



การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิค
เกมมิฟิเคชันเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและ
ความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1



ศุภิสรา จันทร์เพ็ง

การค้นคว้าอิสระเสนอบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยนเรศวร
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา
ปีการศึกษา 2564
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยนเรศวร

การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิค
เกมมิฟิเคชันเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและ
ความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1



การค้นคว้าอิสระเสนอบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยนเรศวร
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา
ปีการศึกษา 2564
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยนเรศวร

การค้นคว้าอิสระ เรื่อง "การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์
ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและ
ความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1"
ของ ศุภิสรา จันทร์เพ็ง
ได้รับการพิจารณาให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

.....
(รองศาสตราจารย์ ดร.จักรกฤษ กลิ่นเอี่ยม)

อาจารย์ที่ปรึกษาการค้นคว้าอิสระ

.....
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อังคณา อ่อนธานี)

หัวหน้าภาควิชาการศึกษา



ชื่อเรื่อง	การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
ผู้วิจัย	ศุภิสรา จันทร์เพ็ญ
ประธานที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร.จักรกฤษ กลิ่นเอี่ยม
ประเภทสารนิพนธ์	การค้นคว้าอิสระ กศ.ม. คณิตศาสตร์ศึกษา, มหาวิทยาลัยนเรศวร, 2564
คำสำคัญ	ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์, เกมมิฟิเคชัน, ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์, กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ 2) ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันที่มีต่อทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยผู้เข้าร่วมวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1/1 โรงเรียนประจำจังหวัดแห่งหนึ่ง จำนวน 37 คน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 และใช้รูปแบบวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ ใบกิจกรรม แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ และแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้จะใช้การวิเคราะห์เชิงเนื้อหา ผลการวิจัยพบว่าแนวทางการจัดการเรียนรู้ควรเน้นการใช้สถานการณ์ปัญหาที่มีความน่าสนใจ เป็นปัญหาในชีวิตจริงหรือใกล้ตัว สถานการณ์มีความหลากหลาย เข้าใจง่าย ร่วมกับการใช้เทคนิคเกมมิฟิเคชันเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจ มีความกระตือรือร้น สร้างความตื่นตัว ดึงดูดความสนใจให้อยากมีส่วนร่วมในการเรียน และสร้างบรรยากาศในการเรียนได้เป็นอย่างดี สำหรับผลการวิจัยจากใบกิจกรรมและแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความสอดคล้องกัน คือ นักเรียนส่วนใหญ่มีพัฒนาการทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวมอยู่ในระดับดี เมื่อพิจารณาตามองค์ประกอบย่อยทั้ง 4 ด้าน พบว่า ด้านที่นักเรียนพัฒนามากที่สุด คือ ด้านการทำความเข้าใจปัญหา รองลงมา คือ ด้านการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และด้านการตรวจสอบคำตอบ และด้านที่นักเรียนพัฒนาน้อยที่สุด คือ ด้านการดำเนินการแก้ปัญหา



Title	THE DEVELOPMENT OF LEARNING ACTIVITY BASED ON MATHEMATICAL MODELING AND GAMIFICATION TECHNIQUE TO PROMOTE MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING SKILL ON GRAPH AND LINEAR RELATIONS FOR GRADE 7 STUDENTS
Author	SUPISARA JANPENG
Advisor	Associate Professor Chakkrid Klin-eam, Ph.D.
Academic Paper	M.Ed. Independent Study in Mathematics Education, Naresuan University, 2021
Keywords	Mathematical Modelling, Gamification, Mathematical Problem Solving Skills, Graphs and Linear Relationships

ABSTRACT

The purposes of this research were 1) to study the appropriate learning implementation using mathematics modeling and gamification techniques that promote mathematical problem solving skills and 2) to study the effect of learning implementation using mathematical modeling and gamification techniques towards mathematical problem solving skills on graphs and linear relationship for students in grade 1. The research participants were 37 students in Mathayomsuksa 1/1 at a provincial school for the second semester of the academic year 2021. The methodology of this research was classroom action research. The research instruments were three lesson plans, worksheets, learning reflection form and a mathematical problem solving skill test. The data were analyzed by content analysis. The results showed that the learning implementation should focus on the use of interesting problem situations related or closed to real life. The situations should be various and easy to understand. Moreover gamification techniques can engage students to participate in learning and create a good learning atmosphere. In addition, the results from the activity sheets and test were consistent, most of the students had a good improvement in mathematical problem solving skills, For considering four subcomponent, problem comprehension is the most developed, followed by mathematical modeling and answer verification, and problem solving is

the least developed.



ประกาศคุณูปการ

การค้นคว้าอิสระฉบับนี้ สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดีด้วยความอนุเคราะห์อย่างยิ่งจากท่าน รองศาสตราจารย์ ดร.จักรกฤษ กลิ่นเอี่ยม อาจารย์ที่ปรึกษาการค้นคว้าอิสระ ที่ได้เสียสละเวลาเพื่อให้คำแนะนำ ปรึกษา ชี้แนะแนวทาง ตลอดจนตรวจสอบข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความเอาใจใส่เป็นอย่างดี ตลอดมา จนการค้นคว้าอิสระสำเร็จสมบูรณ์ได้ อีกทั้งยังช่วยเป็นแรงผลักดันให้ผู้วิจัยสามารถก้าวข้ามอุปสรรคต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในตลอดระยะเวลาที่ทำการค้นคว้าอิสระฉบับนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วรินทร์ พูนไพบูลย์พิพัฒน์ อาจารย์ประจำสาขา คณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร จังหวัดพิษณุโลก และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จิตติยา บงกชเพชร อาจารย์ประจำสาขาวิทยาศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร จังหวัดพิษณุโลก ที่ท่านได้สละเวลาอันมีค่าที่ได้กรุณาตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยโดยให้ข้อเสนอแนะต่าง ๆ เป็นอย่างดี และกราบขอบพระคุณ นายสมชาย อินตา ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนนาริรัตน์จังหวัดแพร่ ที่กรุณาให้คำแนะนำ แก้ไข และตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย รวมทั้งเป็นผู้ร่วมสังเกตการจัดการเรียนรู้และสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ จนทำให้การค้นคว้าอิสระครั้งนี้สมบูรณ์ และมีคุณค่า

ขอขอบพระคุณ นายสวัสดิ์ ใจตรงค์ ผู้อำนวยการโรงเรียนนาริรัตน์จังหวัดแพร่ ที่ได้ให้ความอนุเคราะห์อำนวยความสะดวก และให้ความร่วมมือเป็นอย่างดีในการเก็บข้อมูล รวมทั้งขอใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1/1 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนนาริรัตน์จังหวัดแพร่ ที่ให้ความร่วมมือในการค้นคว้าอิสระครั้งนี้เป็นอย่างดี

เหนือสิ่งอื่นใดขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา ญาติมิตร และครอบครัวที่คอยห่วงใย เป็นกำลังใจสำคัญ ช่วยเหลือ และคอยส่งเสริมสนับสนุนในทุก ๆ เรื่องเสมอมา

สุดท้ายนี้ขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ภาควิชาการศึกษาทุกท่าน และขอบใจเพื่อนนิสิตปริญญาโทที่เป็นส่วนหนึ่งในการให้ความช่วยเหลือ และเป็นกำลังใจที่ดีแก่ผู้วิจัยตลอดมา

คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากการค้นคว้าอิสระฉบับนี้ ผู้วิจัยขอขอบและอุทิศแด่ผู้มีพระคุณทุก ๆ ท่าน และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าการศึกษาค้นคว้าอิสระฉบับนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาการจัดการเรียนรู้ต่อไป

ศุภิสรา จันท์เพ็ง

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ค
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
ประกาศคุุณูปการ.....	ช
สารบัญ.....	ฌ
สารบัญตาราง.....	ฎ
สารบัญภาพ.....	ฅ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
จุดมุ่งหมายของการวิจัย.....	5
คำถามการวิจัย.....	6
ขอบเขตการวิจัย.....	6
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	6
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	9
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	11
หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตร แกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.....	12
การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์.....	14
เกมมิฟิเคชัน.....	33
ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	43

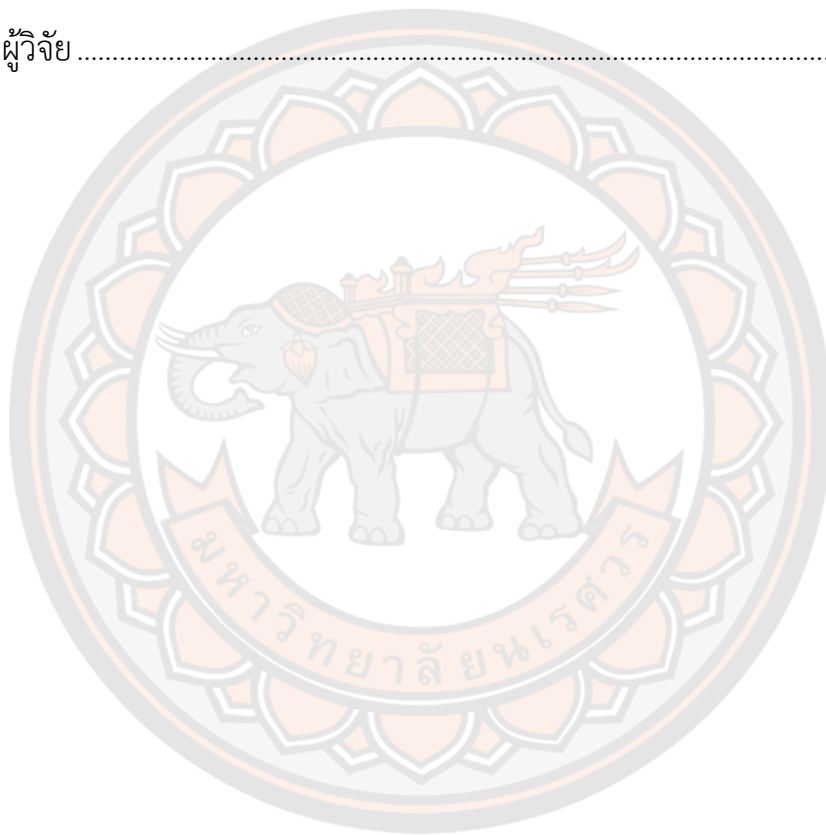
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	69
บทที่ 3 วิธีการดำเนินงานวิจัย.....	73
ผู้เข้าร่วมวิจัย.....	73
รูปแบบการวิจัย.....	73
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	74
ขั้นตอนการดำเนินการทำวิจัย.....	84
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	85
วิธีการวิเคราะห์ข้อมูล.....	85
บทที่ 4 ผลการวิจัย.....	89
ตอนที่ 1 ผลการศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิง คณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปี ที่ 1.....	89
ตอนที่ 2 ผลการศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันที่มีต่อทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง กราฟ และความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.....	126
บทที่ 5 บทสรุป.....	147
สรุปผลการวิจัย.....	147
อภิปรายผลการวิจัย.....	151
ข้อเสนอแนะ.....	160
บรรณานุกรม.....	162
ภาคผนวก.....	170
ภาคผนวก ก รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	170

ภาคผนวก ข ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตาม
 แนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน เพื่อส่งเสริม
 ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น..... 172

ภาคผนวก ค ผลการประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดทักษะการ
 แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น..... 178

ภาคผนวก ง เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย..... 182

ประวัติผู้วิจัย 224



สารบัญตาราง

หน้า

ตาราง 1 แสดงความสอดคล้องของตัวชี้วัดกับสาระการเรียนรู้ เรื่อง กราฟและ ความสัมพันธ์เชิงเส้น	13
ตาราง 2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความต้องการพื้นฐานของมนุษย์กับกลไกของเกม ...	35
ตาราง 3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความต้องการพื้นฐานของมนุษย์กับกลไกของเกม ...	37
ตาราง 4 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบ เชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน	41
ตาราง 5 เกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	61
ตาราง 6 เกณฑ์การให้คะแนนแบบ Rubric Score	62
ตาราง 7 เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบแยกส่วน.....	63
ตาราง 8 เกณฑ์การประเมินทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	64
ตาราง 9 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบ เชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันกับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	67
ตาราง 10 แสดงความสัมพันธ์ของจุดประสงค์ของการวิจัยกับเครื่องมือการวิจัย	75
ตาราง 11 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแผนการจัดการเรียนรู้กับเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรม	76
ตาราง 12 แสดงความสัมพันธ์ของการสร้างและใช้แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น	82
ตาราง 13 เกณฑ์ระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวม	83
ตาราง 14 แสดงความสัมพันธ์ของเครื่องมือที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลตามจุดประสงค์ของ งานวิจัย	86

ตาราง 15 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละขั้นตอนการ จัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 1.....	100
ตาราง 16 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละขั้นตอนการ จัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 2.....	112
ตาราง 17 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละขั้นตอนการ จัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 3.....	123
ตาราง 18 สรุปแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟ และความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1	124
ตาราง 19 แสดงจำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากใบ กิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉัน ของวงจรปฏิบัติการที่ 1	126
ตาราง 20 แสดงจำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากใบ กิจกรรมที่ 2 เรื่อง รายงานผ่านกราฟ ของวงจรปฏิบัติการที่ 2	130
ตาราง 21 แสดงจำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากใบ กิจกรรมที่ 3 เรื่อง นักค้นหา ของวงจรปฏิบัติการที่ 3.....	133
ตาราง 22 เปรียบเทียบระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากใบกิจกรรมที่ 1 – 3	136
ตาราง 23 ระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามองค์ประกอบรายด้าน จากใบ กิจกรรมที่ 1 – 3.....	137
ตาราง 24 แสดงจำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จาก แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ข้อที่ 1.....	138
ตาราง 25 แสดงจำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จาก แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ข้อที่ 2.....	141

ตาราง 26 แสดงจำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จาก แบบทดสอบ วัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ข้อที่ 3.....	142
ตาราง 27 เปรียบเทียบระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากแบบทดสอบวัด ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ข้อที่ 1 – 3144	
ตาราง 28 ระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามองค์ประกอบรายด้าน จาก แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ข้อที่ 1 – 3.....	144
ตาราง 29 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตาม แนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน เพื่อส่งเสริมทักษะการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น	172
ตาราง 30 แสดงผลการประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดทักษะการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น	178

สารบัญภาพ

หน้า

ภาพ 1 กระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของ Henry & McAuliffe (1994 อ้างถึง ใน White, 2000).....	17
ภาพ 2 กระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของ Balakrishnan Y. and Goh. (2010)	18
ภาพ 3 กระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของ Blum (2011).....	19
ภาพ 4 กระบวนการสร้างตัวแบบเชิงทางคณิตศาสตร์	21
ภาพ 5 กระบวนการสร้างตัวแบบเชิงทางคณิตศาสตร์ของ GAIMME (2016)	22
ภาพ 6 ความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบของเกมมิฟิเคชัน.....	38
ภาพ 7 แสดงวงจรของการวิจัยเชิงปฏิบัติการ.....	74
ภาพ 8 แสดงขั้นตอนการวิจัยเชิงปฏิบัติการ	84
ภาพ 9 นักเรียนบางส่วนเขียนระบุปัญหายังไม่ครบถ้วนสมบูรณ์.....	95
ภาพ 10 นักเรียนสามารถระบุปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้	95
ภาพ 11 นักเรียนบางคนยังสับสนกับการกำหนดตัวแปรและการเลือกส่วนสำคัญ.....	96
ภาพ 12 นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรให้กับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้.....	96
ภาพ 13 นักเรียนบางส่วนไม่สามารถแก้ปัญหตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้.....	97
ภาพ 14 แสดงนักเรียนบางส่วนแก้ปัญหตามกระบวนการยังไม่ละเอียดเท่าที่ควร.....	97
ภาพ 15 นักเรียนสามารถวิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ได้.....	98
ภาพ 16 นักเรียนบางส่วนเขียนอธิบายการนำความรู้ไปใช้ไม่ชัดเจน.....	99
ภาพ 17 นักเรียนสามารถเขียนอธิบายการนำความรู้ไปใช้	100
ภาพ 18 นักเรียนสามารถระบุปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้.....	106

ภาพ 19 นักเรียนบางส่วนกำหนดตัวแปรให้กับสถานการณ์ปัญหาที่ยังไม่ค่อยถูกต้อง และ ครบถ้วน	107
ภาพ 20 นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรให้กับสถานการณ์ปัญหาได้.....	107
ภาพ 21 นักเรียนบางส่วนแก้ปัญหาตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ยังไม่ถูกต้อง	108
ภาพ 22 นักเรียนสามารถดำเนินการแก้ปัญหาตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้	108
ภาพ 23 นักเรียนบางส่วนเขียนการวิเคราะห์ไม่ครบถ้วน บางส่วนขาดรายละเอียดย่อย ๆ	110
ภาพ 24 นักเรียนสามารถอธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์และตัวแบบเชิง คณิตศาสตร์ได้.....	110
ภาพ 25 นักเรียนบางส่วนเขียนอธิบายการนำความรู้ที่ได้รับไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงน้อย มาก.....	111
ภาพ 26 นักเรียนสามารถเขียนอธิบายการนำความรู้ไปใช้ได้ดีขึ้น	111
ภาพ 27 นักเรียนสามารถระบุปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้.....	117
ภาพ 28 นักเรียนบางคนไม่เขียนการกำหนดตัวแปร	118
ภาพ 29 นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรให้กับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้.....	118
ภาพ 30 นักเรียนบางคนเขียนแค่สมการแต่ไม่ได้เขียนวิธีการแก้สมการ.....	119
ภาพ 31 นักเรียนเขียนขั้นตอนการแก้สมการให้มีความละเอียดมากยิ่งขึ้น	119
ภาพ 32 นักเรียนบางส่วนเขียนอธิบายการวิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ยังไม่ค่อยละเอียด เท่าที่ควร.....	120
ภาพ 33 นักเรียนสามารถเขียนอธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์และตัวแบบ เชิงคณิตศาสตร์ได้.....	121
ภาพ 34 นักเรียนบางส่วนเขียนอธิบายการนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงน้อยมาก	122

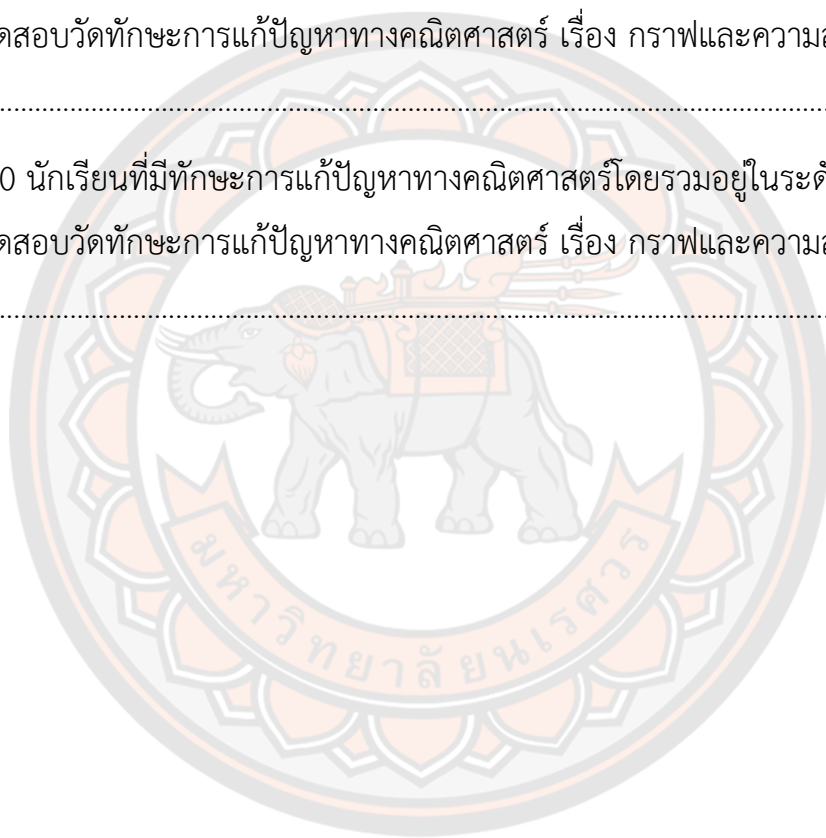
ภาพ 35 นักเรียนเขียนอธิบายการนำความรู้ไปใช้ได้เยอะขึ้นและดีขึ้น	122
ภาพ 36 การตอบของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการทำความเข้าใจปัญหาอยู่ในระดับดี จากใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉัน	128
ภาพ 37 การตอบของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี จากใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉัน	128
ภาพ 38 การตอบของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการดำเนินการแก้ปัญหาอยู่ในระดับพอใช้ จากใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉัน	129
ภาพ 39 การตอบของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการตรวจสอบคำตอบอยู่ในระดับพอใช้ จากใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉัน	129
ภาพ 40 นักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการทำความเข้าใจปัญหาอยู่ในระดับดี จากใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รายงานผ่านกราฟ	131
ภาพ 41 นักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับดี จากใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รายงานผ่านกราฟ	131
ภาพ 42 นักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการดำเนินการแก้ปัญหาอยู่ในระดับดี จากใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รายงานผ่านกราฟ	132
ภาพ 43 นักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการตรวจสอบคำตอบอยู่ในระดับพอใช้ จากใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รายงานผ่านกราฟ	132
ภาพ 44 นักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการทำความเข้าใจปัญหาอยู่ในระดับดี จากใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง นักค้นหา.....	134
ภาพ 45 นักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับดี จากใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง นักค้นหา.....	134
ภาพ 46 นักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการดำเนินการแก้ปัญหาอยู่ในระดับดี จากใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง นักค้นหา.....	135

ภาพ 47 นักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการตรวจสอบคำตอบอยู่ในระดับดี จากใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง นักค้นหา 136

ภาพ 48 นักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวมอยู่ในระดับดี จากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ข้อที่ 1..... 140

ภาพ 49 นักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวมอยู่ในระดับดี จากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ข้อที่ 2..... 142

ภาพ 50 นักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวมอยู่ในระดับดี จากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ข้อที่ 3..... 143



บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์มีบทบาทต่อความเจริญก้าวหน้าของสังคมยุคใหม่ที่ใช้คณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานในการศึกษาวิทยาศาสตร์ วิวัฒนาการ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ และคณิตศาสตร์ยังมีส่วนช่วยในการพัฒนาทักษะสำคัญในศตวรรษที่ 21 ได้ด้วย เช่น ทักษะการคิดวิเคราะห์ ทักษะการแก้ปัญหา เป็นต้น เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนา เศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, น.1)

การแก้ปัญหาเป็นหัวใจสำคัญของการจัดการเรียนรู้ในห้องเรียนคณิตศาสตร์และมีความสำคัญต่อชีวิตประจำวันเนื่องจากในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นักเรียนต้องใช้ความคิด ทักษะการคิดคำนวณ หลักการ กฎ หรือสูตรต่าง ๆ เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วยทำให้นักเรียนมีความเข้าใจด้านเนื้อหา สามารถประยุกต์ใช้ความรู้และทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ด้วยเหตุนี้การแก้ปัญหาก็มีความจำเป็นและเป็นสิ่งที่มีความสำคัญ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทั้งในห้องเรียนและในชีวิตจริง (Isoda & Katagin, 2012, p.19) ซึ่งครูควรส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้สามารถแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อนและหลากหลาย ซึ่งทักษะการแก้ปัญหานั้นไม่ได้มุ่งเน้นที่คำตอบเพียงอย่างเดียว แต่ยังรวมถึงการให้ความสำคัญกับกระบวนการหรือวิธีการที่ทำให้ได้มาซึ่งคำตอบ

แม้ว่าความสามารถในการแก้ปัญหาก็มีความจำเป็นต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แต่ในปัจจุบันพบว่าความสามารถในการแก้ปัญหของนักเรียนยังไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควร เห็นได้จากผลการประเมินของโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (Programmed for international student assessment หรือ PISA) ซึ่งจากผลการประเมิน PISA 2018 พบว่า คะแนนเฉลี่ยคณิตศาสตร์ของ

นักเรียนไทยอยู่ที่ 419 คะแนน เมื่อเทียบกับค่าเฉลี่ยของกลุ่มประเทศ Organization for economic co-operation and development หรือ OECD ซึ่งมีคะแนนมาตรฐานอยู่ที่ 489 คะแนน พบว่าต่ำกว่าค่าเฉลี่ยอยู่ 70 คะแนน แต่มากกว่า PISA 2015 อยู่ 4 คะแนน (The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology, 2019) เนื่องจากผลการประเมินจาก PISA สามารถสะท้อนคุณภาพการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ของเด็กไทยถึงกระบวนการเรียนการสอนในห้องเรียนที่ยังล้าหลัง เนื่องจากการประเมินผลของ PISA เน้นการคิดเชิงวิเคราะห์และแก้ปัญหา ดังนั้นการเรียนการสอนของไทยที่ล้าหลังจึงไม่สร้างการเรียนรู้ให้เด็กเกิดกระบวนการคิด เมื่อมีการวัดผลด้วยข้อสอบดังกล่าว สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) พบว่า เด็กไทยทำข้อสอบที่เป็นอัตนัยและข้อสอบที่เป็นการอธิบายความไม่ค่อยได้ สะท้อนให้เห็นปัญหาการเรียนการสอนของไทยที่ส่วนใหญ่ยังเน้นการสอนเนื้อหาวิชาและการท่องจำมากกว่าการพัฒนาความคิดความสามารถในการคิดแก้ปัญหา เรียบเรียงและสื่อสารความคิด สอดคล้องกับข้อมูลโครงการ TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study 2015; TIMSS 2015) ที่พบว่านักเรียนไทยทำข้อสอบที่ต้องใช้ความสามารถในการคิดเชิงวิเคราะห์ การแก้ปัญหา ยกเหตุผลประกอบ หรือเขียนข้อความยาว ๆ ไม่ได้ ซึ่งเป็นผลทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ

สาเหตุหนึ่งอาจเกิดจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ที่ผ่านมาส่วนใหญ่ครูจะเป็นผู้บรรยาย อธิบายความรู้ให้นักเรียนฟังเพียงฝ่ายเดียว และมีการยกตัวอย่างให้นักเรียนดูบนกระดานเพียง 2 – 3 ตัวอย่าง หลังจากนั้นครูก็ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดหรือแบบฝึกทักษะในหนังสือเรียน โดยที่นักเรียนต่างคนก็ต่างทำงานของตัวเอง ไม่ได้มีการฝึกให้นักเรียนได้ทำงานเป็นกลุ่ม นักเรียนจึงมีวิธีการแก้ปัญหาเพียงวิธีเดียว คือ วิธีแก้ปัญหาก็ครูสอนตามตัวอย่าง เพราะนักเรียนไม่กล้าคิดแก้ปัญหาในวิธีการที่แตกต่างจากครู จึงทำให้นักเรียนมีวิธีการคิดที่ไม่หลากหลาย กิจกรรมการเรียนการสอนไม่ได้ส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกคิดหรือแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ นักเรียนไม่กล้าแสดงออกตามศักยภาพจึงทำให้เกิดความเบื่อหน่าย ไม่สนใจเรียน และมีเจตคติที่ไม่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ เช่นเดียวกับวรณัน ขุนศรี (2552, น.69) กล่าวว่า ครูขาดวิธีการสอนที่ถูกต้อง มักสอนด้วยวิธีเน้นแบบบรรยายให้นักเรียนฟังแล้วให้ทำแบบฝึกหัด สอนโดยมุ่งเน้นที่เนื้อหามากกว่ากระบวนการทำให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนน้อยจนไม่เกิดการคิดแก้ปัญหาด้วยตนเอง ซึ่งการจัดการเรียนการสอนในลักษณะดังที่กล่าวมาข้างต้น คล้ายกับการจัดการเรียนรู้ของโรงเรียนประจำจังหวัดแห่งหนึ่งที่ผู้วิจัยสอนอยู่ ที่นักเรียนมีเจตคติที่ไม่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนมองว่าการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่น่าเบื่อ ยาก ไม่ดึงดูดความสนใจ และไม่สนุกถึงแม้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระเป็นอย่างดี แต่นักเรียนจำนวนไม่น้อยยังต้องความสามารถเกี่ยวกับการแก้ปัญหา การแสดงหรืออ้างเหตุผล การสื่อสารหรือการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์

การเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ต่าง ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ จากปัญหาที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยจึงให้ความสำคัญกับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของ นักเรียน ให้สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ต่าง ๆ ได้ อันจะเป็นพื้นฐานของการพัฒนา ทักษะอื่น ๆ

การจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ที่เน้นรูปธรรมให้นักเรียนได้ฝึกการคิดและการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์มีหลากหลาย กระบวนการหนึ่งที่นักคณิตศาสตร์นำมาใช้ในการแก้ปัญหา คือ การสร้าง ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Modeling) ที่เป็นการเปลี่ยนปัญหาจากโลกแห่งความ เป็นจริง (real world) ให้เป็นโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากนั้นใช้ความรู้และทักษะ ทางคณิตศาสตร์แก้โจทย์ปัญหา แล้วตีความผลเฉลยนำไปอธิบายคำตอบของปัญหาเหล่านั้น ดังนั้น การเรียนรู้ในห้องเรียนก็สามารถฝึกให้นักเรียนมีความสามารถในการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนสามารถจัดการกับปัญหาทั่วไปที่ไม่จำเป็นต้องเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Schoenfeld, 2013) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้ โจทย์ปัญหา เชื่อว่านักเรียนสามารถเปลี่ยนโจทย์ปัญหาธรรมดาให้เป็นโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากนั้นใช้ความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์แก้โจทย์ปัญหาแล้วตีความผลเฉลย นำไปอธิบายคำตอบ ของปัญหาดั้งเดิมเหล่านั้น ส่งผลให้นักเรียนสามารถจัดการกับปัญหาทั่วไปที่ไม่จำเป็นต้องเป็นปัญหา ทางคณิตศาสตร์ สามารถนำกระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ไปแก้ปัญหาสถานการณ์จริง ในชีวิตประจำวันได้ (Saijam & Seebut, 2017) การเรียนรู้ของคณิตศาสตร์ คือ การให้นักเรียนได้มี ส่วนร่วมในการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ปรับปรุงการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อเป็น ตัวแทนและแก้ปัญหาสถานการณ์จริง ซึ่งนักเรียนควรเรียนรู้ที่จะใช้ความหลากหลายตัวแทนของ ข้อมูล การเลือกการใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม และเครื่องมือในการแก้ปัญหา ในสถานการณ์จริง มุมมองของการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหามุ่งเน้นไปที่นักเรียน การแสดงให้เห็นถึงความคล่องแคล่วด้านความคิดทางคณิตศาสตร์ ที่นักเรียนจะต้องสร้างคำอธิบาย ทางคณิตศาสตร์ ในบริบทของปัญหาและข้อมูล เมื่อนักเรียนสามารถถอดความ อธิบาย วาดแผนภาพ จำแนกประเภท ค้นหาความสัมพันธ์ ค้นหาจำนวน หรือสร้างข้อความคาดการณ์ ซึ่งนักเรียนจะ แสดงออกผ่านการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่พวกเขาเข้าใจ (Chan Chun Ming, 2009) การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นการรวมบริบทของการแก้ปัญหา เข้าไว้ด้วยกัน เพื่อพัฒนานวัตกรรมทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นการใช้การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ในชั้นเรียนจะช่วยให้นักเรียนพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา ซึ่งผู้วิจัยได้จัดการเรียนรู้ตามแนวคิด การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของ GAIMME (2016, p.8) เป็นกระบวนการจัดการเรียนรู้ ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนได้มีกระบวนการในการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และนำไปใช้แก้ปัญหาได้อย่าง ถูกต้อง และในการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จะมีการทำซ้ำและการแก้ไขจำนวนหลายครั้งทำให้

นักเรียนเกิดความเข้าใจ และยังเป็นภาระกระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้มากยิ่งขึ้น ซึ่งประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ และขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

นอกจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตจริงแล้ว การพัฒนาทักษะของนักเรียนในศตวรรษที่ 21 ที่จะให้นักเรียนสามารถเรียนรู้และทำงานร่วมกับผู้อื่นได้นั้น ต้องใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนมีแรงจูงใจในการเรียน สนุก มีส่วนร่วมในกระบวนการจัดการเรียนรู้และทำให้นักเรียนเกิดความท้าทาย (วิจารณ์ พานิช, 2555) ผู้วิจัยจึงนำแนวคิดและกลไกของเกมมิฟิเคชันมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในห้องเรียน โดยอาศัยหลักการเล่นที่มีความสนุกสนาน บันเทิง ตื่นเต้น และท้าทายมาผสมเข้าด้วยกัน เพื่อให้ นักเรียนเกิดความกระตือรือร้นในการเรียน เรียนอย่างมีความสุข สนุกสนาน และยังสามารถมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมต่าง ๆ จนเกิดพฤติกรรมที่พึงประสงค์มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ และส่งเสริมการเรียนรู้ การแก้ปัญหา และสร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้ให้กับนักเรียนจนสามารถทำงานได้อย่างสำเร็จและมีประสิทธิภาพ ซึ่งเกมมิฟิเคชัน คือ กระบวนการในกิจกรรมต่าง ๆ ที่นำแนวคิด รูปแบบ กลไกของเกมมาประยุกต์ใช้กับการจัดการเรียนรู้เพื่อกระตุ้นความสนใจ ส่งเสริมการเรียนรู้ การแก้ปัญหา และสร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้ให้กับนักเรียน ทำให้นักเรียนเกิดพฤติกรรมในการเรียนที่เหมาะสม จนสามารถทำงานได้อย่างสำเร็จและมีประสิทธิภาพ ซึ่งองค์ประกอบของเกมมิฟิเคชัน คือ

- 1) คะแนน (Points) นักเรียนสามารถสะสมคะแนนได้จากการมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ โดยจำนวนคะแนนที่มอบให้นักเรียนขึ้นอยู่กับข้อตกลงหรือกติกาที่ได้กำหนดไว้
- 2) ระดับชั้น (Levels) นักเรียนจะต้องมีความพยายามในการมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อสะสมคะแนนให้ครบตามที่กำหนดจึงจะสามารถเลื่อนระดับชั้นของตนเองให้สูงขึ้นได้ตามลำดับ
- 3) เหรียญตราสัญลักษณ์ (Badges) นักเรียนที่ทำภารกิจที่ได้รับมอบหมายสำเร็จหรือสะสมคะแนนครบตามที่กำหนด จะได้รับเหรียญตราสัญลักษณ์ซึ่งอาจเป็นรางวัลหรือสิทธิพิเศษขึ้นอยู่กับดวงของนักเรียนในการเปิดการ์ด
- 4) กระดานจัดอันดับ (Leaderboards) นักเรียนแต่ละคนสามารถตรวจสอบคะแนนสะสมของตนเองในแต่ละวันได้จากโปรแกรม Class123 และ
- 5) ความท้าทาย (Challenge) นักเรียนจะต้องทำใบกิจกรรมที่มีความท้าทาย โดยการร่วมกันคิดหาวิธีในการแก้ปัญหาภายในกลุ่มของตนเอง จนสามารถแก้ปัญหาที่กำหนดให้จนสำเร็จ แนวคิดนี้ได้เริ่มนำมาปรับใช้ทางการศึกษามากขึ้น จึงทำให้นักเรียนมีความสนใจในการเรียนมากขึ้น และมีแรงกระตุ้นในการเรียนรู้แก้ปัญหา ในสถานการณ์ต่าง ๆ เห็นได้จากงานวิจัยของฐากร บุญสาร (2560, น.145-146) ที่ได้ใช้แนวคิดเกมมิฟิเคชันในการจัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะการทำงานเป็นทีมกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 พบว่าทักษะการทำงานเป็นทีมภายหลังจากการจัดการเรียนรู้ร่วมกับแนวคิดเกมมิฟิเคชันสูงกว่า

เกณฑ์ อีกทั้งยังส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญ และยังคงสอดคล้องกับ Glover (2013) ที่กล่าวว่า เกมมิฟิเคชันเป็นรูปแบบการจัด การเรียนการสอนที่ทำให้นักเรียนมีแรงจูงใจในการเรียน เป็นการเรียนการสอนที่สนุกสนานเน้นนักเรียนเป็นสำคัญ มีบทบาทและส่วนร่วมในการดำเนินการเรียนการสอนใช้แนวคิดของเกมเข้ามาเป็นส่วนหนึ่งในการเรียนการสอน กระตุ้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ โดยเป้าหมายหลักเพื่อต้องการกระตุ้นความสนใจ สร้างความผูกพัน และส่งเสริมให้ผู้เข้าร่วมกิจกรรมเกิดพฤติกรรมใด ๆ ตามที่ผู้ออกแบบต้องการ

การจัดการเรียนการสอน เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ที่ผ่านมาผู้วิจัยพบว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ สาเหตุหลักเกิดจากนักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ เพราะนักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ จึงทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาพร้อมทั้งหาคำตอบของปัญหาเหล่านั้นได้ และการจัดการเรียนการสอนของครูยังไม่ดึงดูดความสนใจของนักเรียน และนักเรียนยังไม่มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม ทำให้การเรียนการสอนนั้นไม่กระตุ้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ ทำให้เป็นการเรียนที่น่าเบื่อ และไม่สนุกจนทำให้นักเรียนไม่ตั้งใจเรียน ไม่ให้ความสนใจกับวิชาคณิตศาสตร์ และยังมีเจตคติที่ไม่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ดังนั้นผู้วิจัยจึงให้ความสนใจในการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการจัดการเรียนการสอน และเห็นว่าเป็นกิจกรรมที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ เปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมกับการเรียนรู้โดยการลงมือปฏิบัติ ส่งเสริมให้นักเรียนได้เรียนรู้วิธีการแปลงปัญหาทั่วไปให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ อันจะส่งผลให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในเนื้อหา มีความสามารถในการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สูงขึ้น มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ตลอดจนส่งเสริมให้การเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

จุดมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
2. เพื่อศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันที่มีต่อทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

คำถามการวิจัย

1. แนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ควรเป็นอย่างไร
2. เมื่อจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น อย่างไร

ขอบเขตการวิจัย

1. ผู้เข้าร่วมวิจัย

ผู้เข้าร่วมวิจัยที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1/1 โรงเรียนประจำจังหวัดแห่งหนึ่ง จำนวน 37 คน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564

2. ตัวแปรที่ศึกษา

- 2.1 การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น
- 2.2 ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ค21102 เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ประกอบด้วยเนื้อหา ย่อย ดังนี้

เรื่องที่ 1 คู่อันดับและกราฟของคู่อันดับ

เรื่องที่ 2 กราฟและการนำไปใช้

เรื่องที่ 3 ความสัมพันธ์เชิงเส้น

4. ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งหมด 3 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 3 ชั่วโมง รวม 9 คาบ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการที่ใช้ในการกำหนดคำตอบของปัญหา ผ่านการวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหาเพื่อนำมาสร้างและกำหนดตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ โดยการนำเอาความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

เป็นการแปลงปัญหาจากโลกแห่งความเป็นจริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งอาจอยู่ในรูปแบบที่หลากหลาย เช่น สมการ อสมการ กราฟ เรขาคณิต ช่างงาน แผนภาพต้นไม้ เป็นต้น เพื่อให้ นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ในการแก้ปัญหาได้อย่างชัดเจน ซึ่งประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา ครูเลือกสถานการณ์ปัญหาที่มีความเชื่อมโยงกับชีวิตจริงของนักเรียนหรือเป็นสถานการณ์ปัญหาที่มีความใกล้เคียงกับปัญหาที่นักเรียนเคยพบเจอหรือคุ้นเคย จากนั้นให้นักเรียนตัดสินใจว่าจะนำคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ปัญหานี้ได้อย่างไร นักเรียนจะต้องระบุสิ่งที่ต้องการรู้ ต้องการรู้ ต้องการรู้ หรือต้องการเข้าใจที่มีอยู่ในชีวิตจริงที่มีความเกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้จนนำไปสู่การสร้างข้อความ

ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร ครูให้นักเรียนเลือกส่วนที่สำคัญในสถานการณ์ปัญหาที่มีอยู่ในชีวิตจริง จากนั้นกำหนดความสัมพันธ์และตัดสินใจเลือกความสัมพันธ์ที่กำหนดไว้ เพื่อนำมาสร้างเป็นข้อความ พร้อมทั้งแปลงสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ในรูปของตัวแปรที่สัมพันธ์กัน โดยมีครูเป็นผู้ที่คอยให้คำแนะนำ

ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ครูให้นักเรียนนำตัวแปรทางคณิตศาสตร์มาจัดเป็นรูปแบบที่มีความสัมพันธ์กัน ที่เรียกว่า ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ โดยที่นักเรียนเลือกวิธีการแก้ปัญหาอย่างเหมาะสม พร้อมทั้งดำเนินการหาผลลัพธ์ของปัญหาตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยมีครูคอยให้คำแนะนำและตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการเพื่อพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เช่น คู่อันดับ กราฟ สมการ

ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ ครูให้นักเรียนพิจารณาถึงความสมเหตุสมผลและความเป็นไปได้ของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ รวมถึงขั้นตอนและกระบวนการในการแก้ปัญหาเมื่อนำกลับมาอธิบายสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง ผลลัพธ์ของคำตอบที่ได้มีความสมเหตุสมผล ถูกต้อง สามารถใช้ได้จริง และเป็นที่ยอมรับหรือไม่ ครูอธิบายขั้นตอนในการวิเคราะห์ รวมถึงคอยสังเกตการณ์ตรวจสอบการวิเคราะห์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนและให้คำแนะนำ

ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ ครูให้นักเรียนลงมือทำตามกระบวนการตั้งแต่ต้นอีกครั้ง เพื่อแก้ไขข้อผิดพลาดหรือเป็นการขยายตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ให้มีความสอดคล้องกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้ทำการสร้างและวิเคราะห์มาแล้ว โดยมีครูเป็นผู้สังเกตการณ์และให้คำแนะนำ

ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ครูให้นักเรียนนำตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งอธิบายผลลัพธ์ที่ได้ รวมถึงการตัดสินใจในการนำตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ไปใช้กับสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง โดยมีครูเป็นผู้สังเกตการณ์ ตรวจสอบและให้คำแนะนำเกี่ยวกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

2. เทคนิคเกมมิฟิเคชัน หมายถึง กระบวนการในกิจกรรมต่าง ๆ ที่นำแนวคิด รูปแบบ กลไกของเกมมาประยุกต์ใช้กับการจัดการเรียนรู้เพื่อกระตุ้นความสนใจ ส่งเสริมการเรียนรู้ การแก้ปัญหา และสร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้ให้กับนักเรียน ทำให้นักเรียนเกิดพฤติกรรมในการเรียนที่เหมาะสม จนสามารถทำงานได้อย่างสำเร็จและมีประสิทธิภาพ ซึ่งองค์ประกอบของเกมมิฟิเคชัน คือ

1) คะแนน (Points) นักเรียนสามารถสะสมคะแนนได้จากการมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ เช่น การตอบคำถาม การทำใบกิจกรรม การทำการบ้าน การทำแบบทดสอบ การส่งงาน/ ส่งการบ้านตรงเวลา การทำภารกิจต่าง ๆ ที่ได้รับมอบหมาย เป็นต้น โดยจำนวนคะแนนที่มอบให้นักเรียนขึ้นอยู่กับข้อตกลงหรือกติกาที่ได้กำหนดไว้

2) ระดับชั้น (Levels) นักเรียนจะต้องมีความพยายามในการมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อสะสมคะแนนให้ครบตามที่กำหนดจึงจะสามารถเลื่อนระดับชั้นของตนเองให้สูงขึ้นได้ตามลำดับ

3) เหรียญตราสัญลักษณ์ (Badges) นักเรียนที่ทำภารกิจที่ได้รับมอบหมายสำเร็จหรือสะสมคะแนนครบตามที่กำหนด จะได้รับเหรียญตราสัญลักษณ์ซึ่งอาจเป็นรางวัลหรือสิทธิพิเศษขึ้นอยู่กับดวงของนักเรียนในการเปิดการ์ด

4) กระดานจัดอันดับ (Leaderboards) นักเรียนแต่ละคนสามารถตรวจสอบคะแนนสะสมของตนเองในแต่ละวันได้จากโปรแกรม Class123

5) ความท้าทาย (Challenge) นักเรียนจะต้องทำใบกิจกรรมที่มีความท้าทาย โดยการร่วมกันคิดหาวิธีในการแก้ปัญหาภายในกลุ่มของตนเองจนสามารถแก้ปัญหาที่กำหนดให้จนสำเร็จ

3. กิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้กระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการแปลงปัญหาจากโลกแห่งความเป็นจริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่อยู่ในรูปแบบสมการหรือกราฟ เป็นกระบวนการที่ใช้ในการกำหนดคำตอบของปัญหา ผ่านการวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหา ซึ่งประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ร่วมกับการนำแนวคิดและกลไกของเกมมิฟิเคชันมาใช้เป็นเครื่องมือในการจัดการเรียนรู้ในขั้นตอนต่าง ๆ ของการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ นักเรียนจะได้สร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จากกิจกรรมที่ครูกำหนดให้ โดยกิจกรรมจะมีความยากเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ เพื่อท้าทาย (Challenge) ความสามารถของนักเรียน ซึ่งในแต่ละขั้นตอนของการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จะมีการให้คะแนน (Points) แก่นักเรียนเป็นรายบุคคล เมื่อนักเรียนมีคะแนนสะสมครบตามจำนวนที่กำหนดจะทำให้นักเรียนมีระดับชั้น (Levels) ที่สูงขึ้นจากเดิม 1 ระดับ ถ้านักเรียนทำภารกิจที่ได้รับมอบหมายสำเร็จหรือใบกิจกรรมสำเร็จครบทุกขั้นตอนจะได้รับเหรียญตราสัญลักษณ์ (Badges) เมื่อนักเรียนได้เหรียญตราสัญลักษณ์จะได้รับสิทธิพิเศษหรือรางวัลตามที่

กำหนด คะแนนทั้งหมดที่ได้จากการทำกิจกรรมในชั้นเรียนจะถูกบันทึกไว้ในโปรแกรม Class123 เพื่อให้นักเรียนได้ติดตามและเห็นคะแนนของตัวเองตลอดเวลา ดังนี้ ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา โดยใช้คะแนนและความท้าทาย ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร โดยใช้คะแนนและความท้าทาย ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้คะแนนและความท้าทาย ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ โดยใช้คะแนน เทรียนตราสัญลักษณ์ และความท้าทาย ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ และขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ โดยใช้คะแนน ระดับชั้น เทรียนตราสัญลักษณ์ กระดานจัดอันดับ และความท้าทาย

4. ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการนำความรู้ ความเข้าใจในกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ยุทธวิธีและประสบการณ์ไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือหาคำตอบอย่างเป็นลำดับขั้นตอน โดยมีองค์ประกอบย่อยดังนี้

1) **การทำความเข้าใจปัญหา** คือ นักเรียนจะต้องมีทักษะในการอ่านโจทย์ปัญหา วิเคราะห์ แปลความหมายทางภาษา ระบุประเด็นปัญหาเพื่อทำความเข้าใจว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ และโจทย์ต้องการให้หาอะไร มีเงื่อนไขของปัญหาหรือไม่

2) **การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์** คือ นักเรียนจะต้องสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ จากสถานการณ์ปัญหาที่ได้วิเคราะห์ไว้ มีการกำหนดตัวแปรให้กับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา เพื่อสร้างออกมาเป็นสมการหรือกราฟที่ต้องการได้

3) **การดำเนินการแก้ปัญหา** คือ นักเรียนจะต้องลงมือปฏิบัติตามแผนที่ได้วางไว้ โดยใช้การดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์หาผลลัพธ์ที่ได้จากการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ จนสามารถหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง

4) **การตรวจสอบคำตอบ** คือ นักเรียนจะต้องตรวจสอบการดำเนินการในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีตรวจสอบคำตอบหรือผลลัพธ์มีความถูกต้อง สอดคล้องกับข้อมูล และเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่ และมีความสมเหตุสมผลหรือไม่

ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจะวัดและประเมินผลจากใบกิจกรรม ระหว่างการจัดการเรียนรู้ และแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังสิ้นสุดการจัดการเรียนรู้ ซึ่งเป็นข้อคำถามที่มีรูปแบบการเขียนตอบอย่างอิสระเช่นเดียวกัน

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ได้แนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิค เกมมิฟิเคชันเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สามารถนำไปใช้หรือนำไปประยุกต์ใช้ตามบริบทที่ต้องการได้

2. ได้แนวทางให้ครูผู้สอนในกลุ่มสาระคณิตศาสตร์และกลุ่มสาระอื่น ๆ ได้นำวิธีการสอนที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์



บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การดำเนินการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ดังรายละเอียดตามหัวข้อต่อไปนี้

1. หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

- 1.1 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้
- 1.2 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
- 1.3 คำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

2. การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

- 2.1 ความหมายของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์
- 2.2 กระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์
- 2.3 ตัวอย่างกิจกรรมหรือสถานการณ์ในการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์
- 2.4 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

3. เกมมิฟิเคชัน

- 3.1 ความหมายของเกมมิฟิเคชัน
- 3.2 องค์ประกอบของเกมมิฟิเคชัน
- 3.3 ประโยชน์ของเกมมิฟิเคชัน
- 3.4 กิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิค

เกมมิฟิเคชัน

4. ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

- 4.1 ความหมายของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 4.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 4.3 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 4.4 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 4.5 แนวทางการพัฒนาทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4.6 การประเมินทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4.7 ความสัมพันธ์ระหว่างการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันกับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

5.1 งานวิจัยภายในประเทศที่เกี่ยวข้อง

5.2 งานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวข้อง

หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ผู้วิจัยได้นำเสนอข้อมูลของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนในงานวิจัยนี้เท่านั้น โดยมีรายละเอียดตามหัวข้อดังต่อไปนี้

1. สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.1

เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการและนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.3

ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 3.1

เข้าใจกระบวนการทางสถิติ และใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา

2. ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น มีความสอดคล้องกับ ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้ แสดงดังตาราง 1

ตาราง 1 แสดงความสอดคล้องของตัวชี้วัดกับสาระการเรียนรู้ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น

สาระ	มาตรฐานการเรียนรู้	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต	มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้	ม.1/2 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับ กราฟในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง ม.1/3 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์เชิงเส้นในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง	- กราฟของความสัมพันธ์เชิงเส้น - สมการเชิงเส้นสองตัวแปร - การนำความรู้เกี่ยวกับสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและกราฟของความสัมพันธ์เชิงเส้นไปใช้ในชีวิตจริง

3. คำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

คำอธิบายรายวิชา

ค21102 คณิตศาสตร์ 2

รายวิชาพื้นฐาน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ภาคเรียนที่ 2 เวลาเรียน 60 ชั่วโมง

จำนวน 1.5 หน่วยกิต

ศึกษา ค้นคว้า วิเคราะห์ อธิบาย ฝึกทักษะ/กระบวนการแก้ปัญหา เกี่ยวกับ

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การเตรียมความพร้อมก่อนรู้จักสมการ สมการและคำตอบของสมการ การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

อัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ อัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ บทประยุกต์

กราฟและความสัมพันธ์ คู่อันดับและกราฟของคู่อันดับ กราฟและการนำไปใช้ และความสัมพันธ์เชิงเส้น

สถิติ คำถามทางสถิติ การเก็บรวบรวมข้อมูล การนำเสนอข้อมูลและการแปลความหมาย ข้อมูล

โดยการจัดประสบการณ์หรือสร้างสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน ศึกษา ค้นคว้า วิเคราะห์ อธิบาย ฝึกทักษะ/กระบวนการแก้ปัญหา โดยการปฏิบัติจริง ทดลอง สรุป รายงาน เพื่อพัฒนาทักษะ กระบวนการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำ ประสบการณ์ด้านความรู้ ความคิด ทักษะและกระบวนการที่ได้ไปใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์

เพื่อพัฒนาทักษะ/กระบวนการในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และ เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และนำประสบการณ์ด้านความรู้ ความคิด ทักษะกระบวนการ ที่ได้ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์ พร้อมทั้งตระหนักในคุณค่า และมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานอย่างมีระบบ มีระเบียบ มีความรอบคอบ มีความ รับผิดชอบ มีวิจารณญาณ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง

ตัวชี้วัด

ค 1.1 - ม.1/3

ค 1.3 - ม.1/1

ค 1.3 - ม.1/2

ค 1.3 - ม.1/3

ค 3.1 - ม.1/1

รวมทั้งหมด 5 ตัวชี้วัด

การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

Mathematical model มีการใช้คำแทนในภาษาไทยหลากหลายคำ เช่น แบบจำลองทาง คณิตศาสตร์ ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ตัวแบบคณิตศาสตร์ แบบจำลองคณิตศาสตร์ โมเดล เชิงคณิตศาสตร์ สมการคณิตศาสตร์ โมเดลทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้เลือกใช้คำ ว่า ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เป็นคำแทน โดยยึดตามการใช้คำแทนของสถาบันส่งเสริมการสอน วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท., 2555)

1. ความหมายของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้ให้ความหมายของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ หรือ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical model) ไว้ว่าเป็นโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ที่ใช้อธิบายลักษณะบางอย่างของสถานการณ์หรือปรากฏการณ์ที่สนใจศึกษา ซึ่งอาจกล่าวง่าย ๆ ว่าเป็นสื่อที่ใช้อธิบายสมมติฐานต่าง ๆ และผลที่ปรากฏในสถานการณ์หรือปรากฏการณ์ที่สนใจศึกษาในรูปแบบของคณิตศาสตร์ ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มีหลากหลาย เช่น สมการ อสมการ กราฟ รูปเรขาคณิต ช่างงาน และแผนภาพต้นไม้ การนำตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มาใช้เป็นการนำคณิตศาสตร์มาช่วยแสดงให้เห็นความสัมพันธ์ขององค์ประกอบต่าง ๆ ที่ปรากฏในสถานการณ์หรือปรากฏการณ์ที่สนใจศึกษา ทั้งนี้เพื่อศึกษาปัจจัยต่าง ๆ ที่มีอิทธิพลต่อกระบวนการเกิดสถานการณ์หรือปรากฏการณ์นั้น ๆ ซึ่งอาจนำไปสู่การหาทางเลือกที่เหมาะสมในการหาคำตอบสำหรับแก้ปัญหาในสถานการณ์หรือปรากฏการณ์ที่สนใจนั้น เรียกกระบวนการที่ใช้ในการหาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ว่า การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical modeling)

ศิริชชรินทร์ ยศสวรินทร์ (2559) ได้ให้ความหมายของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ หรือฟังก์ชันโดยจะมีกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงนั้น แล้วอธิบายสถานการณ์จริงเหล่านั้น

ชนันธร เข้มสุข (2560) ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ หมายถึง สื่อที่ใช้อธิบายสมมติฐานต่าง ๆ และผลที่ปรากฏในสถานการณ์ หรือปรากฏการณ์ที่สนใจศึกษาในรูปแบบของคณิตศาสตร์ ซึ่งรูปแบบของการแก้ปัญหาหรือการหาคำตอบนั้นมีหลากหลาย เช่น สมการ อสมการ กราฟ รูปเรขาคณิต ช่างงาน แผนภาพต้นไม้ เป็นต้น

Dindyal and Berinderjeet (2016) ได้ให้ความหมายของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ไว้ว่าการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ คือ กระบวนการสร้างสูตรและการปรับปรุงตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ให้สามารถเป็นตัวแทนหรือแก้ปัญหาในสถานการณ์จริงได้ ผ่านกระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ นักเรียนจะเรียนเพื่อใช้ความหลากหลายของข้อมูลเพื่อนำเสนอและเลือกใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมที่จะเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริง

Swetz and Hartzler (2017) ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์หรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เป็นสื่อที่ใช้อธิบายสมมติฐานต่าง ๆ และผลที่ปรากฏในสถานการณ์หรือปรากฏการณ์ที่สนใจศึกษาในรูปแบบของคณิตศาสตร์ ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มีหลากหลาย เช่น สมการ อสมการ กราฟ รูปเรขาคณิต ช่างงาน แผนภาพต้นไม้ เป็นต้น

จากความหมายของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า กระบวนการที่ใช้ในการกำหนดคำตอบของปัญหา ผ่านการวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหาเพื่อนำมาสร้างและ

กำหนดตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ โดยการนำเอาความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นการแปลงปัญหาจากโลกแห่งความเป็นจริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งอาจอยู่ในรูปแบบที่หลากหลาย เช่น สมการ อสมการ กราฟ เรขาคณิต ข่ายงาน แผนภาพต้นไม้ เป็นต้น

2. กระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

Henry and McAuliffe (1994 อ้างถึงใน White, 2000) ได้กล่าวไว้ใน State of New South Wales through the Department of Education and Training (n.d.) โดยเป็นการดัดแปลงมาจาก AAMT 1994 Mathematics Week publication กระบวนการสร้างแบบจำลองอธิบายได้ดีที่สุดจากภาพ 1 แม้ว่าจะมีการนำเสนอกระบวนการหลากหลายรูปแบบกระบวนการของการสร้างแบบจำลองส่วนใหญ่จะพูดถึงสิ่งสำคัญในสิ่งเดียวกันอย่างไรก็ตามวิธีการต่าง ๆ ในห้องเรียนอาจจะสามารถแตกต่างกันได้ในแง่ของวัตถุประสงค์และการนำไปใช้

ขั้นที่ 1 ปัญหาในโลกแห่งความเป็นจริง (Real-world problem) หากกล่าวถึงปัญหาที่ควรจะเป็นสิ่งทั่ว ๆ ไปและการให้ข้อมูลมากที่สุดเท่าที่เป็นไปได้ ในขั้นตอนถัดไปของกระบวนการสร้างแบบจำลองนี้จะพิจารณาและรวบรวมสิ่งที่เป็นสิ่งจำเป็น บ่อยครั้งที่ครูจะต้องมีดัดแปลงตัวอย่างจากปัญหาในตำราเรียนเพื่อกระชับข้อมูลเบื้องต้นที่รวบรวมได้

ขั้นที่ 2 การตั้งข้อสันนิษฐาน (Make assumptions) นี้เป็นขั้นหนึ่งที่มีค่าที่สุดของกระบวนการนี้และไม่ควรที่จะดำเนินการอย่างเร่งรีบ ซึ่งในขั้นนี้ประกอบไปด้วยการลงรายละเอียดของความสัมพันธ์ของตัวแปรที่เกี่ยวข้องทั้งหมดและจากนั้นจะพยายามที่ลดความซับซ้อนหรือดัดแปลงรายละเอียดนั้น ในขั้นนี้เห็นได้ชัดว่ามีความจำเป็นเพื่อให้ได้ข้อมูลบางอย่างที่จะเป็นเงื่อนไขเบื้องต้นของปัญหา

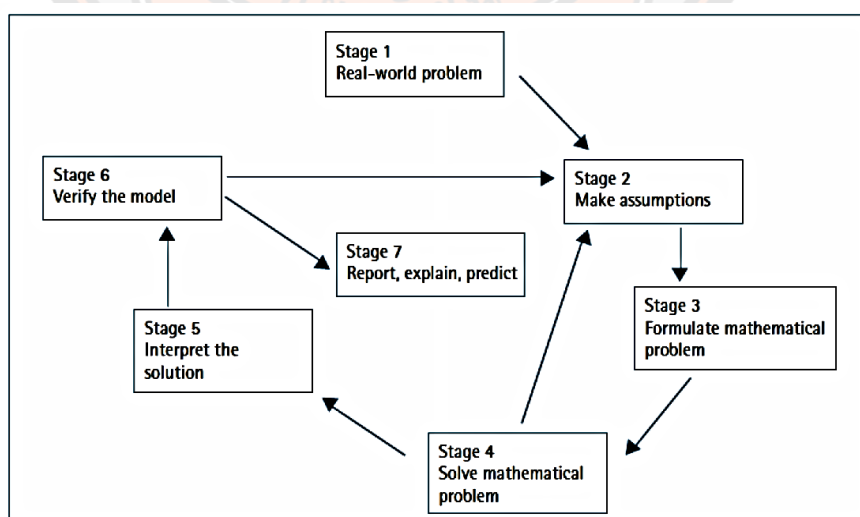
ขั้นที่ 3 การกำหนดปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Formulate mathematical problem) ทางเลือกของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะขึ้นอยู่กับแนวคิดที่ใช้โดยครูและความต้องการของหลักสูตร ถ้าการตัดสินใจของชั้นเรียนขึ้นอยู่กับแบบจำลองที่ไม่สอดคล้องกับแนวคิดของครูแล้ว ครูมีทางเลือกที่จะเข้าไปแทรกแซง (แนวคิดของโครงสร้าง) หรือจะหยุดยั้งจนกว่าจะเสร็จสิ้นวงรอบหนึ่งของขั้นตอนการสร้างแบบจำลอง ครูที่มีตัวเลือกของพีชคณิตในการสร้างแบบจำลองในชั้นเรียนหรือการให้โปรแกรมแผ่นตารางจัดการ (Spread sheet) เพื่อจำกัดแบบจำลองนั้น

ขั้นที่ 4 การแก้ปัญหาที่เป็นปัญหาคณิตศาสตร์ (Solve the mathematical problem) ขั้นนี้จะอธิบายถึงกระบวนการที่ใช้โดยนักเรียนเมื่อประยุกต์ใช้วิธีการที่จะได้รับข้อมูลการใช้ขั้นตอนการสร้างแบบจำลองที่อาจหมายถึงการกลับไปเริ่มต้นยังขั้นสมมติฐานซึ่งเป็นลำดับของการแก้ไขปัญหาที่จะถูกพิจารณา

ขั้นที่ 5 การตีความหมายของวิธีการแก้ปัญหา (Interpret the solution) หลังจากการแก้ปัญหาของพวกเขา นักเรียนจะกลับไปสู่ปัญหา พวกเขาจะต้องตรวจสอบเพื่อยืนยันให้แน่ใจว่าพวกเขาได้ตอบปัญหาภายใต้สมมติฐานที่พวกเขาได้คิดไว้ การตีความควรจะทำให้ความชัดเจนเกิดขึ้นเกี่ยวกับสมมติฐานและเงื่อนไขเบื้องต้น นี่คือขั้นตอนที่สำคัญในการช่วยให้นักเรียนได้ตระหนักว่าการแก้ปัญหานั้นจะเป็นจำกัดด้วยบริบทและไม่ได้เป็นเรื่องง่ายที่จะถ่ายโยงไปยังสถานการณ์อื่น ๆ

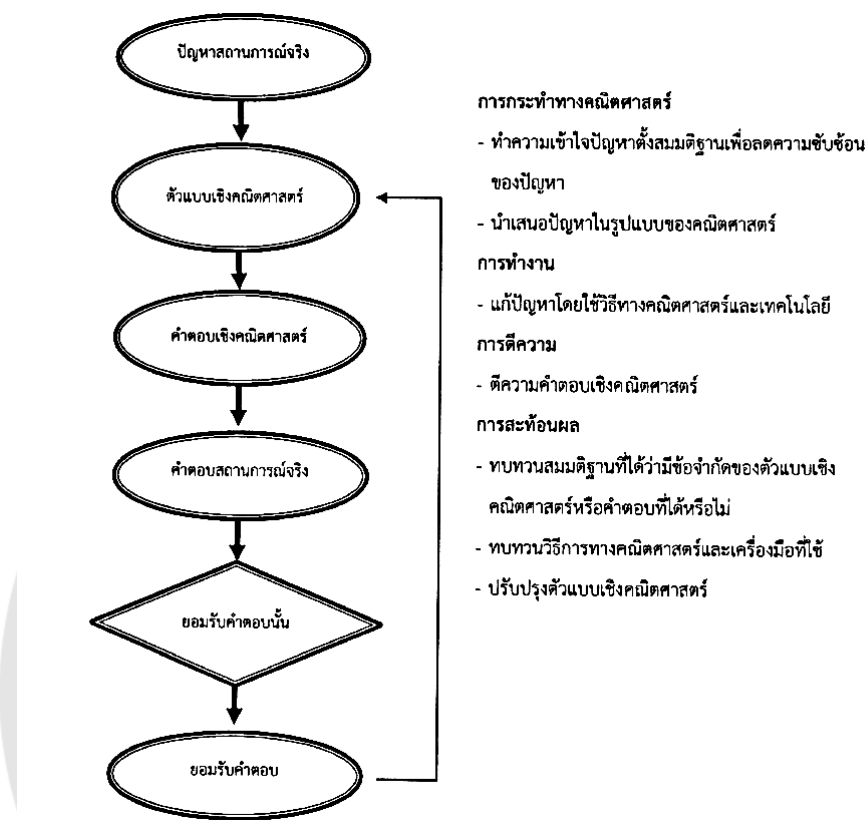
ขั้นที่ 6 ตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลอง (Verify the model) ในขั้นตอนนี้ เป็นทั้งจุดแข็งและจุดอ่อนแบบจำลองที่มีการอภิปรายถึง ซึ่งเกี่ยวข้องกับการสะท้อนคิดให้เห็นถึงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกใช้ กล่าวคือ ทุกแบบจำลองเป็นสิ่งที่ผิด แต่บางแบบจำลองเป็นสิ่งที่มีความประโยชน์ เป็นสิ่งสำคัญในการเตือนที่อันตราย คือ การทำให้ง่ายขึ้นอย่างมากโดยไม่สนใจพื้นฐานของสมมติฐาน แบบจำลองที่ควรจะได้รับประเมินในแง่ของตัวแปรที่ใช้และสิ่งที่มีความสำคัญมากกว่า และสิ่งที่ถูกละเลยตัดออก

ขั้นที่ 7 การรายงาน การอธิบาย การคาดการณ์ (Report, explain, predict) ขั้นนี้เป็นส่วนที่มีคุณค่าของกระบวนการ เป็นประสบการณ์ที่ต้องการของนักเรียนในการใช้ภาษาเพื่อการแสดงออกทางความคิดคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นสิ่งที่เราสะท้อนคิดให้เห็นถึงคุณภาพของการคิดของนักเรียน ควรจะรวมถึงข้อมูลของความคืบหน้าของนักเรียนผ่านขั้นตอนของวงจรที่ดีในการคาดการณ์ครั้งสุดท้ายและคำตอบของพวกเขา โครงสร้างของกระบวนการการสร้างแบบจำลองให้การจัดการกลไกที่ดีสำหรับการรายงานของนักเรียน โดยสามารถเขียนเป็นภาพสรุปได้ดังต่อไปนี้



ภาพ 1 กระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของ Henry & McAuliffe (1994 อ้างถึงใน White, 2000)

Balakrishnan and Goh (2010) ได้เสนอกระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ดังภาพ 2



ภาพ 2 กระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของ Balakrishnan Y. and Goh. (2010)

การกระทำทางคณิตศาสตร์ (Mathematization) คือ กระบวนการจำลองปัญหาในสถานการณ์จริงให้อยู่ในเชิงคณิตศาสตร์ โดยการสร้างสูตรที่เป็นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องการให้นักเรียนเข้าใจปัญหาว่าเป็นปัญหาปลายเปิดหรือปัญหาที่ซับซ้อน นักเรียนต้องการทดสอบจากข้อมูลที่ได้โดยการสร้างสมมติฐานที่เหมาะสมและลดความซับซ้อนของปัญหาว่าจะสามารถแก้ปัญหาได้หรือไม่กับกระบวนการที่มีอยู่ นักเรียนจะใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ และตัวแปรที่มีอยู่แยกแยะปัญหาแล้วนำเสนอปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ โดยการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ขึ้นในรูปของกราฟ รูปฟังก์ชัน หรือสมการ

การทำงานกับคณิตศาสตร์ (Working with mathematics) คือ ความต้องการทำให้นักเรียนเลือกใช้วิธีการและเครื่องมือที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา เมื่อมีสูตรคณิตศาสตร์แล้วนักเรียนอาจจะใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการวิเคราะห์ข้อมูล หรือใช้โปรแกรมคำนวณช่วยในการคำนวณที่ยุ่งยาก สุดท้ายของขั้นตอนนี้นักเรียนจะได้คำตอบ

การตีความ (Interpretation) คือ นักเรียนสามารถเชื่อมโยงคำตอบที่ได้ไปสู่สถานการณ์จริง และคำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่เหมาะสม

การสะท้อนผล (Reflection) คือ นักเรียนสามารถอธิบายตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นได้จากการทบทวนสมมติฐานและข้อจำกัดของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ การเลือกใช้วิธีการหรือเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งจะนำไปสู่การปรับปรุงคำตอบของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

Blum (2011) ได้แสดงกระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ไว้เป็นภาพแสดง ความเชื่อมโยงระหว่างการแปลงปัญหาสถานการณ์ในโลกกับโลกคณิตศาสตร์ โดยได้แบ่ง การดำเนินการออกเป็น 7 ขั้นตอน ดังภาพ 3

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจกับงาน/สถานการณ์ปัญหา โดยต้องสร้างแบบจำลอง สถานการณ์ปัญหาขึ้นมา เพื่อเป็นร่องรอยแสดงความเข้าใจกับสถานการณ์

ขั้นที่ 2 การทำปัญหาให้ง่ายขึ้น โดยการกำหนดตัวแปรต่าง ๆ ตั้งสมมติฐาน สร้างขอบเขตและตีความหมาย เพื่อสร้างข้อตกลงเกี่ยวกับข้อมูลในปัญหาให้ชัดเจน และสร้างแบบจำลองปัญหาจริง

