1997). *Old problems, new questions using technology to enhance math education. Learning and Leading with Technology.*

Frayer, D. A., Fredick, C. W., & Klausmie, H. J. (1969). A Schema for Testing the Level of concept mastery. *Working Paper*, 16, 12-36.

Fuys, D., Geddes,D., & Tischler.R. (1988). *The Van Hiele Model of Thinking in Geometry Omong Adolescents.* United States of America : NCTM, TNC.

Gibson, J.T. (1980). *Psychology for the Classroom*. New York: McGraw Hill book Company.

Gagne, R.M. (1977). *The Conditions of Learning and Theory of Instruction.* New York: Holt Rinchert and Winstin.

Good, C.V. (1973). *Dictionary of Education*. New York: McGraw-hill Book.

Lasley, Matczynsk and Rowley. (2002). *Instructional model: Strategies for teaching in diverse society. U.S.A. Thomson Learning Academic Recourse Center.*

Machaba, F.M. (2016). *The concepts of area and perimeter: Insights and Misconceptions of Grade 10 learners.* Pythagoras, 37(1), a304. http://dx.doi. org/10.4102/pythagoras. v37i1.304

McCown, R. R. and P. Roop. (1992). *Educational Psychology and Classroom Practice: A Partnership*. Boston: Allyn and Bacon.

Moyer, P. S., Bolyard, J. J., & Spikell, M. A. (2002). What are virtual manipulatives?. *Teaching Children Mathematics*, 8(6), 372–377.

Regan, K., et al. (2002). *Van Hiele*. form http://www.gettysburg.egu/regakro1/ Matheramvanhiele.html.

Russell, David H. (1956). *Children, s Thinking*. New York : Oinn and Company.

Reimer, K., & Moyer, P. S. (2005). Third graders learn about fractions using virtual manipulatives: A classroom study. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 24(1), 5–25.

Schwarz, B. B.; & Hershkowitz, R. (1999). Prototypes: Brakes of Levers in Learning The Function Concept? The Role of Computer Tools. *Journal for Research in Mathematics Education.*

Toumasis, C. (1995). *Concept worksheet: An important tool for learning*. The Mathematics Teacher.

Wilson, J. W. (1971). *Evaluation of learning in secondary school mathematics*. New York: McGraw-Hill Book.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการประเมิน และตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

รายนามผู้เชี่ยวชาญในการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน และประเมินความสอดคล้องของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 มีรายชื่อผู้เชี่ยวชาญ ดังนี้

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วนินทร พูนไพบูลย์พิพัฒน์
   อาจารย์ประจำภาควิชาการศึกษา (คณิตศาสตร์ศึกษา) คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร จังหวัดพิษณุโลก
2. ดร.ธิติยา บงกชเพชร
   อาจารย์ประจำภาควิชาการศึกษา (วิทยาศาสตร์ศึกษา) คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร จังหวัดพิษณุโลก
3. นางสาวอังคนา คุ้มมี
   ครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนจ่าการบุญ จังหวัดพิษณุโลก
4. นายยุทธ จริยา
   ครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ครู โรงเรียนจ่าการบุญ จังหวัดพิษณุโลก

ภาคผนวก ข ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ตาราง 18 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชียวชาญคนที่			$\overline{X}$	S.D.	ระดับความเหมาะสม
	1	2	3			
1. ด้านจุดประสงค์การเรียนรู้						
1.1 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
1.2 ระบุความสามารถที่ต้องการวัดความรู้ ทักษะกระบวนการ คุณลักษณะอันพึงประสงค์ได้ชัดเจน	4	4	5	4.33	0.58	มาก
ค่าเฉลี่ย	**4.50**	**4.50**	**5.00**	**4.67**	**0.29**	**มากที่สุด**
2. ด้านสาระการเรียนรู้						
2.1 มีความถูกต้องและชัดเจน	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
2.2 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้/ ตัวชี้วัด	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
2.3 ข้อความชัดเจนเข้าใจง่าย เหมาะสมกับวัยของผู้เรียนทุกแผน	**5**	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
ค่าเฉลี่ย	**5.00**	**5.00**	**5.00**	**5.00**	**0.00**	**มากที่สุด**
3. ด้านกิจกรรมการเรียนรู้						
3.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
3.2 ครอบคลุมสาระการเรียนรู้	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
3.3 ขั้นตอนถูกต้องเหมาะสม สอดคล้องกับรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	**4**	4	5	4.33	0.58	มาก
3.4 มีความยากง่ายเหมาะสมกับผู้เรียน	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
3.5 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอน	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
3.6 ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ปฏิสัมพันธ์กับครูและเพื่อน	**5**	**5**	5	5.00	0.00	มากที่สุด
3.7 ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง	5	4	5	4.67	0.58	มากที่สุด
3.8 เหมาะสมกับเวลา	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
ค่าเฉลี่ย	**4.75**	**4.75**	**5.00**	**4.83**	**0.14**	**มากที่สุด**

ตาราง 18 (ต่อ)

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชียวชาญคนที่			$\overline{X}$	S.D.	ระดับความเหมาะสม
	1	2	3			
4. ด้านสื่อการเรียนรู้						
4.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
4.2 สอดคล้องกับกิจกรรมการเรียนรู้	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
4.3 เหมาะสมกับระดับชั้นและวัยของผู้เรียน	**5**	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
4.4 ระบุสื่อการเรียนรู้อย่างเหมาะสมและชัดเจน	4	4	5	4.33	0.58	มาก
ค่าเฉลี่ย	**4.75**	**4.75**	**5.00**	**4.83**	**0.14**	**มากที่สุด**
5. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้						
5.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
5.2 ระบุวิธีการวัดผล เครื่องมือที่ใช้วัดผล และเกณฑ์การประเมินผลได้เหมาะสมและชัดเจน	4	4	5	4.33	0.58	มากที่สุด
ค่าเฉลี่ย	**4.50**	**4.50**	**5.00**	**4.67**	**0.29**	**มากที่สุด**
ค่าเฉลี่ยของทุกด้าน	**4.70**	**4.70**	**5.00**	**4.80**	**0.17**	**มากที่สุด**

สรุปการพิจารณาความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน เพื่อพัฒนาโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 พบว่า แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมเฉลี่ยที่ 4.80 อยู่ในระดับมากที่สุด ถือว่าเป็นแผนที่สามารถนำไปใช้ได้

ภาคผนวก ค แบบประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

แบบประเมินแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้
ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน เพื่อพัฒนาโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4

(สำหรับผู้เชี่ยวชาญ)

คำชี้แจง

แบบประเมินแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน เพื่อพัฒนาโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ใช้สำหรับผู้เชี่ยวชาญประเมินเพื่อพิจารณาความเหมาะสมขององค์ประกอบของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โปรดใส่เครื่องหมาย ✓ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของท่านมากที่สุด ซึ่งมีระดับความคิดเห็น 5 ระดับ ดังนี้

5 คะแนน เหมาะสมมากที่สุด
4 คะแนน เหมาะสมมาก
3 คะแนน เหมาะสมปานกลาง
2 คะแนน เหมาะสมน้อย
1 คะแนน เหมาะสมน้อยที่สุด

รายการประเมิน	**ระดับความคิดเห็น**				
	5	4	3	2	1
1. ด้านจุดประสงค์การเรียนรู้					
1.1 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้					
1.2 ระบุความสามารถที่ต้องการวัดความรู้ ทักษะกระบวนการ คุณลักษณะอันพึงประสงค์ได้ชัดเจน					
2. ด้านสาระการเรียนรู้					
2.1 มีความถูกต้องและชัดเจน					
2.2 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้/ ตัวชี้วัด					
2.3 ข้อความชัดเจนเข้าใจง่าย เหมาะสมกับวัยของผู้เรียนทุกแผน					

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น				
	5	4	3	2	1
3. ด้านกิจกรรมการเรียนรู้					
3.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้					
3.2 ครอบคลุมสาระการเรียนรู้					
3.3 ขั้นตอนถูกต้องเหมาะสม สอดคล้องกับรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้					
3.4 มีความยากง่ายเหมาะสมกับผู้เรียน					
3.5 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอน					
3.6 ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ปฏิสัมพันธ์กับครูและเพื่อน					
3.7 ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง					
3.8 เหมาะสมกับเวลา					
4. ด้านสื่อการเรียนรู้					
4.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้					
4.2 สอดคล้องกับกิจกรรมการเรียนรู้					
4.3 เหมาะสมกับระดับชั้นและวัยของผู้เรียน					
4.4 ระบุสื่อการเรียนรู้อย่างเหมาะสมและชัดเจน					
5. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้					
5.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้					
5.2 ระบุวิธีการวัดผล เครื่องมือที่ใช้วัดผล และเกณฑ์การประเมินผลได้เหมาะสมและชัดเจน					

ความคิดเห็นและข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

.....

.....

.....

ลงนาม.....ผู้เชี่ยวชาญ

(.....)

ตำแหน่ง.....

วัน/เดือน/ปี.....

ภาคผนวก ง ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4

ตาราง 19 แสดงผลการประเมินความสอดคล้องของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ แบบปรนัย เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชียวชาญคนที่			รวม	ค่า IOC	สรุปผล
	1	2	3			
1	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
9	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
10	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
11	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
12	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
13	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
14	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
15	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
16	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
17	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
18	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
19	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
20	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
21	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
22	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
23	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
24	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
25	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้

ตาราง 15 (ต่อ)

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชียวชาญคนที่			รวม	ค่า IOC	สรุปผล
	1	2	3			
26	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
27	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
28	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
29	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
30	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
31	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
32	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
33	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
34	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
35	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
36	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
37	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
38	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
39	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
40	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
41	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
42	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
43	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
44	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
45	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
46	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
47	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
48	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
49	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
50	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้

สรุปผลการประเมินความสอดคล้องของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ แบบปรนัย เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก พบว่ามีค่า IOC เท่ากับ 1 จำนวน 50 ข้อ ซึ่งมากกว่า 0.6 ขึ้นไป ถือว่ามีความตรงเชิงเนื้อหาที่สอดคล้องกับระดับการคิดทางเรขาคณิตและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สามารถนำไปใช้ได้

ภาคผนวก จ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4

2. แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4

3. แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4

1. ตัวอย่างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4

แผนการจัดการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ **ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4**
รหัสวิชา ค14101 **ภาคเรียนที่ 2**
หน่วยการเรียนรู้ที่ 9 สี่เหลี่ยมมุมฉาก **เรื่อง ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก**
ผู้สอน นางสาวอินทุอร วันทัศน์ **เวลา 4 ชั่วโมง**

1. มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 2.1 ป.4/3 แสดงวิธีหาคำตอบของ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ ความยาวรอบรูป และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม มุมฉาก

2. สาระสำคัญ/มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเป็นผลบวกของความยาวของด้านทุกด้านของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า = 2 × (ความกว้าง + ความยาว)

ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส = 4 × ความยาวด้าน

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

1. นักเรียนมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเกี่ยวกับความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ด้านทักษะและกระบวนการ

1. นักเรียนสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแต่ละชนิด เมื่อกำหนดขาดของความยาวรอบรูปโดยใช้ geoboard ใน www.mathlearningcenter.org ได้

2. นักเรียนสามารถหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแต่ละชนิดได้

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. นักเรียนมีความมุ่งมั่นในการทำงาน

4. สาระการเรียนรู้

ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

5. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1 ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ขั้นที่ 1 การใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน (Inquiry/ Information) (60 นาที)

1. ครูทบทวนเรื่องชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก โดยแสดงภาพสี่เหลี่ยมผืนผ้าและจัตุรัสจาก https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/?357u0tzd แล้วให้นักเรียนตอบว่ารูปที่แสดงนี้รูปใดเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและรูปใดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

2. ให้นักเรียนยกตัวอย่างสิ่งของที่มีอยู่ในห้องพร้อมให้นักเรียนตอบคำถามว่าเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากชนิดใด ดังนี้

โต๊ะนักเรียน (เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า)

จอคอมพิวเตอร์ (เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า)

เครื่องชั่งน้ำหนัก (เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส)

ภาพเครื่องแบบชุดพละ (เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส)

ภาพเครื่องแบบชุดนักเรียนชาย-หญิง (เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า)

3. ให้นักเรียนพิจารณาภาพเครื่องแบบการแต่งกายชุดพละ และนักเรียนเพื่อแนะนำให้นักเรียนรู้จักความหมายของความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมก่อน โดยครูให้สถานการณ์ว่า “ถ้าจะตกแต่งภาพทั้งสองภาพโดยใช้เชือกติดรอบภาพแต่ละภาพจะใช้เชือกยาวอย่างน้อยเท่าใด”

3.1 ให้ตัวแทนนักเรียน 2 คนออกมาใช้เชือกทาบไปตามขอบของภาพเครื่องแบบการแต่งกายชุดพละโดยรอบ พร้อมทำเครื่องหมายไว้ที่เชือกบริเวณมุมทั้งสี่ ดังนี้

จากนั้นขึงเชือกให้ตึงแล้วให้นักเรียนสังเกตความยาวโดยรอบของภาพเครื่องแบบการแต่งกายชุดพละดังนี้

ความยาวโดยรอบ เท่ากับ ผลบวกของความยาวของด้านทุกด้าน

แสดงว่า ภาพนี้มีความยาวโดยรอบ 20 + 20 + 20 + 20 = 80 เซนติเมตร

ดังนั้น ภาพเครื่องแบบการแต่งกายชุดพละนี้ต้องใช้เชือกยาวอย่างน้อย 80 เซนติเมตร

3.2 ให้ตัวแทนนักเรียน 2 คนออกมาใช้เชือกทาบไปตามขอบของภาพเครื่องแบบการแต่งกายชุดนักเรียนชาย-หญิงโดยรอบ พร้อมทำเครื่องหมายไว้ที่เชือกบริเวณมุมทั้งสี่ ดังนี้

จากนั้นขึงเชือกให้ตึงแล้วให้นักเรียนสังเกตความยาวโดยรอบของภาพเครื่องแบบการแต่งกายชุดนักเรียนชาย-หญิง ดังนี้

ความยาวโดยรอบ เท่ากับ ผลบวกของความยาวของด้านทุกด้าน

แสดงว่า ภาพนี้มีความยาวโดยรอบ 20 + 40 + 20 + 40 = 120 เซนติเมตร

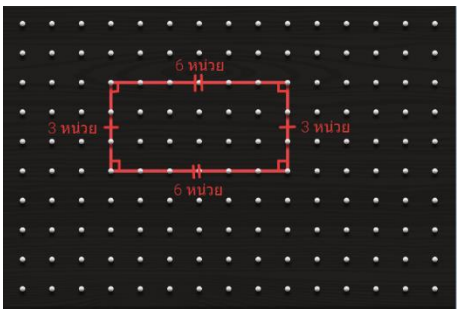
ดังนั้น ภาพเครื่องแบบการแต่งกายชุดนักเรียนชาย-หญิงนี้ต้องใช้เชือกยาวอย่างน้อย 120 เซนติเมตร

4. ครูแจ้งจุดประสงค์ให้นักเรียนทราบว่าวันนี้เราจะเรียนรู้เรื่องความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งจากกิจกรรมข้างต้นแสดงให้เห็นว่า ผลบวกของความยาวของด้านทุกด้านของรูปสี่เหลี่ยมนั้นเป็นความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมนั่นเอง แล้วการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสนั้นมีวิธีการหาอย่างไร จะเหมือนหรือต่างกันอย่างไรนั้น เราจะมาช่วยกันค้นหาความจริงกันในกิจกรรม **“ช่วยที geoboard ep.2”**

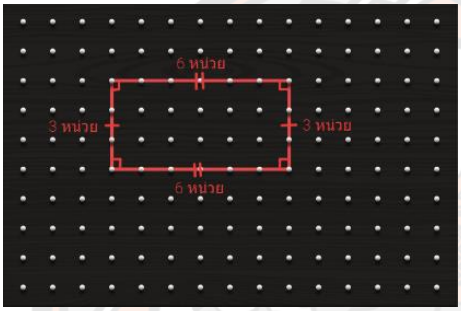
ชั่วโมงที่ 2 การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ขั้นที่ 2 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง (Directed Orientation) (60 นาที)

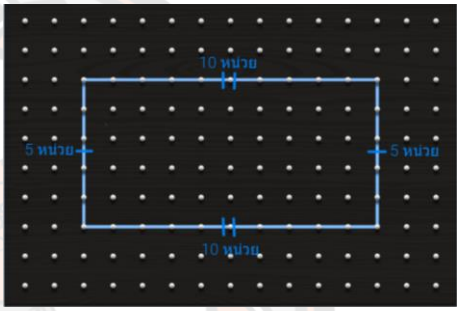
1. ครูให้นักเรียนจับคู่กับเพื่อนที่มีอุปกรณ์และเรียนรู้ได้ค่อนข้างรวดเร็ว (จับคู่โดยครูผู้สอน) เพื่อให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าคนละ 1 รูปหรือคู่ละ 1 รูป (สร้างขนาดใดก็ได้) ลงบน geoboard พร้อมระบุขนาดของความยาวด้านและใส่สัญลักษณ์ของมุมและด้านให้ครบถ้วน แล้วบันทึกเป็นรูปภาพส่งให้ครู โดยให้เวลา 5 นาที เช่น



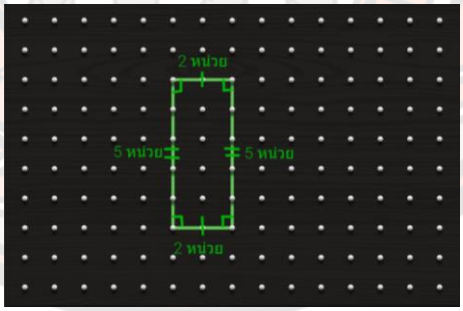
2. ครูเลือกเปิดรูปภาพที่เรียนส่งมา โดยเลือกรูปภาพสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความยาวด้านที่แตกต่างกันขึ้นมาแสดง และให้นักเรียนช่วยกันหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าโดยวิธีการบวก เช่น



ความยาวรอบรูป = 3 + 6 + 3 + 6
= 18 หน่วย



ความยาวรอบรูป = 5 + 10 + 5 + 10
= 30 หน่วย

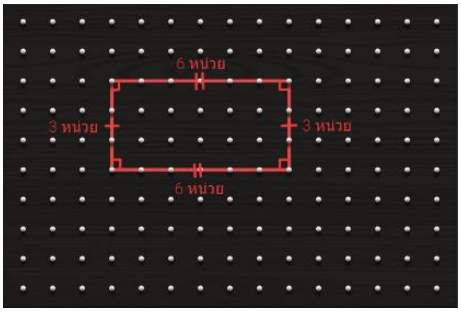


ความยาวรอบรูป = 2 + 5 + 2 + 5
= 14 หน่วย

3. ให้นักเรียนพิจารณาความยาวของด้านตรงข้าม เพื่อนำมาประกอบการพิจารณาการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าโดยการคูณและการบวก โดยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิด ดังนี้

ความยาวของด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแต่ละรูปมีความสัมพันธ์กันอย่างไร ?	ด้านตรงข้ามมีความยาวเท่ากัน

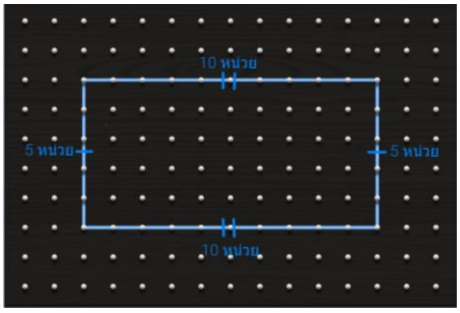
4. ให้นักเรียนสังเกตตัวเลขจากการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยวิธีการบวกประกอบกับความสัมพันธ์ของด้านตรงข้ามองรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ดังนี้



3 + 6 + 3 + 6 = 18 หน่วย

3 + 6 x 2 = 18 หน่วย

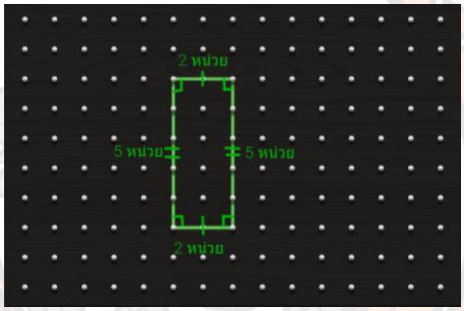
กว้าง + ยาว x 2



5 + 10 + 5 + 10 = 30 หน่วย

5 + 10 x 2 = 30 หน่วย

กว้าง + ยาว x 2



2 + 5 + 2 + 5 = 14 หน่วย

2 + 5 x 2 = 14 หน่วย

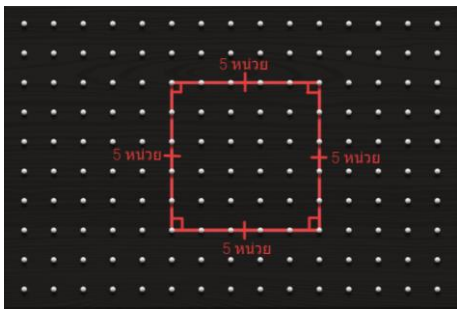
กว้าง + ยาว x 2

5. ให้นักเรียนบันทึกสิ่งที่ได้เรียนรู้และฝึกหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยใช้วิธีการบวกและสูตรในใบงานที่ 2 รอบรู้ รอบรูป ข้อที่ 1

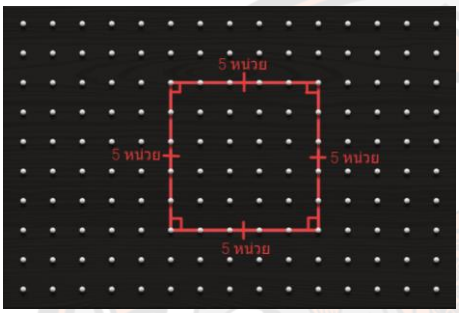
ชั่วโมงที่ 3 การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

(40 นาที)