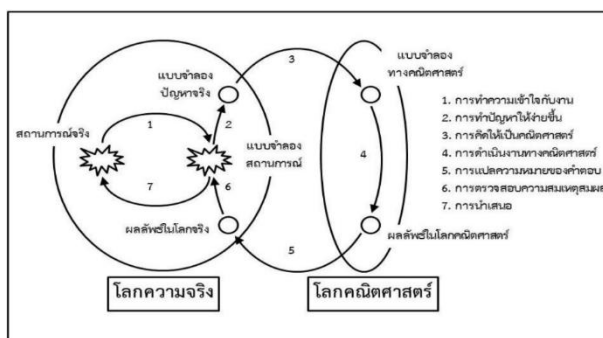
ขั้นที่ 3 การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ โดยการแปลงจากแบบจำลองปัญหาจริงมาสู่แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 4 การดำเนินงานทางคณิตศาสตร์ โดยการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เช่น การคำนวณ การแก้สมการ เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ในโลกคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 5 การแปลความหมายของคำตอบ โดยการแปลงผลลัพธ์ที่ได้จากการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ให้เป็นผลลัพธ์ในโลกจริงตามสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด

ขั้นที่ 6 การตรวจสอบความสมเหตุสมผล โดยการแสดงให้เห็นว่าผลลัพธ์ในโลกจริงที่แปลงมาจากผลลัพธ์ในโลกคณิตศาสตร์นั้น มีความสมเหตุสมผลกันด้วยการอธิบายเหตุผลให้ชัดเจน

ขั้นที่ 7 การนำเสนอ โดยการสรุปผลลัพธ์สุดท้ายที่ผ่านการพิจารณาแล้ว โดยสามารถเขียนเป็นภาพสรุปได้ดังต่อไปนี้



ภาพ 3 กระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของ Blum (2011)

Anhalt and Cortez (2015) ได้กล่าวถึงกระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียดของแต่ละขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหา

(1) ระบุปัญหาที่ได้จากบริบทภายนอก (ส่วนมากจากบริบทชีวิตประจำวัน) ที่ต้องการหาคำตอบหรือสถานการณ์ที่ต้องการเข้าใจและอธิบาย

(2) ทำการค้นหาข้อมูลที่เกี่ยวข้องเพิ่มเติมหากมีความจำเป็น

(3) ทำให้สถานการณ์หรือปัญหานั้นมีความสมเหตุสมผลและเข้าใจคำถาม

ขั้นที่ 2 สร้างและกำหนดตัวแบบ

(1) ระบุข้อมูลที่กำหนดให้ทั้งหมด

(2) ระบุข้อตกลงเบื้องต้นที่จำเป็น

(3) แปลงข้อมูลที่ให้ในปัญหารวมกับข้อตกลงเบื้องต้นไปเป็นปัญหา

เชิงคณิตศาสตร์ที่หาคำตอบได้

(4) ใช้คณิตศาสตร์ที่เหมาะสมสำหรับข้อมูลที่กำหนดให้

ขั้นที่ 3 คำนวณผลเฉลยของตัวแบบ

(1) หาผลเฉลยปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ที่ระบุไว้ในตัวแบบ

(2) วิเคราะห์และทำการดำเนินการในตัวแบบ

(3) ตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นที่ 4 ตีความผลเฉลยและสร้างข้อสรุป

(1) ตีความผลเฉลยเชิงคณิตศาสตร์ในเชิงความหมายศัพท์ตามสถานการณ์

ดั้งเดิม

(2) สร้างข้อสรุปซึ่งผลเฉลยบ่งบอกเกี่ยวกับสถานการณ์ดั้งเดิม

ขั้นที่ 5 ตรวจสอบข้อสรุป

(1) สะท้อนว่าคำตอบเชิงคณิตศาสตร์สมเหตุสมผลในเชิงความหมายของสถานการณ์ดั้งเดิม (เช่น ค่าที่ได้อยู่ในช่วงที่สมเหตุสมผลตามความเป็นจริง)

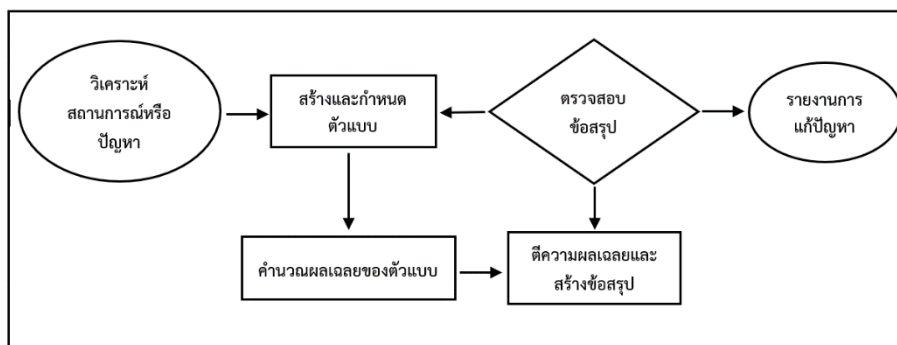
(2) ถ้าข้อสรุปเหมาะสมสอดคล้องพิจารณาว่ามีความถูกต้องรายงานผลเฉลย ถ้าไม่สอดคล้องเหมาะสมหรือต้องมีการปรับปรุงให้กลับไปดำเนินการตั้งแต่ขั้นที่ 2 อีกครั้ง (สร้างและกำหนดตัวแบบ)

ขั้นที่ 6 สร้างและกำหนดตัวแบบใหม่หรือปรับปรุง

(1) ปรับแก้ข้อตกลงเบื้องต้นซึ่งทำตามสิ่งที่เรารู้เกี่ยวกับผลเฉลยแรกและแปลงมันไปเป็นปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ใหม่หรือปรับปรุงปัญหาเดิมที่สามารถหาคำตอบได้

(2) ความรู้คณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องอาจแตกต่างจากครั้งแรกที่เราดำเนินการ

(3) ดำเนินการขั้นต่าง ๆ ได้แก่ คำนวณ ดีความ และตรวจสอบอีกครั้ง โดยสามารถเขียนเป็นภาพสรุปได้ดังภาพ 4



ภาพ 4 กระบวนการสร้างตัวแบบเชิงทางคณิตศาสตร์
ของ Anhalt C.O. and Cortez R. (2015)

GAIMME (2016) คือ กระบวนการจัดการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนได้มีกระบวนการในการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ และนำไปใช้แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ได้แก่

ขั้นที่ 1 ระบุปัญหา ครูเลือกปัญหาในชีวิตจริงมีความใกล้เคียงกับประสบการณ์ของนักเรียนหรือเป็นที่น่าสนใจ และให้นักเรียนทำการตัดสินใจว่านักเรียนจะสามารถประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์กับปัญหานี้ได้หรือไม่ ซึ่งนักเรียนได้ระบุสิ่งที่อยู่ในชีวิตจริงที่ต้องการจะรู้ ต้องการจะทำ หรือต้องการจะเข้าใจที่สัมพันธ์กับสถานการณ์ที่กำหนดให้ ซึ่งจะนำไปสู่การสร้างข้อคำถามของนักเรียน

ขั้นที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร ครูให้นักเรียนเลือกสิ่งที่เป็นส่วนสำคัญในสถานการณ์ และกำหนดความสัมพันธ์และทำการตัดสินใจที่จะเห็นด้วยหรือไม่เห็นด้วยกับความสัมพันธ์นั้นที่กำหนดไว้เพื่อสร้างข้อคำถามสำหรับสถานการณ์ โดยครูมีบทบาทในการให้คำแนะนำ

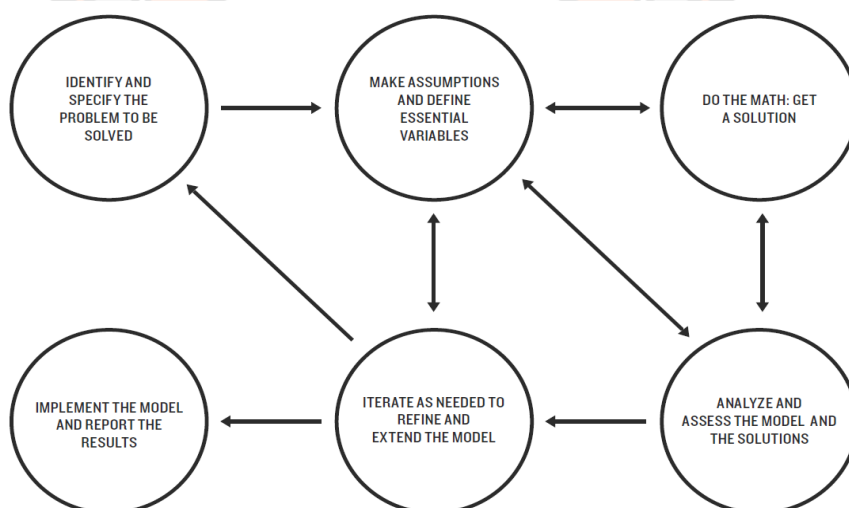
ขั้นที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ครูให้นักเรียนทำการแปลงสถานการณ์ในชีวิตจริงให้เป็นภาษาคณิตศาสตร์ในรูปแบบของตัวแปร รูปแบบทางคณิตศาสตร์นี้จะถูกเรียกว่าเป็น ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์พร้อมทั้งดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาผลลัพธ์

ขั้นที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ ครูให้นักเรียนทำการพิจารณาถึงความสมเหตุสมผลและความเป็นไปได้ของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เมื่อนำกลับมาอธิบายเหตุการณ์ในชีวิตจริง

ขั้นที่ 5 ทำซ้ำ ครูให้นักเรียนลงมือทำกระบวนการใหม่ตั้งแต่ต้นอีกครั้งเพื่อแก้ข้อผิดพลาดของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์หรือเป็นการขยายตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งจะขึ้นอยู่กับความสอดคล้องของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้ทำการสร้างและวิเคราะห์แล้ว

ขั้นที่ 6 ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ครูให้นักเรียนนำตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ไปใช้กับสถานการณ์ พร้อมทั้งรายงานผลของการใช้และผลลัพธ์ที่ได้รวมไปถึงการนำไปใช้กับสถานการณ์ในชีวิตจริง

โดยสามารถเขียนเป็นภาพสรุปได้ดังภาพ 5



ภาพ 5 กระบวนการสร้างตัวแบบเชิงทางคณิตศาสตร์ของ GAIMME (2016)

ผู้วิจัยได้เลือกใช้กระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของ GAIMME (2016) เป็นหลัก เนื่องจากมีขั้นตอนที่เหมาะสมที่จะส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ

3. ตัวอย่างกิจกรรมหรือสถานการณ์ในการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ตัวอย่างสถานการณ์ของกิจกรรมการเรียนรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้นที่มีการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ โดยตัวอย่างสถานการณ์ที่ 1 จะเกี่ยวกับจำนวนเงินของพีและน้อง ตัวอย่างสถานการณ์ที่ 2 จะเกี่ยวกับการวางแผนการจัดการแข่งกีฬาบาสเกตบอล และตัวอย่างสถานการณ์ที่ 3 จะเกี่ยวกับการหาจำนวนวัวและไก่ ดังต่อไปนี้

สถานการณ์ที่ 1 : สามเท่าของจำนวนเงินของน้องน้อยกว่าสองเท่าของจำนวนเงินของพีอยู่ 10 บาท และสามเท่าของจำนวนเงินของพีน้อยกว่าหกเท่าของจำนวนเงินของน้องอยู่ 30 บาท จงหาจำนวนเงินของพีและน้อง

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

สามเท่าของจำนวนเงินของน้องน้อยกว่าสองเท่าของจำนวนเงินของพีอยู่ 10 บาท

สามเท่าของจำนวนเงินของพีน้อยกว่าหกเท่าของจำนวนเงินของน้องอยู่ 30 บาท

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

จำนวนเงินของน้อง

จำนวนเงินของพี

ขั้นที่ 2 สร้างและกำหนดตัวแบบ

ให้ x แทน จำนวนเงินของน้อง (บาท)

y แทน จำนวนเงินของพี (บาท)

จาก สามเท่าของจำนวนเงินของน้องน้อยกว่าสองเท่าของจำนวนเงินของพีอยู่ 10 บาท.

จะได้ $2y - 3x = 10$

และ สามเท่าของจำนวนเงินของพีน้อยกว่าหกเท่าของจำนวนเงินของน้องอยู่ 30 บาท

จะได้

ขั้นที่ 3 คำนวณผลเฉลยของตัวแบบ

$$2y - 3x = 10 \text{ หรือ } 3x - 2y + 10 = 0 \text{ ----- (1)}$$

$$6x - 3y = 30 \text{ หรือ } 3y - 6x + 30 = 0 \text{ ----- (2)}$$

$$\text{นำ (1) } \times 2 \text{ จะได้ } 6x - 4y + 20 = 0 \text{ ----- (3)}$$

$$\text{นำ (2) + (3) จะได้ } -y + 50 = 0$$

$$-y = -50$$

$$y = 50$$

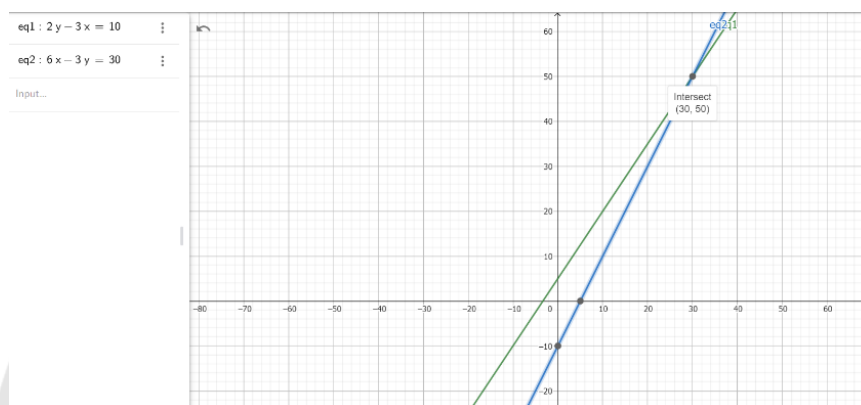
$$\text{แทนค่า } y = 50 \text{ ลงใน (1) จะได้ } 3x - 2y + 10 = 0$$

$$3x - 2(50) + 10 = 0$$

$$\begin{aligned}
 3x - 100 + 10 &= 0 \\
 3x &= 90 \\
 x &= 30
 \end{aligned}$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการนี้ คือ (30, 50)

เขียนกราฟได้ดังนี้



ขั้นที่ 4 ติความผลเฉลยและสร้างข้อสรุป

เนื่องจาก $x = 30$

ดังนั้น จำนวนเงินของน้องเท่ากับ 30 บาท

และ $y = 50$

ดังนั้น จำนวนเงินของพี่เท่ากับ 50 บาท

ขั้นที่ 5 ตรวจสอบข้อสรุป

สามเท่าของจำนวนเงินของน้องน้อยกว่าสองเท่าของจำนวนเงินของพี่อยู่ 10 บาท

จาก $2y - 3x = 10$

จะได้ $2(50) - 3(30) = 10$

$$10 = 10 \quad (\text{จริง})$$

สามเท่าของจำนวนเงินของพี่น้อยกว่าหกเท่าของจำนวนเงินของน้องอยู่ 30 บาท

จาก $6x - 3y = 30$

จะได้ $6(30) - 3(50) = 30$

$$30 = 30 \quad (\text{จริง})$$

ขั้นที่ 6 สร้างและกำหนดตัวแบบใหม่หรือปรับปรุง

(สามารถปรับปรุงตัวแบบให้อยู่ในรูปแบบอื่น ๆ ได้ ให้ดูความสมเหตุสมผลของคำตอบ เพราะการหาคำตอบมีได้หลากหลายรูปแบบ)

สถานการณ์ที่ 2 : ในการแข่งขันกีฬาภายในโรงเรียนสิรินธรในแต่ละปีมีการจำแนกนักกีฬาออกเป็นคณะสี มีกีฬาหลายประเภท รวมถึงกีฬาบาสเกตบอลด้วย คณะกรรมการจัดการแข่งขันจะวางแผนการจัดการแข่งกีฬาบาสเกตบอลอย่างไร ถ้าให้แข่งแบบพบกันหมด โดยโรงเรียนให้แข่งในชั่วโมงที่ 9 ของแต่ละวัน

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหา

1.1 ปัญหาคืออะไร

คณะกรรมการจัดการแข่งขันกีฬาภายในโรงเรียนสิรินธรจะวางแผนการจัดการแข่งกีฬาบาสเกตบอลอย่างไร ถ้าให้แข่งแบบพบกันหมด โดยโรงเรียนให้แข่งในชั่วโมงที่ 9 ของแต่ละวัน

1.2 คำตอบที่ต้องการคืออะไร

จะวางแผนการจัดการแข่งกีฬาบาสเกตบอลอย่างไร

1.3 มีตัวแปรใดบ้างที่เกี่ยวข้อง

ให้ x แทน จำนวนทีมทั้งหมดที่เข้าแข่งขัน

y แทน จำนวนครั้งหรือจำนวนคู่ในการแข่งขัน

ขั้นที่ 2 สร้างและกำหนดตัวแบบ

2.1 สามารถแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรได้อย่างไร

x	y
2	$1 = \frac{2(2-1)}{2}$
3	$3 = \frac{3(3-1)}{2}$
4	$6 = \frac{4(4-1)}{2}$
5	$10 = \frac{5(5-1)}{2}$
6	$15 = \frac{6(6-1)}{2}$
...	...
x	$\frac{x(x-1)}{2}$

2.2 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของปัญหาคืออะไร

ถ้ามีทีมที่เข้าร่วมแข่งขัน x ทีม

$$\text{จะมีการแข่งขันทั้งหมด } y = \frac{x(x-1)}{2} \text{ ครั้ง}$$

ขั้นที่ 3 คำนวณผลเฉลยของตัวแบบ

ถ้าในปีการศึกษา 2559 มีทีมที่เข้าแข่งขัน 6 ทีม

$$\text{จะมีการแข่งขันทั้งหมด } \frac{6(6-1)}{2} = \frac{6(5)}{2} = 15 \text{ ครั้ง}$$

ถ้าในปีการศึกษา 2559 มีทีมที่เข้าแข่งขัน 7 ทีม

$$\text{จะมีการแข่งขันทั้งหมด } \frac{8(8-1)}{2} = \frac{8(7)}{2} = 28 \text{ ครั้ง}$$

ถ้าในปีการศึกษา 2559 มีทีมที่เข้าแข่งขัน 10 ทีม

$$\text{จะมีการแข่งขันทั้งหมด } \frac{10(10-1)}{2} = \frac{10(9)}{2} = 45 \text{ ครั้ง}$$

ขั้นที่ 4 ตีความผลเฉลยและสร้างข้อสรุป

ในแต่ละปีถ้ามีทีมที่เข้าร่วมแข่งขัน x ทีม

$$\text{จะมีการแข่งขันทั้งหมด } \frac{x(x-1)}{2} \text{ ครั้ง}$$

ขั้นที่ 5 ตรวจสอบข้อสรุป

x	y
2	1
3	3
4	6
5	10
6	15
7	21
8	28
9	36
10	45

ขั้นที่ 6 สร้างและกำหนดตัวแบบใหม่หรือปรับปรุง

ถ้าโรงเรียนมีสนามบาสเกตบอลสำหรับแข่งขัน 2 สนาม จะต้องใช้เวลาในการแข่งขันกี่วัน

องค์ประกอบ ของการสร้างตัวแบบ	ผลการดำเนินการ
ขั้นที่ 1 วิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหา	คำตอบที่ต้องการ คือ วางแผนการจัดการแข่งกีฬาบาสเกตบอลอย่างไร ถ้าโรงเรียนมีสนามบาสเกตบอลสำหรับทำการแข่งขัน 2 สนาม กำหนดตัวแปรที่เกี่ยวข้อง คือ ให้ x แทน จำนวนทีมทั้งหมดที่เข้าแข่งขัน y แทน จำนวนครั้งหรือจำนวนคู่ในการแข่งขัน z แทน จำนวนวันที่ใช้ในการจัดการแข่งขัน
ขั้นที่ 2 สร้างและกำหนดตัวแบบ	ถ้ามีทีมที่เข้าร่วมแข่งขัน x ทีม จะมีการแข่งขันทั้งหมด $y = \frac{x(x-1)}{2}$ ครั้ง โดยใช้เวลารจัดการแข่งขันทั้งหมด $z = \frac{y}{2} = \frac{x(x-1)}{4}$ วัน (ถ้าเศษวันให้ปัดเป็น 1 วัน)
ขั้นที่ 3 คำนวณผลเฉลยของตัวแบบ	ถ้าในปีการศึกษา 2559 มีทีมที่เข้าแข่งขัน 6 ทีม จะมีการแข่งขันทั้งหมด $\frac{6(6-1)}{2} = \frac{6(5)}{2} = 15$ ครั้ง ใช้เวลาแข่ง $\frac{15}{2} = 7.5$ หรือ 8 วัน ถ้าในปีการศึกษา 2559 มีทีมที่เข้าแข่งขัน 7 ทีม จะมีการแข่งขันทั้งหมด $\frac{8(8-1)}{2} = \frac{8(7)}{2} = 28$ ครั้ง ใช้เวลาแข่ง $\frac{28}{2} = 14$ วัน ถ้าในปีการศึกษา 2559 มีทีมที่เข้าแข่งขัน 10 ทีม

องค์ประกอบ ของการสร้างตัวแบบ	ผลการดำเนินการ																														
	จะมีการแข่งขันทั้งหมด $\frac{10(10-1)}{2} = \frac{10(9)}{2} = 45 \text{ ครั้ง}$ ใช้เวลาแข่ง $\frac{45}{2} = 22.5$ หรือ 23 วัน																														
ขั้นที่ 4 ตีความผลเฉลยและสร้าง ข้อสรุป	ถ้ามีทีมที่เข้าร่วมแข่งขัน x ทีม จะมีการแข่งขันทั้งหมด $\frac{x(x-1)}{2}$ ครั้ง โดยใช้เวลาจัดการแข่งขันทั้งหมด $\frac{x(x-1)}{4}$ วัน (ถ้าเศษวันให้ปัดเป็น 1 วัน)																														
ขั้นที่ 5 ตรวจสอบข้อสรุป	<table border="1" data-bbox="738 981 1366 1563"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> <th>z</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>2</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td><td>2</td></tr> <tr><td>4</td><td>6</td><td>3</td></tr> <tr><td>5</td><td>10</td><td>5</td></tr> <tr><td>6</td><td>15</td><td>8</td></tr> <tr><td>7</td><td>21</td><td>11</td></tr> <tr><td>8</td><td>28</td><td>14</td></tr> <tr><td>9</td><td>36</td><td>18</td></tr> <tr><td>10</td><td>45</td><td>23</td></tr> </tbody> </table>	x	y	z	2	1	1	3	3	2	4	6	3	5	10	5	6	15	8	7	21	11	8	28	14	9	36	18	10	45	23
x	y	z																													
2	1	1																													
3	3	2																													
4	6	3																													
5	10	5																													
6	15	8																													
7	21	11																													
8	28	14																													
9	36	18																													
10	45	23																													

สถานการณ์ที่ 3 : ลุงสมบัติเลี้ยงวัวกับไก่ไว้จำนวนหนึ่ง เมื่อนับหัวรวมกันได้มากกว่า 16 หัว และนับขา รวมกันได้มากกว่า 60 ขา อยากทราบว่าลุงสมบัติเลี้ยงวัวไว้อย่างน้อยที่สุดกี่ตัว

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหา

1.1 ปัญหาคืออะไร

ลุงสมบัติเลี้ยงวัวกับไก่ไว้จำนวนหนึ่ง เมื่อนับหัวรวมกันได้มากกว่า 16 หัว และนับขา รวมกันได้มากกว่า 60 ขา อยากทราบว่าลุงสมบัติเลี้ยงวัวไว้อย่างน้อยที่สุดกี่ตัว

1.2 โจทย์ต้องการคำตอบอะไร

อยากทราบว่าลุงสมบัติเลี้ยงวัวไว้อย่างน้อยที่สุดกี่ตัว

1.3 มีตัวแปรใดบ้างที่เกี่ยวข้อง

ให้จำนวนวัวทั้งหมด แทนด้วย x ตัว

จำนวนไก่ทั้งหมด แทนด้วย y ตัว

ขั้นที่ 2 สร้างและกำหนดตัวแบบ

1.1 ให้นักเรียนแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปร

ไก่ 1 ตัว มีขา 2 ขา

วัว 1 ตัว มีขา 4 ขา

ดังนั้น จะได้ว่า ถ้านับจำนวนหัวรวมกันได้มากกว่า 16 หัว แสดงว่ามีไก่และวัวรวมกัน
อยู่มากกว่า 16 ตัว

จะได้ $x + y > 16$

และ ถ้านับจำนวนขา รวมกันได้มากกว่า 60 ขา

จะได้ $4x + 2y > 60$

1.2 ให้นักเรียนเขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของปัญหานี้

$x + y > 16$ (จำนวนหัว)

$4x + 2y > 60$ (จำนวนขา)

ขั้นที่ 3 คำนวณผลเฉลยของตัวแบบ

จาก 2.2 ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบของปัญหาดังกล่าว

วัว		ไก่		จำนวน 16 ตัว
จำนวนตัว	จำนวนขา	จำนวนตัว	จำนวนขา	รวมจำนวนขา
0	0	16	32	32
1	4	15	30	34
2	8	14	28	36
3	12	13	26	38
4	16	12	24	40
5	20	11	22	42
6	24	10	20	44
7	28	9	18	46

วัว		ไก่		จำนวน 16 ตัว
จำนวนตัว	จำนวนขา	จำนวนตัว	จำนวนขา	รวมจำนวนขา
8	32	8	16	48
9	36	7	14	50

ขั้นที่ 4 ตีความผลเฉลยและสร้างข้อสรุป

ให้นักเรียนสรุปความหมายของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้

ลูกสมบัติเลี้ยงวัวไว้อย่างน้อย 9 ตัว

ขั้นที่ 5 ตรวจสอบข้อสรุป

ให้นักเรียนตรวจสอบข้อสรุปดังกล่าว

ลูกสมบัติเลี้ยงวัวไว้อย่างน้อย 9 ตัว และเลี้ยงไก่อย่างน้อย 7 ตัว

ขั้นที่ 6 สร้างและกำหนดตัวแบบใหม่หรือปรับปรุง

จากโจทย์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ ให้นักเรียนแสดงวิธีทำขั้นที่ 1 ถึงขั้นที่ 5 เพื่อให้ได้คำตอบ

ลูกสมบัติเลี้ยงวัวกับไก่ไว้จำนวนหนึ่ง เมื่อนับหัวรวมกันได้ 30 หัว และนับขา รวมกันได้ 70

ขา ลูกสมบัติเลี้ยงวัวกับไก่ไว้อย่างละเท่าไร

คำตอบที่ต้องการคือ ลูกสมบัติเลี้ยงวัวกับไก่ไว้อย่างละเท่าไร

ตัวแปรที่เกี่ยวข้อง จำนวนไก่ทั้งหมด แทนด้วย x ตัว

จำนวนวัวทั้งหมด แทนด้วย y ตัว

ดังนั้น สร้างตัวแบบสมการได้ว่า $x + y = 30$ (จำนวนหัว) ----- (1)

$2x + 4y = 70$ (จำนวนขา) ----- (2)

แก้สมการ จากสมการ (1) นำ 2 มาคูณ ตลอดทั้งสองข้างของสมการ จะได้ว่า

$$2x + 2y = 60 \quad \text{----- (3)}$$

(2) - (3) จะได้ $(2x + 4y) - (2x + 2y) = 70 - 60$

$$\text{จะได้ } 2y = 10$$

$$y = 5$$

แทน $y = 5$ ใน (1) จะได้ $x = 25$

ดังนั้น ลูกสมบัติเลี้ยงวัว 25 ตัว และ เลี้ยงไก่ 5 ตัว

จากสถานการณ์ดังกล่าวข้างต้นเป็นตัวอย่างของสถานการณ์ปัญหาที่ต้องใช้ขั้นตอนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เข้ามาช่วยในการแก้ปัญหา เพื่อให้สามารถเข้าใจและวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหานั้นได้อย่างชัดเจนและแก้ปัญหาได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอน

4. บทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ในการจัดการเรียนรู้ต่าง ๆ นั้น สิ่งสำคัญอย่างหนึ่งคือบทบาทของครูที่จะมีผลต่อการเรียนรู้ของนักเรียน ซึ่งผู้วิจัยได้ทำการสืบค้นและรวบรวมดังรายละเอียดดังนี้

วิจารณ์ พานิช (2555) กล่าวไว้ว่า การเรียนการสอนในศตวรรษที่ 21 “ครู” ต้องเปลี่ยนบทบาทเป็น “โค้ช” ด้วย เนื่องจากในปัจจุบัน ความรู้มีมาก ครูจะจัดการอย่างไรเพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ทั้งหมด ผลวิจัยแนะนำว่าให้สอนเฉพาะที่สำคัญ ผู้เรียนสามารถนำความรู้ไปบูรณาการและต่อยอดได้ ส่วนความรู้ที่ไม่ได้สอน ผู้เรียนจะเรียนรู้ได้เอง สิ่งสำคัญในการเรียนการสอนในศตวรรษที่ 21 คือ ต้องเปลี่ยนวิธีการของการศึกษา คือเปลี่ยนเป้าหมายจาก “ให้ความรู้” ไปสู่ “ให้ทักษะ” เปลี่ยนจาก “ครูเป็นหลัก” เป็น “ผู้เรียนเป็นหลัก”

Pollak and Sol (2013) กล่าวว่า การสอนเกี่ยวกับขั้นตอนการสร้างตัวแบบครูต้องมีส่วนร่วมในการกำหนดสถานการณ์ปัญหา การตัดสินใจว่าจะเก็บอะไร และสิ่งที่ต้องทำในการสร้างตัวแบบ ดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับสถานการณ์ จากนั้นตรวจสอบว่าผลลัพธ์มีความหมายกับสถานการณ์เดิมหรือไม่ ปัญหาการสร้างตัวแบบควรเป็นปัญหาจากโลกแห่งความเป็นจริง เราสามารถสอนปัญหาดังกล่าวได้ มีปัญหาที่ติดอยู่รอบ ๆ ตัวเราหลาย ๆ คน การสอนปัญหาการสร้างตัวแบบที่แท้จริงต้องใช้เวลา ตัวอย่างของระบบการศึกษาคณิตศาสตร์ไม่สามารถหาช่วงเวลาทั้งหมด ไม่เคยจัดใน 1 สัปดาห์ เพื่อให้นักเรียนปรึกษาหารือเกี่ยวกับสถานการณ์การสร้างตัวแบบสร้างและกำหนดตัวแบบ หาความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์และจากนั้นตรวจสอบความสำเร็จของสิ่งที่ทำได้ ต้องหลีกเลี่ยงการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ทำให้ชื่อเสียงเป็นเพียงคำศัพท์เฉพาะสำหรับคำศัพท์เก่า ๆ เท่านั้น ต้องหาเวลาที่ต้องใช้ในการสร้างตัวแบบอย่างสมบูรณ์ อาจไม่ใช่ทุกครั้งแต่สามารถมีสามหรือสี่ชั่วโมง ทุกสองสามเดือนในระหว่างที่จะทำตัวแบบเต็มรูปแบบ

Schukajlow et.al. (2015) ได้พัฒนาการเรียนการสอนที่รวมเอาเอกลักษณ์การสอนที่มีคุณภาพไว้ในส่วนที่ 3 มีหลักการ คือ

- (1) คำแนะนำของครูควรเน้นให้นักเรียนหาคำตอบได้อย่างอิสระ
- (2) มีการเปลี่ยนแปลงอย่างเป็นระบบระหว่างการทำงานในกลุ่ม (แต่ละคู่ แต่ละกลุ่ม และแต่ละคน) และกิจกรรมทั้งชั้น (การนำเสนอของนักเรียนและการสะท้อนผล)
- (3) การทำงานของนักเรียนและครูควรฝึกแก้ปัญหา

GAIMME (2016) กล่าวว่า ครูจะมีบทบาทในการจัดระเบียบ ตรวจสอบ จัดกลุ่มใหม่ ซึ่งในขั้นการประเมินนักเรียน ครูจะต้องมีการประเมินนักเรียนโดยที่จะเน้นไปการให้นักเรียนได้อธิบายถึงกระบวนการในการทำ หรือวิธีการทำงานแบบกลุ่มของนักเรียน แต่ว่าผลลัพธ์นั้นสามารถเปลี่ยนแปลงได้เนื่องด้วยนักเรียนมีอิสระในการเลือกตัวแปรเพื่อทำการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ซึ่งส่วนสำคัญที่สุดในการประเมินนักเรียนนั้นอยู่ที่กระบวนการทำงานของนักเรียนและผลลัพธ์ที่ได้ ออกมา โดยแนวทางในการการปฏิบัติที่ดีที่สุดสำหรับครูเพื่อสนับสนุนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ได้แก่ 1) การเลือกหรือพัฒนาปัญหาในการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ 2) การคาดการณ์ถึงคำตอบที่นักเรียนจะตอบ 3) พัฒนากระบวนการที่อำนวยความสะดวกให้นักเรียนสามารถสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ 4) จัดระเบียบในการจัดการเรียนรู้และการดำเนินกิจกรรมของนักเรียน 5) ให้คำแนะนำและให้ความช่วยเหลือแก่นักเรียน 6) ใช้คำถามที่แตกต่างเพื่อช่วยให้นักเรียนมองเห็นปัญหาได้อย่างทันที 7) ให้ความสำคัญในการประเมินกระบวนการให้มากกว่าผลลัพธ์ โดยตัวอย่างคำถามที่ควรใช้นั้น ได้แก่ “คำถามแบบไหนที่นักเรียนคิดว่าเกี่ยวข้องกับสถานการณ์นี้” “มีข้อมูลอะไรบ้างที่สถานการณ์นี้ต้องการ” “นักเรียนคิดว่ามีกลยุทธ์ไหนที่จะสามารถใช้ในการแก้ปัญหา” เป็นต้น

Swetz and Hartzler (2017) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ดังนี้

- (1) ครูจะต้องศึกษาการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ให้มากกว่าวิชาที่สอน
- (2) ครูควรเลือกกิจกรรมตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ให้สอดคล้องกับจุดประสงค์
- (3) ครูควรเลือกเรื่องการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จากบทความที่มีคุณภาพ
- (4) ครูควรตรวจสอบกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เลือกกว่าเป็นกิจกรรมที่สนับสนุนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน
- (5) ครูควรเลือกกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์หนึ่งหรือสองกิจกรรมสำหรับสถานการณ์การสอนที่ส่งเสริมให้นักเรียนนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้
- (6) วิธีการของปัญหานั้นเหมาะสมหรือไม่
- (7) ครูควรศึกษากิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นั้นนักเรียนจะชอบหรือไม่
- (8) ครูจะต้องตรวจสอบกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นั้นมีเทคนิคแนวคิดที่ได้รับการยอมรับ
- (9) ครูจะต้องหากิจกรรมการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์อื่นที่เหมาะสมหรือสร้างกิจกรรมการเรียนรู้ขึ้นมาด้วยตัวของครูเอง

สรุปบทบาทของครูที่จะมีผลต่อการเรียนรู้ของนักเรียน ได้ว่า ในการจัดการเรียนรู้ ครูต้องเปลี่ยนบทบาทเป็นโค้ช คอยชี้แนะแนวทางและให้คำปรึกษากับนักเรียน ให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองได้อย่างถูกต้อง กิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จะต้องออกแบบให้เหมาะสมกับนักเรียน งานวิจัยนี้จะยึดบทบาทของครูตาม GAIMME (2016) ซึ่งมีความสอดคล้องกับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตามแบบเชิงคณิตศาสตร์

เกมมิฟิเคชัน

1. ความหมายของเกมมิฟิเคชัน

Muntean (2011) ได้ระบุว่า เกมมิฟิเคชัน คือ การนำเอารูปแบบของเกมมาใช้กับสิ่งที่ไม่ใช่เกม การให้ผู้เล่นได้มีส่วนร่วมในเกมและได้ความรู้สึกเสมือนจริง ซึ่งสอดคล้องกับที่ได้กล่าวไว้ว่า การนำเอารูปแบบของเกมมาใช้กับสิ่งที่ไม่ใช่เกมนี้คือการให้ผู้เล่นได้รู้สึกเป็นเจ้าของเป็นอันหนึ่งอันเดียวกันกับเกม

Deterding et.al. (2011) ได้ระบุว่า เกมมิฟิเคชัน คือ การนำเอารูปแบบของเกมมาใช้กับสิ่งที่ไม่ใช่เกม เกมมิฟิเคชัน ในด้านการศึกษา คือ การนำเอารูปแบบของเกมมาใช้กับสิ่งที่ไม่ใช่เกม การนำแนวคิดและกลไกของเกมมาประยุกต์ใช้กับสภาพแวดล้อมที่ไม่ใช่เกมสมัยก่อน หากพูดถึงเกมจะดูเหมือนสิ่งที่ไม่ให้ความบันเทิงอย่างเดียว แต่เมื่อเวลาผ่านไป เทคโนโลยีสมัยใหม่ได้เข้ามามีบทบาทกับชีวิตคนเรามากขึ้น จึงได้มีการทำให้เกมเกิดประสิทธิภาพต่อผู้เล่น ไม่ใช่เพื่อความบันเทิงอย่างเดียว แต่ยังสอดแทรกความรู้ทางการศึกษาเข้าไปอีกด้วย

Kapp et.al. (2014) ได้ให้ความหมายของเกมมิฟิเคชัน (Gamification) คือ การนำกลไกของเกมมาเป็นฐานและประยุกต์ใช้ในบริบทที่ไม่ใช่เกม เพื่อสร้างความผูกพัน รั้าความสนใจ ส่งเสริมการเรียนรู้ และการแก้ปัญหา

ชนัดต์ พูนเดช และธนิตา เลิศพรกุลรัตน์ (2558) ได้ให้ความหมาย เกมมิฟิเคชัน คือ การนำเอาหลักการพื้นฐานในการออกแบบเกม กลไกการเล่นเกม มาใช้ในบริบทอื่นที่ไม่ใช่การเล่นเกม โดยแนวคิดนี้เป็นวิธีที่ช่วยเพิ่มความผูกพันแก่ผู้เข้าร่วมกิจกรรม สามารถสร้างแรงจูงใจของนักเรียนได้เป็นอย่างดี

จุฑามาศ มีสุข (2558) ได้ให้ความหมายของเกมมิฟิเคชันไว้ว่า การนำรูปแบบคุณลักษณะที่ทำให้เกมมีความสนุกดึงดูดใจ และน่าสนใจมาประยุกต์ใช้กับกิจกรรมทั่วไปในชีวิตจริง เพื่อกระตุ้นและจูงใจให้บุคคลหรือกลุ่มบุคคลเกิดพฤติกรรมอันจะนำมาซึ่งความสำเร็จของการทำงาน ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

จากความหมายของเกมมิฟิเคชันที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า กระบวนการในกิจกรรมต่าง ๆ ที่นำแนวคิด รูปแบบ กลไกของเกมมาประยุกต์ใช้กับการจัดการเรียนรู้เพื่อกระตุ้นความสนใจ ส่งเสริมการเรียนรู้ การแก้ปัญหา และสร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้ให้กับนักเรียน ทำให้นักเรียนเกิดพฤติกรรมในการเรียนที่เหมาะสมจนสามารถทำงานได้อย่างสำเร็จและมีประสิทธิภาพ

2. องค์ประกอบของเกมมิฟิเคชัน

การศึกษาองค์ประกอบของเกมมิฟิเคชันเป็นส่วนสำคัญที่จะทำให้เราสามารถประยุกต์เกมมิฟิเคชันมาใช้ในกิจกรรมต่าง ๆ โดยเป้าหมายสูงสุดของเกมมิฟิเคชัน คือ ต้องการให้ผู้ใช้งานเกิดพฤติกรรมตามความต้องการ โดยมีนักวิชาการหลายท่านได้ให้องค์ประกอบของเกมมิฟิเคชันไว้ดังนี้

ศาสกร ไหลสกุล (2557) กล่าวว่า หัวใจสำคัญของเกมมิฟิเคชันประกอบด้วย องค์ประกอบ 2 ส่วน ได้แก่

1. กลไกของเกม (Game Mechanics) คือ กฎเกณฑ์และการโต้ตอบต่าง ๆ ในเกมที่จะทำให้เกิดความสุขสนุกสนานเกิดขึ้น ซึ่งสามารถนำไปใช้กับสิ่งที่ไม่ใช่เกมให้เกิดเป็นเกมขึ้นมาได้ ซึ่งจะมีอยู่หลายรูปแบบหรือบางครั้งก็ผสมผสานกัน เช่น คะแนน (Points) ระดับ (Levels) ความท้าทาย (Challenge) สินค้าเสมือน (Virtual goods and spaces) กระดานจัดอันดับ (Leaderboards) การให้ของรางวัล (Gifts and charity) เป็นต้น

2. พลวัตของเกม (Game Dynamics) คือ การขับเคลื่อนของเกมโดยอาศัยพฤติกรรมของมนุษย์ ซึ่งในที่นี้หมายถึงความต้องการพื้นฐานในด้านต่าง ๆ เช่น ความต้องการรางวัล ตอบแทนความต้องการการยอมรับ ความต้องการแข่งขัน

กล่าวได้ว่า องค์ประกอบทั้ง 2 ส่วนนี้มีความสัมพันธ์กัน เช่น การที่มีแต้มสะสม ความท้าทายและสินค้าเสมือน มาช่วยเพิ่มความสุขสนุกสนานในเกม ทำให้เกมขับเคลื่อนไปได้เพราะตอบสนองความต้องการพื้นฐานของมนุษย์ คือ ความต้องการรางวัลตอบแทน ดังที่ศาสกร ไหลสกุล (2557) ได้แสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์กันขององค์ประกอบทั้ง 2 ส่วน แสดงดังตาราง 2

ตาราง 2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความต้องการพื้นฐานของมนุษย์กับกลไกของเกม

ความสัมพันธ์	รางวัล	การยอมรับ	ความสำเร็จ	ความเป็นตัวเอง	การแข่งขัน	การทำเพื่อส่วนรวม
คะแนน	✓	✓	✓		✓	✓
ระดับ		✓	✓		✓	
ความท้าทาย	✓	✓	✓	✓	✓	✓
สินค้าเสมือน	✓	✓	✓	✓	✓	
กระดานจัดอันดับ		✓	✓		✓	✓
การให้ของรางวัล		✓	✓			✓

Kapp et.al. (2014) กล่าวว่าเกมมีพิเคชั่นเป็นการนำเอากลไกของเกมมาสร้างความน่าสนใจในการเรียนรู้ เพื่อสร้างแรงจูงใจและความน่าตื่นเต้นในการเรียนรู้ ทำให้เกิดเป็นสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ที่ดีมีกระบวนการที่ง่ายต่อการเข้าใจในสิ่งที่ซับซ้อน โดยใช้เหตุการณ์ในชีวิตประจำวันในความเป็นจริงมาจัดเป็นกิจกรรมในลักษณะของเกมซึ่งมีองค์ประกอบ ดังนี้

1. เป้าหมาย (Goals) เกมแต่ละชนิดมีวิธีการเล่นที่แตกต่างกัน สิ่งที่มีในทุกเกมคือเป้าหมายของการเล่นเกม อาจจะเป็นการกำหนดถึงการเอาชนะ สามารถแก้ปริศนา หรือผ่านเกณฑ์ที่ผู้ออกแบบเกมกำหนดไว้ ทำให้เกิดความท้าทายที่ช่วยให้ผู้เล่นก้าวไปข้างหน้า เมื่อบรรลุเป้าหมายจึงจะเป็นการจบเกม บางครั้งอาจจะจำเป็นต้องประกอบด้วยเป้าหมายเล็กที่สามารถนำไปสู่เป้าหมายใหญ่ เพื่อให้เกิดการเล่นอย่างต่อเนื่อง โดยไม่จบเกมเร็วเกินไป

2. กฎ กติกา (Rules) เกมจะต้องมีการบอกถึง กฎ กติกา วิธีการเล่น วิธีการให้คะแนน หรือเงื่อนไข โดยอธิบายไว้เพื่อให้ผู้เล่นปฏิบัติตาม ผู้ออกแบบเกมจะต้องเป็นผู้กำหนดกฎต่าง ๆ ให้ชัดเจน

3. ความขัดแย้ง การแข่งขัน หรือความร่วมมือ (Conflict, Competition, or Cooperation) ในการเล่นเกมที่มีความขัดแย้งเป็นการเอาชนะโดยการทำลายหรือขัดขวางฝ่ายตรงข้าม แต่การแข่งขันจะเป็นการเพิ่มประสิทธิภาพของตนเองเพื่อเอาชนะฝ่ายตรงข้าม ส่วนความร่วมมือเป็นการร่วมกันเป็นทีมเพื่อเอาชนะอุปสรรค และบรรลุเป้าหมายที่มีร่วมกัน

4. เวลา (Timer) เป็นสิ่งที่ทำให้เกิดแรงผลักดันในการทำกิจกรรมหรือการดำเนินการ เป็นตัวจับเวลาที่จะทำให้ผู้เล่นเกิดความเครียดและความกดดัน ทำให้เป็นการฝึกฝน

ให้นักเรียนทำงานสัมพันธ์กับเวลา ดังนั้นนักเรียนจะต้องเรียนรู้การจัดการจัดสรรบริหารเวลาซึ่งเป็นปัจจัยความสำเร็จที่สำคัญ

5. รางวัล (Reward) เป็นสิ่งที่ผู้เล่นจะได้รับเมื่อประสบความสำเร็จตามเป้าหมายที่ตั้งไว้ ซึ่งควรมีกระดานจัดอันดับ (Leaderboard) การให้รางวัลเป็นสิ่งสำคัญ เพื่อเป็นการจูงใจให้ผู้เล่นแข่งขันกันทำคะแนนสูง

6. ผลป้อนกลับ (Feedback) เป็นสิ่งที่ทำให้เกิดความคิด การกระทำที่ถูกต้อง หรือการกระทำที่ผิดพลาด เพื่อแนะนำไปในทางที่เหมาะสมต่อการดำเนินกิจกรรม

7. ระดับ (Levels) เป็นสิ่งที่ทำให้เกิดความท้าทายต่อเนื่อง โดยผู้เล่นจะมีความคืบหน้าไปยังระดับที่สูงขึ้น เพื่อให้เกิดเป้าหมาย (Goals) ใหม่ ผู้เล่นจะได้รับความกดดันมากขึ้น ทำให้มีการใช้ประสบการณ์ ทักษะ จากระดับก่อนหน้าไปจนจบเกม บางครั้งระดับไม่จำเป็นต้องเริ่มจากระดับที่ 1 เสมอไป อาจจะมีการเลือกระดับง่าย ปานกลาง หรือยาก เพื่อให้เกิดความเหมาะสมกับความสามารถของผู้เล่นเกม หรือบางครั้งระดับอาจอยู่ในลักษณะของตัวผู้เล่นเอง โดยการใช้การเก็บประสบการณ์ที่มากขึ้น เมื่อเก็บประสบการณ์ถึงจุดหนึ่ง จะเป็นการเลื่อนระดับประสบการณ์ที่สูงขึ้นเรื่อย ๆ ตลอดการเล่นเกม

Robson et al. (2015) ยังได้กล่าวถึงองค์ประกอบของเกมมิฟิเคชันว่ามี 3 องค์ประกอบคือ

1. กลไกของเกมมิฟิเคชัน (Gamification mechanics)

โครงสร้างหลักของเกมที่ประกอบด้วย รูปแบบ วิธีการเล่น กติกา ข้อบังคับของรางวัล เป้าหมายของการเล่น หรือ วิธีการโต้ตอบต่าง ๆ เป็นต้น ซึ่งส่วนประกอบต่าง ๆ เหล่านี้จะทำให้เกิดกิจกรรมต่าง ๆ ขึ้นในเกมโดยกลไกของเกมจะต้องถูกกำหนดก่อนที่ผู้เล่นจะเริ่มเล่นเกม ตัวอย่างกลไกของเกมที่เป็นที่นิยมนำมาใช้ เช่น แด้มสะสม (points) ระดับขั้น (levels) การได้รับรางวัล (rewards) สินค้าเสมือน (virtual goods) กระดานผู้นำ (leaderboards) การให้ของขวัญแก่กัน (gifting and charity) เป็นต้น (Simoes, Redondo and Vilas, 2013)

2. พลวัตของเกมมิฟิเคชัน (Gamification dynamics)

พฤติกรรมหรือปฏิกิริยาตอบสนองของผู้เล่นที่ถูกขับเคลื่อนด้วยการใช้กลไกของเกม ซึ่งพฤติกรรมหรือปฏิกิริยาตอบสนองเหล่านี้พยายามที่จะตอบสนองต่อความต้องการและความปรารถนาพื้นฐานของมนุษย์ ลักษณะของพฤติกรรมความต้องการพื้นฐานของมนุษย์ที่มีในการเล่น เช่น ความต้องการได้รับรางวัลตอบแทน (rewards) ความต้องการการยอมรับ (status/respect) ความต้องการประสบความสำเร็จ (achievement) การแสดงออกถึงความเป็นตัวตนของตนเอง (self-expression) ความต้องการการแข่งขันกัน (competition) และการแสดงความเอื้ออาทร (altruism) ทั้งพลวัตของเกมมิฟิเคชันและกลไกของเกมมิฟิเคชันมีความสัมพันธ์เชื่อมโยงกันอย่างมาก

โดย Bunchball Inc. (2010) ได้เผยแพร่บทความซึ่งกล่าวถึงการเชื่อมโยงระหว่างองค์ประกอบทั้ง 2 แสดงดังตาราง 3 โดยจุดสีดำ หมายถึง กลไกของเกมซึ่งเป็นกลไกหลักที่สามารถตอบสนองความต้องการพื้นฐานของมนุษย์ได้ ในขณะที่จุดสีขาว หมายถึง กลไกของเกมซึ่งไม่ใช่กลไกหลักที่สามารถตอบสนองความต้องการพื้นฐานของมนุษย์

ตาราง 3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความต้องการพื้นฐานของมนุษย์กับกลไกของเกม

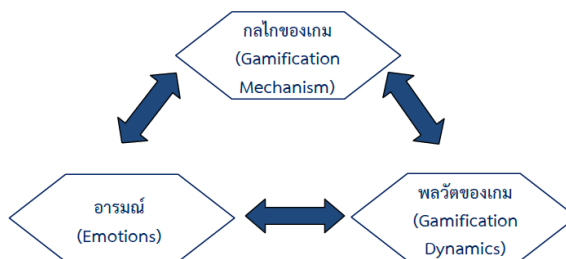
Game mechanics	Human desires					
	Reward	Status	Achievement	Self-expression	Competition	Altruism
Points	●	○	○		○	○
Levels		●	○		○	
Challenges	○	○	●	○	○	○
Virtual goods	○	○	○	●	○	
Leader boards		○	○		●	○
Gifting and charity		○	○		○	●

3. อารมณ์ (Emotions)

อารมณ์และความรู้สึกของผู้เล่นแต่ละคนในขณะที่กำลังเล่นเกม เป็นผลมาจากการขับเคลื่อนด้วยกลไกของเกมและการตอบสนองต่อพลวัตของเกม ลักษณะของอารมณ์ความรู้สึกที่เกิดขึ้นนั้นมีหลายรูปแบบทั้งเชิงบวกและเชิงลบ เช่น ดีใจ เสียใจ ผิดหวัง ตื่นเต้น แปลกประหลาดใจ สนุกสนาน เบื่อหน่าย เป็นต้น การออกแบบเกมมีพิเคชันที่ตื้นนั้น ผู้ออกแบบควรคำนึงถึงองค์ประกอบต่าง ๆ ที่จะส่งผลให้ผู้เล่นเกิดอารมณ์ความรู้สึกสนุกสนานและเพลิดเพลินไปกับการเล่นเกม เพราะอารมณ์ความรู้สึกของผู้เล่นเป็นตัวกระตุ้นที่สำคัญต่อความอยากในการเล่นต่อ และเกิดความผูกพันในเกม

จากองค์ประกอบทั้ง 3 ที่กล่าวมานั้น เป็นสิ่งที่ผู้ออกแบบกิจกรรมตามแนวคิดเกมมีพิเคชันต้องคำนึงถึงซึ่งองค์ประกอบแต่ละส่วนมีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน การสร้าง การแก้ไขหรือเปลี่ยนแปลงองค์ประกอบใดองค์ประกอบหนึ่งย่อมส่งผลต่อองค์ประกอบอื่น ๆ ด้วยเช่นกัน ดังนั้นอาจ

กล่าวได้ว่าความสำเร็จในการนำแนวคิดเกมมิฟิเคชันมาประยุกต์ใช้ย่อมเกิดจากความเข้าใจต่อองค์ประกอบหลักทั้ง 3 ที่ได้กล่าวมา ดังสรุปได้ในภาพ 6



ภาพ 6 ความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบของเกมมิฟิเคชัน

วรวิสุทธิ ภิญโญยาง (2556) ได้อธิบายกลไกของเกมที่เป็นองค์ประกอบของแนวคิดเกมมิฟิเคชัน ไว้ดังนี้

1. คะแนนสะสม (Points) เป็นการสะสมแต้มคะแนนที่ได้กำหนดไว้จากการร่วมทำกิจกรรมต่าง ๆ ซึ่งเป็นเครื่องมือที่ใช้วัดความสำเร็จจากการใช้งาน
2. เหรียญตราสัญลักษณ์ (Badges) เปรียบเสมือนสิ่งที่ยกย่องถึงความสำเร็จบางอย่าง ซึ่งจะได้รับสิ่งพิเศษเหล่านี้ก็ต่อเมื่อปฏิบัติตามกิจกรรมที่กำหนดไว้หรืออาจเป็นเงื่อนไขเพิ่มเติมในการได้มา
3. ระดับขั้น (Level) เป็นการกำหนดให้ผู้เล่นต้องใช้ความพยายามในการเอาชนะ เนื่องจากเกมจะมีระดับความยากที่เพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ หากสามารถเอาชนะได้ก็จะเกิดความภาคภูมิใจขึ้นภายในตัวเอง
4. ตารางอันดับ (Leaderboard) เป็นการแสดงอันดับของผู้เข้าแข่งขันจากการสะสมแต้มคะแนนในช่วงระยะเวลาหนึ่ง เพื่อเป็นตัวกระตุ้นให้เกิดการแข่งขันของผู้ร่วมเล่นในเกม
5. ความท้าทาย (Challenges) เป็นภารกิจที่จะต้องช้ชกชวนเพื่อนรอบข้างให้มาร่วมทำกิจกรรม เพราะส่วนใหญ่เป็นกิจกรรมที่ยากเกินกว่าที่คนเดียวจะสามารถทำได้สำเร็จ

จุฑามาศ มีสุข (2558) กล่าวว่า เกมมิฟิเคชันมีองค์ประกอบที่สำคัญ 5 องค์ประกอบ ดังนี้

1. แนวคิดและกลไกของเกม
2. พฤติกรรมของกลุ่มเป้าหมายที่ต้องการให้เกิดขึ้น
3. กลุ่มเป้าหมาย
4. รางวัลจูงใจ
5. เกณฑ์ในการวัดพฤติกรรม

เมื่อนำองค์ประกอบในแนวคิดต่าง ๆ มาจัดเป็นกลุ่ม จึงอาจจำแนกองค์ประกอบของเกมมิฟิเคชันได้ดังนี้

1. รูปแบบตามเกม เกมมิฟิเคชันมีรูปแบบของเกมเป็นฐาน โดยประยุกต์กลไกและแนวคิดเกี่ยวกับเกมมาใช้เพื่อเพิ่มความสนุกสนานมากยิ่งขึ้น ได้แก่ การสะสมแต้มคะแนน (Score) ตารางคะแนน (Scoreboard) การเลื่อนระดับ (Level) รางวัล (Reward)

2. การจูงใจให้เกิดพฤติกรรม เป็นองค์ประกอบสำคัญของเกมมิฟิเคชันเพื่อจูงใจให้กลุ่มเป้าหมายเกิดพฤติกรรมตามที่ต้องการและมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม ได้แก่ การออกแบบกิจกรรมที่น่าสนใจโดยการกำหนดภารกิจต่าง ๆ และการสร้างความท้าทาย (Challenge) ในการทำกิจกรรมที่มีลักษณะไม่ยากหรือง่ายจนเกินไปเพื่อให้เกิดการแก้ปัญหา

3. การมีปฏิสัมพันธ์ รูปแบบเกมมิฟิเคชันช่วยส่งเสริมความสัมพันธ์ระหว่างกันของกลุ่มเป้าหมาย มีการวางแผนการทำงาน พูดคุยเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดเห็น และมีส่วนช่วยกระตุ้นให้เกิดการมีส่วนร่วมในการแก้ไขปัญหาหรือการดำเนินกิจกรรมต่าง ๆ

จากที่กล่าวมาข้างต้นจึงสรุปได้ว่าองค์ประกอบของเกมมิฟิเคชัน ได้แก่

1) คะแนน (Points) นักเรียนสามารถสะสมคะแนนได้จากการมีส่วนร่วมกับกิจกรรมการเรียนรู้ เช่น การตอบคำถาม การทำใบกิจกรรม การทำการบ้าน การทำแบบทดสอบ การส่งงาน/การบ้านตรงเวลา การทำภารกิจต่าง ๆ ที่ได้รับมอบหมาย เป็นต้น โดยจำนวนคะแนนที่มอบให้นักเรียนขึ้นอยู่กับข้อตกลงหรือกติกาที่ได้กำหนดไว้

2) ระดับชั้น (Levels) นักเรียนจะต้องมีความพยายามในการมีส่วนร่วมกับกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อสะสมคะแนนให้ครบตามที่กำหนดจึงจะสามารถเลื่อนระดับชั้นของตนเองให้สูงขึ้นได้ตามลำดับ

3) เหรียญตราสัญลักษณ์ (Badges) นักเรียนที่ทำภารกิจที่ได้รับมอบหมายสำเร็จหรือสะสมคะแนนครบตามที่กำหนด จะได้รับเหรียญตราสัญลักษณ์ซึ่งอาจเป็นรางวัลหรือสิทธิพิเศษขึ้นอยู่กับครูเป็นผู้กำหนด

4) กระดานจัดอันดับ (Leaderboards) นักเรียนแต่ละคนสามารถตรวจสอบคะแนนสะสมของตนเองในแต่ละวันได้จากโปรแกรม Class123

5) ความท้าทาย (Challenge) นักเรียนจะต้องทำใบกิจกรรมที่มีความท้าทายโดยการร่วมกันคิดหาวิธีในการแก้ปัญหาภายในกลุ่มของตนเองจนสามารถแก้ปัญหาที่กำหนดให้จนสำเร็จ

3. ประโยชน์ของเกมมิฟิเคชัน

การนำเกมมิฟิเคชันมาประยุกต์ในกิจกรรมต่าง ๆ ก่อให้เกิดประโยชน์มากมาย ในที่นี้ขอกล่าวถึงเฉพาะประโยชน์ของเกมมิฟิเคชันในทางการศึกษา ดังนี้

Lee and Hammer (2011) ได้กล่าวถึงประโยชน์การนำเกมมิฟิเคชัน มาประยุกต์ใช้ให้เข้ากับระบบการศึกษา ได้แก่ (1) สถานศึกษาสามารถพัฒนาระบบการเรียนการสอนให้มีศักยภาพมากยิ่งขึ้นได้ (2) ใช้เกมเพื่อสร้างแรงบันดาลใจให้นักเรียน (3) การมีส่วนร่วมในห้องเรียน (4) การกระตุ้นการอยากเรียนรู้ด้วยการให้รางวัลกับนักเรียนที่ทำคะแนนดี (5) สามารถพัฒนาความสามารถของตัวเองได้จากการเรียนรู้ในรูปแบบนี้

สุคนธา ทองรักษ์ (2558) อธิบายว่า เกมมิฟิเคชันช่วยจูงใจให้บุคคลกระตือรือร้นต่อการศึกษาค้นคว้า ทำให้สามารถเรียนรู้ จดจำ เข้าใจ และนำไปใช้ได้ นอกจากนี้ เกมมิฟิเคชันยังช่วยให้การเรียนสิ่งที่ยาก ง่ายขึ้นด้วย

Streck (2013) ได้อธิบายประโยชน์ของเกมมิฟิเคชัน ดังนี้

1. ส่งเสริมการเรียนรู้
2. สร้างแรงจูงใจ
3. ปรับปรุงความสัมพันธ์ของบุคคลในองค์กร
4. ส่งเสริมทักษะการสื่อสาร
5. เสริมสร้างความซื่อสัตย์

จุฑามาศ มีสุข (2558) กล่าวถึงประโยชน์ของเกมมิฟิเคชัน ดังนี้

1. เกมมิฟิเคชันช่วยส่งเสริมกระบวนการเรียนรู้
2. ส่งเสริมกระบวนการคิดแก้ปัญหา
3. ส่งเสริมและสร้างแรงจูงใจแก่บุคคล
4. ส่งเสริม ปรับปรุงและการพัฒนาพฤติกรรม
5. ส่งเสริมพฤติกรรมการมีส่วนร่วมในชั้นเรียน
6. ช่วยพัฒนาความฉลาดทางอารมณ์ของนักเรียน

พิชญะ โชคพล (2558) กล่าวถึงประโยชน์ของเกมมิฟิเคชัน ดังนี้

1. ส่งเสริมการเรียนรู้
2. กระบวนการคิดแก้ปัญหา
3. สร้างแรงจูงใจ
4. ส่งเสริมทักษะทางสังคม
5. ช่วยในการพัฒนาปรับปรุงพฤติกรรม
6. ส่งเสริมการมีส่วนร่วมในชั้นเรียน

7. ช่วยพัฒนาความฉลาดทางอารมณ์ของนักเรียน

จากการศึกษาถึงประโยชน์ของเกมมิฟิเคชันในการเรียนรู้ จากนักการศึกษาหลายท่านที่ได้กล่าวไว้ สามารถสรุปได้ว่าเกมมิฟิเคชันมีประโยชน์ต่อการศึกษาและการจัดการเรียนการสอนดังต่อไปนี้

1. ทำให้นักเรียนมีความสนใจ และใส่ใจในการเรียนมากขึ้น
2. ทำให้นักเรียนเกิดแรงจูงใจในการเรียนรู้ และมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมต่าง ๆ
3. ทำให้นักเรียนมีความสุขสนุกสนานในการเรียน สามารถเรียนรู้ จดจำ เข้าใจ และนำไปใช้ได้
4. ช่วยส่งเสริมกระบวนการเรียนรู้และกระบวนการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนได้

4. กิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน

ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ประกอบด้วย 6 ขั้นตอนกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันที่ประกอบด้วย 5 องค์ประกอบ แสดงดังตาราง 4

ตาราง 4 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน

การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	เทคนิคเกมมิฟิเคชัน
<p>1. ระบุปัญหา ครูเลือกสถานการณ์ปัญหาที่มีความเชื่อมโยงกับชีวิตจริงของนักเรียนหรือเป็นสถานการณ์ปัญหาที่มีความใกล้เคียงกับปัญหาที่นักเรียนเคยพบเจอหรือคุ้นเคย จากนั้นให้นักเรียนตัดสินใจว่าจะนำคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ปัญหานี้ได้อย่างไร นักเรียนจะระบุสิ่งที่ต้องการรู้ ต้องการรู้ หรือต้องการเข้าใจที่มีอยู่ในชีวิตจริง ที่มีความเกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ ผลลัพธ์ที่ได้คือการสร้างข้อคำถาม</p>	<p>1) คะแนน (Points) 5) ความท้าทาย (Challenge)</p>

ตาราง 4 (ต่อ)

การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบ เชิงคณิตศาสตร์	เทคนิคเกมมิฟิเคชัน
<p>2. สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร ครูให้นักเรียนเลือกเครื่องมือที่เป็นส่วนสำคัญในสถานการณ์ปัญหาที่มีอยู่ในชีวิตจริงและระบุความสัมพันธ์ จากนั้นตัดสินใจว่าเห็นด้วยหรือไม่กับความสัมพันธ์นั้นเพื่อนำมาสร้างเป็นข้อความถามในสถานการณ์ปัญหา โดยมีครูเป็นผู้ที่คอยให้คำแนะนำ</p>	<p>1) คะแนน (Points) 5) ความท้าทาย (Challenge)</p>
<p>3. ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ครูให้นักเรียนแปลงปัญหาในชีวิตจริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยรูปแบบของคณิตศาสตร์นี้เรียกว่าตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งดำเนินการหาผลลัพธ์ของปัญหาตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์</p>	<p>1) คะแนน (Points) 5) ความท้าทาย (Challenge)</p>
<p>4. วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ ครูให้นักเรียนพิจารณาถึงความสมเหตุสมผลของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เมื่อแปลงกลับมาเป็นสถานการณ์ในชีวิตจริง ผลลัพธ์ของคำตอบที่ได้มีความสมเหตุสมผล ถูกต้อง สามารถใช้ได้จริง และเป็นที่ยอมรับ</p>	<p>1) คะแนน (Points) 2) เหรียญตราสัญลักษณ์ (Badges) 5) ความท้าทาย (Challenge)</p>
<p>5. ทำซ้ำ ครูให้นักเรียนลงมือทำตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์อีกรอบ เพื่อเป็นการปรับและขยายตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ให้มีความสอดคล้องกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้ทำการสร้างและวิเคราะห์มาแล้ว</p>	<p>-</p>
<p>6. ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ครูให้นักเรียนนำตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งรายงานผลลัพธ์ที่ได้ รวมถึงการตัดสินใจในการนำตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ไปใช้กับสถานการณ์ในชีวิตจริง</p>	<p>1) คะแนน (Points) 2) เหรียญตราสัญลักษณ์ (Badges) 3) ระดับชั้น (Levels) 4) กระดานจัดอันดับ (Leaderboards) 5) ความท้าทาย (Challenge)</p>

ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. ความหมายของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการทางความคิดที่มีความสำคัญ เนื่องจากเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับมนุษย์ในการดำเนินชีวิต และเป็นทักษะที่ต้องมีการฝึกฝนอยู่เสมอ ผู้ที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาได้จะประสบความสำเร็จในการดำเนินชีวิต ดังนั้น บุคคลจึงต้องมีความรู้ในการแก้ปัญหา ได้รับการฝึกหัดในการแก้ปัญหา นอกจากนี้ทักษะการแก้ปัญหายังขึ้นอยู่กับปัจจัยอื่น ๆ เช่น ความสามารถของเขาวัวปัญญา การเรียนรู้และประสบการณ์เดิม เป็นต้น สำหรับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้มีผู้กล่าวไว้ดังนี้

กระทรวงศึกษาธิการ (2552) ได้ให้ความหมายของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่าเป็นความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และอุปสรรคต่าง ๆ ที่เผชิญได้อย่างถูกต้องเหมาะสมบนพื้นฐานของหลักเหตุผล และข้อมูลสารสนเทศ เข้าใจถึงความสัมพันธ์ และการเปลี่ยนแปลงของเหตุการณ์ต่าง ๆ ในสังคม ประยุกต์ความรู้มาใช้ในการป้องกันและแก้ไขปัญหา และมีการตัดสินใจที่มีประสิทธิภาพโดยคำนึงผลกระทบที่เกิดขึ้นต่อตนเอง สังคม และสิ่งแวดล้อม

วันยูนา เซิงตี (2555) ได้ให้ความหมายของ ทักษะการแก้ปัญหา คือ วิธีการที่นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหา วางแผนแก้ปัญหา ลงมือทำตามแผน และตรวจสอบวิธีการและคำตอบ ซึ่งมีหลายวิธีขึ้นอยู่กับโจทย์ปัญหา

พัชรี ปิยภักดิ์ (2555, น.7) กล่าวว่า ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้แก้ปัญหาซึ่งปัญหานั้นอาจเป็นปัญหาที่ไม่คุ้นเคยแต่สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น.77) กล่าวว่า ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการประยุกต์ความรู้ ขั้นตอน หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ กลวิธีและยุทธวิธีการแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่มาใช้ในการแก้ปัญหา

กมลฉัตร กล่อมอิม (2556, น.12) กล่าวว่า ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการนำความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการดำเนินการหาคำตอบของปัญหาด้วยกระบวนการที่เหมาะสมกับปัญหานั้น ได้แก่ การวิเคราะห์ตีความหมายโจทย์ปัญหา วางแผนและกำหนดขั้นตอนการแก้ปัญหา เพื่อให้ได้ข้อสรุปหรือคำตอบของปัญหานั้นอย่างสมเหตุสมผล

จากความหมายของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการนำความรู้ ความเข้าใจ ในกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ยุทธวิธีและประสบการณ์ไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือหาคำตอบ

อย่างเป็นลำดับขั้นตอน โดยที่นักเรียนจะต้องทำความเข้าใจปัญหา วางแผนแก้ปัญหา เลือกยุทธวิธีแก้ปัญหา ลงมือแก้ปัญหา และตรวจสอบวิธีการและคำตอบ

2. ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

Charles and Lester (1982, p.72) ได้จำแนกประเภทของปัญหาและเป้าหมายของการฝึกแก้ปัญหาแต่ละประเภท ดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึก (Dill exercise) เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขั้นตอนวิธีและการคำนวณเบื้องต้น
2. ปัญหาข้อความอย่างง่าย (Simple translation problem) เป็นปัญหาข้อความที่เคยมพบ เช่น ปัญหาในหนังสือเรียน ต้องการฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาขั้นตอนเดียวมุ่งให้ความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดคำนวณ
3. ปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (Complex translation problem) คล้ายกับปัญหาอย่างง่ายแต่เพิ่มเป็นปัญหาที่มี 2 ขั้นตอนหรือมากกว่า 2 ขั้นตอน หรือมากกว่า 2 การดำเนินการ
4. ปัญหาที่เป็นกระบวนการ (Process problem) เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ไม่สามารถเปลี่ยนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ทันที จะต้องจัดปัญหาให้ง่ายขึ้น หรือแบ่งเป็นขั้นตอนย่อย ๆ แล้วหารูปแบบทั่วไปของปัญหา ซึ่งนำไปสู่การคิดและการแก้ปัญหาเป็นการพัฒนายุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อความเข้าใจ วางแผนการแก้ปัญหาและการประเมินผลคำตอบ
5. ปัญหาการประยุกต์ (Applied problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะ ความรู้ มโนคติและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การได้มาซึ่งคำตอบอาศัยวิธีทางคณิตศาสตร์เป็นสำคัญ เช่น การจัดกระทำ การรวบรวม และการแทนข้อมูล และต้องการตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูลในเชิงปริมาณ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ทักษะ กระบวนการ มโนคติ และข้อเท็จจริงในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
6. ปัญหาปริศนา (Puzzle problem) เป็นปัญหาที่บางครั้งได้คำตอบจากการเดา สุ่มไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ มีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหา และเป็นปัญหาที่มองได้หลายแง่มุม ปัญหาปริศนามักเป็นปัญหาลับสมอง ปัญหาท้าทาย ผู้ที่มีทักษะการแก้ปัญหาจะแก้ปัญหาลักษณะนี้ได้ดี