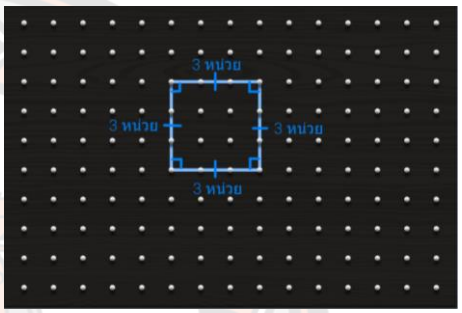
1. ครูให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสคู่ละหรือคนละ 1 รูป (สร้างขนาดใดก็ได้) ลงบน geoboard พร้อมระบุขนาดของความยาวด้านและใส่สัญลักษณ์ของมุมและด้านให้ครบถ้วน แล้วบันทึกเป็นรูปภาพส่งให้ครู โดยให้เวลา 5 นาที เช่น



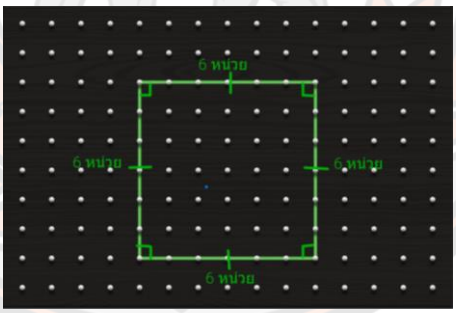
2. ครูเลือกเปิดรูปภาพที่เรียนส่งมา โดยเลือกรูปภาพสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวด้านแตกต่างกัน ขึ้นมาแสดง และให้นักเรียนช่วยกันหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยวิธีการบวก เช่น



ความยาวรอบรูป = 5 + 5 + 5 + 5
= 20 หน่วย



ความยาวรอบรูป = 3 + 3 + 3 + 3
= 12 หน่วย

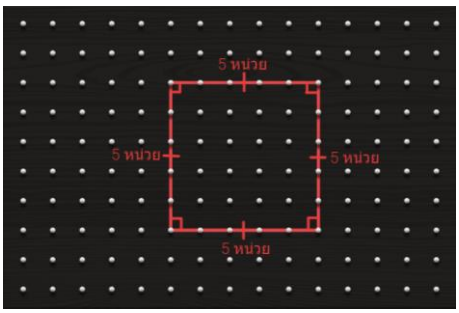


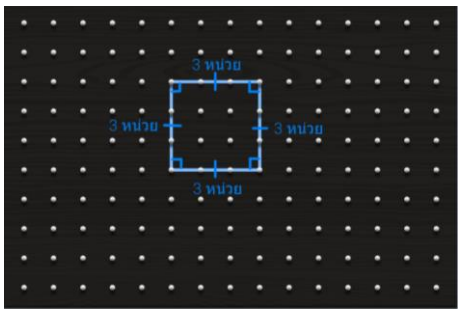
ความยาวรอบรูป = 6 + 6 + 6 + 6
= 24 หน่วย

3. ให้นักเรียนพิจารณาความยาวด้านแต่ละด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เพื่อนำมาประกอบการพิจารณาการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยการคูณ โดยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิด ดังนี้

ความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแต่ละรูปมีความสัมพันธ์กันอย่างไร ?	ด้านทุกด้านยาวเท่ากัน

4. ให้นักเรียนสังเกตตัวเลขจากการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยวิธีการบวกประกอบกับความสัมพันธ์ของด้านแต่ละด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ดังนี้





5 + 5 + 5 + 5 = 20 หน่วย

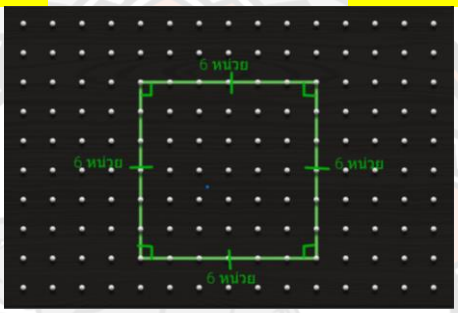
5 x 4 = 20 หน่วย

ความยาวด้าน x 4

3 + 3 + 3 + 3 = 12 หน่วย

3 x 4 = 12 หน่วย

ความยาวด้าน x 4



6 + 6 + 6 + 6 = 24 หน่วย

6 x 4 = 24 หน่วย

ความยาวด้าน x 4

5. ให้นักเรียนบันทึกสิ่งที่ได้เรียนรู้และฝึกหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยใช้วิธีการบวกและการคูณในใบงานที่ 2 รอบรู้ รอบรูป ข้อที่ 2

ขั้นที่ 3 การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Explication) (20 นาที)

1. จากประสบการณ์ในขั้นที่ 2 ของนักเรียน ให้นักเรียนอธิบายหรือแลกเปลี่ยนเรียนรู้กันในเรื่องของการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ได้จากขั้นที่ 2 โดยครูใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการแสดงความคิด เช่น

นักเรียนจะสามารถหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากได้อย่างไร ?
นักเรียนมีวิธีการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าอย่างไรบ้าง ?
นักเรียนมีวิธีการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสอย่างไรบ้าง ?

โดยให้นักเรียนแต่ละคนเขียนคำตอบ แสดงความคิดหรือคำอธิบายของตนเองลงในกระดาษ

2. ครูเดินดูแนวคำตอบของนักเรียนแต่ละคน กรณีที่นักเรียนเขียนไม่ได้ครูพยายามพูดคุยเพิ่มเติม และเลือกคำตอบของนักเรียนที่น่าสนใจมาพูดคุยกันหน้าชั้นเรียน พร้อมเขียนคำหรือประโยคสำคัญไว้บนกระดาน กรณีคำตอบของนักเรียนแต่ละคนยังเขียนคำตอบไม่ตรงประเด็นนั้น ครูอาจยกตัวอย่างเพิ่มเติม

3. จากการอธิบายหรือแลกเปลี่ยนเรียนรู้กันในเรื่องการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าข้างต้น เพื่อช่วยให้นักเรียนมองเห็นลักษณะหรือสมบัติต่าง ๆ เกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมทั้งสองชนิดมากขึ้น ใช้ภาษาที่ถูกต้องและเหมาะสม และเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง ครูให้นักเรียนช่วยกันเรียงคำหรือประโยคต่าง ๆ ที่เป็นส่วนประกอบของมโนทัศน์นั้น ๆ ให้ถูกต้อง ดังนี้

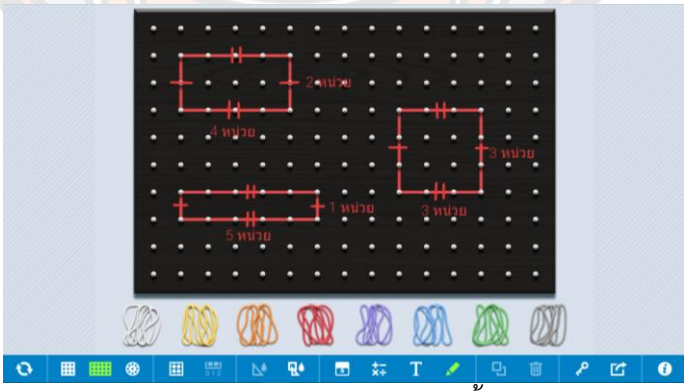
- *ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเป็นผลบวกของความยาวของด้านทุกด้านของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก*
- *ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า = 2 × (ความกว้าง + ความยาว)*
- *ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส = 4 × ความยาวด้าน*

4. ครูอธิบายเพิ่มเติมในส่วนของการอ่านชื่อรูปสี่เหลี่ยม

ชั่วโมงที่ 4 สรุปมโนทัศน์เรื่องชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

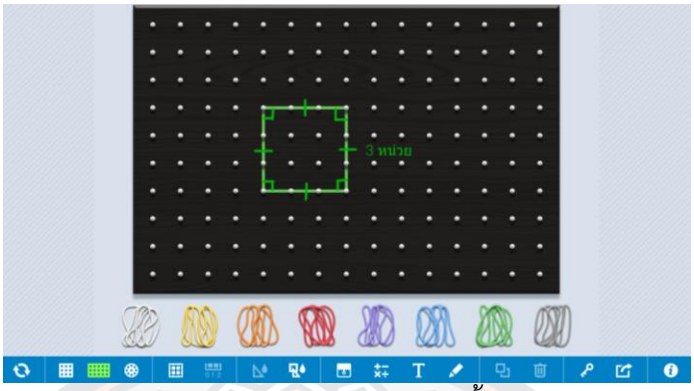
ขั้นที่ 4 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ (Free Orientation) (20 นาที)

1. ครูให้นักเรียนใช้ยางสีแดงสร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความยาวรอบรูปยาว 12 หน่วยลงบน geoboard พร้อมระบุความยาวด้าน โดยให้เวลา 5 นาที เช่น



จากนั้นให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องของชิ้นงานต่าง ๆ ไปพร้อม ๆ กัน

2. ครูให้นักเรียนใช้ยางสีเขียวสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีความยาวรอบรูปยาว 12 หน่วยลงบน geoboard พร้อมระบุชื่อและความยาวด้าน โดยให้เวลา 5 นาที เช่น



จากนั้นให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องของชิ้นงานต่าง ๆ ไปพร้อม ๆ กัน

ขั้นที่ 5 การบูรณาการ (Integration) (40 นาที)

1. ครูใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันสรุปมโนทัศน์ โดยการเล่าเรื่องราวเชื่อมโยงกับสิ่งที่ได้เรียนรู้มาตั้งแต่ขั้นที่ 1 ถึงขั้นที่ 4 ซึ่งมีคำถามที่เป็นประเด็นสำคัญ ดังนี้

ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากคืออะไร ?

ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมเป็นผลบวกของความยาวของด้านทุกด้านของรูปสี่เหลี่ยม

การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีกี่วิธี อะไรบ้าง ?

มี 2 วิธี ได้แก่ 1) นำด้านทั้งสี่ด้านของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามาบวกกัน

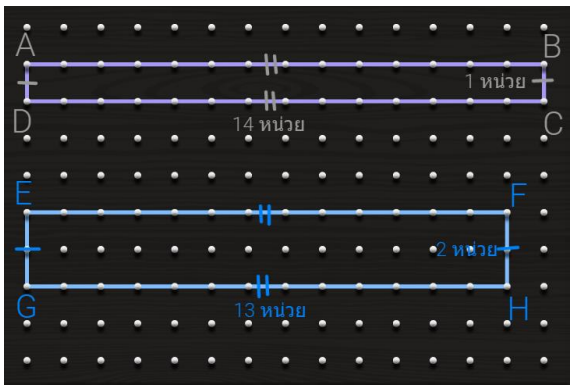
2) ใช้สูตร คือ ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า = 2 × (กว้าง + ยาว)

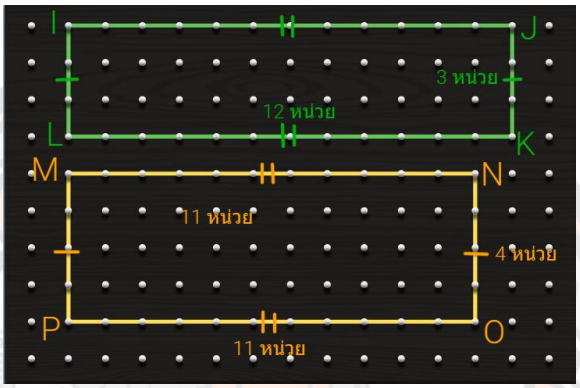
การหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสอย่างไรบ้าง ?

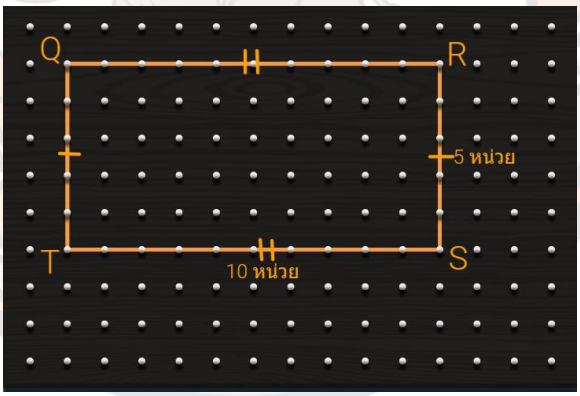
มี 2 วิธี ได้แก่ 1) นำด้านทั้งสี่ด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมาบวกกัน

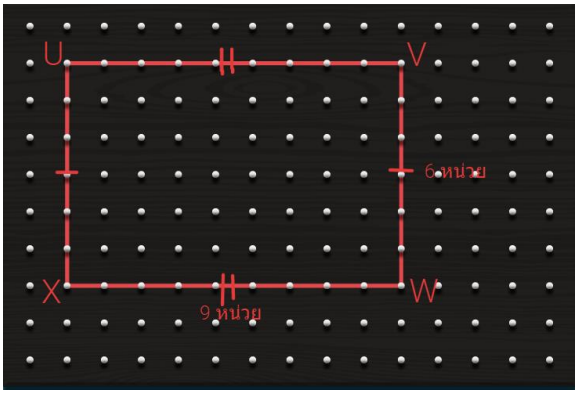
2) ใช้สูตร คือ ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส = 4 × ความยาวด้าน

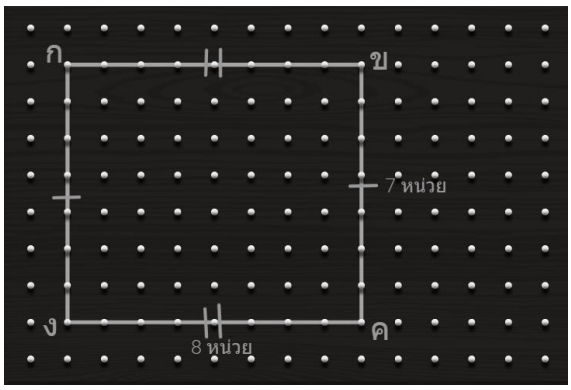
2. ตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนโดยให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวรอบรูปเท่ากับ 30 หน่วยลงบน geoboard ให้ได้มากที่สุด พร้อมระบุชื่อและความยาวด้าน (เลือกสีของยางได้ตามต้องการ) โดยครูแสดงโจทย์ขึ้นบนจอเพื่อให้นักเรียนได้ทบทวนคำถามของโจทย์ แนวการตอบ :


A
B
1 หน่วย
D
14 หน่วย
C
E
F
2 หน่วย
G
13 หน่วย
H


I
J
3 หน่วย
12 หน่วย
L
K
M
N
11 หน่วย
4 หน่วย
P
11 หน่วย
O


Q
R
5 หน่วย
T
10 หน่วย
S


U
V
6 หน่วย
X
9 หน่วย
W



6. สื่อ/แหล่งเรียนรู้

1. หนังสือเรียน
2. สื่อเสมือน (geoboard ใน www.mathlearningcenter.org)

7. ภาระงาน/ชิ้นงาน

1. รูปภาพชิ้นงานจากสื่อเสมือน (geoboard ใน www.mathlearningcenter.org)
2. ใบงานที่ 2 รอบรู้ รอบรูป

8. การวัดและการประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
ด้านความรู้ 1. นักเรียนมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเกี่ยวกับความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยม ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า	ตรวจชิ้นงานในสื่อเสมือน (geoboard ใน www.mathlearningcenter.org)	ชิ้นงานในสื่อเสมือน (geoboard ใน www.mathlearningcenter.org)	ร้อยละ 70 ขึ้นไปถือว่าผ่านเกณฑ์
ด้านทักษะและกระบวนการ 1. นักเรียนสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแต่ละชนิดเมื่อกำหนดขาดของความยาวรอบรูปโดยใช้ geoboard ใน www.mathlearningcenter.org ได้	ตรวจชิ้นงานในสื่อเสมือน (geoboard ใน www.mathlearningcenter.org)	ชิ้นงานในสื่อเสมือน (geoboard ใน www.mathlearningcenter.org)	ร้อยละ 70 ขึ้นไปถือว่าผ่านเกณฑ์

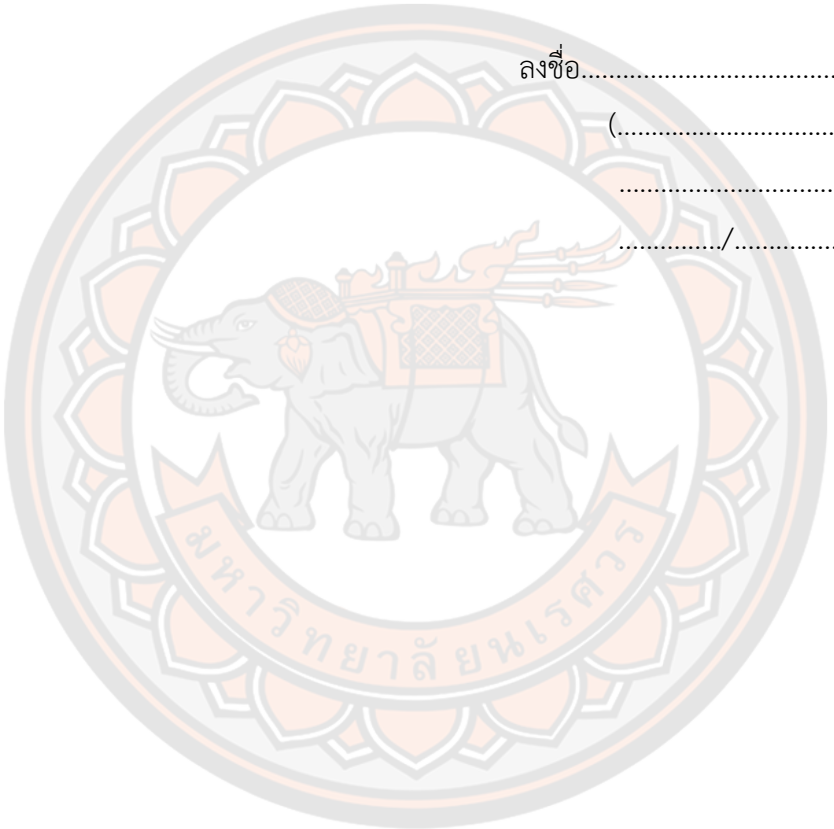
จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
2. นักเรียนสามารถหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแต่ละชนิดได้			
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ 1. นักเรียนมีความมุ่งมั่นในการทำงาน	สังเกตพฤติกรรม	แบบบันทึกพฤติกรรม	ระดับดีขึ้นไปถือว่าผ่านเกณฑ์

ลงชื่อ.....

(.....)

.....

...../...../.....



บันทึกผลหลังการสอน

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหา/อุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แนวทางแก้ไขปัญหา/ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ครูผู้สอน

(นางสาวอินทุอร วันทัศน์)

...../...../.....

แบบบันทึกพฤติกรรมความมุ่งมั่นในการทำงานระหว่างการจัดการเรียนรู้รายบุคคล

แผนการจัดการเรียนรู้ที่..... เรื่อง.....

ผู้ประเมิน..... วันที่.....

คำชี้แจง ให้พิจารณาพฤติกรรมต่อไปนี้แล้วทำเครื่องหมาย ✓ ในช่องที่ตรงกับความเป็นจริง

เกณฑ์การให้คะแนน

คะแนน : ระดับคุณภาพ	**พฤติกรรมบ่งชี้**
3 : ดีเยี่ยม	ตั้งใจและรับผิดชอบในการปฏิบัติหน้าที่ที่ได้รับมอบหมายให้สำเร็จ มีการปรับปรุงและพัฒนาการทำงานให้ดีขึ้นภายในเวลาที่กำหนด
2 : ดีมาก	ตั้งใจและรับผิดชอบในการปฏิบัติหน้าที่ที่ได้รับมอบหมายให้สำเร็จ มีการปรับปรุงและพัฒนาการทำงานให้ดีขึ้น
1 : ผ่าน	ตั้งใจและรับผิดชอบในการปฏิบัติหน้าที่ที่ได้รับมอบหมายให้สำเร็จ
0 : ไม่ผ่าน	ไม่ตั้งใจปฏิบัติหน้าที่การงาน

เกณฑ์การตัดสิน

ระดับคุณภาพ 0 หมายถึง ไม่ผ่านเกณฑ์

ระดับคุณภาพ 1 หมายถึง ผ่านเกณฑ์

ระดับคุณภาพ 2 หมายถึง ดี

ระดับคุณภาพ 3 หมายถึง ดีเยี่ยม

เกณฑ์การผ่าน : ระดับคุณภาพ 1

เลขที่	**ชื่อ-สกุล**	**พฤติกรรมบ่งชี้**				**สรุปการประเมิน**
		3	2	1	0	
1						
2						
3						
3						
4						
5						
6						
7						

เลขที่	ชื่อ-สกุล	พฤติกรรมบ่งชี้				สรุปการประเมิน
		3	2	1	0	
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						
18						
19						
20						
21						
22						
23						
24						
25						
26						
27						
28						
29						
30						
31						
32						
33						
34						
35						
36						
37						
38						

2. แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4

แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้

สะท้อนผลครั้งที่ 2 วันที่.....

รหัสวิชา ค14101 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564

หน่วยการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง สี่เหลี่ยมมุมฉาก เวลา 10 ชั่วโมง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เวลา 4 ชั่วโมง

ผู้สอน นางสาวอินทุอร วันทัศน์ ผู้สะท้อน.....