Polya (1985, p.129) ได้แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problem to find) เป็นปัญหาให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการ ซึ่งอาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้ และเงื่อนไข

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem of prove) เป็นปัญหาที่ให้แสดงอย่างสมเหตุสมผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ สมมติฐาน หรือสิ่งที่กำหนดให้และผลสรุปหรือสิ่งที่จะต้องพิสูจน์

Reys, Suydam and Montgomery (1992, p.29) แบ่งปัญหา คณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภทคือ

1. ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาคุ้นเคยในวิธีการหรือในโครงสร้างของปัญหา เช่น อาจเคยพบตัวอย่างเมื่อพบปัญหาจะทราบได้เกือบทันทีว่าจะแก้ปัญหานั้นด้วยวิธีใด ข้อมูลที่กำหนดให้ในปัญหาประเภทนี้มักมีแต่เฉพาะข้อมูลที่จำเป็นและเพียงพอในการหาคำตอบมุ่งเน้นการฝึกทักษะใดทักษะหนึ่งปัญหาประเภทนี้มักพบในหนังสือเรียนทั่วไป

2. ปัญหาที่ไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหานั้นจะต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหาเป็นปัญหาที่มีลักษณะสอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงของชีวิตมากกว่าประเภทแรกข้อมูลที่ปัญหานั้นกำหนดให้ไม่ทั้งจำเป็นและไม่จำเป็นหรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอ วิธีการหาคำตอบอาจมีได้หลายวิธีการ คำตอบก็อาจมีได้มากกว่า 1 คำตอบ

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2550, น.66) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. การแบ่งโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหาสามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท คือ

1.1 ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาที่ให้ค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณจำนวนหรือให้หาวิธีการ คำอธิบายให้เหตุผล

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเท็จ

2. การแบ่งประเภทปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยพิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา ทำให้สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท คือ

2.1 ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหานั้น

2.2 ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหาต้องประมวลผลความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

รุ่งฟ้า จันทจักรภรณ์ (2554, น.8-20) ได้กล่าวว่า นักการศึกษาได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็นประเภทต่าง ๆ โดยพิจารณาจากเกณฑ์ต่อไปนี้

1. พิจารณาจากผู้แก้ปัญหา

1.1 ปัญหาที่คุ้นเคย (Routine Problems) เป็นปัญหาที่นักเรียนมีความคุ้นเคยกับโครงสร้างและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาเหล่านั้น มักพบเห็นเป็นกิจวัตรในโรงเรียนและเมื่อเผชิญปัญหาที่สามารถแก้ปัญหาเหล่านั้นได้ทันที ส่วนมากเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน

1.2 ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (Non-Routine Problems) เป็นปัญหาที่นักเรียนไม่มีความคุ้นเคยกับโครงสร้างและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา มักไม่ค่อยพบบ่อยในโรงเรียน ซึ่งเมื่อต้องเผชิญปัญหาเหล่านั้นทำให้ต้องประมวลผลความรู้ความสามารถเข้าด้วยกันจึงจะแก้ปัญหาได้ ส่วนมากเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน

2. พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา

2.1 ปัญหาให้ค้นหาคำตอบ (Problems to Find an Answer) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนค้นหาคำตอบหรือตัวไม่ทราบค่าซึ่งคำตอบมักอยู่ในรูปปริมาณ หรือให้หาวิธีการและคำอธิบายเหตุผล

2.2 ปัญหาที่ให้พิสูจน์ (Problems to Prove) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนแสดงเหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือข้อความที่เป็นเท็จ

3. พิจารณาจากลักษณะของปัญหา

3.1 ปัญหาขั้นตอนเดียวหรือปัญหาข้อความอย่างง่าย (One Step Problems or Simple Translation Problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนเปลี่ยนข้อความในปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์หรือดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ปัญหาประเภทนี้มักเป็นปัญหาที่มีขั้นตอนเดียวและนักเรียนเคยพบมาก่อนในการเรียนการสอนปกติ เช่น ปัญหาในหนังสือเรียน กลยุทธ์ในการแก้ปัญหามักเป็นการเลือกการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Operation)

3.2 ปัญหาหลายขั้นตอนหรือปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (Multiple-Step Problems or Complex Translation Problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนเปลี่ยนข้อความในปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เช่นกัน แต่เป็นปัญหาที่มีสองขั้นตอนหรือมากกว่าสองขั้นตอน กลยุทธ์ในการแก้ปัญหามักเป็นการเลือกการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

3.3 ปัญหาปลายเปิด (Open-Ended Problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนสร้างคำถามขึ้นมาเอง ปัญหาปลายเปิดจะมีคำตอบที่เปิดกว้างและเป็นไปได้หลายคำตอบ

หรือมีวิธีการและแนวทางในการหาคำตอบได้หลายวิธี ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับสถานะแวดล้อมและวิธีการแก้ปัญหา ปัญหาประเภทนี้จะให้ความสำคัญกับกระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบ ซึ่งทำให้นักเรียนต้องหาคำตอบของปัญหา และต้องอธิบายและแสดงวิธีการที่ได้มาของคำตอบด้วย

3.4 ปัญหาเป็นกระบวนการ (Process Problems) เป็นปัญหาที่ไม่สามารถเปลี่ยนข้อความในปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้ในทันที นักเรียนต้องค้นหาขั้นตอนและกลยุทธ์ในการหาคำตอบก่อน เช่น การวาดรูป การสร้างตารางหรือการแบ่งเป็นขั้นตอนย่อย ๆ และหารูปแบบของปัญหาทั่วไป

3.5 ปัญหาการประยุกต์หรือปัญหาสถานการณ์ (Applied Problems or Situation Problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนใช้ข้อเท็จจริง ความรู้ ทักษะ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ได้กำหนดไว้ในปัญหามาช่วยแก้ปัญหา ส่วนใหญ่มักเป็นปัญหาในชีวิตจริง (Real Life Problems) ซึ่งต้องอาศัยกระบวนการ/วิธีการทางคณิตศาสตร์มาช่วยหาคำตอบ เช่น การรวบรวมข้อมูล การแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ การจัดระบบข้อมูล ประมวลผล/แปลผลข้อมูลและการตัดสินใจ

3.6 ปัญหาปริศนา (Puzzle Problems) เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ เขavnปัญญา และความเฉียบคมมาช่วยแก้ปัญหา ซึ่งบางครั้งอาจไม่จำเป็นต้องใช้เนื้อหาคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งก็ต้องใช้เทคนิคเฉพาะ ปัญหาประเภทนี้เป็นปัญหาที่มองได้หลายแง่มุมและมักเป็นปัญหาลับสมอง ปัญหาท้าทาย ซึ่งผู้มีทักษะการแก้ปัญหาจะแก้ปัญหาประเภทนี้ได้ดี

จากการศึกษาข้างต้นสรุปได้ว่า ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ประเภทใหญ่ ๆ คือ

1. ปัญหาธรรมดา ซึ่งเป็นปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคยกับวิธีการหรือโครงสร้างในการแก้ปัญหา มักเป็นปัญหาที่นักเรียนพบเจอในชีวิตประจำวันหรือชีวิตจริงในชั้นเรียน ซึ่งเป็นปัญหาที่ไม่ซับซ้อน สามารถแก้ปัญหาได้ทันที

2. ปัญหาที่ไม่ธรรมดา ซึ่งเป็นปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคยกับวิธีการหรือโครงสร้างในการแก้ปัญหา มักเป็นปัญหาที่ไม่ค่อยพบเจอในชีวิตประจำวัน ซึ่งเป็นปัญหาที่ซับซ้อนจะต้องใช้ความรู้และประสบการณ์หลาย ๆ อย่างมาช่วยในการแก้ปัญหา และวิธีการการหาคำตอบอาจมีได้หลายวิธีการ คำตอบก็อาจมีได้มากกว่า 1 คำตอบ

ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้นำประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์มาออกแบบสถานการณ์ปัญหาในใบกิจกรรมและแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยในสถานการณ์จะเน้นการใช้สถานการณ์ปัญหาที่มีความน่าสนใจ เป็นปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริงหรือเป็นปัญหาที่คุ้นเคย

หรือเป็นปัญหาใกล้ตัว สถานการณ์มีความหลากหลาย มีทั้งสถานการณ์ที่ซับซ้อนไปจนถึงไม่ซับซ้อน สามารถทำความเข้าใจและแก้ปัญหาได้

3. กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กรมวิชาการ (2545) เสนอขั้นตอนการแก้ปัญหา มีอยู่ 4 ขั้นตอน ประกอบด้วย

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา เป็นขั้นตอนที่ต้องอาศัยทักษะในการอ่านโจทย์ปัญหา ทักษะการแปลความหมายทางภาษา โดยนักเรียนจะต้องแยกแยะว่า โจทย์กำหนดอะไรมาให้และโจทย์ต้องการให้หาอะไร หรือพิสูจน์ข้อความใด

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่สำคัญเพราะต้องอาศัยทักษะในการนำความรู้หลักการหรือทฤษฎีที่เรารู้มาแล้ว ทักษะในการเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสม เช่น การเลือกใช้ การเขียนรูปหรือแผนภาพ ตาราง การสังเกตหารูปแบบหรือความสัมพันธ์ เป็นต้น

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา ต้องอาศัยทักษะในการคิดคำนวณหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ทักษะในการพิสูจน์หรือการอธิบายและแสดงเหตุผล

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ หรือมองย้อนกลับ ในขั้นนี้ต้องอาศัยทักษะในการคำนวณ การประมาณคำตอบ การตรวจสอบผลลัพธ์ที่หาได้โดยอาศัยความรู้สึกเชิงจำนวน หรือความรู้สึกเชิงปริภูมิในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ทิตินา แคมมณี (2552) กล่าวว่า กระบวนการในการแก้ปัญหามีขั้นตอน ดังนี้

(1) การสังเกตให้นักเรียนได้ศึกษาข้อมูล รับรู้และทำความเข้าใจในปัญหาจนสามารถสรุป และตระหนักในปัญหานั้น

(2) การวิเคราะห์ให้นักเรียนได้อภิปราย หรือแสดงความคิดเห็น เพื่อแยกแยะประเด็นปัญหา สภาพ สาเหตุ และลำดับความสำคัญของปัญหา

(3) สร้างทางเลือก ให้นักเรียนแสวงหาทางเลือกในการแก้ปัญหอย่างหลากหลาย ซึ่งอาจมีการทดลอง ค้นคว้า ตรวจสอบ เพื่อเป็นข้อมูลประกอบการทำกิจกรรมกลุ่ม และควรมีการกำหนดหน้าที่การทำงานให้แก่ นักเรียน

(4) เก็บข้อมูลประเมินทางเลือก นักเรียนปฏิบัติตามแผนงานและบันทึกการปฏิบัติงานเพื่อรายงาน และตรวจสอบความถูกต้องของทางเลือก

(5) สรุป นักเรียนสรุปความด้วยตนเอง ซึ่งอาจจัดทำในรูปรายงาน

อัมพร ม้าคนอง (2554, น.41) ได้นำเสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนเข้าใจปัญหาอย่างถ่องแท้ มีการวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหอย่างเป็นระบบและมีประสิทธิภาพ ทำให้ได้คำตอบที่ถูกต้องหรือผลเฉลยที่เป็นเหตุเป็นผลจากการแก้ปัญหา ขั้นตอนของกระบวนการดังกล่าวมี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) ขั้นนี้เป็นขั้นการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา โดยอาจหาว่าสิ่งที่ต้องการทราบคืออะไร ข้อมูลมีอะไรบ้าง เงื่อนไขคืออะไร จะแก้ปัญหามาตามเงื่อนไขได้หรือไม่ เงื่อนไขที่ให้มาเพียงพอที่จะหาสิ่งที่ต้องการหรือไม่ ในขั้นนี้ การวาดภาพ การใช้สัญลักษณ์ การแบ่งเงื่อนไขออกเป็นส่วนย่อย ๆ อาจช่วยให้เข้าใจ

ขั้นที่ 2 การวางแผนงาน (Devising a plan) ขั้นนี้เป็นขั้นการเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลในปัญหากับสิ่งที่ต้องการทราบ หากไม่สามารถเชื่อมโยงได้ทันทีอาจต้องใช้ปัญหาอื่นช่วยเพื่อให้ได้แผนงานแก้ปัญหานั้นที่สุด ผู้แก้ปัญหามักเริ่มต้นด้วยการคิดว่าตนเคยเห็นปัญหาลักษณะนี้จากที่ไหนมาก่อนหรือไม่ หรือเคยเห็นปัญหาในรูปแบบที่คล้ายคลึงกันนี้หรือไม่ จะใช้ความรู้หรือวิธีการใดแก้ปัญหาคงแก้ปัญหานั้นได้บ้าง จะแปลงข้อมูลที่มีอยู่ใหม่เพื่อให้สิ่งที่ต้องการทราบกับข้อมูลที่มีอยู่สัมพันธ์กันมากขึ้นได้หรือไม่ ได้ใช้ข้อมูลและเงื่อนไขที่มีอยู่อย่างเหมาะสมแล้วหรือยัง

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan) ขั้นนี้เป็นการทำงานตามแผนที่วางไว้และมีการตรวจสอบแต่ละขั้นย่อย ๆ ของงานที่ทำว่าถูกต้องหรือไม่ จะแน่ใจได้อย่างไร เป็นการกำกับการทำงานตามแผน

ขั้นที่ 4 การตรวจย้อนกลับ (Looking back) ขั้นนี้เป็นการทำงานตรวจสอบคำตอบหรือเฉลยที่ได้ว่าสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่ และมีความสมเหตุสมผลหรือไม่ ซึ่งอาจครอบคลุมถึงการขยายความคิดจากผลหรือคำตอบที่ได้ และการวิเคราะห์หาวิธีการอื่นในการแก้ปัญหานั้น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น.78) เสนอว่า กระบวนการแก้ปัญหามีอยู่หลากหลาย ในที่นี้จะนำเสนอกระบวนการแก้ปัญหานี้ใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เนื่องจากมีขั้นตอนในการดำเนินการไม่ซับซ้อน ผู้สอนสามารถนำไปใช้ได้อย่างสะดวกในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนจะต้องวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา ในประเด็นต่าง ๆ เช่น คำถามของปัญหาคืออะไร ข้อมูลที่กำหนดให้มีอะไรบ้าง ต้องการข้อมูลใดเพิ่มการวิเคราะห์ปัญหาจะช่วยให้เข้าใจปัญหาชัดเจนมากขึ้น

2. วางแผนการแก้ปัญหานั้น เป็นการคิดวางแผนเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหานั้นโดยใช้ข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์ไว้แล้ว นักเรียนต้องใช้ความรู้และประสบการณ์ในการแก้ปัญหามาประกอบการวางแผน

3. ดำเนินการแก้ปัญหานั้น เป็นการลงมือแก้ปัญหานั้นตามแผนที่วางไว้และการตรวจสอบความถูกต้องหรือความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหานั้น

4. ตรวจสอบการแก้ปัญหา เป็นการประเมินการแก้ปัญหาในภาพรวมทั้งด้านกลวิธี และวิธีการแก้ปัญหา ผลการแก้ปัญหา การตัดสินใจ และการนำไปประยุกต์ใช้รวมถึงการขยายผล การแก้ปัญหาไปสู่การแก้ปัญหาอื่น ๆ

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีขั้นตอนที่สำคัญ 4 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา อาศัยทักษะในการอ่านโจทย์ปัญหา การแปลความหมายทางภาษา ระบุประเด็นปัญหาเพื่อทำความเข้าใจว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้และโจทย์ต้องการให้หาอะไร มีเงื่อนไขของปัญหาหรือไม่ คำตอบของปัญหาอยู่ในรูปแบบใด

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา เป็นการคิดวางแผนเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหา ในสถานการณ์นั้น ๆ อย่างไร เป็นขั้นการเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลในปัญหากับสิ่งที่ต้องการทราบ และเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา เช่น เลือกใช้การสังเกตหาแบบรูปและความสัมพันธ์ แผนภาพหรือกราฟ ตาราง สมการ เป็นต้น

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา เป็นขั้นลงมือปฏิบัติตามแผนที่ได้วางไว้ โดยดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จนสามารถหาคำตอบได้

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบคำตอบ เป็นการตรวจสอบการดำเนินการในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีตรวจสอบคำตอบหรือผลลัพธ์มีความถูกต้อง สอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่ และมีความสมเหตุสมผลหรือไม่

4. ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2555) ได้แบ่งประเภทของยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

- การค้นหาแบบรูป เป็นการวิเคราะห์ปัญหาและค้นคว้าความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีลักษณะเป็นระบบหรือเป็นแบบแผนในสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ แล้วคาดเดาคำตอบซึ่งคำตอบที่ได้จะยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องเมื่อผ่านการตรวจสอบยืนยัน ยุทธวิธีนี้มักจะใช้ในปัญหาที่เกี่ยวข้องกับจำนวนและเรขาคณิต

- การสร้างตาราง เป็นการจัดระบบข้อมูลใส่ในตาราง ตารางที่สร้างขึ้นจะช่วยในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ อันจะนำไปสู่การค้นพบคำตอบหรือข้อชี้แนะอื่น ๆ ตลอดจนช่วยให้ไม่ลืมหรือสับสนในกรณีใดกรณีหนึ่งเมื่อต้องแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา

- การเขียนภาพหรือแผนภาพ เป็นการอธิบายสถานการณ์และแสดงความสัมพันธ์ของปัญหาด้วยภาพหรือแผนภาพ ซึ่งการเขียนภาพหรือแผนภาพจะช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และบางครั้งก็สามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากภาพหรือแผนภาพนั้น

- การแจกแจงที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการจัดระบบข้อมูล โดยแยกเป็นกรณี ๆ ที่เกิดขึ้นทั้งหมด ในการแจกแจงที่เป็นไปได้ทั้งหมดนักเรียนอาจจัดกรณีที่ไม่ใช่ข้อออกก่อน แล้วค่อยค้นหาหรือแบบรูปของกรณีที่เหลืออยู่ ยุทธวิธีนี้จะใช้ได้ดีถ้าปัญหานั้นมีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้แน่นอน บางครั้งเราอาจใช้การค้นหาแบบรูปและการสร้างตารางมาช่วยในการแจกแจงด้วยก็ได้

- การคาดเดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหา กำหนดผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้องมาสร้างข้อคาดเดา แล้วตรวจสอบความถูกต้องของข้อคาดเดานั้น ถ้าการคาดเดาไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่โดยอาศัยประโยชน์จากความไม่ถูกต้องของการคาดเดาในครั้งแรก ๆ เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหาครั้งต่อไป นักเรียนควรคาดเดาอย่างมีเหตุผลและมีทิศทาง เพื่อให้สิ่งที่คาดเดานั้นเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด

- การเขียนสมการ เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดในรูปของสมการหรือสมการ ในการแก้สมการนักเรียนต้องวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา เพื่อพิจารณาว่าข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดให้มีอะไรบ้าง และสิ่งที่ต้องการหาคืออะไร หลังจากนั้นกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ต้องการหาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนดให้ แล้วเขียนสมการหรือสมการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้น ในการหาคำตอบของสมการมักใช้สมบัติของการเท่ากันมาช่วยในการแก้สมการ ซึ่งได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวก และสมบัติการคูณ นอกจากนี้ต้องมีการตรวจสอบคำตอบของสมการตามเงื่อนไขของปัญหา ยุทธวิธีนี้มักใช้กับปัญหาทางพีชคณิต

- การคิดแบบย้อนกลับ เป็นการวิเคราะห์ปัญหาที่พิจารณาจากผลย้อนกลับไปสู่เหตุโดยเริ่มจากข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนสุดท้าย แล้วคิดย้อนกลับเข้าสู่ข้อมูลในขั้นตอนเริ่มต้น การคิดแบบย้อนกลับใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ

- การเปลี่ยนมุมมอง เป็นการเปลี่ยนการคิดหรือมุมมองให้แตกต่างไปจากที่คุ้นเคยหรือการทำตามขั้นตอนที่ละขั้นเพื่อให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น ยุทธวิธีนี้มักใช้ในกรณีที่แก้ปัญหาด้วยวิธีอื่นไม่ได้แล้ว สิ่งสำคัญของยุทธวิธีนี้ก็คือ การเปลี่ยนมุมมองที่แตกต่างไปจากเดิม

- การแบ่งเป็นปัญหาย่อย เป็นการแบ่งปัญหาใหญ่หรือปัญหาที่มีความซับซ้อนหลายขั้นตอนออกเป็นปัญหาย่อย ๆ ซึ่งในการแบ่งเป็นปัญหาย่อยนั้นนักเรียนอาจลดจำนวนของข้อมูลลงหรือเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปที่คุ้นเคยและไม่ซับซ้อน หรือเปลี่ยนให้เป็นปัญหาที่เคยแก้มาก่อนหน้านี้

- การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ เป็นการอธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริงโดยใช้การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหาบางปัญหาเราใช้การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ร่วมกับการคาดเดาและตรวจสอบ การเขียนภาพหรือแผนภาพ จนทำให้

บางครั้งเราไม่สามารถแยกการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ออกจากยุทธวิธีอื่นได้อย่างเด่นชัด ยุทธวิธีนี้มักใช้กับปัญหาทางเรขาคณิตและพีชคณิต

- การให้เหตุผลทางอ้อม เป็นการแสดงหรืออธิบายข้อความที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยการสมมติว่าข้อความที่ต้องการแสดงนั้นเป็นเท็จ แล้วหาข้อขัดแย้ง ยุทธวิธีนี้มักใช้กับปัญหาที่ยากแก่การแก้ปัญหามาโดยตรง และง่ายที่จะหาข้อขัดแย้งเมื่อกำหนดให้ข้อความที่จะแสดงเป็นเท็จ

- การพิจารณาข้อมูล โดยพิจารณาว่าข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอในการแก้ปัญหหรือไม่ หรือข้อมูลที่กำหนดให้นั้นเป็นข้อมูลที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหหรือไม่ ถ้าเป็นข้อมูลที่ไม่งจำเป็นต่อการแก้ปัญหาก็ตัดข้อมูลที่ไม่งจำเป็นหรือไม่เกี่ยวข้องนั้นออก

- การสร้างและใช้แบบจำลอง การสร้างแบบจำลองของปัญหาจะทำให้นักเรียนเข้าใจแก่นแท้ของการดำเนินการที่จำเป็นต่อการแก้ปัญห และการใช้แบบจำลองจะช่วยให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหได้ดีกว่าการวาดภาพสำหรับปัญหาบางปัญหา เนื่องจากสามารถเคลื่อนย้ายได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555: น.11-36) ได้กล่าวว่าในการแก้ปัญหานี้ ๆ นอกจากนักเรียนจะต้องมีความรู้พื้นฐานที่เพียงพอและเข้าใจกระบวนการแก้ปัญหามาแล้ว การเลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาก็เหมาะสมและมีประสิทธิภาพสูงสุดก็เป็นอีกปัจจัยหนึ่งที่ช่วยในการแก้ปัญห ถ้านักเรียนมีความคุ้นเคยกับยุทธวิธีแก้ปัญหามาต่าง ๆ ที่เหมาะสมและหลากหลายแล้ว นักเรียนสามารถเลือกยุทธวิธีเหล่านั้นมาใช้ได้ทันที ยุทธวิธีแก้ปัญหาก็เป็นเครื่องมือสำคัญและสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาก็ดีที่พบบ่อยในคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. การค้นหาแบบรูป เป็นการวิเคราะห์ปัญหาและค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีลักษณะเป็นระบบหรือเป็นแบบรูปในสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ แล้วคาดเดาคำตอบ ซึ่งคำตอบที่ได้จะยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องเมื่อผ่านการตรวจสอบยืนยัน ยุทธวิธีนี้มักใช้ในการแก้ปัญหาก็เกี่ยวกับเรื่องจำนวนและเรขาคณิต การฝึกฝนการค้นหาแบบรูปในเรื่องดังกล่าวเป็นประจำจะช่วยนักเรียนในการพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนและทักษะการสื่อสาร ซึ่งเป็นทักษะที่ช่วยให้นักเรียนสามารถประมาณและคาดคะเนจำนวนที่พิจารณาโดยยังไม่ต้องคิดคำนวณก่อน ตลอดจนสามารถสะท้อนความรู้ความเข้าใจในแนวคิดทางคณิตศาสตร์และกระบวนการคิดของตนได้

2. การสร้างตาราง เป็นการจัดระบบข้อมูลใส่ในตาราง ตารางที่สร้างขึ้นจะช่วยให้วิเคราะห์หาความสัมพันธ์อันจะนำไปสู่การค้นหาแบบรูปหรือข้อชี้แนะอื่น ๆ ตลอดจนให้ไม่หลงลืมหรือสับสนในกรณีใดกรณีหนึ่ง เมื่อต้องแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา

3. การเขียนภาพหรือแผนภาพ เป็นการอธิบายสถานการณ์และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหาด้วยภาพหรือแผนภาพ ซึ่งการเขียนภาพหรือแผนภาพจะช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และบางครั้งก็สามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากภาพหรือแผนภาพนั้น

4. การแจกแจงที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการจัดระบบข้อมูลโดยแยกเป็นกรณี ๆ ที่เกิดขึ้นทั้งหมดในการแจกแจงที่เป็นไปได้ทั้งหมด นักเรียนอาจจัดกรณีที่ไม่ใช่ข้อออกก่อน แล้วค่อย คำนวณระบบหรือแบบรูปของกรณีที่เหลืออยู่ ซึ่งถ้าไม่มีระบบในการแจกแจงที่เหมาะสม ยุทธวิธีนี้ก็จะ ไม่มีประสิทธิภาพ ยุทธวิธีนี้จะใช้ได้ดีถ้าปัญหานั้นมีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้แน่นอน ซึ่งบางครั้งเราอาจ ใช้การค้นหาแบบรูปและการสร้างตารางมาช่วยในการแจกแจงด้วยก็ได้

5. การคาดเดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหา กำหนดผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้อง มาสร้างข้อความคาดการณ์ แล้วตรวจสอบความ ถูกต้องของข้อความคาดการณ์นั้น ถ้าการคาดเดาไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่โดยอาศัยประโยชน์จาก ความไม่ถูกต้องของการคาดเดาในครั้งแรก ๆ เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหาครั้งต่อไป นักเรียนควรคาดเดาอย่างมีเหตุผลและมีทิศทาง เพื่อให้สิ่งที่คาดเดานั้นเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการ มากที่สุด

6. การทำงานแบบย้อนกลับ เป็นการวิเคราะห์ปัญหาที่พิจารณาจากผลย้อนกลับ ไปสู่เหตุ โดยเริ่มจากข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนสุดท้าย แล้วคิดย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อมูลที่ได้ในขั้นตอน เริ่มต้น การคิดแบบย้อนกลับใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ

7. การเขียนสมการ เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดของปัญหา ในรูปของสมการ ซึ่งบางครั้งอาจเป็นสมการก็ได้ในการแก้สมการนักเรียนต้องวิเคราะห์สถานการณ์ ปัญหา เพื่อหาว่าข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดมามีอะไรบ้าง และสิ่งที่ต้องการหาคืออะไร หลังจากนั้น กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ต้องการหาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนดมาให้

8. การเปลี่ยนมุมมอง เป็นการเปลี่ยนการคิดหรือมุมมองให้แตกต่างไปจากที่ ค้นเคยหรือที่ต้องทำตามขั้นตอนทีละขั้น ทั้งนี้เพื่อให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น ยุทธวิธีนี้มักใช้ในกรณี ที่แก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีอื่นไม่ได้ผล สิ่งสำคัญของยุทธวิธีนี้ก็คือ การเปลี่ยนมุมมองที่แตกต่างไปจากเดิม

9. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย เป็นการแบ่งปัญหาใหญ่หรือปัญหาที่มีความซับซ้อน หลายขั้นตอนออกเป็นปัญหาย่อยหรือเป็นส่วน ๆ ซึ่งในการแบ่งเป็นปัญหาย่อยนั้นนักเรียนอาจลด จำนวนของข้อมูลลง หรือเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปที่คุ้นเคยและไม่ซับซ้อน หรือเปลี่ยนให้เป็นปัญหา ที่คุ้นเคยหรือเคยแก้ปัญหามาก่อนหน้านี้

10. การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ เป็นการอธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ใน ปัญหา นั้นว่าเป็นจริง โดยใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหา บางปัญหาให้เหตุผล ทางตรรกศาสตร์ร่วมกับการคาดเดาและตรวจสอบ หรือการเขียนภาพและแผนภาพ จนทำให้บางครั้ง เราไม่สามารถแยกการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ออกจากยุทธวิธีอื่นได้อย่างเด่นชัด ยุทธวิธีนี้มักใช้ บ่อยในปัญหาทางเรขาคณิตและพีชคณิต

11. การให้เหตุผลทางอ้อม เป็นการแสดงหรืออธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยการสมมติว่าข้อความที่ต้องการแสดงนั้นเป็นเท็จ แล้วหาข้อขัดแย้งยุทธวิธีนี้มักใช้กับการแก้ปัญหาที่ยากแก่การแก้ปัญหาโดยตรง และง่ายที่จะหาข้อขัดแย้งเมื่อกำหนดให้ข้อความที่จะแสดงเป็นเท็จ

จากยุทธวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่ายุทธวิธีในการแก้ปัญหามีหลากหลายวิธี ซึ่งแต่ละวิธีมีความแตกต่างกันไป การเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญดังนั้นจึงต้องเลือกใช้ให้เหมาะสมกับสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ ซึ่งมีความคล้ายกับงานวิจัยนี้ คือ จากสถานการณ์ที่กำหนดให้กับนักเรียน นักเรียนแต่ละคนจะมียุทธวิธีในการแก้ปัญหาแตกต่างกันออกไป และยุทธวิธีในการแก้ปัญหามีความเหมาะสมกับสถานการณ์ที่กำหนดให้ โดยในงานวิจัยนี้มียุทธวิธีการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องได้แก่ การเขียนคู่อันดับ การเขียนและอ่านกราฟ และการเขียนสมการจากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ นักเรียนจะต้องวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาเพื่อค้นหาว่าโจทย์กำหนดอะไร และโจทย์ต้องการหาอะไร หลังจากนั้นกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ต้องการหาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนดมาให้ และนำสมการที่ได้มาดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อค้นหาคำตอบ

5. แนวทางการพัฒนาทักษะในการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์

การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหามีความสำคัญอย่างยิ่งที่นักเรียนจะต้องพัฒนาตนเองอยู่เสมอ ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านเสนอแนวทางในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาวไว้ดังนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, น.180-186) กล่าวถึงแนวทางในการส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาวดังนี้

1. ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ หรือการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ เป็นกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ให้นักเรียนมีโอกาสทำงานร่วมมือเป็นทีมหรือเป็นกลุ่มได้ลงมือแก้ปัญหาและการปฏิบัติภารกิจต่าง ๆ จนบรรลุวัตถุประสงค์ที่คาดหวังไว้ได้พูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ได้สื่อสารและนำยุทธวิธีการแก้ปัญหาวที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ ได้สะท้อนความคิดเห็นเกี่ยวกับยุทธวิธีแก้ปัญหาวและกระบวนการแก้ปัญหาวที่กระทำร่วมกัน ตลอดจนได้เรียนรู้ที่จะยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะช่วยให้นักเรียนมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาวที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน กล่าวแสดงหรืออ้างเหตุผลมีทักษะการสื่อสารและทักษะการเข้าสังคม มีความเชื่อมั่นในตนเอง และสามารถเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ได้ ตลอดจนเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้งและจดจำได้นานมากขึ้น ในการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ ครูจะต้องเลือกขนาดของกลุ่มว่าควรเป็นเท่าไร ซึ่งโดยกลุ่มปกติกลุ่มละ 3 - 4 คน เมื่อเลือกขนาดของกลุ่มได้แล้ว ครูควรจัดนักเรียนเข้ากลุ่ม โดยให้แต่ละกลุ่ม

มีนักเรียนที่มีระดับความสามารถเก่ง ปานกลาง และอ่อน อยู่ในกลุ่มเดียวกัน หลังจากนั้นครูควรชี้แจงบทบาทและหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่ม โดยเน้นย้ำว่าทุกคนต้องมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหา เข้าใจงานของกลุ่มและสามารถอธิบายได้ ขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มทำกิจกรรมร่วมกันอยู่ ครูควรมีบทบาทในการตรวจ สอดส่องการทำงานและพฤติกรรมของนักเรียนแต่ละคนคอยสอดแทรก/ขัดจังหวะกระบวนการแก้ปัญหาของกลุ่ม โดยใช้คำถามกระตุ้นเมื่อกลุ่มแก้ปัญหาไม่ได้หรือไม่ตรงประเด็นตอบคำถาม (คำถามของกลุ่มเท่านั้น) และให้คำปรึกษาที่จำเป็น

2. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูอาจเริ่มต้นจากการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาด้วยตนเอง เพราะการแก้ปัญหาแต่ละครั้งจะช่วยให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิดและกระบวนการแก้ปัญหา ได้เรียนรู้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ และสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ ผ่านการแก้ปัญหา

3. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนคิด และนำเสนอแนวคิดของตนอย่างอิสระ ครูอาจเริ่มต้นจากการให้นักเรียนเติมคำตอบเพียงคำตอบเดียว เติมคำตอบสั้น ๆ แล้วค่อยเติมคำตอบเป็นข้อความหรือประโยค และเมื่อนักเรียนคุ้นเคยกับการได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนเองคิดและนำเสนอแนวคิดของตนแล้ว ครูควรให้ลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม เพราะการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มจะช่วยให้นักเรียน ได้มีโอกาสฝึกทักษะการคิด การให้เหตุผล การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอร่วมกับเพื่อนสมาชิกในกลุ่มด้วย

4. ครูควรยอมรับฟังความคิดเห็นของนักเรียนไม่ว่าจะถูกหรือผิด ซึ่งการตอบผิดของนักเรียนจะทำให้ครูได้รู้ว่าข้อผิดพลาดนั้นมาจากไหนและมีมากน้อยเพียงใด ครูไม่ควรย่ำสิ่งที่นักเรียนทำผิดหรือเข้าใจผิด แต่ครูควรซักถาม อธิบายและเปิดอภิปราย เพื่อให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

5. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนเริ่มต้นคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อน เนื่องจากมีนักเรียนจำนวนมากไม่ทราบว่า จะเริ่มต้นคิดแก้ปัญหาอย่างไร จึงรอให้ครูแนะและตั้งคำถามนำ ครูควรตระหนักว่าการถามนามากเกินไป จะทำให้นักเรียนคุ้นเคยกับการคิดเพื่อตอบคำถามครูทีละคำถามต่อเมื่อจนได้คำตอบ โดยไม่คิดหาวิธีแก้ปัญหาที่ครบขั้นตอนหรือกระบวนการด้วยตนเอง

6. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนลงมือปฏิบัติแก้ปัญหตามขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหาขณะดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน ครูควรให้ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แก่นักเรียน เลือกใช้ปัญหาที่ส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินกิจกรรมแล้วสนับสนุนให้นักเรียนคิดและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหตามขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนมีประสบการณ์และคุ้นเคยกับขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง

7. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่มากกว่าหนึ่งยุทธวิธี เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหาแล้ว ครูควรกระตุ้นและสนับสนุนให้นักเรียนคิดหายุทธวิธีแก้ปัญหาที่แตกต่างจากเดิมแล้วให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาอันนั้นหาคำตอบของปัญหาอีกครั้ง เพื่อให้ นักเรียนตระหนักว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งวิธี

8. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนสำรวจ สืบสวน สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบาย และตัดสินข้อสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง ซึ่งอาจเริ่มจากการให้นักเรียนฝึกตั้งคำถามกับตัวเองบ่อย ๆ โดยเป็นคำถามที่ต้องการคำอธิบาย เช่น เพราะเหตุใด ทำไม และอย่างไร แล้วให้นักเรียนลงมือสำรวจ สืบสวน รวบรวมข้อมูล ค้นหาความสัมพันธ์และแบบรูป สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบายและ ตรวจสอบข้อความคาดการณ์ ตลอดจนตัดสินข้อสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง

9. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้ช่องทางการสื่อสารได้มากกว่าหนึ่งช่องทางในการนำเสนอยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหาและนำเสนอยุทธวิธีในกระบวนการแก้ปัญหาแล้ว ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนคิดหาใช้ช่องทางการสื่อสารอื่นที่ใช้ในการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์อีกครั้งเพื่อให้นักเรียนตระหนักว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอได้มากกว่าหนึ่งช่องทางการสื่อสาร

10. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาทั้งในคณิตศาสตร์และในบริบทอื่น ๆ เพราะนักเรียนไม่เพียงมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาหลาย ๆ แบบ แต่นักเรียนยังมีประสบการณ์ในการเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับแนวคิดของศาสตร์อื่นขณะแก้ปัญหาอีกด้วย ซึ่งจะทำให้ นักเรียนเห็นคุณค่าว่าคณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ใช้ในบริบทอื่น ๆ นอกเหนือจากคณิตศาสตร์ได้ และการแก้ปัญหาหลาย ๆ แบบมีคุณค่ามากกว่าการแก้ปัญหาเดียวตลอดเวลา

11. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม โดยอาศัยแนวคิด ยุทธวิธี และกระบวนการแก้ปัญหาจากปัญหาเดิม ซึ่งในการสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติมนี้ จะช่วยให้นักเรียนพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของตนเองได้อย่างหลากหลายและเป็นอิสระ

12. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนรับรู้กระบวนการคิดของตนเอง ตรวจสอบตราความคิด และกระบวนการคิดของตนเองว่า มีสิ่งใดบ้างที่รู้ และมีสิ่งใดบ้างที่ไม่รู้ ตลอดจนสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหาของตนเองออกมาด้วย

13. ครูควรเปิดอภิปรายร่วมกับนักเรียนเกี่ยวกับยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อให้ นักเรียนได้มีความรู้เกี่ยวกับยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ครูควรเป็นผู้นำ

เปิดอภิปรายร่วมกับนักเรียนทั้งชั้นเกี่ยวกับยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาใดที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2555, น.112-114) ได้กล่าวว่าปัจจัยสำคัญสำหรับการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนเกิดการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา คือ ผู้สอน โดยผู้สอนควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียน ดังนี้

1. ผู้สอนควรเตรียมปัญหาที่มีความเหมาะสมตามวัยและพัฒนาการของนักเรียน
2. ผู้สอนควรใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ หรือการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย เนื่องจากกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ ช่วยให้นักเรียนได้พูดคุยแลกเปลี่ยน สื่อสารถึงยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาของตนให้แก่ผู้อื่นได้สะท้อนความคิดเห็นเกี่ยวกับยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาที่กระทำร่วมกันตลอดจนได้เรียนรู้ที่จะยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะช่วยให้นักเรียนมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน กล้าแสดงหรืออ้างอิงเหตุผล มีทักษะการสื่อสารและทักษะการเข้าสังคม มีความเชื่อมั่นในตนเอง และสามารถเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ได้ ตลอดจนเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้ง
3. ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาด้วยตนเอง เพราะการแก้ปัญหาแต่ละครั้งจะช่วยให้นักเรียน ได้ฝึกทักษะการคิดและกระบวนการของการแก้ปัญหา ได้ประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ ผ่านการแก้ปัญหา
4. ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด อธิบายสิ่งที่ตนคิด และนำเสนอแนวคิดของตนอย่างอิสระ รวมทั้งยอมรับฟังความคิดเห็นของนักเรียนไม่ว่าจะถูกหรือผิด ซึ่งการตอบผิดของนักเรียนจะทำให้ผู้สอนได้รู้ว่าข้อผิดพลาดนั้นมาจากไหนและมีมากน้อยเพียงใด ผู้สอนไม่ควรย้ำสิ่งที่นักเรียนทำผิดหรือเข้าใจผิด แต่ผู้สอนควรอธิบายและเปิดประเด็นการอภิปรายเพื่อให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง
5. ผู้สอนควรให้ความรู้และสนับสนุนให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติแก้ปัญหตามขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเลือกใช้ปัญหาที่ส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินกิจกรรม แล้วสนับสนุนให้ผู้เขียนคิดและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหานั้น ๆ เพื่อให้นักเรียนมีประสบการณ์และคุ้นเคยกับขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง
6. ผู้สอนควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งยุทธวิธี เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหาแล้ว ผู้สอนควรกระตุ้นและสนับสนุนให้นักเรียนคิดหายุทธวิธีแก้ปัญหาอื่นที่แตกต่างจากเดิม เพื่อให้นักเรียนตระหนักว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งยุทธวิธี

7. ผู้สอนควรสนับสนุนให้นักเรียนตั้งคำถามกับตัวเอง โดยเป็นคำถามที่ต้องการคำอธิบาย เช่น เพราะเหตุใด ทำไม และอย่างไร แล้วให้นักเรียนลงมือสำรวจ สืบสวน รวบรวมข้อมูล ค้นหาความสัมพันธ์และแบบรูป อธิบาย และตรวจสอบข้อความคาดการณ์ ตลอดจนตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง

8. ผู้สอนควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้ช่องทางการสื่อสารมากกว่าหนึ่งช่องทาง ในการนำเสนอคำตอบและยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา

9. ผู้สอนควรสนับสนุนให้นักเรียนตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม โดยอาศัยแนวคิดยุทธวิธี และกระบวนการแก้ปัญหาจากปัญหาเดิม ซึ่งการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติมนี้จะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของตนเองได้อย่างหลากหลายและเป็นอิสระ

ศศิธร แม้นสงวน (2555, น.171-172) กล่าวว่า แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนอาจจะทำได้โดยให้นักเรียนฝึกการวิเคราะห์ และทำความเข้าใจปัญหา วางแผนการทำงาน ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ และมีการตรวจสอบคำตอบและความสมเหตุสมผล ในกระบวนการแก้ปัญหาอาจใช้เทคนิคต่าง ๆ ประกอบการคิด เช่น การทำผังความคิด การทำแผนภูมิ การทำตาราง การคิดย้อนกลับ การวาดภาพ ในการจัดการเรียนรู้ครูจะต้องให้โอกาสนักเรียนได้มีโอกาสคิดด้วยตนเองให้มาก โดยจัดสถานการณ์หรือปัญหา หรือเกมที่น่าสนใจ ท้าทายความคิด ครูจะต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับนักเรียนในแต่ละกลุ่ม อาจต้องใช้ปัญหาที่ซับซ้อนหรือมากกว่าที่กำหนดไว้ในหลายหลักสูตร ในการพัฒนานักเรียนให้มีทักษะกระบวนการแก้ปัญหา ครูต้องสร้างพื้นฐานให้นักเรียนเกิดความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ได้แก่

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา ซึ่งนักเรียนจะต้องมีทักษะการแปลความหมายทางภาษา การอ่านโจทย์ปัญหา เพราะถ้านักเรียนอ่านแล้วแปลความหมายไม่ได้ก็ไม่สามารถวิเคราะห์ปัญหาได้ นักเรียนควรจะต้องแยกแยะสิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ต้องการได้

2. ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่สำคัญที่สุดที่ต้องอาศัยความรู้ความเหมาะสมในการวางแผนแก้ปัญหา เช่น การเขียนแผนภาพ ตาราง การสังเกตหาแบบรูปหรือการหาความสัมพันธ์ในบางปัญหาอาจใช้การคาดการณ์ การคาดเดาคำตอบ ครูต้องสอนขั้นตอนนี้ให้มาก

3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา ต้องอาศัยการคิดคำนวณหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ทักษะในการพิสูจน์หรือการอธิบายและแสดงเหตุผล

4. ขั้นตรวจสอบหรือการคิดย้อนกลับ ต้องอาศัยในการคำนวณ การประมาณ คำตอบ การตรวจสอบผลลัพธ์ที่หาได้โดยอาศัยความรู้เชิงจำนวนหรือความรู้เชิงปริภูมิในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ในการจัดการเรียนรู้ ครูสามารถใช้กิจกรรมเพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้้อย่างค่อยเป็นค่อยไป โดยกำหนดประเด็นให้คิดหาคำตอบเป็นลำดับเรื่อยไป จนนักเรียนสามารถหาคำตอบได้

อุษาวดี จันทรสนธิ (2556, น.72–78) ได้อธิบายแนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยนำขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยามาเป็นแนวทางในการนำเสนอ ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการเข้าใจปัญหา

1.1 การพัฒนาทักษะการอ่าน การจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาทักษะการอ่านสามารถกระทำได้ในชั่วโมงคณิตศาสตร์โดยเฉพาะเมื่อถึงตัวอย่างหรือแบบฝึกหัดเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหา ครูยังไม่ควรเริ่มต้นโดยมุ่งไปที่วิธีการทำเพื่อหาคำตอบของปัญหาเลยทีเดียว แต่ควรต้องใช้เวลาในการฝึกการอ่าน และทำความเข้าใจข้อความในโจทย์ปัญหาก่อน โดยอาจฝึกเป็นรายบุคคลหรือฝึกเป็นกลุ่มย่อย โดยอภิปรายร่วมกันถึงสาระสำคัญของโจทย์ปัญหา ความเป็นไปได้ของคำตอบที่ต้องการ ความพอเพียง หรือความเกินพอของข้อมูลที่กำหนดให้

1.2 การใช้กลวิธีช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ มีกลวิธีหลายประการที่ช่วยให้นักเรียนสามารถเข้าใจปัญหาได้ชัดเจนขึ้น

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา ดังนี้

2.1 ครูไม่ต้องบอกวิธีแก้ปัญหากับนักเรียนโดยตรง แต่ควรใช้วิธีกระตุ้นให้นักเรียนคิดด้วยตนเอง

2.2 ส่งเสริมให้นักเรียนคิดออกมามาก ๆ โดยพูดให้ผู้อื่นทราบทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

2.3 สร้างลักษณะนิสัยของนักเรียนให้คิดวางแผนก่อนลงมือทำเสมอ

2.4 จัดปัญหามาให้นักเรียนฝึกคิดบ่อย ๆ ซึ่งจะต้องเป็นปัญหาที่ท้าทาย น่าสนใจเหมาะกับความสามารถของนักเรียน ถ้าปัญหาง่ายเกินไปอาจไม่เป็นที่สนใจของนักเรียนที่เรียนเก่ง แต่อาจจะช่วยกระตุ้นความสนใจของนักเรียนที่เรียนอ่อน เพราะเขาได้มีโอกาสประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาได้เช่นกัน ถ้าปัญหานั้นเกินความสามารถของนักเรียนอาจมีส่วนทำให้นักเรียนเกิดความท้อถอยไม่ยอมคิด การให้นักเรียนได้มีโอกาสในการแก้ปัญหาลด ๆ ทำให้ได้ฝึกการวางแผน และได้มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาโดยยุทธวิธีต่าง ๆ ที่หลากหลาย สามารถพิจารณาเลือกเพื่อนำไปใช้ในการวางแผนแก้ปัญหาใหม่ ๆ ได้

2.5 ในการแก้ปัญหาแต่ละปัญหาควรส่งเสริมให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหามากกว่า 1 รูปแบบ

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน หลังจากทำความเข้าใจปัญหาและวางแผนแก้ปัญหาแล้ว ขั้นตอนต่อไปของการแก้ปัญหาคือ การลงมือแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ การวางแผนเป็นการจัดลำดับขั้นตอนอย่างคร่าว ๆ ไม่ละเอียดชัดเจนนักในขั้นดำเนินการตามแผน นักเรียนต้องตีความ ขยายความ นำแผนไปสู่การปฏิบัติอย่างละเอียดชัดเจน

ตามลำดับขั้นตอน ความสามารถดังกล่าวนี้สามารถสร้างให้เกิดขึ้นได้อย่างซ้ำ ๆ ในตัวนักเรียนจากการทำโจทย์ปัญหาในแบบฝึกหัดนั่นเอง โดยการฝึกให้นักเรียนวางแผนลำดับความคิดก่อนแล้วค่อยลงมือทำ แสดงวิธีการหาคำตอบตามลำดับความคิดนั้น ครูสามารถสร้างกิจกรรมเพื่อปลูกฝังและฝึกฝนการใช้ความคิดในการให้เหตุผลของนักเรียนจากกิจกรรมการเรียนการสอนทั่วไป เช่น การสร้างโจทย์ปัญหาที่ต้องการการตัดสินใจ ต้องการคำอธิบายนอกเหนือไปจากโจทย์ปัญหาที่มีคำตอบเป็นปริมาณ

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบ ชั้นตรวจสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ครอบคลุมประเด็น 2 ประเด็น ประเด็นแรก คือ การมองย้อนกลับไปที่ย้อนก่อนการแก้ปัญหา ตั้งแต่ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผน และขั้นดำเนินการตามแผน โดยพิจารณาความถูกต้องของกระบวนการและผลลัพธ์ รวมทั้งการพิจารณาวิธีอื่นในการแก้ปัญหา ประเด็นที่สอง เป็นการมองไปข้างหน้า เป็นการใช้ประโยชน์จากกระบวนการแก้ปัญหาที่เพิ่งสิ้นสุดลงนั้นทั้งในส่วนเนื้อหาและกระบวนการโดยสร้างสรรค์ปัญหาที่เกี่ยวข้องความสัมพันธ์ขึ้นมาใหม่การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาที่มีแนวทาง ดังนี้

4.1 กระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบที่ได้ให้เคยชินจนเป็นนิสัยในการทำแบบฝึกหัดเมื่อได้คำตอบแล้ว นักเรียนไม่ควรพึงพอใจอยู่เพียงเท่านั้น แต่จะต้องตรวจสอบความถูกต้องทั้งในส่วนที่เป็นกระบวนการและคำตอบที่ได้

4.2 ฝึกให้นักเรียนคาดคะเนคำตอบ สำหรับปัญหาหรือแบบฝึกหัดที่มีการคิดคำนวณ เมื่อนักเรียนวางแผนแก้ปัญหาเรียบร้อยแล้ว ก่อนลงมือคิดคำนวณควรฝึกให้นักเรียนกะประมาณคาดคะเนคำตอบก่อน จากนั้นลงมือคำนวณแล้วเทียบเคียงผลลัพธ์ที่ได้กับคำตอบที่คาดคะเนไว้พิจารณาความเป็นไปได้

4.3 ฝึกการตีความหมายของคำตอบ เมื่อได้คำตอบของปัญหาแล้ว การตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบแต่เพียงอย่างเดียวไม่เพียงพอ ครูต้องกระตุ้นให้นักเรียนรู้จักตีความหมายของคำตอบ คำตอบนั้นมีความหมายสอดคล้องกับปัญหาหรือไม่

4.4 สนับสนุนให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดโดยใช้วิธีการหาคำตอบมากกว่า 1 วิธี ซึ่งอาจจะเป็นวิธีที่คล้ายกับตัวอย่าง หรือวิธีที่นักเรียนสร้างสรรค์ขึ้นมาเองจากประสบการณ์ของนักเรียนก็ได้ จากนั้นให้พิจารณาว่าวิธีการเหล่านั้นถูกต้องหรือไม่ แตกต่างจากวิธีการที่แสดงในตัวอย่างหรือไม่ วิธีใดสั้นและกะทัดรัดกว่ากัน

4.5 ให้นักเรียนฝึกหัดสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียนโดยอาศัยสถานการณ์จากสภาพแวดล้อมจากกิจกรรมต่าง ๆ ในชีวิตจริง รวมทั้งการดัดแปลงโจทย์ปัญหาในแบบฝึกหัดซึ่งนักเรียนจะทำเช่นนี้ให้จะต้องเข้าใจในโครงสร้างของโจทย์ปัญหาเหล่านั้น เป็นการฝึกการมองไปข้างหน้าโดยอาศัยการทำแบบฝึกหัดซึ่งใช้กระบวนการแก้ปัญหา ความเคยชินจากกระบวนการเหล่านี้จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเป็นนักแก้ปัญหาที่มีความสามารถ

จากแนวทางการพัฒนาทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า แนวทางการพัฒนาทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทำได้โดยการที่ครูจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง ได้ลงมือทำด้วยตนเอง ให้นักเรียนได้ฝึกการแก้ปัญหาด้วยตนเอง และสถานการณ์ปัญหาจะต้องเหมาะสมกับวัย มีความหลากหลาย น่าสนใจ ทำทาย แปลกใหม่เป็นปัญหาจากง่ายไปยาก และเป็นปัญหาที่พบในชีวิตจริง

6. การประเมินทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท., น.30) ได้เสนอเกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในกรณีผู้ประเมินต้องการตรวจสอบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในแต่ละประเด็นย่อยตามกระบวนการการแก้ปัญหา โดยกำหนดเกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยที่มีการกำหนดระดับคุณภาพของแต่ละประเด็นย่อยเป็น 3 ระดับ คือ 1, 2 และ 3 แสดงดังตาราง 5

ตาราง 5 เกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การพิจารณา
1. ความเข้าใจปัญหา	3 (ดี)	- เข้าใจปัญหาได้อย่างถูกต้อง
	2 (พอใช้)	- เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน
	1 (ต้องปรับปรุง)	- เข้าใจปัญหาได้น้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา
2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา	3 (ดี)	- เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสมและสอดคล้องกับปัญหา
	2 (พอใช้)	- เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องแต่ยังไม่เหมาะสมหรือไม่ครอบคลุมประเด็นของปัญหา
	1 (ต้องปรับปรุง)	- เลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่สามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้

ตาราง 5 (ต่อ)

รายการประเมิน	คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การพิจารณา
3. การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา	3 (ดี)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง และแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่างถูกต้อง
	2 (พอใช้)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง แต่การแสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน
	1 (ต้องปรับปรุง)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา
4. การสรุปคำตอบ	3 (ดี)	- สรุปคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์
	2 (พอใช้)	- สรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน หรือสรุปคำตอบไม่ครบถ้วน
	1 (ต้องปรับปรุง)	- ไม่มีการสรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง

สุนันทา แสงสุข (2556, น.224) ได้ระบุเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัย แสดงดังตาราง 6

ตาราง 6 เกณฑ์การให้คะแนนแบบ Rubric Score

เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน
1. ทำความเข้าใจปัญหา	
- เข้าใจปัญหาได้อย่างถูกต้อง	2
- เข้าใจปัญหาบางส่วนไม่ถูกต้อง	1
- ไม่มีหลักฐานที่แสดงว่าเข้าใจน้อยมาก หรือไม่เข้าใจเลย	0

ตาราง 6 (ต่อ)

เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน
2. การวางแผนแก้ปัญหา	
- เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและเขียนประโยคคณิตศาสตร์ถูก	3
- เลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่ยังมีบางส่วนผิด โดยอาจเขียนประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง	2
- เลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่ลำดับขั้นตอนไม่ถูกต้อง	1
3. การดำเนินการตามแผน	
- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้องและมีคำตอบที่ถูกต้อง	3
- นำวิธีการแก้ปัญหบางส่วนไปใช้ได้ถูกต้องและมีคำตอบถูกต้อง	2
- ใช้วิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือมีคำตอบที่ผิด หรือไม่ได้ระบุคำตอบ	1
4. การตรวจสอบหรือการตรวจสอบคำตอบ	
- ใช้วิธีการตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์	3
- ใช้วิธีการตรวจสอบคำตอบที่ไม่สมบูรณ์ หรือใช้สัญลักษณ์ผิด	2
- ไม่ได้ระบุวิธีการตรวจคำตอบ หรือระบุแต่ไม่ถูกต้อง	1

ชี้वाल บักรคาน (2559, น.62-63) เลือกรใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกส่วน เพราะต้องการวัดผลขั้นตอนการแก้ปัญหาของนักเรียนอย่างเป็นลำดับขั้น ได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนน แสดงดังตาราง 7

ตาราง 7 เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบแยกส่วน

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การพิจารณา
ความเข้าใจปัญหา	2	สามารถอธิบายข้อมูลที่โจทย์กำหนด และโจทย์ต้องการถามหาได้อย่างถูกต้อง
	1	สามารถอธิบายข้อมูลที่โจทย์กำหนด และโจทย์ต้องการถามหาได้ถูกต้องบางส่วน

ตาราง 7 (ต่อ)

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การพิจารณา
ความเข้าใจปัญหา	0	ไม่สามารถอธิบายข้อมูลที่โจทย์กำหนด และโจทย์ต้องการถามหาได้
การวางแผนในการแก้ปัญหา	2	แสดงขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง
	1	แสดงขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน
	0	แสดงขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการแสดงการวางแผนการแก้ปัญหา
ขั้นตอนการแก้ปัญหาตามแผน	4	แก้ปัญหาได้ถูกต้อง และแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่างชัดเจน
	2	แก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน
	0	แก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
การสรุปคำตอบ	1	มีการสรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	0	ไม่มีการสรุปคำตอบ

ผู้วิจัยประยุกต์เกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น.30), เกณฑ์การให้คะแนนแบบ Rubric Score ของสุนันทา แสงสุข (2556, น.224) และเกณฑ์การให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบแยกส่วนของชัชวาล บัววิธาน (2559, น.62-63) มาเป็นเกณฑ์การประเมินทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในงานวิจัยนี้แสดงดังตาราง 8

ตาราง 8 เกณฑ์การประเมินทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การพิจารณา
1. การทำความเข้าใจปัญหา	2 (ดี)	- นักเรียนสามารถระบุประเด็นปัญหา สามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้อย่างถูกต้อง
	1 (พอใช้)	- นักเรียนสามารถระบุประเด็นปัญหา สามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้องบางส่วน

ตาราง 8 (ต่อ)

รายการประเมิน	คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การพิจารณา
1. การทำความเข้าใจปัญหา	0 (ปรับปรุง)	- นักเรียนไม่สามารถระบุประเด็นปัญหา และเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้
2. การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	2 (ดี)	- นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรให้กับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา และสามารถสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพื่อสร้างออกมาเป็นคู่อันดับหรือกราฟหรือสมการที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง
	1 (พอใช้)	- นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรให้กับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา และสามารถสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพื่อสร้างออกมาเป็นคู่อันดับหรือกราฟหรือสมการที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพียงบางส่วน
	0 (ปรับปรุง)	- นักเรียนไม่สามารถกำหนดตัวแปรให้กับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา และไม่สามารถสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้
3. การดำเนินการแก้ปัญหา	2 (ดี)	- นักเรียนสามารถดำเนินการตามขั้นตอนกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาผลลัพธ์ที่ได้จากการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง
	1 (พอใช้)	- นักเรียนสามารถดำเนินการตามขั้นตอนกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แต่หาผลลัพธ์ที่ได้จากการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง หรือ - นักเรียนสามารถดำเนินการตามขั้นตอนกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเพียงบางส่วน

ตาราง 8 (ต่อ)

รายการประเมิน	คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การพิจารณา
3. การดำเนินการแก้ปัญหา	0 (ปรับปรุง)	- นักเรียนไม่สามารถดำเนินการตามขั้นตอนกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาผลลัพธ์ที่ได้จากการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้
4. การตรวจสอบคำตอบ	2 (ดี)	- นักเรียนสามารถตรวจสอบคำตอบหรือผลลัพธ์ให้สอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหา และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ได้ครบทุกประเด็นปัญหา
	1 (พอใช้)	- นักเรียนสามารถตรวจสอบคำตอบหรือผลลัพธ์ให้สอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหา และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ได้เพียงบางประเด็นปัญหา
	0 (ปรับปรุง)	- นักเรียนไม่สามารถตรวจสอบคำตอบหรือผลลัพธ์

7. ความสัมพันธ์ระหว่างการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันกับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ประกอบด้วย 6 ขั้นตอนร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันที่ประกอบด้วย 5 องค์ประกอบกับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีประกอบด้วย 4 องค์ประกอบ แสดงดังตาราง 9

ตาราง 9 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันกับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน	ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
<p>1. ระบุปัญหา ครูเลือกสถานการณ์ปัญหาที่มีความเชื่อมโยงกับชีวิตจริงของนักเรียนหรือเป็นสถานการณ์ปัญหาที่มีความใกล้เคียงกับปัญหาที่นักเรียนเคยพบเจอหรือคุ้นเคย จากนั้นให้นักเรียนตัดสินใจว่าจะนำคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ปัญหานี้ได้อย่างไร นักเรียนจะระบุสิ่งที่ต้องการรู้ ต้องการรู้ หรือต้องการเข้าใจที่มีอยู่ในชีวิตจริง ที่มีความเกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ ผลลัพธ์ที่ได้คือการสร้างข้อความ</p>	<p>1) การทำความเข้าใจปัญหา คือ นักเรียนจะต้องมีทักษะในการอ่านโจทย์ปัญหา วิเคราะห์ แปลความหมายทางภาษา ระบุประเด็นปัญหาเพื่อทำความเข้าใจว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้และโจทย์ต้องการให้หาอะไร มีเงื่อนไขของปัญหาหรือไม่ กำหนดให้อยู่ในรูปของตัวแปรหรือความสัมพันธ์</p>
<p>2. สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร ครูให้นักเรียนเลือกเครื่องมือที่เป็นส่วนสำคัญในสถานการณ์ปัญหาที่มีอยู่ในชีวิตจริงและระบุความสัมพันธ์ จากนั้นตัดสินใจว่าเห็นด้วยหรือไม่กับความสัมพันธ์นั้นเพื่อนำมาสร้างเป็นข้อความในสถานการณ์ปัญหา โดยมีครูเป็นผู้ที่คอยให้คำแนะนำ</p>	<p>2) การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ คือ นักเรียนจะต้องสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ จากสถานการณ์ปัญหาที่ได้วิเคราะห์ไว้ มีการกำหนดตัวแปรให้กับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหาเพื่อสร้างออกมาเป็นสมการหรือกราฟที่ต้องการได้</p>

ตาราง 9 (ต่อ)

การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบ เชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน	ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
<p>3. ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ครูให้นักเรียนแปลงปัญหาในชีวิตจริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยรูปแบบของคณิตศาสตร์นี้เรียกว่า ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งดำเนินการหาผลลัพธ์ของปัญหาตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์</p>	<p>3) การดำเนินการแก้ปัญหา คือ นักเรียนจะต้องลงมือปฏิบัติตามแผนที่ได้วางไว้ โดยใช้การดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์หาผลลัพธ์ที่ได้จากการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ จนสามารถหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง</p>
<p>4. วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ ครูให้นักเรียนพิจารณาถึงความสมเหตุสมผลของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เมื่อแปลงกลับมาเป็นสถานการณ์ในชีวิตจริง ผลลัพธ์ของคำตอบที่ได้มีความสมเหตุสมผล ถูกต้อง สามารถใช้ได้จริง และเป็นที่ยอมรับ</p>	<p>4) การตรวจสอบคำตอบ คือ นักเรียนจะต้องตรวจสอบการดำเนินการในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีตรวจสอบคำตอบหรือผลลัพธ์มีความถูกต้อง สอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่ และมีความสมเหตุสมผลหรือไม่</p>
<p>5. ทำซ้ำ ครูให้นักเรียนลงมือทำตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์อีกรอบ เพื่อเป็นการปรับและขยายตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ให้มีความสอดคล้องกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้ทำการสร้างและวิเคราะห์มาแล้ว</p>	<p>1) การทำความเข้าใจปัญหา คือ นักเรียนจะต้องมีทักษะในการอ่านโจทย์ปัญหา วิเคราะห์ แปลความหมายทางภาษา ระบุประเด็นปัญหาเพื่อทำความเข้าใจว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้และโจทย์ต้องการให้หาอะไร มีเงื่อนไขของปัญหาหรือไม่ กำหนดให้อยู่ในรูปของตัวแปรหรือความสัมพันธ์</p> <p>2) การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ คือ นักเรียนจะต้องสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จากสถานการณ์ปัญหาที่ได้วิเคราะห์ไว้ มีการกำหนดตัวแปรให้กับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา เพื่อสร้างออกมาเป็นสมการหรือกราฟที่ต้องการได้</p>

ตาราง 9 (ต่อ)

การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบ เชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน	ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
<p>5. ทำซ้ำ ครูให้นักเรียนลงมือทำตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์อีกรอบ เพื่อเป็นการปรับและขยายตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ให้มีความสอดคล้องกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้ทำการสร้างและวิเคราะห์มาแล้ว</p>	<p>3) การดำเนินการแก้ปัญหา คือ นักเรียนจะต้องลงมือปฏิบัติตามแผนที่ได้วางไว้ โดยใช้การดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์หาผลลัพธ์ที่ได้จากการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ จนสามารถหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง</p> <p>4) การตรวจสอบคำตอบ คือ นักเรียนจะต้องตรวจสอบการดำเนินการในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีตรวจสอบคำตอบหรือผลลัพธ์มีความถูกต้องสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่ และมีความสมเหตุสมผลหรือไม่</p>
<p>6. ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ครูให้นักเรียนนำตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งรายงานผลลัพธ์ที่ได้รวมถึงการตัดสินใจในการนำตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ไปใช้กับสถานการณ์ในชีวิตจริง</p>	-

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. งานวิจัยภายในประเทศที่เกี่ยวข้อง

วรินทร์ญา พิลาวรรณ (2556) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้ที่ใช้กระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา ทักษะการเชื่อมโยง และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนสกลราชวิทยานุกูล สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 23 อำเภอเมือง จังหวัดสกลนคร จำนวน 52 คน แบบแผนการ

วิจัยใช้แบบ One-Group Pretest-Posttest Design วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่าสถิติ t-test (Dependent Samples) และค่าสถิติ t-test (One-sample) ผลการวิจัยพบว่า (1) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ที่ใช้กระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 (2) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ที่ใช้กระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 (3) ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ที่ใช้กระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 (4) ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ที่ใช้กระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ (5) เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้ที่ใช้กระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศิริชรินทร์ ยศสวรินทร์ (2559) ศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตของนักเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์กับกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 24 คน และมีนักเรียนเป้าหมายทั้งหมด 4 คน ผลการวิจัย 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับวิชาคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับ .01 2) นักเรียนมีประสบการณ์ในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริงและปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริงได้ถูกต้องพร้อมทั้งอธิบายได้ชัดเจนขึ้น

จุฑามาศ มีสุข (2558) ได้ศึกษากิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างพฤติกรรมการมีส่วนร่วมของนักเรียนโดยใช้เทคนิคเกมมิฟิเคชัน สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนอนุสุรนารี พบว่า 1) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคเกมมิฟิเคชัน ซึ่งประกอบด้วยกระบวนการจัดการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน เป็นกิจกรรมที่เน้นให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ กระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจมีความสนุกสนาน มีความสุขกับการเรียนและการได้ลงมือปฏิบัติค้นคว้าความรู้ต่าง ๆ ด้วยตนเอง ได้ร่วมมือกับครูและนักเรียนในชั้นเรียนส่งผลให้เกิดความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาวิชามากขึ้น 2) นักเรียนมีพฤติกรรมการมี

ส่วนร่วมกับการเรียนอย่างสม่ำเสมอต่อเนื่อง 3) มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาเทคโนโลยีสารสนเทศ และการสื่อสารสูง 4) มีความพึงพอใจต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มากที่สุด

สุชัญญา เยื้องกลาง และคณะ (2560) ได้ศึกษาองค์ประกอบและผลการใช้ระบบ การเรียนการสอนแบบผสมผสานโดยใช้เกมมิฟิเคชันเป็นฐานเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและ ทักษะการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์สู่ชีวิตจริงระดับประถมศึกษา ผลการวิจัยพบว่า 1) ระบบการเรียน การสอนที่พัฒนา มี 5 องค์ประกอบ คือ (1) ปัจจัยนำเข้า (2) กระบวนการ (3) การควบคุม (4) ผลลัพธ์ (5) ข้อมูลป้อนกลับ การจัดกระบวนการเรียนการสอน แบ่งออก 2 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นการ เตรียมก่อนการเรียนการสอน และขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน มี 6 ขั้น ได้แก่ ขั้นนำเสนอ สถานการณ์ปัญหา ขั้นสอน มี 4 กิจกรรม ได้แก่ (1) ค้นหาคำปัญหา (2) วางแผน (3) ดำเนินการ แก้ปัญหา (4) การนำเสนอผลและตรวจสอบการแก้ปัญหา ขั้นสรุปความคิดรวบยอด ขั้นฝึกทักษะ ขั้นประยุกต์ใช้ และขั้นประเมินผล กระบวนการเกมมิฟิเคชัน ประกอบด้วย (1) แต้มสะสม (2) เหรียญ ตราสัญลักษณ์ (3) ลำดับชั้น (4) ตารางอันดับ (5) ความท้าทาย 2) นักเรียนมีทักษะการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ ทักษะการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์สู่ชีวิตจริงและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนมีความพึงพอใจต่อระบบการเรียน การสอนที่พัฒนาขึ้นอยู่ในระดับมาก

2. งานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวข้อง

Chan Chun Ming (2012) ได้ศึกษาการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เป็นการ แก้ปัญหา สำหรับนักเรียนในห้องเรียนคณิตศาสตร์ ประเทศสิงคโปร์ พบว่า นักเรียนทั้งสองกลุ่ม จากสองโรงเรียนที่เป็นนักเรียนที่มีความสามารถสูง มีพัฒนาการในการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ที่ดี แม้ว่าจะเป็นครั้งแรกในการเรียนรู้เรื่องการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ที่ต้องเจอกับสถานการณ์ ปัญหาที่รายละเอียดค่อนข้างยาก แต่นักเรียนก็ยังสามารถสร้างตัวแปรที่มีความสัมพันธ์เชื่อมโยงกับ ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ สามารถตีความคำตอบ วิธีการที่ทำให้เกิดความคาดหวังและมองถึง ความสำเร็จที่รออยู่ นักเรียนได้แสดงให้เห็นถึงการหาคำตอบที่เป็นตัวแบบได้ ในระหว่างกระบวนการ สร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ นักเรียนมีการพัฒนาทางความคิดเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อที่จะนำไปสู่ การหาคำตอบในขั้นสุดท้ายของการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ จากการวิเคราะห์โปรโตคอลทำให้ พบว่า นักเรียนมีการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ได้ดีและนักเรียนยังสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ ที่ได้เรียนตามหลักสูตรมาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนในชีวิตประจำวัน และสร้างความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ และพัฒนาการในการนำเสนอ เป็นสิ่งที่คู่ขนานกันมาซึ่งเป็นพื้นฐานที่สำคัญสำหรับนักเรียน

Nicholas (2012) ได้ศึกษาการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษาและมัธยมศึกษา พบว่า แนวทางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในโรงเรียนระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาในอนาคต ซึ่งเป็นแนวคิดที่นำตัวแบบและการสร้างตัวแบบมาใช้ปัญหาในโลกแห่งความซับซ้อน ทำให้เกิดแหล่งเรียนรู้ที่มีความหมายมากมาย และใช้ประโยชน์จากการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีอยู่ นอกจากนี้การเพิ่มบทบาทของคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีในโลกปัจจุบัน ในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อน เครื่องมือและเทคโนโลยีในหลักสูตรคณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่ง เราให้ความสำคัญกับตัวแบบและการสร้างตัวแบบเพื่อเป็นแนวทางในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนให้นักเรียนระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาตอนต้น และชี้แจงว่า LEMA ซึ่งเป็นโครงการวิจัยร่วมของสหภาพยุโรปได้จัดเตรียมหลักสูตรการฝึกอบรมครูคณิตศาสตร์

Gabriel et.al (2013) ได้ทำการวิจัยโดยใช้เทคนิคเกมมิฟิเคชันในการปรับปรุงกระบวนการจัดการเรียนรู้ของนักเรียนระดับปริญญาโท โดยใช้การให้คะแนนเหรียญตรา อันดับคะแนนผู้นำ เลเวล และภารกิจ เพื่อศึกษาว่าเกมมิฟิเคชันส่งผลต่อการได้รับประสบการณ์เรียนรู้ของนักเรียนอย่างไร โดยทำการเปรียบเทียบกับการสอนด้วยวิธีการปกติในภาคเรียนก่อนหน้าและศึกษาความพึงพอใจของนักศึกษา โดยเปรียบเทียบกับนักศึกษาในกลุ่มอื่นในรายวิชาเดียวกัน ผลการศึกษาพบว่า ระดับการมีส่วนร่วมของนักศึกษาในการเข้าไปศึกษาบทเรียนออนไลน์เพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญ นอกจากนี้นักศึกษายังมีความเห็นว่าเกมมิฟิเคชันทำให้การเรียนน่าสนใจและเป็นสิ่งจูงใจที่ดีซึ่งช่วยกระตุ้นการมีส่วนร่วมและเรียนรู้ได้ดีขึ้น

จากเอกสารงานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่าการจัดการเรียนรู้โดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน สามารถพัฒนาและส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหา ทักษะการเชื่อมโยง และเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาจนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม และเทคนิคเกมมิฟิเคชันช่วยให้การเรียนการสอนมีความสุข ตื่นเต้นท้าทาย ไม่น่าเบื่อ มีความน่าสนใจในการจัดการเรียนรู้

บทที่ 3

วิธีการดำเนินงานวิจัย

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงปฏิบัติการเพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ดังรายละเอียดตามหัวข้อต่อไปนี้

1. ผู้เข้าร่วมวิจัย
2. รูปแบบการวิจัย
3. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. ขั้นตอนการดำเนินการทำวิจัย
5. การเก็บรวบรวมข้อมูล
6. วิธีการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้เข้าร่วมวิจัย

ผู้เข้าร่วมวิจัยที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1/1 โรงเรียนประจำจังหวัดแห่งหนึ่ง จำนวน 37 คน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564

รูปแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ใช้รูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการ (Action Research) ตามแนวคิดของ Kemmis and Mc Taggart (2000) เป็นแนวทางในการดำเนินการวิจัยเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอนใน 1 วงจร ได้แก่

1. ขั้นวางแผน (Plan) ผู้วิจัยวิเคราะห์สภาพปัญหาที่เกิดขึ้น และได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเพื่อเป็นแนวทางในการแก้ปัญหา และการวางแผนการแก้ปัญหาต่อไป
2. ขั้นปฏิบัติการ (Action) ผู้วิจัยลงมือปฏิบัติตามขั้นตอนที่ได้วางแผนไว้ของแต่ละวงจร
3. ขั้นสังเกตการณ์ (Observation) ผู้วิจัยสังเกต บันทึก และวิเคราะห์ข้อมูลที่เกิดจากการปฏิบัติการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้

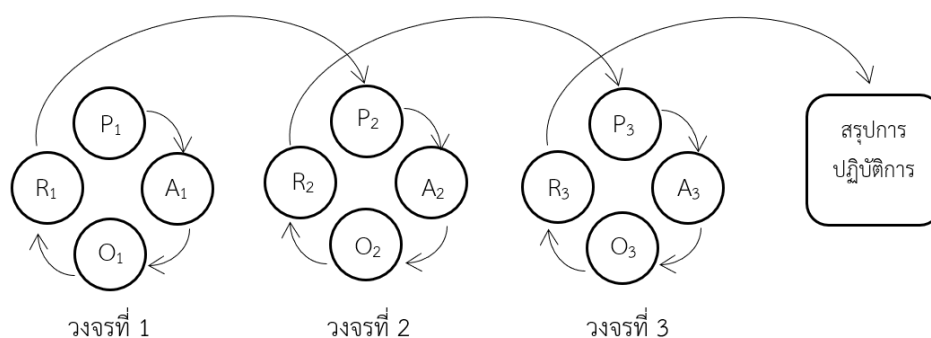
4. ขั้นสะท้อนผล (Reflect) ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์ร่วมกันสะท้อนผลจากการสังเกต การจัดการเรียนรู้ และนำผลจากการสะท้อนมาปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้ในวงจรต่อไป

ในการวิจัย เรื่อง การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบ เชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้ดำเนินการ ตามขั้นตอนของวิจัยเชิงปฏิบัติการ โดยมีลักษณะทำซ้ำเป็นวงจรทั้งหมด 3 วงจร แบ่งได้ดังนี้

วงจรที่ 1 ประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง คู่อันดับและกราฟของ คู่อันดับ

วงจรที่ 2 ประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง กราฟและการนำไปใช้

วงจรที่ 3 ประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ความสัมพันธ์เชิงเส้น โดยลักษณะของวงจรทั้ง 3 แสดงดังภาพ 7



ภาพ 7 แสดงวงจรของการวิจัยเชิงปฏิบัติการ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยนี้แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ

1.1 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1.1.1 แผนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 3 แผนการจัดการเรียนรู้ ใช้เวลาทั้งหมด 9 ชั่วโมง ประกอบด้วย

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง คู่อันดับและกราฟของคู่อันดับ จำนวน 3 ชั่วโมง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง กราฟและการนำไปใช้ จำนวน 3 ชั่วโมง
 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ความสัมพันธ์เชิงเส้น จำนวน 3 ชั่วโมง

1.1.2 แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้

1.2 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

1.2.1 ใบกิจกรรม

1.2.2 แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและ
 ความสัมพันธ์เชิงเส้น

โดยเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลจะจำแนกตามวัตถุประสงค์ของ
 งานวิจัย แสดงดังตาราง 10

ตาราง 10 แสดงความสัมพันธ์ของจุดประสงค์ของการวิจัยกับเครื่องมือการวิจัย

ที่	จุดประสงค์	เครื่องมือที่ใช้
1	เพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการ สร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิค เกมมิฟิเคชันที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1	- แผนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ร่วมกันเทคนิคเกมมิฟิเคชัน - แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้
2	เพื่อศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้าง ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันที่มี ต่อทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง กราฟ และความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 1	- ใบกิจกรรม - แบบทดสอบวัดทักษะการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น

2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เป็นไปตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

2.1 แผนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับ เทคนิคเกมมิฟิเคชัน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการจัดกิจกรรม
 การเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน เพื่อส่งเสริม

ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยเก็บรวบรวมข้อมูลจากแบบบันทึกหลังแผนการจัดการเรียนรู้ โดยผู้วิจัย เป็นผู้จัดบันทึก บรรยายเหตุการณ์ ปัญหา และสิ่งที่เกิดขึ้นแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ว่าเป็นอย่างไร มีความเหมาะสมหรือไม่ ควรแก้ไขปรับปรุงอย่างไร เพื่อเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน ซึ่งมีขั้นตอนการสร้างดังต่อไปนี้

2.1.1 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน

2.1.2 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) และหลักสูตรของสถานศึกษา กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยศึกษาเกี่ยวกับมาตรฐานการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ ตัวชี้วัด คำอธิบายรายวิชา วิธีการวัดผลและประเมินผล การเรียนรู้ ในเรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

2.1.3 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี หลักการเกี่ยวกับกระบวนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และเทคนิคเกมมิฟิเคชัน

2.1.4 กำหนดเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 3 แผน ใช้เวลาทั้งหมด 9 ชั่วโมง แสดงดังตาราง 11

ตาราง 11 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแผนการจัดการเรียนรู้กับเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรม

แผนที่	ชื่อแผนการจัดการเรียนรู้	เวลา (ชั่วโมง)	สถานการณ์
1	คู่อันดับและกราฟของคู่อันดับ	3	แผนที่ของฉันทัน
2	กราฟและการนำไปใช้	3	รายงานผ่านกราฟ
3	ความสัมพันธ์เชิงเส้น	3	นักค้นหา

โดยแผนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 แต่ละแผนการจัดการเรียนรู้มีรายละเอียดดังนี้

- 1) ชื่อแผนการเรียนรู้
- 2) มาตรฐานการเรียนรู้ และตัวชี้วัด/ผลการเรียนรู้
- 3) จุดประสงค์การเรียนรู้
- 4) สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด
- 5) สาระการเรียนรู้
- 6) กิจกรรมการเรียนรู้ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ของการจัดการเรียนรู้

ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน

ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา

ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร

ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์

ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ

ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

7) สื่อ/อุปกรณ์/แหล่งการเรียนรู้

8) การวัดและการประเมินผล

9) บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

2.1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่สร้างขึ้นจำนวน 3 แผนการจัดการเรียนรู้เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง ความสอดคล้องของจุดประสงค์การเรียนรู้กับกระบวนการจัดการเรียนรู้ ความเหมาะสม และนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะ

2.1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อประเมินตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย

ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 1 ท่าน

ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์/คณิตศาสตร์ศึกษา จำนวน 1 ท่าน

ครูวิทยฐานะชำนาญการพิเศษวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 1 ท่าน

เพื่อประเมินตรวจสอบความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยใช้แบบประเมินเป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ (Rating Scale) ตามแบบลิเคิร์ต (Likert) ให้ผู้เชี่ยวชาญลงความเห็นในแบบประเมิน โดยมีรายละเอียดเทียบเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

เหมาะสมมากที่สุด	ให้คะแนน 5 คะแนน
เหมาะสมมาก	ให้คะแนน 4 คะแนน
เหมาะสมปานกลาง	ให้คะแนน 3 คะแนน
เหมาะสมน้อย	ให้คะแนน 2 คะแนน
เหมาะสมน้อยที่สุด	ให้คะแนน 1 คะแนน

หลังจากนั้นนำผลการประเมินความเหมาะสมของแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานในแต่ละรายการ แล้วนำไปเทียบเกณฑ์การแปลความหมาย (รัตนะ บัวสนธ์, 2556) ดังนี้

ค่าเฉลี่ย 4.50-5.00 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมากที่สุด

ค่าเฉลี่ย 3.50-4.49 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมาก

ค่าเฉลี่ย 2.50-3.49 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมปานกลาง

ค่าเฉลี่ย 1.50-2.49 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมน้อย

ค่าเฉลี่ย 1.00-1.49 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมน้อยที่สุด

เกณฑ์การตัดสินผลการประเมิน คือ ใช้เกณฑ์ค่าเฉลี่ยไม่ต่ำกว่า 3.50 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานไม่เกิน 1.00 ถือว่าแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสม โดยเมื่อประเมินตรวจสอบความเหมาะสมในแต่ละด้าน ได้แก่ ด้านจุดประสงค์การเรียนรู้ ด้านสาระการเรียนรู้ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ด้านสื่อการเรียนรู้ และด้านการวัดและประเมินผล โดยมีค่าเฉลี่ยทุกด้านเท่ากับ 4.60 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.44 ซึ่งถือว่าแผนการจัดการเรียนรู้ดังกล่าวมีความเหมาะสมมากและสามารถนำไปใช้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้

2.1.7 ปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ ได้แก่ ปรับแก้กิจกรรมการเรียนรู้ขึ้นการสอนในแผนการจัดการเรียนรู้ ให้ตรงกับนิยาม ตรวจสอบการสะกดคำผิดในแผนการจัดการเรียนรู้ และปรับการวัด/ประเมินผลตามจุดประสงค์การเรียนรู้

2.1.8 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาอีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมก่อนนำไปทดลองใช้จริง

2.2 แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้

แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ คือ แบบวิเคราะห์การจัดการเรียนรู้จากการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการจัดการเรียนรู้ โดยจะวิเคราะห์ในประเด็น 1) การจัดการเรียนรู้สอดคล้องตามกระบวนการของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์อย่างไร 2) ปัญหาหรืออุปสรรคที่พบจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และ 3) แนวทางการปรับปรุงแก้ไขการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยในวงจรปฏิบัติการถัดไป มีขั้นตอนในการสร้างแบบสะท้อนผลการเรียนรู้ ดังนี้

2.2.1 กำหนดขอบเขตการบันทึกสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้

2.2.2 สร้างแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้โดยมีลักษณะเป็นแบบเขียนบันทึกประเด็นตามขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา (ส่งเสริมให้นักเรียนระบุสิ่งที่ต้องการรู้ ต้องการรู้ หรือต้องการเข้าใจที่มีความเกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ จนสามารถสร้างเป็นข้อคำถาม)

ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร (ส่งเสริมให้นักเรียนสามารถสร้างสมมติฐานและระบุตัวแปรจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้)

ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (ส่งเสริมให้นักเรียนสามารถแปลงปัญหาในชีวิตจริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากนั้นดำเนินการหาผลลัพธ์ของปัญหาตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้)

ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ (ส่งเสริมให้นักเรียนสามารถพิจารณาถึงความสมเหตุสมผลของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เมื่อแปลงกลับมาเป็นสถานการณ์ในชีวิตจริง ผลลัพธ์ของคำตอบที่ได้มีความสมเหตุสมผล ถูกต้อง สามารถใช้ได้จริง และเป็นที่ยอมรับ)

ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ (ส่งเสริมให้นักเรียนลงมือทำตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์อีกรอบ เพื่อเป็นการตรวจสอบขั้นตอนการดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์อีกครั้ง)

ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (ส่งเสริมให้นักเรียนสามารถนำตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงได้)

2.2.3 นำแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อตรวจสอบความเหมาะสม และนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะ จากนั้นนำแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ เพื่อตรวจสอบและพิจารณาความถูกต้อง

2.2.4 ปรับปรุงแก้ไขแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ ได้แก่ ใส่รายละเอียดของนิยามแต่ละขั้นตอนในคำชี้แจง

2.2.5 จัดทำแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ฉบับสมบูรณ์ ก่อนนำแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ไปใช้บันทึกข้อมูลจริง

2.3 ไบกิจกรรม

ผู้วิจัยสร้างไบกิจกรรมขึ้นเพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับกระบวนการของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไบกิจกรรมเป็นสถานการณ์สำหรับให้นักเรียนแก้ปัญหา ซึ่งสถานการณ์ปัญหาในแต่ละข้อจะต้องดำเนินการตามกระบวนการสร้างตัวแบบ

เชิงคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนจะเขียนบันทึกลงในใบกิจกรรมในทุกแผนการจัดการเรียนรู้ซึ่งแต่ละใบกิจกรรม มีขั้นตอนการสร้างดังต่อไปนี้

2.3.1 ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น เพื่อออกแบบใบกิจกรรมให้เป็นไปตามกระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน

2.3.2 สร้างใบกิจกรรม โดยใบกิจกรรมจะประกอบด้วยสถานการณ์ปัญหาแล้วมีข้อย่อยให้นักเรียนแก้ปัญหา 6 ข้อย่อยซึ่งมีความสอดคล้องกับกระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา

ข้อที่ 1 จากสถานการณ์ข้างต้นนักเรียนคิดว่ามีสิ่งใดที่เป็นปัญหาของสถานการณ์นั้น พร้อมทั้งให้นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา

ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร

ข้อที่ 2 ให้นักเรียนเลือกปัญหามา 1 ปัญหาจากข้อที่ 1 และทำการกำหนดตัวแปรที่สำคัญที่คาดว่าจะมีผลต่อปัญหาพร้อมทั้งสร้างข้อสมมติฐานของผลลัพธ์

ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ข้อที่ 3 ให้นักเรียนนำข้อมูลที่ได้กำหนดไว้ในข้อที่ 2 มาดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สามารถหาคำตอบของปัญหา (แสดงกระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างละเอียด)

ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์

ข้อที่ 4 ให้นักเรียนเช็คคำตอบที่ได้จากข้อที่ 3 และทำการวิเคราะห์ว่าคำตอบและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นั้นมีความสมเหตุสมผลหรือไม่ สามารถนำไปใช้ได้จริงหรือไม่ สามารถนำไปใช้ได้จริงหรือไม่ พร้อมเขียนอธิบาย (ถ้าคำตอบมีความสมเหตุสมผลแล้วให้ทำข้อที่ 5 ต่อ แต่ถ้ายังไม่สมเหตุสมผลให้กลับไปดำเนินการตามกระบวนการที่ 1 2 3 อีกครั้ง)

ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ

ข้อที่ 5 ให้นักเรียนกลับไปดำเนินการตามกระบวนการในขั้นตอนที่ 1, 2 และ 3 อีกครั้ง ถ้าคำตอบจากกระบวนการที่ 4 ยังไม่สมเหตุสมผลหรือผลลัพธ์ที่ได้นั้นยังไม่ถูกต้อง หรือตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ยังไม่สมบูรณ์หรือต้องการที่จะขยายตัวแบบให้มีความครอบคลุมสมบูรณ์มากขึ้น

ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ข้อที่ 6 ให้นักเรียนอธิบายแนวทางในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในเรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สามารถนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์และปรับใช้ในชีวิตจริงได้อย่างไร

2.3.3 นำใบกิจกรรมเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษา เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและเหมาะสม และปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะ จากนั้นนำไปกิจกรรมเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ เพื่อตรวจสอบและพิจารณาความถูกต้อง

2.3.4 ปรับปรุงแก้ไขใบกิจกรรมตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ ได้แก่ ปรับกิจกรรมที่ออกแบบให้ท้าทายผู้เรียนเพิ่มขึ้นและปรับสถานการณ์ปัญหาให้เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง

2.3.5 จัดทำใบกิจกรรมฉบับสมบูรณ์ ก่อนนำไปใช้ควบคู่กับแผนการจัดการเรียนรู้และวิเคราะห์ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในแต่ละวงจรปฏิบัติการ

2.4 แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น

แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นข้อสอบอัตนัยจำนวน 3 ข้อ โดยให้มีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ และมีขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

2.4.1 ศึกษาเอกสารและวิเคราะห์ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อกำหนดจุดมุ่งหมายในการสร้างแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับเรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น

2.4.2 ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง แล้วกำหนดแนวทางในการสร้างสถานการณ์ในแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.4.3 การกำหนดรูปแบบของการทดสอบ โดยในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยสร้างข้อคำถามเป็นแบบอัตนัยประกอบไปด้วย 3 ข้อคำถาม แต่ละคำถามจะมี 5 คำถามย่อย คำถามย่อยที่ 1 จะเน้นการทำความเข้าใจปัญหา คำถามย่อยที่ 2 จะเน้นการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ คำถามย่อยที่ 3 จะเน้นการดำเนินการแก้ปัญหา คำถามย่อยที่ 4 จะเน้นการตรวจสอบคำตอบ และคำถามย่อยที่ 5 จะเน้นให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ โดยแบบทดสอบจะใช้รูปแบบการตอบแบบเขียนตอบอิสระ และเนื่องด้วยรูปแบบการเขียนตอบแบบอิสระ ผู้วิจัยจะสามารถได้เห็นถึงกระบวนการคิดของนักเรียนได้อย่างชัดเจน ซึ่งผู้วิจัยต้องการที่จะทราบกระบวนการคิดของนักเรียน จึงได้เลือกการเขียนตอบแบบอิสระเพียงรูปแบบเดียวพร้อมทั้งสร้างเกณฑ์การให้คะแนนที่ใช้สำหรับใบกิจกรรมและแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.4.4 สร้างแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น เป็นแบบอัตนัยให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้และครอบคลุมเนื้อหาตามแผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 3 ข้อ ดังตาราง 12

ตาราง 12 แสดงความสัมพันธ์ของการสร้างและใช้แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น

เรื่อง	กิจกรรม	จำนวน (ข้อ)	จุดประสงค์การเรียนรู้
คู่อันดับและกราฟของคู่อันดับ	เส้นทาง เดินทางไกล	1	นักเรียนสามารถเขียนและอ่านกราฟของคู่อันดับบนระนาบในระบบพิกัดฉากได้
กราฟและการนำไปใช้	รายรับ – รายจ่าย	1	นักเรียนสามารถอ่านและแปลความหมายของกราฟที่กำหนดให้ได้
ความสัมพันธ์เชิงเส้น	ออมเงิน	1	นักเรียนสามารถเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองชุดที่มีความสัมพันธ์เชิงเส้นได้
รวม	3	3	

2.4.5 นำแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษา เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและเหมาะสม และนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะ จากนั้น นำแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ

เพื่อประเมินความตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) โดยวิเคราะห์หาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Congruence: IOC) ของความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อข้อคำถามแต่ละข้อโดยใช้เกณฑ์การพิจารณา ดังนี้

- +1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้
- 0 เมื่อไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้
- 1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

พิจารณาข้อคำถามที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไปมาสร้างแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เมื่อประเมินความตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) โดยวิเคราะห์หาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อข้อคำถามแต่ละข้อ พบว่า ข้อคำถามทุกข้อมีความตรงเชิงเนื้อหา เท่ากับ 1.00 ซึ่งถือว่ามีความเหมาะสมและสามารถนำไปใช้ได้

ใบกิจกรรมและแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ผู้วิจัยใช้เกณฑ์การประเมินโดยแยกตามองค์ประกอบย่อยของ ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 องค์ประกอบย่อยได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การสร้าง ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ การดำเนินการแก้ปัญหา และการตรวจสอบคำตอบ ดังตาราง 8 และผู้วิจัยใช้ เกณฑ์การประเมินโดยรวม ดังตาราง 13

ตาราง 13 เกณฑ์ระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวม

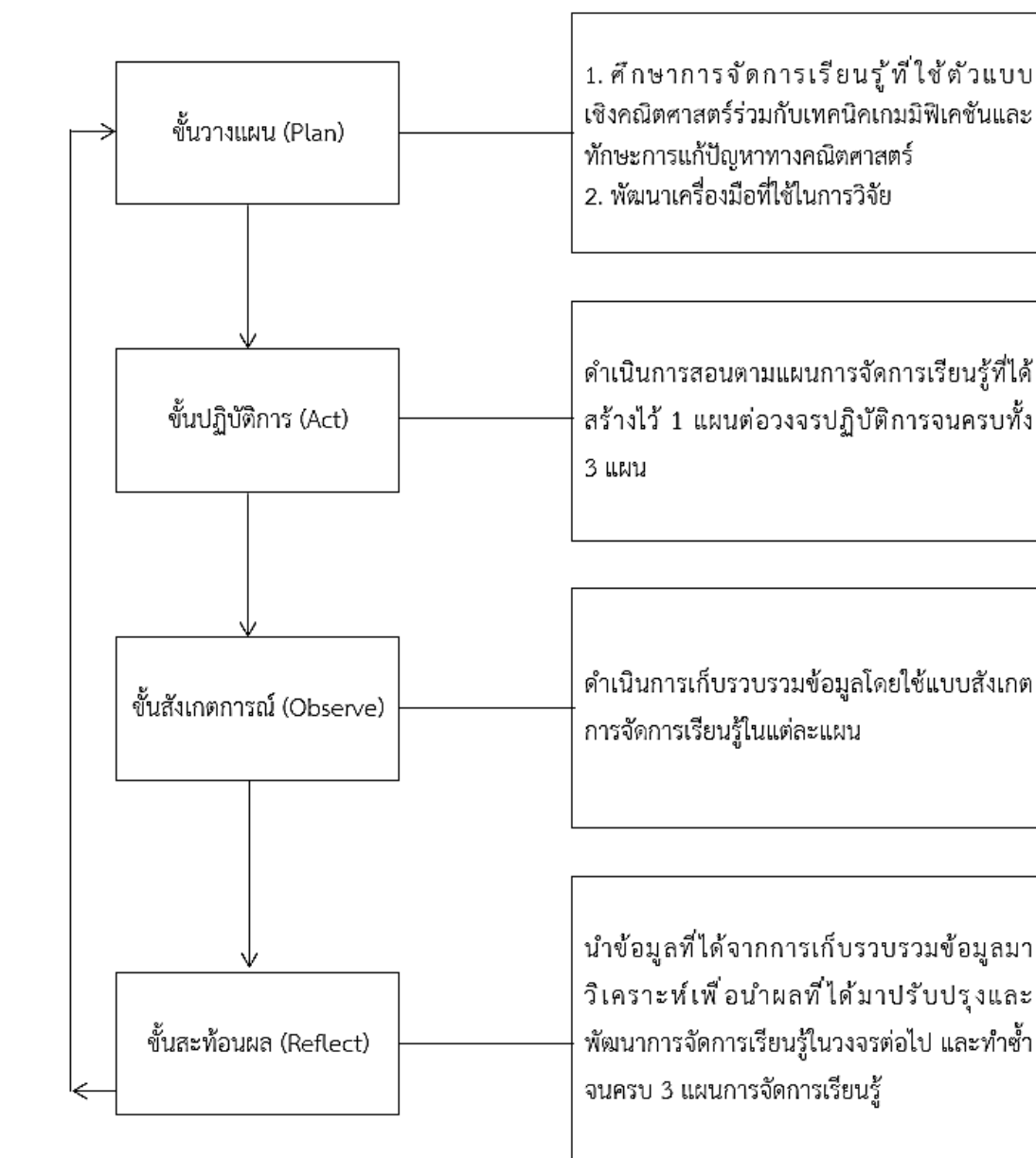
ช่วงคะแนน	ระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
6 – 8	ดี
3 – 5	พอใช้
0 – 2	ปรับปรุง

2.4.6 ปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ ได้แก่ ให้เด็กได้สร้างตัวแบบที่แตกต่างกัน ปรับสถานการณ์ที่ใช้ในการ ประเมินให้แตกต่างกับที่ครูสอนด้วย

2.4.7 จัดทำแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับสมบูรณ์ ก่อนนำไปใช้วิเคราะห์ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และมีการกำหนดเกณฑ์ การประเมินชัดเจน แสดงดังตาราง 8 ในบทที่ 2

ขั้นตอนการดำเนินการทำวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ใช้รูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน ซึ่งได้ดำเนินการตามขั้นตอนของการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนแสดงดังภาพ 8



ภาพ 8 แสดงขั้นตอนการวิจัยเชิงปฏิบัติการ

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลมีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้

1. ปฐมนิเทศและชี้แจงจุดประสงค์การจัดการเรียนรู้ให้กับนักเรียน
2. ดำเนินการตามแผนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน เพื่อพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น จำนวน 3 แผน ใช้เวลาทั้งหมด 9 ชั่วโมง
3. ในระหว่างทำการจัดการเรียนรู้แต่ละแผน ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์ร่วมกันสังเกตการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และจดบันทึกลงในแบบสังเกตการจัดการเรียนรู้ และนักเรียนเขียนบันทึกลงในใบกิจกรรม
4. เมื่อจบการจัดการเรียนรู้ในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยเก็บรวบรวมใบกิจกรรมและแบบสังเกตการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์ เพื่อนำข้อมูลที่ได้มาเขียนเป็นสรุปผลการสังเกตการจัดการเรียนรู้แล้ววิเคราะห์เพื่อทำการสะท้อนผลและปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ในครั้งต่อไป
5. เมื่อดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบประเมินแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นเวลา 1 ชั่วโมง
6. นำผลที่ได้จากการเก็บรวบรวมทั้งหมดไปทำการวิเคราะห์ข้อมูล

วิธีการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลนั้น ผู้วิจัยได้นำข้อมูลจากการเก็บรวบรวมข้อมูลโดยใช้เครื่องมือต่าง ๆ มาวิเคราะห์ โดยการวิเคราะห์นั้นจะแบ่งออกเป็น 2 ส่วน ตามวัตถุประสงค์ทั้ง 2 ข้อได้แก่

1. เพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
2. เพื่อศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันที่มีต่อทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 รายละเอียดแสดงดังตาราง 14

ตาราง 14 แสดงความสัมพันธ์ของเครื่องมือที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลตามจุดประสงค์ของงานวิจัย

วัตถุประสงค์	แบบบันทึกหลัง แผนการจัดการ เรียนรู้	แบบสะท้อนผล การจัดการเรียนรู้	ใบกิจกรรม	แบบทดสอบ วัดทักษะการ แก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์
ข้อที่ 1	✓	✓		
ข้อที่ 2			✓	✓

ซึ่งมีรายละเอียดการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1. การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อศึกษาแนวการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ในการวิเคราะห์ข้อมูลนั้น ผู้วิจัยได้ใช้เครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล ดังนี้ แบบบันทึกหลังแผนการจัดการเรียนรู้ และแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ซึ่งจะทำการวิเคราะห์เมื่อสิ้นสุดในแต่ละวงจรปฏิบัติการ และจะวิเคราะห์ภาพรวมทั้งหมดเมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้ครบทั้ง 3 วงจร โดยมีรายละเอียดการวิเคราะห์ดังนี้

1.1 ผู้วิจัยรวบรวมข้อมูลจากเครื่องมือ บันทึกหลังแผนการจัดการเรียนรู้ และบันทึกสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้

1.2 ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงเนื้อหา (content analysis) โดยนำข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวมจากบันทึกหลังแผนการจัดการเรียนรู้และบันทึกสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ โดยมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

1.2.1 ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์และตีความข้อมูลที่ได้จากบันทึกหลังแผนการจัดการเรียนรู้และบันทึกสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้

1.2.2 ผู้วิจัยทำการจัดระเบียบเนื้อหาของข้อมูลตามประเด็นที่ผู้วิจัยต้องการวิเคราะห์ ได้แก่ 1) แนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ควรเป็นอย่างไร 2) ปัญหาหรืออุปสรรคที่พบจากการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัย และ 3) แนวทางการปรับปรุงแก้ไข ปัญหาสำหรับการจัดการเรียนรู้ครั้งต่อไป โดยประเด็นเหล่านี้จะแสดงถึงความเกี่ยวข้องต่อการ

ปรับปรุงและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน

1.2.3 ผู้วิจัยนำข้อมูลที่มีความสอดคล้องกันมาจัดกลุ่มข้อมูลให้อยู่ในหมวดหมู่เดียวกันเพื่อง่ายต่อการวิเคราะห์และอภิปรายผล โดยมีประเด็นการจัดกลุ่มดังนี้ บันทึกสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้แบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม ได้แก่ ผลของการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน และปัญหาและอุปสรรคที่พบ โดยแต่ละกลุ่มจะถูกนำมาจำแนกเป็นข้อมูลเชิงบวกและเชิงลบ

1.2.4 ผู้วิจัยทำการสรุปข้อมูล โดยรายงานผลในลักษณะการเขียนบรรยายผลการจัดการเรียนรู้ในแต่ละชั้น ปัญหา อุปสรรค และแนวทางการแก้ไข เพื่อทำการปรับปรุงและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.2.5 ผู้วิจัยทำการตรวจสอบความน่าเชื่อถือของข้อมูลเชิงคุณภาพด้วยการตรวจสอบสามเส้าด้านแหล่งข้อมูล (Resource Triangulation) แหล่งข้อมูลที่ได้มาจากผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน โดยนำข้อมูลมาวิเคราะห์และพิจารณาถึงผลการดำเนินการว่าให้ข้อมูลในประเด็นที่สอดคล้องและเป็นไปในทิศทางเดียวกันหรือไม่

2. การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน ที่มีต่อทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ในการวิเคราะห์ข้อมูลจากใบกิจกรรม และแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ซึ่งจะทำการวิเคราะห์แบบสังเกตการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน และใบกิจกรรมเมื่อสิ้นสุดในแต่ละวงจรปฏิบัติการ และจะวิเคราะห์ภาพรวมทั้งหมดพร้อมกับวิเคราะห์แบบประเมินทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้ครบทั้ง 3 วงจร จากนั้นนำผลการวิเคราะห์ทั้งสองแหล่งมาเปรียบเทียบกันเพื่อตรวจสอบความสอดคล้องของผลการวิเคราะห์ข้อมูล โดยมีรายละเอียดการวิเคราะห์ดังนี้

2.1 การวิเคราะห์ข้อมูลจากใบกิจกรรม

2.1.1 ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงเนื้อหา (Content Analysis) โดยนำข้อมูลที่ได้เก็บรวบรวมข้อมูลจากใบกิจกรรมมาทำการวิเคราะห์ข้อมูล

2.1.2 ผู้วิจัยรวบรวมข้อมูลจากใบกิจกรรม โดยวิเคราะห์การเขียนคำตอบเพื่อให้คะแนนตามเกณฑ์ที่ผู้วิจัยได้กำหนดขึ้น ดังตาราง 8

2.1.3 ผู้วิจัยทำการรวมคะแนนเพื่อจัดระดับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามองค์ประกอบย่อยทั้ง 4 องค์ประกอบ

2.1.4 ผู้วิจัยเปรียบเทียบคะแนนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากใบกิจกรรมที่ 1, 2 และ 3 ซึ่งถ้าหากผลคะแนนของนักเรียนสูงขึ้นตามใบกิจกรรมที่ได้จากวงจรปฏิบัติการที่ 1, 2 และ 3 แสดงให้เห็นว่านักเรียนได้มีการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเกมมิฟิเคชันที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสามารถส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

2.2 การวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น

2.2.1 ผู้วิจัยรวบรวมข้อมูลจากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น โดยวิเคราะห์การเขียนคำตอบเพื่อให้คะแนนตามเกณฑ์ที่ผู้วิจัยได้กำหนดขึ้น ดังตาราง 8

2.2.2 ผู้วิจัยทำการรวมคะแนนเพื่อจัดระดับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามองค์ประกอบย่อยทั้ง 4 องค์ประกอบ

2.2.3 ผู้วิจัยเปรียบเทียบคะแนนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากแบบทดสอบกับเกณฑ์ ซึ่งถ้าหากผลคะแนนของนักเรียนเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดดังตาราง 8 แสดงให้เห็นว่านักเรียนได้มีการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสามารถส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

2.2.4 ผู้วิจัยทำการตรวจสอบความน่าเชื่อถือของข้อมูลเชิงคุณภาพด้วยการตรวจสอบสามเส้าด้านแหล่งข้อมูล (Resource Triangulation) เครื่องมือวิจัยมากกว่าหนึ่งชนิด (Methodological Triangulation) โดยนำข้อมูลจากใบกิจกรรมและแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์และพิจารณาถึงผลการดำเนินการว่าให้ข้อมูลในประเด็นสอดคล้องและเป็นไปในทิศทางเดียวกันหรือไม่

บทที่ 4

ผลการวิจัย

การวิจัยเชิงปฏิบัติการเพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิจัยโดยแบ่งเป็น 2 ตอน ตามวัตถุประสงค์ของงานวิจัย ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ตอนที่ 2 ผลการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันที่มีต่อทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ตอนที่ 1 ผลการศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ผู้วิจัยใช้รูปแบบการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน ซึ่งเป็นวิจัยเชิงคุณภาพและดำเนินการตามแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน จำนวน 3 แผนการจัดการเรียนรู้ แผนละ 1 วงจรปฏิบัติการ รวมจำนวน 3 วงจรปฏิบัติการ แต่ละวงจรปฏิบัติการประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นวางแผน (Plan) ขั้นปฏิบัติการ (Action) ขั้นสังเกตการณ์ (Observation) และขั้นสะท้อนผล (Reflect) โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งหมด 9 ชั่วโมง สัปดาห์ละ 3 ชั่วโมง สำหรับแต่ละวงจรปฏิบัติการมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

วงจรที่ปฏิบัติการที่ 1 คู่อันดับและกราฟของคู่อันดับ จำนวน 3 ชั่วโมง

1. ขั้นวางแผน (Plan)

การเตรียมแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้

ผู้วิจัยจัดการเรียนรู้ตามหลักสูตรโรงเรียนมัธยมศึกษาแห่งหนึ่งในจังหวัดแพร่ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) รายวิชา

คณิตศาสตร์พื้นฐาน ค21102 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ประกอบด้วย 3 หัวข้อย่อย ได้แก่ คู่อันดับและกราฟของคู่อันดับ กราฟและการนำไปใช้ และความสัมพันธ์เชิงเส้น โดยผู้วิจัยได้ดำเนินการวางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน จำนวน 3 แผน ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง คู่อันดับและกราฟของคู่อันดับ จำนวน 3 คาบ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง กราฟและการนำไปใช้ จำนวน 3 คาบ และแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ความสัมพันธ์เชิงเส้น จำนวน 3 คาบ ซึ่งแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้มีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ชี้นำ

ขั้นตอนที่ 2 ชี้นสอน

ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา

ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร

ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์

ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ

ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ขั้นตอนที่ 3 ชี้นสรุป

โดยแต่ละแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง คู่อันดับและกราฟของคู่อันดับ จำนวน 3 คาบ เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับคู่อันดับและกราฟของคู่อันดับ โดยผ่านสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง และกิจกรรมที่ให้นักเรียนสามารถเขียนและอ่านกราฟของคู่อันดับบนระนาบในระบบพิกัดฉากได้ ในกิจกรรมการเรียนรู้ทั้ง 6 ขั้นตอนจะมีการให้นักเรียนสะสมคะแนนจากการทำกิจกรรมหรือภารกิจต่าง ๆ ที่ได้รับมอบหมายให้สำเร็จ โดยสามารถตรวจสอบความคืบหน้าของตนเองผ่านโปรแกรม Class123 เมื่อนักเรียนได้เรียนรู้จากกิจกรรมเรียบร้อยแล้ว หลังจากนั้นให้นักเรียนแก้ปัญหาในสถานการณ์ของใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉัน โดยในใบกิจกรรมจะให้นักเรียนได้เขียนเส้นทางจากบ้านถึงโรงเรียนและเมื่อนักเรียนเขียนเส้นทางเสร็จเรียบร้อยแล้ว ให้นักเรียนใช้ความรู้ในเรื่อง คู่อันดับและกราฟของคู่อันดับ มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนด โดยในใบกิจกรรมจะประกอบไปด้วยคำถาม 5 ข้อ ต่อไปนี้ 1) จากสถานการณ์ข้างต้นนักเรียนคิดว่ามีสิ่งใดที่เป็นปัญหาของสถานการณ์นั้น พร้อมทั้งให้นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา (ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา) 2) ให้นักเรียนเลือกปัญหามา 1 ปัญหาจากข้อที่ 1 และทำการกำหนดตัวแปรที่สำคัญที่คาดว่าจะมีผลต่อปัญหาพร้อมทั้งสร้างข้อสมมติฐานของผลลัพธ์ (ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุ

ตัวแปร) 3) ให้นักเรียนนำข้อมูลที่ได้กำหนดไว้ในข้อที่ 2 มาดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สามารถหาคำตอบของปัญหา (ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์) 4) ให้นักเรียนตรวจสอบกระบวนการ คำตอบ และผลลัพธ์ที่ได้จากข้อที่ 3 และทำการวิเคราะห์ว่าผลลัพธ์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นั้นมีความสมเหตุสมผลหรือไม่ สามารถนำไปใช้ได้จริงหรือไม่ สามารถนำไปใช้ได้จริงหรือไม่ พร้อมเขียนอธิบาย (ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์) เมื่อนักเรียนวิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์เรียบร้อยแล้ว ครูสุ่มให้นักเรียนออกมานำเสนอผลงานโดยการอธิบายถึงการได้มาของคำตอบหรือผลลัพธ์และตัวแปรต่าง ๆ เมื่อนักเรียนนำเสนอเสร็จเรียบร้อยแล้ว ครูก็จะอธิบายเพิ่มเติมถึงตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคน รวมถึงเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ ที่อยู่ภายใต้เงื่อนไขที่กำหนด ให้นักเรียนได้เห็นภาพและความสัมพันธ์ของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่มีความหลากหลายกันแต่อยู่ภายใต้เงื่อนไขเดียวกันมีลักษณะเป็นอย่างไร จากนั้นครูให้นักเรียนกลับไปดำเนินการตามกระบวนการในขั้นตอนที่ 1, 2 และ 3 อีกครั้ง ถ้าคำตอบจากกระบวนการที่ 4 ยังไม่สมเหตุสมผลหรือผลลัพธ์ที่ได้นั้นยังไม่ถูกต้อง หรือตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ยังไม่สมบูรณ์หรือต้องการที่จะขยายตัวแบบให้มีความครอบคลุม สมบูรณ์มากขึ้น (ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ) และ 5) ให้นักเรียนอธิบายแนวทางในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในเรื่อง คู่อันดับและกราฟของคู่อันดับ สามารถนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์และปรับใช้ในชีวิตจริงได้อย่างไร (ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์) พร้อมทั้งสรุปผล ส่วนแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 และ 3 จะจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้ง 6 ขั้นตอนในการทำงานเดียวกันกับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 แต่แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง กราฟและการนำไปใช้ จำนวน 3 คาบ เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับกราฟและการนำไปใช้ โดยผ่านสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง และกิจกรรมการเรียนรู้ยังเป็นกิจกรรมที่ทำให้นักเรียนสามารถอ่านและแปลความหมายของกราฟที่กำหนดให้ได้ และแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ความสัมพันธ์เชิงเส้น จำนวน 3 คาบ เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์เชิงเส้น โดยผ่านสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง และกิจกรรมการเรียนรู้ยังเป็นกิจกรรมที่ทำให้นักเรียนสามารถเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองชุดที่มีความสัมพันธ์เชิงเส้นได้

2. ขั้นตอนปฏิบัติการ (Action)

ในขั้นตอนนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง คู่อันดับและกราฟของคู่อันดับ (ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉัน) จำนวน 3 คาบ โดยในคาบแรกผู้วิจัยจะสอนเนื้อหาพื้นฐานเกี่ยวกับคู่อันดับและกราฟของคู่อันดับให้กับนักเรียน จากนั้นในคาบที่ 2 – 3 ผู้วิจัยแจก

ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉัน ให้นักเรียนแต่ละคนแก้ปัญหาในสถานการณ์ทั้ง 5 ข้อคำถาม โดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 6 ขั้นตอน ซึ่งมีรายละเอียดของแต่ละขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา

ผู้วิจัยให้นักเรียนศึกษาและทำความเข้าใจสถานการณ์ในใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉัน โดยผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดว่าจากสถานการณ์ข้างต้นนักเรียนคิดว่ามีสิ่งใดที่เป็นปัญหาของสถานการณ์นั้น สถานการณ์ต้องการให้นักเรียนทำอะไรบ้าง มีปัญหาตรงไหนที่สามารถนำมาแก้ปัญหาได้ จากสถานการณ์โจทย์กำหนดและโจทย์ต้องการหาอะไร จากนั้นให้นักเรียนเขียนสิ่งที่เป็นปัญหาของสถานการณ์ พร้อมทั้งระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด และสิ่งที่โจทย์ต้องการลงในคำถามข้อที่ 1 ของใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉัน โดยการเขียนปัญหาของสถานการณ์ที่กำหนดให้ออกมาเป็นข้อ ๆ (ถ้านักเรียนคนใดสามารถเขียนปัญหาของสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้องและครบถ้วนจะได้รับคะแนน 2 คะแนน ถ้าเขียนปัญหาของสถานการณ์ที่กำหนดให้ไม่ครบถ้วนจะได้รับคะแนน 1 คะแนน และถ้าไม่สามารถเขียนปัญหาของสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้จะได้รับคะแนน 0 คะแนน)

ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร

ผู้วิจัยให้นักเรียนตอบคำถามข้อที่ 2 ของใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉัน โดยการเลือกส่วนสำคัญของปัญหาจากข้อที่ 1 เพื่อนำปัญหาเหล่านั้นมาแปลงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ในรูปของคู่อันดับ โดยผู้วิจัยคอยแนะแนวทางให้กับนักเรียนโดยการใช้คำถาม “จากสถานการณ์ข้างต้น นักเรียนคิดว่าส่วนสำคัญของปัญหาที่นักเรียนจะสามารถแก้ปัญหาได้คืออะไร และอยู่ส่วนใดบ้าง” จากนั้นให้นักเรียนกำหนดตัวแปรที่สำคัญและตั้งสมมติฐานของปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ (ถ้านักเรียนคนใดสามารถกำหนดตัวแปรและตั้งสมมติฐานจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้จะได้รับคะแนน 2 คะแนน ถ้ากำหนดตัวแปรหรือตั้งสมมติฐานจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้เพียงอย่างเดียวอย่างหนึ่งจะได้รับคะแนน 1 คะแนน และถ้าไม่สามารถกำหนดตัวแปรและตั้งสมมติฐานจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้จะได้รับคะแนน 0 คะแนน)

ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยให้นักเรียนลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยการนำตัวแปรที่นักเรียนได้กำหนดไว้ในข้อที่ 2 ของใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉัน มาจัดเป็นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ซึ่งจะอยู่ในรูปของคู่อันดับที่เป็นของตนเอง จากนั้นให้นักเรียนเลือกวิธีการแก้ปัญหาอย่างเหมาะสม พร้อมทั้งดำเนินการหาผลลัพธ์ของปัญหาตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนจะต้องเขียนกระบวนการทางคณิตศาสตร์ทั้งหมดลงในคำถามข้อที่ 3 ของใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉัน (ถ้านักเรียนคนใดสามารถลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์จะได้รับคะแนน 3 คะแนน ถ้าขั้นตอนถูกแต่คำตอบผิดหรือขั้นตอนผิดคำตอบถูก

จะได้รับคะแนน 2 คะแนน ถ้ามีแต่ขั้นตอนหรือมีแค่คำตอบเพียงอย่างเดียวอย่างใดอย่างหนึ่งจะได้รับคะแนน 1 คะแนน และถ้าทำไม่ถูกเลยจะได้รับคะแนน 0 คะแนน)

ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์

ผู้วิจัยให้นักเรียนตรวจสอบกระบวนการ คำตอบ และผลลัพธ์ที่ได้จากข้อที่ 3 และวิเคราะห์ผลลัพธ์ที่เกิดจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของตนเอง จากนั้นให้นักเรียนตรวจสอบความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์และตรวจสอบตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนพิจารณาคำตอบของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของตนเองว่าสามารถแก้ปัญหาหรือหาคำตอบให้ข้อที่ 1 ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด ซึ่งจะต้องนำข้อมูลในข้อที่ 2 และกระบวนการทำในข้อที่ 3 มาเทียบกันแล้วเขียนบันทึกลงในคำถามข้อที่ 4 ของใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉัน (ถ้านักเรียนคนใดสามารถวิเคราะห์ผลลัพธ์ที่เกิดจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้จะได้รับคะแนน 2 คะแนน)

ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ

ผู้วิจัยให้นักเรียนกลับไปดำเนินการตามกระบวนการในขั้นตอนที่ 1, 2 และ 3 อีกครั้ง ถ้าคำตอบจากกระบวนการที่ 4 ยังไม่สมเหตุสมผลหรือผลลัพธ์ที่ได้นั้นยังไม่ถูกต้องหรือตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ยังไม่สมบูรณ์หรือต้องการที่จะขยายตัวแบบให้มีความครอบคลุม สมบูรณ์มากขึ้น โดยผู้วิจัยจะคอยช่วยแนะนำให้นักเรียนไปปรับแก้ข้อคำถามเพื่อแก้ปัญหาได้อย่างตรงจุดและสามารถนำไปแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม “นักเรียนคิดว่าตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่นักเรียนสร้างขึ้นนั้นเป็นตัวแบบที่ถูกต้องแล้วหรือยัง ตัวแปรที่กำหนดนั้นสอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาหรือไม่”

ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยให้นักเรียนอธิบายว่าตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้นั้นสามารถหาคำตอบของปัญหาได้อย่างไร พร้อมทั้งอธิบายแนวทางในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในเรื่อง คู่อันดับและกราฟของคู่อันดับ สามารถนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์และปรับใช้ในชีวิตจริงได้อย่างไร จากนั้นเขียนบันทึกลงในคำถามข้อที่ 5 ของใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉัน โดยผู้วิจัยจะแนะแนวทางได้ “นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้นั้นเป็นคำตอบที่สามารถตอบคำถามในข้อที่ 1 ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด และถ้าเป็นเหตุการณ์ในชีวิตจริงนักเรียนจะเลือกตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นี้ในการแก้ปัญหาหรือไม่ เพราะเหตุใด” (ถ้านักเรียนคนใดสามารถนำตัวแบบไปใช้ตอบปัญหาและอธิบายผลลัพธ์ได้จะได้รับคะแนน 2 คะแนน)

3. ชั้นสังเกตการณ์ (Observation)

ในชั้นตอนนี้ผู้วิจัยได้เก็บรวบรวมข้อมูลจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน เรื่อง คู่อันดับและกราฟของคู่อันดับ โดยเก็บรวบรวมข้อมูลจากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์ และเก็บรวบรวมข้อมูลจากการทำใบกิจกรรม โดยร่วมกันสังเกตพฤติกรรมนักเรียนขณะทำกิจกรรม พร้อมทั้งเขียนปัญหาและอุปสรรคที่พบเจอในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และเขียนบันทึกผลลงในแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยได้ผลการสังเกตดังนี้

ชั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา

เมื่อให้นักเรียนศึกษาและทำความเข้าใจในสถานการณ์ของใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉันท หลังจากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันกำหนดปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ โดยการเขียนปัญหาของสถานการณ์ที่กำหนดให้ออกมาเป็นข้อ ๆ ลงในใบกิจกรรมที่ 1 ข้อที่ 1 ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์พบว่านักเรียนมีความกระตือรือร้นและให้ความร่วมมือกับการทำกิจกรรม ใช้เวลาในการทำกิจกรรมนานถึงจะสามารถระบุปัญหาได้ และจากการสังเกตการทำใบกิจกรรมพบว่ายังมีนักเรียนบางส่วนที่ไม่สามารถระบุปัญหาได้ บางส่วนเขียนระบุปัญหายังไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ และบางส่วนเขียนระบุปัญหายังไม่ถูกต้อง ดังภาพ 9 เนื่องจากนักเรียนยังไม่เข้าใจขั้นตอนในการแก้ปัญหา และวิเคราะห์สถานการณ์ที่กำหนดให้ยังไม่ค่อยได้ ดังนั้นผู้วิจัยจึงให้นักเรียนอ่านและทำความเข้าใจสถานการณ์ที่กำหนดอีกครั้ง จากนั้นใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดถึงแนวทางการตอบคำถามในข้อที่ 1 ดังนี้

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดว่าจากสถานการณ์ข้างต้นนักเรียนคิดว่ามีสิ่งใดที่เป็นปัญหาของสถานการณ์นั้น

นักเรียน : ปัญหาของสถานการณ์ คือ เส้นทางเดินทางมาโรงเรียนของนักเรียนแต่ละคนเพื่อใช้เป็นหลักฐานประกอบการเยี่ยมบ้านใช้ไหมคะ (นักเรียนเลขที่ 17)

ผู้วิจัย : ใช่ค่ะ แล้วสถานการณ์ต้องการให้นักเรียนทำอะไรบ้าง มีปัญหาตรงไหนที่สามารถนำมาแก้ปัญหาได้

นักเรียน : สถานการณ์ให้เขียนกราฟแสดงตำแหน่งและหาพิกัดของสถานที่นั้น ๆ พร้อมทั้งหาระยะทางจากบ้านถึงโรงเรียนค่ะ (นักเรียนเลขที่ 22)

ผู้วิจัย : โอเคค่ะ แล้วจากสถานการณ์ โจทย์กำหนดและโจทย์ต้องการหาอะไร

นักเรียน : โจทย์กำหนดให้นักเรียนกำหนดพิกัดของบ้านด้วยตนเองจากจำนวนสมาชิกภายในบ้านที่เป็นผู้หญิงและจำนวนสมาชิกภายในบ้านที่เป็นผู้ชาย และโจทย์ต้องการหาพิกัดของสถานที่นั้น ๆ พร้อมทั้งหาระยะทางจากบ้านถึงโรงเรียนครับ (นักเรียนเลขที่ 1)

ผู้วิจัย : ถูกต้องค่ะ

การร่วมกันตอบคำถามข้างต้นทำให้นักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ และบอกได้ว่าโจทย์กำหนดและโจทย์ต้องการหาอะไรได้อย่างถูกต้อง
 ดังภาพ 10

1. จากสถานการณ์ข้างต้นนักเรียนคิดว่ามีสิ่งใดที่เป็นปัญหาของสถานการณ์นั้น พร้อมทั้งให้นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา

สิ่งที่โจทย์กำหนด	สิ่งที่โจทย์ต้องการหา
สิ่งของสำหรับอาหาร	โรงพยาบาล
- COVID-19 ระบาด	พื้นที่ที่เข้าไปกำหนดหัดฝึกซ้อม
- การสืบหาการเรียนรู้แบบ onsite และ online	ต้อง/สาเหตุจากงานอาสาสมัคร
- องค์กรเป็นชุมชน	ถามในหน้าที่ผู้คุมคุมคุมคุมคุม
- เพิ่มและเพิ่มของบ้าน - รร.	สมาชิกภายในบ้าน

ภาพ 9 นักเรียนบางส่วนเขียนระบุปัญหายังไม่ครบถ้วนสมบูรณ์

1. จากสถานการณ์ข้างต้นนักเรียนคิดว่ามีสิ่งใดที่เป็นปัญหาของสถานการณ์นั้น พร้อมทั้งให้นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา

สิ่งที่โจทย์กำหนด	สิ่งที่โจทย์ต้องการหา
ปัญหาของสถานการณ์	โรงพยาบาล
- ได้เวลามากแต่ทำมาไม่ทันเพราะนักเรียนแต่ละคนต้องไปเป็นอาสาสมัคร	
โจทย์กำหนด	
- ให้สังเกตว่านักเรียนที่คิดจะทำงานอาสาสมัครภายในบ้านที่เป็นผู้คุมคุมคุมคุมคุม	
สิ่งที่โจทย์ต้องการหา	
- ให้สังเกตว่านักเรียนที่คิดจะทำงานอาสาสมัครภายในบ้านที่เป็นผู้คุมคุมคุมคุมคุม	
- ให้สังเกตว่านักเรียนที่คิดจะทำงานอาสาสมัครภายในบ้านที่เป็นผู้คุมคุมคุมคุมคุม	

ภาพ 10 นักเรียนสามารถระบุปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้

ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร

เมื่อให้นักเรียนเลือกส่วนสำคัญของปัญหาจากข้อที่ 1 เพื่อนำปัญหาเหล่านั้นมาแปลงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ในรูปของคู่อันดับ ลงในใบกิจกรรมที่ 1 ข้อที่ 2 ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์พบว่าจากการที่ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมนักเรียนมีความตั้งใจในการทำกิจกรรมดี ถึงแม้ว่าจะใช้เวลาในการทำกิจกรรมนาน แต่นักเรียนก็ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี มีปัญหาจุดไหนหรือมีข้อสงสัยจะถามครูตลอดการทำกิจกรรม นักเรียนส่วนใหญ่ ยังไม่เข้าใจการกำหนดตัวแปรและการเลือกส่วนสำคัญ ไม่รู้จะเริ่มจากจุดไหน เริ่มยังไง ไม่รู้ว่าจะกำหนดตัวแปรให้กับตัวไหนได้บ้าง กำหนดยังไง จึงทำให้นักเรียนเกิดความสับสนกับการกำหนดตัวแปรและการเลือกส่วนสำคัญ
 ดังภาพ 11 ดังนั้นผู้วิจัยจึงคอยแนะแนวทางให้กับนักเรียนโดยการใช้คำถามกระตุ้น

ผู้วิจัย : จากสถานการณ์ข้างต้น นักเรียนคิดว่าส่วนสำคัญของปัญหาที่นักเรียนจะสามารถแก้ปัญหาได้คืออะไร

นักเรียน : การเขียนกราฟแสดงตำแหน่งและหาพิกัดของบ้าน วัด โรงพยาบาล หรือสถานที่สำคัญ ๆ และโรงเรียนประมานนี้คะ (นักเรียนเลขที่ 9)

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดว่าส่วนสำคัญของปัญหาอยู่ตรงส่วนใดบ้าง

นักเรียน : ส่วนสำคัญของปัญหาอยู่ตรงการลงจุดบนกราฟของตำแหน่งต่าง ๆ ใหม่มาก
ครับ (นักเรียนเลขที่ 2)

ผู้วิจัย : ใช่ค่ะ

การร่วมกันตอบคำถามข้างต้น และจากที่ครูคอยชี้แนะและให้คำแนะนำนักเรียนพบว่า
นักเรียนส่วนใหญ่สามารถกำหนดตัวแปรให้กับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ ดังภาพ 12

2. ให้นักเรียนเลือกปัญหามา 1 ปัญหาจากข้อที่ 1 และทำการกำหนดตัวแปรที่สำคัญที่คาดว่าจะมีผล
ต่อปัญหาพร้อมทั้งสร้างข้อสมมติฐานของผลลัพธ์

..... สถานการณ์นักเรียนแบบ Onsite และ Online ^{ตัวแปร} สถานการณ์ใดดี 1
..... ลงจุดฐาน จากไปไม่ได้ดี ลงจุดด้วย Onsite ได้

ภาพ 11 นักเรียนบางคนยังสับสนกับการกำหนดตัวแปรและการเลือกส่วนสำคัญ

2. ให้นักเรียนเลือกปัญหามา 1 ปัญหาจากข้อที่ 1 และทำการกำหนดตัวแปรที่สำคัญที่คาดว่าจะมีผล

ต่อปัญหาพร้อมทั้งสร้างข้อสมมติฐานของผลลัพธ์
การเรียงกราฟแสดงตำแหน่งและกาเนหาหลักของสถานที่ต่าง ๆ
ให้ x แทนจำนวนสมาชิกที่เป็นสมาชิก
y แทน " " ผู้ชาย
ดังนั้น จำนวน (4,1)

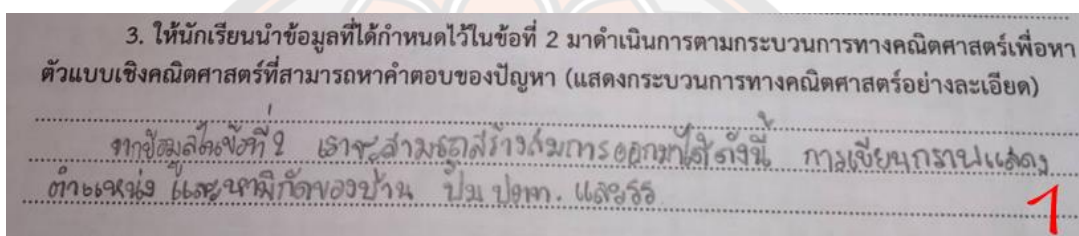
ภาพ 12 นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรให้กับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้

ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์

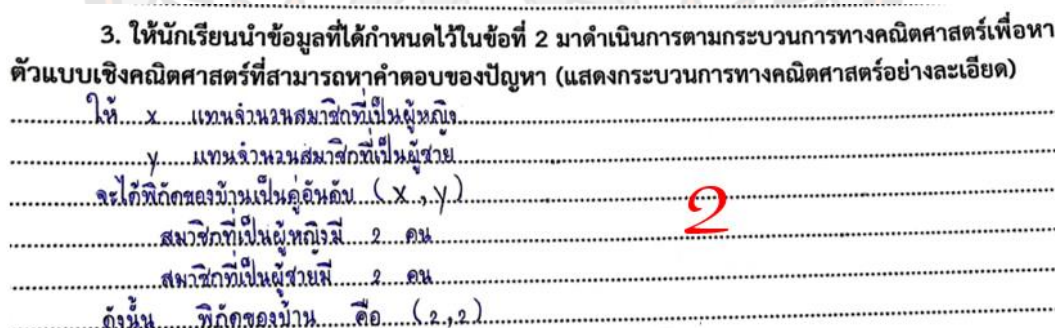
เมื่อให้นักเรียนลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยการนำตัวแปร
ที่นักเรียนได้กำหนดไว้ในข้อที่ 2 ของใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉันท มาจัดเป็นตัวแบบ
เชิงคณิตศาสตร์ซึ่งจะอยู่ในรูปของคู่อันดับที่เป็นของตนเอง จากนั้นให้นักเรียนดำเนินการหาผลลัพธ์
ของปัญหาตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนจะต้องเขียนกระบวนการทางคณิตศาสตร์
ทั้งหมดลงในคำถามข้อที่ 3 ของใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉันท ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์
พบว่านักเรียนบางส่วนไม่สามารถแก้ปัญหาตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ คือนักเรียนไม่
สามารถเขียนคู่อันดับเพื่อนำมาลงจุดบนกราฟได้หรือไม่สามารถเขียนคู่อันดับของตำแหน่งถัดไปได้ ดัง
ภาพ 13 และบางส่วนแก้ปัญหาตามกระบวนการยังไม่ละเอียดเท่าที่ควร คือนักเรียนไม่สามารถเขียน
อธิบายการลงจุดหรือพิกัดของคู่อันดับต่าง ๆ ของสถานที่ในเส้นทางของตนเองได้ ดังภาพ 14 ผู้วิจัย
จึงคอยให้คำชี้แนะและแนะนำในการเขียนดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ว่านักเรียนจะ
เห็นว่าตำแหน่งของจุดเริ่มต้นจะขึ้นอยู่กับจำนวนสมาชิกภายในครอบครัว และพิกัดของสถานที่ต่าง ๆ

จะอยู่ในแนวเส้นตรงจากสถานที่ก่อนหน้า ถ้าพิกัดอยู่ห่างจากสถานที่เดิมไปทางทิศตะวันออกค่าของสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับจะเพิ่มขึ้นตามระยะห่าง และถ้าพิกัดอยู่ห่างจากสถานที่เดิมไปทางทิศตะวันตกค่าของสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับจะลดลงตามระยะห่าง ถ้าพิกัดอยู่ห่างจากสถานที่เดิมไปทางทิศเหนือค่าของสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับจะเพิ่มขึ้นตามระยะห่าง และถ้าพิกัดอยู่ห่างจากสถานที่เดิมไปทางทิศใต้ค่าของสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับจะลดลงตามระยะห่าง

ดังนั้นจึงทำให้ระยะเวลาในการทำกิจกรรมในชั้นตอนนี้จะต้องใช้เวลาพอสมควรเพราะนักเรียนจะต้องเขียนอธิบายพิกัดของตำแหน่งต่าง ๆ และวาดกราฟแสดงเส้นทางการเดินทางให้เห็นภาพอย่างชัดเจน และเมื่อผู้วิจัยได้คอยชี้แนะแนวทางการแก้ปัญหาให้กับนักเรียนพบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง



ภาพ 13 นักเรียนบางส่วนไม่สามารถแก้ปัญหาตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้



ภาพ 14 แสดงนักเรียนบางส่วนแก้ปัญหาตามกระบวนการยังไม่ละเอียดเท่าที่ควร

ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์

เมื่อให้นักเรียนตรวจสอบกระบวนการ คำตอบ และผลลัพธ์ที่ได้จากข้อที่ 3 และวิเคราะห์ผลลัพธ์ที่เกิดจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของตนเอง จากนั้นให้นักเรียนตรวจสอบความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์และตรวจสอบตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนพิจารณาคำตอบของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของตนเองว่าสามารถแก้ปัญหาหรือหาคำตอบให้ข้อที่ 1 ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด ซึ่งจะต้องนำข้อมูลในข้อที่ 2 และกระบวนการทำในข้อที่ 3 มาเทียบกันแล้วเขียนบันทึกลงในคำถามข้อที่ 4 ของใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉัน ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์พบว่านักเรียน

ไม่สามารถเขียนอธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ ไม่รู้ว่าจะเริ่มเขียนยังไง เขียนแบบไหน ดังนั้นผู้วิจัยจึงคอยให้คำแนะนำ ชี้แนะแนวทางและใช้คำถามกระตุ้น

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดว่ากำหนัดตัวแปรมีความสอดคล้องกับปัญหาหรือไม่

นักเรียน : หนูคิดว่า หนูกำหนดตัวแปรถูกต้อง และสอดคล้องกับปัญหา (นักเรียนเลขที่

12)

ผู้วิจัย : เมื่อเรารู้ถึงปัญหา และกำหนดตัวแปรเรียบร้อยแล้ว จากนั้นต้องทำยังไงต่อละ

นักเรียน : วาดกราฟละ (นักเรียนเลขที่ 25)

ผู้วิจัย : ทำไมถึงเลือกที่จะวาดกราฟละ

นักเรียน : เพราะเป็นวิธีการแก้ปัญหที่ทำให้เรามองเห็นเส้นทางได้ละ (นักเรียนเลขที่

14)

ผู้วิจัย : แล้วคิดว่าคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหามีความสมเหตุสมผลกันไหม

นักเรียน : คิดว่าน่าจะสมเหตุสมผลละ (นักเรียนเลขที่ 30)

จากนั้นให้นักเรียนอธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์โดยการเลือกผลงานของนักเรียนแต่ละกลุ่ม เพื่อดูว่าก่อนที่จะหาผลลัพธ์ได้ การเลือกวิธีการแก้ปัญหาเหมาะสมไหม ปัญหาที่นำมาแก้สอดคล้องการกำหนดตัวแปรหรือเปล่า เมื่อนักเรียนสามารถตอบคำถามตรงจุดนี้ได้ นักเรียนก็จะสามารถอธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ ดังภาพ 15 จากนั้นผู้วิจัยอธิบายเพิ่มเติมถึงตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคน รวมถึงเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในแบบต่าง ๆ ที่อยู่ภายใต้เงื่อนไขที่กำหนด ให้นักเรียนได้เห็นภาพและความสัมพันธ์ของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่มีความหลากหลายกัน แต่อยู่ภายใต้เงื่อนไขเดียวกันมีลักษณะเป็นอย่างไร

4. ให้นักเรียนตรวจสอบกระบวนการ คำตอบ และผลลัพธ์ที่ได้จากข้อที่ 3 และทำการวิเคราะห์ว่าผลลัพธ์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นั้นมีความสมเหตุสมผลหรือไม่ สามารถนำไปใช้ได้จริงหรือไม่ สามารถนำไปใช้ได้จริงหรือไม่ พร้อมเขียนอธิบาย (ถ้าคำตอบมีความสมเหตุสมผลแล้วให้ทำข้อที่ 5 ต่อ แต่ถ้ายังไม่สมเหตุสมผลให้กลับไปดำเนินการตามกระบวนการที่ 1 2 3 อีกครั้ง)

จากการกำหนดตัวแปรในข้อที่ 2 ตัวแปรแต่ละตัวมีความสอดคล้องกัน โดยเมื่อกำหนดให้ a แทนจำนวนสมาชิกที่เป็นผู้หญิงและ b แทนจำนวนสมาชิกที่เป็นผู้ชายจะได้ความสัมพันธ์คือ (a, b) ซึ่งเมื่อลบลูกศรบนกราฟจะทำให้ได้ตำแหน่งของสมาชิกต่างๆ ซึ่งเมื่อกราฟไปทางทิศบนแสดงว่าให้ค่าของ a เพิ่มขึ้นและถ้ากราฟไปทางทิศบนแสดงว่าให้ค่าของ a ลดลง ถ้ากราฟไปทางทิศบนหรือลงทำให้ของ b เพิ่มขึ้นและถ้ากราฟไปทางทิศบนหรือลงทำให้ค่าของ b ลดลง ซึ่งในการเลือดยังใช้กราฟแสดงความสัมพันธ์ ก็มีความสัมพันธ์สมเหตุสมผลเนื่องจากสอดคล้องกับปัญหาจากลักษณะที่กำหนดให้กำหนดให้ได้

ภาพ 15 นักเรียนสามารถวิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ได้

ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ

เมื่อให้นักเรียนกลับไปดำเนินการตามกระบวนการในขั้นตอนที่ 1, 2 และ 3 อีกครั้ง ถ้าคำตอบจากกระบวนการที่ 4 ยังไม่สมเหตุสมผลหรือผลลัพธ์ที่ได้นั้นยังไม่ถูกต้อง หรือตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ยังไม่สมบูรณ์หรือต้องการที่จะขยายตัวแบบให้มีความครอบคลุม สมบูรณ์ มากขึ้น ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์พบว่าจากที่นักเรียนได้ทำกิจกรรมแต่ละขั้นตอนที่ผ่านมาจนถึงการนำเสนอ ทำให้พบถึงข้อผิดพลาดในการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียนหลาย ๆ กลุ่ม ดังนั้นจึงให้นักเรียนภายในกลุ่มร่วมกันแก้ปัญหาในจุดที่พบว่ากลุ่มของเราทำผิด นักเรียนบางคนยังไม่ให้ความร่วมมือในขั้นตอนนี้เท่าที่ควร ไม่ช่วยเพื่อน ๆ แก้ไขข้อผิดพลาด ดังนั้นผู้วิจัยจึงใช้รางวัลเป็นตัวกระตุ้นและเข้าไปร่วมสนทนากับนักเรียนในกลุ่มนั้น ๆ เพื่อช่วยแนะนำให้นักเรียนไปปรับแก้ข้อคำถามเพื่อแก้ปัญหาได้อย่างตรงจุดและสามารถนำไปแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม โดยผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้น “นักเรียนคิดว่าตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่นักเรียนสร้างขึ้นนั้นเป็นตัวแบบที่ถูกต้องแล้วหรือยัง ตัวแปรที่กำหนดนั้นสอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาหรือไม่” เมื่อผู้วิจัยเข้าไปกระตุ้นนักเรียนก็จะสามารถคิดแก้ไขข้อผิดพลาดของตนเองที่เกิดขึ้นได้ ส่วนกลุ่มของนักเรียนที่ไม่ผิดพลาด ผู้วิจัยให้กลับไปทบทวนอีกครั้งเพื่อมีจุดตรงไหนที่เขียนอธิบายผิดหรืออยากจะแก้ไขเพิ่มเติม

ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

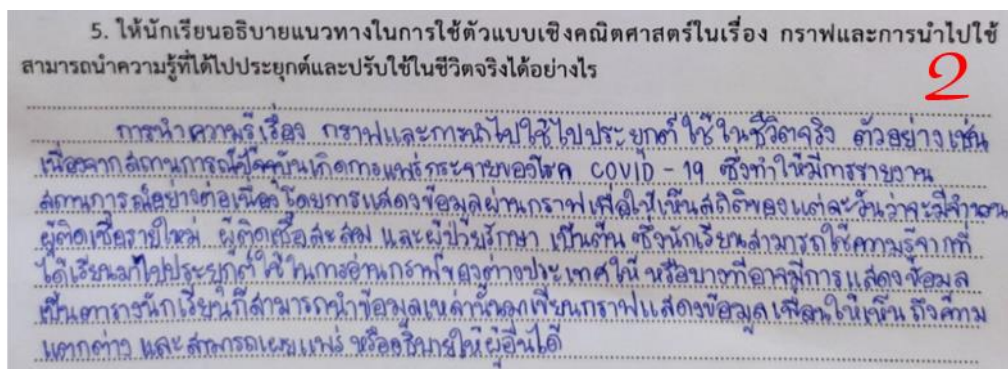
เมื่อให้นักเรียนอธิบายว่าตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้นั้นสามารถหาคำตอบของปัญหาได้อย่างไร พร้อมทั้งอธิบายแนวทางในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในเรื่อง คู่อันดับและกราฟของคู่อันดับ สามารถนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์และปรับใช้ในชีวิตจริงได้อย่างไร จากนั้นเขียนบันทึกลงในคำถามข้อที่ 5 ของใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนทีของฉันทน์ ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์พบว่านักเรียนบางส่วนไม่สามารถเขียนอธิบายได้ และบางส่วนเขียนอธิบายไม่ชัดเจน บางส่วนเขียนอธิบายน้อยจนเกินไป นำความรู้ที่ได้ไปแก้ปัญหายังไม่หลากหลาย ดังภาพ 16 ดังนั้นผู้วิจัยจึงแนะนำแนวทางและใช้คำถามกระตุ้น “นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้นั้นเป็นคำตอบที่สามารถตอบคำถามในข้อที่ 1 ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด และถ้าเป็นเหตุการณ์ในชีวิตจริงนักเรียนจะเลือกตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นี้ในการแก้ปัญหาหรือไม่ เพราะเหตุใด” เมื่อมีครูคอยชี้แนะแนวทางและให้คำปรึกษานักเรียนสามารถเขียนอธิบายการนำความรู้ไปใช้ได้ดีขึ้น ดังภาพ 17

5. ให้นักเรียนอธิบายแนวทางในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในเรื่อง คู่อันดับและกราฟของคู่อันดับ สามารถนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์และปรับใช้ในชีวิตจริงได้อย่างไร

.....แผนทีเมื่อแสดงตำแหน่งแหล่งท่องเที่ยวต่าง ๆ ก็สำคัญและน่าสนใจของจังหวัด

.....เมื่อใช้แนวทาง

ภาพ 16 นักเรียนบางส่วนเขียนอธิบายการนำความรู้ไปใช้ไม่ชัดเจน



ภาพ 17 นักเรียนสามารถเขียนอธิบายการนำความรู้ไปใช้

4. ขั้นสะท้อนผล (Reflect)

ในขั้นตอนนี้ผู้วิจัยได้นำข้อมูลที่รวบรวมได้จากขั้นสังเกตการณ์ จากแบบสะท้อนผล
การจัดการเรียนรู้โดยผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์ มาทำการวิเคราะห์เพื่อหาแนวทางการจัดการ
เรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน ซึ่งผู้วิจัยและผู้ร่วม
สังเกตการณ์พบปัญหาการจัดการเรียนรู้ในชั้นเรียนและได้เสนอแนวทางการปรับปรุงในแต่ละขั้นตอน
การจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 1 สรุปได้ดังตาราง 15

ตาราง 15 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้
ของวงจรปฏิบัติการที่ 1

ขั้นตอน	ปัญหาที่พบในชั้นเรียน	แนวทางการปรับปรุง
ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา	<ul style="list-style-type: none"> นักเรียนใช้เวลาในการระบุปัญหา นานมากพอสมควร นักเรียนบางส่วนไม่สามารถระบุ ตัวแปรได้ บางส่วนเขียนระบุปัญหา ยังไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ นักเรียนยังไม่เข้าใจขั้นตอนการ แก้ปัญหา และวิเคราะห์สถานการณ์ ที่กำหนดให้ยังไม่ค่อยได้ 	<ul style="list-style-type: none"> กำหนดเวลาในการทำ ใบกิจกรรมข้อที่ 1 ให้ชัดเจนและ เหมาะสม ครูคอยชี้แนะแนวทางและใช้ คำถามกระตุ้นให้กับนักเรียน เพื่อให้ นักเรียนสามารถระบุปัญหา สิ่งที่โจทย์ กำหนด และสิ่งที่โจทย์ต้องการทำได้ ครูอธิบายถึงขั้นตอนในการจัด กิจกรรม ให้นักเรียนได้รู้ถึงขั้นตอนการ แก้ปัญหา

ตาราง 15 (ต่อ)

ขั้นตอน	ปัญหาที่พบในชั้นเรียน	แนวทางการปรับปรุง
ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐาน และระบุตัวแปร	<ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนใช้เวลานานพอสมควร ในการกำหนดตัวแปรให้กับสถานการณ์ปัญหา - นักเรียนส่วนใหญ่ไม่เข้าใจการกำหนดตัวแปรและการเลือกส่วนสำคัญ จึงทำให้ไม่สามารถกำหนดตัวแปรให้กับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ 	<ul style="list-style-type: none"> - ครูกำหนดเวลาที่ชัดเจนและเหมาะสมในการทำใบกิจกรรมที่ 1 ข้อที่ 2 ให้กับนักเรียน - ครูคอยชี้แนะแนวทางและใช้คำถามกระตุ้นคิดกับนักเรียน เพื่อให้ นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรให้กับสถานการณ์ปัญหาได้
ขั้นตอนที่ 3 ลงมือ ดำเนินการตาม กระบวนการ ทางคณิตศาสตร์	<ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนบางส่วนไม่สามารถเขียนคู่อันดับเพื่อนำมาลงจุดบนกราฟได้ - ไม่สามารถเขียนคู่อันดับของตำแหน่งถัดไปได้ และนักเรียนไม่สามารถเขียนอธิบายการลงจุดหรือพิกัดของคู่อันดับต่าง ๆ ของสถานที่ในเส้นทางของตนเองได้ - นักเรียนใช้เวลาในการดำเนินการแก้ปัญหาานาน 	<ul style="list-style-type: none"> - ครูคอยเน้นย้ำการเขียนคู่อันดับ การลงจุดบนกราฟ การเขียนอธิบายการลงจุดหรือพิกัดของคู่อันดับต่าง ๆ ให้นักเรียนเขียนอธิบายให้ละเอียดและชัดเจน เพื่อที่จะสามารถอ่านกราฟได้อย่างถูกต้องและเข้าใจมากขึ้น - ครูกำหนดเวลาในการทำใบกิจกรรมที่ 1 ข้อที่ 3 ให้กับนักเรียนอย่างเหมาะสม
ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และ ประเมินผลลัพธ์	<ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนใช้เวลาในการวิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์นาน และหลังจากวิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์เสร็จจะต้องมีการนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน - นักเรียนบางส่วนไม่สามารถเขียนอธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ 	<ul style="list-style-type: none"> - ครูกำหนดเวลาในการวิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ในใบกิจกรรมที่ 1 ข้อที่ 4 ให้กับนักเรียน และกำหนดเวลาในการนำเสนอผลงานของนักเรียนในแต่ละกลุ่ม - ครูคอยให้คำแนะนำ ชี้แนะแนวทาง และใช้คำถามกระตุ้น เพื่อให้ นักเรียนเขียนอธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้

ตาราง 15 (ต่อ)

ขั้นตอน	ปัญหาที่พบในชั้นเรียน	แนวทางการปรับปรุง
ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ	- นักเรียนบางคนยังไม่ให้ความร่วมมือในชั้นตอนนี้เท่าที่ควร ไม่ช่วยเพื่อน ๆ แก้ไขข้อผิดพลาด	- ครูใช้รางวัลเป็นตัวกระตุ้น และเข้าไปร่วมสนทนากับนักเรียนในกลุ่มนั้น ๆ เพื่อช่วยแนะนำให้นักเรียนไปปรับแก้ข้อคำถามเพื่อแก้ปัญหาได้อย่างตรงจุดและสามารถนำไปแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม
ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบ เชิงคณิตศาสตร์	- นักเรียนบางส่วนไม่สามารถเขียนอธิบายได้ และบางส่วนเขียนอธิบายไม่ชัดเจน บางส่วนเขียนอธิบายน้อยจนเกินไปนำความรู้ที่ได้ไปแก้ปัญหา ยังไม่หลากหลาย	- ครูคอยชี้แนะแนวทางและใช้คำถามกระตุ้น เพื่อให้นักเรียนได้คิดว่าความรู้ที่ได้รับ สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในเรื่องใดได้บ้าง

จากตาราง 15 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนขณะจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน และแนวทางการปรับปรุงแก้ไขปัญหาที่พบในแต่ละขั้นตอนสำหรับพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

วงจรที่ปฏิบัติการที่ 2 กราฟและการนำไปใช้ จำนวน 3 ชั่วโมง

จากผลการสะท้อนผลการปฏิบัติในวงจรปฏิบัติการที่ 1 ทำให้ผู้วิจัยได้แนวทางการปรับปรุงและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. ขั้ววางแผน (Plan)

ผู้วิจัยได้นำข้อมูลจากผลการสะท้อนการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 มาปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง กราฟและการนำไปใช้ เพื่อให้การจัดการเรียนรู้บรรลุตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ ซึ่งผู้วิจัยได้อธิบายถึงขั้นตอนการแก้ปัญหาของแต่ละขั้นตอนให้กับนักเรียน

เพื่อให้นักเรียนเข้าใจและสามารถแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอนได้อย่างถูกต้อง และผู้วิจัยได้ปรับเวลาในการทำกิจกรรมในแต่ละขั้นตอนอย่างชัดเจนและเหมาะสมเพื่อให้กิจกรรมดำเนินไปตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่กำหนดขึ้น และมีการเพื่อรางวัลเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรม

2. ขั้นตอนปฏิบัติการ (Action)

ในขั้นตอนนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง กราฟและการนำไปใช้ (ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รายงานผ่านกราฟ) จำนวน 3 คาบ โดยในคาบแรกผู้วิจัยจะสอนเนื้อหาพื้นฐานเกี่ยวกับกราฟและการนำไปใช้ให้กับนักเรียน จากนั้นในคาบที่ 2 – 3 ผู้วิจัยแจกใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รายงานผ่านกราฟ ให้นักเรียนแต่ละคนแก้ปัญหาในสถานการณ์ทั้ง 5 ข้อคำถาม โดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 6 ขั้นตอน ซึ่งมีรายละเอียดของแต่ละขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา

ผู้วิจัยให้นักเรียนศึกษาและทำความเข้าใจสถานการณ์ในใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รายงานผ่านกราฟ โดยผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดว่าจากสถานการณ์ข้างต้นนักเรียนคิดว่ามีสิ่งใดที่เป็นปัญหาของสถานการณ์นั้น สถานการณ์ต้องการให้นักเรียนทำอะไรบ้าง มีปัญหาตรงไหนที่สามารถนำมาแก้ปัญหาได้ จากสถานการณ์โจทย์กำหนดและโจทย์ต้องการหาอะไร จากนั้นให้นักเรียนเขียนสิ่งที่เป็นปัญหาของสถานการณ์ พร้อมทั้งระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด และสิ่งที่โจทย์ต้องการหาลงในคำถามข้อที่ 1 ของใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รายงานผ่านกราฟ โดยการเขียนปัญหาของสถานการณ์ที่กำหนดให้ออกมาเป็นข้อ ๆ (ถ้านักเรียนคนใดสามารถเขียนปัญหาของสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้องและครบถ้วนจะได้รับคะแนน 2 คะแนน ถ้าเขียนปัญหาของสถานการณ์ที่กำหนดให้ไม่ครบถ้วนจะได้รับคะแนน 1 คะแนน และถ้าไม่สามารถเขียนปัญหาของสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้จะได้รับคะแนน 0 คะแนน)

ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร

ผู้วิจัยให้นักเรียนตอบคำถามข้อที่ 2 ของใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รายงานผ่านกราฟ โดยการเลือกส่วนสำคัญของปัญหาจากข้อที่ 1 เพื่อนำปัญหาเหล่านั้นมาแปลงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในรูปของกราฟ โดยผู้วิจัยคอยแนะแนวทางให้กับนักเรียนโดยการใช้คำถาม “จากสถานการณ์ข้างต้น นักเรียนคิดว่าส่วนสำคัญของปัญหาที่นักเรียนจะสามารถแก้ปัญหาได้คืออะไร และอยู่ส่วนใดบ้าง” จากนั้นให้นักเรียนกำหนดตัวแปรที่สำคัญและตั้งสมมติฐานของปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ (ถ้านักเรียนคนใดสามารถกำหนดตัวแปรและตั้งสมมติฐานจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้จะได้รับคะแนน 2 คะแนน ถ้ากำหนดตัวแปรหรือตั้งสมมติฐานจากสถานการณ์ที่

กำหนดให้ได้เพียงอย่างเดียวหนึ่งจะได้รับคะแนน 1 คะแนน และถ้าไม่สามารถกำหนดตัวแปรและตั้งสมมติฐานจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้จะได้รับคะแนน 0 คะแนน)

ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยให้นักเรียนลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยการนำตัวแปรที่นักเรียนได้กำหนดไว้ในข้อที่ 2 ของใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รายงานผ่านกราฟมาจัดเป็นตัวแทนเชิงคณิตศาสตร์ซึ่งจะอยู่ในรูปของกราฟที่เป็นของตนเอง จากนั้นให้นักเรียนเลือกวิธีการแก้ปัญหาอย่างเหมาะสม พร้อมทั้งดำเนินการหาผลลัพธ์ของปัญหาตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนจะต้องเขียนกระบวนการทางคณิตศาสตร์ทั้งหมดลงในคำถามข้อที่ 3 ของใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รายงานผ่านกราฟ (ถ้านักเรียนคนใดสามารถลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์จะได้รับคะแนน 3 คะแนน ถ้าขั้นตอนถูกแต่คำตอบผิดหรือขั้นตอนผิดคำตอบถูกจะได้รับคะแนน 2 คะแนน ถ้ามีแต่ขั้นตอนหรือมีแค่คำตอบเพียงอย่างเดียวหนึ่งจะได้รับคะแนน 1 คะแนน และถ้าทำไม่ถูกเลยจะได้รับคะแนน 0 คะแนน)

ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์

ผู้วิจัยให้นักเรียนตรวจสอบกระบวนการ คำตอบ และผลลัพธ์ที่ได้จากข้อที่ 3 และวิเคราะห์ผลลัพธ์ที่เกิดจากตัวแทนเชิงคณิตศาสตร์ของตนเอง จากนั้นให้นักเรียนตรวจสอบความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์และตรวจสอบตัวแทนเชิงคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนพิจารณาคำตอบของตัวแทนเชิงคณิตศาสตร์ของตนเองว่าสามารถแก้ปัญหาหรือหาคำตอบให้ข้อที่ 1 ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด ซึ่งจะต้องนำข้อมูลในข้อที่ 2 และกระบวนการทำในข้อที่ 3 มาเทียบกันแล้วเขียนบันทึกลงในคำถามข้อที่ 4 ของใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รายงานผ่านกราฟ (ถ้านักเรียนคนใดสามารถวิเคราะห์ผลลัพธ์ที่เกิดจากตัวแทนเชิงคณิตศาสตร์ได้จะได้รับคะแนน 2 คะแนน)

ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ

ผู้วิจัยให้นักเรียนกลับไปดำเนินการตามกระบวนการในขั้นตอนที่ 1, 2 และ 3 อีกครั้ง ถ้าคำตอบจากกระบวนการที่ 4 ยังไม่สมเหตุสมผลหรือผลลัพธ์ที่ได้นั้นยังไม่ถูกต้องหรือตัวแทนเชิงคณิตศาสตร์ยังไม่สมบูรณ์หรือต้องการที่จะขยายตัวแทนให้มีความครอบคลุม สมบูรณ์มากขึ้น โดยผู้วิจัยจะคอยช่วยแนะนำให้นักเรียนไปปรับแก้ข้อคำถามเพื่อแก้ปัญหาได้อย่างตรงจุดและสามารถนำไปแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม “นักเรียนคิดว่าตัวแทนเชิงคณิตศาสตร์ที่นักเรียนสร้างขึ้นนั้นเป็นตัวแทนที่ถูกต้องแล้วหรือยัง ตัวแปรที่กำหนดนั้นสอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาหรือไม่”

ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแทนเชิงคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยให้นักเรียนอธิบายว่าตัวแทนเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้นั้นสามารถหาคำตอบของปัญหาได้อย่างไร พร้อมทั้งอธิบายแนวทางในการใช้ตัวแทนเชิงคณิตศาสตร์ในเรื่อง กราฟและการนำไปใช้สามารถนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์และปรับใช้ในชีวิตจริงได้อย่างไร จากนั้นเขียนบันทึกลงในคำถามข้อ

ที่ 5 ของใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รายงานผ่านกราฟ โดยผู้วิจัยจะแนะแนวทางได้ “นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้ นั้นเป็นคำตอบที่สามารถตอบคำถามในข้อที่ 1 ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด และถ้าเป็นเหตุการณ์ในชีวิตจริงนักเรียนจะเลือกตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นี้ในการแก้ปัญหาหรือไม่ เพราะเหตุใด” (ถ้านักเรียนคนใดสามารถนำตัวแบบไปใช้ตอบปัญหาและอธิบายผลลัพธ์ได้จะได้รับคะแนน 2 คะแนน)

3. ขั้นสังเกตการณ์ (Observation)

ในขั้นตอนนี้ผู้วิจัยได้เก็บรวบรวมข้อมูลจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวความคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน เรื่อง กราฟและการนำไปใช้ โดยเก็บรวบรวมข้อมูลจากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์ และเก็บรวบรวมข้อมูลจากการทำใบกิจกรรม โดยร่วมกันสังเกตพฤติกรรมนักเรียนขณะทำกิจกรรม พร้อมทั้งเขียนปัญหาและอุปสรรคที่พบเจอในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และเขียนบันทึกผลลงในแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยได้ผลการสังเกตดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา

เมื่อให้นักเรียนศึกษาและทำความเข้าใจในสถานการณ์ของใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รายงานผ่านกราฟ หลังจากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันกำหนดปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ โดยการเขียนปัญหาของสถานการณ์ที่กำหนดให้ออกมาเป็นข้อ ๆ ลงในใบกิจกรรมที่ 2 ข้อที่ 1 ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ให้ความสนใจในการทำกิจกรรมที่ได้รับมอบหมาย มีนักเรียนบางกลุ่มคัดลอกคำตอบของเพื่อน ๆ กลุ่มอื่น และยังมีนักเรียนบางส่วนยังแยกประเด็นในการระบุปัญหาของสถานการณ์ยังไม่ครบถ้วนและไม่ถูกต้อง ดังนั้นผู้วิจัย จึงให้นักเรียนแต่ละกลุ่มระดมความคิด ปรัชญา ทารือ เพื่อแยกประเด็นของการระบุปัญหา โดยมีครูคอยให้คำปรึกษา ชี้แนะ และใช้คำถามกระตุ้น ดังนี้

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดว่าจากสถานการณ์ข้างต้นนักเรียนคิดว่ามีสิ่งใดที่เป็นปัญหาของสถานการณ์นั้น

นักเรียน : ปัญหาของสถานการณ์ คือ การเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างวันที่และจำนวนผู้ป่วยติดเชื้อสะสมครับ (นักเรียนเลขที่ 5)

ผู้วิจัย : ใช่ค่ะ แล้วสถานการณ์ต้องการให้นักเรียนทำอะไรบ้าง มีปัญหาตรงไหนที่สามารถนำมาแก้ปัญหาได้

นักเรียน : สถานการณ์ให้เขียนกราฟ และตอบคำถามค่ะ (นักเรียนเลขที่ 29)

ผู้วิจัย : โอเคค่ะ แล้วจากสถานการณ์ โจทย์กำหนดอะไร

นักเรียน : โจทย์กำหนดตารางสถิติการติดเชื้อของแต่ละจังหวัดมาให้ค่ะ (นักเรียนเลขที่

ผู้วิจัย : และโจทย์ต้องการหาอะไรละ

นักเรียน : โจทย์ต้องการหาคำตอบของคำถามทั้ง 6 ข้อละ (นักเรียนเลขที่ 17)

ผู้วิจัย : ถูกต้องค่ะ

การร่วมกันตอบคำถามข้างต้นทำให้นักเรียนสามารถระบุปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ และบอกได้ว่าโจทย์กำหนดและโจทย์ต้องการหาอะไรได้อย่างถูกต้อง ดังภาพ 18

1. จากสถานการณ์ข้างต้นนักเรียนคิดว่ามีสิ่งใดที่เป็นปัญหาของสถานการณ์นั้น พร้อมทั้งให้นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา.

โจทย์ที่กำหนด	สิ่งที่โจทย์กำหนด	สิ่งที่โจทย์ถาม
จำนวนผู้ป่วยโควิด-19	จำนวนผู้ป่วยโควิด-19	จำนวนคนที่ไม่ใช่ผู้ป่วยโควิด-19
จำนวนคนที่ไม่ใช่ผู้ป่วยโควิด-19	จำนวนคนที่ไม่ใช่ผู้ป่วยโควิด-19	จำนวนคนที่ไม่ใช่ผู้ป่วยโควิด-19
จำนวนผู้ป่วยโควิด-19 และจำนวนคนที่ไม่ใช่ผู้ป่วยโควิด-19	จำนวนผู้ป่วยโควิด-19 และจำนวนคนที่ไม่ใช่ผู้ป่วยโควิด-19	จำนวนคนที่ไม่ใช่ผู้ป่วยโควิด-19
จำนวนผู้ป่วยโควิด-19 และจำนวนคนที่ไม่ใช่ผู้ป่วยโควิด-19	จำนวนผู้ป่วยโควิด-19 และจำนวนคนที่ไม่ใช่ผู้ป่วยโควิด-19	จำนวนคนที่ไม่ใช่ผู้ป่วยโควิด-19
จำนวนผู้ป่วยโควิด-19 และจำนวนคนที่ไม่ใช่ผู้ป่วยโควิด-19	จำนวนผู้ป่วยโควิด-19 และจำนวนคนที่ไม่ใช่ผู้ป่วยโควิด-19	จำนวนคนที่ไม่ใช่ผู้ป่วยโควิด-19
จำนวนผู้ป่วยโควิด-19 และจำนวนคนที่ไม่ใช่ผู้ป่วยโควิด-19	จำนวนผู้ป่วยโควิด-19 และจำนวนคนที่ไม่ใช่ผู้ป่วยโควิด-19	จำนวนคนที่ไม่ใช่ผู้ป่วยโควิด-19
จำนวนผู้ป่วยโควิด-19 และจำนวนคนที่ไม่ใช่ผู้ป่วยโควิด-19	จำนวนผู้ป่วยโควิด-19 และจำนวนคนที่ไม่ใช่ผู้ป่วยโควิด-19	จำนวนคนที่ไม่ใช่ผู้ป่วยโควิด-19
จำนวนผู้ป่วยโควิด-19 และจำนวนคนที่ไม่ใช่ผู้ป่วยโควิด-19	จำนวนผู้ป่วยโควิด-19 และจำนวนคนที่ไม่ใช่ผู้ป่วยโควิด-19	จำนวนคนที่ไม่ใช่ผู้ป่วยโควิด-19
จำนวนผู้ป่วยโควิด-19 และจำนวนคนที่ไม่ใช่ผู้ป่วยโควิด-19	จำนวนผู้ป่วยโควิด-19 และจำนวนคนที่ไม่ใช่ผู้ป่วยโควิด-19	จำนวนคนที่ไม่ใช่ผู้ป่วยโควิด-19

ภาพ 18 นักเรียนสามารถระบุปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้

ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร

เมื่อให้นักเรียนเลือกส่วนสำคัญของปัญหาจากข้อที่ 1 เพื่อนำปัญหาเหล่านั้นมาแปลงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ในรูปของกราฟลงในใบกิจกรรมที่ 2 ข้อที่ 2 ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์พบว่ายังมีนักเรียนบางส่วนกำหนดตัวแปรให้กับสถานการณ์ปัญหาอย่างไม่ค่อยถูกต้องและครบถ้วน คือบางคนกำหนดแค่ตัวแปรที่แทนแกน X และแกน Y แต่ไม่ได้แทนตัวแปรที่แทนคู่อันดับของจุดที่อยู่บนกราฟ ดังภาพ 19 ดังนั้นผู้วิจัยจึงให้นักเรียนภายในกลุ่มระดมความคิดเห็นในการกำหนดตัวแปรให้กับสถานการณ์ปัญหา โดยผู้วิจัยคอยให้คำแนะนำและตรวจสอบความถูกต้องอย่างใกล้ชิด ดังนี้

ผู้วิจัย : จากสถานการณ์ข้างต้น นักเรียนคิดว่าส่วนสำคัญของปัญหาที่นักเรียนจะสามารถแก้ปัญหาคืออะไร

นักเรียน : การเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างวันที่และจำนวนผู้ป่วยติดเชื้อสะสมค่ะ (นักเรียนเลขที่ 27)

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดว่าส่วนสำคัญของปัญหาอยู่ตรงส่วนใดบ้าง

นักเรียน : ส่วนสำคัญของปัญหาอยู่ตรงการลงจุดบนกราฟเพื่อเปรียบเทียบสถิติการติดเชื้อครับ (นักเรียนเลขที่ 1)

ผู้วิจัย : โอเคค่ะ

การร่วมกันตอบคำถามข้างต้น และจากที่ครูคอยชี้แนะและให้คำแนะนำนักเรียนพบว่านักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรให้กับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ ดังภาพ 20

2. ให้นักเรียนเลือกปัญหา 1 ปัญหาจากข้อที่ 1 และทำการกำหนดตัวแปรที่สำคัญที่คาดว่าจะมีผลต่อปัญหาพร้อมทั้งสร้างข้อสมมติฐานของผลลัพธ์

การเขียนกราฟ ตัวแปร คือ จำนวนผู้ติดเชื้อสะสม 1
โดยกำหนดในแกน x แทนวันที่ แกน y แทนจำนวนผู้ติดเชื้อสะสม
เลขโดดในอาณาของแกน

ภาพ 19 นักเรียนบางส่วนกำหนดตัวแปรให้กับสถานการณ์ปัญหาอย่างไม่ค่อยถูกต้อง และครบถ้วน

2. ให้นักเรียนเลือกปัญหา 1 ปัญหาจากข้อที่ 1 และทำการกำหนดตัวแปรที่สำคัญที่คาดว่าจะมีผลต่อปัญหาพร้อมทั้งสร้างข้อสมมติฐานของผลลัพธ์

ก่อนเล่าเรื่องของกราฟคือ การเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างวันที่และจำนวนผู้ป่วยติดเชื้อสะสม หรือกราฟของแต่ละคนจะแตกต่างกันขึ้นอยู่กับจังหวัดที่นักเรียนเลือก โดยสมมติให้ ๒ แกน x แทนวันที่ และ แกน y แทนจำนวนผู้ติดเชื้อสะสม และกำหนดให้ a แกน วันที่เฉลี่ยจังหวัดที่ขึ้นลง และ b แกนจำนวนผู้ติดเชื้อสะสม (เลขโดดตั้งแต่ ๐-๒)

เมื่อกราฟเขียนแล้วใช้สมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างวันที่และจำนวนผู้ติดเชื้อสะสมจะทำให้ได้เส้นกราฟจากกราฟเมื่อตอนเดิมาแต่ต่อไปได้

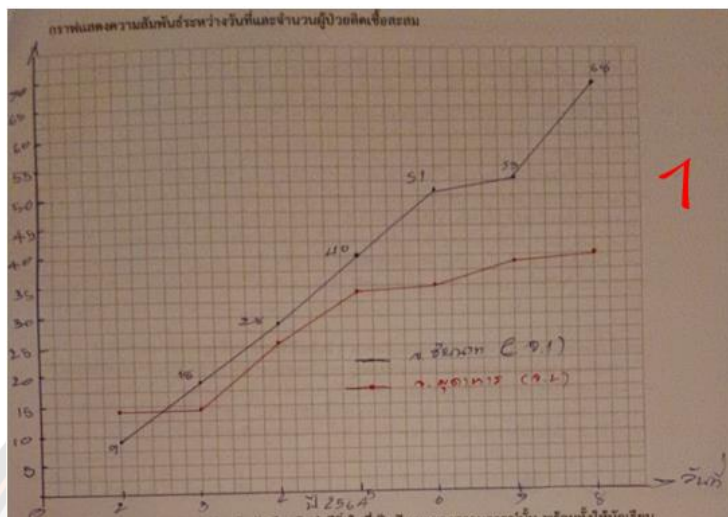
1) วันที่เท่าไรของจังหวัดที่ 1 มีผู้ป่วยติดเชื้อสะสมมากที่สุด และจังหวัดเท่าใด 2
2) วันที่เท่าไรของจังหวัดที่ 1 และ 2 มีจำนวนผู้ติดเชื้อรวมในมกราคมมากที่สุด และจังหวัดเท่าใด
3) จำนวนผู้ติดเชื้อรวมในมกราคมที่ 1 และ 2 ของจังหวัดที่ 1 และ 2 เท่ากันเท่าไร
4) จากวันที่ 1 ถึงวันที่ 8 ของจังหวัดที่ 1 และ 2 มีจำนวนผู้ติดเชื้อสะสมเท่าไร และ ต่างกันเท่าไร
5) วันที่เท่าไรของจังหวัดที่ 1 และ 2 มีจำนวนผู้ติดเชื้อสะสมสูงที่สุดและต่ำที่สุด และ มีจำนวนเท่าใด

ภาพ 20 นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรให้กับสถานการณ์ปัญหาได้

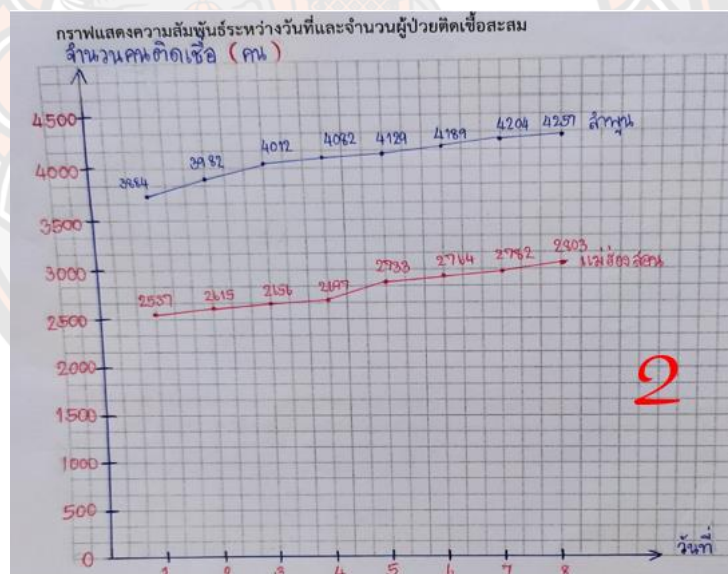
ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์

เมื่อให้นักเรียนลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยการนำตัวแปรที่นักเรียนได้กำหนดไว้ในข้อที่ 2 ของใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รายงานผ่านกราฟ มาจัดเป็นรูปแบบเชิงคณิตศาสตร์ซึ่งจะอยู่ในรูปของกราฟที่เป็นของตนเอง จากนั้นให้นักเรียนดำเนินการหาผลลัพธ์ของปัญหาตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนจะต้องเขียนกระบวนการทางคณิตศาสตร์ทั้งหมดลงในคำถามข้อที่ 3 ของใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รายงานผ่านกราฟ ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์พบว่านักเรียนบางส่วนแก้ปัญหาตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ยังไม่ถูกต้อง คือ มีนักเรียนบางส่วนที่ลงจุดบนกราฟโดยการนำเอาจำนวนผู้ป่วยติดเชื้อมาแทนจำนวนผู้ป่วยติดเชื้อสะสม จะทำให้กราฟของนักเรียนขึ้นก็ขึ้นสูงลงก็ลงต่ำอย่างเห็นได้ชัดตามจำนวนผู้ป่วยติดเชื้อรายวันของแต่ละจังหวัด ซึ่งจะต่างจากเพื่อนที่นำเอาจำนวนผู้ป่วยติดเชื้อสะสมมาลงจุดบนกราฟ เพราะกราฟของเพื่อนจะขึ้นลงต่างกันเพียงเล็กน้อย ดังภาพ 21 ดังนั้นครูจึงคอยแนะนำและตรวจสอบอย่าง

ใกล้ขีด เพื่อให้นักเรียนสามารถดำเนินการแก้ปัญหาตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง
 ดังภาพ 22



ภาพ 21 นักเรียนบางส่วนแก้ปัญหาตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ยังไม่ถูกต้อง



ภาพ 22 นักเรียนสามารถดำเนินการแก้ปัญหาตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง

ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์

เมื่อให้นักเรียนตรวจสอบกระบวนการ คำตอบ และผลลัพธ์ที่ได้จากข้อที่ 3 และวิเคราะห์ผลลัพธ์ที่เกิดจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของตนเอง จากนั้นให้นักเรียนตรวจสอบความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์และตรวจสอบตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนพิจารณาคำตอบของ

ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของตนเองว่าสามารถแก้ปัญหาหรือหาคำตอบให้ข้อที่ 1 ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด ซึ่งจะต้องนำข้อมูลในข้อที่ 2 และกระบวนการทำในข้อที่ 3 มาเทียบกันแล้วเขียนบันทึกลงในคำถามข้อที่ 4 ของใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รายงานผ่านกราฟ ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์พบว่านักเรียนบางส่วนเขียนอธิบายการวิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ยังไม่ได้ บางส่วนเขียนการวิเคราะห์ไม่ครบถ้วน บางส่วนขาดรายละเอียดย่อย ๆ คือ ไม่เขียนคู่อันดับของกราฟที่ได้ ดังภาพ 23 ดังนั้นผู้วิจัยจึงใช้คำถามกระตุ้น “นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้มีความสมเหตุสมผลหรือไม่” จากนั้นให้นักเรียนอธิบายการวิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ แล้วจึงเขียนอธิบายการวิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์อีกครั้ง

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดว่าการกำหนดตัวแปรมีความสอดคล้องกับปัญหาหรือไม่

นักเรียน : สอดคล้องกับปัญหาครับ เพราะผมกำหนดให้แกน X เป็นวันที่ และแกน Y เป็นจำนวนผู้ป่วยติดเชื้อสะสมครับ (นักเรียนเลขที่ 4)

ผู้วิจัย : เมื่อเรารู้ถึงปัญหาและกำหนดตัวแปรเรียบร้อยแล้ว จากนั้นเราทำอย่างไรต่อละ

นักเรียน : เลือกจังหวัดและวาดกราฟค่ะ (นักเรียนเลขที่ 31)

ผู้วิจัย : ทำไมถึงเลือกแก้ปัญหาโดยการวาดกราฟล่ะ

นักเรียน : เพราะเป็นวิธีที่ง่าย และมองเห็นจำนวนที่เพิ่มและลดชัดเจนค่ะ (นักเรียนเลขที่ 28)

ผู้วิจัย : แล้วคิดว่าคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหามีความสมเหตุสมผลกันไหม

นักเรียน : สมเหตุสมผลครับ (นักเรียนเลขที่ 1)

จากนั้นให้นักเรียนอธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ โดยการเลือกผลงานของนักเรียนแต่ละกลุ่ม เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง เมื่อผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นคิด นักเรียนก็จะสามารถอธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ ดังภาพ 24 จากนั้นผู้วิจัยอธิบายเพิ่มเติมถึงตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคน รวมถึงเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในแบบต่าง ๆ ที่อยู่ภายใต้เงื่อนไขที่กำหนด ให้นักเรียนได้เห็นภาพและความสัมพันธ์ของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่มีความหลากหลายกันแต่อยู่ภายใต้เงื่อนไขเดียวกันมีลักษณะเป็นอย่างไร

4. ให้นักเรียนตรวจสอบกระบวนการ คำตอบ และผลลัพธ์ที่ได้จากข้อที่ 3 และทำการวิเคราะห์ว่า ผลลัพธ์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นั้นมีความสมเหตุสมผลหรือไม่ สามารถนำไปใช้ได้จริงหรือไม่ สามารถนำไปใช้ได้จริงหรือไม่ พร้อมเขียนอธิบาย (ถ้าคำตอบมีความสมเหตุสมผลแล้วให้ทำข้อที่ 5 ต่อ แต่ถ้ายังไม่สมเหตุสมผลให้กลับไปดำเนินการตามกระบวนการที่ 1 2 3 อีกครั้ง)

จากกราฟเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างวันที่ และจำนวนผู้ป่วยคิดเฉลี่ยต่อวัน กำหนดให้ a แทนวันที่ a สมมติตัวที่ 1 และ b แทนจำนวนผู้ป่วยคิดเฉลี่ยต่อวัน (สังเกตที่ข้อที่ 2 ซึ่งจากกราฟสามารถเขียนเป็นคู่อันดับของพหุนามได้ดังนี้

- ธันวาคม
- มกราคม

ซึ่งในการเลือกใช้กราฟแสดงความสัมพันธ์นี้ก็มีจุดประสงค์เพื่อแสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์กันของข้อมูลที่ได้

1

ภาพ 23 นักเรียนบางส่วนเขียนการวิเคราะห์ที่ไม่ครบถ้วน บางส่วนขาดรายละเอียดย่อย ๆ

4. ให้นักเรียนตรวจสอบกระบวนการ คำตอบ และผลลัพธ์ที่ได้จากข้อที่ 3 และทำการวิเคราะห์ว่า ผลลัพธ์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นั้นมีความสมเหตุสมผลหรือไม่ สามารถนำไปใช้ได้จริงหรือไม่ สามารถนำไปใช้ได้จริงหรือไม่ พร้อมเขียนอธิบาย (ถ้าคำตอบมีความสมเหตุสมผลแล้วให้ทำข้อที่ 5 ต่อ แต่ถ้ายังไม่สมเหตุสมผลให้กลับไปดำเนินการตามกระบวนการที่ 1 2 3 อีกครั้ง)

จากกราฟเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างวันที่ และจำนวนผู้ป่วยคิดเฉลี่ยต่อวัน กำหนดให้ a แทนวันที่ (สมมติตัวที่ 1) และ b แทนจำนวนผู้ป่วยคิดเฉลี่ยต่อวัน (สังเกตที่ข้อที่ 2) ซึ่งจากกราฟสามารถเขียนเป็นคู่อันดับของพหุนามได้ดังนี้

จังหวัดลำพูน (1, 3984) (2, 3992) (3, 4012) (4, 4092) (5, 4121) (6, 4189)
(7, 4204) (8, 4257)

จังหวัดแม่ฮ่องสอน (1, 2581) (2, 2615) (3, 2656) (4, 2697) (5, 2733) (6, 2744)
(7, 2782) (8, 2801)

ซึ่งในการเลือกใช้กราฟแสดงความสัมพันธ์นี้ก็มีจุดประสงค์เพื่อแสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์กันของข้อมูลที่ได้

2

ภาพ 24 นักเรียนสามารถอธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้

ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ

เมื่อให้นักเรียนกลับไปดำเนินการตามกระบวนการในขั้นตอนที่ 1, 2 และ 3 อีกครั้ง ถ้าคำตอบจากกระบวนการที่ 4 ยังไม่สมเหตุสมผลหรือผลลัพธ์ที่ได้นั้นยังไม่ถูกต้อง หรือตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ยังไม่สมบูรณ์หรือต้องการที่จะขยายตัวแบบให้มีความครอบคลุม สมบูรณ์ มากขึ้น ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์พบว่าเมื่อนักเรียนเห็นข้อผิดพลาดของกลุ่มของตนเองจากการแก้ปัญหาในขั้นตอนที่ผ่านมา นักเรียนภายในกลุ่มจึงร่วมกันแก้ปัญหาในจุดนั้น ๆ ให้ถูกต้องและสมบูรณ์ ส่วนกลุ่มของนักเรียนที่ไม่ผิดพลาด ผู้วิจัยให้กลับไปทบทวนในขั้นตอนที่ผ่านมาอีกครั้งเพื่อตรวจสอบการเรียบเรียง คำผิด หรืออยากจะทำอะไรเพิ่มเติม โดยผู้วิจัยจะคอยตรวจสอบอย่างใกล้ชิด

ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

เมื่อให้นักเรียนอธิบายว่าตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้นั้นสามารถหาคำตอบของปัญหาได้อย่างไร พร้อมทั้งอธิบายแนวทางในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในเรื่อง คู่อันดับและกราฟของคู่อันดับ สามารถนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์และปรับใช้ในชีวิตจริงได้อย่างไร จากนั้นเขียนบันทึกลงในคำถามข้อที่ 5 ของใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รายงานผ่านกราฟ ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์พบว่านักเรียนบางส่วนเขียนอธิบายการนำความรู้ที่ได้รับไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงน้อยมาก บางส่วนนักเรียนนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้กับเรื่องเดิม ๆ ยังไม่ความหลากหลายของสถานการณ์ในการนำไปใช้ ดังภาพ 25 ดังนั้นผู้วิจัยจึงให้นักเรียนร่วมกันระดมความคิดของสมาชิกภายในกลุ่ม เพื่อดูว่าสามารถนำความรู้เรื่อง กราฟและการนำไปใช้ไปประยุกต์ปรับใช้กับเรื่องใดได้บ้าง และผู้วิจัยคอยชี้แนะแนวทางและให้คำปรึกษากับนักเรียน ทำให้นักเรียนสามารถเขียนอธิบายการนำความรู้ไปใช้ได้ดีขึ้น ดังภาพ 26

5. ให้นักเรียนอธิบายแนวทางในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในเรื่อง กราฟและการนำไปใช้สามารถนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์และปรับใช้ในชีวิตจริงได้อย่างไร

การนำความรู้เรื่อง กราฟและการนำไปใช้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริง ตัวอย่างเช่น เมื่อจากสถานการณ์ปัจจุบัน
เกิดการแพร่ระบาดของโรค COVID-19

ภาพ 25 นักเรียนบางส่วนเขียนอธิบายการนำความรู้ที่ได้รับไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงน้อยมาก

5. ให้นักเรียนอธิบายแนวทางในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในเรื่อง กราฟและการนำไปใช้สามารถนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์และปรับใช้ในชีวิตจริงได้อย่างไร

การนำความรู้เรื่องกราฟ และการนำไปใช้ ไม่ประยุกต์ ในชีวิตจริง เช่น จากสถานการณ์ปัจจุบันเกิดโรค
ในตาใหม่มาขอเงินสถานการณ์โดยการแสดงข้อมูลบนกราฟ เมื่อเขียนกราฟของค่าความถี่
ผู้ตกช้ออันใหม่ ผู้ตกช้อสะสมแล้ว ผู้ป่วยอีกมาก เป็นต้น ซึ่งสามารถใช้ความรู้จากทฤษฎีมาประยุกต์ใน
กาช้ออันใหม่ หรืออาจแสดงข้อมูลเป็นตารางก็สามารถนำมาใช้เขียนกราฟแสดงข้อมูลดังกล่าว
และสามารถเผยแพร่ หรืออธิบายในมือนได้

ภาพ 26 นักเรียนสามารถเขียนอธิบายการนำความรู้ไปใช้ได้ดีขึ้น

4. ขั้นสะท้อนผล (Reflect)

ในขั้นตอนนี้ผู้วิจัยได้นำข้อมูลที่รวบรวมได้จากขั้นสังเกตการณ์ จากแบบสะท้อนผล การจัดการเรียนรู้โดยผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์ มาทำการวิเคราะห์เพื่อหาแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน ซึ่งผู้วิจัยและผู้ร่วม

สังเกตการณ์พบปัญหาการจัดการเรียนรู้ในชั้นเรียนและได้เสนอแนวทางการปรับปรุงในแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 2 สรุปได้ดังตาราง 16

ตาราง 16 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 2

ขั้นตอน	ปัญหาที่พบในชั้นเรียน	แนวทางการปรับปรุง
ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา	<ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนบางส่วนยังแยกประเด็นในการระบุปัญหาของสถานการณ์ยังไม่ครบถ้วน และไม่ถูกต้อง - นักเรียน มีการคัดลอกคำตอบของเพื่อนในกลุ่มอื่น ๆ 	<ul style="list-style-type: none"> - ครูคอยให้ คำปรึกษา ชี้แนะ ใช้คำถามกระตุ้นคิดให้กับนักเรียนอย่างใกล้ชิด เพื่อให้ นักเรียนสามารถระบุปัญหาได้อย่างถูกต้อง - ครูให้นักเรียนปรึกษากันแค่ในกลุ่มของตนเอง ห้ามลุกออกจากที่ ถ้ากลุ่มไหนลุกออกจากที่ครูจะหักคะแนนของกลุ่มนั้น ๆ
ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร	<ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนบางส่วนกำหนดตัวแปรให้กับสถานการณ์ปัญหา ยังไม่ค่อยถูกต้องและครบถ้วน 	<ul style="list-style-type: none"> - ครูให้นักเรียนภายในกลุ่มระดมความคิดเห็นในการกำหนดตัวแปรให้กับสถานการณ์ที่ต้องการแก้ปัญหา โดยครูคอยให้คำแนะนำและตรวจสอบความถูกต้องอย่างใกล้ชิด
ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์	<ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนบางส่วนที่ลงจุดบนกราฟโดยการนำเอาจำนวนผู้ป่วยติดเชื้อมาแทนจำนวนผู้ป่วยติดเชื้อสะสม จะทำให้เกิดข้อผิดพลาดในการวาดกราฟ 	<ul style="list-style-type: none"> - ครูคอยแนะนำและตรวจสอบอย่างใกล้ชิด เพื่อให้ นักเรียนนำจำนวนที่ถูกต้องมาวาดกราฟ

ตาราง 16 (ต่อ)

ขั้นตอน	ปัญหาที่พบในชั้นเรียน	แนวทางการปรับปรุง
ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และ ประเมินผลลัพธ์	- นักเรียนบางส่วนเขียน อธิบายการวิเคราะห์และ ประเมินผลลัพธ์ยังไม่ได้ บางส่วนเขียนการวิเคราะห์ ไม่ครบถ้วน บางส่วนขาด รายละเอียดย่อย ๆ	- ครูคอยใช้คำถามกระตุ้นคิดให้ นักเรียน เพื่อให้ นักเรียนสามารถเขียน อธิบายการวิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ ได้
ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ	-	-
ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบ เชิงคณิตศาสตร์	- นักเรียนบางส่วนเขียน อธิบายการนำความรู้ที่ได้รับไป ประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงน้อยมาก บางส่วนนักเรียนนำความรู้ที่ได้ ไปประยุกต์ใช้กับเรื่องเดิม ๆ ยังไม่ความหลากหลายของ สถานการณ์ในการนำไปใช้	- ครูให้นักเรียนระดมความคิดของ สมาชิกภายในกลุ่ม เพื่อให้ นักเรียน ปรึกษาหารือกันว่าจะนำความรู้ที่ได้รับ ไปประยุกต์ปรับใช้ ในเรื่องใดได้บ้างที่ เป็นสถานการณ์ในชีวิตจริง

จากตาราง 16 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนขณะจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด
การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน และแนวทางการปรับปรุงแก้ไขปัญหา
ที่พบในแต่ละขั้นตอนสำหรับการพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 3
ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

วงจรถูกปฏิบัติที่ 3 กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น จำนวน 3 ชั่วโมง

จากผลการสะท้อนผลการปฏิบัติในวงจรถูกปฏิบัติที่ 2 ทำให้ผู้วิจัยได้แนวทางการปรับปรุงและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. ขั้นวางแผน (Plan)

ผู้วิจัยได้นำข้อมูลจากผลการสะท้อนการจัดการเรียนรู้ในวงจรถูกปฏิบัติที่ 2 มาปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น เพื่อให้การจัดการเรียนรู้บรรลุตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ ซึ่งผู้วิจัยได้ปรับปรุงพฤติกรรมจัดการเรียนรู้ของนักเรียน โดยการให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันระดมความคิด ปรัชญา หรือ เพื่อหาแนวทางการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอนอย่างถูกต้องและครบถ้วน

2. ขั้นปฏิบัติการ (Action)

ในขั้นตอนนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น (ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง นักค้นหา) จำนวน 3 คาบ โดยในคาบแรกผู้วิจัยจะสอนเนื้อหาพื้นฐานเกี่ยวกับกราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้นให้กับนักเรียน จากนั้นในคาบที่ 2 – 3 ผู้วิจัยแจกใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง นักค้นหา ให้นักเรียนแต่ละคนแก้ปัญหาในสถานการณ์ทั้ง 5 ข้อคำถาม โดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 6 ขั้นตอน ซึ่งมีรายละเอียดของแต่ละขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา

ผู้วิจัยให้นักเรียนศึกษาและทำความเข้าใจสถานการณ์ในใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง นักค้นหา โดยผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดว่าจากสถานการณ์ข้างต้นนักเรียนคิดว่ามีสิ่งใดที่เป็นปัญหาของสถานการณ์นั้น สถานการณ์ต้องการให้นักเรียนทำอะไรบ้าง มีปัญหาตรงไหนที่สามารถนำมาแก้ปัญหาได้ จากสถานการณ์โจทย์กำหนดและโจทย์ต้องการหาอะไร จากนั้นให้นักเรียนเขียนสิ่งที่เป็นปัญหาของสถานการณ์ พร้อมทั้งระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด และสิ่งที่โจทย์ต้องการหาลงในคำถามข้อที่ 1 ของใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง นักค้นหา โดยการเขียนปัญหาของสถานการณ์ที่กำหนดให้ออกมาเป็นข้อ ๆ (ถ้านักเรียนคนใดสามารถเขียนปัญหาของสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้องและครบถ้วนจะได้รับคะแนน 2 คะแนน ถ้าเขียนปัญหาของสถานการณ์ที่กำหนดให้ไม่ครบถ้วนจะได้รับคะแนน 1 คะแนน และถ้าไม่สามารถเขียนปัญหาของสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้จะได้รับคะแนน 0 คะแนน)

ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร

ผู้วิจัยให้นักเรียนตอบคำถามข้อที่ 2 ของใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง นักค้นหา โดยการเลือกส่วนสำคัญของปัญหาจากข้อที่ 1 เพื่อนำปัญหาเหล่านั้นมาแปลงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในรูปของสมการ โดยผู้วิจัยคอยแนะแนวทางให้กับนักเรียนโดยใช้คำถาม “จากสถานการณ์ข้างต้น นักเรียนคิดว่าส่วนสำคัญของปัญหาที่นักเรียนจะสามารถแก้ปัญหาได้คืออะไร และอยู่ส่วนใดบ้าง” จากนั้นให้นักเรียนกำหนดตัวแปรที่สำคัญและตั้งสมมติฐานของปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ (ถ้านักเรียนคนใดสามารถกำหนดตัวแปรและตั้งสมมติฐานจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้จะได้รับคะแนน 2 คะแนน ถ้ากำหนดตัวแปรหรือตั้งสมมติฐานจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้เพียงอย่างเดียวหนึ่งจะได้รับคะแนน 1 คะแนน และถ้าไม่สามารถกำหนดตัวแปรและตั้งสมมติฐานจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้จะได้รับคะแนน 0 คะแนน)

ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยให้นักเรียนลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยการนำตัวแปรที่นักเรียนได้กำหนดไว้ในข้อที่ 2 ของใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง นักค้นหา มาจัดเป็นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ซึ่งจะอยู่ในรูปของสมการที่เป็นของตนเอง จากนั้นให้นักเรียนเลือกวิธีการแก้ปัญหาอย่างเหมาะสม พร้อมทั้งดำเนินการหาผลลัพธ์ของปัญหาตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนจะต้องเขียนกระบวนการทางคณิตศาสตร์ทั้งหมดลงในคำถามข้อที่ 3 ของใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง นักค้นหา (ถ้านักเรียนคนใดสามารถลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์จะได้รับคะแนน 3 คะแนน ถ้าขั้นตอนถูกแต่คำตอบผิดหรือขั้นตอนผิดคำตอบถูกจะได้รับคะแนน 2 คะแนน ถ้ามีแต่ขั้นตอนหรือมีแค่คำตอบเพียงอย่างเดียวหนึ่งจะได้รับคะแนน 1 คะแนน และถ้าทำไม่ถูกเลยจะได้รับคะแนน 0 คะแนน)

ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์

ผู้วิจัยให้นักเรียนตรวจสอบกระบวนการ คำตอบ และผลลัพธ์ที่ได้จากข้อที่ 3 และวิเคราะห์ผลลัพธ์ที่เกิดจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของตนเอง จากนั้นให้นักเรียนตรวจสอบความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์และตรวจสอบตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนพิจารณาคำตอบของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของตนเองว่าสามารถแก้ปัญหาหรือหาคำตอบให้ข้อที่ 1 ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด ซึ่งจะต้องนำข้อมูลในข้อที่ 2 และกระบวนการทำในข้อที่ 3 มาเทียบกันแล้วเขียนบันทึกลงในคำถามข้อที่ 4 ของใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง นักค้นหา (ถ้านักเรียนคนใดสามารถวิเคราะห์ผลลัพธ์ที่เกิดจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้จะได้รับคะแนน 2 คะแนน)

ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ

ผู้วิจัยให้นักเรียนกลับไปดำเนินการตามกระบวนการในขั้นตอนที่ 1, 2 และ 3 อีกครั้ง ถ้าคำตอบจากกระบวนการที่ 4 ยังไม่สมเหตุสมผลหรือผลลัพธ์ที่ได้นั้นยังไม่ถูกต้องหรือตัวแบบ

เชิงคณิตศาสตร์ยังไม่สมบูรณ์หรือต้องการที่จะขยายตัวแบบให้มีความครอบคลุม สมบูรณ์มากขึ้น โดยผู้วิจัยจะคอยช่วยแนะนำให้นักเรียนไปปรับแก้ข้อคำถามเพื่อแก้ปัญหาได้อย่างตรงจุดและสามารถนำไปแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม “นักเรียนคิดว่าตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่นักเรียนสร้างขึ้นนั้นเป็นตัวแบบที่ถูกต้องแล้วหรือยัง ตัวแปรที่กำหนดนั้นสอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาหรือไม่”

ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยให้นักเรียนอธิบายว่าตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้นั้นสามารถหาคำตอบของปัญหาได้อย่างไร พร้อมทั้งอธิบายแนวทางในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในเรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สามารถนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์และปรับใช้ในชีวิตจริงได้อย่างไร จากนั้นเขียนบันทึกลงในคำถามข้อที่ 5 ของใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง นักค้นหา โดยผู้วิจัยจะแนะนำแนวทางได้ “นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้นั้นเป็นคำตอบที่สามารถตอบคำถามในข้อที่ 1 ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด และถ้าเป็นเหตุการณ์ในชีวิตจริงนักเรียนจะเลือกตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นี้ในการแก้ปัญหาหรือไม่ เพราะเหตุใด” (ถ้านักเรียนคนใดสามารถนำตัวแบบไปใช้ตอบปัญหาและอธิบายผลลัพธ์ได้จะได้รับคะแนน 2 คะแนน)

3. ขั้นสังเกตการณ์ (Observation)

ในขั้นตอนนี้ผู้วิจัยได้เก็บรวบรวมข้อมูลจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น โดยเก็บรวบรวมข้อมูลจากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์ และเก็บรวบรวมข้อมูลจากการทำใบกิจกรรม โดยร่วมกันสังเกตพฤติกรรมนักเรียนขณะทำกิจกรรม พร้อมทั้งเขียนปัญหาและอุปสรรคที่พบเจอในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และเขียนบันทึกผลลงในแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยได้ผลการสังเกตดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา

เมื่อให้นักเรียนศึกษาและทำความเข้าใจในสถานการณ์ของใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง นักค้นหา หลังจากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันกำหนดปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ โดยการเขียนปัญหาของสถานการณ์ที่กำหนดให้ออกมาเป็นข้อ ๆ ลงในใบกิจกรรมที่ 3 ข้อที่ 1 ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์พบว่านักเรียนมีความกระตือรือร้นในการทำงาน มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย นักเรียนสามารถวิเคราะห์สถานการณ์เพื่อทำการระบุปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ โดยที่นักเรียนภายในกลุ่มร่วมกันระดมความคิด ปรีกษา หาหรือ จากนั้นแยกประเด็นของการระบุปัญหาออกเป็นข้อ ๆ โดยมีครูคอยใช้คำถามกระตุ้น ดังนี้

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดว่าจากสถานการณ์ข้างต้นนักเรียนคิดว่ามีสิ่งใดที่เป็นปัญหาของสถานการณ์นั้น

นักเรียน : ปัญหาของสถานการณ์ คือ การเปิดบัญชีธนาคารโรงเรียนค่ะ (นักเรียนเลขที่

21)

ผู้วิจัย : ใช่ค่ะ แล้วสถานการณ์ต้องการให้นักเรียนทำอะไรบ้าง

นักเรียน : ต้องการให้เขียนสมการ เขียนตาราง เขียนคู่อันดับ และเขียนกราฟค่ะ (นักเรียนเลขที่ 18)

ผู้วิจัย : ใช่แล้วค่ะ แล้วจากสถานการณ์ โจทย์กำหนดอะไร

นักเรียน : โจทย์กำหนดดอกเบี้ยเงินฝากครับ (นักเรียนเลขที่ 2)

ผู้วิจัย : ครับ และโจทย์ต้องการหาอะไร

นักเรียน : โจทย์ต้องการหาสมการ คู่อันดับ เพื่อนำมาเขียนกราฟค่ะ (นักเรียนเลขที่ 15)

ผู้วิจัย : โอเคค่ะ

การร่วมกันตอบคำถามข้างต้นและร่วมกันระดมความคิดเห็นทำให้นักเรียนสามารถระบุปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ และสามารถบอกได้ว่าโจทย์กำหนดและโจทย์ต้องการหาอะไรได้อย่างถูกต้อง ดังภาพ 27

1. จากสถานการณ์ข้างต้นนักเรียนคิดว่ามีสิ่งใดที่เป็นปัญหาของสถานการณ์นั้น พร้อมทั้งให้นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการหา	ปัญหา
1) สมการและคู่อันดับ	โรงเรียนแจ้งว่าให้กลุ่มนักเรียนร่วมกันเปิด
2) เขียนตารางคู่อันดับแสดง	บัญชีกับธนาคารโรงเรียน
3) เขียนคู่อันดับ	
4) เขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์	

กำหนด
โดยส่วนเงินฝากของ ด.ญ. A จะขึ้นอยู่กับจำนวนเงินคงเหลือของนักเรียนในแต่ละครั้งจำนวน 3-5 ครั้ง

ภาพ 27 นักเรียนสามารถระบุปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้

ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร

เมื่อให้นักเรียนเลือกส่วนสำคัญของปัญหาจากข้อที่ 1 เพื่อนำปัญหาเหล่านั้นมาแปลงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ในรูปของสมการลงในใบกิจกรรมที่ 3 ข้อที่ ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์พบว่านักเรียนช่วยกันระดมความคิดในการทำกิจกรรมให้ความร่วมมือกับกลุ่มของตนเองเป็นอย่างดี แต่ยังมีนักเรียนบางคนสับสนกับการกำหนดตัวแปรให้กับสถานการณ์ที่ครูกำหนดให้ บางคนไม่เขียนการกำหนดตัวแปร ดังภาพ 28 ดังนั้นผู้วิจัยจึงอธิบายสถานการณ์นั้น ๆ พร้อมทั้งให้นักเรียนวิเคราะห์สถานการณ์ที่กำหนดให้อีกครั้ง เพื่อให้นักเรียนเข้าใจสถานการณ์จึงสามารถกำหนดตัวแปรในปัญหานั้น ๆ ได้ดังนี้

ผู้วิจัย : จากสถานการณ์ข้างต้น นักเรียนคิดว่าส่วนสำคัญของปัญหาที่นักเรียนจะสามารถแก้ปัญหาได้คืออะไร

นักเรียน : ส่วนสำคัญของปัญหา คือ เด็กหญิง A นำเงินไปฝากกับธนาคารโรงเรียนเป็นจำนวนหนึ่งได้รับดอกเบี้ย 200 บาท ซึ่งทำให้เด็กหญิง A มีเงินในบัญชีมากกว่าครึ่งหนึ่งของเด็กหญิง B อยู่ 100 บาท (นักเรียนเลขที่ 7)

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดว่าส่วนสำคัญของปัญหาอยู่ตรงส่วนใดบ้าง

นักเรียน : ส่วนสำคัญของปัญหาอยู่ตรงการเขียนสมการครับ (นักเรียนเลขที่ 3)

ผู้วิจัย : ครับ ถ้าเราเขียนสมการผิดละจะเกิดอะไรขึ้น

นักเรียน : ก็จะทำให้เราทำผิดไปหมดเลยคะ (นักเรียนเลขที่ 36)

ผู้วิจัย : โอเคคะ

การที่ผู้วิจัยได้สนทนากับนักเรียนข้างต้น เพื่อทำการวิเคราะห์สถานการณ์ทำให้นักเรียนเข้าใจและวิเคราะห์สถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ และสามารถกำหนดตัวแปรให้กับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ ดังภาพ 29

2. ให้นักเรียนเลือกปัญหา 1 ปัญหาจากข้อที่ 1 และทำการกำหนดตัวแปรที่สำคัญที่คาดว่าจะมีผลต่อปัญหาพร้อมทั้งสร้างข้อสมมติฐานของผลลัพธ์
 ปัญหาคือ $(x+200) - y = 100$ จากประโยคปัญหาคือ A ได้ดอกเบี้ย 200 บาท นี้มีเงินมากกว่าครึ่งหนึ่งของ B อยู่ 100 บาท

ภาพ 28 นักเรียนบางคนไม่เขียนการกำหนดตัวแปร

2. ให้นักเรียนเลือกปัญหา 1 ปัญหาจากข้อที่ 1 และทำการกำหนดตัวแปรที่สำคัญที่คาดว่าจะมีผลต่อปัญหาพร้อมทั้งสร้างข้อสมมติฐานของผลลัพธ์
 เด็กหญิง A มีเงินในบัญชีมากกว่าครึ่งหนึ่งของเด็กหญิง B อยู่ 100 บาท โดยดอกเบี้ยของเด็กหญิง A มี 200 บาท
 ให้ x แทนจำนวนเงินของเด็กหญิง A
 ให้ y แทนจำนวนเงินของเด็กหญิง B
 สมการ $(x+200) - y = 100$

ภาพ 29 นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรให้กับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้

ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์

เมื่อให้นักเรียนลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยการนำตัวแปรที่นักเรียนได้กำหนดไว้ในข้อที่ 2 ของใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง นักค้นหา มาจัดเป็นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งจะอยู่ในรูปของสมการที่เป็นของตนเอง จากนั้นให้นักเรียนดำเนินการหาผลลัพธ์ของปัญหาตาม

กระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนจะต้องเขียนกระบวนการทางคณิตศาสตร์ทั้งหมดลงในคำถามข้อที่ 3 ของใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง นักค้นหา ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์พบว่านักเรียนบางส่วนเขียนขั้นตอนการแก้สมการยังไม่ละเอียด บางคนเขียนแค่สมการแต่ไม่ได้เขียนวิธีการแก้สมการ ดังภาพ 30 ดังนั้นผู้วิจัยจึงให้นักเรียนแต่ละกลุ่มดำเนินการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอนไปพร้อม ๆ กัน เพื่อให้นักเรียนเขียนขั้นตอนการแก้สมการให้มีความละเอียดมากยิ่งขึ้น ดังภาพ 31 และผู้วิจัยจะคอยตรวจสอบความถูกต้อง ความละเอียดอย่างใกล้ชิด

3. ให้นักเรียนนำข้อมูลที่ได้กำหนดไว้ในข้อที่ 2 มาดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สามารถหาคำตอบของปัญหา (แสดงกระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างละเอียด)

$$(x+200) - \frac{y}{2} = 100$$

เขียนตาราง

x	100	150	200	250	300
y	400	500	600	700	800

คู่คำตอบ (100, 400), (150, 500), (200, 600), (250, 700), (300, 800)

ภาพ 30 นักเรียนบางคนเขียนแค่สมการแต่ไม่ได้เขียนวิธีการแก้สมการ

3. ให้นักเรียนนำข้อมูลที่ได้กำหนดไว้ในข้อที่ 2 มาดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สามารถหาคำตอบของปัญหา (แสดงกระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างละเอียด)

$$(x+200) - \frac{y}{2} = 100 \longrightarrow x+200 = 100 + \frac{y}{2}$$

$$x+100 = \frac{y}{2}$$

ตาราง

x	30	60	90	120
y	260	320	380	440

คู่คำตอบ (30, 260), (60, 320), (90, 380), (120, 440)

ภาพ 31 นักเรียนเขียนขั้นตอนการแก้สมการให้มีความละเอียดมากยิ่งขึ้น

ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์

เมื่อให้นักเรียนตรวจสอบกระบวนการ คำตอบ และผลลัพธ์ที่ได้จากข้อที่ 3 และวิเคราะห์ผลลัพธ์ที่เกิดจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของตนเอง จากนั้นให้นักเรียนตรวจสอบความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์และตรวจสอบตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนพิจารณาคำตอบของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของตนเองว่าสามารถแก้ปัญหาหรือหาคำตอบให้ข้อที่ 1 ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด ซึ่งจะต้องนำข้อมูลในข้อที่ 2 และกระบวนการทำในข้อที่ 3 มาเทียบกันแล้วเขียนบันทึกลงในคำถามข้อที่ 4 ของใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง นักค้นหา ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์พบว่ายังมีนักเรียนบางส่วนเขียนอธิบายการวิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ยังไม่ค่อยละเอียดเท่าที่ควร บางส่วนเขียน

อธิบายน้อยมาก ดังภาพ 32 ดังนั้นผู้วิจัยจึงแนะแนวทางและใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียน เพื่อให้
นักเรียนสามารถอธิบายการวิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ได้อย่างชัดเจนและละเอียดมากขึ้น ดังนี้

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดว่าการกำหนดตัวแปรมีความสอดคล้องกับปัญหาหรือไม่

นักเรียน : มีความสอดคล้องกับปัญหาค่ะ (นักเรียนเลขที่ 8)

ผู้วิจัย : เมื่อเรารู้ถึงปัญหาและกำหนดตัวแปรเรียบร้อยแล้ว จากนั้นเราทำอย่างไรต่อละ

นักเรียน : แก่สมการ เพื่อหาหาคู่อันดับไปวาดกราฟค่ะ (นักเรียนเลขที่ 17)

ผู้วิจัย : ทำไมถึงเลือกแก้ปัญหโดยวิธีนี้ละ

นักเรียน : เพราะเป็นวิธีที่ง่ายสุดค่ะ และหนูไม่รู้จะใช้วิธีไหนแล้วค่ะ (นักเรียนเลขที่ 22)

ผู้วิจัย : แล้วคิดว่าคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหามีความสมเหตุสมผลกันไหม

นักเรียน : มีความสมเหตุสมผลค่ะ (นักเรียนเลขที่ 10)

จากนั้นให้นักเรียนอธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์
โดยการเลือกผลงานของนักเรียนแต่ละกลุ่ม เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง เมื่อผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นคิด
นักเรียนก็จะสามารถอธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ ดังภาพ 33
จากนั้นผู้วิจัยอธิบายเพิ่มเติมถึงตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคน รวมถึงเชื่อมโยง
ความสัมพันธ์ของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในแบบต่าง ๆ ที่อยู่ภายใต้เงื่อนไขที่กำหนด ให้นักเรียนได้
เห็นภาพและความสัมพันธ์ของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่มีความหลากหลายกันแต่อยู่ภายใต้เงื่อนไข
เดียวกันมีลักษณะเป็นอย่างไร

4. ให้นักเรียนตรวจสอบกระบวนการ คำตอบ และผลลัพธ์ที่ได้จากข้อที่ 3 และทำการวิเคราะห์ว่า
ผลลัพธ์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นั้นมีความสมเหตุสมผลหรือไม่ สามารถนำไปใช้ได้จริงหรือไม่ สามารถ
นำไปใช้ได้จริงหรือไม่ พร้อมเขียนอธิบาย (ถ้าคำตอบมีความสมเหตุสมผลแล้วให้ทำข้อที่ 5 ต่อ แต่ถ้ายังไม่
สมเหตุสมผลให้กลับไปดำเนินการตามกระบวนการที่ 1 2 3 อีกครั้ง)

..... จากภาพที่ 32 นักเรียนข้อที่ 2. ตั้งสมการและหาคู่อันดับไปวาดกราฟค่ะ โอ้มั้งทีไรก็ไม่ได้
..... A และ B แทนจำนวนเงินที่ฝากและถอน B ง่ายดี ดันคิด ข้อ (ข.ย.) 1

ภาพ 32 นักเรียนบางส่วนเขียนอธิบายการวิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ยังไม่ค่อยละเอียด
เท่าที่ควร

4. ให้นักเรียนตรวจสอบกระบวนการ คำตอบ และผลลัพธ์ที่ได้จากข้อที่ 3 และทำการวิเคราะห์ว่า ผลลัพธ์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นั้นมีความสมเหตุสมผลหรือไม่ สามารถนำไปใช้ได้จริงหรือไม่ สามารถนำไปใช้ได้จริงหรือไม่ พร้อมเขียนอธิบาย (ถ้าคำตอบมีความสมเหตุสมผลแล้วให้ทำข้อที่ 5 ต่อ แต่ถ้ายังไม่สมเหตุสมผลให้กลับไปดำเนินการตามกระบวนการที่ 1 2 3 อีกครั้ง)

จากกรกำหนดตัวแปรในข้อที่ 2 ตัวแปรแต่ละตัวมีความสอดคล้องกัน โดยเมื่อ กำหนดให้ X แทนจำนวนเงินฝากของเด็กหญิง A และ Y แทนจำนวนเงินฝากของเด็กหญิง B จะได้คู่ลำดับคือ (X, Y) ซึ่งเมื่อลงพิกัดบนกราฟจะทำให้กราฟเป็นเส้นตรง ซึ่งหากกราฟจะ เส้นได้ว่าเรีลค่า X เกือบค่า Y ก็จะได้เกือบด้วย ซึ่งในการเลือกใช้กราฟแสดงความสัมพันธ์ ก็มีความสอดคล้องผล เนื่องจากสามารถแก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้

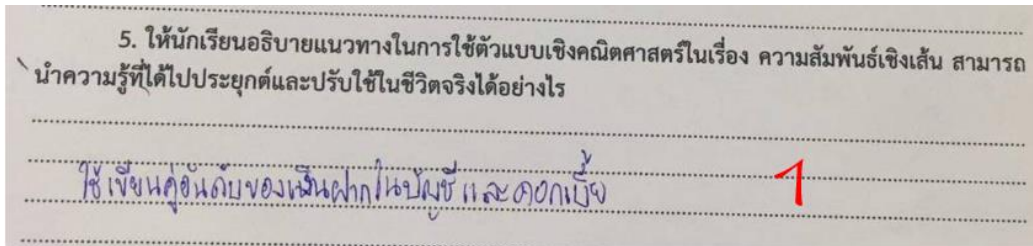
ภาพ 33 นักเรียนสามารถเขียนอธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้

ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ

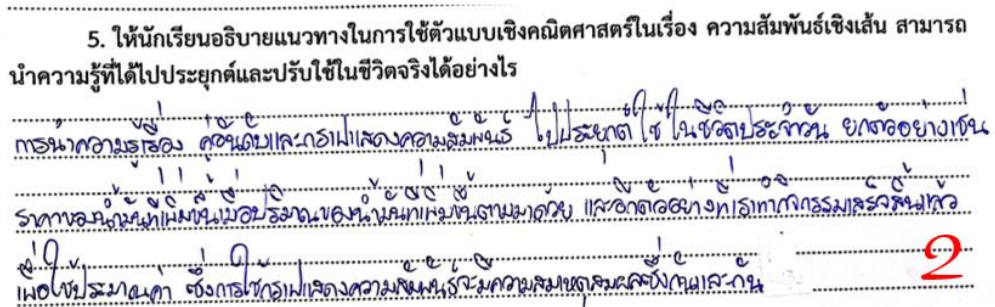
เมื่อให้นักเรียนกลับไปดำเนินการตามกระบวนการในขั้นตอนที่ 1, 2 และ 3 อีกครั้ง ถ้าคำตอบจากกระบวนการที่ 4 ยังไม่สมเหตุสมผลหรือผลลัพธ์ที่ได้นั้นยังไม่ถูกต้อง หรือตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ยังไม่สมบูรณ์หรือต้องการที่จะขยายตัวแบบให้มีความครอบคลุม สมบูรณ์ มากขึ้น ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์พบว่านักเรียนให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมในขั้นตอนนี้เป็นอย่างดี จากการทำกิจกรรมในขั้นตอนที่ผ่านมา นักเรียนแต่ละกลุ่มจะพบกับข้อผิดพลาดหรือจุดผิดของกลุ่มตนเอง ดังนั้นผู้วิจัยจึงให้นักเรียนกลับไปดำเนินการตามขั้นตอนที่ 1, 2, 3 อีกครั้ง เพื่อแก้ไขข้อผิดพลาดของกลุ่มตัวเอง จากการทำกิจกรรมในขั้นตอนนี้ นักเรียนร่วมกันระดมความคิดเพื่อแก้ไขข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นให้สมบูรณ์

ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

เมื่อให้นักเรียนอธิบายว่าตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้นั้นสามารถหาคำตอบของปัญหาได้อย่างไร พร้อมทั้งอธิบายแนวทางในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในเรื่อง คู่อันดับและกราฟของคู่อันดับ สามารถนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์และปรับใช้ในชีวิตจริงได้อย่างไร จากนั้นเขียนบันทึกลงในคำถามข้อที่ 5 ของใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง นักค้นหา ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์พบว่านักเรียนบางส่วนเขียนอธิบายการนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ปรับใช้ในชีวิตจริงน้อยมาก ดังภาพ 34 ดังนั้นผู้วิจัยจึงเข้าไปสนทนากับนักเรียนแต่ละกลุ่มเพื่อถามนักเรียนว่า นักเรียนจะนำความรู้ที่ได้รับไปปรับใช้ในเรื่องใดบ้าง โดยให้นักเรียนทุกคนในกลุ่มร่วมกันตอบ ระดมความคิดเพื่อหาข้อสรุป จากนั้นผู้วิจัยจะคอยชี้แนะแนวทางในการนำความรู้ไปใช้อย่างใกล้ชิดให้กับนักเรียนก็จะทำให้นักเรียนเขียนอธิบายการนำความรู้ไปใช้ได้เยอะขึ้นและดีขึ้น ดังภาพ 35



ภาพ 34 นักเรียนบางส่วนเขียนอธิบายการนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงน้อยมาก



ภาพ 35 นักเรียนเขียนอธิบายการนำความรู้ไปใช้ได้เยอะขึ้นและดีขึ้น



4. ขั้นสะท้อนผล (Reflect)

ในขั้นตอนนี้ผู้วิจัยได้นำข้อมูลที่รวบรวมได้จากขั้นสังเกตการณ์ จากแบบสะท้อนผล การจัดการเรียนรู้โดยผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์ มาทำการวิเคราะห์เพื่อหาแนวทางการจัดการ เรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน ซึ่งผู้วิจัยและผู้ร่วม สังเกตการณ์พบปัญหาการจัดการเรียนรู้ในชั้นเรียนและได้เสนอแนวทางการปรับปรุงในแต่ละขั้นตอน การจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 3 สรุปได้ดังตาราง 17

ตาราง 17 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ ของวงจรปฏิบัติการที่ 3

ขั้นตอน	ปัญหาที่พบในชั้นเรียน	แนวทางการปรับปรุง
ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา	-	-
ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและ ระบุตัวแปร	- นักเรียนบางคนสับสนกับการ กำหนดตัวแปรให้กับสถานการณ์ที่ครู กำหนดให้ และบางคนไม่เขียนการ กำหนดตัวแปร	- ครูพานักเรียนวิเคราะห์ สถานการณ์ เพื่อให้นักเรียนมี ความเข้าใจในสถานการณ์มาก ขึ้น และให้นักเรียนสามารถ กำหนดตัวแปรให้กับสถานการณ์ ได้อย่างถูกต้อง
ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการ ตามกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์	- นักเรียนบางส่วนเขียนขั้นตอนการ แก้สมการยังไม่ละเอียด บางคนเขียน แค่สมการแต่ไม่ได้เขียนวิธีการแก้ สมการ	- ครูให้นักเรียนดำเนินการ ในขั้นตอนนี้ไปพร้อม ๆ กัน เพื่อให้นักเรียนเขียนขั้นตอนการ แก้สมการได้อย่างละเอียด และ ครูจะคอยตรวจสอบความถูกต้อง และความละเอียดอย่างใกล้ชิด
ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และ ประเมินผลลัพธ์	- นักเรียนบางส่วนเขียนอธิบายการ วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ยังไม่ ค่อยละเอียดเท่าที่ควร บางส่วนเขียน อธิบายน้อยมาก	- ครูคอยใช้คำถามกระตุ้นคิดให้ นักเรียน และคอยแนะแนวทาง เพื่อให้นักเรียนสามารถเขียน อธิบายการวิเคราะห์และประเมิน ผลลัพธ์ให้ละเอียดมากยิ่งขึ้น

ตาราง 17 (ต่อ)

ขั้นตอน	ปัญหาที่พบในชั้นเรียน	แนวทางการปรับปรุง
ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ	-	-
ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบ เชิงคณิตศาสตร์	- นักเรียนเขียนอธิบายการนำความรู้ ไปประยุกต์ปรับใช้ในชีวิตจริงน้อยมาก และเป็นเรื่องใกล้ตัวมาก	- ครูเข้าไปสนทนา พูดคุยกับ นักเรียนแต่ละกลุ่ม เพื่อให้แต่ละ กลุ่มเขียนอธิบายการนำความรู้ไป ประยุกต์ใช้ได้มากขึ้น และคอย ชี้แนะแนวทางอย่างใกล้ชิด

จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยนำข้อมูลจากตาราง 15 – 17 รวมถึงประเด็นที่ควรเน้นมาสรุปรวมเป็นแนวทางการจัดการเรียนรู้ได้ดังตาราง 18

ตาราง 18 สรุปแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ขั้นตอน	แนวทางการจัดการเรียนรู้
ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา	ขั้นตอนนี้ครูควรเน้นการใช้สถานการณ์ปัญหาที่มีความน่าสนใจ เป็นปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริงหรือเป็นปัญหาที่คุ้นเคยหรือเป็นปัญหาใกล้ตัว สถานการณ์มีความหลากหลาย สามารถทำความเข้าใจได้ และในระหว่างการจัดกิจกรรมครูจะต้องคอยใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนได้คิด วิเคราะห์ สถานการณ์เพื่อระบุปัญหาได้
ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐาน และระบุตัวแปร	ขั้นตอนนี้ครูควรคอยตรวจสอบการระบุปัญหาของนักเรียนว่านักเรียนสามารถระบุปัญหาได้ถูกต้องไหม ถ้ายังไม่ถูกต้องครูจะต้องคอยชี้แนะแนวทางให้กับนักเรียน จากนั้นเลือกปัญหาที่ได้ระบุไว้มากำหนดตัวแปร

ตาราง 18 (ต่อ)

ขั้นตอน	แนวทางการจัดการเรียนรู้
ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการ ตามกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์	<p>ขั้นตอนนี้ครูคอยตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียนอย่างใกล้ชิด เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการแก้ปัญหาและความครบถ้วนของขั้นตอนการแก้ปัญหา เพราะจะมีนักเรียนบางส่วนที่ดำเนินการแก้ปัญหา ยังไม่ละเอียดข้ามขั้นตอน</p>
ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และ ประเมินผลลัพธ์	<p>ขั้นตอนนี้ครูควรชี้แนะแนวทางการวิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ให้นักเรียน และคอยใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนสามารถอธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นได้ ครูและนักเรียนในชั้นเรียนร่วมกันสนทนาแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ซึ่งกันและกัน จนสามารถเขียนอธิบายได้ง่ายขึ้นและครบถ้วนขึ้น เพราะรู้ว่า จะเริ่มจากจุดไหน และเขียนอธิบายอย่างไร</p>
ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ	<p>ขั้นตอนนี้ครูควรคอยกระตุ้นให้นักเรียนสนใจ และเห็นถึงความสำคัญของขั้นตอนนี้ เพราะขั้นตอนนี้จะป็นขั้นตอนที่นักเรียนสามารถตรวจสอบ แก้ไขข้อผิดพลาดหรือเป็นการขยายตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ให้มีความสอดคล้องกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้ทำการสร้างและวิเคราะห์มาแล้ว ถ้านักเรียนไม่กลับไปดำเนินการแก้ปัญหาในข้อผิดพลาดนั้น ๆ จะทำให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง</p>
ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบ เชิงคณิตศาสตร์	<p>ขั้นตอนนี้ครูควรให้คำแนะนำและชี้แนะแนวทางในการนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ได้อย่างหลากหลาย โดยครูให้นักเรียนร่วมกันเสนอความคิดแลกเปลี่ยนเรียนรู้กันในชั้นเรียนเพื่อดูว่านักเรียนแต่ละคนมีการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้แตกต่างกันมากน้อยเพียงใด และได้เห็นความหลากหลายของการนำไปใช้ของนักเรียนแต่ละคนด้วย</p>

ตอนที่ 2 ผลการศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันที่มีต่อทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ผู้วิจัยวิเคราะห์ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ ใบกิจกรรม และแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยระหว่างการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันในแต่ละวงจรปฏิบัติการ นักเรียนจะได้ทำใบกิจกรรมเป็นรายบุคคล (ร่วมกันคิดเป็นรายกลุ่ม) หลังจากดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบ 3 วงจรปฏิบัติการ นักเรียนจะได้ทำแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคล โดยผู้วิจัยแบ่งการวิเคราะห์ผลดังหัวข้อต่อไปนี้

1. ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันเรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น

ระหว่างการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ผู้วิจัยได้ทำการเก็บรวบรวมข้อมูล และวิเคราะห์ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้ใบกิจกรรมในแต่ละวงจรปฏิบัติการ โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1.1 วงจรปฏิบัติการที่ 1

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากใบกิจกรรม

ผู้วิจัยแสดงผลการวิเคราะห์จำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉันทน์ ของวงจรปฏิบัติการที่ 1 ดังตาราง 19

ตาราง 19 แสดงจำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉันทน์ ของวงจรปฏิบัติการที่ 1

ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (วงจรปฏิบัติการที่ 1)	จำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ร้อยละ)		
	ดี	พอใช้	ปรับปรุง
การทำความเข้าใจปัญหา	19 (51.35)	18 (48.65)	0
การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	20 (54.05)	17 (45.95)	0
การดำเนินการแก้ปัญหา	13 (35.14)	24 (64.86)	0

ตาราง 19 (ต่อ)

ทักษะการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ (วงจรปฏิบัติการที่ 1)	จำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ (ร้อยละ)		
	ดี	พอใช้	ปรับปรุง
การตรวจสอบคำตอบ	10 (27.03)	27 (72.97)	0
ทักษะการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์โดยรวม	18 (48.65)	19 (51.35)	0

หมายเหตุ ระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังตาราง 8

จากข้อมูลในตาราง 19 เมื่อพิจารณาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยรวม พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีและระดับพอใช้ใกล้เคียงกัน และเมื่อพิจารณาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แต่ละด้าน พบว่า ด้านการทำความเข้าใจปัญหานักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอยู่ในระดับดีและระดับพอใช้ใกล้เคียงกัน ด้านการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นักเรียนมีความสามารถอยู่ในระดับดี ด้านการดำเนินการแก้ปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอยู่ในระดับพอใช้ และด้านการตรวจสอบคำตอบนักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอยู่ในระดับพอใช้ ทั้งนี้ผู้วิจัยได้นำตัวอย่างผลงานของนักเรียนที่แสดงพฤติกรรมตามองค์ประกอบย่อยของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉัน จากสถานการณ์การแพร่ระบาดของโรค COVID-19 ในปัจจุบัน เพื่อให้การจัดการเรียนการสอนของโรงเรียนมีประสิทธิภาพ ทำให้ทางโรงเรียนของเราได้กำหนดมาตรการและรูปแบบการจัดการเรียนการสอนเป็นรูปแบบผสมผสาน คือ การมาเรียนที่โรงเรียน (On-site) สลับกับการเรียนออนไลน์ (Online) ซึ่งทางโรงเรียนได้กำหนดให้สัปดาห์ที่ 9 ให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มาเรียนที่โรงเรียน ดังนั้นนักเรียนแต่ละคนจึงต้องเดินทางมาเรียนที่โรงเรียน ครูจึงอยากทราบเส้นทางการเดินทางมาโรงเรียนของนักเรียนแต่ละคนเพื่อใช้เป็นหลักฐานประกอบการเยี่ยมบ้าน ครูให้นักเรียนเขียนอธิบายเส้นทางจากบ้านไปถึงโรงเรียน ระหว่างทางจากบ้านถึงโรงเรียนนักเรียนผ่านสถานที่สำคัญ ๆ อะไรบ้าง ให้นักเรียนระบุให้ชัดเจน จากนั้นให้นักเรียนเขียนกราฟแสดงตำแหน่งและหาพิกัดของสถานที่นั้น ๆ พร้อมทั้งหาระยะทางจากบ้านถึงโรงเรียน โดยให้นักเรียนกำหนดพิกัดของบ้านด้วยตนเองจากจำนวนสมาชิกภายในบ้านที่เป็นผู้หญิงและจำนวนสมาชิกภายในบ้านที่เป็นผู้ชายดังต่อไปนี้

1. การทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนระบุปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ นักเรียนสามารถหาสิ่งที่เป็นปัญหาของสถานการณ์ และสามารถหาสิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ แสดงให้เห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำความเข้าใจปัญหาได้แต่ยังไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ ตัวอย่างการตอบของนักเรียนแสดงดังภาพ 36 ซึ่งจัดอยู่ในระดับดี

1. จากสถานการณ์ข้างต้นนักเรียนคิดว่ามีสิ่งใดที่เป็นปัญหาของสถานการณ์นั้น พร้อมทั้งให้นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา

ปัญหาสถานการณ์	โจทย์กำหนด	สิ่งที่โจทย์ต้องการหา
- มี Covid-19 ระบอบ	- ให้นักเรียนกำหนดให้ตัวเอง	- เงินคงเหลือหลังจากจ่ายไป
- สลับกันเงิน	ตนเอง จากจำนวนสมาชิก	- เงินกว่าไปแสดงตำแหน่ง
- ករតែទំនងម្ខាង	ภายในวันที่เป็นผู้หญิง	
- เงินส่งทางจากบ้านก็โรงเรียน	และผู้ชาย	

2

ภาพ 36 การตอบของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการทำความเข้าใจปัญหาอยู่ในระดับดี จากใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉันทน์

2. การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถกำหนดตัวแปรให้กับสถานการณ์ปัญหาได้ และสามารถนำตัวแปรที่ได้กำหนดขึ้นมาสร้างเป็นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในรูปของคู่อันดับได้ถูกต้อง โดยการกำหนดตัวแปรของนักเรียนแต่ละคนจะแตกต่างกันออกไปขึ้นอยู่กับตัวนักเรียนเอง ซึ่งสามารถทำได้ สามารถกำหนดตัวแปรเป็นอะไรก็ได้แต่ต้องเขียนให้ชัดเจนว่าตัวแปรนั้นแทนอะไร ตัวแปรนี้แทนอะไร ดังภาพ 37 ซึ่งจัดอยู่ในระดับดี

2. ให้นักเรียนเลือกปัญหา 1 ปัญหาจากข้อที่ 1 และทำการกำหนดตัวแปรที่สำคัญที่คาดว่าจะมีผลต่อปัญหาพร้อมทั้งสร้างข้อสมมติฐานของผลลัพธ์

..... การเขียนกราฟแสดงตำแหน่งและกราฟพิกัดของสถานที่ต่าง ๆ

ให้..... x..... แทนจำนวนสมาชิกที่เป็นผู้หญิง.....

..... y..... แทนจำนวนสมาชิกที่เป็นผู้ชาย.....

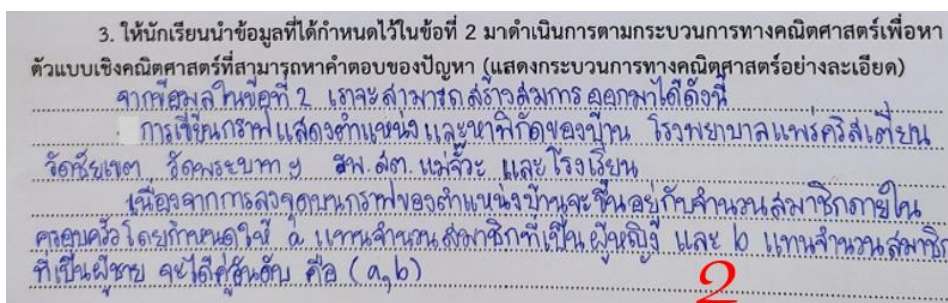
กำหนด..... จำนวน..... (2, 2)

..... เพื่อสามารถเขียนกราฟแสดงตำแหน่งและกราฟพิกัดของสถานที่ต่าง ๆ จะทำให้สามารถเขียนเส้นทางจากบ้านถึงโรงเรียนได้.....

2

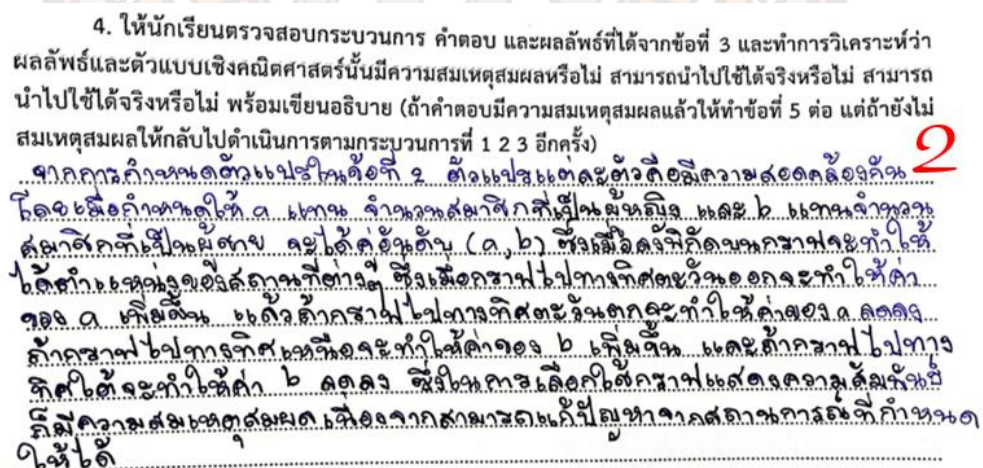
ภาพ 37 การตอบของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี จากใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉันทน์

3. การดำเนินการแก้ปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง สามารถเขียนคู่อันดับของพิกัดต่าง ๆ ของเส้นทางการเดินทางของตนเอง เพื่อนำคู่อันดับที่ได้มาลงจุดบนกราฟ ดังภาพ 38 ซึ่งจัดอยู่ในระดับพอใช้



ภาพ 38 การตอบของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการดำเนินการแก้ปัญหาอยู่ในระดับพอใช้ จากใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉัน

4. การตรวจสอบคำตอบ นักเรียนมีการตรวจสอบกระบวนการ คำตอบ และผลลัพธ์ที่ได้ จากนั้นตรวจสอบความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ จากการที่นักเรียนได้วิเคราะห์และนำเสนอผลงานทำให้นักเรียนสามารถอธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ ดังภาพ 39 ซึ่งจัดอยู่ในระดับพอใช้



ภาพ 39 การตอบของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการตรวจสอบคำตอบอยู่ในระดับพอใช้ จากใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉัน

1.2 วงจรปฏิบัติการที่ 2

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากใบกิจกรรม

ผู้วิจัยแสดงผลการวิเคราะห์จำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รายงานผ่านกราฟ ของวงจรปฏิบัติการที่ 2 ดังตาราง 20

ตาราง 20 แสดงจำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รายงานผ่านกราฟ ของวงจรปฏิบัติการที่ 2

ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (วงจรปฏิบัติการที่ 2)	จำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ร้อยละ)		
	ดี	พอใช้	ปรับปรุง
การทำความเข้าใจปัญหา	25 (67.57)	12 (32.43)	0
การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	21 (56.76)	16 (43.24)	0
การดำเนินการแก้ปัญหา	20 (54.05)	17 (45.95)	0
การตรวจสอบคำตอบ	18 (48.65)	19 (51.35)	0
ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวม	22 (59.46)	15 (40.54)	0

หมายเหตุ ระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังตาราง 8

จากข้อมูลในตาราง 20 เมื่อพิจารณาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยรวม พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี และเมื่อพิจารณาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แต่ละด้าน พบว่า ด้านการทำความเข้าใจปัญหานักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอยู่ในระดับดี ด้านการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอยู่ในระดับดี ด้านการดำเนินการแก้ปัญหานักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอยู่ในระดับดี และด้านการตรวจสอบคำตอบนักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอยู่ในระดับดีและพอใช้ใกล้เคียงกัน ทั้งนี้ผู้วิจัยได้นำตัวอย่างผลงานของนักเรียนที่แสดงพฤติกรรมตามองค์ประกอบย่อยของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รายงานผ่านกราฟ จากสถานการณ์การแพร่ระบาดของโรค COVID-19 ของประเทศไทยในปัจจุบัน ครูอยากให้นักเรียนเลือกจังหวัดที่

ต้องการจากตารางที่กำหนดให้มา 2 จังหวัด เพื่อนำมาเปรียบเทียบสถิติการติดเชื้อจากนั้นให้นักเรียนเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างวันที่และจำนวนผู้ป่วยติดเชื้อสะสม แล้วตอบคำถาม ดังต่อไปนี้

1. การทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนสามารถระบุปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ นักเรียนสามารถบอกได้ว่าโจทย์กำหนดและโจทย์ต้องการหา แสดงให้เห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำความเข้าใจปัญหาได้ ตัวอย่างการตอบของนักเรียนแสดงดังภาพ 40 ซึ่งจัดอยู่ในระดับดี

1. จากสถานการณ์ข้างต้นนักเรียนคิดว่ามีสิ่งใดที่เป็นปัญหาของสถานการณ์นั้น พร้อมทั้งให้นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา

ข้อมูลสถานการณ์	สิ่งที่ โจทย์กำหนด	สิ่งที่ โจทย์ต้องการหา
- คู่ติดเชื้อโควิด	- ตารางสถิติการติดเชื้อ	- วันที่เท่าใดของจังหวัดที่มีผู้ป่วยติดเชื้อสะสมมากที่สุด และมีจำนวนเท่าใด
- ภาพเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างวันที่และจำนวนผู้ป่วยติดเชื้อสะสม	- แต่ละ จังหวัด	- วันที่เท่าไรของจังหวัดที่ 1 และมีจำนวนผู้ป่วยติดเชื้อรายวันมากที่สุด และมีจำนวนเท่าใด
		- จำนวนผู้ป่วยติดเชื้อสะสมวันที่ 5 ค. ของจังหวัดที่ 1, 2 ต่างกันเท่าไร
		- จำนวนที่ 1- ของจังหวัด 1, 2 มีจำนวนผู้ป่วยติดเชื้อสะสมเท่าไร และต่างกันเท่าไร
		- วันที่เท่าไรของวันที่ 1, 2 มีจำนวนผู้ป่วยติดเชื้อสะสมมากที่สุดและต่ำที่สุด และมีจำนวนเท่าใด

ภาพ 40 นักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการทำความเข้าใจปัญหา อยู่ในระดับดี จากใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รายงานผ่านกราฟ

2. การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรให้กับสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนเลือกแก้ปัญหาได้ และสามารถนำตัวแปรที่ได้กำหนดขึ้นมาสร้างเป็นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในรูปของกราฟได้ถูกต้อง ดังภาพ 41 ซึ่งจัดอยู่ในระดับดี

2. ให้นักเรียนเลือกปัญหามา 1 ปัญหาจากข้อที่ 1 และทำการกำหนดตัวแปรที่สำคัญที่คาดว่าจะมีผลต่อปัญหาพร้อมทั้งสร้างข้อสมมติฐานของผลลัพธ์

ส่วนสำคัญของสถานการณ์คือ ภาพเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างวันที่และจำนวนผู้ป่วยติดเชื้อสะสม ซึ่งกราฟของเส้นตรงแสดงการเพิ่มขึ้นของจำนวนผู้ป่วยติดเชื้อสะสม

วิธีตั้งสมมติฐาน แทน x แทนวันที่ และแทน y แทนจำนวนผู้ป่วยติดเชื้อสะสมและปริมาณวันที่ ๓ แทนวันที่ เปรียบเทียบสมมติฐานที่ 1 และ 2 และหาจำนวนผู้ป่วยติดเชื้อสะสม (สร้างกราฟที่สวย) ดังได้ (๓.๖.๖)

เมื่อ น.ร. สามารถเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างวันที่และจำนวนผู้ป่วยติดเชื้อสะสม ดังวันที่ น.ร. สามารถอธิบายกราฟหรือตอบคำถาม ดังต่อไปนี้

- 1) วันที่เท่าไรของจังหวัดที่ 1 มีจำนวนผู้ป่วยติดเชื้อสะสมมากที่สุด และมีจำนวนเท่าไร
- 2) วันที่เท่าไรของจังหวัดที่ 1 และ 2 มีจำนวนผู้ป่วยติดเชื้อรายวันมากที่สุด และมีจำนวนเท่าไร
- 3) จำนวนผู้ป่วยติดเชื้อรายวันในวันที่ 5 ค. ของจังหวัดที่ 1 และ 2 ต่างกันเท่าไร
- 4) จำนวนที่ 1 ถึงวันที่ ๖ ของจังหวัดที่ 1 และ 2 มีจำนวนผู้ป่วยติดเชื้อสะสมเท่าไร และต่างกันเท่าไร
- 5) วันที่เท่าไรของจังหวัดที่ 1 และ 2 มีจำนวนผู้ป่วยติดเชื้อสะสมมากที่สุดและต่ำที่สุด และมีจำนวนเท่าไร

ภาพ 41 นักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับดี จากใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รายงานผ่านกราฟ

3. การดำเนินการแก้ปัญหา นักเรียนสามารถเขียนดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง โดยการเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างวันที่และจำนวนผู้ป่วยติดเชื้อสะสมแล้วตอบคำถามได้อย่างถูกต้อง ดังภาพ 42 ซึ่งจัดอยู่ในระดับดี

3. ให้นักเรียนนำข้อมูลที่ได้กำหนดไว้ในข้อที่ 2 มาดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สามารถหาคำตอบของปัญหา (แสดงกระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างละเอียด)

จากข้อมูลที่ให้ข้อที่ 2 เราจะสามารถใส่กราฟแสดง ความสัมพันธ์ระหว่าง วันที่ และ จำนวนผู้ป่วยติดเชื้อสะสม เพื่อตอบคำถามต่อไปนี้

1) วันที่ 2 พ.ค. จำนวน 3982 คน

2) จังหวัดแม่ฮ่องสอนวันที่ 7 พ.ค. 64 มีจำนวน 78 คน
จังหวัดสกลนคร วันที่ 7 พ.ค. 64 มีจำนวน 15 คน

3) จำนวน 3 คน

4) จังหวัดสกลนคร มีจำนวน 4251 คน จังหวัดแม่ฮ่องสอน มีจำนวน 2,803 คน
ต่างกัน 1,454 คน

5) จังหวัดสกลนคร วันที่มีผู้ติดเชื้อสูงสุด 2 พ.ค. 98 คน ต่ำสุด 7 พ.ค. 15 คน
จังหวัดแม่ฮ่องสอน วันที่มีผู้ติดเชื้อสูงสุด 2 พ.ค. 78 คน ต่ำสุด 7 พ.ค. 18 คน

ภาพ 42 นักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการดำเนินการแก้ปัญหา อยู่ในระดับดี จากใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รายงานผ่านกราฟ

4. การตรวจสอบคำตอบ นักเรียนมีการตรวจสอบกระบวนการ คำตอบ และผลลัพธ์ที่ได้ จากนั้นตรวจสอบความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ จากการที่นักเรียนได้วิเคราะห์และนำเสนอผลงานทำให้นักเรียนสามารถอธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ ดังภาพ 43 ซึ่งจัดอยู่ในระดับพอใช้

4. ให้นักเรียนตรวจสอบกระบวนการ คำตอบ และผลลัพธ์ที่ได้จากข้อที่ 3 และทำการวิเคราะห์ว่าผลลัพธ์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นั้นมีความสมเหตุสมผลหรือไม่ สามารถนำไปใช้ได้จริงหรือไม่ สามารถนำไปใช้ได้จริงหรือไม่ พร้อมเขียนอธิบาย (ถ้าคำตอบมีความสมเหตุสมผลแล้วให้ทำข้อที่ 5 ต่อ แต่ถ้ายังไม่สมเหตุสมผลให้กลับไปดำเนินการตามกระบวนการที่ 1 2 3 อีกครั้ง)

จากกราฟเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างวันที่และจำนวนผู้ป่วยติดเชื้อสะสม

กำหนดให้ a แทนวันที่ (ตั้งที่ 1 คือ 1 พ.ค. และ b แทนจำนวนผู้ป่วยติดเชื้อสะสม (เฉพาะวันที่แล้ว) ซึ่งจากกราฟสามารถเรียงเป็นคู่อันดับสองแต่ละจังหวัดดังนี้

จังหวัดแม่ฮ่องสอน (1, 3981), (2, 8192), (3, 8251), (4, 8219), (5, 8,364), (6, 8801), (7, 8, 921), (8, 8, 500)

จังหวัดสกลนคร (1, 3, 894), (2, 3982), (3, 4, 012), (4, 4, 089), (5, 4, 121), (6, 4, 159), (7, 4, 204), (8, 4, 257)

จังหวัดสกลนครเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ที่มีความสมเหตุสมผลเนื่องจากสามารถอธิบายจากสถานะการระบาดที่พบได้

ภาพ 43 นักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการตรวจสอบคำตอบ อยู่ในระดับพอใช้ จากใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รายงานผ่านกราฟ

1.3 วงจรปฏิบัติการที่ 3

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากใบกิจกรรม

ผู้วิจัยแสดงผลการวิเคราะห์จำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง นักค้นหา ของวงจรปฏิบัติการที่ 3 ดังตาราง 21

ตาราง 21 แสดงจำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง นักค้นหา ของวงจรปฏิบัติการที่ 3

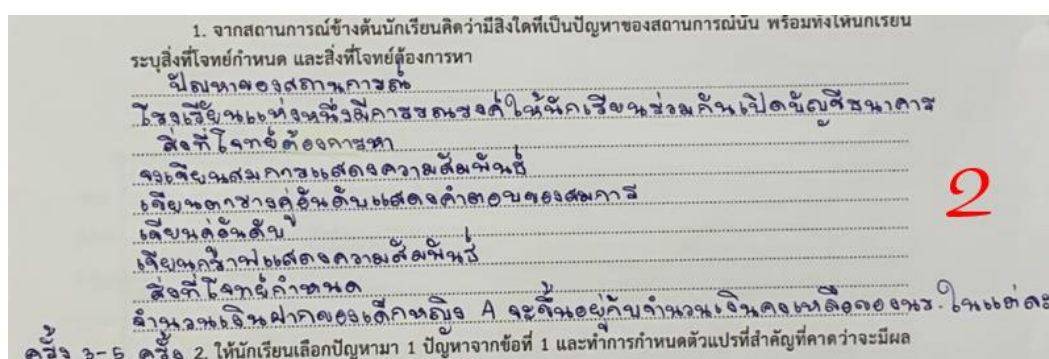
ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (วงจรปฏิบัติการที่ 3)	จำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ร้อยละ)		
	ดี	พอใช้	ปรับปรุง
การทำความเข้าใจปัญหา	23 (62.16)	14 (37.84)	0
การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	19 (51.35)	18 (48.65)	0
การดำเนินการแก้ปัญหา	19 (51.35)	18 (48.65)	0
การตรวจสอบคำตอบ	21 (56.76)	16 (43.24)	0
ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวม	24 (64.86)	13 (35.14)	0

หมายเหตุ ระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังตาราง 8

จากข้อมูลในตาราง 21 เมื่อพิจารณาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยรวม พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี และเมื่อพิจารณาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แต่ละด้าน พบว่า ด้านการทำความเข้าใจปัญหานักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอยู่ในระดับดี ด้านการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอยู่ในระดับดีและพอใช้ใกล้เคียงกัน ด้านการดำเนินการแก้ปัญหานักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอยู่ในระดับดีและพอใช้ใกล้เคียงกัน และด้านการตรวจสอบคำตอบนักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอยู่ในระดับดี ทั้งนี้ผู้วิจัยได้นำตัวอย่างผลงานของนักเรียนที่แสดงพฤติกรรมตามองค์ประกอบย่อยของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง นักค้นหา โรงเรียนแห่งหนึ่งที่มีการรณรงค์ให้นักเรียนร่วมกันเปิดบัญชีกับธนาคารโรงเรียน และเด็กหญิง A ก็ได้ให้

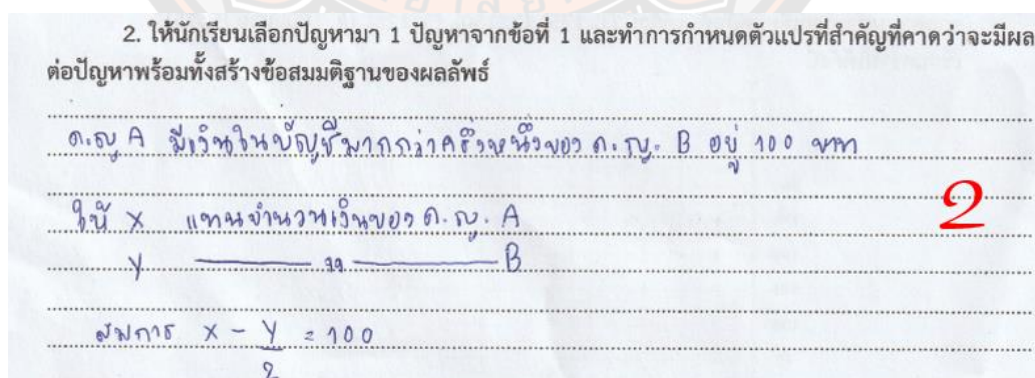
ความร่วมมือในการนำเงินไปฝากกับธนาคารโรงเรียนเป็นจำนวนหนึ่งได้รับดอกเบี้ย 200 บาท ซึ่งทำให้เด็กหญิง A มีเงินในบัญชีมากกว่าครึ่งหนึ่งของเด็กหญิง B อยู่ 100 บาท ดังต่อไปนี้

1. การทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนสามารถระบุปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ คือสามารถบอกปัญหาของสถานการณ์ได้ สามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ แสดงให้เห็นว่านักเรียนสามารถทำความเข้าใจปัญหาได้ ตัวอย่างการตอบของนักเรียนแสดงดังภาพ 44 ซึ่งจัดอยู่ในระดับดี



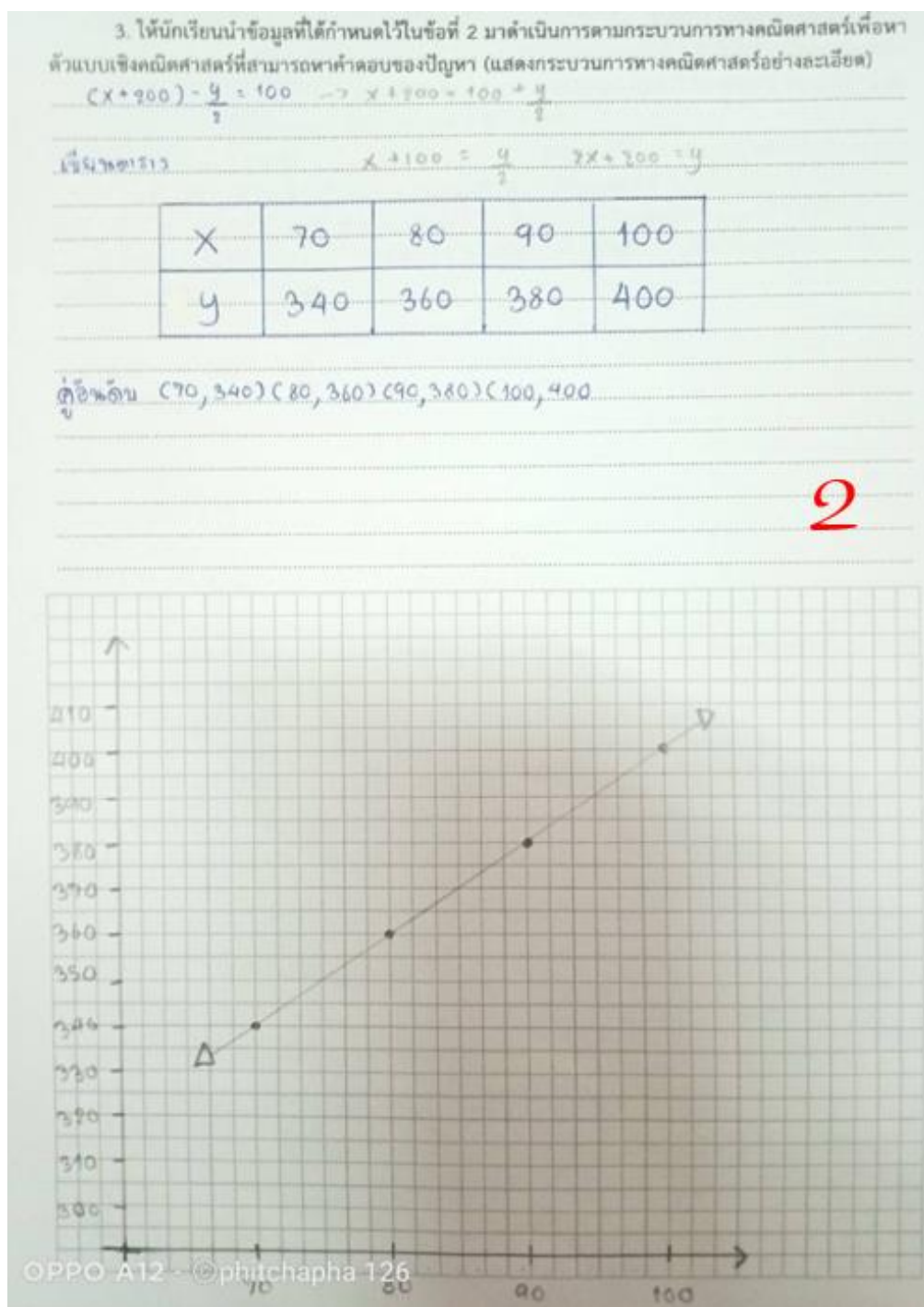
ภาพ 44 นักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการทำความเข้าใจปัญหา
อยู่ในระดับดี จากใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง นักค้นหา

2. การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรให้กับสถานการณ์ปัญหาได้ และสามารถนำตัวแปรที่ได้กำหนดขึ้นมาสร้างเป็นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในรูปของสมการได้อย่างถูกต้อง ดังภาพ 45 ซึ่งจัดอยู่ในระดับดี



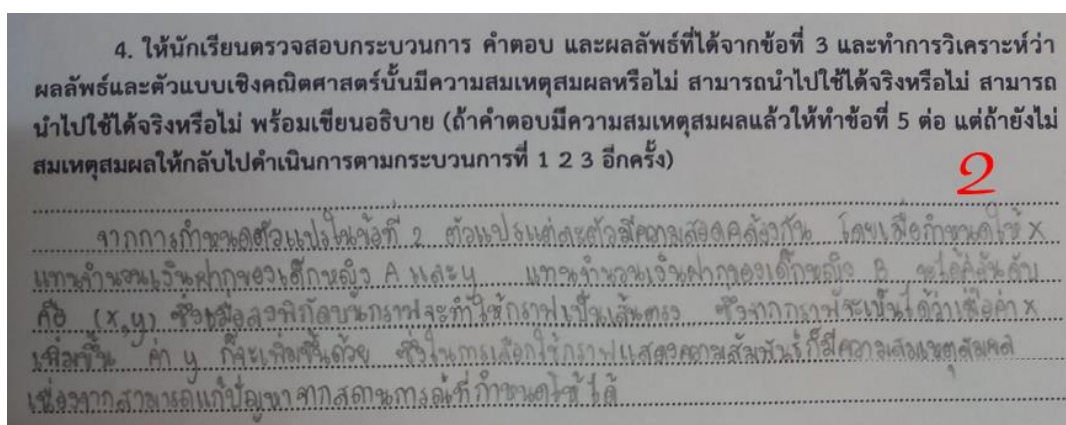
ภาพ 45 นักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์
อยู่ในระดับดี จากใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง นักค้นหา

3. การดำเนินการแก้ปัญหา นักเรียนสามารถเขียนการดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง คือ นักเรียนสามารถแก้สมการ เขียนขั้นตอนการแก้สมการอย่างเป็นลำดับขั้นและถูกต้อง ดังภาพ 46 ซึ่งจัดอยู่ในระดับดี



ภาพ 46 นักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการดำเนินการแก้ปัญหา อยู่ในระดับดี จากใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง นักค้นหา

4. การตรวจสอบคำตอบ นักเรียนมีการตรวจสอบกระบวนการ คำตอบ และผลลัพธ์ที่ได้ จากนั้นตรวจสอบความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ จากการที่นักเรียนได้วิเคราะห์และนำเสนอผลงานทำให้นักเรียนสามารถอธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ ดังภาพ 47 ซึ่งจัดอยู่ในระดับดี



ภาพ 47 นักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการตรวจสอบคำตอบอยู่ในระดับดี จากใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง นักค้นหา

จากตาราง 19 – 21 ผู้วิจัยได้นำผลการวิเคราะห์ระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากใบกิจกรรมที่ 1 – 3 มาเปรียบเทียบกัน ดังตาราง 22 และผู้วิจัยได้จำแนกระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามองค์ประกอบรายด้าน ดังตาราง 23

ตาราง 22 เปรียบเทียบระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากใบกิจกรรมที่ 1 – 3

ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	จำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์								
	ใบกิจกรรมที่ 1			ใบกิจกรรมที่ 2			ใบกิจกรรมที่ 3		
ระดับความสามารถ	2	1	0	2	1	0	2	1	0
การทำความเข้าใจปัญหา	19	18	0	25	12	0	23	14	0
การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	20	17	0	21	16	0	19	18	0
การดำเนินการแก้ปัญหา	13	24	0	20	17	0	19	18	0
การตรวจสอบคำตอบ	10	27	0	18	19	0	21	16	0

ตาราง 22 (ต่อ)

ทักษะการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์	จำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับทักษะการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์								
	ใบกิจกรรมที่ 1			ใบกิจกรรมที่ 2			ใบกิจกรรมที่ 3		
	2	1	0	2	1	0	2	1	0
ทักษะการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์โดยรวม	18	19	0	22	15	0	24	13	0

ตาราง 23 ระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามองค์ประกอบรายด้าน จากใบกิจกรรมที่ 1 – 3

ทักษะการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์	ใบกิจกรรมที่	ระดับ ความสามารถ	จำนวน	ร้อยละ
การทำความเข้าใจปัญหา	1	ดี	19	51.35
	2	ดี	25	67.57
	3	ดี	23	62.16
การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	1	ดี	20	54.05
	2	ดี	21	56.76
	3	ดี	19	51.35
การดำเนินการแก้ปัญหา	1	พอใช้	24	64.86
	2	ดี	20	54.05
	3	ดี	19	51.35
การตรวจสอบคำตอบ	1	พอใช้	27	72.97
	2	พอใช้	19	51.35
	3	ดี	21	56.76
ทักษะการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์โดยรวม	1	พอใช้	19	51.35
	2	ดี	22	59.46
	3	ดี	24	64.86

จากตาราง 22 และ 23 ในใบกิจกรรมที่ 1 นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการทำความเข้าใจปัญหา ด้านการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี ด้านการดำเนินการแก้ปัญหา และด้านการตรวจสอบคำตอบอยู่ในระดับพอใช้ ในใบกิจกรรมข้อที่ 2 นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการทำความเข้าใจปัญหา ด้านการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ด้านการดำเนินการแก้ปัญหาอยู่ในระดับดี และด้านการตรวจสอบคำตอบอยู่ในระดับพอใช้ ในคำถามข้อที่ 3 นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการทำความเข้าใจปัญหา ด้านการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ด้านการดำเนินการแก้ปัญหา และด้านการตรวจสอบคำตอบอยู่ในระดับดี

2. ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น

หลังการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นรายบุคคล โดยใช้แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ซึ่งมีทั้งหมด 3 ข้อ โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

2.1 แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ข้อที่ 1

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบทดสอบ

ผู้วิจัยแสดงผลการวิเคราะห์จำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ข้อที่ 1 ดังตาราง 24

ตาราง 24 แสดงจำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ข้อที่ 1

ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ข้อที่ 1)	จำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ร้อยละ)		
	ดี	พอใช้	ปรับปรุง
การทำความเข้าใจปัญหา	26 (70.27)	11 (29.73)	0

ตาราง 24 (ต่อ)

ทักษะการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ (ข้อที่ 1)	จำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ (ร้อยละ)		
	ดี	พอใช้	ปรับปรุง
การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	22 (59.46)	15 (43.24)	0
การดำเนินการแก้ปัญหา	18 (48.65)	19 (51.35)	0
การตรวจสอบคำตอบ	21 (56.76)	16 (43.24)	0
ทักษะการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์โดยรวม	20 (54.05)	17 (45.95)	0

จากตาราง 24 เมื่อพิจารณาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยรวมพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี จำนวน 20 คน คิดเป็นร้อยละ 54.05 และเมื่อพิจารณาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แต่ละด้าน พบว่า ด้านการทำความเข้าใจปัญหานักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอยู่ในระดับดี จำนวน 26 คน คิดเป็นร้อยละ 70.27 ด้านการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอยู่ในระดับดี จำนวน 22 คน คิดเป็นร้อยละ 59.46 ด้านการดำเนินการแก้ปัญหานักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอยู่ในระดับพอใช้ จำนวน 18 คน คิดเป็นร้อยละ 48.65 และด้านการตรวจสอบคำตอบนักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอยู่ในระดับดี จำนวน 21 คน คิดเป็นร้อยละ 56.76 ทั้งนี้ผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวมอยู่ในระดับดี จากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ข้อที่ 1 ดังภาพ 48

2.2 แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ข้อที่ 2

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบทดสอบ

ผู้วิจัยแสดงผลการวิเคราะห์จำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ข้อที่ 2 ดังตาราง 25

ตาราง 25 แสดงจำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ข้อที่ 2

ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ข้อที่ 2)	จำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ร้อยละ)		
	ดี	พอใช้	ปรับปรุง
การทำความเข้าใจปัญหา	28 (75.68)	9 (24.32)	0
การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	21 (56.76)	16 (43.24)	0
การดำเนินการแก้ปัญหา	22 (59.46)	15 (40.54)	0
การตรวจสอบคำตอบ	19 (51.35)	18 (48.65)	0
ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวม	23 (62.16)	14 (37.84)	0

จากตาราง 25 เมื่อพิจารณาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยรวมพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี จำนวน 23 คน คิดเป็นร้อยละ 62.16 และเมื่อพิจารณาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แต่ละด้าน พบว่า ด้านการทำความเข้าใจปัญหานักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอยู่ในระดับดี จำนวน 28 คน คิดเป็นร้อยละ 75.68 ด้านการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอยู่ในระดับดี จำนวน 21 คน คิดเป็นร้อยละ 56.76 ด้านการดำเนินการแก้ปัญหานักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอยู่ในระดับดี จำนวน 22 คน คิดเป็นร้อยละ 59.46 และด้านการตรวจสอบคำตอบนักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอยู่ในระดับดี จำนวน 19 คน คิดเป็นร้อยละ 51.35 ทั้งนี้ผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวมอยู่ในระดับดี

จากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ข้อที่ 2
 ดังภาพ 49

Figure 49 shows a student's work on a math problem. On the left is a line graph with two lines, one red and one blue, plotted on a grid. The y-axis is labeled 'ค่าตอบแทน (บาท)' and ranges from 0 to 200. The x-axis is labeled 'วัน' and ranges from 1 to 10. The red line has points (1, 100), (2, 100), (3, 100), (4, 100), (5, 100), (6, 100), (7, 100), (8, 100), (9, 100), (10, 100). The blue line has points (1, 100), (2, 100), (3, 100), (4, 100), (5, 100), (6, 100), (7, 100), (8, 100), (9, 100), (10, 100). A red checkmark is placed on the graph. To the right of the graph are handwritten answers in Thai. The answers are numbered 1 through 5. Each answer is followed by a red checkmark and the number '2'. The answers are: 1. ไม่ได้รับเงินค่าตอบแทนเลย 2. ได้รับเงินค่าตอบแทน 3. ได้รับเงินค่าตอบแทน 4. ได้รับเงินค่าตอบแทน 5. ได้รับเงินค่าตอบแทน. The answers are written in a way that suggests the student has correctly identified the correct options for each question.

ภาพ 49 นักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวมอยู่ในระดับดี จากแบบทดสอบ
 วัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ข้อที่ 2

2.3 แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและ ความสัมพันธ์เชิงเส้น ข้อที่ 3

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบทดสอบ

ผู้วิจัยแสดงผลการวิเคราะห์จำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทาง
 คณิตศาสตร์จากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์
 เชิงเส้น ข้อที่ 3 ดังตาราง 26

ตาราง 26 แสดงจำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากแบบทดสอบ
 วัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ข้อที่ 3

ทักษะการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ (ข้อที่ 3)	จำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ (ร้อยละ)		
	ดี	พอใช้	ปรับปรุง
การทำความเข้าใจปัญหา	31 (83.78)	6 (16.22)	0
การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	24 (64.86)	13 (35.14)	0

ตาราง 26 (ต่อ)

ทักษะการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ (ข้อที่ 3)	จำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ (ร้อยละ)		
	ดี	พอใช้	ปรับปรุง
การดำเนินการแก้ปัญหา	23 (62.16)	14 (37.84)	0
การตรวจสอบคำตอบ	27 (72.97)	10 (27.03)	0
ทักษะการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์โดยรวม	26 (70.27)	11 (29.73)	0

ตาราง 26 แสดงให้เห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี จำนวน 26 คน คิดเป็นร้อยละ 70.27 และเมื่อพิจารณาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แต่ละด้าน พบว่า ด้านการทำความเข้าใจปัญหานักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอยู่ในระดับดี จำนวน 31 คน คิดเป็นร้อยละ 83.78 ด้านการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอยู่ในระดับดี จำนวน 24 คน คิดเป็นร้อยละ 64.86 ด้านการดำเนินการแก้ปัญหานักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอยู่ในระดับดี จำนวน 23 คน คิดเป็นร้อยละ 62.16 และด้านการตรวจสอบคำตอบนักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอยู่ในระดับดี จำนวน 27 คน คิดเป็นร้อยละ 72.97 ทั้งนี้ผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวมอยู่ในระดับดี จากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ข้อที่ 3 ดังภาพ 50



ภาพ 50 นักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวมอยู่ในระดับดี จากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ข้อที่ 3

จากตาราง 24 – 26 ผู้วิจัยได้นำผลการวิเคราะห์ระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ข้อที่ 1 – 3 มาเปรียบเทียบกับกัน ดังตาราง 27 และผู้วิจัยได้จำแนกระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามองค์ประกอบรายด้าน ดังตาราง 28

ตาราง 27 เปรียบเทียบระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ข้อที่ 1 – 3

ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	จำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์									
	ข้อที่	1			2			3		
		ระดับความสามารถ	2	1	0	2	1	0	2	1
การทำความเข้าใจปัญหา		26	11	0	28	9	0	31	6	0
การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์		22	15	0	21	16	0	24	13	0
การดำเนินการแก้ปัญหา		18	19	0	22	15	0	23	14	0
การตรวจสอบคำตอบ		21	16	0	19	18	0	27	10	0
ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวม		20	17	0	23	14	0	26	11	0

ตาราง 28 ระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามองค์ประกอบรายด้าน จากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้นข้อที่ 1 – 3

ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	ข้อที่	ระดับความสามารถ	จำนวน	ร้อยละ
การทำความเข้าใจปัญหา	1	ดี	26	70.27
	2	ดี	28	75.68
	3	ดี	31	83.78
การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	1	ดี	22	59.46
	2	ดี	21	56.76
	3	ดี	24	64.86

ตาราง 28 (ต่อ)

ทักษะการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์	ข้อที่	ระดับ ความสามารถ	จำนวน	ร้อยละ
การดำเนินการแก้ปัญหา	1	พอใช้	19	51.35
	2	ดี	22	59.46
	3	ดี	23	62.16
การตรวจสอบคำตอบ	1	ดี	21	56.76
	2	ดี	19	51.35
	3	ดี	27	72.97
ทักษะการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์โดยรวม	1	ดี	20	54.05
	2	ดี	23	62.16
	3	ดี	26	70.27

จากตาราง 27 และ 28 แสดงให้เห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่มีระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวมทั้ง 3 ข้อจากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีแนวโน้มสูงขึ้น เริ่มจากข้อที่ 1 มีนักเรียนจำนวน 20 คน คิดเป็นร้อยละ 54.05 มีระดับความสามารถอยู่ในระดับดี ข้อที่ 2 มีนักเรียนจำนวน 23 คน คิดเป็นร้อยละ 62.16 มีระดับความสามารถอยู่ในระดับดี และข้อที่ 3 มีนักเรียนจำนวน 26 คน คิดเป็นร้อยละ 70.27 มีระดับความสามารถอยู่ในระดับดี ซึ่งจำนวนนักเรียนที่อยู่ในระดับดีมีจำนวนเพิ่มขึ้นตามลำดับ เนื่องจากสถานการณ์ที่กำหนดให้นักเรียนได้วิเคราะห์จนสามารถทำความเข้าใจปัญหาและสามารถระบุปัญหาได้จนทำให้ในข้อคำถามแต่ละข้อมีจำนวนนักเรียนเพิ่มมากขึ้นตามลำดับ และมีระดับความสามารถอยู่ในระดับดี การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นักเรียนส่วนใหญ่สามารถกำหนดตัวแปรได้ถึงแม้จะมีนักเรียนบางส่วนอาจจะกำหนด ไม่ถูกต้องจึงทำให้ข้อคำถามข้อที่ 2 มีจำนวนนักเรียนลดลงจากข้อคำถามข้อที่ 1 แต่ทั้งสองข้อคำถามยังคงอยู่ในระดับดี และในข้อคำถามข้อที่ 3 มีจำนวนนักเรียนเพิ่มมากขึ้นจากข้อคำถามข้อที่ 1 และ 2 การดำเนินการแก้ปัญหานักเรียนส่วนใหญ่มีพัฒนาการที่ดีขึ้นตามลำดับ โดยนักเรียนสามารถเขียนขั้นตอนการแก้ปัญหาได้แต่นักเรียนบางส่วนที่ยังเขียนขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ละเอียดจึงทำให้ข้อคำถามข้อที่ 1 มีระดับความสามารถอยู่ในระดับพอใช้ และในข้อคำถามข้อที่ 2 และ 3 นักเรียนสามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างละเอียดมากขึ้น จึงทำให้มีจำนวนนักเรียนเพิ่มมากขึ้น และมีระดับความสามารถอยู่ในระดับดี และการตรวจสอบคำตอบนักเรียนส่วนใหญ่สามารถ

เขียนอธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ถึงแม้ว่าจะมีนักเรียนบางส่วนยังเขียนอธิบายยังไม่ครบถ้วน ชัดเจน จึงทำให้ข้อคำถามข้อที่ 2 มีจำนวนนักเรียนลดลงจากข้อคำถามข้อที่ 1 แต่ทั้งสองข้อคำถามยังคงอยู่ในระดับดี และในข้อคำถามข้อที่ 3 มีจำนวนนักเรียนเพิ่มมากขึ้นจากข้อคำถามข้อที่ 1 และ 2



บทที่ 5

บทสรุป

การวิจัยเชิงปฏิบัติการเพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และเพื่อศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันที่มีต่อทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีผลการวิจัยดังนี้

สรุปผลการวิจัย

1. แนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

จากผลการวิจัยผู้วิจัยได้ค้นพบแนวทางที่เหมาะสมในการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา เป็นขั้นตอนที่ให้นักเรียนศึกษา วิเคราะห์ และทำความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์ที่กำหนดให้ และเป็นตัวช่วยส่งเสริมการทำความเข้าใจปัญหาที่เป็นองค์ประกอบย่อยของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนจะต้องระบุประเด็นที่สำคัญของสถานการณ์ได้ สามารถเขียนปัญหาของสถานการณ์ เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ เพื่อนำไปสร้างสมมติฐานและระบุตัวแปรในขั้นตอนต่อไปได้ ในขั้นตอนนี้ครูควรเน้นสถานการณ์ปัญหาที่มีความเชื่อมโยงกับชีวิตจริงหรือมีความใกล้เคียงกับปัญหาที่นักเรียนเคยพบเจอหรือคุ้นเคย เพื่อให้นักเรียนเข้าใจได้ง่ายขึ้น มองเห็นภาพ และสามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ซึ่งครูจะต้องมีความเข้าใจกับสถานการณ์นั้น ๆ มีการตรวจสอบ กระตุ้นคิด ชี้แนะแนวทาง จะช่วยให้นักเรียนสามารถระบุปัญหาได้ และครูจะต้องมีความเข้าใจในสถานการณ์นั้น ๆ เป็นอย่างดี เมื่อมีปัญหาครู

จะต้องแก้ไขได้อย่างทันที จากนั้นครูใช้เกมมิฟิเคชันในส่วนของคะแนนและความท้าทายเข้ามาช่วย เพื่อเป็นการดึงดูดความสนใจของนักเรียนในการทำกิจกรรม

ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร เป็นขั้นตอนที่ส่งเสริมให้นักเรียนสามารถ สร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เป็นองค์ประกอบย่อยของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักเรียนจะต้องแปลงสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งในเรื่อง กราฟ และความสัมพันธ์เชิงเส้น ตัวแปรจะอยู่ในรูปของ คู่อันดับ กราฟ สมการ เป็นต้น โดยในขั้นตอนนี้ครู จะต้องคอยให้คำแนะนำ แนะนำแนวทาง และชี้แนะอย่างใกล้ชิดเพื่อให้ นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปร ได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม และเป็นการตรวจสอบการทำกิจกรรมของนักเรียนแต่ละคน ซึ่งจะช่วยให้ นักเรียนพัฒนาการแปลงสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี จากนั้นครูใช้เกมมิฟิเคชันในส่วนของคะแนนและความท้าทายเข้ามาช่วย เพื่อให้ นักเรียนมีความ กระตือรือร้นในการทำกิจกรรม

ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นขั้นตอนที่ช่วย ส่งเสริมการดำเนินการแก้ปัญหาที่เป็นองค์ประกอบย่อยของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาผลลัพธ์ ซึ่งนักเรียนนำตัวแปรที่ได้จากขั้นตอนก่อนหน้า มาจัดเป็นรูปแบบที่มีความสัมพันธ์กัน ที่เรียกว่า ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ จากนั้นดำเนินการตาม กระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาผลลัพธ์ ซึ่งในขั้นตอนนี้ครูจะต้องคอยให้คำแนะนำ ชี้แนะ และตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการอย่างใกล้ชิดหลังจากที่นักเรียนได้ลงมือดำเนินการตาม กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง จากนั้นครูใช้เกมมิฟิเคชันในส่วนของคะแนนและความ ท้าทายเข้ามาช่วยเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่าง ละเอียดและครบถ้วน

ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ เป็นขั้นตอนที่ช่วยส่งเสริมการตรวจสอบ คำตอบที่เป็นองค์ประกอบย่อยของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการวิเคราะห์ กระบวนการของนักเรียน ซึ่งนักเรียนได้ตรวจสอบความสมเหตุสมผลและความเป็นไปได้ของตัวแบบ เชิงคณิตศาสตร์ มีการอภิปรายกระบวนการวิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ของกลุ่มตนเอง เพื่อเป็นการ แลกเปลี่ยนเรียนรู้ ตรวจสอบความถูกต้อง โดยครูจะคอยเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของตัวแบบเชิง คณิตศาสตร์ในแบบต่าง ๆ ที่อยู่ภายใต้เงื่อนไขที่กำหนดให้นักเรียนได้เห็นภาพ และครูจะคอยอธิบาย ขั้นตอนในการวิเคราะห์ คอยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด รวมถึงคอยสังเกตการณ์ ตรวจสอบ การวิเคราะห์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนและให้คำแนะนำ จากนั้นครูใช้เกมมิฟิเคชันใน ส่วนของคะแนน เหรียญตราสัญลักษณ์ และความท้าทายเข้ามาช่วยเป็นตัวกระตุ้นคิด และเป็นรางวัล ให้กับนักเรียนที่ทำใบกิจกรรมครบถ้วนตามที่กำหนด

ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ เป็นขั้นตอนที่นักเรียนจะต้องกลับไปดำเนินการแก้ปัญหาในขั้นตอนก่อนหน้าอีกครั้ง เนื่องจากขั้นตอนที่ 4 เมื่อนักเรียนได้อภิปรายการวิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ นักเรียนจะพบข้อผิดพลาดในการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้น ดังนั้นในขั้นตอนนี้ นักเรียนจะต้องดำเนินการแก้ไขข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นให้ถูกต้อง ครบถ้วน และสมบูรณ์ โดยครูจะต้องคอยเป็นผู้สังเกตการณ์ ตรวจสอบ ให้คำแนะนำอย่างใกล้ชิด จากนั้นครูอาจจะใช้รางวัลเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรม

ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เป็นขั้นตอนที่ช่วยกระตุ้นให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้รับจากการทำกิจกรรมไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง ในขั้นตอนนี้ นักเรียนจะต้องร่วมกันระดมความคิดภายในกลุ่มเพื่อแลกเปลี่ยนเรียนรู้การนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ของแต่ละคน เพื่อให้เห็นการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้อย่างหลากหลาย โดยครูจะต้องคอยเป็นผู้สังเกตการณ์ ตรวจสอบ ให้คำแนะนำ และใช้คำถามกระตุ้นคิด ถึงเหตุผลการนำไปประยุกต์ใช้ มีการนำไปใช้อย่างไรและนำไปใช้ยังไร จากนั้นครูใช้เกมมิฟิเคชันในส่วนของคะแนน ระดับชั้น เหรียญ ตราสัญลักษณ์ กระดานจัดอันดับ และความท้าทายเข้ามาช่วย เพื่อให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในตนเอง

2. สรุปผลการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันที่มีต่อทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ผลการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งประกอบด้วย 4 องค์ประกอบย่อย ดังรายละเอียดต่อไปนี้

2.1 การทำความเข้าใจปัญหา ผลจากใบกิจกรรมแสดงให้เห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่มีระดับความสามารถอยู่ในระดับดี โดยเห็นได้จากนักเรียนสามารถวิเคราะห์และทำความเข้าใจในสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ จึงสามารถระบุปัญหาของสถานการณ์ สามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนด และสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ และยังมี การนำเทคนิคเกมมิฟิเคชันในส่วนของคะแนนและความท้าทายเข้ามาช่วยเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด และดึงดูดความสนใจของนักเรียนในการทำกิจกรรม ซึ่งสอดคล้องกับผลที่ได้จากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยนักเรียนสามารถทำคะแนนได้ดีในการทำความเข้าใจปัญหา และมีระดับความสามารถอยู่ในระดับดี ดังนั้นการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันช่วยส่งเสริมการทำความเข้าใจปัญหาได้

2.2 การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ผลจากใบกิจกรรมแสดงให้เห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่มีระดับความสามารถอยู่ในระดับดี โดยเห็นได้จากนักเรียนสามารถเลือกส่วนสำคัญของปัญหาจากข้อที่ 1 เพื่อนำปัญหามาแปลงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ในรูปของตัวแปรที่มีความสัมพันธ์กัน และยังมี การนำเทคนิคเกมมิฟิเคชันในส่วนของคะแนนและความท้าทายเข้ามากระตุ้นให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรม และมีการใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการคิดแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ซึ่งสอดคล้องกับผลที่ได้จากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยนักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรให้กับสถานการณ์และแปลงปัญหาในชีวิตจริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ และมีระดับความสามารถอยู่ในระดับดี ดังนั้นการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันช่วยส่งเสริมการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้

2.3 การดำเนินการแก้ปัญหา ผลจากใบกิจกรรมแสดงให้เห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่มีระดับความสามารถอยู่ในระดับดี โดยเห็นได้จากนักเรียนสามารถนำตัวแปรทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดไว้จากข้อที่ 2 มาสร้างเป็นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ และมีการดำเนินการแก้ปัญหาตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ และยังมี การนำเทคนิคเกมมิฟิเคชันในส่วนของคะแนนและความท้าทายเข้ามากระตุ้นให้นักเรียนสามารถดำเนินการแก้ปัญหาอย่างเป็นลำดับขั้น ละเอียดครบถ้วน และถูกต้องได้ ซึ่งสอดคล้องกับผลที่ได้จากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยนักเรียนสามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาอย่างเหมาะสมและลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ และมีระดับความสามารถอยู่ในระดับดี ดังนั้นการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันช่วยส่งเสริมการดำเนินการแก้ปัญหาได้

2.4 การตรวจสอบคำตอบ ผลจากใบกิจกรรมแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีพัฒนาการดีขึ้น โดยเห็นได้จากนักเรียนสามารถเขียนอธิบายการวิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ได้ดีขึ้นจากเดิมสามารถตรวจสอบความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์และตรวจสอบตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องมากยิ่งขึ้น และยังมี การนำเสนอผลงานของนักเรียนเพื่อเป็นการตรวจสอบความถูกต้องจากนั้นยังมีการนำเทคนิคเกมมิฟิเคชันในส่วนของคะแนน เหรียญตราสัญลักษณ์ และความท้าทายเข้ามาช่วยเป็นตัวกระตุ้นคิด และเป็นรางวัลให้กับนักเรียนที่ทำใบกิจกรรมครบถ้วนตามที่กำหนด ซึ่งสอดคล้องกับผลที่ได้จากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยนักเรียนสามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาอย่างเหมาะสมและลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ และนักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้น ดังนั้นการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันช่วยส่งเสริมการตรวจสอบคำตอบได้

อภิปรายผลการวิจัย

1. แนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

จากการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ซึ่งประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา ในขั้นตอนนี้จะเห็นได้ว่าแนวทางการจัดการเรียนรู้ที่ครูควรเน้นการใช้สถานการณ์ปัญหาที่มีความน่าสนใจ เป็นปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริงหรือเป็นปัญหาที่คุ้นเคยหรือเป็นปัญหาใกล้ตัว สถานการณ์มีความหลากหลาย สามารถทำความเข้าใจได้ และในระหว่างการจัดกิจกรรมครูจะต้องคอยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด วิเคราะห์เพื่อระบุปัญหาได้ เนื่องจากในวงจรปฏิบัติการที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉันทน์ จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ดำเนินการด้วยตนเองก่อน จึงทำให้มีนักเรียนบางส่วนไม่สามารถระบุปัญหาได้ บางส่วนเขียนระบุปัญหาไม่ครบถ้วน และบางส่วนยังไม่ค่อยเข้าใจในขั้นตอนการแก้ปัญหา วิเคราะห์สถานการณ์ยังไม่ค่อยได้ ดังนั้นครูจึงคอยชี้แนะแนวทาง ใช้คำถามกระตุ้น และอธิบายถึงขั้นตอนวิธีการแก้ปัญหาอย่างชัดเจนให้กับนักเรียน หลังจากที่นักเรียนได้รับคำแนะนำจากครูนักเรียนจึงเข้าใจขั้นตอนการแก้ปัญหามากขึ้น รวมถึงสามารถระบุปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ และในวงจรปฏิบัติการที่ 2 เรื่อง รายงานผ่านกราฟ จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ยังมีนักเรียนบางส่วนยังแยกประเด็นในการระบุปัญหาของสถานการณ์ยังไม่ครบถ้วนและไม่ถูกต้อง บางคนมีการคัดลอกคำตอบของเพื่อนกลุ่มอื่น ๆ ดังนั้นครูจึงให้นักเรียนร่วมกันระดมความคิด ปรัชญา หรือ เพื่อแยกประเด็นของการระบุปัญหา และมีการหาคะแนนเมื่อลูกออกจากที่นั่ง และครูจะคอยให้คำปรึกษา ชี้แนะ และใช้คำถามกระตุ้น หลังจากที่นักเรียนได้รับคำแนะนำจากครูนักเรียนสามารถระบุปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้เพิ่มมากขึ้น จากเดิม และวงจรปฏิบัติการที่ 3 เรื่อง นักค้นหา จากสถานการณ์ที่กำหนดให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรม นักเรียนสามารถวิเคราะห์สถานการณ์เพื่อระบุปัญหาได้มากขึ้นจากวงจรก่อนหน้า โดยนักเรียนร่วมกันระดมความคิด ปรัชญา หรือกัน และครูจะคอยใช้คำถามกระตุ้นคิด ดังนั้นจึงทำให้ได้แนวทางการจัดการเรียนรู้ในขั้นตอนนี้ครูควรเน้นการใช้สถานการณ์ปัญหาที่มีความน่าสนใจ เป็นปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริงที่นักเรียนคุ้นเคยมากที่สุด เพื่อที่จะทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจได้ง่าย แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ถูกวิธีและเหมาะสม และสถานการณ์จะต้องดึงดูดความสนใจให้กับนักเรียนในการทำกิจกรรมได้เป็นอย่างดี มีการร่วมกันระดมความคิดเพื่อแยกประเด็นในการระบุปัญหา และยังได้รับคำแนะนำ ชี้แนะจากครูให้สามารถวิเคราะห์สถานการณ์ต่าง ๆ ที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง ซึ่งขั้นตอนนี้จะช่วยส่งเสริมการทำความเข้าใจปัญหาถือเป็นองค์ประกอบ

ย่อยหนึ่งของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการทำกิจกรรมในขั้นตอนนี้ครูใช้เกมมิฟิเคชัน ในส่วนของคะแนน (ถ้านักเรียนคนใดสามารถเขียนระบุปัญหาได้อย่างถูกต้องและครบถ้วนจะได้รับ คะแนน 2 คะแนน ถ้าเขียนระบุปัญหาไม่ครบถ้วนจะได้รับคะแนน 1 คะแนน และถ้าไม่สามารถเขียน ระบุปัญหาได้จะได้รับคะแนน 0 คะแนน) และความท้าทาย (ออกแบบสถานการณ์ในใบกิจกรรมและ การร่วมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม) เข้ามาช่วย เพื่อเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนมีความกระตือรือร้น ดึงดูด ความสนใจในการทำกิจกรรม ของนักเรียน และทำให้การเรียนมีความสนุกสนาน ไม่น่าเบื่อ

ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร ในขั้นตอนนี้ นักเรียนจะต้องเลือก ส่วนที่สำคัญในสถานการณ์ปัญหาที่มีอยู่ในชีวิตจริงแปลงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ในรูปของ ตัวแปรต่าง ๆ ที่สัมพันธ์กัน โดยขั้นตอนนี้ครูจะต้องเน้นเป็นผู้ออกมาให้คำแนะนำ อธิบาย และ ตรวจสอบการกำหนดตัวแปร การสร้างนิยามให้กับตัวแปร ซึ่งนักเรียนจะต้องเลือกปัญหาที่ได้กำหนด ไว้ในขั้นตอนที่ 1 มาทำการกำหนดตัวแปร โดยจะมีครูคอยชี้แนะแนวทาง ใช้คำถามกระตุ้น และคอย ตรวจสอบอย่างใกล้ชิด จะเห็นได้จากวงจรปฏิบัติการที่ 1 ผู้วิจัยให้นักเรียนดำเนินการ ในขั้นตอนนี้ด้วยตนเอง แต่นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่เข้าใจการกำหนดตัวแปรและเลือกส่วนสำคัญ ไม่รู้ จะเริ่มจากจุดไหน เริ่มยังไง ไม่รู้จะกำหนดตัวแปรให้กับตัวไหนได้บ้าง จึงทำให้นักเรียนเกิดความ สับสนกับการกำหนด ตัวแปร ดังนั้นครูจึงคอยแนะแนวทางโดยการใช้คำถามกระตุ้น หลังจาก ที่นักเรียนได้รับการแนะแนวทางจากครูนักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรให้กับสถานการณ์ปัญหาได้ ซึ่งในวงจรปฏิบัติการที่ 2 จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ พบว่ายังมีนักเรียนบางส่วนกำหนดตัวแปร ให้กับสถานการณ์ปัญหา ยังไม่คอยถูกต้องและครบถ้วน คือ บางคนกำหนดแค่ตัวแปรที่แทนแกน X และแกน Y แต่ไม่ได้แทนตัวแปรที่แทนคู่อันดับของจุดที่อยู่บนกราฟ ดังนั้นครูจึงให้นักเรียนภายใน กลุ่มระดมความคิดเห็นในการกำหนดตัวแปรให้กับสถานการณ์ปัญหา โดยครูจะคอยให้คำแนะนำและ ตรวจสอบความถูกต้องอย่างใกล้ชิด หลังจากที่นักเรียนได้รับการแนะแนวทางจากครูนักเรียนสามารถ กำหนดตัวแปรให้กับสถานการณ์ปัญหาได้เพิ่มขึ้น และในวงจรปฏิบัติการที่ 3 จากสถานการณ์ ที่ครูกำหนดให้ พบว่านักเรียนช่วยกันระดมความคิดเห็นในการทำกิจกรรมให้ความร่วมมือกับกลุ่มของ ตนเองเป็นอย่างดี แต่ยังมีนักเรียนบางคนสับสนกับการกำหนดตัวแปรให้กับสถานการณ์ที่ครู กำหนดให้ บางคนไม่เขียนการกำหนดตัวแปร ดังนั้นครูจึงอธิบายสถานการณ์นั้น ๆ พร้อมทั้งให้ นักเรียนวิเคราะห์สถานการณ์ที่กำหนดให้อีกครั้ง เพื่อให้นักเรียนเข้าใจสถานการณ์และทำให้นักเรียน สามารถกำหนดตัวแปรในปัญหานั้นได้เพิ่มมากขึ้น ดังนั้นจึงทำให้ได้แนวทางการจัดการเรียนรู้ ในขั้นตอนนี้ครูควรเน้นให้นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรให้กับสถานการณ์ปัญหาที่เลือกได้ด้วย ตนเองหรือการระดมความคิดเห็นภายในกลุ่มก่อนจากนั้นครูควรเข้าไปตรวจสอบ ให้คำแนะนำที่หลัง จึงจะเป็นการช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีพัฒนาการในการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ถือเป็น องค์ประกอบย่อยหนึ่งของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการทำกิจกรรมในขั้นตอนนี้ครูใช้

เกมมิฟิเคชันในส่วนของคะแนน (ถ้านักเรียนคนใดสามารถกำหนดตัวแปรและตั้งสมมติฐานจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้จะได้รับคะแนน 2 คะแนน ถ้ากำหนดตัวแปรหรือตั้งสมมติฐานจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้เพียงอย่างใดอย่างหนึ่งจะได้รับคะแนน 1 คะแนน และถ้าไม่สามารถกำหนดตัวแปรและตั้งสมมติฐานจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้จะได้รับคะแนน 0 คะแนน) เข้ามาช่วย เพื่อให้นักเรียนสนใจ ใส่ใจในการเลือกปัญหาและการกำหนดตัวแปร และยังทำให้บรรยากาศในการเรียนสนุก ไม่น่าเบื่ออีกต่อไป

ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในขั้นตอนนี้จะเห็นได้ว่านักเรียนมีทักษะในการดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ เพราะนักเรียนมีพื้นฐานและได้มีการดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์อยู่บ่อย ๆ ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งจะเห็นได้จากวงจรปฏิบัติการที่ 1 จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ เมื่อนักเรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเองก่อนที่ครูจะเข้าไปชี้แนะ พบว่านักเรียนบางส่วนไม่สามารถแก้ปัญหาตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ คือ นักเรียนไม่สามารถเขียนคู่อันดับเพื่อนำมาลงจุดบนกราฟได้หรือไม่สามารถเขียนคู่อันดับของตำแหน่งถัดไปได้ และบางส่วนแก้ปัญหาตามกระบวนการยังไม่ละเอียดเท่าที่ควร คือ นักเรียนไม่สามารถเขียนอธิบายการลงจุดหรือพิกัดของคู่อันดับต่าง ๆ ของสถานที่ในเส้นทางของตนเองได้ ครูจึงคอยให้คำชี้แนะและแนะนำในการเขียนดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน หลังจากที่นักเรียนได้รับคำแนะนำจากครู นักเรียนสามารถดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ ในส่วนของวงจรปฏิบัติการที่ 2 จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ พบว่ายังมีนักเรียนบางส่วนแก้ปัญหาตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ยังไม่ถูกต้อง คือ มีนักเรียนบางส่วนที่ลงจุดบนกราฟโดยการนำเอาจำนวนผู้ป่วยติดเชื้อมาแทนจำนวนผู้ป่วยติดเชื้อสะสม จะทำให้กราฟของนักเรียนขึ้นก็ขึ้นสูงลงก็ลงต่ำอย่างเห็นได้ชัดตามจำนวนผู้ป่วยติดเชื้อรายวันของแต่ละจังหวัด ซึ่งจะต่างจากเพื่อนที่นำเอาจำนวนผู้ป่วยติดเชื้อสะสมมาลงจุดบนกราฟ เพราะกราฟของเพื่อนจะขึ้นลงต่างกันเพียงเล็กน้อย ดังนั้นครูจึงคอยแนะนำและตรวจสอบอย่างใกล้ชิด หลังจากที่นักเรียนได้รับคำแนะนำจากครู นักเรียนสามารถดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น ในส่วนของวงจรปฏิบัติการที่ 3 จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ ยังมีนักเรียนบางส่วนเขียนขั้นตอนการแก้สมการยังไม่ละเอียด บางคนเขียนแค่สมการแต่ไม่ได้เขียนวิธีการแก้สมการ ดังนั้นผู้วิจัยจึงให้นักเรียนแต่ละกลุ่มดำเนินการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอนไปพร้อม ๆ กัน เพื่อให้นักเรียนเขียนขั้นตอนการแก้สมการให้มีความละเอียดมากยิ่งขึ้น และผู้วิจัยจะคอยตรวจสอบความถูกต้อง ความละเอียดอย่างใกล้ชิด โดยหลังจากที่นักเรียนได้รับคำแนะนำและได้รับการกระตุ้น นักเรียนสามารถดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องและมีความละเอียดเพิ่มมากขึ้น ดังนั้นจึงทำให้แนวทางในขั้นตอนนี้ครูจะต้องคอยตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียนอย่างใกล้ชิด เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการแก้ปัญหาและความละเอียดของ

ขั้นตอนการแก้ปัญหา เพราะจะมีนักเรียนบางส่วนที่ดำเนินการแก้ปัญหายังไม่ละเอียดข้ามขั้นตอน ซึ่งในขั้นตอนนี้จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีพัฒนาการในการดำเนินการแก้ปัญหาถือเป็นองค์ประกอบย่อยหนึ่งของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการทำกิจกรรมในขั้นตอนนี้ครูใช้เกมมิฟิเคชันในส่วนของคะแนน (ถ้านักเรียนคนใดสามารถลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์จะได้รับคะแนน 2 คะแนน ถ้าขั้นตอนถูกแต่คำตอบผิดหรือขั้นตอนผิดคำตอบถูกจะได้รับคะแนน 1 คะแนน และถ้าทำไม่ถูกเลยจะได้รับคะแนน 0 คะแนน) และความท้าทาย (ออกแบบสถานการณ์ในใบกิจกรรมและการร่วมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม) เข้ามาช่วย เพื่อเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างละเอียด ครบถ้วน และถูกต้อง และยังสามารถทำให้นักเรียนตระหนักถึงการเขียนขั้นตอนในการแก้ปัญหา

ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ ในขั้นตอนนี้ควรเน้นให้นักเรียนได้ร่วมกันอภิปรายกระบวนการในการแก้ปัญหานักเรียนแต่ละคน มีการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ในชั้นเรียน มีการร่วมกันระดมความคิดเห็น เพื่อให้นักเรียนได้คิด วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ พิจารณาความสมเหตุสมผล ตลอดจนเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในแบบต่าง ๆ ที่อยู่ภายใต้เงื่อนไขที่กำหนด โดยครูควรชี้แนะแนวทางการวิเคราะห์ผลให้นักเรียน และคอยใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนสามารถอธิบายผลลัพธ์และความสมเหตุสมผลที่เกิดขึ้นได้ ซึ่งในวงจรปฏิบัติการที่ 1 จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ พบว่านักเรียนไม่สามารถเขียนอธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ ไม่รู้ว่าจะเริ่มเขียนยังไง เขียนแบบไหน ดังนั้นครูจึงคอยให้คำแนะนำ ชี้แนะแนวทางและใช้คำถามกระตุ้น หลังจากทีนักเรียนได้รับคำแนะนำจากครูนักเรียนสามารถเขียนอธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ ซึ่งในวงจรปฏิบัติการที่ 2 จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ พบว่านักเรียนบางส่วนเขียนอธิบายการวิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ยังไม่ได้ บางส่วนเขียนการวิเคราะห์ไม่ครบถ้วน บางส่วนขาดรายละเอียดย่อย ๆ คือ ไม่เขียนคู่อันดับของกราฟที่ได้ ดังนั้นผู้วิจัยจึงใช้คำถามกระตุ้น “นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้มีความสมเหตุสมผลหรือไม่” จากนั้นให้นักเรียนอธิบายการวิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ แล้วจึงเขียนอธิบายการวิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์อีกครั้ง หลังจากทีนักเรียนได้รับการกระตุ้นจากครูนักเรียนสามารถเขียนอธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้เพิ่มขึ้น และในวงจรปฏิบัติการที่ 3 จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ พบว่ายังมีนักเรียนบางส่วนเขียนอธิบายการวิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ยังไม่ค่อยละเอียดเท่าที่ควร บางส่วนเขียนอธิบายน้อยมาก ดังนั้นผู้วิจัยจึงแนะแนวทางและใช้คำถามกระตุ้นให้กับนักเรียน เพื่อให้นักเรียนสามารถอธิบายการวิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ได้อย่างชัดเจนและละเอียดมากขึ้น หลังจากทีนักเรียนได้รับการกระตุ้นจากครูนักเรียนสามารถเขียนอธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้เพิ่มขึ้นจากเดิม ดังนั้นจึงทำให้แนวทางในขั้นตอนนี้ครูจึงมีบทบาทสำคัญมากในการร่วมกันกับนักเรียนในชั้นเรียนสนทนาแลกเปลี่ยนความ

คิดเห็นเพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ซึ่งกันและกัน จนสามารถเขียนอธิบายการวิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ได้ง่ายขึ้นและครบถ้วนขึ้น เพราะนักเรียนรู้อาจจะเริ่มจากจุดไหน และเขียนอธิบายอย่างไร ซึ่งในขั้นตอนนี้จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีพัฒนาการในการตรวจสอบคำตอบถือเป็นองค์ประกอบย่อยหนึ่งของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการทำกิจกรรมในขั้นตอนนี้ครูใช้เกมมิฟิเคชันในส่วนของคะแนน (ถ้านักเรียนคนใดสามารถวิเคราะห์ผลลัพธ์ที่เกิดจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ครบถ้วนและถูกต้องจะได้รับคะแนน 2 คะแนน ถ้านักเรียนคนใดสามารถวิเคราะห์ผลลัพธ์ที่เกิดจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้เพียงบางส่วนจะได้รับคะแนน 1 คะแนน และถ้านักเรียนคนใดไม่สามารถวิเคราะห์ผลลัพธ์ที่เกิดจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้จะได้รับคะแนน 0 คะแนน) เหรียญตราสัญลักษณ์ (เมื่อนักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาในขั้นตอนนี้ได้สำเร็จนักเรียนจะได้เปิดการ์ด) และความท้าทาย (ออกแบบสถานการณ์ในใบกิจกรรมและการร่วมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม) เข้ามาช่วย เพื่อเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างละเอียด ครบถ้วน และถูกต้อง และยังสามารถทำให้นักเรียนตระหนักถึงการเขียนขั้นตอนในการแก้ปัญหา

ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ ในขั้นตอนนี้ครูควรคอยกระตุ้นให้นักเรียนสนใจ และเห็นถึงความสำคัญของขั้นตอนนี้ เพราะขั้นตอนนี้จะเป็นขั้นตอนที่นักเรียนสามารถตรวจสอบหรือแก้ไขข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นอีกครั้ง ซึ่งในวงจรปฏิบัติการที่ 1 เมื่อให้นักเรียนดำเนินการด้วยตนเอง พบว่าจากที่นักเรียนได้ทำกิจกรรมแต่ละขั้นตอนที่ผ่านมาจนถึงการนำเสนอ ทำให้พบถึงข้อผิดพลาดในการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียนหลาย ๆ กลุ่ม จากนั้นให้นักเรียนภายในกลุ่มร่วมกันแก้ปัญหาในจุดที่กลุ่มของเราทำผิด พบว่านักเรียนบางคนยังไม่ให้ความร่วมมือในขั้นตอนนี้เท่าที่ควร ไม่ช่วยเพื่อน ๆ แก้ไขข้อผิดพลาด ดังนั้นครูจึงใช้รางวัลเป็นตัวกระตุ้นและเข้าไปร่วมสนทนากับนักเรียนในกลุ่มนั้น ๆ เพื่อช่วยแนะนำให้นักเรียนไปปรับแก้ข้อคำถามเพื่อแก้ปัญหาได้อย่างตรงจุดและสามารถนำไปแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม และใช้คำถามกระตุ้น “นักเรียนคิดว่าตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่นักเรียนสร้างขึ้นนั้นเป็นตัวอย่างที่ถูกต้องแล้วหรือยัง ตัวแปรที่กำหนดนั้นสอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาหรือไม่” เมื่อครูเข้าไปกระตุ้นนักเรียนก็จะสามารถคิดแก้ไขข้อผิดพลาดของตนเองที่เกิดขึ้นได้ ส่วนกลุ่มของนักเรียนที่ไม่ผิดพลาด ครูให้กลับไปทบทวนอีกครั้งเพื่อมีจุดตรงไหนที่เขียนอธิบายผิดหรืออยากจะแก้ไขเพิ่มเติม ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ พบว่าเมื่อนักเรียนเห็นข้อผิดพลาดของกลุ่มของตนเองจากการแก้ปัญหาในขั้นตอนที่ผ่านมา นักเรียนภายในกลุ่มร่วมกันแก้ปัญหาในจุดนั้น ๆ เป็นอย่างดี ส่วนกลุ่มของนักเรียนที่ไม่ผิดพลาดครูให้กลับไปทบทวนในขั้นตอนที่ผ่านมาอีกครั้งเพื่อตรวจสอบการเรียงเรียง คำผิด หรืออยากจะแก้ไขเพิ่มเติม โดยครูจะคอยตรวจสอบอย่างใกล้ชิด และในวงจรปฏิบัติการที่ 3 จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ พบว่านักเรียนให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมในขั้นตอนนี้เป็นอย่างดี จากการทำกิจกรรมในขั้นตอนที่ผ่านมานักเรียนแต่ละกลุ่มจะพบกับข้อผิดพลาดหรือจุดผิดของกลุ่มตนเอง ดังนั้นครูจึงให้นักเรียนกลับไปดำเนินการตามขั้นตอน

ที่ 1, 2, 3 อีกครั้ง เพื่อแก้ไขข้อผิดพลาดของกลุ่มตัวเอง จากการทำกิจกรรมในขั้นตอนนี้นักเรียนร่วมกันระดมความคิดเพื่อแก้ไขข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นให้สมบูรณ์ดีมาก ดังนั้นจึงทำให้แนวทางในขั้นตอนนี้ครูจะต้องคอยกระตุ้นและตรวจสอบการดำเนินการตามกระบวนการของนักเรียนอย่างใกล้ชิด เพื่อให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง และมีการใช้คะแนนหรือรางวัลเข้ามาช่วยเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการแก้ปัญหา สนใจ และใส่ใจในการดำเนินการในขั้นตอนนี้

ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ในขั้นตอนนี้ครูควรให้คำแนะนำและชี้แนะแนวทางในการนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ได้อย่างหลากหลาย มีการแลกเปลี่ยนเรียนรู้กันในชั้นเรียน เพื่อว่านักเรียนแต่ละคนมีการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้แตกต่างกันเล็กน้อยเพียงใด และให้เห็นความหลากหลายของการนำไปใช้ของนักเรียนแต่ละคนด้วย ซึ่งในวงจรปฏิบัติการที่ 1 เมื่อนักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง พบว่านักเรียนบางส่วนไม่สามารถเขียนอธิบายได้ และบางส่วนเขียนอธิบายไม่ชัดเจน บางส่วนเขียนอธิบายน้อยจนเกินไป นำความรู้ที่ได้ไปแก้ปัญหาอย่างไม่หลากหลาย ดังนั้นครูจึงแนะแนวทางและใช้คำถามกระตุ้น “นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้นั้นเป็นคำตอบที่สามารถตอบคำถามในข้อที่ 1 ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด และถ้าเป็นเหตุการณ์ในชีวิตจริงนักเรียนจะเลือกตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นี้ในการแก้ปัญหาหรือไม่ เพราะเหตุใด” เมื่อมีครูคอยชี้แนะแนวทางและให้คำปรึกษานักเรียนสามารถเขียนอธิบายการนำความรู้ไปใช้ได้ ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ พบว่านักเรียนบางส่วนเขียนอธิบายการนำความรู้ที่ได้รับไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงน้อยมาก บางส่วนนักเรียนนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้กับเรื่องเดิม ๆ ยังไม่มีความหลากหลายของสถานการณ์ในการนำไปใช้ ดังนั้นครูจึงให้นักเรียนร่วมกันระดมความคิดของสมาชิกภายในกลุ่ม เพื่อว่าสามารถนำความรู้เรื่อง กราฟและการนำไปใช้ไปประยุกต์ปรับใช้กับเรื่องใดได้บ้าง และครูคอยชี้แนะแนวทางและให้คำปรึกษากับนักเรียน ทำให้นักเรียนสามารถเขียนอธิบายการนำความรู้ไปใช้ได้ดีขึ้น และในวงจรปฏิบัติการที่ 3 พบว่านักเรียนบางส่วนเขียนอธิบายการนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ปรับใช้ในชีวิตจริงน้อยมาก ดังนั้นครูจึงเข้าไปสนทนากับนักเรียนแต่ละกลุ่มเพื่อถามนักเรียนว่า นักเรียนจะนำความรู้ที่ได้รับไปปรับใช้ในเรื่องใดบ้าง โดยให้นักเรียนทุกคนในกลุ่มร่วมกันตอบ ระดมความคิดเพื่อหาข้อสรุป จากนั้นครูจะคอยชี้แนะแนวทางในการนำความรู้ไปใช้อย่างใกล้ชิดให้กับนักเรียนก็จะทำให้นักเรียนเขียนอธิบายการนำความรู้ไปใช้ได้เพิ่มขึ้นจากเดิม ดังนั้นจึงทำให้แนวทางในขั้นตอนนี้ครูจะต้องคอยให้คำแนะนำและชี้แนะแนวทางการนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงให้กับนักเรียน นักเรียนจึงมีแนวทางการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ และการทำกิจกรรมในขั้นตอนนี้ครูใช้เกมมิฟิเคชันในส่วนของคะแนน (ถ้านักเรียนคนใดสามารถนำตัวแบบไปใช้ตอบปัญหาและอธิบายผลลัพธ์ได้อย่างหลากหลายจะได้รับคะแนน 2 คะแนน ถ้านักเรียนคนใดสามารถนำตัวแบบไปใช้ตอบปัญหาและอธิบายผลลัพธ์ได้เพียงเล็กน้อยจะได้รับคะแนน 1 คะแนน

ถ้านักเรียนคนใดไม่สามารถนำตัวแบบไปใช้ตอบปัญหาและอธิบายผลลัพธ์ได้จะได้รับคะแนน 0 คะแนน) ระดับชั้น (เมื่อนักเรียนสะสมคะแนนครบ 10 คะแนน นักเรียนจะได้เลื่อนระดับชั้นของตนเอง) เทรียยุทธาสัญลักษณ์ (นักเรียนได้เปิดการ์ดเพื่อเสี่ยงดวง) การตามจับอันดับ (นักเรียนสามารถดูคะแนนสะสมและลำดับชั้นของตนเองได้จากโปรแกรม Class123) และความท้าทาย (ออกแบบสถานการณ์ในใบกิจกรรมและการร่วมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม) เข้ามาช่วย เพื่อเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามกระบวนการได้อย่างสำเร็จ ดึงดูดความสนใจของนักเรียน และยังท้าทายความสามารถของนักเรียนในการทำกิจกรรม

จะเห็นได้ว่าการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันที่มีแนวทางการจัดการเรียนรู้ให้กับนักเรียนได้ดำเนินการแก้ปัญหาตามกระบวนการต่าง ๆ ด้วยตัวของนักเรียนเอง เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลางในการเรียนรู้ โดยสถานการณ์ที่ครูกำหนดให้ควรเน้นการใช้สถานการณ์ปัญหาที่มีความน่าสนใจ เป็นปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริงหรือเป็นปัญหาที่คุ้นเคยหรือเป็นปัญหาใกล้ตัว สถานการณ์มีความหลากหลาย สามารถทำความเข้าใจได้ มีการเปิดโอกาสได้เรียนรู้ ให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเองก่อนที่ครูจะคอยเข้าไปชี้แนะแนวทางให้กับนักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้คิดแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง หลังจากที่นักเรียนได้ดำเนินการด้วยตนเองหรือมีการปรึกษาหารือ ร่วมกันแสดงความคิดเห็นเพื่อแลกเปลี่ยนเรียนรู้ภายในกลุ่ม ครูก็จะคอยตรวจสอบความถูกต้อง คอยกระตุ้น ชี้แนะแนวทาง ให้คำปรึกษา คำแนะนำอย่างใกล้ชิด และครูต้องมีส่วนร่วมในการกำหนดสถานการณ์ปัญหา หรือมีส่วนร่วมในการสร้างตัวแบบดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับสถานการณ์ และมีการตรวจสอบว่าผลลัพธ์ที่ได้มีความหมายกับสถานการณ์เดิมหรือไม่ เพื่อให้นักเรียนดำเนินการตามกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องและสมบูรณ์ และยังช่วยพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ ซึ่งสอดคล้องกับ คັນสนีย์ เณรเทียน (2560) กล่าวว่าวิธีการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางโดยการปฏิรูปการจัดการเรียนรู้อให้เป็นการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ โดยการทำให้มีหลากหลายในวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นสาระสำคัญในกระบวนการแก้ปัญหาในโลกแห่งความจริง โดยเป็นการสนับสนุนการเรียนรู้เรื่องทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จะทำให้เกิดประโยชน์สำหรับนักเรียนทุกคนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ และมีโอกาสในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ แต่การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ส่วนใหญ่ยังไม่ได้ถูกออกแบบให้มีการสอนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ดังนั้น ครูคณิตศาสตร์จึงมีความจำเป็นในการพัฒนาความรู้เกี่ยวกับการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ในสถานการณ์ในชีวิตจริงและประยุกต์ใช้การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้สถานการณ์ในชีวิตจริงเหล่านี้ในห้องเรียน และสอดคล้องกับ Pollak and Garfunkel (2013) ที่กล่าวว่า การสอนเกี่ยวกับขั้นตอนการสร้างตัวแบบ ครูต้องมีส่วนร่วมในการกำหนดสถานการณ์ปัญหา การตัดสินใจว่าจะเก็บอะไร และสิ่งที่ต้อง

ทำในการสร้างตัวแบบดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับสถานการณ์ จากนั้นตรวจสอบว่าผลลัพธ์มีความหมายกับสถานการณ์เดิมหรือไม่ ปัญหาการสร้างตัวแบบควรเป็นปัญหาจากโลกแห่งความเป็นจริง เราสามารถสอนปัญหาดังกล่าวได้ มีปัญหาที่ติดอยู่รอบ ๆ ตัวเรา หลาย ๆ คน การสอนปัญหาการสร้างตัวแบบที่แท้จริงต้องใช้เวลา ตัวอย่างของระบบการศึกษาคณิตศาสตร์ไม่สามารถหาช่วงเวลาทั้งหมด ไม่เคยจัดใน 1 สัปดาห์ เพื่อให้นักเรียนปรึกษาหารือเกี่ยวกับสถานการณ์การสร้างตัวแบบสร้างและกำหนดตัวแบบหาความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์และจากนั้นตรวจสอบความสำเร็จของสิ่งที่ทำได้ ต้องหลีกเลี่ยงการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ทำให้ชื่อเสียงเป็นเพียงคำศัพท์เฉพาะสำหรับคำศัพท์เก่า ๆ เท่านั้น ต้องหาเวลาที่ต้องใช้ในการสร้างตัวแบบอย่างสมบูรณ์ อาจไม่ใช่ทุกครั้งแต่สามารถมีสามหรือสี่ชั่วโมงทุกสองสามเดือนในระหว่างที่จะทำตัวแบบเต็มรูปแบบ ร่วมกับการใช้เทคนิคเกมมิฟิเคชันเข้ามาช่วยเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจและดึงดูดความสนใจของนักเรียน เพิ่มมากขึ้น สร้างความตื่นตัวให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรม อยากมีส่วนร่วมในการเรียน และสามารถสร้างบรรยากาศในการเรียนได้เป็นอย่างดีเนื่องจากในกติกาของเกมจะมีการให้นักเรียนสะสมคะแนน เพิ่มลำดับชั้น เปิดการ์ด รับของรางวัล แกล้งเพื่อน และยังมีการแข่งขันกันภายในห้องเรียนเพื่อหาผู้ชนะ และเพื่อให้นักเรียนมองว่าวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สนุกไม่น่าเบื่ออีกต่อไป ตลอดจนมีเจตคติ ที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ และครูจะต้องคอยให้คำแนะนำ ชี้แนะแนวทางใช้คำถามกระตุ้น และตรวจสอบขั้นตอนการดำเนินการ ความถูกต้องของนักเรียนอย่างใกล้ชิด ช่วยให้นักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นในทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับ กฤษณพงศ์ เลิศบำรุงชัย (2560) กล่าวว่า การใช้เทคนิคในรูปแบบของเกมโดยไม่ใช้ตัวเกม เพื่อเป็น สิ่งที่ช่วยในการกระตุ้นและสร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้ให้กับผู้เรียน ทำให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ด้วยวิธีการที่สนุกสนาน ใช้กลไกของเกมเป็นตัวดำเนินการอย่างไม่ซับซ้อน อันจะทำให้ผู้เรียนเกิดพฤติกรรม ตรวจสอบปรับปรุง และหาวิธีการแก้ไขปัญหา และสอดคล้องกับงานวิจัยของ Doriniquez (2012) ที่แสดงให้เห็นว่ากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคเกมมิฟิเคชันนั้นสร้างความท้าทายในการเรียนรู้ ซึ่งเป็นผลจากกติกาของเกมที่สร้างบรรยากาศให้กับนักเรียน อีกทั้งเกมมิฟิเคชันยังทำให้ผู้เรียนเกิดแรงจูงใจภายในตนเองที่จะเอาชนะความท้าทายและเอาชนะผู้เล่นคนอื่นเพื่อไปให้ถึงเป้าหมายของความสำเร็จ และสอดคล้องกับ Kapp et.al. (2014) ที่กล่าวว่า เกมมิฟิเคชันเป็นการนำเอากลไกของเกมมาสร้างความน่าสนใจในการเรียนรู้ เพื่อสร้างแรงจูงใจและความน่าตื่นตัวในการเรียนรู้ ทำให้เกิดเป็นสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ที่ดีมีกระบวนการที่ง่ายต่อการเข้าใจในสิ่งที่ซับซ้อน โดยใช้เหตุการณ์ในชีวิตประจำวันในความเป็นจริงมาจัดเป็นกิจกรรมในลักษณะของเกม

2. ผลการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันที่มีต่อทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันที่มีต่อทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สามารถช่วยส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ ซึ่งทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการทำความเข้าใจปัญหานั้นนักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นสังเกตได้จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันในขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหาจากการทำใบกิจกรรมและแบบทดสอบของนักเรียนพบว่านักเรียนสามารถทำความเข้าใจ วิเคราะห์ ตีความสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้จนสามารถเขียนปัญหาของสถานการณ์ เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ต้องการหาออกมาได้ จากผลการวิเคราะห์ใบกิจกรรมและแบบทดสอบของนักเรียนแสดงให้เห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการทำความเข้าใจปัญหาโดยรวมอยู่ในระดับดี ส่วนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นั้นนักเรียนมีพัฒนาการเพิ่มขึ้นจากเดิมสังเกตได้จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันในขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร จากการทำใบกิจกรรมและแบบทดสอบของนักเรียนพบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถเลือกส่วนสำคัญของปัญหาจากการทำกิจกรรมในขั้นตอนที่ 1 เพื่อนำปัญหาเหล่านั้นมากำหนดตัวแปรและแปลงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ในรูปของคู่อันดับ กราฟ สมการ เป็นต้น และจากผลการวิเคราะห์ใบกิจกรรมและแบบทดสอบของนักเรียนแสดงให้เห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์โดยรวมอยู่ในระดับดี ส่วนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการดำเนินการแก้ปัญหา นั้นนักเรียนมีพัฒนาการที่เพิ่มขึ้นสังเกตได้จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันในขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จากการทำใบกิจกรรมและแบบทดสอบของนักเรียนพบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ สามารถลงจุดบนระบัพิกัดฉาก เขียนและอ่านกราฟ รวมถึงแก้สมการได้ แต่อาจจะมีเขียนไม่ละเอียดบ้าง ข้ามขั้นตอนบ้าง แต่ก็ถือว่าโดยรวมนักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ และจากผลการวิเคราะห์ใบกิจกรรมและแบบทดสอบของนักเรียนแสดงให้เห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการดำเนินการแก้ปัญหาโดยรวมอยู่ในระดับดี และส่วนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการตรวจสอบคำตอบนั้นนักเรียนมีพัฒนาการชัดเจนขึ้นสังเกตได้จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน ในขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ จากการทำใบกิจกรรมและแบบทดสอบ

ของนักเรียนพบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถวิเคราะห์ ตีความสถานการณ์ปัญหา อภิปราย กระบวนการในการแก้ปัญหา สามารถพิจารณาความสมเหตุสมผล และสามารถเขียนอธิบายถึงการ ได้มาของคำตอบหรือผลลัพธ์และตัวแปรต่าง ๆ ได้ และจากผลการวิเคราะห์ใบกิจกรรมและ แบบทดสอบของนักเรียนแสดงให้เห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้าน การตรวจสอบคำตอบโดยรวมอยู่ในระดับดี ทั้งนี้โดยภาพรวมพบว่าการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการ สร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันสามารถส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ได้ ซึ่งสอดคล้องกับข้อสรุปของ สิริกัญญา หะยะมิน (2558) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรม การเรียนรู้โดยใช้กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่าความสามารถในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจากได้รับการจัดการเรียนโดยใช้ กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสอดคล้องกับข้อสรุปของ สุขัญญา เยื้องกลาง (2560) ได้ศึกษาองค์ประกอบและผลการใช้ระบบการเรียนการสอนแบบ ผสมผสานโดยใช้เกมมิฟิเคชันเป็นฐานเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยง คณิตศาสตร์สู่ชีวิตจริงระดับประถมศึกษา ผลการวิจัยพบว่า 1) ระบบการเรียน การสอนที่พัฒนา มี 5 องค์ประกอบ คือ (1) ปัจจัยนำเข้า (2) กระบวนการ (3) การควบคุม (4) ผลลัพธ์ (5) ข้อมูล ป้อนกลับ การจัดการกระบวนการเรียนการสอน แบ่งออก 2 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นการเตรียมก่อนการเรียน การสอน และขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน มี 6 ขั้น ได้แก่ ขั้นนำเสนอสถานการณ์ปัญหา ขั้นสอน มี 4 กิจกรรม ได้แก่ (1) ค้นหาปัญหา (2) วางแผน (3) ดำเนินการแก้ปัญหา (4) การนำเสนอ ผลและตรวจสอบการแก้ปัญหา ขั้นสรุปความคิดรวบยอด ขั้นฝึกทักษะ ขั้นประยุกต์ใช้ และขั้น ประเมินผล กระบวนการเกมมิฟิเคชัน ประกอบด้วย (1) แต้มสะสม (2) เหรียญตราสัญลักษณ์ (3) ลำดับชั้น (4) ตารางอันดับ (5) ความท้าทาย 2) นักเรียนมีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทักษะการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์สู่ชีวิตจริงและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่าง มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนมีความพึงพอใจต่อระบบการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น อยู่ในระดับมาก

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะในการนำไปใช้

1.1 ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับ เทคนิคเกมมิฟิเคชัน เป็นการจัดการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์โดยการ แปลงปัญหาทั่วไปให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นครูควรสร้างสถานการณ์ปัญหาที่ให้นักเรียน

สามารถแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย และสถานการณ์จะต้องมีความเหมาะสม น่าสนใจ เพื่อจะเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนมีความสนใจในการทำกิจกรรมมากขึ้น และเป็นสถานการณ์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง

1.2 การออกแบบเกมเพื่อใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้วิจัยควรออกแบบเกมที่ให้นักเรียนสามารถพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ เพื่อดึงดูดความสนใจของนักเรียนและกระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และควรคำนึงถึงความสนใจของนักเรียนในปัจจุบัน หรืออาจจะเป็นรูปแบบของเกมที่นักเรียนเลือกเล่นผ่าน Smart phone, Computer และ Tablet เพื่อสร้างเกมที่สอดคล้องกับความต้องการ ความสนใจของนักเรียนในขณะนั้น และยังสามารถสร้างแรงจูงใจในการทำกิจกรรมต่าง ๆ ได้

2. ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

การวิจัยครั้งต่อไปควรศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชันเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนแก้ปัญหาสถานการณ์ในชีวิตจริงโดยการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ และยังมี การวิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ เพื่อตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบและตรวจสอบตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ตลอดจนมีการนำเสนอผลงานโดยการอธิบายถึงการได้มาของคำตอบหรือผลลัพธ์และตัวแปรต่าง ๆ ซึ่งอาจจะช่วยพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาได้

บรรณานุกรม



บรรณานุกรม

- กมลฉัตร กล่อมอ้อม. (2556). การพัฒนารูปแบบการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ด้วยการช่วยเสริมศักยภาพเพื่อส่งเสริมทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต: มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- กรมวิชาการ. (2545). คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: คุรุสภาลาดพร้าว.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2552). หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. กรุงเทพฯ: ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑. (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.
- กฤษณพงศ์ เลิศบำรุงชัย. (2560). เกมมิฟิเคชัน (Gamification) โลกแห่งการเรียนรู้ที่ขับเคลื่อนด้วยเกม. สืบค้นจาก <http://touchpoint.in.th/gamification/>.
- จุฬามาศ มีสุข. (2558). การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างพฤติกรรมความร่วมมือของนักเรียนโดยใช้เทคนิคเกมมิฟิเคชัน สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 อนุกุลนารี. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต: มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- ชัชวาล บัวริคาน. (2559). การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต: มหาวิทยาลัยบูรพา.
- ชนัดต์ พูนเดช และธนิดา เลิศพรกุลรัตน์. (2558). แนวทางการจัดการเรียนรู้ด้วยแนวคิดเกมมิฟิเคชัน. วารสารศึกษาศาสตร์มหาวิทยาลัยนเรศวร ปีที่ 18, ฉบับที่ 3(กรกฎาคม-กันยายน): 331-339.
- ชนันธร เข้มสุข. (2560). การออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้กิจกรรมการทดลอง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต: มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี.
- ฐากร บุญสาร. (2560). โปรแกรมการจัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะการทำงานเป็นทีม โดยใช้เทคนิคเกมมิฟิเคชัน สำหรับห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาโรงเรียนกัลป์ยาณวัตร. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต: มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- ทิศนา แคมมณี. (2552). วิธีสอนสำหรับครูมืออาชีพ. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2550). การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. วารสารคณิตศาสตร์, 38(434-435), 62-74.
- พัชรี ปิยภัณฑ. (2555). การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญาตรี. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- พิชญา โชคพล. (2558). การส่งเสริมพฤติกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดเกมมิฟิเคชัน สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนผดุงนารี. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท. มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- ภากรกร ไหลสกุล. (2557). Gamification เปลี่ยนโลกให้เป็นเกม. DIGITAL MEDIA ANIMATION TELEVISION, 6.
- ภัครกร ไสแจ่ม. (2560). การออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์โดยวิธีการใช้โจทย์ปัญหา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท. มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี.
- วันัญชญา เจริญดี. (2555). การพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการแบบเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท. มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี.
- วรรณัน ชุนศรี. (2552). การสอนภาษาไทยเด็ก. วารสารวิชาการ, 12 (กรกฎาคม-กันยายน), 60-75.
- วรวิสุทธิ์ ภิญญูโยียง. (2556). Marketing Ideas ไอเดียการตลาดพลิกโลก. กรุงเทพฯ: กรุงเทพฯธุรกิจมีเดีย.
- วรินทร์ญา พิลาวรรณ. (2556). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้กระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทักษะการเชื่อมโยงและเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท. มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร.
- วิจารณ์ พานิช. (2555). วิธีสร้างการเรียนรู้เพื่อศิษย์ ในศตวรรษที่ 21. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ บริษัท ตาตา พับลิเคชั่น จำกัด.
- เวชฤทธิ์ อังณะภัทรขจร. (2555). ครบเครื่องเรื่องความรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์: หลักสูตรการสอนและการวิจัย. กรุงเทพฯ: จรัสสินทวงศ์การพิมพ์.
- รัตนะ บัวสนธ์. (2556). วิจัยเชิงคุณภาพทางการศึกษา. (พิมพ์ครั้งที่ 4). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- รุ่งฟ้า จันทจักรภรณ์. (2554). หน่วยที่ 9 กิจกรรมส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
ประมวลสาระชุดวิชาการจัดการประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์. นนทบุรี:
มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- ศศิธร แม้นสงวน. (2555). พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 2 *Teaching Behavior in
Mathematics 2 CMA 4102 (TL 462)*. (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์
มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- ศันสนีย์ เณรเทียน. (2560). การเรียนรู้คณิตศาสตร์ผ่านปัญหาในชีวิตจริงที่เน้นการสร้างแบบจำลอง
ทางคณิตศาสตร์. วสารครุศาสตร์ 45(2), 238-253.
- ศิริชชรินทร์ ยศสรวินทร์. (2559). กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้
ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตสำหรับ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วารสารวิทยาศาสตร์, 30(1), 249-264.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). *ทักษะและกระบวนการทาง
คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ส.เจริญการพิมพ์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*.
กรุงเทพฯ: คุรุสภาลาดพร้าว.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ข). *ครุคณิตศาสตร์มีอาชีพ เส้นทางสู่
ความสำเร็จ*. กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2559). *สรุปผลการวิจัยโครงการ TIMSS 2015*.
เข้าถึงได้จาก <http://timssthailand.ipst.ac.th/timss/reports/TIMSS2015summary>.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2562). *ผลการประเมิน PISA 2018: บทสรุป
สำหรับผู้บริหาร*. เข้าถึงได้จาก [https://drive.google.com/file/d/11xU3cWrvQ91
JnBqDflrZ-EEHJayMxshA/view](https://drive.google.com/file/d/11xU3cWrvQ91JnBqDflrZ-EEHJayMxshA/view).
- สิริกัญญา หะยะมิน. (2558). ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์
เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการแปรผัน สำหรับนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต: มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- สุคนธา ทองรักษ์. (2558). *Gamification for education*. Retrieved 1 กันยายน 2564, from
<https://prezi.com/egljtudugd8e/gamification-for-education>.
- สุชัญญา เอื้องกลาง. (2560). การพัฒนาระบบการสอนแบบผสมผสานโดยใช้เกมมิฟิเคชันเป็นฐานเพื่อ
ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์สู่ชีวิตจริงระดับ
ประถมศึกษา. ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต: มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

- สุนันทา แสงสุข. (2556). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง บทประยุกต์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5*. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต: มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- อัมพร ม้าคอง. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อการพัฒนาการ*. (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อุษาวดี จันทร์สนธิ. (2556). *สาระและวิธีวิทยาทางคณิตศาสตร์ (หน่วยที่ 11-15)*. (พิมพ์ครั้งที่ 2). นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- Anhalt, C.O. and Cortez, R. (2015). *Mathematical modeling: A structured process*. *Mathematics Teacher*, 108(6), 446-452.
- Balakrishnan, Y. and Goh. (2010). *Mathematical Modelling in the Singapore Secondary School Mathematics Curriculum, Mathematical Application and Modeling Yearbook Association of Mathematics Education*. 1(22): 247-257; Spring.
- Blum, W. (2011). *Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research Trends in teaching and learning of mathematical modelling*. (pp.15-30). New York: Springer.
- Bunchball, Inc. (2010). *Gamification 101: An Introduction to the Use of Game Dynamics to Influence Behavior*. Available on <http://www.bunchball.com/gamification/gamification101.pdf>.
- Ming, C.C. (2009). "Mathematical modelling as problem solving for children in the Singapore mathematics classroom", *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia*. 1(18): 36-61; winter.
- Ming, C.C. (2012). "Mathematical modelling as problem solving for children in the Singapore mathematics classrooms", *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia*. http://www.recsam.edu.my/R&D_Journals/YEAR_2009/june2009vol1/mathmodelling%2836-61%29.pdf.
- Charles, R. and Lester, F.K. (1982). *Teaching problem solving what, why & how*. Dale: Seymour Publications.
- Chuang, T.Y. and Kuo, M.S. (2016). *A Motion-Sensing Game-Based Therapy to Foster the Learning of Children with Sensory Integration Dysfunction*. *Journal of Educational Technology & Society*, 19(1): 4-16.

- Deterding, S., Dixon D., Khaled, R. and Nacke, L. (2011). *From game design element to gamefulness: defining gamification*. Paper presented at the Proceedings of the 15th International Academic MindTrek Conference: Envisioning Future Media Environments.
- Dindyal, J. and Berinderjeet, K. (2016). *Word problems and modelling in primary school mathematics, Mathematical Application And Modelling: Yearbook 2010, Association of Mathematics Educators*.
- Zawisza, D. (2013). *Gamifying Learning Experiences: Pratical Implication and Outcomes Computer & Education*. 63: 380-392.
- GAIMME. (2016). *Guidelines for Assessment & Instruction in Mathematical Modeling Education*. 7th and 8th Grade Math Teacher Cortez K-8 Math and Scienc.e Magnet School Pomona Unified School District, CA.
- Rafiepour, G. A. (2013). "Investigating Students" Modeling Competency through Grade, Gender, and Location", In *Proceedings of the 8th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education CERME*. P.1070-1077. Tükiye: Middle East Technical University.
- Gabriel, B., Sandra, G. and Joaquim, J.D. (2013). *Engaging engineering students with gamification*. Available on <http://web.ist.utlpt/gabriel.%0A%09barata/wp-content/papercite-data/pdf/barata2013a.pdf>960A.
- Glover, I. (2013). *Play as You Learn: Gamification as a Technique for Motivating Learners*. In: Herrington, J., Couros, A. and Irvine, V., Eds., *Proceedings of World Conference on Educational Multimedia, Hypermedia and Telecommunications*, AACE, Chesapeake, 1999-2008.
- Isoda, M. and Katagiri, S. (2012). *Mathematical thinking: How to develop it in the classroom*. Toh Tuck Link: World Scientific.
- Kaiser, G. (2011). *Trends in teaching and learning of mathematical modelling: ICTMA14*. Springer Science: Business Media.
- Kapp, K.M., Blair, L. and Mesch, R. (2014). *The gamification of learning and instruction: fieldbook idea into practice*. San Francisco, CA: Wiley.
- Lee, J.J., and Hammer, J. (2011). *Gamification in Education: What, how, why bother?* *Academic Exchange Quarterly*. 15(2): 146-151.

- Leong, K.E. (2013). *Assessment of Mathematical Modelling tasks, In 5th International Conference on Science and Mathematics Education CosMEd 2013 Penang, Malaysia.* p.1-6. Kuala Lumpur: University of Malaya.
- Muntean, C. I. (2011). *Raising engagement in e-learning through gamification.* In Proc. 6th International Conference on Virtual Learning ICVL. p.323-329.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics.* NCTM.
- Nicholas G. Mousoulides. (2012). “*Mathematical modeling for Elementary econdary School Teachers*”, *Leaming and Education in and modelling and Applications.* www.lemma-project.org.
- Pollak, H. and Garfunkel, S. (2013). *A View of Mathematical Modeling in Mathematics Education, In Proceedings conference on mathematical modeling.* p.6-12. New York: Columbia University.
- Polya, G. (1985). *How to solve it: A new aspect of mathematical method.* New York: Doubleday and Company Garden City.
- Reys, R.E., Suydum, M.N. and Montgomery, M.L. (1992). *Helping children learn mathematics (3rd ed.).* Boston: Allyn and Bacon.
- Robson, K., Plagger, K., Kietzmann J.H., McCarthy, I. and Pitt, L. (2015). *Is it all a game? Understanding the principles of gamification.* Bussiness Horizon, 58(4): 411-420.
- Saijam, P. and Seebut, S. (2017). “*Using problem approach to design mathematical modelingbased learning for promoting grade 8students’ mathematical modeling competency*”. In The 22nd Annual Meeting in Mathematics (AMM2017), Chiangmai: Chiangmai University Thailand.
- Schoenfeld, A.H. (2013). *Mathematical modeling, sense making, and the common Corestate standards, In Journal of Mathematics Education at Teachers College.* p.13-25. New York: Columbia University.
- Schukajlow, S., Krug, A., and Rakoczy, K. (2015). “*Effects of prompting multiple solutions for modelling problems on students’ performance*”, *Educational Studies in Mathematics.* 89(3): 393-417.

- Simoes, J., Redondo, R.D. and Vilas, A.F. (2013). *A social gamification framework for a K-6 learning platform*. Computers in Human Behavior, 29(2), 345-353.
- Swetz, F. and Hartzler, J.S. (2017). *“Mathematical Modeling in the secondary school Curriculum”*. The national council of teacher of mathematics. Virginia.
- Technology K.U.S. of 1. (2013). *CASE STUDY: KAPLAN UNIVERSITY*. Retrieved June, 2014, from <http://badgeville.com//customer/case-study/Kaplan-university>.
- White, A. (2000). *Mathematical modelling and the general mathematics syllabus*. Curriculum Support for Teaching in Mathematics, 5(3): 7-12.





ภาคผนวก ก รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย การค้นคว้าอิสระ เรื่อง การวิจัยเชิงปฏิบัติการเพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีรายชื่อผู้เชี่ยวชาญ ดังนี้

1. ผู้เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์/คณิตศาสตร์ศึกษา

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วรินทร์ พูนไพบูลย์พิพัฒน์

อาจารย์ประจำภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

2. ผู้เชี่ยวชาญด้านวิทยาศาสตร์ศึกษา

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. จิตिया บงกชเพชร

อาจารย์ประจำภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

3. ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

นายสมชาย อินตา

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ชำนาญการพิเศษ

โรงเรียนนาริรัตน์จังหวัดแพร่

4. ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

นางสุรีย์ แสนเพ็ชร

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ชำนาญการพิเศษ

โรงเรียนนาริรัตน์จังหวัดแพร่

ภาคผนวก ข ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น

ตาราง 29 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น

รายการประเมิน	ผลการประเมิน		
	\bar{X}	S.D.	ระดับความเหมาะสม
1. ด้านจุดประสงค์การเรียนรู้			
1.1 จุดประสงค์การเรียนรู้สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด	5.00	0.00	มากที่สุด
1.2 จุดประสงค์การเรียนรู้ระบุพฤติกรรมชัดเจน	4.33	0.58	มาก
1.3 จุดประสงค์การเรียนรู้สามารถวัดและประเมินผลได้	5.00	0.00	มากที่สุด
1.4 จุดประสงค์การเรียนรู้พัฒนาผู้เรียนครอบคลุมด้าน K P A	5.00	0.00	มากที่สุด
ค่าเฉลี่ย	4.83	0.14	มากที่สุด
2. ด้านสาระการเรียนรู้			
2.1 สาระการเรียนรู้ถูกต้องตามหลักวิชาการ	4.67	0.58	มากที่สุด
2.2 สาระการเรียนรู้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	4.67	0.58	มากที่สุด
2.3 สาระการเรียนรู้มีการเขียนข้อความชัดเจน เข้าใจง่าย และน่าสนใจ	4.33	1.15	มาก
2.4 สาระการเรียนรู้เหมาะสมกับเวลา	4.33	0.58	มาก
ค่าเฉลี่ย	4.50	0.72	มากที่สุด

ตาราง 29 (ต่อ)

รายการประเมิน	ผลการประเมิน		
	\bar{X}	S.D.	ระดับความเหมาะสม
3. ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้			
3.1 กิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสมครบถ้วนทุกขั้นตอน	4.00	1.00	มาก
3.2 กิจกรรมการเรียนรู้สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด	5.00	0.00	มากที่สุด
3.3 ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เกิดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	4.33	0.58	มาก
3.4 กิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมกับเวลา	4.33	0.58	มาก
3.5 กิจกรรมการเรียนรู้หลากหลายและเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ	4.67	0.58	มากที่สุด
ค่าเฉลี่ย	4.47	0.55	มาก
4. ด้านสื่อการเรียนรู้			
4.1 สื่อการเรียนรู้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	4.67	0.58	มากที่สุด
4.2 สื่อการเรียนรู้สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้	4.67	0.58	มากที่สุด
4.3 สื่อการเรียนรู้สอดคล้องกับกิจกรรมในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้	5.00	0.00	มากที่สุด
4.4 สื่อการเรียนรู้มีความเหมาะสมสอดคล้องกับกิจกรรมการเรียนรู้	4.67	0.58	มากที่สุด
4.5 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการใช้สื่อการเรียนรู้	4.67	0.58	มากที่สุด
4.6 สื่อการเรียนรู้มีความน่าสนใจ ช่วยกระตุ้นและส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถฝึกปฏิบัติได้ด้วยตนเอง	4.67	0.58	มากที่สุด
ค่าเฉลี่ย	4.72	0.48	มากที่สุด

ตาราง 29 (ต่อ)

รายการประเมิน	ผลการประเมิน		
	\bar{X}	S.D.	ระดับความเหมาะสม
5. ด้านการวัดและประเมินผล			
5.1 การวัดและประเมินผลสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5.00	0.00	มากที่สุด
5.2 การวัดและประเมินผลเน้นการประเมินตามสภาพจริง	4.67	0.58	มากที่สุด
5.3 ใช้เครื่องมือวัดและประเมินผลได้เหมาะสม	4.33	0.58	มาก
5.4 มีเกณฑ์การวัดและประเมินผลที่ชัดเจนเข้าใจง่าย	4.00	0.00	มาก
ค่าเฉลี่ย	4.50	0.29	มากที่สุด
ค่าเฉลี่ยของทุกด้าน	4.60	0.44	มากที่สุด

ตัวอย่างแบบประเมินแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์
ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและ
ความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
(สำหรับผู้เชี่ยวชาญ)

คำชี้แจง

แบบประเมินแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์
ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและ
ความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ใช้สำหรับผู้เชี่ยวชาญประเมินเพื่อพิจารณา
ความเหมาะสมขององค์ประกอบของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โปรดกาเครื่องหมาย ✓ ลงใน
ช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของท่าน ซึ่งระดับความคิดเห็นที่ 5 ระดับ ดังนี้

เหมาะสมมากที่สุด ให้คะแนน 5 คะแนน

เหมาะสมมาก ให้คะแนน 4 คะแนน

เหมาะสมปานกลาง ให้คะแนน 3 คะแนน

เหมาะสมน้อย ให้คะแนน 2 คะแนน

เหมาะสมน้อยที่สุด ให้คะแนน 1 คะแนน

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น				
	5	4	3	2	1
1. ด้านจุดประสงค์การเรียนรู้					
1.1 จุดประสงค์การเรียนรู้สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้/ ตัวชี้วัด					
1.2 จุดประสงค์การเรียนรู้ระบุพฤติกรรมชัดเจน					
1.3 จุดประสงค์การเรียนรู้สามารถวัดและประเมินผลได้					
1.4 จุดประสงค์การเรียนรู้พัฒนาผู้เรียนครอบคลุมด้านK P A					
2. ด้านสาระการเรียนรู้					
2.1 สาระการเรียนรู้ถูกต้องตามหลักวิชาการ					
2.2 สาระการเรียนรู้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้					
2.3 สาระการเรียนรู้มีการเขียนข้อความชัดเจน เข้าใจง่าย และน่าสนใจ					

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น				
	5	4	3	2	1
2.4 สารการเรียนรู้เหมาะสมกับเวลา					
3. ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้					
3.1 กิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสม ครบถ้วนทุกขั้นตอน					
3.2 กิจกรรมการเรียนรู้สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้/ ตัวชี้วัด					
3.3 ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เกิดทักษะการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์					
3.4 กิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมกับเวลา					
3.5 กิจกรรมการเรียนรู้หลากหลายและเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ					
4. ด้านสื่อการเรียนรู้					
4.1 สื่อการเรียนรู้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้					
4.2 สื่อการเรียนรู้สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้					
4.3 สื่อการเรียนรู้สอดคล้องกับกิจกรรมในแต่ละแผนการ จัดการเรียนรู้					
4.4 สื่อการเรียนรู้มีความเหมาะสมสอดคล้องกับกิจกรรมการ เรียนรู้					
4.5 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการใช้สื่อการเรียนรู้					
4.6 สื่อการเรียนรู้มีความน่าสนใจ ช่วยกระตุ้นและส่งเสริมให้ ผู้เรียนสามารถฝึกปฏิบัติได้ด้วยตนเอง					
5. ด้านการวัดและประเมินผล					
5.1 การวัดและประเมินผลสอดคล้องกับจุดประสงค์การ เรียนรู้					
5.2 การวัดและประเมินผลเน้นการประเมินตามสภาพจริง					
5.3 ใช้เครื่องมือวัดและประเมินผลได้เหมาะสม					
5.4 มีเกณฑ์การวัดและประเมินผลที่ชัดเจน เข้าใจง่าย					

บันทึกความคิดเห็นเพิ่มเติม

.....

.....

.....

.....

.....

.....

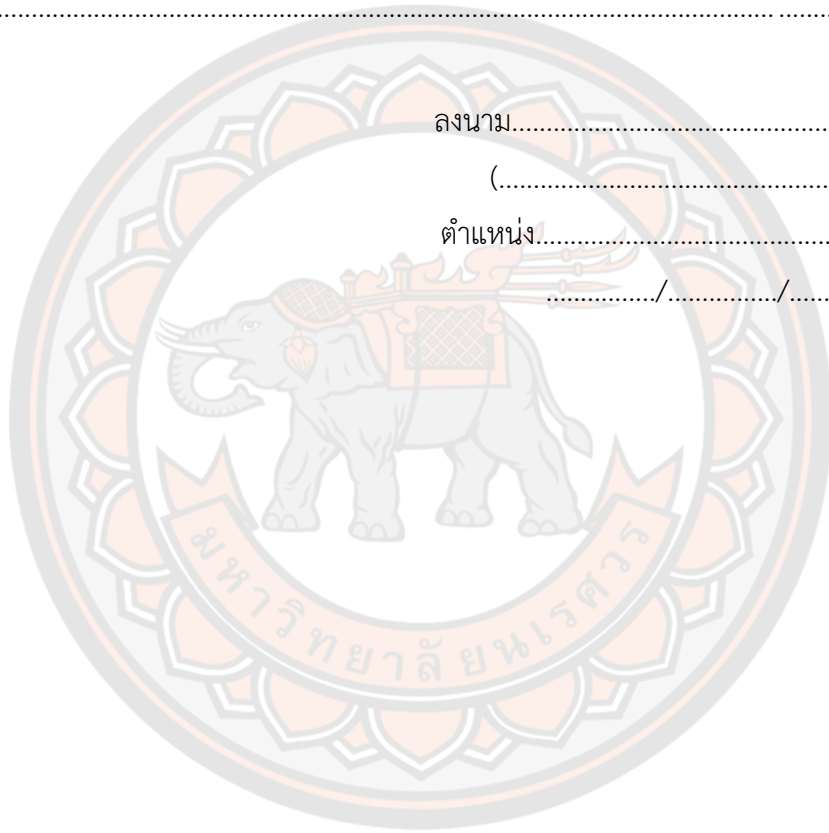
.....

ลงนาม.....ผู้เชี่ยวชาญ

(.....)

ตำแหน่ง.....

...../...../.....



ภาคผนวก ค ผลการประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น

ตาราง 30 แสดงผลการประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC	สรุปผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
2	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
3	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง


ค่า IOC มากกว่า 0.6 ขึ้นไป ถือว่าแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น มีความตรงเชิงเนื้อหาที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้สามารถนำไปใช้ได้

ตัวอย่างแบบประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
(สำหรับผู้เชี่ยวชาญ)

คำชี้แจง

โปรดพิจารณาแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 แต่ละข้อที่แนบมาให้ว่าวัดได้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดให้หรือไม่ พร้อมทั้งแสดงความคิดเห็นและข้อเสนอแนะ โดยทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่อง “คะแนนการพิจารณา” ตามความคิดเห็นของท่าน ดังนี้

- +1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้
- 0 เมื่อไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้
- 1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อสอบ	คะแนนการพิจารณา			ความคิดเห็น/ ข้อเสนอแนะ
		+1	0	-1	
1. นักเรียนสามารถเขียนและอ่านกราฟของคู่อันดับบนระนาบในระบพิกัดฉากได้	 <p>1. ให้นักเรียนเขียนอธิบายเส้นทางการเดินทางไกลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จากจุดเริ่มต้นถึงทางออก โดยเส้นทางการเดินทางไกลของนักเรียนจะต้องตามล่าหาสมบัติให้ได้มากที่สุด และในระหว่างทางนักเรียนจะเจอกับสัตว์ที่ดุร้ายและอันตรายมากมาย นักเรียนจะต้องเดินทางให้ไปถึงทางออกที่กำหนดไว้ให้ได้ พร้อมให้นักเรียน</p>				

จุดประสงค์ การเรียนรู้	ข้อสอบ	คะแนนการ พิจารณา			ความ คิดเห็น/ ข้อเสนอแนะ																																																																																																													
		+1	0	-1																																																																																																														
	ลงจุดของตำแหน่งของสมบัติที่นักเรียนพบ เจอ โดยกำหนดให้พิกัดของจุดเริ่มต้น คือ (0, 0)																																																																																																																	
2. นักเรียน สามารถอ่าน และแปล ความหมาย ของกราฟที่ กำหนดให้ได้	<p style="text-align: center;">ตัวอย่างบันทึกรายรับ-รายจ่าย รายไม่ประสงค์ ของเด็กหญิงรักเรียน คณิตศาสตร์</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>วัน/เดือน/ปี</th> <th>รายการ</th> <th>รายรับ (บาท)</th> <th>รายจ่าย (บาท)</th> <th>คงเหลือ (บาท)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>14 ก.พ. 65</td><td>แม่ให้เงินไปโรงเรียน</td><td>200</td><td>-</td><td>200</td></tr> <tr><td></td><td>จ่ายค่าอาหารกลางวัน</td><td>-</td><td>60</td><td>160</td></tr> <tr><td></td><td>ซื้อของจุกจุก</td><td>-</td><td>50</td><td>110</td></tr> <tr><td></td><td>ซื้อขนม</td><td>-</td><td>15</td><td>95</td></tr> <tr><td>15 ก.พ. 65</td><td>เรียนเช้าที่รวมาน</td><td>60</td><td>-</td><td>155</td></tr> <tr><td></td><td>ซื้ออุปกรณ์การเรียน</td><td>-</td><td>35</td><td>120</td></tr> <tr><td></td><td>ซื้อข้าวหวาน</td><td>-</td><td>60</td><td>80</td></tr> <tr><td></td><td>จ่ายค่าอาหารกลางวัน</td><td>-</td><td>25</td><td>55</td></tr> <tr><td>16 ก.พ. 65</td><td>รับเงินค่า</td><td>100</td><td>-</td><td>155</td></tr> <tr><td></td><td>ซื้อของฝาก</td><td>-</td><td>90</td><td>65</td></tr> <tr><td>17 ก.พ. 65</td><td>เงินปันผลจากธนาคาร</td><td>200</td><td>-</td><td>265</td></tr> <tr><td></td><td>จ่ายค่าหนังสือเรียน</td><td>-</td><td>125</td><td>140</td></tr> <tr><td></td><td>จ่ายค่าอินเทอร์เน็ต</td><td>-</td><td>20</td><td>120</td></tr> <tr><td>18 ก.พ. 65</td><td>สั่งซื้อ Shopee</td><td>-</td><td>85</td><td>35</td></tr> <tr><td></td><td>แม่ให้เงิน</td><td>150</td><td>-</td><td>185</td></tr> <tr><td></td><td>ซื้อขนม</td><td>-</td><td>55</td><td>130</td></tr> <tr><td>19 ก.พ. 65</td><td>ซื้อของจุกจุก</td><td>-</td><td>80</td><td>50</td></tr> <tr><td></td><td>เรียนเช้าที่รวมาน</td><td>100</td><td>-</td><td>150</td></tr> <tr><td>20 ก.พ. 65</td><td>ซื้อขนม</td><td>-</td><td>60</td><td>90</td></tr> <tr><td></td><td>ซื้อหนังสือ</td><td>-</td><td>80</td><td>10</td></tr> <tr><td></td><td>หยอดกระปุกออมสิน</td><td>-</td><td>10</td><td>0</td></tr> </tbody> </table> <p>2. จากตารางบันทึกรายรับ - รายจ่าย ราย สัปดาห์ของเด็กหญิงรักเรียน คณิตศาสตร์ที่ กำหนดให้ ให้นักเรียนเขียนกราฟแสดง ความสัมพันธ์ระหว่างวันที่ใน 1 สัปดาห์และ รายรับ - รายจ่าย แล้วตอบคำถามต่อไปนี้1) วันที่เท่าใดบ้างที่รายรับมากกว่า รายจ่าย และมากกว่าอยู่เท่าไร2) วันที่เท่าใดบ้างที่รายจ่ายน้อยกว่า รายรับอยู่เท่ากัน3) วันที่เท่าใดบ้างที่รายรับเท่ากัน และเท่ากันอยู่เท่าไร4) วันที่เท่าใดที่รายจ่ายมากที่สุด และเป็นจำนวนเงินเท่าไร5) จากกราฟนักเรียนคิดว่าแนวโน้มของ รายรับและรายจ่ายของเด็กหญิงรักเรียน คณิตศาสตร์เป็นอย่างไร จงอธิบาย</p>	วัน/เดือน/ปี	รายการ	รายรับ (บาท)	รายจ่าย (บาท)	คงเหลือ (บาท)	14 ก.พ. 65	แม่ให้เงินไปโรงเรียน	200	-	200		จ่ายค่าอาหารกลางวัน	-	60	160		ซื้อของจุกจุก	-	50	110		ซื้อขนม	-	15	95	15 ก.พ. 65	เรียนเช้าที่รวมาน	60	-	155		ซื้ออุปกรณ์การเรียน	-	35	120		ซื้อข้าวหวาน	-	60	80		จ่ายค่าอาหารกลางวัน	-	25	55	16 ก.พ. 65	รับเงินค่า	100	-	155		ซื้อของฝาก	-	90	65	17 ก.พ. 65	เงินปันผลจากธนาคาร	200	-	265		จ่ายค่าหนังสือเรียน	-	125	140		จ่ายค่าอินเทอร์เน็ต	-	20	120	18 ก.พ. 65	สั่งซื้อ Shopee	-	85	35		แม่ให้เงิน	150	-	185		ซื้อขนม	-	55	130	19 ก.พ. 65	ซื้อของจุกจุก	-	80	50		เรียนเช้าที่รวมาน	100	-	150	20 ก.พ. 65	ซื้อขนม	-	60	90		ซื้อหนังสือ	-	80	10		หยอดกระปุกออมสิน	-	10	0			
วัน/เดือน/ปี	รายการ	รายรับ (บาท)	รายจ่าย (บาท)	คงเหลือ (บาท)																																																																																																														
14 ก.พ. 65	แม่ให้เงินไปโรงเรียน	200	-	200																																																																																																														
	จ่ายค่าอาหารกลางวัน	-	60	160																																																																																																														
	ซื้อของจุกจุก	-	50	110																																																																																																														
	ซื้อขนม	-	15	95																																																																																																														
15 ก.พ. 65	เรียนเช้าที่รวมาน	60	-	155																																																																																																														
	ซื้ออุปกรณ์การเรียน	-	35	120																																																																																																														
	ซื้อข้าวหวาน	-	60	80																																																																																																														
	จ่ายค่าอาหารกลางวัน	-	25	55																																																																																																														
16 ก.พ. 65	รับเงินค่า	100	-	155																																																																																																														
	ซื้อของฝาก	-	90	65																																																																																																														
17 ก.พ. 65	เงินปันผลจากธนาคาร	200	-	265																																																																																																														
	จ่ายค่าหนังสือเรียน	-	125	140																																																																																																														
	จ่ายค่าอินเทอร์เน็ต	-	20	120																																																																																																														
18 ก.พ. 65	สั่งซื้อ Shopee	-	85	35																																																																																																														
	แม่ให้เงิน	150	-	185																																																																																																														
	ซื้อขนม	-	55	130																																																																																																														
19 ก.พ. 65	ซื้อของจุกจุก	-	80	50																																																																																																														
	เรียนเช้าที่รวมาน	100	-	150																																																																																																														
20 ก.พ. 65	ซื้อขนม	-	60	90																																																																																																														
	ซื้อหนังสือ	-	80	10																																																																																																														
	หยอดกระปุกออมสิน	-	10	0																																																																																																														

จุดประสงค์ การเรียนรู้	ข้อสอบ	คะแนนการ พิจารณา			ความ คิดเห็น/ ข้อเสนอแนะ
		+1	0	-1	
3. นักเรียน สามารถเขียน กราฟแสดง ความสัมพันธ์ ระหว่าง ปริมาณสอง ชุด ที่มี ความสัมพันธ์ เชิงเส้นได้	3. จอมกับแจนเป็นพี่น้องกันทั้งสองคนเป็น เด็กดี ขยันเรียนและมีธยันต์ ทั้งสองตกลงกัน ว่าจะเก็บออมเงินที่เหลือจากการไปโรงเรียน ไว้ซื้อนาฬิกาที่ตนเองชอบคนละชิ้น เมื่อครบ 1 ปีพบว่า $\frac{2}{5}$ ของเงินที่แจนเก็บออมได้ มากกว่าครึ่งหนึ่งของเงินที่จอมเก็บออมได้ อยู่ 50 บาท 1) จงเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ 2) เขียนตารางคู่อันดับแสดงคำตอบของ สมการ 3) เขียนคู่อันดับ 4) เขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์				

ภาคผนวก ง เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิค เกมมิฟิเคชัน เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

2. แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้

3. ใบกิจกรรม

4. แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น



ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกม
มิฟิเคชัน เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

แผนการจัดการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น	รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 2
เรื่อง คู่อันดับและกราฟของคู่อันดับ	เวลา 3 ชั่วโมง
ครูผู้สอน นางสาวศุภิสรา จันทร์เพ็ง	

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

ตัวชี้วัด/ผลการเรียนรู้

ค 1.3 ม.1/2 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับกราฟในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

ค 1.3 ม.1/3 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์เชิงเส้นในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

2.1 ด้านความรู้

1. นักเรียนสามารถเขียนและอ่านกราฟของคู่อันดับบนระนาบในระบบพิกัดฉากได้

2.2 ด้านทักษะ

1. นักเรียนสามารถระบุประเด็นจากสถานการณ์ที่ให้อยู่ในรูปของตัวแปรหรือความสัมพันธ์ได้

2. นักเรียนสามารถแปลงสถานการณ์ให้อยู่ในรูปของตัวแปรในสมการได้

3. นักเรียนสามารถสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ซึ่งอยู่ในรูปของสมการที่สามารถหาคำตอบของปัญหาได้

4. นักเรียนสามารถดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อหาผลลัพธ์ของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้

5. นักเรียนสามารถตรวจสอบคำตอบของผลลัพธ์ได้

2.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. นักเรียนมีความมุ่งมั่นในการทำงาน

3.สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

1. คู่อันดับ เป็นสัญลักษณ์แสดงการจับคู่กันระหว่างสมาชิกสองกลุ่ม เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ (a, b) เรียก a ว่าสมาชิกตัวที่หนึ่งหรือสมาชิกตัวหน้า ซึ่งเป็นสมาชิกของกลุ่มที่ 1 และเรียก b ว่า สมาชิกตัวที่สองหรือสมาชิกตัวหลัง ซึ่งเป็นสมาชิกของกลุ่มที่ 2

2. ระบายที่มีเส้นจำนวนในแนวนอน (แกน X) และแนวตั้ง (แกน Y) ตัดกันเป็นมุมฉาก เรียกว่า “ระบบพิกัดฉาก” ซึ่งประกอบด้วยจุดภาคทั้งหมด 4 จุดภาค ได้แก่ จุดภาคที่ 1, จุดภาคที่ 2, จุดภาคที่ 3 และจุดภาคที่ 4 การเขียนกราฟของคู่อันดับบนระบบพิกัดฉากจะให้แกนนอนแสดงสมาชิกตัวที่หนึ่งของคู่อันดับ และแกนตั้งแสดงสมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับ

4. สาระการเรียนรู้

คู่อันดับและกราฟของคู่อันดับ

5. กิจกรรมการเรียนรู้

คาบที่ 1-2

ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. วันนี้ครูจะให้ให้นักเรียนเล่นเกม I'm No.1 ซึ่งเป็นเกมที่นักเรียนจะต้องสะสมคะแนนจากการทำกิจกรรมหรือภารกิจต่าง ๆ ที่ได้รับมอบหมายให้สำเร็จ โดยสามารถตรวจสอบความคืบหน้าของตนเองผ่านโปรแกรม Class123 จากนั้นครูแจกกติกาการเล่นเกมที่ให้นักเรียนได้ศึกษา และอ่านทำความเข้าใจ พร้อมทั้งอธิบายเพิ่มเติมในส่วนที่นักเรียนไม่เข้าใจ

2. ครูสนทนากับนักเรียนเกี่ยวกับสิ่งของที่มีเป็นคู่ พร้อมทั้งใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียน ดังนี้

- สิ่งที่นักเรียนมักพบเห็นเป็นคู่ในชีวิตประจำวันของนักเรียนมีอะไรบ้าง (ให้คะแนนนักเรียนที่มีส่วนร่วมในการตอบคำถามข้อละ 1 คะแนน)

(แนวคำตอบ : พ่อ-แม่ ตา-ยาย ซ้อน-ล้อม ฯลฯ)

3. ครูสนทนากับนักเรียนว่าในชีวิตประจำวันเราพบสิ่งที่มีความเกี่ยวข้องกันอยู่เสมอ เช่น สินค้ากับราคาสินค้า

4. ครูให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้

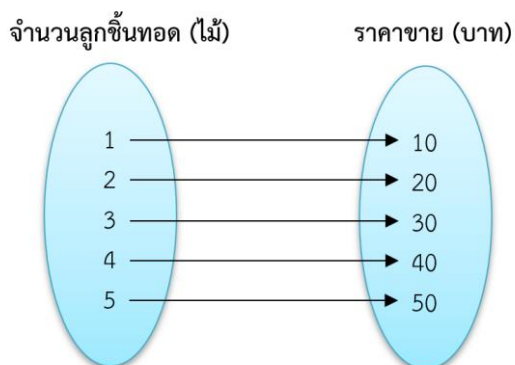
ในงานวันสถาปนาโรงเรียนแห่งหนึ่ง นักเรียนช่วยกันเปิดร้านขายลูกชิ้นทอด โดยตกลงกันว่าขายในราคาไม้ละ 10 บาท



5. ครูและนักเรียนร่วมกันเขียนตารางแสดงจำนวนลูกชิ้นทอดเป็นไม้ และราคาขายเป็นบาท ดังนี้

จำนวนลูกชิ้นทอด (ไม้)	ราคาขาย (บาท)
1	10
2	20
3	30
4	40
5	50

6. ครูอธิบายให้นักเรียนว่า ตารางข้างต้นนี้ แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณ คือ จำนวนลูกชิ้นทอดกับราคาขาย ซึ่งถ้าจับคู่ระหว่างจำนวนลูกชิ้นทอดกับราคาขาย จะได้ 1 คู่กับ 10 2 คู่กับ 20 3 คู่กับ 30 4 คู่กับ 40 และ 5 คู่กับ 50 เราอาจเขียนแผนภาพแสดงการจับคู่ระหว่างปริมาณทั้งสองได้ดังนี้



7. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่าเราสามารถเขียนแสดงการจับคู่ดังกล่าวโดยใช้สัญลักษณ์ได้เป็น (1, 10), (2, 20), (3, 30), (4, 40) และ (5, 50)

8. ครูเขียนคำต่อไปนี้บนกระดาน

กลุ่มที่ 1	กลุ่มที่ 2
ภูเก็ต	ภาคกลาง
ขอนแก่น	ภาคใต้
กรุงเทพฯ	ภาคเหนือ
เชียงใหม่	ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ

จากนั้นสอบถามนักเรียนว่า จากคำที่ครูกำหนดให้ นักเรียนจับคู่ระหว่างสมาชิกในกลุ่มที่ 1 กับสมาชิกในกลุ่มที่ 2 โดยการโยงเส้นตรงได้หรือไม่ ให้ตัวแทนนักเรียนออกมาโยงเส้นตรงเชื่อมระหว่างสมาชิกในกลุ่มที่ 1 และสมาชิกในกลุ่มที่ 2 (ให้คะแนนนักเรียนที่เป็นตัวแทน 2 คะแนน)

9. ครูใช้คำถามต่อไปนี้ซักถามนักเรียนเพื่อกระตุ้นความคิด (ให้คะแนนนักเรียนที่มีส่วนร่วมในการตอบคำถามข้อละ 1 คะแนน)

● จากกิจกรรมที่ผ่านมาเป็นกิจกรรมเกี่ยวกับการจับคู่กันระหว่างสมาชิกสองกลุ่มใช่หรือไม่

(แนวคำตอบ : ใช่)

● สมาชิกที่อยู่ในกลุ่มที่ 1 คืออะไร และสมาชิกที่อยู่ในกลุ่มที่ 2 คืออะไร
ตอบตามลำดับ

(แนวคำตอบ : สมาชิกที่อยู่ในกลุ่มที่ 1 คือ ชื่อจังหวัด และสมาชิกที่อยู่ในกลุ่มที่ 2 คือ ชื่อภาค)

● นักเรียนคิดว่าในทางคณิตศาสตร์มีแผนภาพที่ใช้แสดงเกี่ยวกับการจับคู่หรือมีสัญลักษณ์แทนการจับคู่หรือไม่

(ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย โดยยังไม่เฉลยคำตอบ)

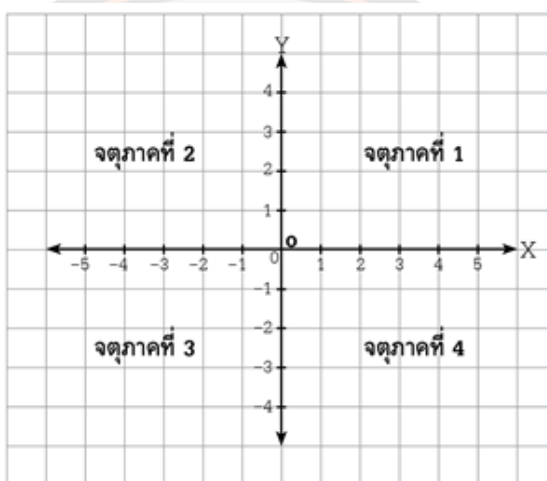
10. ครูอธิบายความหมายของคู่อันดับว่า เป็นความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกของกลุ่มสองกลุ่มเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ที่แสดงการจับคู่ระหว่างสมาชิกของกลุ่มสองกลุ่มที่มีความสัมพันธ์กันภายใต้เงื่อนไขหรือข้อตกลง

1) สัญลักษณ์ (a, b) เมื่อ a และ b แทนจำนวนใด ๆ ในที่นี้จะเรียกว่า คู่อันดับ อ่านว่า “คู่อันดับเอบี” โดยมี a เป็นสมาชิกตัวที่หนึ่งของคู่อันดับ และ b เป็นสมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับ

2) การสลับตำแหน่งระหว่างสมาชิกตัวที่หนึ่งและสมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับ ทำให้ได้คู่อันดับที่แตกต่างจากเดิมและมีความหมายเปลี่ยนไป

11. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า เรายังพบสถานการณ์อื่น ๆ ที่กล่าวถึงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณ เช่น ระยะทางที่โดยสารรถประจำทางกับค่าโดยสาร ระยะทางที่ใช้ในการเดินทางกับเวลา ปริมาณของน้ำประปาที่ใช้กับราคาค่าน้ำ เราสามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์เหล่านี้ในรูปแบบตาราง แผนภาพ คู่อันดับ รวมทั้งการแสดงในรูปแบบอื่น ๆ เช่น กราฟ

12. ครูอธิบายให้นักเรียนว่า นอกจากการใช้แผนภาพแสดงการจับคู่ และใช้คู่อันดับแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกสองกลุ่ม เรายังสามารถใช้กราฟแสดงความสัมพันธ์ดังกล่าวได้ ดังต่อไปนี้



เขียนเส้นจำนวนในแนวนอนและแนวตั้งให้ตัดกันเป็นมุมฉาก จุดที่เส้นจำนวนทั้งสองตัดกันเรียกว่า **จุดกำเนิด** นิยมเขียนแทนด้วยอักษร O เขียนแทนด้วยจุด (0, 0)

เส้นจำนวนในแนวนอน เรียกว่า **แกนนอน** หรือ **แกน X** บนแกน X จุดที่อยู่ทางขวาของศูนย์แทนจำนวนที่มีค่าเป็นบวก จุดที่อยู่ทางซ้ายของศูนย์แทนจำนวนที่มีค่าเป็นลบ

เส้นจำนวนในแนวตั้ง เรียกว่า **แกนตั้ง** หรือ **แกน Y** บนแกน Y จุดที่อยู่ด้านบนของศูนย์แทนจำนวนที่มีค่าเป็นบวก จุดที่อยู่ด้านล่างของศูนย์แทนจำนวนที่มีค่าเป็นลบ

แกน X และแกน Y จะแบ่งระนาบเป็น 4 ส่วน เรียกแต่ละส่วนว่า **“จตุภาค”** โดยมี

จตุภาคที่ 1 ระยะตามแกน X และแกน Y เป็นจำนวนบวกทั้งคู่

จตุภาคที่ 2 ระยะตามแกน X เป็นจำนวนลบ และระยะตามแกน Y เป็นจำนวนบวก

จตุภาคที่ 3 ระยะตามแกน X และแกน Y เป็นจำนวนลบทั้งคู่

จตุภาคที่ 4 ระยะตามแกน X เป็นจำนวนบวก และระยะตามแกน Y เป็นจำนวนลบ

การเขียนกราฟของคู่อันดับตกลงให้แกนนอนหรือแกน X แสดงสมาชิกตัวที่หนึ่งของคู่อันดับและแกนตั้งหรือแกน Y แสดงสมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับ

เมื่อ P เป็นจุดจุดหนึ่งบนระนาบจำนวนที่แสดงคู่อันดับ (x, y) ซึ่งเขียนแทนด้วย (x, y) เรียกจุด P ว่ามีพิกัดเป็น (x, y)

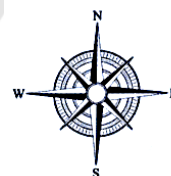
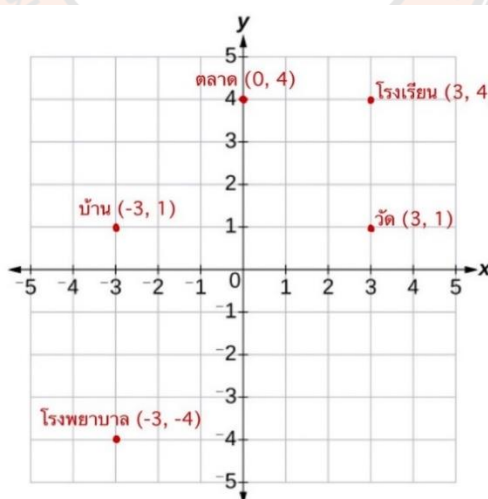
ขั้นกิจกรรมการสอน

1. ครูให้นักเรียนศึกษาและทำความเข้าใจกิจกรรมตำแหน่งและพิกัดของสถานที่ในใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉัน

กิจกรรมตำแหน่งและพิกัดของสถานที่

กำหนดตำแหน่งของวัด โรงเรียน ตลาด บ้าน และโรงพยาบาล ลงบนระนาบเดียวกันโดยให้ แกน Y อยู่ในแนวทิศเหนือ-ใต้ และพิกัดของวัดเป็น $(3, 1)$ ถ้าโรงเรียนอยู่ห่างจากวัดไปทางทิศเหนือ 3 หน่วย ตลาดอยู่ห่างจากโรงเรียนไปทางทิศตะวันตก 3 หน่วย บ้านอยู่ห่างจากวัดไปทางทิศตะวันตก 6 หน่วย และโรงพยาบาลอยู่ห่างจากบ้านไปทางทิศใต้ 5 หน่วย จงเขียนกราฟแสดงตำแหน่งและหาพิกัดของโรงเรียน ตลาด บ้าน และโรงพยาบาล

วิธีทำ จากข้อมูลที่กำหนดให้ จะได้กราฟแสดงตำแหน่งและพิกัดของสถานที่ต่าง ๆ เป็นดังนี้



ดังนั้น

โรงเรียน มีพิกัดเป็น $(3, 4)$

ตลาด มีพิกัดเป็น $(0, 4)$

บ้าน มีพิกัดเป็น $(-3, 1)$

โรงพยาบาล มีพิกัดเป็น $(-3, -4)$

2. ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมในสถานการณ์ที่ 1

จากสถานการณ์การแพร่ระบาดของโรค COVID-19 ในปัจจุบัน เพื่อให้การจัดการเรียนการสอนของโรงเรียนมีประสิทธิภาพ ทำให้ทางโรงเรียนของเราได้กำหนดมาตรการและรูปแบบการจัดการเรียนการสอนเป็นรูปแบบผสมผสาน คือ การมาเรียนที่โรงเรียน (On-site) สลับกับการเรียนออนไลน์ (Online) ซึ่งทางโรงเรียนได้กำหนดให้สัปดาห์ที่ 9 ให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มาเรียนที่โรงเรียน ดังนั้นนักเรียนแต่ละคนจึงต้องเดินทางมาเรียนที่โรงเรียน ครูจึงอยากทราบเส้นทางการเดินทางมาโรงเรียนของนักเรียนแต่ละคนเพื่อใช้เป็นหลักฐานประกอบการเยี่ยมบ้าน ครูให้นักเรียนเขียนอธิบายเส้นทางจากบ้านไปถึงโรงเรียน ระหว่างทางจากบ้านถึงโรงเรียนนักเรียนผ่านสถานที่สำคัญ ๆ อะไรบ้าง ให้นักเรียนระบุให้ชัดเจน จากนั้นให้นักเรียนเขียนกราฟแสดงตำแหน่งและหาพิกัดของสถานที่นั้น ๆ พร้อมทั้งหาระยะทางจากบ้านถึงโรงเรียน โดยให้นักเรียนกำหนดพิกัดของบ้านด้วยตนเองจากจำนวนสมาชิกภายในบ้านที่เป็นผู้หญิงและจำนวนสมาชิกภายในบ้านที่เป็นผู้ชาย

ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา (ถ้านักเรียนคนใดสามารถเขียนปัญหาของสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้องและครบถ้วนจะได้รับคะแนน 2 คะแนน ถ้าเขียนปัญหาของสถานการณ์ที่กำหนดให้ไม่ครบถ้วนจะได้รับคะแนน 1 คะแนน และถ้าไม่สามารถเขียนปัญหาของสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ จะได้รับคะแนน 0 คะแนน)

1. ครูและนักเรียนร่วมกันกำหนดปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้
2. ครูให้นักเรียนตอบคำถามข้อที่ 1 ของใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉัน โดยการเขียนปัญหาของสถานการณ์ที่กำหนดให้ออกมาเป็นข้อ ๆ
3. ครูใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดถึงแนวทางการตอบคำถามในข้อที่ 1 นักเรียนลองอ่านทำความเข้าใจสถานการณ์ที่ครูกำหนดให้นะคะ นักเรียนคิดว่าจากสถานการณ์ข้างต้นนักเรียนคิดว่ามีสิ่งใดที่เป็นปัญหาของสถานการณ์นั้น สถานการณ์ต้องการให้นักเรียนทำอะไรบ้าง มีปัญหาตรงไหนที่สามารถนำมาแก้ปัญหาได้ จากสถานการณ์โจทย์กำหนดและโจทย์ต้องการทำอะไร

ตัวอย่างของปัญหา

- เส้นทางการเดินทางมาโรงเรียนของนักเรียนแต่ละคนเพื่อใช้เป็นหลักฐานประกอบการเยี่ยมบ้าน

โจทย์กำหนด

- ให้นักเรียนกำหนดพิกัดของบ้านด้วยตนเองจากจำนวนสมาชิกภายในบ้านที่เป็นผู้หญิง และจำนวนสมาชิกภายในบ้านที่เป็นผู้ชาย

โจทย์ต้องการหา

- ให้นักเรียนเขียนอธิบายเส้นทางจากบ้านไปถึงโรงเรียน
- ให้นักเรียนเขียนกราฟแสดงตำแหน่งและหาพิกัดของสถานที่นั้น ๆ พร้อมทั้งหาระยะทางจากบ้านถึงโรงเรียน

ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร (ถ้านักเรียนคนใดสามารถกำหนดตัวแปร และตั้งสมมติฐานจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้จะได้รับคะแนน 2 คะแนน ถ้ากำหนดตัวแปรหรือตั้งสมมติฐานจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้เพียงอย่างใดอย่างหนึ่งจะได้รับคะแนน 1 คะแนน และถ้าไม่สามารถกำหนดตัวแปรและตั้งสมมติฐานจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้จะได้รับคะแนน 0 คะแนน)

1. ครูให้นักเรียนตอบคำถามข้อที่ 2 ของใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉัน โดยการเลือกส่วนสำคัญของปัญหาจากข้อที่ 1 เพื่อนำปัญหาเหล่านั้นมาแปลงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในรูปของคู่อันดับ

2. ครูคอยแนะแนวทางให้กับนักเรียนโดยการใช้คำถาม “จากสถานการณ์ข้างต้น นักเรียนคิดว่าส่วนสำคัญของปัญหาที่นักเรียนจะสามารถแก้ปัญหาได้คืออะไร และอยู่ส่วนใดบ้าง”

3. ครูให้นักเรียนกำหนดตัวแปรที่สำคัญและตั้งสมมติฐานของปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้

ตัวอย่าง

ส่วนสำคัญของสถานการณ์ คือ การเขียนกราฟแสดงตำแหน่งและหาพิกัดของบ้าน วัด ตลาดหรือห้างสรรพสินค้า โรงพยาบาล และโรงเรียนของนักเรียนแต่ละคน

การลงจุดบนกราฟของตำแหน่งบ้านจะขึ้นอยู่กับจำนวนสมาชิกภายในครอบครัว โดยกำหนดให้ a แทนจำนวนสมาชิกที่เป็นผู้หญิง และ b แทนจำนวนสมาชิกที่เป็นผู้ชาย ซึ่งนักเรียนแต่ละคนจะลงตำแหน่งของบ้านจะแตกต่างกันไป

ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1. ครูให้นักเรียนลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยการนำตัวแปรที่นักเรียนได้กำหนดไว้ในข้อที่ 2 ของใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉัน มาจัดเป็นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ซึ่งจะอยู่ในรูปของคู่อันดับที่เป็นของตนเอง จากนั้นให้นักเรียนเลือกวิธีการแก้ปัญหาอย่างเหมาะสม พร้อมทั้งดำเนินการหาผลลัพธ์ของปัญหาตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์

โดยนักเรียนจะต้องเขียนกระบวนการทางคณิตศาสตร์ทั้งหมดลงในข้อที่ 3 ของใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉัน (ถ้านักเรียนคนใดสามารถลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์จะได้รับคะแนน 2 คะแนน ถ้าขั้นตอนถูกแต่คำตอบผิดหรือขั้นตอนผิดคำตอบถูกจะได้รับคะแนน 1 คะแนน และถ้าทำไม่ถูกเลยจะได้รับคะแนน 0 คะแนน)

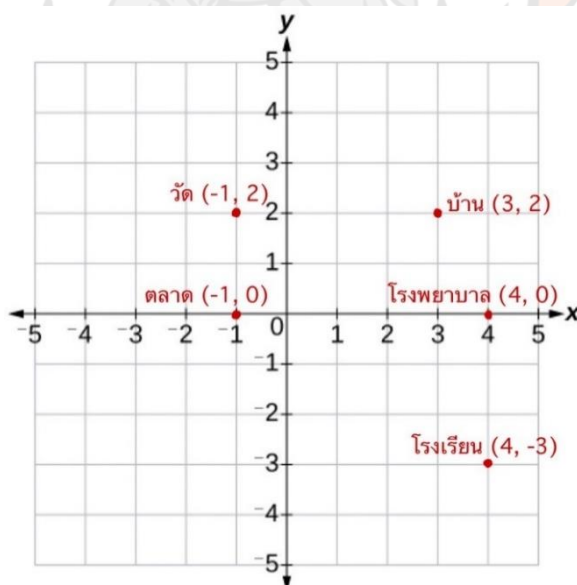
ตัวอย่าง

จากข้อมูลในข้อที่ 2 เราจะสามารถสร้างสมการออกมาได้ดังนี้

การเขียนกราฟแสดงตำแหน่งและหาพิกัดของบ้าน วัด ตลาดหรือห้างสรรพสินค้า โรงพยาบาล และโรงเรียนของนักเรียนแต่ละคน

เนื่องจากการลงจุดบนกราฟของตำแหน่งบ้านจะขึ้นอยู่กับจำนวนสมาชิกภายในครอบครัว โดยกำหนดให้ a แทนจำนวนสมาชิกที่เป็นผู้หญิง และ b แทนจำนวนสมาชิกที่เป็นผู้ชาย จะได้คู่อันดับ คือ (a, b)

สมมติว่าสมาชิกในครอบครัวของนักเรียนเป็นผู้หญิง 3 คน เป็นผู้ชาย 2 คน แสดงว่าพิกัดบ้านของนักเรียน คือ $(3, 2)$ จากนั้นวัดอยู่ห่างจากบ้านไปทางทิศตะวันตก 4 หน่วย ตลาดอยู่ห่างจากวัดไปทางทิศใต้ 2 หน่วย โรงพยาบาลอยู่ห่างจากตลาดไปทางทิศตะวันออก 5 หน่วย โรงเรียนอยู่ห่างจากโรงพยาบาลไปทางทิศใต้ 3 หน่วย จะได้พิกัดดังรูป



จะเห็นว่าตำแหน่งของพิกัดของสถานที่ต่าง ๆ จะอยู่ในแนวเส้นตรงจากสถานที่ก่อนหน้า ถ้าพิกัดอยู่ห่างจากสถานที่เดิมไปทางทิศตะวันออกค่าของ a จะเพิ่มขึ้นตามระยะห่าง และถ้าพิกัดอยู่ห่างจากสถานที่เดิมไปทางทิศตะวันตกค่าของ a จะลดลงตามระยะห่าง ถ้าพิกัดอยู่ห่างจากสถานที่เดิมไปทางทิศเหนือค่าของ b จะเพิ่มขึ้นตามระยะห่าง และถ้าพิกัดอยู่ห่างจากสถานที่เดิมไปทางทิศใต้ค่าของ b จะลดลงตามระยะห่าง

ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์

1. ครูให้นักเรียนตรวจสอบกระบวนการ คำตอบ และผลลัพธ์ที่ได้จากข้อที่ 3 และวิเคราะห์ผลลัพธ์ที่เกิดจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของตนเอง (ถ้านักเรียนคนใดสามารถวิเคราะห์ผลลัพธ์ที่เกิดจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ครบถ้วนและถูกต้องจะได้รับคะแนน 2 คะแนน ถ้านักเรียนคนใดสามารถวิเคราะห์ผลลัพธ์ที่เกิดจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้เพียงบางส่วนจะได้รับคะแนน 1 คะแนน และถ้านักเรียนคนใดไม่สามารถวิเคราะห์ผลลัพธ์ที่เกิดจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้จะได้รับคะแนน 0 คะแนน)

2. ครูให้นักเรียนตรวจสอบความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์และตรวจสอบตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์โดยให้นักเรียนพิจารณาคำตอบของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของตนเองว่าสามารถแก้ปัญหาหรือหาคำตอบให้ข้อที่ 1 ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด ซึ่งจะต้องนำข้อมูลในข้อที่ 2 และกระบวนการทำในข้อที่ 3 มาเทียบกันแล้วเขียนบันทึกลงในข้อที่ 4 ของใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉันทัน

3. ครูอาจใช้คำถามเพื่อตรวจสอบ “นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้มีความสมเหตุสมผลหรือไม่” จากนั้นครูให้นักเรียนอธิบายความสมเหตุสมผลของกระบวนการแก้ปัญหานั้น ๆ

ตัวอย่าง

จากการกำหนดตัวแปรในข้อที่ 2 ตัวแปรแต่ละตัวมีความสอดคล้องกัน โดยเมื่อกำหนดให้ a แทนจำนวนสมาชิกที่เป็นผู้หญิง และ b แทนจำนวนสมาชิกที่เป็นผู้ชาย จะได้คู่อันดับ คือ (a, b) ซึ่งเมื่อลองพิกัดบนกราฟจะทำให้ได้ตำแหน่งของสถานที่ต่าง ๆ ซึ่งเมื่อกราฟไปทางทิศตะวันออกจะทำให้ค่าของ a เพิ่มขึ้น และถ้ากราฟไปทางทิศตะวันตกจะทำให้ค่าของ a ลดลง ถ้ากราฟไปทางทิศเหนือจะทำให้ค่าของ b เพิ่มขึ้น และถ้ากราฟไปทางทิศใต้จะทำให้ค่าของ b ลดลง ซึ่งในการเลือกใช้กราฟแสดงความสัมพันธ์ก็มีความสมเหตุสมผลเนื่องจากสามารถแก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้

4. ครูสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอผลงานของตนเอง 4 – 5 คน โดยการอธิบายถึงการได้มาของคำตอบหรือผลลัพธ์และตัวแปรต่าง ๆ จากนั้นครูให้นักเรียนสังเกตตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของเพื่อน ๆ ว่ามีความเหมือนหรือต่างกันอย่างไร เมื่อนักเรียนนำเสนอเสร็จเรียบร้อยแล้ว ครูก็จะอธิบายเพิ่มเติมถึงตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคน รวมถึงเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในแบบต่าง ๆ ที่อยู่ภายใต้เงื่อนไขที่กำหนด ให้นักเรียนได้เห็นภาพและความสัมพันธ์ของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่มีความหลากหลายกันแต่อยู่ภายใต้เงื่อนไขเดียวกัน มีลักษณะเป็นอย่างไร

คาบที่ 3

ชั้นกิจกรรมการสอน

ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ

1. ครูให้นักเรียนกลับไปดำเนินการตามกระบวนการในขั้นตอนที่ 1, 2 และ 3 อีกครั้ง ถ้าคำตอบจากกระบวนการที่ 4 ยังไม่สมเหตุสมผลหรือผลลัพธ์ที่ได้นั้นยังไม่ถูกต้อง หรือตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ยังไม่สมบูรณ์หรือต้องการที่จะขยายตัวแบบให้มีความครอบคลุม สมบูรณ์มากขึ้น

2. ครูอาจจะคอยช่วยแนะนำให้นักเรียนไปปรับแก้ข้อคำถามเพื่อแก้ปัญหาได้อย่างตรงจุดและสามารถนำไปแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสมเหมาะสม “นักเรียนคิดว่าตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่นักเรียนสร้างขึ้นนั้นเป็นตัวแบบที่ถูกต้องแล้วหรือยัง ตัวแปรที่กำหนดนั้นสอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาหรือไม่”

ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

1. ครูให้นักเรียนอธิบายว่าตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้นั้นสามารถหาคำตอบของปัญหาได้อย่างไร พร้อมทั้งอธิบายแนวทางในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในเรื่อง คู่อันดับและกราฟของคู่อันดับ สามารถนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์และปรับใช้ในชีวิตจริงได้อย่างไร จากนั้นเขียนบันทึกลงในข้อที่ 5 ของใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉันทน์ (ถ้านักเรียนคนใดสามารถนำตัวแบบไปใช้ตอบปัญหาและอธิบายผลลัพธ์ได้อย่างหลากหลายจะได้รับคะแนน 2 คะแนน ถ้านักเรียนคนใดสามารถนำตัวแบบไปใช้ตอบปัญหาและอธิบายผลลัพธ์ได้เพียงเล็กน้อยจะได้รับคะแนน 1 คะแนน ถ้านักเรียนคนใดไม่สามารถนำตัวแบบไปใช้ตอบปัญหาและอธิบายผลลัพธ์ได้จะได้รับคะแนน 0 คะแนน)

2. ครูอาจจะแนะนำแนวทางได้ “นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้นั้น เป็นคำตอบที่สามารถตอบคำถามในข้อที่ 1 ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด และถ้าเป็นเหตุการณ์ในชีวิตจริงนักเรียนจะเลือกตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นี้ในการแก้ปัญหาหรือไม่ เพราะเหตุใด”

ตัวอย่าง

การนำความรู้เรื่อง คู่อันดับและกราฟของคู่อันดับ ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริง ตัวอย่างเช่น การเขียน แผนที่เพื่อแสดงตำแหน่งแหล่งท่องเที่ยวต่าง ๆ ที่สำคัญและน่าสนใจของจังหวัดนั้น ๆ เพื่อใช้เส้นทางหรือแนะนำสถานที่ท่องเที่ยวให้กับนักท่องเที่ยวได้รู้จักและได้ไปศึกษาเรียนรู้ โดยการเขียนแผนที่จะใช้ความรู้เรื่อง คู่อันดับและกราฟของคู่อันดับ ในการลงตำแหน่งและพิกัดของสถานที่ต่าง ๆ

ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปกิจกรรมและความรู้ที่ได้จากการบทเรียนในครั้งนี้

1. คู่อันดับ เป็นความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกของกลุ่มสองกลุ่ม เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ที่แสดงการจับคู่ระหว่างสมาชิกของกลุ่มสองกลุ่มที่มีความสัมพันธ์กันภายใต้เงื่อนไขหรือข้อตกลง

1) สัญลักษณ์ (a, b) เมื่อ a และ b แทนจำนวนใด ๆ ในที่นี้จะเรียกว่า คู่อันดับ อ่านว่า “คู่อันดับเอบี” โดยที่ a เป็นสมาชิกตัวที่หนึ่งของคู่อันดับ และ b เป็นสมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับ

2) การสลับตำแหน่งระหว่างสมาชิกตัวที่หนึ่งและสมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับ ทำให้ได้คู่อันดับที่แตกต่างจากเดิมและมีความหมายเปลี่ยนไป

2. เมื่อเส้นจำนวนในแนวนอนและแนวตั้งตัดกันเป็นมุมฉากที่จุดซึ่งแทนศูนย์ (0) จะได้ว่า

1) จุดที่เส้นจำนวนทั้งสองตัดกันเรียกว่า จุดกำเนิด นิยมเขียนแทนด้วยอักษร O เขียนแทนด้วยจุด $(0, 0)$

2) เส้นจำนวนในแนวนอน เรียกว่า แกนนอน หรือแกน X บนแกน X จุดที่อยู่ทางขวาของศูนย์แทนจำนวนที่มีค่าเป็นบวก จุดที่อยู่ทางซ้ายของศูนย์แทนจำนวนที่มีค่าเป็นลบ

3) เส้นจำนวนในแนวตั้ง เรียกว่า แกนตั้ง หรือแกน Y บนแกน Y จุดที่อยู่ด้านบนของศูนย์แทนจำนวนที่มีค่าเป็นบวก จุดที่อยู่ด้านล่างของศูนย์แทนจำนวนที่มีค่าเป็นลบ

4) แกน X และแกน Y จะแบ่งระนาบเป็น 4 ส่วน เรียกแต่ละส่วนว่า “จตุภาค” โดยมี

จตุภาคที่ 1 ระยะตามแกน X และแกน Y เป็นจำนวนบวกทั้งคู่

จตุภาคที่ 2 ระยะตามแกน X เป็นจำนวนลบ และระยะตามแกน Y เป็นจำนวนบวก

จตุภาคที่ 3 ระยะตามแกน X และแกน Y เป็นจำนวนลบทั้งคู่

จตุภาคที่ 4 ระยะตามแกน X เป็นจำนวนบวก และระยะตามแกน Y เป็นจำนวนลบ

การเขียนกราฟของคู่อันดับตกลงให้แกนนอนหรือแกน X แสดงสมาชิกตัวที่หนึ่งของคู่อันดับ และแกนตั้งหรือแกน Y แสดงสมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับ

3. เมื่อ P เป็นจุดจุดหนึ่งบนระนาบจำนวนที่แสดงคู่อันดับ (x, y) ซึ่งเขียนแทนด้วย (x, y) เรียกจุด P ว่ามีพิกัดเป็น (x, y)

6. สื่อ/อุปกรณ์/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.1 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น

2. ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉัน

7. การวัดและประเมินผล

7.1 ภาระงาน/ชิ้นงาน

- ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉันทัน

7.2 เครื่องมือวัดและประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	การวัด		เกณฑ์
	วิธีการ	เครื่องมือ	
ด้านความรู้ 1. นักเรียนสามารถเขียนและอ่านกราฟของคู่อันดับบนระนาบในระบบพิกัดฉากได้	- ตรวจใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉันทัน	- ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉันทัน	ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะกระบวนการ 1. นักเรียนสามารถระบุประเด็นจากสถานการณ์ที่ให้อยู่ในรูปของตัวแปรหรือความสัมพันธ์ได้ 2. นักเรียนสามารถแปลงสถานการณ์ให้อยู่ในรูปของตัวแปรในสมการได้ 3. นักเรียนสามารถสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ซึ่งอยู่ในรูปของสมการที่สามารถหาคำตอบของปัญหาได้ 4. นักเรียนสามารถดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อหาผลลัพธ์ของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้	- ตรวจใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉันทัน	- ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แผนที่ของฉันทัน	ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไป

7.2 เครื่องมือวัดและประเมินผล (ต่อ)

จุดประสงค์การเรียนรู้	การวัด		เกณฑ์
	วิธีการ	เครื่องมือ	
5. นักเรียนสามารถตรวจสอบคำตอบของผลลัพธ์ได้			
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ 1. นักเรียนมีความมุ่งมั่นในการทำงาน	สังเกตพฤติกรรม	แบบบันทึกพฤติกรรมรายบุคคล	มีคะแนนอยู่ในเกณฑ์ระดับดีขึ้นไป

แบบบันทึกพฤติกรรมรายบุคคล
รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ค21102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น

คำชี้แจง ให้ผู้ประเมินเขียนคะแนนในช่องรายงานการประเมินตามสิ่งที่สังเกตพบ

เลขที่	ชื่อ - นามสกุล	รายการประเมิน	ผลการประเมิน	
		มุ่งมั่นในการทำงาน	ผ่าน	ไม่ผ่าน

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน
 (.....)
/...../.....

แบบบันทึกพฤติกรรมรายบุคคล
รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ค21102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น

มุ่งมั่นในการทำงาน

คะแนน : ระดับคุณภาพ	พฤติกรรมพึงชี้
3 : ดีมาก	ตั้งใจและรับผิดชอบในการปฏิบัติหน้าที่ที่ได้รับมอบหมายให้สำเร็จ มีการปรับปรุงและพัฒนาการทำงานให้ดีขึ้นภายในเวลาที่กำหนด
2 : ดี	ตั้งใจและรับผิดชอบในการปฏิบัติหน้าที่ที่ได้รับมอบหมายให้สำเร็จ มีการปรับปรุงและพัฒนาการทำงานให้ดีขึ้น
1 : พอใช้	ตั้งใจและรับผิดชอบในการปฏิบัติหน้าที่ที่ได้รับมอบหมายให้สำเร็จ
0 : ปรับปรุง	ไม่ตั้งใจปฏิบัติหน้าที่การงาน

เกณฑ์การตัดสิน

คะแนน	3	หมายถึง	ดีมาก
คะแนน	2	หมายถึง	ดี
คะแนน	1	หมายถึง	พอใช้
คะแนน	0	หมายถึง	ปรับปรุง

การผ่านเกณฑ์ : ตั้งแต่ระดับดีขึ้นไป

บันทึกหลังการสอน

1. ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(.....)

ครูผู้สอน

ตัวอย่างแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้

แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้

สังเกตการณ์ครั้งที่ วันที่ เดือน พ.ศ.

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ เรื่อง

จำนวน ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ภาคเรียนที่ ปีการศึกษา

ครูผู้สอน นางสาวศุภิสรา จันทร์เพ็ง

คำชี้แจง

1. แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ฉบับนี้ ใช้สำหรับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเกมมิฟิเคชัน เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีทั้งหมด 6 ขั้นตอน ได้แก่

ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา ครูเลือกสถานการณ์ปัญหาที่มีความเชื่อมโยงกับชีวิตจริงของนักเรียนหรือเป็นสถานการณ์ปัญหาที่มีความใกล้เคียงกับปัญหาที่นักเรียนเคยพบเจอหรือคุ้นเคย จากนั้นให้นักเรียนตัดสินใจว่าจะนำคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ปัญหานี้ได้อย่างไร นักเรียนจะต้องระบุสิ่งที่ต้องการรู้ ต้องการรู้ หรือต้องการเข้าใจที่มีอยู่ในชีวิตจริงที่มีความเกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ จนนำไปสู่การสร้างข้อคำถาม โดยใช้คะแนนและความท้าทาย

ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร ครูให้นักเรียนเลือกส่วนที่สำคัญในสถานการณ์ปัญหาที่มีอยู่ในชีวิตจริง จากนั้นกำหนดความสัมพันธ์และตัดสินใจเลือกความสัมพันธ์ที่กำหนดไว้เพื่อนำมาสร้างเป็นข้อคำถาม พร้อมทั้งแปลงสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ในรูปของตัวแปรที่สัมพันธ์กัน โดยมีครูเป็นผู้ที่คอยให้คำแนะนำ โดยใช้คะแนนและความท้าทาย

ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ครูให้นักเรียนนำตัวแปรทางคณิตศาสตร์มาจัดเป็นรูปแบบที่มีความสัมพันธ์กัน ที่เรียกว่า ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ โดยที่นักเรียนเลือกวิธีการแก้ปัญหาอย่างเหมาะสม พร้อมทั้งดำเนินการหาผลลัพธ์ของปัญหาตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยมีครูคอยให้คำแนะนำและตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการเพื่อพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เช่น คู่อันดับ กราฟ สมการ โดยใช้คะแนนและความท้าทาย

ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ ครูให้นักเรียนพิจารณาถึงความสมเหตุสมผลและความเป็นไปได้ของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ รวมถึงขั้นตอนและกระบวนการในการแก้ปัญหาเมื่อนำกลับมาอธิบายสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง ผลลัพธ์ของคำตอบที่ได้มีความสมเหตุสมผล ถูกต้อง

สามารถใช้ได้จริง และเป็นที่ยอมรับหรือไม่ ครูอธิบายขั้นตอนในการวิเคราะห์รวมถึงคอยสังเกตการณ์ ตรวจสอบการวิเคราะห์ด้วยแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนและให้คำแนะนำ โดยใช้คะแนน เหยี่ยู ตราสัญลักษณ์ และความท้าทาย

ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ ครูให้นักเรียนลงมือทำตามกระบวนการตั้งแต่ต้นอีกครั้ง เพื่อแก้ไข ข้อผิดพลาดหรือเป็นการขยายตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ให้มีความสอดคล้องกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ที่นักเรียนได้ทำการสร้างและวิเคราะห์มาแล้ว โดยมีครูเป็นผู้สังเกตการณ์และให้คำแนะนำ

ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ครูให้นักเรียนนำตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ไป ประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งอธิบายผลลัพธ์ที่ได้ รวมถึงการตัดสินใจในการนำตัวแบบ เชิงคณิตศาสตร์ไปใช้กับสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง โดยมีครูเป็นผู้สังเกตการณ์ ตรวจสอบและให้ คำแนะนำเกี่ยวกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการนำความรู้ความ เข้าใจในกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ยุทธวิธีและประสบการณ์ไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือหาคำตอบ อย่างเป็นลำดับขั้นตอน โดยมีองค์ประกอบย่อยดังนี้

1) การทำความเข้าใจปัญหา คือ นักเรียนจะต้องมีทักษะในการอ่านโจทย์ปัญหา วิเคราะห์แปลความหมายทางภาษา ระบุประเด็นปัญหาเพื่อทำความเข้าใจว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ และโจทย์ต้องการให้หาอะไร มีเงื่อนไขของปัญหาหรือไม่

2) การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ คือ นักเรียนจะต้องสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ จากสถานการณ์ปัญหาที่ได้วิเคราะห์ไว้ มีการกำหนดตัวแปรให้กับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ ต้องการหา เพื่อสร้างออกมาเป็นสมการหรือกราฟที่ต้องการได้

3) การดำเนินการแก้ปัญหา คือ นักเรียนจะต้องลงมือปฏิบัติตามแผนที่ได้วางไว้ โดยใช้ การดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์หาผลลัพธ์ที่ได้จากการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ จนสามารถหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง

4) การตรวจสอบคำตอบ คือ นักเรียนจะต้องตรวจสอบการดำเนินการในแต่ละขั้นตอน ของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีตรวจสอบคำตอบหรือผลลัพธ์มีความถูกต้อง สอดคล้องกับข้อมูล และเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่ และมีความสมเหตุสมผลหรือไม่

2. ขอให้ครูประจำการพิจารณาการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัย พร้อมทั้งบันทึกรายละเอียด ของการสังเกต ข้อคิดเห็น และข้อเสนอแนะ ในแต่ละขั้นของการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัย

การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิค
เกมมิฟิเคชัน ประกอบด้วย 6 ขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ชั้นระบุปัญหา

1.1 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนระบุปัญหาในชีวิตประจำวันให้เชื่อมโยงคณิตศาสตร์ได้
หรือไม่ อย่างไร

ได้ ไม่ได้ ไม่แน่ใจ

1.2 ปัญหาและอุปสรรค

1.3 แนวทางในการแก้ไขปรับปรุง

2. ชั้นสร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร

2.1 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในประเด็นต่อไปนี้หรือไม่
อย่างไร

2.1.1 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนกำหนดตัวแปรหรือเขียนแผนภาพ
เพื่อแก้ปัญหาได้หรือไม่ อย่างไร

ได้ ไม่ได้ ไม่แน่ใจ

2.1.2 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนหาวิธีการทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา
ได้หรือไม่ อย่างไร

ได้ ไม่ได้ ไม่แน่ใจ

2.2 ปัญหาและอุปสรรค

2.3 แนวทางในการแก้ไขปรับปรุง

.....

.....

3. ชั้นลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์

3.1 ชั้นตอนนี้ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในประเด็นต่อไปนี้หรือไม่
อย่างไร

3.1.1 ชั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนหาวิธีการทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา
ได้หรือไม่ อย่างไร

ได้ ไม่ได้ ไม่แน่ใจ

.....

.....

3.1.2 ชั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาได้หรือไม่ อย่างไร

ได้ ไม่ได้ ไม่แน่ใจ

.....

.....

3.2 ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

3.3 แนวทางในการแก้ไขปรับปรุง

.....

.....

4. ชั้นวิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์

4.1 ชั้นตอนนี้ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในประเด็นต่อไปนี้หรือไม่
อย่างไร

4.1.1 ชั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนอธิบายความเหมาะสมของวิธีการ
ที่นักเรียนเลือกได้หรือไม่ อย่างไร

ได้ ไม่ได้ ไม่แน่ใจ

.....

.....

4.1.2 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนอธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์หรือไม่
อย่างไร

ได้ ไม่ได้ ไม่แน่ใจ

.....

.....

4.1.3 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนตีความผลลัพธ์กลับไปสู่ปัญหาหรือไม่ อย่างไร

ได้ ไม่ได้ ไม่แน่ใจ

.....

.....

4.2 ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

4.3 แนวทางในการแก้ไขปรับปรุง

.....

.....

5. ขั้นทำซ้ำ

5.1 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในประเด็นต่อไปนี้หรือไม่
อย่างไร

5.1.1 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนอธิบายความเหมาะสมของวิธีการ
ที่นักเรียนเลือกได้หรือไม่ อย่างไร

ได้ ไม่ได้ ไม่แน่ใจ

.....

.....

5.1.2 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนอธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์หรือไม่
อย่างไร

ได้ ไม่ได้ ไม่แน่ใจ

.....

.....

5.1.3 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนตีความผลลัพธ์กลับไปสู่ปัญหาหรือไม่ อย่างไร

ได้ ไม่ได้ ไม่แน่ใจ

.....

.....

5.1.4 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนหาวิธีการทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาได้หรือไม่ อย่างไร

ได้ ไม่ได้ ไม่แน่ใจ

.....

.....

5.1.5 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาได้หรือไม่ อย่างไร

ได้ ไม่ได้ ไม่แน่ใจ

.....

.....

5.2 ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

5.3 แนวทางในการแก้ไขปรับปรุง

.....

.....

6. ชั้นใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

6.1 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนนำความรู้ไปใช้ในชีวิตจริงหรือสถานการณ์อื่นๆ ได้หรือไม่ อย่างไร

ได้ ไม่ได้ ไม่แน่ใจ

.....

.....

6.2 ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

6.3 แนวทางในการแก้ไขปรับปรุง

7. การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิค เกมมิฟิเคชันนี้สามารถช่วยส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้หรือไม่ อย่างไร

8. การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิค เกมมิฟิเคชันนี้มีข้อดีอย่างไร สามารถเพิ่มเติมอะไรได้

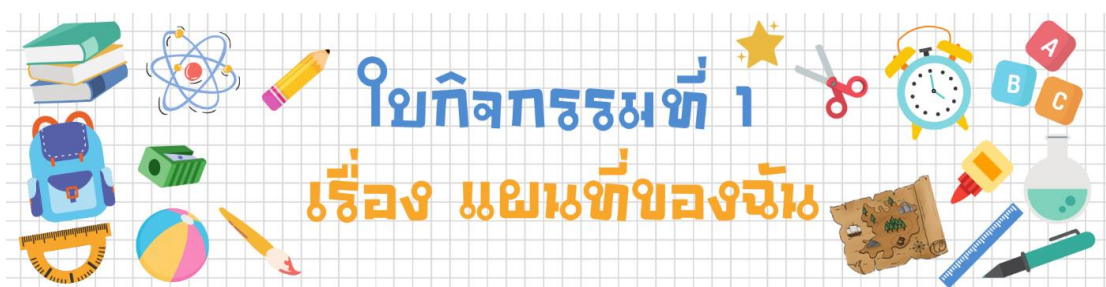
9. การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิค เกมมิฟิเคชันนี้มีข้อเสียอย่างไร ควรปรับปรุงอย่างไร

10. ข้อเสนอแนะ

ลงชื่อ.....

(.....)

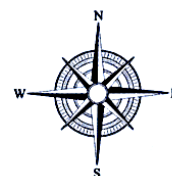
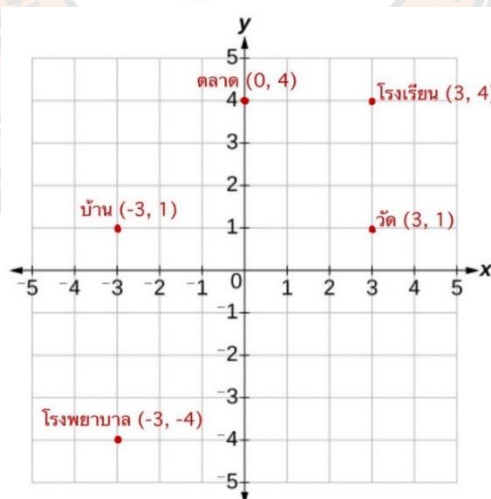
ตัวอย่างใบกิจกรรม



กิจกรรมตำแหน่งและพิกัดของสถานที่

กำหนดตำแหน่งของวัด โรงเรียน ตลาด บ้าน และโรงพยาบาล ลงบนระนาบเดียวกันโดยให้ แกน Y อยู่ในแนวทิศเหนือ-ใต้ และพิกัดของวัดเป็น $(3, 1)$ ถ้าโรงเรียนอยู่ห่างจากวัดไปทางทิศเหนือ 3 หน่วย ตลาดอยู่ห่างจากโรงเรียนไปทางทิศตะวันตก 3 หน่วย บ้านอยู่ห่างจากวัดไปทางทิศตะวันตก 6 หน่วย และโรงพยาบาลอยู่ห่างจากบ้านไปทางทิศใต้ 5 หน่วย จงเขียนกราฟแสดงตำแหน่งและหาพิกัดของโรงเรียน ตลาด บ้าน และโรงพยาบาล

วิธีทำ จากข้อมูลที่กำหนดให้ จะได้กราฟแสดงตำแหน่งและพิกัดของสถานที่ต่าง ๆ เป็นดังนี้



ดังนั้น

โรงเรียน มีพิกัดเป็น $(3, 4)$

ตลาด มีพิกัดเป็น $(0, 4)$

บ้าน มีพิกัดเป็น $(-3, 1)$

โรงพยาบาล มีพิกัดเป็น $(-3, -4)$

2. ให้นักเรียนเลือกปัญหา 1 ปัญหาจากข้อที่ 1 และทำการกำหนดตัวแปรที่สำคัญ ที่คาดว่าจะมีผลต่อปัญหาพร้อมทั้งสร้างข้อสมมติฐานของผลลัพธ์

.....

.....

.....

.....

.....

3. ให้นักเรียนนำข้อมูลที่ได้กำหนดไว้ในข้อที่ 2 มาดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สามารถหาคำตอบของปัญหา (แสดงกระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างละเอียด)

.....

.....

.....

.....

.....

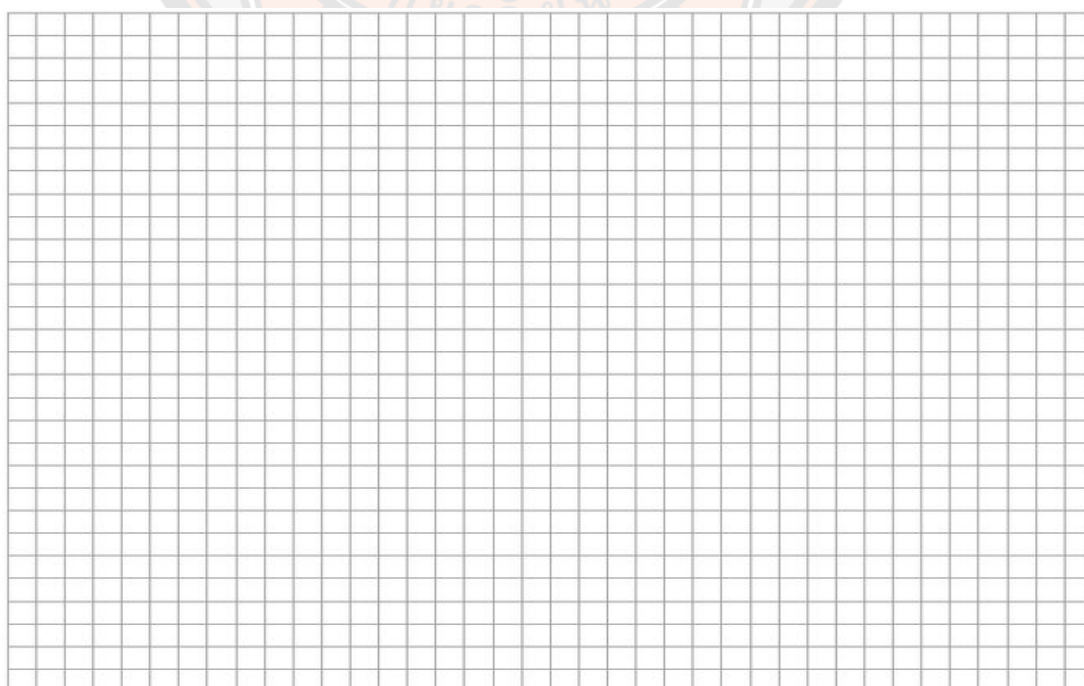
.....

.....

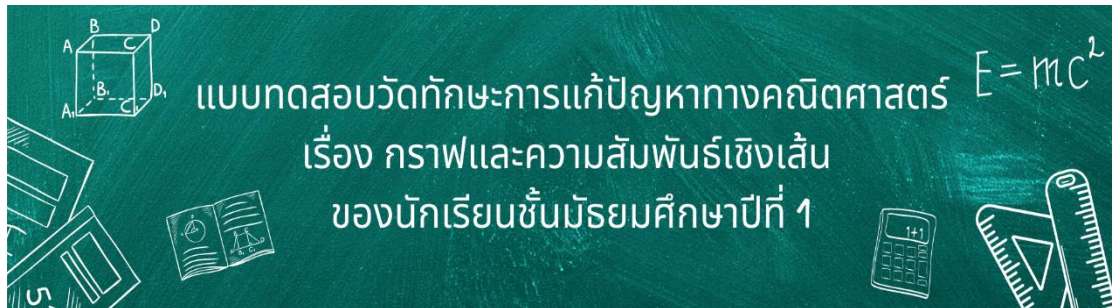
.....

.....

.....



ตัวอย่างแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น



คำชี้แจง จากสถานการณ์ต่อไปนี้ ให้นักเรียนใช้กระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ

สถานการณ์ที่ 1



ให้นักเรียนเขียนอธิบายเส้นทางการเดินทางไกลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จากจุดเริ่มต้นถึงทางออก โดยเส้นทางการเดินทางไกลของนักเรียนจะต้องตามล่าหาสมบัติให้ได้มากที่สุด และในระหว่างทางนักเรียนจะเจอกับสัตว์ที่ดุร้ายและอันตรายมากมาย นักเรียนจะต้องเดินทางให้ไปถึงทางออกที่กำหนดไว้ให้ได้ พร้อมให้นักเรียนลงจุดของตำแหน่งของสมบัติที่นักเรียนพบเจอ โดยกำหนดให้พิกัดของจุดเริ่มต้น คือ $(0, 0)$

เขียนอธิบายเส้นทาง

1. จากสถานการณ์ข้างต้นนักเรียนคิดว่ามีสิ่งใดที่เป็นปัญหาของสถานการณ์นั้น พร้อมทั้งให้นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา (การทำความเข้าใจปัญหา)

2. ให้นักเรียนเลือกปัญหามา 1 ปัญหาจากข้อที่ 1 และทำการกำหนดตัวแปรที่สำคัญที่คาดว่าจะมีผลต่อปัญหาพร้อมทั้งสร้างข้อสมมติฐานของผลลัพธ์ (การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์)

4. ให้นักเรียนเช็คคำตอบที่ได้จากข้อที่ 3 และทำการวิเคราะห์ว่าคำตอบและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นั้นมีความสมเหตุสมผลหรือไม่ สามารถนำไปใช้ได้จริงหรือไม่ สามารถนำไปใช้ได้จริงหรือไม่ พร้อมเขียนอธิบาย (ถ้าคำตอบมีความสมเหตุสมผลแล้วให้ทำข้อที่ 5 ต่อ แต่ถ้ายังไม่สมเหตุสมผลให้กลับไปดำเนินการตามกระบวนการที่ 1 2 3 อีกครั้ง) (การตรวจสอบคำตอบ)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. ให้นักเรียนอธิบายแนวทางในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในเรื่อง คู่อันดับและกราฟของคู่อันดับ สามารถนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์และปรับใช้ในชีวิตจริงได้อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

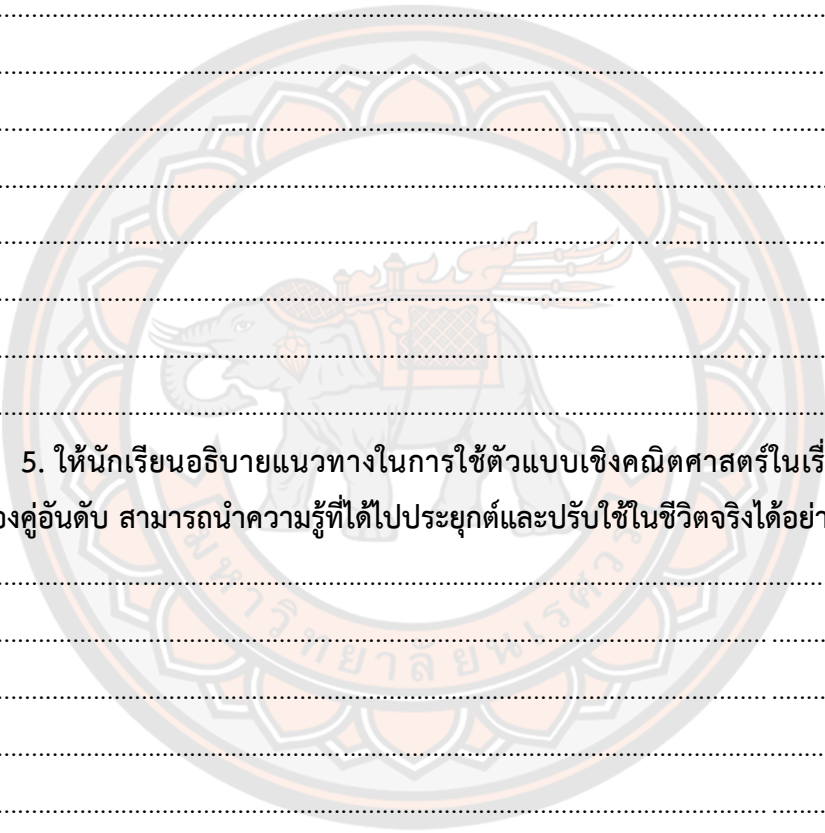
.....

.....

.....

.....

.....



สถานการณ์ที่ 2

ตัวอย่างบันทึกรายรับ-รายจ่าย รายสัปดาห์ ของเด็กหญิงรักเรียน คณิตศาสตร์

วัน/เดือน/ปี	รายการ	รายรับ (บาท)	รายจ่าย (บาท)	คงเหลือ (บาท)
14 ก.พ. 65	แม่ให้เงินมาโรงเรียน	200	-	200
	จ่ายค่าอาหารกลางวัน	-	40	160
	ซื้อดอกกุหลาบ	-	50	110
	ซื้อขนม	-	15	95
15 ก.พ. 65	เพื่อนจ้างทำรายงาน	60	-	155
	ซื้ออุปกรณ์การเรียน	-	35	120
	ซื้อน้ำหวาน	-	40	80
	จ่ายค่าอาหารกลางวัน	-	25	55
16 ก.พ. 65	ขอเงินพ่อ	100	-	155
	ซื้อของทำบุญ	-	90	65
17 ก.พ. 65	ถอนเงินจากธนาคาร	200	-	265
	จ่ายค่าหนังสือเรียน	-	125	140
	จ่ายค่าปริญงาน	-	20	120
18 ก.พ. 65	สั่งของ Shopee	-	85	35
	แม่ให้เงิน	150	-	185
	ซื้อขนม	-	55	130
19 ก.พ. 65	ซื้อของขวัญวันเกิด	-	80	50
	เพื่อนจ้างทำรายงาน	100	-	150
20 ก.พ. 65	ซื้อลูกชิ้น	-	60	90
	ซื้อหนูแฮมเตอร์	-	80	10
	หยอดกระปุกออมสิน	-	10	0

จากตารางบันทึกรายรับ - รายจ่าย รายสัปดาห์ของเด็กหญิงรักเรียน คณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ ให้นักเรียนเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างวันที่ใน 1 สัปดาห์และรายรับ - รายจ่าย แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) วันที่เท่าใดบ้างที่รายรับมากกว่ารายจ่าย และมากกว่าอยู่เท่าไร
- 2) วันที่เท่าใดบ้างที่รายจ่ายน้อยกว่ารายรับอยู่เท่ากัน
- 3) วันที่เท่าใดบ้างที่รายรับเท่ากัน และเท่ากันอยู่เท่าไร
- 4) วันที่เท่าใดที่รายจ่ายมากที่สุด และเป็นจำนวนเงินเท่าไร
- 5) จากกราฟนักเรียนคิดว่าแนวโน้มของรายรับและรายจ่ายของเด็กหญิงรักเรียน คณิตศาสตร์เป็นอย่างไร จงอธิบาย

สถานการณ์ที่ 3

จอมกับแจนเป็นพี่น้องกันทั้งสองคนเป็นเด็กดี ขยันเรียนและมีอัธยาศัย ทั้งสองตกลงกันว่าจะเก็บออมเงินที่เหลือจากการไปโรงเรียนไว้ซื้อนาฬิกาที่ตนเองชอบคนละชิ้น เมื่อครบ 1 ปีพบว่า $\frac{2}{5}$ ของเงินที่แจนเก็บออมได้มากกว่าครึ่งหนึ่งของเงินที่จอมเก็บออมได้อยู่ 50 บาท

- 1) จงเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์
- 2) เขียนตารางคู่อันดับแสดงคำตอบของสมการ
- 3) เขียนคู่อันดับ

1. จากสถานการณ์ข้างต้นนักเรียนคิดว่ามีสิ่งใดที่เป็นปัญหาของสถานการณ์นั้น พร้อมทั้งให้นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา (การทำความเข้าใจปัญหา)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ให้นักเรียนเลือกปัญหามา 1 ปัญหาจากข้อที่ 1 และทำการกำหนดตัวแปรที่สำคัญที่คาดว่าจะมีผลต่อปัญหาพร้อมทั้งสร้างข้อสมมติฐานของผลลัพธ์ (การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เกณฑ์การประเมินทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การพิจารณา
1. การทำความเข้าใจปัญหา	2 (ดี)	- นักเรียนสามารถระบุประเด็นปัญหา สามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้อย่างถูกต้อง
	1 (พอใช้)	- นักเรียนสามารถระบุประเด็นปัญหา สามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้องบางส่วน
	0 (ปรับปรุง)	- นักเรียนไม่สามารถระบุประเด็นปัญหา และเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้
2. การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	2 (ดี)	- นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรให้กับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา และสามารถสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ เพื่อสร้างออกมาเป็นคู่อันดับหรือกราฟหรือสมการที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง
	1 (พอใช้)	- นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรให้กับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา และสามารถสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ เพื่อสร้างออกมาเป็นคู่อันดับหรือกราฟหรือสมการที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้เพียงบางส่วน
	0 (ปรับปรุง)	- นักเรียนไม่สามารถกำหนดตัวแปรให้กับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา และไม่สามารถสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้

เกณฑ์การประเมินทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ต่อ)

รายการประเมิน	คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การพิจารณา
3. การดำเนินการ แก้ปัญหา	2 (ดี)	- นักเรียนสามารถดำเนินการตามขั้นตอนกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาผลลัพธ์ที่ได้จากการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง
	1 (พอใช้)	- นักเรียนสามารถดำเนินการตามขั้นตอนกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แต่หาผลลัพธ์ที่ได้จากการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง หรือ - นักเรียนสามารถดำเนินการตามขั้นตอนกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเพียงบางส่วน
	0 (ปรับปรุง)	- นักเรียนไม่สามารถดำเนินการตามขั้นตอนกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาผลลัพธ์ที่ได้จากการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้
4. การตรวจสอบ คำตอบ	2 (ดี)	- นักเรียนสามารถตรวจสอบคำตอบหรือผลลัพธ์ให้สอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหา และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ได้ครบทุกประเด็นปัญหา
	1 (พอใช้)	- นักเรียนสามารถตรวจสอบคำตอบหรือผลลัพธ์ให้สอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหา และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ได้เพียงบางประเด็นปัญหา
	0 (ปรับปรุง)	- นักเรียนไม่สามารถตรวจสอบคำตอบหรือผลลัพธ์

เกณฑ์ระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวม

ช่วงคะแนน	ระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
6 – 8	ดี
3 – 5	พอใช้
0 – 2	ปรับปรุง