คำชี้แจง

1. แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ฉบับนี้ ใช้สำหรับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งรายละเอียดดังนี้

1.1 กิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่นำสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) มาใช้เป็นมือช่วยในการจัดการเรียนรู้ เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน (Inquiry/ Information) ครูและนักเรียนมีส่วนร่วมในการสนทนาและการทำกิจกรรมเกี่ยวกับมโนทัศน์หรือจุดมุ่งหมายของการเรียนโดยการสังเกตและใช้คำถาม และใช้สื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) แสดงภาพประกอบเพื่อให้นักเรียนได้ทบทวนมโนทัศน์เดิมที่เป็นพื้นฐานของการเรียนรู้มโนทัศน์ที่เป็นจุดมุ่งหมายของการเรียน

ขั้นที่ 2 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง (Directed Orientation) นักเรียนสำรวจหัวข้อของการศึกษาผ่านสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ที่ครูจัดให้อย่างเป็นลำดับขั้น กิจกรรมนี้ควรจะแสดงให้นักเรียนเห็นลักษณะโครงสร้างอย่างค่อยเป็นค่อยไป ดังนั้น โจทย์ส่วนใหญ่จะเป็นโจทย์สั้น ๆ ที่ออกแบบมาเพื่อกระตุ้นการตอบสนองหรือดึงคำตอบที่เฉพาะเจาะจงเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่เรียน

ขั้นที่ 3 การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Explication) สร้างจากประสบการณ์เดิมของนักเรียนที่ได้เรียนรู้ผ่านสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) โดยให้นักเรียนได้อธิบายหรือแลกเปลี่ยนมุมมองใหม่ ๆ เกี่ยวกับสิ่งที่ได้จากการสังเกต นอกเหนือจากการช่วยให้นักเรียนใช้ภาษาที่ถูกต้องและเหมาะสมแล้วบทบาทของครูจะลดลง ในขั้นนี้ความสัมพันธ์ของแต่ละมโนทัศน์เริ่มชัดเจนขึ้น

ขั้นที่ 4 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ (Free Orientation) นักเรียนต้องเผชิญกับโจทย์ที่ซับซ้อนมากขึ้น โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนสามารถใช้สื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ช่วยในการแก้ปัญหาได้ เช่น โจทย์ที่มีหลายขั้นตอน โจทย์ที่สามารถทำให้สมบูรณ์ได้หลายวิธี และโจทย์ปลายเปิด นักเรียนจะได้รับประสบการณ์ในการค้นหาวิธีแก้โจทย์ด้วยตนเองทำให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ชัดเจนเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่เรียนมากขึ้น

ขั้นที่ 5 การสรุปรวม (Integration) นักเรียนร่วมกันสรุปมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้โดยการเล่าเรื่องราวเชื่อมโยงกับสิ่งที่ได้เรียนรู้มาตั้งแต่ขั้นที่ 1 ถึงขั้นที่ 4 และให้นักเรียนสรุปมโนทัศน์และฝึกการใช้โนทัศน์นั้น ๆ ผ่านการทำใบงานหรือสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ที่ครูออกแบบไว้

1.2 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการคิดและเข้าใจเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ที่เกิดจากการได้รับประสบการณ์การเรียนรู้ ผ่านกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยสามารถสรุปความคิดและความเข้าใจนั้นเป็นความหมาย สมบัติ หลักการ หรือสูตรต่าง ๆ ทำให้สามารถอธิบายลักษณะ บอกความแตกต่าง จัดหมวดหมู่ สรุปลักษณะทั่วไป และนำมโนทัศน์ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ วัดได้จากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือกที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele ซึ่งประกอบด้วย 5 ระดับจากระดับต่ำสุดไปสู่ระดับสูงสุด คือ ระดับ 0 ระดับการมองเห็นรูปธรรมภายนอก (Visualization) ระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์ (Analysis) ระดับ 2 ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน (Informal Deduction) ระดับ 3 ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน (Formal Deduction) และระดับ 4 ระดับการคิดสุดยอด (Rigor) ซึ่งมโนทัศน์ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ประกอบด้วยมโนทัศน์ ดังนี้

ชื่อมโนทัศน์	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก	ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเป็นผลบวกของความยาวของด้านทุกด้านของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
ความยาวรอบรูปของสี่เหลี่ยมผืนผ้า	ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า = 2 × (ความกว้าง + ความยาว)
ความยาวรอบรูปของสี่เหลี่ยมจัตุรัส	ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส = 4 × ความยาวด้าน

2. ขอให้ผู้สะท้อนผลการจัดการเรียนรู้บันทึกรายละเอียด ข้อคิดเห็น และข้อเสนอแนะต่าง ๆ ในแต่ละขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ตามแนวทางการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัย

กิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ประกอบด้วย 5 ขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 การใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน (Inquiry/ Information)

1.1 ครูได้สำรวจและทราบถึงมโนทัศน์เกี่ยวกับชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากซึ่งเป็นมโนทัศน์เดิมของนักเรียนที่เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้มโนทัศน์ เรื่อง ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ อย่างไร

☐ ได้ ☐ ไม่ได้ ☐ ไม่แน่ใจ

.....

.....

.....

.....

1.2 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนได้ทบทวนมโนทัศน์เกี่ยวกับชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และทราบว่า มโนทัศน์ เรื่อง ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเป็นมโนทัศน์เป้าหมายของการเรียนรู้ในครั้งนี้หรือไม่ อย่างไร

☐ ได้ ☐ ไม่ได้ ☐ ไม่แน่ใจ

.....

.....

.....

.....

.....

1.3 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนคุ้นเคยกับรูปแบบของสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) หรือไม่ อย่างไร

☐ ได้ ☐ ไม่ได้ ☐ ไม่แน่ใจ

.....

.....

.....

.....

.....

1.4 ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.5 แนวทางในการแก้ไขปรับปรุง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 2 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง (Directed Orientation)

2.1 ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนสำรวจและศึกษาเกี่ยวกับมโนทัศน์ เรื่อง ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสผ่านสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) อย่างเป็นลำดับขั้นตอนหรือไม่ อย่างไร

☐ ได้ ☐ ไม่ได้ ☐ ไม่แน่ใจ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.2 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนเห็นลักษณะโครงสร้างของมโนทัศน์ เรื่อง ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสอย่างค่อยเป็นค่อยไป

☐ ได้ ☐ ไม่ได้ ☐ ไม่แน่ใจ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.3 สื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) หรืองานที่ใช้ในขั้นตอนนี้ส่งเสริมและกระตุ้นให้นักเรียนคิดหรือตอบคำถามเกี่ยวกับมโนทัศน์ เรื่อง ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้เฉพาะเจาะจงมากขึ้นหรือไม่ อย่างไร

☐ ได้ ☐ ไม่ได้ ☐ ไม่แน่ใจ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.4 ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.5 แนวทางในการแก้ไขปรับปรุง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 3 การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Explication)

3.1 ครูเปิดให้นักเรียนได้อธิบายและแลกเปลี่ยนมุมมองใหม่เกี่ยวกับมโนทัศน์ เรื่อง รูความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ได้จากการสังเกตในขั้นที่ 2 และสนับสนุนให้นักเรียนใช้ภาษาที่ถูกต้องและเหมาะสมหรือไม่ อย่างไร

☐ ได้ ☐ ไม่ได้ ☐ ไม่แน่ใจ

.....

.....

.....

.....

.....

3.2 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนเริ่มเห็นความสัมพันธ์ระหว่างการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากจากการบวกและการใช้สูตรในมโนทัศน์ เรื่อง ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสชัดเจนขึ้น และใช้ภาษาที่ถูกต้องและเหมาะสมได้หรือไม่อย่างไร

☐ ได้ ☐ ไม่ได้ ☐ ไม่แน่ใจ

.....

.....

.....

.....

.....

3.3 สื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) หรือชิ้นงาน เป็นสื่อกลางที่ช่วยส่งเสริมหรือประกอบการอธิบายและแลกเปลี่ยนมุมมองใหม่เกี่ยวกับมโนทัศน์ เรื่อง ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้หรือไม่ อย่างไร

☐ ได้ ☐ ไม่ได้ ☐ ไม่แน่ใจ

.....

.....

.....

.....

.....

3.4 ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3.5 แนวทางในการแก้ไขปรับปรุง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ (Free Orientation)

4.1 ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนสามารถใช้สื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ช่วยในการทำงานที่ได้รับมอบหมายได้หรือไม่ อย่างไร

☐ ได้ ☐ ไม่ได้ ☐ ไม่แน่ใจ

.....

.....

.....

.....

.....

4.2 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ในการค้นหาวิธีหรือเรียนรู้ด้วยตัวเองทำให้นักเรียนมีความชัดเจนเกี่ยวกับมโนทัศน์ เรื่อง ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมากขึ้นหรือไม่ อย่างไร

☐ ได้ ☐ ไม่ได้ ☐ ไม่แน่ใจ

.....

.....

.....

.....

.....

4.3 สื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) ช่วยให้นักเรียนค้นหาวิธีหรือเรียนรู้ด้วยตัวเองในการทำงานที่ได้รับมอบหมายที่มีความซับซ้อนมากขึ้นได้หรือไม่ อย่างไร

☐ ได้ ☐ ไม่ได้ ☐ ไม่แน่ใจ

.....

.....

.....

.....

.....

4.4 ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4.5 แนวทางในการแก้ไขปรับปรุง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 5 การบูรณาการ (Integration)

5.1 ครูเปิดโอกาสและสนับสนุนให้นักเรียนได้สรุปความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ เรื่อง ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยการใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเล่าเรื่องราวเชื่อมโยงกับสิ่งที่ได้เรียนรู้มาตั้งแต่ขั้นที่ 1 ถึงขั้นที่ 4

☐ ได้ ☐ ไม่ได้ ☐ ไม่แน่ใจ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5.2 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนจะมีมโนทัศน์ เรื่อง ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ถูกต้องและสมบูรณ์ และสามารถทำซ้ำงานเดิมและพร้อมเรียนรู้มโนทัศน์ เรื่อง พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากต่อไปหรือไม่ อย่างไร

☐ ได้ ☐ ไม่ได้ ☐ ไม่แน่ใจ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5.3 สื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) เป็นสื่อในการช่วยให้นักเรียนทำงานที่ได้รับมอบหมายที่เพื่อเน้นย้ำมโนทัศน์เดิมหรือมีความท้าทายมากยิ่งขึ้นได้หรือไม่ อย่างไร

☐ ได้ ☐ ไม่ได้ ☐ ไม่แน่ใจ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5.4 ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5.5 แนวทางในการแก้ไขปรับปรุง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

การเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) นี้สามารถช่วยพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ได้หรือไม่ อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

การเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) นี้ มีข้อดีอย่างไร สามารถเพิ่มเติมอะไรได้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

การเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับสื่ออุปกรณ์เสมือน (Virtual Manipulatives) นี้ มีบกพร่องอย่างไร และสามารถพัฒนาให้ดีขึ้นได้อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4

แบบวัดมโนทัศน์ เรื่อง ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 15 ข้อ

1. รูปสี่เหลี่ยมในข้อใดเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งหมด

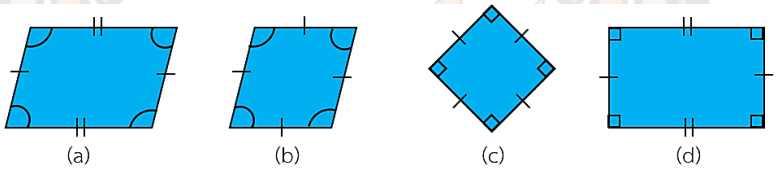
ก.

ข.

ค.

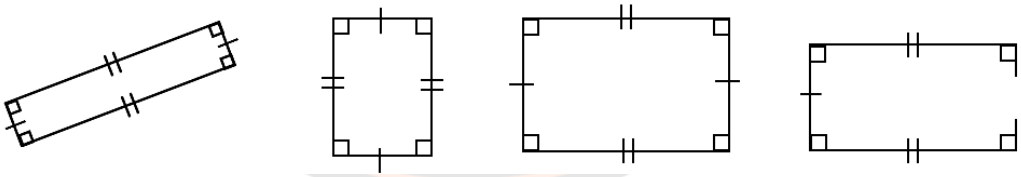
ง.

2. จากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้ รูปใดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส



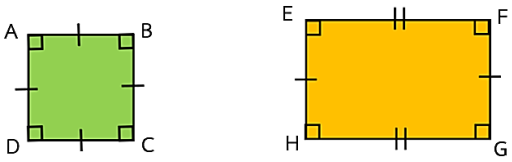
ก. รูป (c)
ข. รูป (c) และ (d)
ค. รูป (b) และ (c)
ง. ไม่มีรูปใดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

3. ข้อใด*ไม่ใช่*รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า



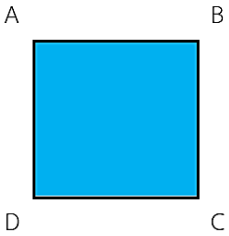
ก. ข. ค. ง.

4. ให้ ☐ABCD และ ☐EFGH เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ข้อใด*ไม่ถูกต้อง*



ก. เรียก ☐ABCD ว่าสี่เหลี่ยมจัตุรัส
ข. มุม A = มุม E แต่มุม B ≠ มุม G
ค. รูป ☐EFGH เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
ง. มุมทุกมุมของ ☐ABCD และ ☐EFGH มีขนาด 90°

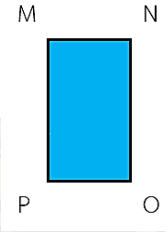
5. ให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ข้อใดกล่าว*<u>ไม่ถูกต้อง</u>*เกี่ยวกับคุณสมบัติของรูปสี่เหลี่ยม ABCD



ก. $\overline{AD}$ ตั้งฉากกับ $\overline{CD}$ ข. $\overline{BC}$ ยาวเท่ากับ $\overline{CD}$

ค. $\overline{AB}$ ยาวเท่ากับ $\overline{DC}$ ง. $\hat{B}$ มีขนาดใหญ่กว่า $\hat{D}$

6. ให้ MNOP เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ข้อใดกล่าวถึงคุณสมบัติของรูปสี่เหลี่ยม MNOP ได้ถูกต้อง



ก. มุม O มีขนาดใหญ่กว่ามุม N

ข. ส่วนของเส้นตรง OP ตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรง MP

ค. ส่วนของเส้นตรง MN ยาวเท่ากับส่วนของเส้นตรง NO

ง. ส่วนของเส้นตรง MP ยาวไม่เท่ากับส่วนของเส้นตรง NO

7. ข้อใด*<u>กล่าวผิด</u>*เกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ก. ด้านทั้ง 4 ด้านยาวเท่ากัน

ข. มุมทุกมุมเป็นมุมฉาก

ค. มุมทั้ง 4 มุมมีขนาดเท่ากัน

ง. ประกอบด้วย 2 ชนิด คือ รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

8. ข้อใดกล่าวถึงลักษณะที่สำคัญของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้ถูกต้องที่สุด

ก. ด้านตรงข้ามขนานกัน 1 คู่

ข. ด้านทั้ง 4 ขนานกันและยาวเท่ากัน

ค. มุมภายในไม่เป็นมุมฉาก และมีด้านทั้ง 4 ยาวเท่ากัน

ง. มุมแต่ละมุมกางเท่ากับ 90 องศา และด้านทั้ง 4 ยาวเท่ากัน

9. ข้อใดเป็นลักษณะของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

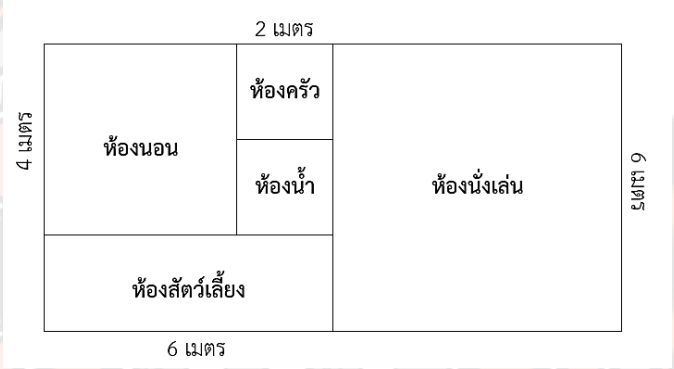
ก. มีด้านทุกด้านยาวเท่ากัน
ข. มีมุมบางมุมเป็นมุมฉาก
ค. มีด้านที่อยู่ติดกันยาวไม่เท่ากัน
ง. มีด้านที่ยาวกว่าอีกด้าน เรียกว่าด้านกว้าง

10. ข้อความนี้กล่าวถึงลักษณะของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากชนิดใด

① มุมทุกมุมเป็นมุมฉาก ② ด้านตรงข้ามขนานกัน ③ ด้านตรงข้ามยาวเท่ากัน

ก. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
ข. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
ค. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าหรือรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
ง. ข้อมูลไม่เพียงพอ ไม่สามารถสรุปได้

จากรูปใช้ตอบคำถามข้อ 11-12



11. ถ้าทุกห้องเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก แล้วห้องสัตว์เลี้ยงเป็นรูปสี่เหลี่ยมชนิดใด และมีความกว้างและความยาวตรงกับข้อใด

ก. เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ที่มีความกว้าง 2 เมตร และความยาว 6 เมตร
ข. เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ที่มีความกว้าง 6 เมตร และความยาว 2 เมตร
ค. เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ที่มีความกว้าง 2 เมตร และความยาว 6 เมตร
ง. เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ที่มีความกว้าง 6 เมตร และความยาว 2 เมตร

12. ถ้าทุกห้องเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก แล้วข้อใดกล่าวถึงห้องครัวและห้องน้ำได้ถูกต้อง

ก. มีด้านแต่ละด้านยาว 4 เมตร
ข. ทั้งสองห้องเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
ค. ทั้งสองห้องเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
ง. มีความกว้าง 2 เมตร และความยาว 4 เมตร

13. กำหนดให้เส้นตรง IJ และเส้นตรง LK เป็นเส้นตรงที่ขนานกันและตัดกับเส้นตรง IL และเส้นตรง JK ซึ่งเป็นเส้นตรงที่ขนานกัน จะได้รูปสี่เหลี่ยมที่มีมุมภายในแต่ละมุมมีขนาดเท่ากันและมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยมนี้รวมกันได้เท่ากับ 360 องศา รูปสี่เหลี่ยมที่เกิดขึ้นเป็นรูปสี่เหลี่ยมชนิดใด

ก. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ข. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ค. ถูกทั้งข้อ ก. และข้อ ข. ง. ไม่มีข้อถูก

ใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 14 และ 15

กำหนดให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีคุณสมบัติดังนี้

(a) AB ยาวเท่ากับ CD (b) AB ตั้งฉากกับ BC

(c) BC ตั้งฉากกับ DC (d) A, B, C และ D เป็นมุมฉาก

(e) AB ยาวไม่เท่ากับ BC

14. รูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมชนิดใด

ก. สี่เหลี่ยมจัตุรัส ข. สี่เหลี่ยมผืนผ้า

ค. สี่เหลี่ยมจัตุรัส , สี่เหลี่ยมผืนผ้า ง. สรุปไม่ได้

15. ถ้าเปลี่ยนเงื่อนไข (e) เป็น AB ยาวเท่ากับ BC และเงื่อนไขอื่นเหมือนเดิมรูปสี่เหลี่ยม ABCD จะเป็นรูปสี่เหลี่ยมชนิดใด

ก. สี่เหลี่ยมจัตุรัส ข. สี่เหลี่ยมผืนผ้า

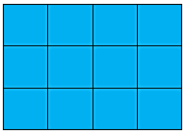
ค. สี่เหลี่ยมจัตุรัส , สี่เหลี่ยมผืนผ้า ง. สรุปไม่ได้

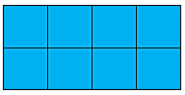
##################

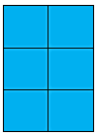
แบบวัดมโนทัศน์ เรื่อง ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 15 ข้อ

1. กำหนดให้ ☐ มีความยาวด้านละ 1 เซนติเมตร ข้อใดเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความยาวรอบรูปเท่ากับ 12 เซนติเมตร

ก.

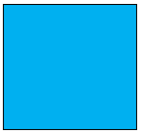
ข. 

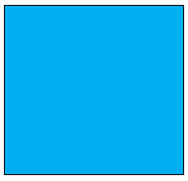
ค. 

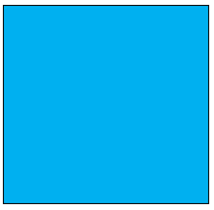
ง. 

2. รูปใดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวรอบรูปน้อยที่สุด

ก.

ข. 

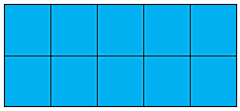
ค. 

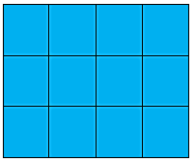
ง. 

3. กำหนดให้ ☐ มีความยาวด้านละ 1 หน่วย รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าในข้อใดมีความยาวรอบรูปมากที่สุด

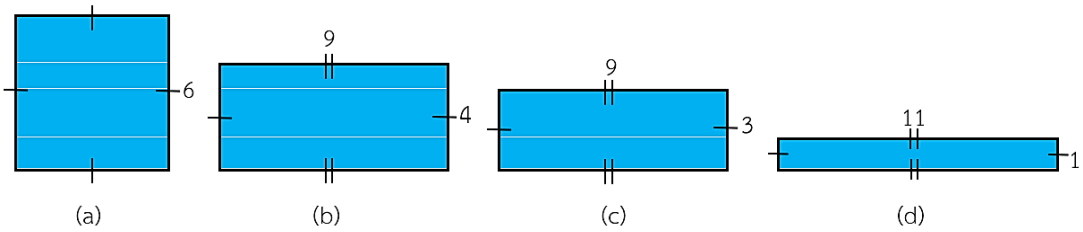
ก.

ข.

ค. 

ง. 

4. กำหนดรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก 4 รูป ดังนี้



ข้อใดกล่าว*<u>ถูกต้อง</u>*เกี่ยวกับความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่กำหนด

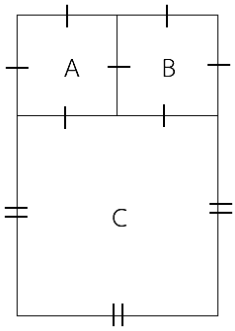
ก. รูป (a) มีความยาวรอบรูปมากที่สุด

ข. รูป (d) มีความยาวรอบรูปน้อยที่สุด

ค. รูป (a) และ (b) มีความยาวรอบรูปเท่ากัน

ง. รูป (a), (c) และ (d) มีความยาวรอบรูปเท่ากัน

5. จากรูป ถ้า C มีด้านยาวด้านละ 10 หน่วย ข้อใดกล่าวถูกต้อง



ก. C เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวรอบรูป 40 หน่วย

ข. C เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวรอบรูป 100 หน่วย

ค. A และ B เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวรอบรูป 25 หน่วย

ง. A และ B เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวรอบรูป 50 หน่วย

6. สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปใหญ่ เกิดจากการนำสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งมีความยาวด้านละ 1 เซนติเมตรมาวางต่อกันดังรูป จงหาความยาวรอบรูปของสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปใหญ่นี้

ก. 4 เซนติเมตร

ข. 5 เซนติเมตร

ค. 8 เซนติเมตร

ง. 10 เซนติเมตร

7. ข้อใดเป็นการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าต่อไปนี้

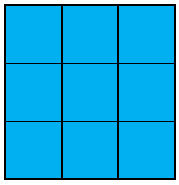
ก. 2 x 8 หน่วย

ข. 2 + 8 หน่วย

ค. 2 x (2 + 8) หน่วย

ง. 4 x (2 + 8) หน่วย

8. ข้อใดเป็นการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสต่อไปนี้ กำหนดให้ ☐ มีความยาวด้านละ 1 หน่วย

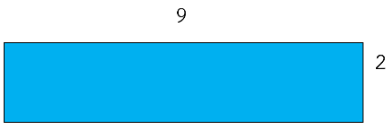


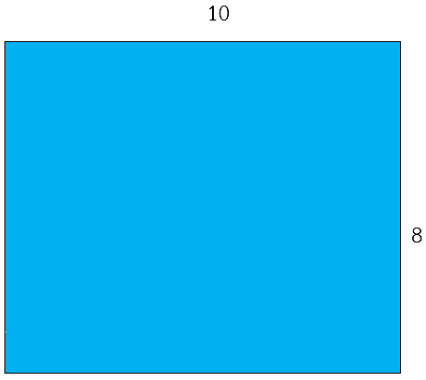
ก. 3 + 3 หน่วย
ข. 3 x 3 หน่วย
ค. 4 x 3 หน่วย
ง. 4 x (3 + 3) หน่วย

9. ข้อใดเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวรอบรูป 18 หน่วย ซึ่งสามารถหาได้จาก 5+4+5+4

ก.

ข.

ค.


ง.


10. ถ้าด้านยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าต่อไปนี้เพิ่มขึ้น 2 วา และด้านกว้างลดลง 2 วา ข้อใดกล่าวถูกต้อง

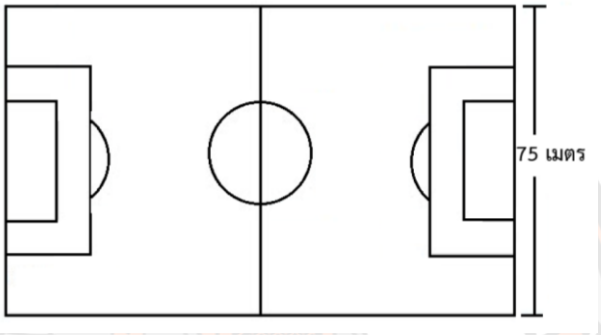
ก. ความยาวรอบรูปลดลง 2 วา
ข. ความยาวรอบรูปพื้นเพิ่มขึ้น 2 วา
ค. ความยาวรอบรูปเพิ่มขึ้น 4 วา
ง. ความยาวรอบรูปเท่าเดิม

11. ถ้ารูปสี่เหลี่ยม MNOP เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งเกิดจากการนำรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวด้านละ 1 หน่วยมาวางต่อกันทั้งหมด 100 รูปพอดี โดยไม่เหลือเศษ แล้วรูปสี่เหลี่ยม MNOP จะมีความยาวรอบรูปเท่าไร

ก. 40 ซม. ข. 50 ซม.

ค. 100 ซม. ง. ไม่สามารถสร้างสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยไม่เหลือเศษได้

12. สนามฟุตบอลแห่งหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก มีความยาวรอบรูป 450 เมตร มีด้านกว้างยาว 75 เมตร



จากข้อมูลของสนามฟุตบอล ข้อใดถูกต้อง

ก. มีด้านยาว ยาวเป็น 4 เท่าของด้านกว้าง

ข. มีด้านยาว ยาวกว่าด้านกว้างอยู่ 225 เมตร

ค. มีด้านยาว 1 ด้าน ยาว 300 เมตร

ง. มีด้านยาวยาวเท่ากับ 150 เมตร

13. กำหนดให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และ EFGH เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความยาวรอบรูปเท่ากันถ้า EFGH กว้าง 6 เซนติเมตร ยาว 12 เซนติเมตร ABCD จะมีความยาวด้านเป็นเท่าใด

ก. 6 เซนติเมตร ข. 9 เซนติเมตร

ค. 12 เซนติเมตร ง. 18 เซนติเมตร

14. นำลวดยาว 36 เซนติเมตร มาตัดเป็นเส้นสั้น ๆ ขนาดเท่ากันได้ 3 เส้น จากนั้นนำมาดัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส จะได้รูปสี่เหลี่ยมแต่ละรูปมีความยาวด้านละเท่าไร

ก. 1 เซนติเมตร ข. 3 เซนติเมตร

ค. 6 เซนติเมตร ง. 9 เซนติเมตร

15. สระว่ายน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความยาว 50 เมตร ความกว้าง 21 เมตร นักเรียนว่ายน้ำไม่ค่อยเป็นจึงว่ายน้ำโดยเกาะขอบสระไปเรื่อย ๆ จนรอบสระ นักเรียนว่ายน้ำเป็นระยะทางเท่าไร

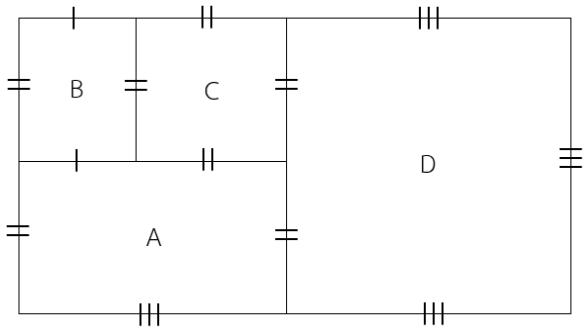
ก. 71 เมตร ข. 142 เมตร

ค. 284 เมตร ง. 1,050 เมตร

##################

แบบวัดมโนทัศน์ เรื่อง พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 20 ข้อ

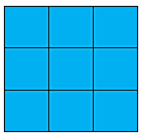
1. กำหนดให้รูปสี่เหลี่ยม A B C และ D เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ข้อใดที่พื้นที่มากที่สุด

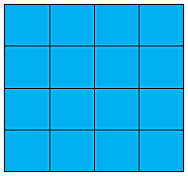


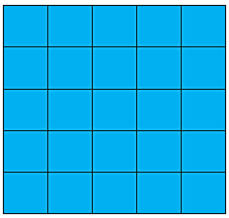
ก. A
ข. B
ค. C
ง. D

2. สี่เหลี่ยมจัตุรัสข้อใดมีพื้นที่มากกว่า 16 ตารางหน่วย เมื่อกำหนดให้ ☐ มีพื้นที่ 1 ตารางหน่วย

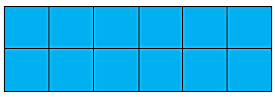
ก.

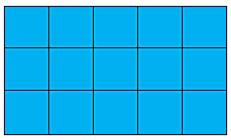
ข. 

ค. 

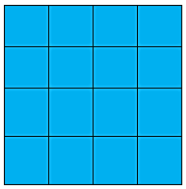
ง. 

3. กำหนดให้ □ มีพื้นที่ 1 ตารางเซนติเมตร ข้อใดเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีพื้นที่เท่ากับ 12 ตารางเซนติเมตร

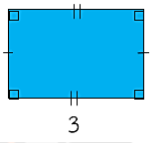
ก. 

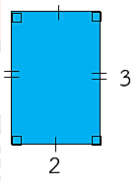
ข. 

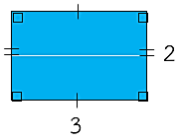
ค.

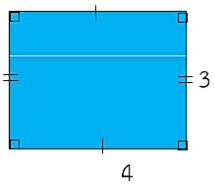
ง. 

4. ข้อใดเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีพื้นที่ต่างจากข้ออื่น

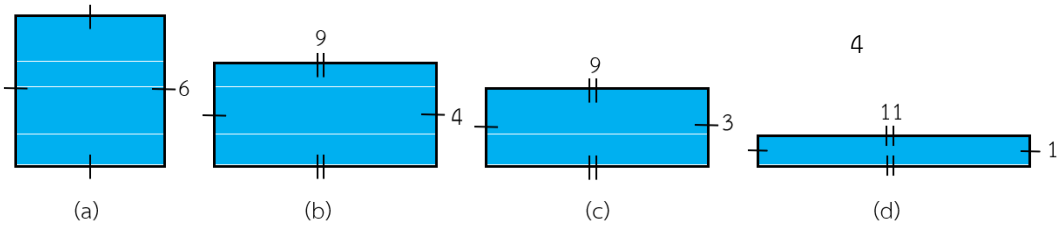
ก. 

ข. 

ค. 

ง. 

5. ข้อใดกล่าว<u>*ไม่ถูกต้อง*</u>เกี่ยวกับพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ ต่อไปนี้



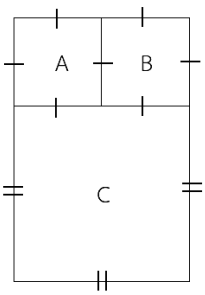
ก. รูป (c) มีพื้นที่มากที่สุด

ข. รูป (d) มีพื้นที่น้อยที่สุด

ค. รูป (a) และ (b) มีพื้นที่เท่ากัน

ง. รูป (b) มีพื้นที่มากกว่ารูป (c) และ (d)

6. ให้ A B C เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ถ้า A มีพื้นที่ 9 ตารางหน่วย ข้อใด<u>*ไม่ถูกต้อง*</u>



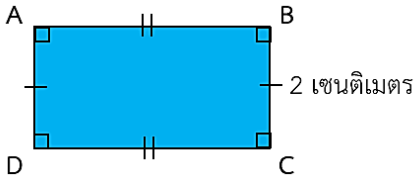
ก. B มีพื้นที่ 9 ตารางหน่วย

ข. C มีพื้นที่ 36 ตารางหน่วย

ค. พื้นที่ C เท่ากับพื้นที่ A และพื้นที่ B

ง. พื้นที่ C มากกว่าผลรวมของพื้นที่ A และ B

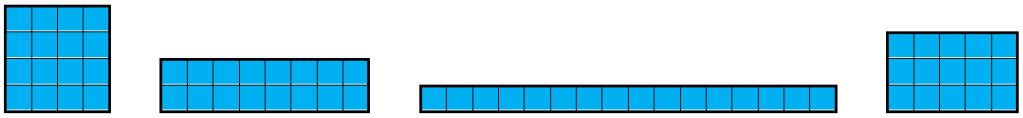
7. กำหนดให้ □ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ดังรูป



ถ้า □ABCD มีพื้นที่เท่ากับ 8 ตารางเซนติเมตร แล้ว $\overline{AB}$ ยาวเท่าไร

ก. 2 เซนติเมตร
ข. 4 เซนติเมตร
ค. 6 เซนติเมตร
ง. 8 เซนติเมตร

8. กำหนดรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก 4 รูป ดังนี้



(a) (b) (c) (d)

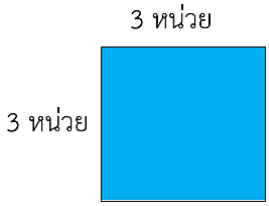
ข้อใดกล่าวถูกต้องเกี่ยวกับพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่กำหนด

ก. รูป (b) มีพื้นเท่ากับ 20 ตารางหน่วย
ข. รูป (d) มีพื้นเท่ากับ 15 ตารางหน่วย
ค. รูป (a) และ (d) มีพื้นเท่ากับ 16 ตารางหน่วย
ง. รูป (c) และ (b) มีพื้นที่ต่างกัน 14 ตารางหน่วย

9. ข้อใดเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีพื้นที่เท่ากับ 36 ตารางเมตร

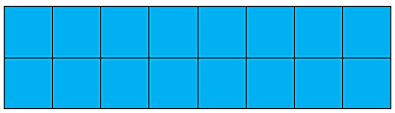
ก. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวด้านละ 18 เมตร
ข. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวด้านละ 9 เมตร
ค. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความยาว 10 เมตร กว้าง 8 เมตร
ง. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความยาว 9 เมตร กว้าง 4 เมตร

10. ข้อใดเป็นการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสต่อไปนี้



ก. 3 + 3 ตารางหน่วย
ข. 3 x 3 ตารางหน่วย
ค. 4 x 3 ตารางหน่วย
ง. 2 x (3 + 3) ตารางหน่วย

11. ข้อใดเป็นการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าต่อไปนี้ กำหนดให้ ☐ มีพื้นที่ 1 ตารางหน่วย



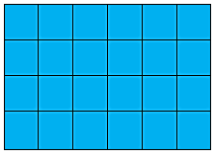
ก. 2 x 8 ตารางหน่วย

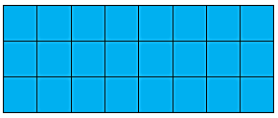
ข. 2 + 8 ตารางหน่วย

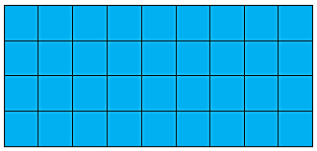
ค. 2 x (2 + 8) ตารางหน่วย

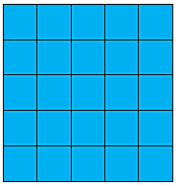
ง. 4 x (2 + 8) ตารางหน่วย

12. กำหนดให้รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งมีพื้นที่ 24 ตารางหน่วย และมีด้านยาวยาวกว่าด้านกว้าง 5 หน่วย ข้อใดแสดงรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากนี้ได้ถูกต้อง

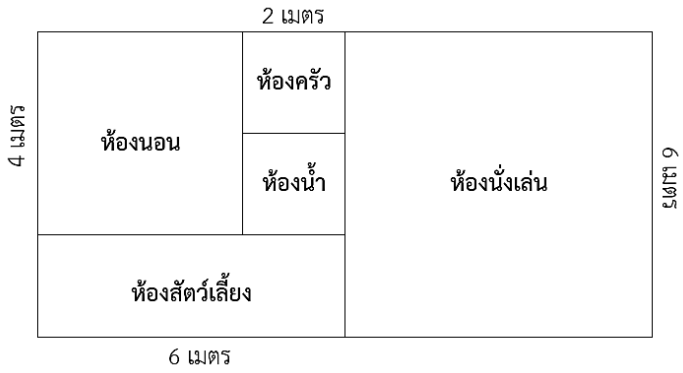
ก. 

ข. 

ค. 

ง. 

13. จากรูปถ้าห้องนอนและห้องนั่งเล่นเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส แล้วห้องนอนและห้องนั่งเล่นจะมีพื้นที่ต่างกันเท่าไร



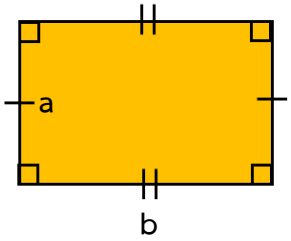
ก. 4 ตร.ม.

ข. 8 ตร.ม.

ค. 20 ตร.ม.

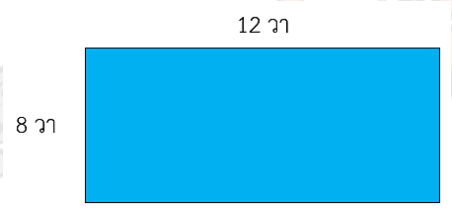
ง. 40 ตร.ม.

14. กระดาษรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแผ่นหนึ่งมีพื้นที่เท่ากับ 36 เซนติเมตร โดยมีความกว้าง a หน่วย และยาว b หน่วย ดังรูป ข้อใดกล่าวถูกต้องเกี่ยวกับความยาวด้านของกระดาษรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแผ่นนี้



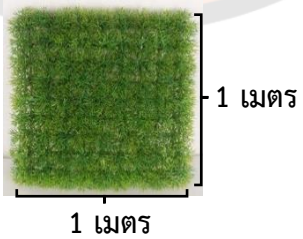
ก. a = 6 , b = 6
ข. a = 3 , b = 15
ค. a = 4 , b = 9
ก. a = 12 , b = 3

15. ถ้าด้านยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าต่อไปนี้เพิ่มขึ้น 2 วา และด้านกว้างลดลง 2 วา ข้อใดกล่าวถูกต้อง



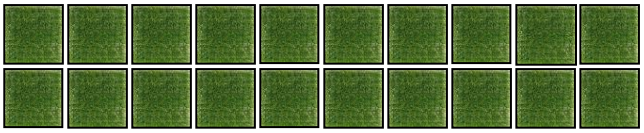
ก. พื้นที่เท่าเดิม
ข. พื้นที่เพิ่มขึ้น 12 ตารางวา
ค. พื้นที่ลดลง 12 ตารางวา
ง. พื้นที่ลดลง 84 ตารางวา

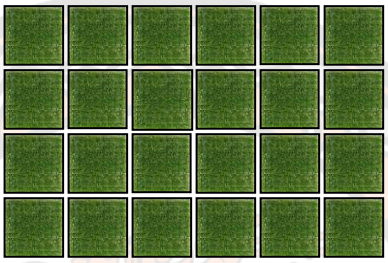
16. ครูอรต้องการให้ช่างปูแผ่นหญ้าเทียมเพื่อทำเป็นที่พักผ่อนบริเวณสวนหลังบ้านซึ่งสวนหลังบ้านมีความยาว 9 เมตร และกว้าง 3 เมตร โดยแผ่นหญ้าเทียมรูป □ จัตุรัส 1 แผ่นจะมีพื้นที่ 1 ตารางเมตร ราคาแผ่นละ 100 บาท ดังรูป



ถ้าครูอรต้องการปูแผ่นหญ้าเทียมต่อกันให้เป็นพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก มีงบประมาณ 2,400 บาท ครูอรควรจ้างช่างคนใด เพราะเหตุใด

ช่างเอก

ช่างโท 

ช่างตรี 

ช่างจัตวา

ก. ช่างเอก เพราะปูแผ่นหญ้าเทียมได้เต็มพื้นที่พอดี

ข. ช่างโท เพราะใช้งบประมาณไม่เกิน 2,400 บาท

ค. ช่างตรี เพราะใช้แผ่นหญ้าเทียมแค่ 24 แผ่นคิดเป็นเงิน 2,400 บาท ซึ่งไม่เกินงบประมาณที่มี

ง. ช่างจัตวา เพราะใช้งบประมาณ 2,400 บาทพอดีและสามารถปูในสวนหลังบ้านได้

17. ข้อความในข้อใดเป็นคำถามเกี่ยวกับการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ก. เดินทางรอบสนามเป็นระยะทางเท่าไร

ข. ทำรั้วรอบบ้าน ต้องเสียค่าใช้จ่ายเท่าไร

ค. ต้องการทำถนนรอบพื้นที่ ต้องทำถนนยาวเท่าไร

ง. ปูกระเบื้องในห้องน้ำ ต้องใช้กระเบื้องมากน้อยเพียงใด

18. มีกระดาษแข็งรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 29 ซม. ยาว 30 ซม. นำมาตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 15 เซนติเมตร จำนวน 2 แผ่น กระดาษแข็งที่เหลือจากการตัดมีพื้นที่เท่าใด

ก. 420 ตารางเซนติเมตร ข. 450 ตารางเซนติเมตร

ค. 870 ตารางเซนติเมตร ง. กระดาษหมดพอดี

19. ครูอรกล่าวว่า “พื้นห้องน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาว 12 เมตร กว้าง 8 เมตร มีพื้นที่เท่ากับ 96 ตารางเมตร” ครูอรพูดถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด

ก. ถูกต้องเพราะพื้นที่ห้องน้ำหาได้จาก 12 x 8 = 96 ตร.ม.

ข. ถูกต้องเพราะพื้นที่ห้องน้ำหาได้จาก (12 x 4) x 2 = 96 ตร.ม.

ค. ไม่ถูกต้องเพราะพื้นที่ห้องน้ำหาได้จาก (12 x 8) x 2 = 192 ตร.ม.

ง. ไม่ถูกต้องเพราะพื้นที่ห้องน้ำหาได้จาก 12 + 8 + 12 + 8 = 40 ตร.ม.

20. ปูกระเบื้องในห้องเรียนรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแห่งหนึ่งซึ่งมีพื้นที่เท่ากับ 60 ตารางเมตร และวัดความยาวได้ 15 เมตร โดยใช้กระเบื้องที่มีความยาวด้านละ 1 เมตรจนเต็มพื้นที่ห้องเรียนพอดีไม่มีการตัดกระเบื้องแผ่นใดทิ้ง ข้อใดกล่าวถูกต้องเกี่ยวจำนวนและลักษณะการวางกระเบื้องในห้องเรียนนี้

ก. ใช้กระเบื้อง 15 แผ่น โดยวางกระเบื้องแถวละ 5 แผ่น จำนวน 3 แถว

ข. ใช้กระเบื้อง 15 แผ่น โดยวางกระเบื้องแถวละ 5 แผ่น จำนวน 4 แถว

ค. ใช้กระเบื้อง 60 แผ่น โดยวางกระเบื้องแถวละ 15 แผ่น จำนวน 4 แถว

ง. ใช้กระเบื้อง 60 แผ่น โดยวางกระเบื้องแถวละ 15 แผ่น จำนวน 15 แถว

##################

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ เรื่องรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
1	ตอบถูก
0	ตอบผิด หรือตอบมากกว่า 1 ตัวเลือก หรือไม่มีการเลือกคำตอบ

ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ-นามสกุล	อินทุอร วันทัศน์
วัน เดือน ปี เกิด	7 ธันวาคม 2537
ที่อยู่ปัจจุบัน	111/2 ถนนดำริพัฒนา ซอย 9 หมู่ 4 ตำบลบ้านคลอง อำเภอเมืองพิษณุโลก จังหวัดพิษณุโลก 65000
ที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนจ่าการบุญ ตำบลในเมือง อำเภอเมือง จังหวัดพิษณุโลก 65000
ตำแหน่งหน้าที่ปัจจุบัน	ครู คศ.1
ประสบการณ์การทำงาน	3 ปี 6 เดือน
ประวัติการศึกษา	พ.ศ. 2560 ค.บ. (คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม