



แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับ บทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อ  
พัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่

2



โคธิชฐา คงธน

การค้นคว้าอิสระเสนอบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยนเรศวร  
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต  
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา  
ปีการศึกษา 2567  
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยนเรศวร





แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับ บทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อ  
พัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่

2



การค้นคว้าอิสระเสนอบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยนเรศวร  
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

ปีการศึกษา 2567

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยนเรศวร

การค้นคว้าอิสระ เรื่อง "แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับ บทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนานวัตกรรมทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2"

ของ โศภิชฐา คงธน

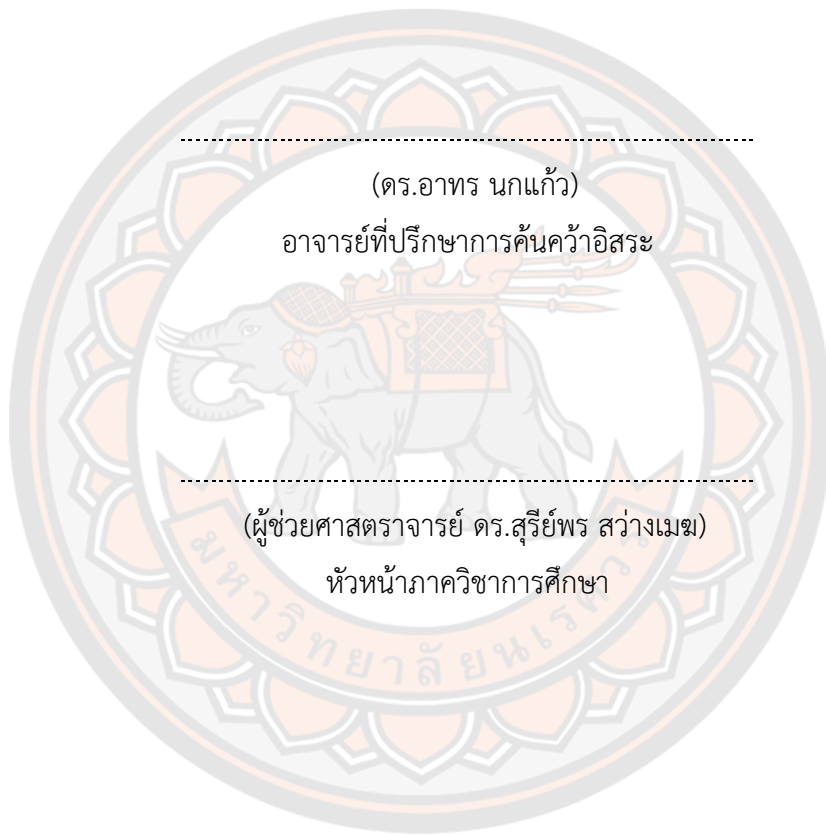
ได้รับการพิจารณาให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

(ดร.อาทร นกแก้ว)

อาจารย์ที่ปรึกษาการค้นคว้าอิสระ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรีย์พร สว่างเมฆ)

หัวหน้าภาควิชาการศึกษา



<b>ชื่อเรื่อง</b>	แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับ บทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<b>ผู้วิจัย</b>	ไศภิชฐา คงธน
<b>ประธานที่ปรึกษา</b>	ดร.อาทร นกแก้ว
<b>ประเภทสารนิพนธ์</b>	การค้นคว้าอิสระ กศ.ม. คณิตศาสตร์ศึกษา, มหาวิทยาลัยนเรศวร, 2567
<b>คำสำคัญ</b>	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์, การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน, บทเรียนโปรแกรม Desmos, ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

### บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และ 2) ศึกษาผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนขยายโอกาสแห่งหนึ่งในจังหวัดเพชรบูรณ์ จำนวน 22 คน โดยการสุ่มอย่างง่าย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ 1) แผนการจัดการเรียนรู้ 2) บทเรียนโปรแกรม Desmos 3) แบบประเมินผลการจัดการเรียนรู้ 4) แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การวิเคราะห์เชิงเนื้อหาวิเคราะห์แบบประเมินผลเพื่อสังเคราะห์แนวทาง สถิติที่ใช้ทดสอบ คือ การทดสอบที (t-test Dependent Samples)

ผลการวิจัยพบว่า 1) แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ได้แก่ (1) สถานการณ์ปัญหา (2) ระบุข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง (3) การสร้างแนวคิดและสมมุติฐาน (4) ตรวจสอบความรู้เดิมและศึกษาความรู้ใหม่ (5) การนำความรู้มาประยุกต์ใช้ (6) สรุปข้อมูลให้มีโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ประเด็นที่ควรให้ความสำคัญในการจัดการเรียนรู้คือ (ก) ครูควรให้นักเรียนคุ้นชินกับการนำเทคโนโลยีบทเรียน Desmos มาใช้ในการเรียนรู้ (ข) ในระหว่างทำกิจกรรมครูควรสร้างโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมวิเคราะห์ปัญหา หาวิธีแก้ปัญหากับเพื่อนในกลุ่ม (ค) ครูควรกำหนดเวลาในการทำบทเรียน โดยดูที่ความพร้อม

และความสามารถของนักเรียน (ง) ครูควรติดตามการทำบทเรียนโปรแกรม Desmos ผ่าน Dashboard History พร้อมทั้งให้ความช่วยเหลือเพื่อเสริมสร้างความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และ (จ) ครูควรคอยกระตุ้นนักเรียนเป็นระยะ ในระหว่างทำกิจกรรม 2) ผลการพัฒนา มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ พบว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับ บทเรียนโปรแกรม Desmos เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส มีการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หลัง เรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05



<b>Title</b>	INSTRUCTIONAL GUIDELINES FOR INTEGRATING PROBLEM-BASED LEARNING WITH DESMOS TO DEVELOP MATHEMATICAL CONCEPTS OF PYTHAGOREAN THEOREM FOR GRADE 8 STUDENTS
<b>Author</b>	Sopitha Kongthon
<b>Advisor</b>	Artorn Nokkaew, Ph.D.
<b>Academic Paper</b>	M.Ed. Independent Study in Mathematics Education, Naresuan University, 2024
<b>Keywords</b>	Mathematical concepts, Problem-based learning approach, Desmos program lessons, The Pythagorean theorem

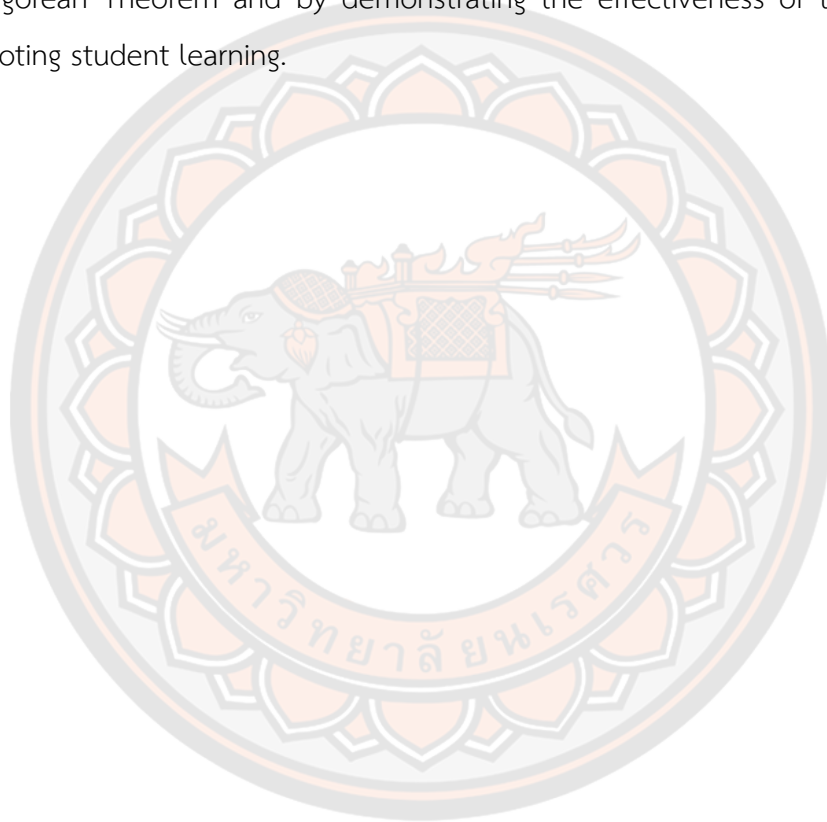
### ABSTRACT

This study investigates the development of instructional guidelines for integrating problem-based learning (PBL) with Desmos activities to enhance Grade 10 students' understanding of the Pythagorean Theorem. It further examines the effectiveness of this approach in promoting students' mathematical conceptualization. The research employed a single-group pretest-posttest design with 22 Grade 10 students from a school in Phetchabun Province, Thailand. Three instruments were used: (1) lesson plans integrating PBL and Desmos, (2) Desmos program lessons (3) lessons a post-instruction reflection sheet, and (4) a pre- and post-test assessing students' mathematical concept of the Pythagorean Theorem. Content analysis was conducted to identify instructional guidelines, while a dependent-samples t-test analyzed the change in students' conceptual understanding.

Results The findings revealed a six-step instructional framework: (1) Problem Scenario, (2) Identify Facts, (3) Generate Hypotheses, (4) Address Knowledge Deficiencies, (5) Apply New Knowledge, and (6) Abstraction. Key pedagogical considerations include: (a) familiarizing students with Desmos, (b) applying Desmos to foster student analysis, discussion, and collaboration, (c) adapting lesson time based



on student needs, (d) monitoring student progress using Desmos dashboards, and (e) providing ongoing encouragement. Furthermore, the study demonstrated significant improvement in students' concept of the Pythagorean Theorem following participation in the PBL-Desmos integrated learning approach. The pre- and post-test scores revealed a statistically significant increase ( $p < .05$ ) in students' comprehension levels. This research contributes to the field of mathematics education by developing instructional guidelines for integrating PBL and Desmos for the Pythagorean Theorem and by demonstrating the effectiveness of this approach in promoting student learning.



## ประกาศคุณูปการ

การศึกษาค้นคว้าอิสระฉบับนี้ สำเร็จลุล่วงไปได้ดีเนื่องจากความช่วยเหลือและสนับสนุนจาก ดร.อาทร นกแก้ว อาจารย์ที่ปรึกษาและคณะกรรมการทุกท่าน ที่ได้ให้คำแนะนำและข้อคิดเห็นต่างๆอัน เป็นประโยชน์ ตลอดจนตรวจแก้ไขข้อบกพร่อง คอยช่วยเหลือ กระตุ้นและให้กำลังใจในการดำเนินการ ศึกษาค้นคว้าอิสระฉบับนี้สำเร็จสมบูรณ์ จึงขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูงมา ณ ที่นี้

ขอขอบพระคุณผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน ได้แก่ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วรินทร์ พูนไพบูลย์ พิพัฒน์ อาจารย์ประจำภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนครสวรรค์ นางกัณหา วันดี ครู ชำนาญการพิเศษ โรงเรียนเพชรบูรณ์วิทยา นางสาวศิริพร โป้แล ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนเนิน พิตยาคม ให้ความกรุณาตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการค้นคว้าอิสระครั้งนี้ โดยให้ข้อเสนอแนะที่เป็น ประโยชน์ต่อการพัฒนาและปรับปรุงเครื่องมือในการค้นคว้าอิสระต่าง ๆ เป็นอย่างดี จนทำให้การ ค้นคว้าอิสระครั้งนี้สมบูรณ์

ขอขอบพระคุณผู้อำนวยการโรงเรียน และคณะครูโรงเรียนอนุบาลชนแดน ที่ได้ให้ความ อนุเคราะห์อำนวยความสะดวก และให้ความร่วมมือเป็นอย่างยิ่งในการเก็บข้อมูล รวมทั้งขอขอบคุณนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/1 ปีการศึกษา 2566 ทุกคนที่ให้ความร่วมมือในการค้นคว้าครั้งนี้เป็นอย่างดี

ขอขอบพระคุณบิดา มารดา ญาติมิตร และครอบครัวที่คอยเป็นกำลังใจสำคัญ และคอย ส่งเสริมสนับสนุน อำนวยความสะดวกในทุกๆ ด้านเสมอมา

สุดท้ายนี้ขอขอบพระคุณคณาจารย์ภาควิชาการศึกษาทุกท่านที่คอยสั่งสอนและอบรมให้นิสิต เป็นอย่างดี และขอใจเพื่อนนิสิตปริญญาโทที่เป็นส่วนหนึ่งในการให้ความช่วยเหลือ และเป็นกำลังใจที่ดี มาโดยตลอด คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากการค้นคว้าอิสระฉบับนี้ผู้วิจัยขออุทิศแด่ผู้มีพระคุณทุกๆ ท่าน และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าการค้นคว้าอิสระฉบับนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาการจัดการเรียนรู้ ต่อไป

ไศภิชฐา คงธน

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ค
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
ประกาศคุุณุปการ.....	ช
สารบัญ.....	ซ
สารบัญตาราง.....	ฅ
สารบัญภาพ.....	ฐ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาของปัญหา.....	1
จุดมุ่งหมายของการวิจัย.....	6
ขอบเขตการวิจัย.....	6
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	7
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	10
1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) และหลักสูตรโรงเรียนอนุบาลชนแดน.....	11
2. การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน.....	20
2.1 ความหมายของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน.....	20
2.2 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน.....	22
2.3 ประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน.....	26
2.4 การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานผ่านออนไลน์.....	28

3. บทเรียนโปรแกรม Desmos .....	29
4. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	30
4.1 ความหมายมโนทัศน์ .....	30
4.2 ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ .....	32
4.3 การเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	33
4.4 การสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	35
4.5 รูปแบบการวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ .....	37
4.6 เครื่องมือเกี่ยวกับการวัดและประเมินมโนทัศน์.....	39
4.7 เกณฑ์การวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ .....	50
4.8 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน .....	53
4.9 ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส.....	54
4.10 มโนทัศน์ที่ถูกต้องของทฤษฎีบทพีทาโกรัส.....	55
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง .....	56
5.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องภายในประเทศ .....	56
5.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องต่างประเทศ .....	57
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย .....	58
1. ผู้เข้าร่วมวิจัย.....	58
2. รูปแบบการวิจัย.....	58
3. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	61
4. การสร้างเครื่องมือการวิจัย .....	61
5. การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	68
6. การวิเคราะห์ข้อมูล .....	69

บทที่ 4 ผลการวิจัย .....	71
บทที่ 5 บทสรุป .....	146
บรรณานุกรม .....	155
ภาคผนวก .....	163
ประวัติผู้วิจัย .....	237



## สารบัญตาราง

	หน้า
ตาราง 1 แสดงเฉลยชุดภาพประกอบการสัมภาษณ์ เรื่อง หยาดน้ำฟ้า .....	42
ตาราง 2 แสดงระดับความเข้าใจประเภทแนวคิดของนักเรียน .....	51
ตาราง 3 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนแบบเกณฑ์รวม .....	52
ตาราง 4 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนแบบเกณฑ์ย่อย .....	52
ตาราง 5 แสดงตัวอย่างรหัสข้อมูลด้านมโนทัศน์ทางวิทยาศาสตร์ .....	53
ตาราง 6 แสดงการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของสาระการเรียนรู้ สาระสำคัญ และ จุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.....	62
ตาราง 7 แสดงข้อมูลแผนการจัดการเรียนรู้ เนื้อหา เวลา และสถานการณ์ ที่ใช้ในการ จัดการเรียนรู้ .....	63
ตาราง 8 แสดงข้อมูล เนื้อหา และสถานการณ์ ที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ในบทเรียน โปรแกรม Desmos .....	65
ตาราง 9 แสดงการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบท .....	66
ตาราง 10 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.....	67
ตาราง 11 แสดงประเด็นปัญหาและแนวทางปรับปรุงแก้ไขปัญหาในการจัดการเรียนรู้ ของวงจรปฏิบัติการที่ 1 .....	94
ตาราง 12 แสดงประเด็นปัญหาและแนวทางปรับปรุงแก้ไขปัญหาในการจัดการเรียนรู้ของ วงจรปฏิบัติการที่ 2 .....	111
ตาราง 13 แสดงประเด็นปัญหาและแนวทางปรับปรุงแก้ไขปัญหาในการจัดการเรียนรู้ ของวงจรปฏิบัติการที่ 3 .....	129

ตาราง 14 แสดงผลการสรุปผลการสะท้อนแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 วงจรปฏิบัติการที่ 1 ถึงวงจรปฏิบัติการที่ 3 131

ตาราง 15 แสดงประเด็นที่ครูผู้สอนควรเน้นเมื่อนำแนวทางการจัดการเรียนการรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos ที่ทำให้เกิดการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ไปใช้ในการจัดการเรียนรู้..... 139

ตาราง 17 แสดงผลการศึกษามผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ด้วยการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ..... 145



## สารบัญภาพ

	หน้า
ภาพ 1 ผังมโนทัศน์แสดงความสัมพันธ์รูปสี่เหลี่ยมชนิดต่างๆ.....	39
ภาพ 2 ตัวอย่างชุดภาพ เรื่อง หยาดน้ำฟ้า.....	41
ภาพ 3 รูปสามเหลี่ยม ABC.....	55
ภาพ 4 แสดงวงจรการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน.....	60
ภาพ 5 ภาพแสดงสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos.....	73
ภาพ 6 ภาพแสดงคำถามที่กระตุ้นความคิดของนักเรียน โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos.....	74
ภาพ 7 ภาพแสดงพื้นที่สำหรับนักเรียนแสดงแนวคิด โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos.....	75
ภาพ 8 ภาพแสดงบทเรียน โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos.....	76
ภาพ 9 ภาพแสดงพื้นที่นำเสนอแนวทางและวิธีแก้ปัญหาที่นักเรียนค้นพบในการแก้ปัญหา.....	77
ภาพ 10 ภาพแสดงแบบฝึกหัดความเข้าใจการใช้ความมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	78
ภาพ 11 ภาพแสดงคำตอบวิธีแก้ปัญหาของนักเรียน ก่อนเรียนทฤษฎีบทพีทาโกรัส.....	79
ภาพ 12 ภาพแสดงวิธีการให้คำชี้แนะนักเรียนรายบุคคล โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos.....	80
ภาพ 13 ภาพแสดงคำตอบนักเรียนในแต่ละบทเรียนของนักเรียน.....	81
ภาพ 14 ภาพแสดงแนวคิดของนักเรียนในการติตรารางงานวัด โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos.....	82
ภาพ 15 ภาพแสดงตัวอย่างการตอบคำถามในบทเรียน โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos.....	83
ภาพ 16 ภาพแสดงกิจกรรมการหาคำตอบในการแก้ปัญหาการติตรารางงานวัด.....	84
ภาพ 17 ภาพแสดงกิจกรรมการนำเสนอวิธีในการแก้ปัญหาการติตรารางงานวัด.....	85



ภาพ 18 ภาพแสดงตัวอย่างการตอบคำถามในบทเรียนโดยจัดทำในโปรแกรม Desmos ..	86
ภาพ 19 สถานการณ์ปัญหาในบทเรียนโปรแกรม Desmos .....	87
ภาพ 20 ภาพแสดงคำตอบของนักเรียนในการแก้ปัญหา ก่อนเรียนรู้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส88	
ภาพ 21 ภาพแสดง Dashboard History เพื่อดูความเข้าใจในและการตอบคำถาม .....	89
ภาพ 22 ภาพแสดงการตอบคำถามของนักเรียนที่ยังไม่สามารถทำความเข้าใจได้ในเวลาที่กำหนด .....	90
ภาพ 23 ภาพแสดงการตอบคำถามของนักเรียนในระหว่างทำกิจกรรมในบทเรียน Desmos .....	91
ภาพ 24 ภาพการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส .....	93
ภาพ 25 ภาพการวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส.....	93
ภาพ 26 ภาพแสดงการตอบคำถามสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง .....	100
ภาพ 27 ภาพแสดงคำตอบในการแก้ปัญหา โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos.....	101
ภาพ 28 ภาพแสดงการแบ่งช่วงบทเรียนให้นักเรียนได้ศึกษา ในบทเรียนโปรแกรม Desmos .....	102
ภาพ 29 ภาพแสดงตัวอย่างการตอบคำถามในบทเรียน โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos .....	102
ภาพ 30 ภาพแสดงกิจกรรมวิธีการตรวจสอบสนามบอลเลย์บอล .....	103
ภาพ 31 ภาพแสดงการตอบคำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจในการใช้บทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos.....	104
ภาพ 32 ภาพแสดงวิธีการแก้ปัญหสนามบอลเลย์บอล จัดทำในโปรแกรม Desmos ....	105
ภาพ 33 ภาพแสดงคำตอบการแก้ปัญหสนามบอลเลย์บอล จัดทำในโปรแกรม Desmos .....	106
ภาพ 34 ภาพแสดงแนวคิดและสมมุติฐานการตรวจสอบสนามบอลเลย์บอล.....	107

ภาพ 35 ภาพแสดงกิจกรรมการเรียนรู้บทบาทเรียนโปรแกรม Desmos.....	108
ภาพ 36 ภาพแสดงการตรวจสอบสนามวอลเลย์บอล โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส .....	109
ภาพ 37 ภาพแสดงการการทำแบบฝึกหัดเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ .....	110
ภาพ 38 ภาพแสดงสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตจริงและการตอบคำถาม .....	116
ภาพ 39 ภาพแสดงคำตอบในการแก้ปัญหา โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos.....	117
ภาพ 40 ภาพแสดงแนวคิดของนักเรียนในการตีเส้นสนามเปตอง โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos .....	118
ภาพ 41 ภาพแสดงตัวอย่างการตอบคำถามในบทเรียน โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos .....	119
ภาพ 42 ภาพแสดงกิจกรรมวิธีการตีเส้นสนามเปตอง.....	120
ภาพ 43 ภาพแสดงการแก้ปัญหาของนักเรียนเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ .....	121
ภาพ 44 ภาพแสดงคำตอบการแก้ปัญหาของนักเรียน โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos	122
ภาพ 45 ภาพแสดงคำตอบของลักษณะสนามเปตอง โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos ..	123
ภาพ 46 ภาพแสดงการสร้างแนวคิดการตีเส้นสนามเปตองของนักเรียน.....	125
ภาพ 47 ภาพแสดงการให้คำแนะนำนักเรียนขณะทำกิจกรรม โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos .....	126
ภาพ 48 ภาพแสดงกิจกรรมวิธีการตีเส้นสนามเปตอง.....	127
ภาพ 49 ภาพแสดงการใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสแก้ปัญหา .....	128
ภาพ 50 แสดงผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ .....	144

# บทที่ 1

## บทนำ

### ความเป็นมาของปัญหา

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ ๒๑ เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม สามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพ และพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัย และสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560) และคณิตศาสตร์ยังช่วยพัฒนาให้แต่ละบุคคลเป็นคนที่สมบูรณ์ เป็นพลเมืองดี เพราะช่วยเสริมสร้างความมีเหตุผล ความเป็นคนช่างคิด มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีระบบระเบียบในการคิด มีการวางแผนในการทำงาน มีความสามารถในการตัดสินใจ มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย และมีลักษณะของความเป็นผู้นำในสังคม (สิริพรทิพย์คง, 2545) ซึ่งสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2553) ที่กล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญสำหรับการทำงานหรือประกอบอาชีพ โดยคณิตศาสตร์ที่เรียนในชั้นเรียนกับคณิตศาสตร์ที่ถูกนำมาใช้ในการทำงาน มีหลักการหรือหลักวิชาเดียวกัน แต่ลักษณะการใช้งาน เช่น เทคนิคการคิด การดำเนินการ การหาผลลัพธ์ มักจะแตกต่างกันตามประสบการณ์ของผู้ที่ใช้คณิตศาสตร์ นักเรียนในโรงเรียนมักใช้คณิตศาสตร์โดยการคิดหรือทำคณิตศาสตร์ตามที่ถูกสอนมาในโรงเรียน แม้จะเป็นการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเหตุการณ์หรือสถานการณ์ในชีวิต วิธีคิดหรือแก้ปัญหาก็มักจะไม่แตกต่างจากที่เรียนมามากนัก ส่วนคนที่ทำงานอาชีพต่างๆมักใช้คณิตศาสตร์ที่ถูกพัฒนาตามประสบการณ์การทำงาน เพื่อให้งานนั้นบรรลุวัตถุประสงค์อย่างมีประสิทธิภาพและรวดเร็ว วิธีคิดและคำนวณของคนทำงานจึงประกอบด้วยเทคนิคและวิธีลัดที่หลากหลาย

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ นอกจากจะมีความรู้ความเข้าใจในเรื่อง จำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น แล้วต้องส่งเสริมและพัฒนานักเรียนให้มีทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ (ศศิธร แม้นสงวน, 2556) ความรู้ทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

(1) ความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) เป็นความรู้เกี่ยวกับความหมายและโครงสร้างของคณิตศาสตร์ เป็นความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์หรือความเกี่ยวข้องกันของสิ่งที่ใช้อธิบายและให้ความหมายของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งเป็นความรู้เกี่ยวกับความคิดรวบยอด ทฤษฎี และที่มา หรือเหตุผลของขั้นตอน หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ ความรู้ประเภทนี้มีความสำคัญมากต่อการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับสูง และต่อการนำคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหา แต่มักไม่ได้ถูกเน้นในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ (2) ความรู้เชิงขั้นตอน หรือกระบวนการ (Procedural Knowledge) เป็นความรู้เกี่ยวกับการคำนวณ การระบุปัญหา การใช้กฎ กลวิธี และขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการเป็นสิ่งที่สอนกันมากในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ จนบางครั้งกลายเป็นความรู้เกี่ยวกับการทำงานเป็นลำดับขั้นแบบซ้ำ ๆ หรือเป็นการทำงานที่ผู้ทำไม่เข้าใจความหมายของสิ่งที่ทำและไม่สามารถนำความรู้ไปใช้ได้ (อัมพร ม้าคอง, 2553) ความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ มีความจำเป็นต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยเฉพาะความรู้เชิงมโนทัศน์ เพราะมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานสำคัญของการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา นักเรียนที่มีมโนทัศน์ดีจะเรียนรู้ และแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ดี (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555) การใช้ความรู้เชิงมโนทัศน์ในการอธิบายปัญหา หรือกระบวนการแก้ปัญหา จะช่วยให้นักเรียนทำงานทางคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจและสามารถนำความรู้นั้นไปประยุกต์ใช้เมื่อปัญหามีเงื่อนไขเปลี่ยนแปลงไปจากเดิม (อัมพร ม้าคอง, 2553) มโนทัศน์เป็นเนื้อหาความรู้ที่มีประโยชน์มาก หากนักเรียนสร้างมโนทัศน์ของสิ่งใดได้แล้ว ก็จะสามารถเอามโนทัศน์นั้นไปประยุกต์ใช้ในโอกาสอื่น ๆ ได้ (สุวิทย์ มูลคำ, 2547) ซึ่งสอดคล้องกับ นาดยา ปิลันธนานนท์ (2542) ที่กล่าวว่า การที่นักเรียนมีมโนทัศน์นั้นทำให้นักเรียนสามารถจัดระบบความรู้ไว้อย่างเป็นระเบียบ ทำให้จำได้ง่ายและสามารถหยิบฉวยความรู้นั้นมาใช้ให้เกิดประโยชน์ได้ ซึ่งความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถทางปัญญาในการรับรู้และเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอดในองค์ความรู้คณิตศาสตร์ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มีความสำคัญมากสำหรับทั้งผู้สอนและนักเรียนคณิตศาสตร์ ที่ช่วยให้ผู้สอนสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และสามารถเชื่อมโยงไปสู่การประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ ในขณะที่เดียวกัน มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก็มีบทบาทมากสำหรับนักเรียนในการคิด การเรียนรู้ และการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากมโนทัศน์จะทำให้นักเรียนเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี และสามารถนำสิ่งเหล่านั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนและ ไม่คุ้นเคยได้ ดังนั้น ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มโนทัศน์ จึงเป็นสิ่งสำคัญทั้งผู้สอนและนักเรียน (วนินทร สุภาพ, 2561) ซึ่งรูปแบบการจัดการเรียนรู้จะมีผลต่อความเข้าใจมโนทัศน์ของนักเรียน

ในกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา รูปแบบวิธีการสอนจะเน้นบรรยาย เมื่อนักเรียนได้เรียนรู้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ พร้อมยกตัวอย่างประกอบ ครูมักใช้แบบฝึกหัดในหนังสือ

เรียนเพื่อให้นักเรียนฝึกคิดคำนวณ และแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนสามารถหาคำตอบได้ในทำนองเดียวกับตัวอย่าง และเป็นคำถามที่ไม่ช่วยจูงใจให้นักเรียนอยากคิดอยากแก้ปัญหา หรือพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555) และจากการจัดการเรียนการสอนมโนทัศน์ พบว่ารูปแบบกิจกรรมครูใช้วิธีการสอนแบบบรรยาย ใช้แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน โดยให้นักเรียนเป็นผู้ฟัง จำขั้นตอนและทำตามขั้นตอน โดยไม่ได้ให้นักเรียนลองคิดหรือสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเอง จากรูปแบบการเรียนการสอนดังกล่าวในเรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสนักเรียนมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนในเรื่องการนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้ ซึ่งเมื่อนักเรียนต้องนำไปใช้ในการแก้ปัญหาเป็นเหตุทำให้นักเรียนบางส่วนไม่สามารถใช้มโนทัศน์ได้ถูกต้อง และสอดคล้องกับวัฒนาพร รัชชบุทช์ (2545) ที่กล่าวว่า การจัดการเรียนการสอนของครูไม่เน้นให้นักเรียนได้พัฒนาการคิดวิเคราะห์ หรือแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง แต่จะเน้นบรรยายให้ความรู้แก่นักเรียน จนนักเรียนเกิดความเคยชินจากการรับรู้จากครู ทำตามครูบอก ซึ่งสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคอง (2547) อ้างอิงใน พิพัฒน์ ปานชื่น (2558) ที่กล่าวว่า การสอนคณิตศาสตร์โดยทั่วไปนั้น ผู้สอนจะเป็นผู้วางแผนว่าจะสอนมโนทัศน์อะไรให้กับนักเรียน จากนั้นจะสอนมโนทัศน์นั้น ด้วยการอธิบายและให้ตัวอย่างที่หลากหลายตามนิยาย หรือมโนทัศน์ที่สอน เพื่อให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด หรือโจทย์ที่คล้ายกับตัวอย่างได้ วิธีนี้แม้เป็นที่นิยมใช้แต่ก็มีข้อจำกัด เพราะจำกัดกรอบความคิดของนักเรียนให้อยู่เฉพาะในกรอบที่ผู้สอนเตรียมมา ทำให้นักเรียนมีแนวคิดและมุมมองไม่กว้างพอ นอกจากนี้ ปัญหาที่มักพบอยู่เสมอคือความแตกต่างระหว่างบุคคล ที่นักเรียนแต่ละคนจะมีความแตกต่างกัน ทั้งทางด้านสังคม อารมณ์ สติปัญญา หรือแม้กระทั่งบางคนไม่ถนัดทางการเรียนคณิตศาสตร์ จึงทำให้นักเรียนคิดว่า วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยาก น่าเบื่อ และไม่สนุก (สุโขทัยธรรมมาธิราช, 2543) และ การสอนดังกล่าวไม่ทำให้เกิดความท้าทายต่อการเรียนรู้ของนักเรียน ดังนั้นการปรับรูปแบบการเรียนรู้จะทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างแท้จริง (Thongma, 2018)

จากรายงานผลการทดสอบระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2565 ค่าเฉลี่ยแยกตามมาตรฐานการเรียนรู้สำหรับโรงเรียน พบว่ามาตรฐานการเรียนรู้ที่โรงเรียนควรเร่งพัฒนาเนื่องจากคะแนนเฉลี่ยของโรงเรียนต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยระดับประเทศ ได้แก่ มาตรฐาน ค 1.3 มาตรฐาน ค 1.2 มาตรฐาน ค 1.1 มาตรฐาน ค 2.2 และ ค่าสถิติแยกตามสาระการเรียนรู้สำหรับโรงเรียน พบว่าสาระที่โรงเรียนควรเร่งพัฒนาเนื่องจากคะแนนเฉลี่ยของโรงเรียนต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยระดับประเทศ ได้แก่ สาระจำนวนและพีชคณิต และการวัดและเรขาคณิต (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2023) และ จากผลการประเมิน PISA 2018 นักเรียนไทยมีคะแนนคณิตศาสตร์ 419 คะแนน ซึ่งมีคะแนนต่ำกว่าค่าเฉลี่ย OECD (สถาบันส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2564) ซึ่งจากรายงานผลการทดสอบระดับชาติขั้นพื้นฐานสิ่งที่ โรงเรียนควรเร่งพัฒนา และผลการประเมิน PISA 2018 ผู้วิจัยจึงเลือกพัฒนา สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค



2.2 เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เนื่องจากกลุ่มประชากรเป้าหมายของ PISA จะประเมินนักเรียน ที่มีอายุระหว่าง 15 ปี 3 เดือน (เต็ม) ถึง 16 ปี 2 เดือน (เต็ม) และการสอบ PISA นักเรียนที่อยู่ในเกณฑ์มาตรฐานของ PISA จะไม่มีสิทธิ์เข้าสอบ PISA ทุกคน แต่จะใช้วิธีการสุ่มตัวอย่างซึ่ง ดำเนินการสุ่มเป็นสองระดับ คือ การสุ่มตัวอย่างระดับโรงเรียน และการสุ่มตัวอย่างระดับนักเรียน ข้อสอบคณิตศาสตร์ทุกเรื่องของ PISA อ้างอิงกับสถานการณ์ในชีวิตจริงที่ต้องใช้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ให้ความสำคัญแก่บริบทในชีวิตจริง (สถาบันส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2564) ซึ่งสอดคล้องกับ สุชาติ ปัทมวิภาต (2557) ที่กล่าวว่าแบบทดสอบของ PISA ไม่ได้เน้นวัดความรู้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่เรียนตามหลักสูตรในโรงเรียน แต่เน้นการนำคณิตศาสตร์ที่เคยได้เรียนเอามาใช้ในสถานการณ์ของชีวิตจริง นักเรียนต้องสามารถนำความรู้มาประยุกต์ใช้กับสถานการณ์จริงในบริบทต่าง ๆ ที่หลากหลายทั้งที่เกิดใกล้ตัวหรือในสังคมภายนอก โดยนักเรียนต้องใช้ความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา เริ่มจากต้องคิดให้ได้ว่าคณิตศาสตร์ไปเกี่ยวข้องกับสถานการณ์นั้นอย่างไร และแปลงปัญหาในชีวิตจริงให้อยู่ในรูปแบบปัญหาทางคณิตศาสตร์ แล้วใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ช่วยให้ได้ผลลัพธ์จากนั้นจึงตีความและประเมินผลลัพธ์ที่ได้ไปสู่อุปสรรคในชีวิตจริง ซึ่งเชื่อมโยงหลักการทางพระพุทธศาสนา สมเด็จพระพุทธโฆษาจารย์ (ประยุทธ์ ปยุตโต) เคยพูดไว้นานมาแล้วว่าการศึกษาไทยผิดเพราะแยกส่วน ชีวิตก็อย่างหนึ่ง วิชาก็อย่างหนึ่ง แต่หลักการทางพระพุทธศาสนา ชีวิต การศึกษาเป็นตัวเดียวกัน และอะไรที่คิดแบบแยกส่วนจะนำไปสู่วิกฤติเสมอ ที่ผ่านมามาศึกษาไทยเน้นการท่องวิชา ไม่ได้เน้นความจริงของชีวิตและสังคม ดังนั้นการปฏิรูปการศึกษาต้องปฏิรูปมโนธรรมเอาชีวิตสถานการณ์จริงเป็นตัวตั้ง (ประเวศ วะสี, 2562) ซึ่งสอดคล้องกับการจัดการเรียนรู้แบบปัญหาเป็นฐานที่ครูจัดการเรียนการสอนบนพื้นฐานของปัญหากระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมอย่างกระตือรือร้นในการค้นพบ การสร้างความรู้ของตนเอง แทนการให้วิธีคิดและทฤษฎีกับนักเรียน ซึ่งสิ่งที่ครูทำเมื่อสอนคือสอนโดยใช้คำถามหรือการเรียนรู้จากปัญหาเป็นฐาน เพื่อตั้งคำถามให้กับนักเรียนและให้นักเรียนได้วิธีคิดและทฤษฎีของตนเอง (Arends and Richard, 2012)

จะเห็นได้ว่าการจัดการเรียนรู้ที่น่าสนใจ คือ การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เป็นการที่ช่วยให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ด้วยตนเองจากการค้นพบและนำไปสู่ความเข้าใจที่เพิ่มขึ้น โดยที่ผู้สอนจะต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้จากประสบการณ์ของนักเรียนเพื่อการดึงดูดความสนใจให้นักเรียนอยากรู้ อยากเห็น เพื่อให้เกิดการศึกษาค้นคว้า การแก้ปัญหาที่มีความหมายและการสร้างความรู้ใหม่ (Delisle, 1997 อ้างอิงใน วันดี ต่อเพ็ญ, 2553) ซึ่งการเรียนรู้แบบนี้เป็นการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาในชีวิตจริงของนักเรียนเพื่อเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ ค้นคว้าและบูรณาการความรู้ใหม่ที่เหมาะสมกับการนำไปใช้ในสถานการณ์จริง นักเรียนเป็นผู้แก้ปัญหาโดยอาศัยเงื่อนไขและกระบวนการต่างๆ ซึ่งอาจจะไม่ต้องมีความรู้พื้นฐานมาก่อน ซึ่งสอดคล้องกับ สถาบันส่งเสริมการสอน

วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ที่กล่าวว่า ปัญหา คือ สถานการณ์ที่เผชิญอยู่และต้องการค้นหา คำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที สำหรับ ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ คือ สถานการณ์เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ซึ่งเผชิญอยู่ และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่ รู้วิธีการ หรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน กระบวนการ ยุทธวิธีการแก้ปัญหา ประสบการณ์ที่มีอยู่ในการหาคำตอบ และการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เป็นการเรียนรู้แบบ เชิงรุก ที่เกิดจากทัศนคติ ความรู้ และทักษะ เน้นการจัดประสบการณ์เรียนรู้ที่ได้จากการสำรวจ ค้นคว้า จากปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง (ปภัสรา แจ่มใส, 2563) การจัดการเรียนรู้แบบปัญหาเป็น ฐานมีส่วนช่วยส่งเสริมความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ คือเป็นการส่งเสริมให้เกิดการเรียนรู้ การคิดเชิง คณิตศาสตร์โดยใช้การให้เหตุผลร่วมกับหลักการพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ผ่านสถานการณ์ในชีวิตจริง ส่งเสริมให้นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ผ่านกิจกรรม และแบบฝึกที่ สนับสนุนทักษะการคิดเชิงคำนวณ ซึ่งจะเป็นการฝึกคิดฝึกแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบจนกลายเป็น ทักษะความรู้ เพื่อนำไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และ เทคโนโลยี, 2565)

จากความเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วของเทคโนโลยีสารสนเทศ ทำให้นักเรียนสนใจและใช้ เทคโนโลยีในรูปแบบต่างๆอย่างแพร่หลาย จนกลายเป็นส่วนหนึ่งของการดำเนินชีวิต (Charmprasert, 2014 ) ในการเปลี่ยนแปลงดังกล่าว ผู้วิจัยจึงนำเทคโนโลยีมาบูรณาการในการ จัดการเรียนรู้ และที่สำคัญคือต้องชี้แนะนักเรียนให้ไม่นำเทคโนโลยีไปใช้ในทางที่ผิดหรือใช้อย่าง รู้เท่าไม่ถึงการณ์ ในปัจจุบันมีการพัฒนาสื่อแอปพลิเคชันหลายรูปแบบที่ช่วยการเรียนการสอนใน ห้องเรียน ตั้งแต่ระดับปฐมวัยจนถึงระดับมหาวิทยาลัยโดยสื่อเหล่านี้จะอิงหลักของพัฒนาการตามวัย ของเด็ก เช่น แอปพลิเคชันฝึกทักษะเด็กปฐมวัย ซึ่งช่วยฝึกการใช้กล้ามเนื้อเล็ก โดยใช้มีอชยบเมาส์ เพื่อลากโยงเส้นหรือวาดรูปร่างต่าง ๆ ได้ตามจินตนาการ เมื่อเด็กเข้าสู่ระดับประถมศึกษา จึงเริ่มนำ แอปพลิเคชันมาประยุกต์ให้เข้ากับวิชาเรียนมากขึ้น และในวิชาคณิตศาสตร์ผู้สอนนำแอปพลิเคชันคา อุต ซึ่งพัฒนาจากการตอบโจทย์ปัญหาในห้องเรียน โดยผู้สอนจะสร้างชุดคำถามขึ้นหนึ่งชุด จากนั้น ให้นักเรียนตอบคำถามโดยผ่านอุปกรณ์สื่อสารที่เชื่อมต่อกับระบบอินเทอร์เน็ต นักเรียนที่ได้คะแนน สูงสุดคือ ผู้ที่ตอบได้เร็วและถูกต้องที่สุด (ลลิตา อ่ำบัว, 2564) แต่จากแอปพลิเคชันคาอูต ซึ่งเป็นการ ตอบคำถามแบบเลือกตอบ เมื่อนักเรียนตอบคำถาม ครบทั้งชุดคำถาม ผู้สอนไม่สามารถย้อนกลับไปดู การตอบคำถามว่านักเรียนตอบข้อไหนถูกหรือผิด และมีวิธีการคิดอย่างไร ทำให้ไม่สามารถตรวจสอบ ความเข้าใจนักเรียนได้อย่างแท้จริง และจากข้อจำกัดดังกล่าวทำให้ผู้วิจัยสนใจจัดกิจกรรมที่มีการ บูรณาการเทคโนโลยีที่สามารถตรวจสอบคำตอบของนักเรียนได้มาใช้ในการจัดการเรียนการสอน คือ โปรแกรม Desmos มาใช้ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งโปรแกรม Desmos สามารถ

ใช้งานผ่านเว็บไซต์ ใช้งานผ่านแอปพลิเคชันในสมาร์ทโฟน และในระหว่างทำกิจกรรมครูสามารถตรวจสอบการเข้าชั้นเรียน การทำกิจกรรมของนักเรียนแต่ละคน การทำแบบทดสอบของนักเรียนได้ในทันที และเมื่อนักเรียนเรียนรู้ ทำกิจกรรมหรือแบบทดสอบที่ได้รับมอบหมายเสร็จเรียบร้อยแล้ว ผู้สอนสามารถตรวจงานที่นักเรียนตอบกลับหรือแบบทดสอบที่นักเรียนทำสมบูรณ์แล้วได้ ซึ่งทำได้ทั้งแบบรายบุคคลและภาพรวม ซึ่งผู้สอนสามารถใช้บทเรียนที่มีอยู่ในโปรแกรม Desmos หรือสร้างบทเรียนผ่าน Desmos Activity Builder ให้นักเรียนใช้ศึกษาหาความรู้ ค้นคว้า หรือเรียนออนไลน์ได้ (วุฒิชัย ฤดี, 2563)

จากเหตุผลดังกล่าวผู้วิจัยสนใจศึกษา การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนานวัตกรรมทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการบูรณาการโปรแกรม Desmos เข้ากับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาที่พบเจอได้ในชีวิตจริง โดยผู้สอนนำเสนอสถานการณ์ปัญหา และให้นักเรียนร่วมกันคิดวิเคราะห์ ศึกษา ค้นคว้า กลวิธี รูปแบบการแก้ปัญหา และเกิดกระบวนการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ วิธีการแก้ปัญหา ความคิดรวบยอด ทฤษฎี รวมทั้งวิธีการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะทำให้นักเรียนเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี มีนวัตกรรมที่ถูกต้อง และสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนได้ ในเรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ดังนั้น ผู้วิจัยจึงได้ดำเนินการวิจัยเรื่อง แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนานวัตกรรมทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

### จุดมุ่งหมายของการวิจัย

1. ศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนานวัตกรรมทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. ศึกษาผลการพัฒนานวัตกรรมทางคณิตศาสตร์ ด้วยการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

### ขอบเขตการวิจัย

**ผู้เข้าร่วมวิจัย** นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2566 โรงเรียนขยายโอกาสแห่งหนึ่งในจังหวัดเพชรบูรณ์ จำนวน 22 คน

**ขอบเขตของเนื้อหา** เนื้อหาที่ใช้วิจัยในครั้งนี้เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี(สสวท.) เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส



## สิ่งที่ศึกษา

1. แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับ บทเรียนโปรแกรม Desmos เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ด้วยการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

## นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้จากปัญหาหรือสถานการณ์ที่สนใจ เน้นการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ที่ได้จากการสำรวจ ค้นคว้า และการแก้ปัญหาที่มีความสัมพันธ์เกี่ยวกับชีวิต ดึงดูดนักเรียนให้เข้าไปมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหา ครูจะเป็นผู้ที่คอยให้คำแนะนำ และออกแบบสภาพแวดล้อม ส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดและสำรวจ เกิดทักษะการคิดวิเคราะห์และคิดแก้ปัญหา เรียนรู้ผ่านการมีส่วนร่วมของนักเรียน สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง เน้นที่การประยุกต์ใช้ความรู้ที่มีอยู่และตัดสินใจทางเลือกที่เหมาะสม สำหรับการแก้ปัญหา

2. บทเรียนโปรแกรม Desmos เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 คือ บทเรียนที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น โดยใช้เนื้อหาของรายวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) จัดทำในรูปแบบของกิจกรรมจำลองสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตจริงเกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัสบนบทเรียนโปรแกรม Desmos และในระหว่างทำกิจกรรมครูสามารถตรวจสอบการเข้าชั้นเรียน ตรวจสอบการเรียนรู้ กระตุ้นนักเรียน และการทำแบบทดสอบของนักเรียนได้แบบทันที และเมื่อนักเรียนได้เรียนรู้ ทำกิจกรรมหรือแบบทดสอบที่ได้รับมอบหมายเรียบร้อยแล้ว ครูสามารถตรวจสอบงานในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรมบทเรียนและแบบทดสอบ ซึ่งทำได้ทั้งแบบรายบุคคลและภาพรวม

3. การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นการจัดการเรียนรู้โดยใช้บทเรียนที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น โดยใช้เนื้อหาของรายวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จัดทำในรูปแบบของกิจกรรมจำลองสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตจริงเกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส บนโปรแกรม Desmos โดยโปรแกรม Desmos เป็นเครื่องมือที่ช่วยให้นักเรียนสามารถสร้างกราฟและแสดงข้อมูลทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเป็นขั้นตอน โดยมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งมี 6 ขั้นตอน ดังนี้

### ขั้นที่ 1 สถานการณ์ปัญหา (Problem Scenario)

ผู้สอนจัดเตรียมสถานการณ์ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง โดยจัดทำในบทเรียนโปรแกรม Desmos และผู้เรียนจะต้องเริ่มทำความเข้าใจกับปัญหา และตอบคำถามที่จากสถานการณ์ที่ได้รับ

### ขั้นที่ 2 การค้นหาและระบุข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง (Identify Facts)

จากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้นักเรียนค้นหาข้อมูลด้วยตนเองผ่านบทเรียนโปรแกรม Desmos และร่วมกันวิเคราะห์และแสดงความคิดเห็นถึงข้อมูลที่เป็นจริงที่จะต้องรู้ และร่วมกันหาข้อเท็จจริง

### ขั้นที่ 3 การสร้างแนวคิดและสมมุติฐาน (Generate Hypotheses)

นักเรียนในกลุ่มร่วมกันวิเคราะห์และแสดงความคิดเห็นถึงวิธีการและรูปแบบวิธีการแก้ปัญหา นักเรียนนำเสนอแนวคิดที่ได้ปรึกษาและวิเคราะห์ร่วมกันในกลุ่ม ออกแบบลงในบทเรียนโปรแกรม Desmos และร่วมกันอภิปรายแนวคิดและสมมุติฐานที่นักเรียนแต่ละกลุ่มได้

### ขั้นที่ 4 ตรวจสอบความรู้เดิม และ ศึกษาความรู้ใหม่ (Knowledge Deficiencies)

นักเรียนทำกิจกรรมในบทเรียนโปรแกรม Desmos ที่ผู้สอนจัดเตรียมไว้ให้เป็นการทบทวนความรู้ และเรียนรู้สิ่งใหม่ผ่านกิจกรรมในบทเรียนโปรแกรม Desmos ผู้สอนสามารถดูการทำงานของนักเรียนได้ผ่าน Dashboard History และคอยให้คำแนะนำผู้เรียนขณะทำกิจกรรมเพื่อสร้างความเข้าใจ

ขั้นที่ 5 การนำความรู้หรือข้อมูลที่เราเรียนรู้ใหม่มาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ตามความเข้าใจ (Apply New Knowledge)

นักเรียนในกลุ่มร่วมกันสนทนาถึงวิธีการแก้ปัญหา โดยนักเรียนต้องแปลงปัญหาที่ได้รับเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ และหาผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ สามารถเขียนสมการพีทาโกรัสได้ นักเรียนแสดงวิธีแก้ปัญหาลงในบทเรียนโปรแกรม Desmos และหาผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ มีภาพจำลองทางคณิตศาสตร์ และสามารถเขียนสมการพีทาโกรัสได้ พร้อมตอบคำถามสถานการณ์ปัญหาที่ได้รับ

ขั้นที่ 6 สรุปข้อมูลให้มีโครงสร้างและความหมายทางคณิตศาสตร์ และประเมินผล (Abstraction)

ตัวแทนกลุ่มนำเสนอแนวทางและวิธีแก้ปัญหาก็กลุ่มตนเองค้นพบ นำเสนอผลงานในโปรแกรม Desmos และสมการพีทาโกรัสของแต่ละกลุ่มได้ พร้อมทั้งบอกลักษณะและสมการที่กลุ่มใช้ในการแก้ปัญหา

4. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส คือ ความรู้ความเข้าใจของนักเรียนในการอธิบายสื่อความหมาย ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยอาศัยโครงสร้างระบบทางคณิตศาสตร์ สรุปออกมาเป็นข้อสรุปหรือคำจำกัดความที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ กฎ บทนิยาม หรือวิธีทางคณิตศาสตร์ที่เกิดจากประสบการณ์ สามารถวัดได้โดยแบบทดสอบวัดมโนทัศน์

ทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น คือ ข้อสอบอัตนัย  
แบบเขียนตอบ เป็นข้อสอบที่กำหนดปัญหาหรือคำถามให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้ที่มีอยู่ไปใช้ในการ  
การหาคำตอบ



## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเรื่อง แนวทางการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับ บทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง นำเสนอตามลำดับดังต่อไปนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) และหลักสูตรโรงเรียนอนุบาลชนแดน
2. การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน
  - 2.1 ความหมายของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน
  - 2.2 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน
  - 2.3 ประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน
  - 2.4 การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานผ่านออนไลน์
3. บทเรียนโปรแกรม Desmos
4. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
  - 4.1 ความหมายมโนทัศน์
  - 4.2 ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
  - 4.3 การเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
  - 4.4 การสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
  - 4.5 รูปแบบการวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
  - 4.6 เครื่องมือเกี่ยวกับการวัดและประเมินมโนทัศน์
  - 4.7 เกณฑ์การวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
  - 4.8 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
  - 4.9 ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส
  - 4.10 มโนทัศน์ที่ถูกต้องของทฤษฎีบทพีทาโกรัส
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

## 1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) และ หลักสูตรโรงเรียนอนุบาลชนแดน

กระทรวงศึกษาธิการ (2560) ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑ จัดทำขึ้นโดยคำนึงถึงการส่งเสริมให้ผู้เรียนมีทักษะที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ในศตวรรษที่ ๒๑ เป็นสำคัญ นั่นคือ การเตรียมผู้เรียนให้มีทักษะด้านการคิดวิเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การแก้ปัญหา การคิดสร้างสรรค์ การใช้เทคโนโลยี การสื่อสารและการร่วมมือ ซึ่งจะส่งผลให้ผู้เรียนรู้เท่าทันการเปลี่ยนแปลงของระบบเศรษฐกิจ สังคมวัฒนธรรม และสภาพแวดล้อม สามารถแข่งขัน และอยู่ร่วมกับประชาคมโลกได้ ทั้งนี้การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ประสบความสำเร็จนั้น จะต้องเตรียมผู้เรียนให้มีความพร้อมที่จะเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ พร้อมทั้งจะประกอบอาชีพเมื่อจบการศึกษา หรือสามารถศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้น ดังนั้นสถานศึกษาควรจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมตามศักยภาพของผู้เรียน

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์จัดเป็น 3 สาระ ได้แก่ จำนวนและพีชคณิต การวัดและเรขาคณิต และสถิติและความน่าจะเป็น

จำนวนและพีชคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับ ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริงอัตราส่วน ร้อยละ การประมาณค่า การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน การใช้จำนวนในชีวิตจริง แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซต ตรรกศาสตร์ นิพจน์ เอกนาม พหุนาม สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน ลำดับและอนุกรม และการนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนและพีชคณิต ไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

การวัดและเรขาคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับ ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ รูปเรขาคณิต และสมบัติของรูปเรขาคณิต การนิยามภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิตในเรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อน การหมุน และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดและเรขาคณิตไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

สถิติและความน่าจะเป็น เรียนรู้เกี่ยวกับ การตั้งคำถามทางสถิติ การเก็บรวบรวมข้อมูล การคำนวณค่าสถิติ การนำเสนอและแปลผลสำหรับข้อมูลเชิงคุณภาพและเชิงปริมาณ หลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจ

## หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนอนุบาลชนแดน

หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนอนุบาลชนแดน พ.ศ. ๒๕๕๑ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) นี้ จัดทำขึ้น สำหรับนำไปใช้เป็นกรอบและทิศทางในการจัดการเรียนการสอน เพื่อพัฒนาผู้เรียนทุกคนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานให้มีคุณภาพด้านความรู้ และทักษะที่จำเป็น สำหรับการดำรงชีวิตในสังคมที่มีการเปลี่ยนแปลง นอกจากนี้มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดที่กำหนดไว้ในเอกสารนี้ จะช่วยให้ผู้ที่เกี่ยวข้องใช้เป็นแนวทางในการส่งเสริม สนับสนุนให้เกิดการพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณภาพตามมาตรฐานการเรียนรู้อย่างแท้จริง

### โครงสร้างกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ( ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ ) รายวิชาพื้นฐาน

#### ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑

ค ๒๑๑๐๑	คณิตศาสตร์พื้นฐาน ๑	๓ ชั่วโมง/สัปดาห์	จำนวน ๑.๕ หน่วยกิต
ค ๒๑๑๐๒	คณิตศาสตร์พื้นฐาน ๒	๓ ชั่วโมง/สัปดาห์	จำนวน ๑.๕ หน่วยกิต

#### ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒

ค ๒๒๑๐๑	คณิตศาสตร์พื้นฐาน ๓	๓ ชั่วโมง/สัปดาห์	จำนวน ๑.๕ หน่วยกิต
ค ๒๒๑๐๒	คณิตศาสตร์พื้นฐาน ๔	๓ ชั่วโมง/สัปดาห์	จำนวน ๑.๕ หน่วยกิต

#### ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓

ค ๒๓๑๐๑	คณิตศาสตร์พื้นฐาน ๕	๓ ชั่วโมง/สัปดาห์	จำนวน ๑.๕ หน่วยกิต
ค ๒๓๑๐๒	คณิตศาสตร์พื้นฐาน ๖	๓ ชั่วโมง/สัปดาห์	จำนวน ๑.๕ หน่วยกิต



### ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ม.2	1. เข้าใจหลักการการดำเนินการของพหุนามและใช้พหุนามในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	พหุนาม - พหุนาม - การบวก การลบ และการคูณของพหุนาม - การหารพหุนามด้วยเอกนามที่มีผลหารเป็นพหุนาม
	2. เข้าใจและใช้การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	การแยกตัวประกอบของพหุนาม - การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองโดยใช้ สมบัติการแจกแจง กำลังสองสมบูรณ์ ผลต่างของกำลังสอง

สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งของที่ต้องการวัด และนำไปใช้

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ม.2	1. ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องพื้นที่ผิวของปริซึมและทรงกระบอกในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง	พื้นที่ผิว - การหาพื้นที่ผิวของปริซึมและทรงกระบอก - การนำความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึมและทรงกระบอกไปใช้ในการแก้ปัญหา
	2. ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอกในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง	ปริมาตร - การหาปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอก - การนำความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ของปริซึมและทรงกระบอกไปใช้ในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตและทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ม.2	1. ใช้ความรู้ทางเรขาคณิตและเครื่องมือ เช่น วงเวียน และสันตรง รวมทั้ง โปรแกรม The Geometer's Sketchpad หรือโปรแกรมเรขาคณิต พลวัตอื่น ๆ เพื่อสร้างรูปเรขาคณิต ตลอดจนนำความรู้เกี่ยวกับการสร้างนี้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง	การสร้างทางเรขาคณิต - การนำความรู้เกี่ยวกับการสร้างทางเรขาคณิตไปใช้ในชีวิตจริง
	2. นำความรู้เกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนานและ รูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	เส้นขนาน - สมบัติเกี่ยวกับเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม
	3. เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง	การแปลงทางเรขาคณิต - การเลื่อนขนาน - การสะท้อน - การหมุน - การนำความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตไปใช้ในการแก้ปัญหา
	4. เข้าใจและใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และปัญหาในชีวิตจริง	ความเท่ากันทุกประการ - ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม - การนำความรู้เกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการไปใช้ในการแก้ปัญหา
	5. เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และปัญหาในชีวิตจริง	ทฤษฎีบทพีทาโกรัส - ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ - การนำความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับไปใช้ในชีวิตจริง



สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติ และใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ม.2	1. เข้าใจและใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูล และวิเคราะห์ข้อมูล จากแผนภาพจุด แผนภาพต้น-ใบ ฮิสโทแกรม และค่ากลางของข้อมูล และแปลความหมายผลลัพธ์ รวมทั้งนำเสนอสถิติไปใช้ในชีวิตจริง โดยใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม	สถิติ - การนำเสนอและวิเคราะห์ข้อมูล แผนภาพจุด แผนภาพต้น-ใบ ฮิสโทแกรม ค่ากลางของข้อมูล - การแปลความหมายผลลัพธ์ - การนำเสนอสถิติไปใช้ในชีวิตจริง



### คำอธิบายรายวิชาพื้นฐาน

ค 22102 คณิตศาสตร์พื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์  
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 เวลา 60 ชั่วโมง จำนวน 1.5 หน่วยกิต

การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองโดยใช้เอกลักษณ์ของพหุนามดีกรีสอง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส การนำความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้ในชีวิตจริง บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส รูปคลี่ ปริมาตรและพื้นที่ผิวของลูกบาศก์และทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ปริมาตรและพื้นที่ผิวของปริซึม ปริมาตรและพื้นที่ผิวของทรงกระบอกปริมาตรและพื้นที่ผิวของรูปประกอบ แผนภาพจุด แผนภาพต้นไม้ ฮิสโทแกรม ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม การเลือกและการใช้ค่ากลางของข้อมูล การให้เหตุผลทางเรขาคณิต และการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้างทางเรขาคณิต

โดยการจัดประสบการณ์หรือสร้างสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้า ฝึกทักษะโดยการปฏิบัติจริง ทดลอง สรุป รายงาน เพื่อพัฒนาทักษะกระบวนการในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำประสบการณ์ด้านความรู้ ความคิด ทักษะและกระบวนการที่ได้ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์

เพื่อให้เห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานได้อย่างเป็นระบบ มีระเบียบ รอบคอบมีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง

#### รหัสตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.2/1

ค 1.2 ม.2/2

ค 2.1 ม.2/1

ค 2.1 ม.2/2

ค 2.2 ม.2/1

ค 2.2 ม.2/2

ค 2.2 ม.2/3

ค 2.2 ม.2/4

ค 2.2 ม.2/5

ค 3.1 ม.2/1

รวมทั้งหมด 10 ตัวชี้วัด

### โครงสร้างรายวิชา คณิตศาสตร์

ค 22102 คณิตศาสตร์พื้นฐาน

กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ภาคเรียนที่ 2

เวลา 60 ชั่วโมง

จำนวน 1.5 หน่วยกิต

ลำดับ ที่	ชื่อหน่วย การเรียนรู้	มาตรฐาน การเรียนรู้/ ตัวชี้วัด	สาระสำคัญ	เวลา (ชั่วโมง)
1	การแยกตัว ประกอบ ของพหุนาม	ค 1.2 ม.2/2	การแยกตัวประกอบของพหุนาม คือ การเขียนพหุนามให้อยู่ในรูปการคูณกันของตัว ประกอบของพหุนามตั้งแต่ 2 พหุนามขึ้นไป สามารถแยกตัวประกอบได้โดยใช้สมบัติการแจก แจง สมบัติการเปลี่ยนหมู่หรือ สมบัติการสลับ ที่มาช่วยในการแยกตัวประกอบ การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a, b$ เป็นจำนวน เต็ม และ $c$ เป็นค่าคงตัวที่ $a \neq 0$ และ $x$ เป็นตัว แปร สามารถใช้ตารางการคูณเพื่อแยกตัว ประกอบของพหุนามดีกรีสองได้	10
2	ทฤษฎีบท พีทาโกรัส	ค 2.2 ม.2/5	สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลัง สองของความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาว ด้านประกอบมุมฉาก ซึ่งเรียกว่า ทฤษฎีบท พีทาโกรัส และ สำหรับรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ถ้า กำลังสองของความยาวของด้านด้านหนึ่งเท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านอีก สองด้าน แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็น รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ทฤษฎีบทพีทาโกรัส สามารถนำไปใช้ แก้ปัญหาได้ในชีวิตจริง เช่น การคำนวณ ทหาระยะทาง ความกว้าง ความยาว	12

ลำดับ ที่	ชื่อหน่วย การเรียนรู้	มาตรฐาน การเรียนรู้/ ตัวชี้วัด	สาระสำคัญ	เวลา (ชั่วโมง)
			หรือความสูงของสิ่งต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับ รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก	
3	ปริซึมและ ทรงกระบอก	ค 2.1 ม.2/1	<ul style="list-style-type: none"> <li>- รูปคลี่ของรูปเรขาคณิต 3 มิติ</li> <li>- ปริมาตรของลูกบาศก์และทรงสี่เหลี่ยม มุมฉาก</li> <li>- พื้นที่ผิวของลูกบาศก์และทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก</li> <li>- ปริมาตรของปริซึม</li> <li>- พื้นที่ผิวของปริซึม</li> <li>- พื้นที่ผิวข้างของปริซึม</li> <li>- ปริมาตรทรงกระบอก</li> <li>- พื้นที่ผิวของทรงกระบอก</li> </ul>	15
4	สถิติ	ค 3.1 ม.2/1	<p>แผนภาพจุด เป็นการนำเสนอข้อมูลโดยใช้จุด แทนจำนวน หรือ ความถี่ของข้อมูลแต่ละกลุ่ม แผนภาพต้น-ใบ เป็นการนำเสนอข้อมูลเชิง ปริมาณอีกวิธีหนึ่งที่ทำได้ง่าย ไม่ยุ่งยากซับซ้อน สามารถวิเคราะห์ข้อมูลและเข้าใจได้ง่าย โดยใช้ ข้อมูลทุก ๆ ค่า และแต่ละข้อมูลยังคงสภาพเดิม ให้เห็นอย่างชัดเจน</p> <p>ฮิสโทแกรม คือ กราฟแท่งแบบเฉพาะที่ แสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลเป็น หมวดหมู่ที่เรียกว่าชั้นข้อมูลกับความถี่ของ ข้อมูล เพื่อดูการกระจายของข้อมูล ลักษณะ ของข้อมูลที่เป็นหมวดหมู่จะเรียงลำดับจาก น้อยไปมาก</p> <p>ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คือ ค่าที่ได้จากการนำค่า ของ ข้อมูลทุกค่ามาบวกกันแล้วหารด้วย จำนวนข้อมูลทั้งหมด</p>	15

ลำดับ ที่	ชื่อหน่วย การเรียนรู้	มาตรฐาน การเรียนรู้/ ตัวชี้วัด	สาระสำคัญ	เวลา (ชั่วโมง)
			<p>มัธยฐาน คือ ค่าที่มีตำแหน่งอยู่กึ่งกลางของข้อมูลทั้งหมด เมื่อเรียงจากน้อยไปมาก หรือเรียงจากมากไปน้อย ในกรณีจำนวนทั้งหมดเป็นจำนวนคู่ ให้หาค่าเฉลี่ย</p> <p>เลขคณิตของข้อมูลคู่ที่อยู่ตรงกลาง</p> <p>ฐานนิยม คือ ข้อมูลที่มีความถี่มากที่สุด ในข้อมูลแต่ละชุดหรือข้อมูลที่มีค่าซ้ำกันมากที่สุด ข้อมูลแต่ละชุดจะมีฐานนิยมได้อย่างมาก 2 ตัว เท่านั้น ถ้ามีมากกว่านั้นให้ถือว่าไม่มีฐานนิยม</p>	
5	การให้ เหตุผล เกี่ยวกับ การสร้าง ทาง เรขาคณิต	ค 2.2 ม.2/1	<p>การให้เหตุผลทางเรขาคณิตเพื่อเป็นการพิสูจน์ว่า ข้อความที่กล่าวมานั้นเป็นจริงหรือเท็จ จะใช้เหตุผลจากคำนิยาม บทนิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท ซึ่งเป็นเหตุผลที่ได้รับ การยอมรับโดยทั่วไป โดยการพิสูจน์ประโยคเงื่อนไขสามารถทำได้ 2 วิธี คือ พิสูจน์ได้ว่า ประโยคเงื่อนไขนั้นเป็นจริง และพิสูจน์ว่า ประโยคเงื่อนไขนั้นไม่เป็นจริง</p>	8

## 2. การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

### 2.1 ความหมายของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน มาจากคำในภาษาอังกฤษว่า Problem-Based Learning (PBL) มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายไว้ดังนี้

Gallagher (1997) ได้ให้ความหมายว่า การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เป็นการเรียนรู้ที่ผู้เรียนต้องเรียนรู้จากการเรียน โดยผู้เรียนจะทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเพื่อค้นหาวิธีการแก้ปัญหา โดยจะบูรณาการความรู้ที่ต้องการให้ผู้เรียนได้รับการแก้ปัญหาเข้าด้วยกัน ปัญหาที่ใช้มีลักษณะเกี่ยวกับชีวิตประจำวันและมีความสัมพันธ์กับผู้เรียน การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานจะมุ่งเน้นพัฒนาผู้เรียนในด้านทักษะการเรียนรู้มากกว่าความรู้ที่ผู้เรียนจะได้มาและพัฒนาผู้เรียนสู่การเป็นผู้ที่สามารถเรียนรู้โดยการชี้นำตนเองได้

Greenwald (2000) ได้ให้ความหมายว่า การเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นฐาน เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ด้วยตัวเอง ในขณะที่เดียวกันยังคงรักษารูปแบบของการเรียนในชั้นและมีประสิทธิภาพสำหรับผู้เรียนที่มีความสามารถแตกต่างกัน เพราะผู้เรียนได้เลือกปัญหาและวิธีการเรียนบนพื้นฐานของพัฒนาการและความสนใจ

Hmelo-Silver (2004) ได้ให้ความหมายว่า การเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นฐานผู้เรียนเรียนรู้ผ่านการแก้ไขปัญหาซึ่งสามารถมีคำตอบที่ได้หลากหลาย โดยที่ผู้เรียนต้องทำงานร่วมกันเพื่อระบุวิธีการในการแก้ปัญหา เรียนรู้ด้วยตนเอง ใช้ความรู้ใหม่ในการแก้ไขปัญหา และสะท้อนสิ่งที่เรียนและประสิทธิภาพของกลวิธีที่ใช้

Torp and Sage (1998) ได้ให้ความหมายว่า การจัดการเรียนรู้แบบใช้ปัญหาเป็นฐานเน้นการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ที่ได้จากการสำรวจ ค้นคว้า และการแก้ปัญหาที่มีความสัมพันธ์เกี่ยวกับชีวิตประจำวันซึ่งนักเรียน อาจพบเจอการจัดการเรียนรู้แบบใช้ปัญหาเป็นฐานนั้นเป็นทางยุทธวิธีการเรียนการสอนและใช้เป็นแนวทางในการจัดหลักสูตร ซึ่งมีลักษณะดึงดูดนักเรียนให้เข้าไปมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหา ครูจะเป็นผู้ที่คอยให้คำแนะนำ และออกแบบสภาพแวดล้อม การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดและสำรวจหลักสูตรที่สร้างขึ้น จะมีปัญหาขึ้นแกนกลาง มีบทบาทในการเตรียมประสบการณ์จริงที่ส่งเสริมกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน สนับสนุนให้สร้างความรู้ด้วยตนเอง และบูรณาการสิ่งต่าง ๆ ที่เรียนรู้จากชีวิตจริงเข้าด้วยกัน ในขณะที่เรียนรู้นักเรียนจะถูกทำให้เป็นนักแก้ปัญหา และพัฒนาไปสู่การเป็นผู้ที่เรียนรู้โดยชี้นำตนเองได้ ในกระบวนการเรียนรู้ด้วยวิธีนี้ครูจะเป็นผู้ร่วมในการแก้ปัญหามีหน้าที่ในการสร้างความสนใจความกระตือรือร้นในการเรียนรู้ให้กับนักเรียน เป็นผู้แนะนำ และอำนวยความสะดวกเพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างสมบูรณ์



วัฒนา รัตนพรหม (2548) ได้ให้ความหมายว่า การจัดการเรียนรู้แบบใช้ปัญหาเป็นฐานเป็น ยุทธศาสตร์การจัดการเรียนการสอน โดยมีจุดมุ่งหมายที่จะให้นักเรียนได้เรียนจากสถานการณ์ที่เป็น จริง ซึ่งอยู่ในรูปของปัญหาที่จะพบได้ในชีวิตจริงของการปฏิบัติงานตามวิชาชีพที่หลักสูตรนั้นต้องการ ผลิตขึ้น ทั้งนี้เพื่อการศึกษาถึงองค์ความรู้ที่เกี่ยวข้องในการแก้ไขปัญหา ฝึกฝนความสามารถในการ แสวงหาความรู้ กระบวนการแก้ปัญหาและการทำงานร่วมกันเป็นทีมโดยที่ไม่ได้เน้นการศึกษาเนื้อหา เป็นรายวิชา

สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา (2550) ได้ให้ความหมายว่า การจัดการเรียนรู้แบบใช้ ปัญหาเป็นฐาน เป็นกระบวนการจัดการเรียน ที่เริ่มต้นจากปัญหาที่เกิดขึ้นโดยสร้างความรู้จาก กระบวนการทำงานกลุ่ม เพื่อแก้ปัญหาเกี่ยวกับชีวิตประจำวันและมีความสำคัญต่อนักเรียน ตัวปัญหา จะเป็นตัวตั้งต้นของกระบวนการเรียนรู้และเป็นตัวกระตุ้นการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาด้วยเหตุผล และการสืบค้นหาข้อมูลเพื่อเข้าใจกลไกของตัวปัญหา รวมทั้งวิธีการแก้ปัญหา การเรียนรู้แบบนี้มุ่งเน้น พัฒนานักเรียนในด้านทักษะและกระบวนการเรียนรู้และพัฒนานักเรียนให้สามารถเรียนรู้โดยการชี้แนะ ตนเองซึ่งนักเรียนจะได้ฝึกฝนการสร้างองค์ความรู้ใหม่โดยผ่านกระบวนการคิดด้วยการแก้ปัญหา

ทิตินา แชมมณี (2558) ได้ให้ความหมายว่า การจัดการเรียนรู้แบบใช้ปัญหาเป็นหลัก เป็น การจัดสภาพการของการเรียนการสอนที่ใช้ปัญหาเป็นเครื่องมือ ในการช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ ตามเป้าหมาย โดยครูอาจนำนักเรียนไปเผชิญสถานการณ์ปัญหาจริง หรือครูอาจจัดสภาพการณ์ให้ นักเรียนเผชิญปัญหาหรือฝึกกระบวนการคิดวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มซึ่งจะช่วย ให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในปัญหานั้นอย่างชัดเจนได้เห็นทางเลือก และวิธีที่หลากหลายในการ แก้ปัญหา รวมทั้งช่วยให้นักเรียนเกิดความใฝ่รู้ เกิดทักษะกระบวนการคิดและกระบวนการแก้ปัญหา ต่าง ๆ

พรทิพา เมืองโคตร (2558) ได้ให้ความหมายว่า การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เป็น กระบวนการเรียนรู้ที่ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้จากปัญหาหรือสถานการณ์ที่สนใจผ่านกระบวนการ ทำงานกลุ่ม การสืบค้น กระบวนการทำความเข้าใจและแก้ปัญหาด้วยเหตุผล ซึ่งตัวปัญหานั้นจะมี ความสัมพันธ์กับชีวิตจริงและเป็นจุดตั้งต้นของกระบวนการเรียนรู้ ครูผู้สอนเป็นเพียงผู้คอยให้ คำแนะนำและจัดสภาพแวดล้อมแห่งการเรียนรู้

ตันติกร คมคาย (2561) ได้ให้ความหมายว่า การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เป็นวิธีการที่ นักเรียนเรียนรู้โดยใช้ประเด็นสำคัญในกรณีปัญหาที่เป็นจริงหรือกำหนดขึ้นเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียน ศึกษาด้วยตนเองโดยการสืบค้นหาความรู้หรือทักษะต่าง ๆ แล้วนำความรู้ที่ค้นหามาเล่าสู่กันฟัง พร้อมทั้งร่วมกันอภิปรายร่วมกันเรียนรู้แล้วสรุปลงเป็นความรู้ใหม่

ปัทสรุา แจ่มใส (2563) ได้ให้ความหมายว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการใช้ ปัญหาเป็นฐานเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนได้จากการสืบค้น สำรวจ ค้นคว้า จากปัญหา

ที่มีความสัมพันธ์เกี่ยวกับชีวิตประจำวัน มีลักษณะดึงดูดผู้เรียนเข้าไปมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาซึ่งผู้สอนจะเป็นผู้คอยให้คำแนะนำและอำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนการสอน ฝึกกระบวนการวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่ม นำไปสู่การค้นคว้า หาคำตอบ ก่อให้เกิดความเข้าใจในปัญหานั้น ๆ ได้อย่างชัดเจน ถูกต้อง จนสามารถแก้ไขปัญหานั้นได้ในที่สุด

จากความหมายข้างต้นสรุปได้ว่า การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้จากปัญหาหรือสถานการณ์ที่สนใจ เน้นการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ที่ได้จากการสำรวจ ค้นคว้า และการแก้ปัญหาที่มีความสัมพันธ์เกี่ยวกับชีวิต ดึงดูดนักเรียนให้เข้าไปมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหา ครูจะเป็นผู้ที่ยคอยให้คำแนะนำ และออกแบบสภาพแวดล้อม การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดและสำรวจ เกิดทักษะการคิดวิเคราะห์และคิดแก้ปัญหา เรียนรู้ผ่านการมีส่วนร่วมของผู้เรียน สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง เน้นที่การประยุกต์ใช้ความรู้ที่มีอยู่ และตัดสินใจทางเลือกที่เหมาะสม สำหรับการแก้ปัญหา

## 2.2 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

มีนักการศึกษาได้ให้ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ไว้ดังนี้

Hmelo-Silver (2004) ได้แบ่งการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานออกเป็น 6 ระยะ คือ

ระยะที่ 1 การเสนอปัญหา (Problem Scenario) โดยที่ผู้สอนนำเสนอสิ่งที่ เป็นปัญหาในการเรียนและให้ผู้เรียนกำหนดและวิเคราะห์ปัญหาโดยระบุข้อเท็จจริงที่เกี่ยวข้องจากปัญหานั้น

ระยะที่ 2 การระบุข้อเท็จจริง (Identify Facts) เป็นขั้นที่ผู้เรียนฝึกการนำเสนอประเด็นที่เป็นปัญหาเพื่อให้สามารถเข้าใจปัญหาได้ดียิ่งขึ้น

ระยะที่ 3 การกำหนดสมมติฐาน (Generate Hypotheses) จะเกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนเข้าใจปัญหาได้ดีขึ้นแล้วจึงกำหนดข้อสมมติฐานที่คาดว่าจะสามารถแก้ปัญหานั้นได้

ระยะที่ 4 การระบุสิ่งที่ไม่รู้ (Identify Knowledge Deficiencies) เป็นขั้นตอนที่สำคัญในกระบวนการเรียนรู้ โดยที่ผู้เรียนต้องการระบุสิ่งที่ไม่รู้ที่เชื่อมโยงกับข้อปัญหา และสิ่งที่ไม่รู้นี้จะได้รับการค้นคว้าจนกลายเป็นเรื่องที่คุณเรียนรู้อีกในช่วงการเรียนรู้ด้วยตนเอง (Self-directed learning)

ระยะที่ 5 การประยุกต์ใช้ความรู้ใหม่ (Apply New knowledge) เกิดขึ้นหลังจากที่ผู้เรียนเรียนรู้ด้วยตนเองโดยประยุกต์ใช้ความรู้ใหม่และประเมินข้อสมมติฐานจากสิ่งที่ผู้เรียนได้ศึกษา

ระยะที่ 6 การนำความรู้ออกมา (Abstraction) โดยที่ผู้เรียนสะท้อนความรู้ที่ได้รับและผู้สอนช่วยผู้เรียนให้มีทักษะความรู้ที่จำเป็นต่อการแก้ไขปัญหานั้นและสอนวิธีการเรียนรู้ร่วมกัน

Kosel et al. (2005) ได้ทำการสังเคราะห์รูปแบบการสอนที่มีพื้นฐานมาจาก PBL โดยเรียกว่า รูปแบบการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน 7 ขั้น ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้



ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Making the problem clear) ในขั้นนี้นักเรียนแต่ละกลุ่มจะได้เผชิญกับสถานการณ์ปัญหาและร่วมกันทำความเข้าใจกับปัญหานั้น ซึ่งในขั้นนี้จะใช้เวลา 15 นาที

ขั้นที่ 2 ตั้งคำถาม (Formulating questions and queries) ในขั้นนี้ผู้เรียนของแต่ละกลุ่มจะต้องระดมพลังสมอง (brainstorming) เพื่อตั้งคำถามสำหรับใช้เป็นแนวทางในการค้นหาคำตอบ โดยใช้เวลาประมาณ 15-30 นาที

ขั้นที่ 3 ระบุความรู้เดิมและสิ่งที่ต้องเรียนรู้ (Identifying current knowledge and learning need) สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มจะต้องเสนอความรู้เดิมของตนเองที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาจากขั้นที่ผ่านมาโดยใช้เวลา 15 นาที

ขั้นที่ 4 สร้างกรอบแนวคิด (Structuring ideas) ในขั้นนี้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันเขียนแผนผังความคิดเกี่ยวกับองค์ความรู้เดิมและสิ่งที่ต้องค้นหาหรือเรียนรู้เพิ่มเติมโดยใช้เวลา 30 นาที

ขั้นที่ 5 สร้างเป้าหมายในการเรียนรู้ และมอบหมายภารกิจแก่สมาชิก (Formulating the learning aims and distributing assignment among group members) นักเรียนแต่ละคนจะถูกมอบหมายงานสำหรับการค้นหาข้อมูลหรือสารสนเทศต่าง ๆ เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหาโดยใช้เวลา 30 นาที

ขั้นที่ 6 ลงมือค้นหาข้อมูล (Individual activities/ research) ในขั้นนี้จะเกิดขึ้นนอกเวลาเรียนของชั้นเรียนซึ่งจะใช้เวลา 1-2 สัปดาห์ สำหรับให้นักเรียนแต่ละคนได้ดำเนินการค้นหาข้อมูลเพื่อใช้ตอบคำถามหรือแก้ปัญหาจากสถานการณ์ปัญหาที่ได้รับ

ขั้นที่ 7 อภิปรายและประเมินข้อมูล (Discussing and evaluating information) ในขั้นนี้จะใช้เวลาเรียนในชั้นเรียนของหลังจากดำเนินการขั้นที่ 1-5 ซึ่งขั้นนี้ผู้เรียนแต่ละคนจะต้องเตรียมคำตอบที่ตนเองได้ค้นพบมาร่วมกันอภิปรายในกลุ่มและร่วมกันประเมินว่าข้อมูลที่ได้เพียงพอหรือไม่ ถ้ายังไม่เพียงพอก็ร่วมกันค้นหาข้อมูลเพิ่มเติม แต่ถ้าหากว่าเพียงพอแล้วสมาชิกในกลุ่มก็ร่วมกันสรุปคำตอบและวิธีการที่ใช้แล้วนำเสนอต่อเพื่อนร่วมชั้นได้ทราบ

พรทิพา เมืองโคตร (2558) ได้สรุปขั้นตอนการเรียนรู้ ซึ่งดัดแปลงจากขั้นตอนการเรียนรู้ของเดลีส ดังนี้

#### 1. ชี้นำเข้าสู่บทเรียน

ครูเตรียมความพร้อมของผู้เรียนด้วยการนำเสนอสถานการณ์ต่าง ๆ ที่กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความสนใจ อาจเป็นสถานการณ์ที่ใกล้เคียงกับเรื่องที่เรียนรู้ต่อไป เพื่อให้ผู้เรียนสามารถมองเห็นลักษณะของปัญหาอย่างกว้างๆ และกำหนดสิ่งที่เป็นปัญหาที่ผู้เรียนได้เรียนรู้และเกิดความสนใจที่จะดำเนินการเพื่อหาคำตอบ

## 2. ชั้นกิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นที่ 1 การนำเสนอปัญหา ผู้สอนนำเสนอปัญหาที่เตรียมไว้แก่ผู้เรียนโดยที่ผู้เรียนต้องพยายามทำความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหา ผู้สอนจะต้องเชื่อมโยงปัญหาเกี่ยวกับความรู้หรือประสบการณ์เดิมของผู้เรียนในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน เพื่อให้ผู้เรียนเห็นความสำคัญและคุณค่าของปัญหานั้น ต่อการดำเนินชีวิตประจำวัน โดยอาจจะใช้การพูดคุยหรือการถามตอบเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนทำความเข้าใจและเชื่อมโยงเกี่ยวกับปัญหากับชีวิตประจำวัน

ขั้นที่ 2 การวิเคราะห์ปัญหา ขั้นนี้ผู้เรียนจะแสวงหาข้อมูลข้อเท็จจริงที่เกี่ยวข้องกับปัญหา ซึ่งอาจเป็นข้อมูลความรู้ที่ได้จากปัญหาหรือข้อมูลความรู้เดิมของผู้เรียนหรือข้อมูลความรู้ที่ได้จากการอภิปรายกลุ่ม นอกจากนี้ผู้เรียนจะต้องวิเคราะห์ถึงข้อมูลหรือความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาแต่ผู้เรียนยังไม่รู้และจำเป็นต้องรวบรวมข้อมูล หรือความรู้เพิ่มเติมจากแหล่งการเรียนรู้ รวมทั้งวิธีการให้ได้มาซึ่งข้อมูลความรู้ดังกล่าวนี้

1. การกำหนดข้อเท็จจริงจากปัญหา คือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ หรือข้อเท็จจริงที่เกิดขึ้นจากการอภิปราย หรือเป็นข้อมูลความรู้เดิมที่ได้เรียนรู้มาแล้ว

2. ประเด็นที่ต้องศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติม คือ ข้อมูลที่ต้องนำมาประยุกต์ใช้แก้ปัญหาแต่ผู้เรียนยังไม่รู้ จำเป็นต้องศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติม จะอยู่ในรูปของคำถามที่ต้องการคำตอบ บทนิยามหรือประเด็นการศึกษาที่ต้องการทราบ เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

3. วิธีการศึกษาค้นคว้า คือ วิธีการจะดำเนินการให้ได้มาซึ่งความรู้หรือข้อมูลที่ต้องการ โดยระบุว่าผู้เรียนสามารถศึกษาข้อมูลได้อย่างไร จากใครและจากแหล่งใด

ขั้นที่ 3 การกำหนดแนวทางที่เป็นไปได้ในการแก้ปัญหา ผู้เรียนนำข้อมูลความรู้ที่รวบรวมได้จาก ขั้นที่ 2 มากำหนดวิธีการหรือแนวทางในการหาคำตอบที่น่าจะเป็นไปได้ ซึ่งเปรียบเสมือนสมมติฐานที่ตั้งไว้ก่อนการลงมือปฏิบัติหรือลงมือทำ

ขั้นที่ 4 การศึกษาปัญหา ขั้นนี้ผู้เรียนจะใช้กระบวนการกลุ่มในการสำรวจปัญหาตาม กรอบแนวคิดในขั้นที่ 2 โดยแต่ละกลุ่มจะร่วมกันวางแผนการศึกษา ค้นคว้า และดำเนินการศึกษาหาข้อมูลเพิ่มเติมตามประเด็นที่ต้องศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติม จากแหล่งการเรียนรู้ต่าง ๆ แล้วนำความรู้ที่ได้มาเสนอต่อกลุ่ม เพื่อให้ได้ข้อมูลหรือความรู้เพียงพอสำหรับปัญหา ซึ่งในขั้นนี้ผู้เรียนจะเป็นอิสระในการกำหนดแต่ละหัวข้อเอง ผู้สอนจะเป็นเพียงผู้สังเกตและอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้เท่านั้น นอกจากนี้ยังสามารถเป็นแหล่งการเรียนรู้ของผู้เรียนด้วย

ขั้นที่ 5 การสังเคราะห์ข้อมูลและตัดสินใจเลือกแนวทางแก้ปัญหา ผู้เรียนนำเสนอผลการศึกษาค้นคว้าต่อกลุ่ม ผู้เรียนจะร่วมกันพิจารณาผลการศึกษา คติวิเคราะห์ข้อมูลพร้อมทั้งตัดสินใจเลือกข้อมูลและแนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา ถ้าหากว่าข้อมูลยัง

ไม่เพียงพอทั้งกลุ่มจะต้องดำเนินการศึกษาค้นคว้าหาข้อมูลเพิ่มเติมอีกครั้งก่อนที่จะทำการแก้ปัญหาต่อไป

ขั้นที่ 6 การนำเสนอผลงานหรือปฏิบัติตามทางเลือก ในขั้นนี้จะประกอบด้วยการเสนอผลงานหรือการแก้ปัญหา โดยจะเสนอแผนการดำเนินงานของกลุ่มทั้งหมด ตั้งแต่ขั้นตอนที่ 1 ถึงขั้นตอนที่ 5 ในขั้นนี้จะเปิดโอกาสให้ผู้เรียนในชั้นเรียนประเมินผลงานของกลุ่มอื่น ๆ ด้วย ในขั้นนี้ผู้สอนและผู้เรียนจะช่วยกันสรุปข้อมูล หรือความรู้ที่แต่ละกลุ่มได้ศึกษาค้นคว้ามาอีกครั้ง

### 3. ขั้นสรุป

ครูผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความรู้ที่ได้จากการทำกิจกรรมในแต่ละหัวข้อ แล้วให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยท้ายหัวข้อเรื่อง

สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ (2550) ได้กล่าวถึง ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ดังนี้

ขั้นที่ 1 กำหนดปัญหา เป็นขั้นที่ผู้สอนจัดสถานการณ์ต่างๆกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความสนใจและมองเห็นปัญหา สามารถกำหนดสิ่งที่เป็นปัญหาที่ผู้เรียนอยากรู้อยากเรียนได้และเกิดความสนใจที่จะค้นหาคำตอบ

ขั้นที่ 2 ทำความเข้าใจกับปัญหา ผู้เรียนจะต้องทำความเข้าใจปัญหา ที่ต้องการเรียนรู้ ซึ่งผู้เรียนจะต้องอธิบายถึงสิ่งต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาได้

ขั้นที่ 3 ดำเนินการศึกษาค้นคว้า ผู้เรียนกำหนดสิ่งที่ต้องเรียน ดำเนินการศึกษาค้นคว้าด้วยวิธีที่หลากหลาย

ขั้นที่ 4 สังเคราะห์ความรู้ เป็นขั้นที่ผู้เรียนนำความรู้ที่ได้ค้นคว้ามาแลกเปลี่ยน อภิปรายผล และสังเคราะห์ความรู้ที่ได้มาว่ามีความเหมาะสมหรือไม่เพียงใด เพียงพอกับการตรวจสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้หรือไม่แล้วนำข้อมูลที่ไปตรวจสอบสมมติฐานและแก้ปัญหา ถ้าไม่เพียงพอกลุ่มจะต้องกำหนดสิ่งที่ต้องเรียนรู้เพิ่มเติม แผนการเรียนรู้ และแหล่งข้อมูลแล้วดำเนินการศึกษาอีกครั้งหนึ่งเพื่อให้ได้ข้อมูลที่สมบูรณ์ก่อน

ขั้นที่ 5 สรุปและประเมินค่าของคำตอบ ผู้เรียนแต่ละกลุ่มสรุปผลงานของกลุ่มตัวเองและประเมินผลงานว่าข้อมูลที่ศึกษาค้นคว้ามีความเหมาะสมหรือไม่เพียงใด โดยพยายามตรวจสอบแนวคิดภายในกลุ่มของตนเองอย่างอิสระ ทุกกลุ่มช่วยกันสรุปองค์ความรู้ในภาพรวมของปัญหาอีกครั้ง

ขั้นที่ 6 นำเสนอและประเมินผลงาน ผู้เรียนนำข้อมูลที่ได้นำจัดระบบองค์ความรู้และนำเสนอเป็นผลงานในรูปแบบที่หลากหลาย ผู้เรียนทุกกลุ่มรวมทั้งผู้เรียนที่เกี่ยวข้องกับปัญหาร่วมกันประเมินผลงาน

จากการศึกษาขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ผู้วิจัยได้ประยุกต์ใช้ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานของ Hmelo-Silver (2004) มาใช้มาการจัดกิจกรรมการ

เรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับ บทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนานวัตกรรมทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยมีขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 สถานการณ์ปัญหา (Problem Scenario)

ขั้นที่ 2 การค้นหาและระบุข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง (Identify Facts)

ขั้นที่ 3 การสร้างแนวคิดและสมมติฐาน (Generate Hypotheses)

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบความรู้เดิม และ ศึกษาความรู้ใหม่ (Knowledge Deficiencies)

ขั้นที่ 5 การนำความรู้หรือข้อมูลที่เรารู้ใหม่มาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ตามความเข้าใจ (Apply New Knowledge)

ขั้นที่ 6 สรุปข้อมูลให้มีโครงสร้างและความหมายทางคณิตศาสตร์ และประเมินผล (Abstraction)

### 2.3 ประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (Problem Based Learning : PBL) ไว้ดังนี้

Larsson (2001) กล่าวถึงประโยชน์ของหลักสูตรที่จัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานไว้ ดังนี้

1. ในการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ผู้เรียนได้ลงมือค้นคว้าหาคำตอบด้วยตนเองส่งผลให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะในการสื่อสารกับผู้อื่น

2. การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานช่วยส่งเสริมผู้เรียนให้เข้าใจเนื้อหามากยิ่งขึ้น และวิธีการเรียนนี้ช่วยผลักดันผู้เรียนให้เป็นผู้เรียนที่เรียนรู้ได้ด้วยตนเอง ผู้เรียนจะไม่เป็นฝ่ายรับความรู้แต่ต้องเป็นผู้แสวงหาความรู้ รวมทั้งความรู้สึกของการทำงานเป็นกลุ่มยังกระตุ้นให้ผู้เรียนได้เรียนรู้

Arjuna and Jufri (2016) นำเสนอข้อดีของการใช้วิธีการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานไว้ 5 ประการ ดังนี้

1. วิธีการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานส่งเสริมการสร้างแรงจูงใจให้แก่ตนเองและช่วยให้เรียนรู้ได้อย่างเพลิดเพลินและมีประสิทธิภาพ

2. วิธีการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง เพราะผู้เรียนต้องไขว่คว้าหาทางแก้ไขปัญหา ดังนั้น ผู้เรียนจึงมีแนวโน้มว่าจะมีความรับผิดชอบต่อการเรียนมากขึ้น นอกจากนี้ ผู้เรียนยังศึกษาข้อมูลจากแหล่งข้อมูลต่าง ๆ ที่พวกเขาเลือกเอง เช่น วารสาร การค้นคว้าออนไลน์ หรือแหล่งข้อมูลอื่น ๆ จากห้องสมุดบ่อยกว่าผู้เรียนในแบบดั้งเดิม และผู้เรียนสามารถเปลี่ยนมุมมองของผู้สอนจากการทดสอบเป็นการหาคำตอบให้กับปัญหา

3. วิธีการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานสนับสนุนการเรียนรู้จากประสบการณ์ ให้ผู้เรียนใช้และจัดการสิ่งที่เรียนเพื่อที่จะได้เข้าใจปัญหา

4. วิธีการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานพัฒนาทักษะการทำงานเป็นทีมและการสื่อสารจากการรวมกลุ่มเพื่อแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้อง ส่งเสริมปฏิสัมพันธ์ให้ผู้เรียนได้มีทักษะการทำงานด้วยกัน การประเมินเพื่อน วิธีการนำเสนอ

5. ผู้เรียนบางส่วนได้ความรู้จากการเรียนในห้องเรียนเพียงเล็กน้อย ดังนั้นวิธีการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานจึงพยายามเปลี่ยนรูปแบบการเรียนรู้ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการหาทางแก้ปัญหาที่พบในชีวิตจริง เปลี่ยนวิธีการสอนจากการบรรยายเป็นการอภิปรายร่วมกัน การให้คำแนะนำ การค้นคว้าโดยร่วมมือกัน ด้วยวิธีการนี้ ผู้เรียนจะเข้ามามีส่วนร่วมในการเรียนอย่างมีความหมายมากยิ่งขึ้น

สุมนา อัสวปยุตต์กุล กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน มีประโยชน์ต่อนักเรียน ดังนี้

1. เรียนรู้กระบวนการแสวงหาความรู้และการแก้ปัญหา
2. เรียนรู้การตอบสนองต่อปรากฏการณ์ใหม่อย่างเป็นระบบ
3. เรียนรู้วิธีการศึกษาด้วยตนเอง
4. ฝึกฝนความเชื่อมั่นในวิชาที่เรียนและการทำงานเป็นทีม
5. เรียนรู้การประเมินตนเอง เพื่อนและระบบงาน

วัฒนา รัตนพรหม (2548) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน มีประโยชน์ต่อนักเรียนมีดังนี้

1. เป็นการเตรียมผู้เรียนให้เผชิญกับปัญหาที่จะเกิดขึ้นในชีวิตจริงถ้าผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่นักเรียนกับชีวิตจริง จะทำให้มีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้อย่างยิ่ง

2. ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีบทบาทสำคัญในการเรียนรู้ มากกว่าการเน้นบทบาทของครูเป็นสำคัญ การเรียนรู้โดยมีผู้เรียนเป็นผู้ริเริ่ม ดำเนินการเรียนรู้ และประเมินผลการเรียนรู้ด้วยตนเอง

3. เป็นการเรียนรู้ที่เกิดจากการตัดสินใจของผู้เรียนเองว่าจะเรียนรู้อะไรและเรียนรู้อย่างไร ผู้เรียนมีบทบาทสำคัญในการวางแผนการเรียนรู้

4. เป็นการเรียนรู้แบบสหวิทยาการ มีการบูรณาการทั้งวิธีการเรียนรู้ แหล่งข้อมูลที่หลากหลายและมีคุณภาพ

5. ส่งเสริมการเรียนรู้แบบร่วมมือ เน้นการทำงานร่วมกันเป็นทีม การเรียนรู้แบบปัญหาเป็นฐาน เป็นวิธีการกระตุ้นให้ผู้เรียนได้มีโอกาสใช้ความคิดวิเคราะห์ ใช้ความเป็นเหตุเป็นผลในการดำเนินการเรียนแต่ละขั้นตอนด้วยตนเอง

จากการศึกษาประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน สรุปดังนี้ วิธีการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เป็นการเตรียมผู้เรียนให้เผชิญกับปัญหาที่จะเกิดขึ้นในชีวิตจริง ทำให้ผู้เรียนมี



ความกระตือรือร้นในการเรียนรู้มากยิ่งขึ้น ส่งเสริมการสร้างแรงจูงใจและช่วยให้เรียนรู้ได้อย่างเพลิดเพลินและมีประสิทธิภาพ ช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง ผู้เรียนจึงมีแนวโน้มว่าจะมีความรับผิดชอบต่อการเรียนมากขึ้น เป็นการเรียนรู้จากประสบการณ์ พัฒนาทักษะการทำงานเป็นทีมและการสื่อสารจากการรวมกลุ่มเพื่อแก้ปัญหา กระตุ้นให้ผู้เรียนได้มีโอกาสใช้ความคิดวิเคราะห์

#### 2.4 การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานผ่านออนไลน์

อัจฉริยาภรณ์ ธนภพรัตนกุล (2565) ได้ให้ความหมาย และนำเสนอขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน มาผสมผสานเข้ากับการจัดการเรียนรู้รูปแบบออนไลน์ ดังนี้

การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานผ่านการเรียนรู้ออนไลน์ หมายถึง การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานผ่านเครือข่ายอินเทอร์เน็ตด้วยโปรแกรม Live meeting มีเนื้อหาที่ประกอบไปด้วยข้อความ รูปภาพ เสียง VDO และ Multimedia อื่น ๆ ส่งผ่านเนื้อหาทาง Web Browser โดยมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน

ขั้นที่ 1 กำหนดปัญหาและนำเสนอปัญหา ผู้สอนกำหนดสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความสนใจ และมองเห็นปัญหาโดยผู้สอนนำเสนอปัญหาผ่านโปรแกรม Power Point

ขั้นที่ 2 ทำความเข้าใจปัญหา เมื่อผู้เรียนได้เรียนรู้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ผู้เรียนจะต้องศึกษาและทำความเข้าใจปัญหาสถานการณ์ ผู้เรียนสามารถอธิบายสิ่งต่าง ๆ กำหนดว่าข้อมูลใดที่นักเรียนรู้อยู่แล้ว ข้อมูลใดบ้างที่จำเป็นต้องรู้เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาที่ถูกต้อง

ขั้นที่ 3 กำหนดกรอบการศึกษา ขั้นนี้เป็นขั้นที่ผู้สอนมอบใบกิจกรรมผ่าน Chat ให้ผู้เรียน โดยแบ่งผู้เรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 5 คน ผู้เรียนอภิปรายกันภายในกลุ่ม ผู้เรียนแต่ละกลุ่มสร้างประเด็นการเรียนรู้ในระหว่างการอภิปรายภายในกลุ่ม ประเด็นการเรียนรู้เป็นการระบุนว่า สิ่งใดที่พวกเขา รู้และสิ่งใดที่ยังไม่รู้ คำถามอะไรที่ควรไปหาความรู้มาเพิ่มเติม เพื่อหาคำตอบลงในใบกิจกรรม ภายในกลุ่มจะช่วยกันสังเคราะห์ความรู้ที่ได้มาว่าเพียงพอที่ใช้แก้ปัญหาหรือไม่ ถ้าความรู้ที่ได้มายังไม่เพียงพอ แต่ละกลุ่มจะต้องร่วมกันเพิ่มเติมความรู้

ขั้นที่ 4 มอบหมายความรับผิดชอบ แต่ละกลุ่มจะต้องแสดงการแก้ปัญหาในใบกิจกรรมที่แต่ละกลุ่มได้รับ โดยผู้เรียนจะค้นคว้าหาข้อมูลเพิ่มเติมจากใบความรู้หนังสือ หรือสื่อออนไลน์ วิเคราะห์ทางเลือกและแนวทางการแก้ปัญหา เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหาและหาคำตอบ

ขั้นที่ 5 สรุป นำเสนอ และประเมินผลงาน ผู้เรียนแต่ละกลุ่มสรุปผลงานของกลุ่มตนเอง และประเมินผลว่าข้อมูลได้จากการศึกษาค้นคว้ามีความเหมาะสมหรือไม่เพียงใด รวมทั้งกำหนดประเด็นปัญหาจากสถานการณ์ปัญหาที่ได้จากการอภิปรายร่วมกันภายในกลุ่มและส่งให้ผู้สอนนำเสนอผ่าน Live meeting โดยผู้สอนและผู้เรียนทุกคนร่วมกันประเมินผลงาน



### 3. บทเรียนโปรแกรม Desmos

วุฒิชัย ภูติ (2563) ได้กล่าวถึง การบริหารจัดการชั้นเรียนด้วย Desmos Classroom Activities ว่า เพื่อให้ครูผู้สอนนำไปประยุกต์ใช้การสอนที่มีวิวัฒนาการของเทคโนโลยีแบบก้าวกระโดด และมีอิทธิพลต่อการดำรงชีวิตในทุก ๆ วัน Desmos เป็นซอฟต์แวร์ทางคณิตศาสตร์แบบไดนามิกอีกแบบหนึ่ง ที่สามารถให้ครูและนักเรียนสามารถใช้ผ่านเว็บไซต์ หรือใช้ผ่านแอปพลิเคชันในสมาร์ทโฟน ทั้งในระบบปฏิบัติการ iOS และระบบปฏิบัติการ Android เป็นแอปพลิเคชันที่เปิดให้ใช้งานฟรี สามารถคำนวณค่า เขียนกราฟจากสมการต่างๆ สามารถสร้างบทเรียนผ่าน Desmos Activity Builder ให้ผู้เรียนใช้เรียนออนไลน์ได้ ใน Desmos จะมีบริการ Desmos Classroom Activities ซึ่งใช้ในการเรียนการสอนออนไลน์ สามารถเข้าใช้งานได้ที่ <https://teacher.desmos.com> โดยผู้ใช้งานต้องลงทะเบียนก่อนจึงจะเข้าสู่ระบบได้ ซึ่งทำได้ 2 วิธี คือ การลงทะเบียนใน Desmos และการใช้ google account เมื่อครูผู้สอนทำการลงทะเบียนและเข้าสู่ระบบแล้ว สามารถเลือกกิจกรรมเพื่อสร้างชั้นเรียนได้จากคลังกิจกรรม ที่สมาชิกร่วมกันออกแบบและนำมาแบ่งปัน หรือทำการออกแบบกิจกรรมเองให้สอดคล้องกับความต้องการของครูผู้สอน และ วุฒิชัย ภูติ (2564) ได้กล่าวถึง การสร้างกิจกรรมในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ออนไลน์ด้วย Desmos Classroom Activities เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนรู้ แนะนำเครื่องมือที่สามารถสนับสนุนให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่หลากหลายในทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีขั้นตอนและวิธีการใช้งานดังนี้ สร้างชื่อเพื่อสร้างกิจกรรมและเลือกเครื่องมือต่าง ๆ ในการออกแบบกิจกรรม คือ

กราฟ เป็นเครื่องมือหลักของ Desmos ซึ่งจะใช้แสดงพิกัดหรือกราฟของฟังก์ชันต่างๆ ให้นักเรียนสังเกตและเรียนรู้เกี่ยวกับกราฟและความสัมพันธ์ต่าง ๆ ทั้งนี้ นักเรียนยังสามารถตอบโต้กับครูผู้สอนผ่านทางเครื่องมือ Input ได้

เครื่องมือร่าง เป็นเครื่องมือที่ช่วยให้นักเรียนนำเสนอแนวคิดต่างๆ ด้วยการวาดเช่น วาดกราฟ วาดรูป วาดรูปทรงต่างๆ และสามารถเลือกพื้นหลังได้ว่าต้องการให้เป็นสีขาว ตารางกราฟ หรือภาพต่างๆ ได้ เพื่อให้น่าสนใจในการเรียนรู้

เครื่องมือตาราง ช่วยให้นักเรียนสามารถสำรวจและทำความเข้าใจความสัมพันธ์โดยใช้เครื่องมือกราฟ การบันทึกข้อมูลทางสถิติ และให้นักเรียนใส่คำตอบลงไปตารางได้ เพื่อเป็นการทดสอบความเข้าใจในการเรียนรู้ เช่น การใช้คู่กับเครื่องมือกราฟ เพื่อให้นักเรียนบอกพิกัดของจุด

เครื่องมือมีเดีย เป็นการเพิ่มรูปภาพหรือคลิปวิดีโอลงในกิจกรรมโดยการอัปโหลด ซึ่งจะทำให้กิจกรรมที่สร้างขึ้นมีความหลากหลายและน่าสนใจมากขึ้น

เครื่องมือโน้ต เป็นเครื่องมือที่ช่วยเพิ่มคำอธิบายให้กับเครื่องมืออื่น หรือใช้การตั้งคำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดตาม เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้อย่างถูกต้อง และสามารถใช้งานกับเครื่องมืออื่นได้ เช่น กราฟ ตาราง มีเดีย ซึ่งจะทำงานสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

เครื่องมือสร้างตัวเลือก มีให้เลือก 2 แบบ ได้แก่ แบบเลือกได้คำตอบเดียว และแบบเลือกได้หลายคำตอบและสามารถใช้ระบบสุ่มคำตอบได้ซึ่งนำไปประยุกต์ใช้ในการสร้างข้อสอบแบบออนไลน์ได้

เครื่องมือ Marble Slides เป็นเครื่องมือที่ให้นักเรียนสามารถสำรวจกราฟของฟังก์ชัน โดยสามารถสร้างรูปดาวในจุดต่างๆ และสร้างจุดปล่อยลูกบอล จากนั้นให้นักเรียนเขียนกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดแล้วกด Launch จะมีลูกบอลไหลลงมาจากจุดปล่อย

เครื่องมือเรียงบัตร (Card Sort) เป็นเครื่องมือออกแบบกิจกรรมในการจับคู่บัตร สามารถแทรกภาพ ตัวเลข ตัวอักษร และสามารถเฉลยคำตอบได้ ตัวอย่างเช่น ให้นักเรียนจับคู่อาหารประจำชาติจับคู่ชุดประจำชาติ จับคู่สมการกับคำตอบ หรือจับคู่กราฟกับสมการ

เมื่อสร้างกิจกรรมเสร็จแล้ว กด Next จากนั้นระบบจะให้กรอกรายละเอียดของกิจกรรมที่เราสร้างขึ้น และทำการบันทึก Draft หรือทำการเผยแพร่ (Publish) พร้อมนำไปสร้างห้องเรียนออนไลน์ต่อไป

จากที่กล่าวมาข้าง ผู้วิจัยได้ประยุกต์ใช้ขั้นตอนเพื่อนำมาออกแบบและสร้างบทเรียนโปรแกรม Desmos เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) จัดทำในรูปแบบของกิจกรรมจำลองสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง และในระหว่างทำกิจกรรมครูสามารถตรวจสอบการเข้าชั้นเรียน ตรวจสอบการเรียน และการทำแบบทดสอบของนักเรียนได้ทันที และเมื่อนักเรียนได้เรียนรู้ ทำกิจกรรมหรือแบบทดสอบที่ได้รับมอบหมายเรียบร้อยแล้ว ครูสามารถตรวจสอบงานที่นักเรียนตอบกลับหรือแบบทดสอบที่นักเรียนทำสมบูรณ์แล้วได้

#### 4. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

##### 4.1 ความหมายมโนทัศน์

มโนทัศน์ เป็นคำที่มาจากภาษาอังกฤษว่า Concept ซึ่งมีผู้กำหนดคำอื่นๆ ขึ้นมาใช้ในความหมายเดียวกันอีกมากมาย เช่น ความคิดรวบยอด มโนคติ มโนมติ มโนภาพ สังกัป เป็นต้น ซึ่งมีผู้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ดังนี้

สุวิทย์ มูลคำ (2547) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า หมายถึง ความคิด ความเข้าใจ ที่สรุปเกี่ยวกับการจัดกลุ่ม สิ่งใดสิ่งหนึ่ง หรือเรื่องหนึ่งที่เกิดจากการสังเกต หรือการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้น แล้วใช้คุณลักษณะ หรือคุณสมบัติที่มีคุณลักษณะคล้ายคลึงกัน จัดเข้าเป็นกลุ่มเดียวกัน ซึ่งจะทำให้เกิดความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ได้ง่ายขึ้น ดังนั้นมโนทัศน์จะทำให้เราสามารถจำแนกสิ่งต่างๆ และเข้าใจได้รวดเร็ว ตามประสบการณ์ของเราที่ผ่านมา

Medin (1989) อ้างถึงใน เกียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2549) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า หมายถึง ภาพในความคิดที่เปรียบเสมือน ภาพตัวแทน หมวดหมู่ของวัตถุ สิ่งของ แนวคิด ที่มีลักษณะทั่ว ๆ ไปคล้ายกัน

ราชบัณฑิตยสถาน (2540) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่าหมายถึง ภาพที่เกิดในใจซึ่งเป็นตัวแทนของสิ่งหลายสิ่งต่าง ๆ แต่มีลักษณะบางอย่างคล้ายกัน เช่น แมว เป็นมโนทัศน์ทั่วไปสำหรับแมวทั้งหมด ถึงแม้แมวแต่ละตัวอาจไม่เหมือนกัน หรือ ดำ เป็นมโนทัศน์ของสีดำ หรือความดำทั่วไปไม่ว่าจะปรากฏเป็นคุณลักษณะของสิ่งใดในโอกาสไหน

Klausmeiern (1985) อ้างถึงใน วิชัย วงษ์ใหญ่ (2537) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า หมายถึง สิ่งที่ทำให้ทราบคุณลักษณะของสิ่งต่างๆ ไม่ว่าจะป็นวัตถุ เหตุการณ์หรือกระบวนการ ซึ่งทำให้แยกสิ่งต่าง ๆ ออกจากสิ่งอื่น ๆ ได้ในขณะที่เดียวกันก็สามารถเชื่อมโยงเข้ากับกลุ่มของประเภทเดียวกันได้

นวลจิตต์ เชาวศิริพิงศ์ (2551) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า หมายถึง ความเข้าใจที่มีต่อสิ่งของ หรือสถานการณ์ เป็นผลสรุปการรับรู้ของสิ่งนั้นๆ ในรูปของนามธรรม

เกียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2549) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า หมายถึง การคิดถึงหรือจินตนาการถึงบางสิ่ง การเกิดแนวคิดหรือเกิดความเข้าใจต่อเรื่องใดเรื่องหนึ่งในความคิดของเรา

Martorella and Cooper (1986) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้สองความหมายในเวลาเดียวกันว่า

1) มโนทัศน์เป็นการจัดลำดับชั้นของประสบการณ์ที่เป็นระเบียบ

2) มโนทัศน์เป็นรายงานของความเกี่ยวพันทางปัญญา ที่นำมาจัดลำดับชั้นหรือประเภทซึ่งไม่เพียงแต่จะจำแนกวัตถุ เหตุการณ์ที่ประสบ ถึงแม้เราจะเผชิญกับสิ่งใหม่ๆ หรือประสบการณ์เก่าๆ เราจะนำมโนทัศน์ทั้งเก่าและใหม่มาประสานสัมพันธ์ในการแก้ปัญหา

Arends (1994) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า หมายถึง ความเข้าใจความคิดของบุคคลที่มีต่อสิ่งต่างๆ รอบตัวเรา และสามารถบอกความเหมือนหรือความต่างของสิ่งนั้น ๆ

สุรชัย ขวัญเมือง (2522) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า หมายถึง การสร้างความคิดอันหนึ่งให้เกิดขึ้นเป็นการสรุปความคิดหรือข้อคิดที่เหมือนกันอันเกิดจากประสบการณ์หรือปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น

อัจฉราพรรณ เกิดแก้ว (2524) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า หมายถึง ความรู้ ความเข้าใจ การนำไปใช้ รวมทั้งความสามารถในการสรุปและจำแนกสิ่งต่างๆ

จากความหมายข้างต้นสรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับลักษณะสำคัญเกี่ยวกับ สิ่งใดสิ่งหนึ่ง หรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกิดจากการสังเกต หรือการได้รับประสบการณ์

เกี่ยวกับสิ่งนั้น เป็นความคิดนามธรรม ที่ทำให้นักเรียนสามารถจำแนกสิ่งที่มีลักษณะตามความคิดนามธรรมนั้นๆ ได้

#### 4.2 ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ในทางคณิตศาสตร์มีผู้ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Bell (1981) ได้ให้ความหมายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ 3 แบบ คือ

1) มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์บริสุทธิ์ เป็นการจัดประเภทของจำนวนความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน และการใช้สัญลักษณ์แทนจำนวน เช่น หก แปด IV เป็นต้น

2) มโนทัศน์ทางสัญกรณ์ เป็นข้อตกลงเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความหมายและสมบัติของจำนวน เช่นการทราบว่าตัวเลขในจำนวน 275 ว่าตัวเลขแต่ละตัวหมายถึงอะไร เช่น 2 หมายถึง 200, 7 หมายถึง 70 และ 5 หมายถึง 5 ดังนั้น 275 หมายถึง  $200 + 70 + 5$

3) มโนทัศน์ในการประยุกต์ เป็นการใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์บริสุทธิ์กับมโนทัศน์ทางสัญกรณ์ไปแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และใช้ในสาขาที่เกี่ยวข้อง เช่น ความยาว พื้นที่ และปริมาตร

Good (1959) ได้ให้ความหมายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง ความคิดสำคัญ ความเข้าใจที่เกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ในด้านการคำนวณ ความสัมพันธ์กับจำนวน การให้เหตุผลอย่างมีระบบและคุณลักษณะภายนอกของสิ่งของอันเกิดจากการสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์ แล้วนำลักษณะนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันให้เป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์

อุทุมพร ทองอุไทย (2510) ได้ให้ความหมายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง ความคิด ความเข้าใจที่สรุปเรื่องใดเรื่องหนึ่งในทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จะเกิดขึ้นได้นั้น นักเรียนจะต้องมีประสบการณ์เกี่ยวกับเรื่องนั้น ๆ มาก่อน

ยงยศ พุทธิให้ (2543) ได้ให้ความหมายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า ความคิดขั้นสุดท้ายซึ่งเป็นข้อสรุปหรือคำจำกัดความที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์

สุริยา รัตนพลที (2545) ได้ให้ความหมายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง ความคิดขั้นสุดท้าย ซึ่งเป็นการสรุปกฎเกณฑ์ นิยามหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ อันเกิดจากประสบการณ์หรือปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นซึ่งมีอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน

อัมพร ม้าคนอง (2553) ได้ให้ความหมายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับความหมายและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เป็นความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์ หรือความ



เกี่ยวข้องกันของสิ่งที่ให้อธิบายและให้ความหมายของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ความคิดรวบยอด ทฤษฎี และที่มาหรือเหตุผลของขั้นตอน หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์

จากความหมายข้างต้นสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ความเข้าใจ ความคิดขั้นสุดท้ายซึ่งเป็นข้อสรุปหรือคำจำกัดความที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ เป็นการสรุป กฎเกณฑ์ บทนิยามหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการวิธีการทางคณิตศาสตร์ อันเกิดจากประสบการณ์

#### 4.3 การเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

การเรียนรู้มโนทัศน์เป็นสิ่งสำคัญและมีประโยชน์ ถ้าเรียนรู้มโนทัศน์ใดแล้วย่อมสามารถนำ ความรู้นั้นไปประยุกต์ใช้ได้เรื่อย ๆ (สุวิทย์ มูลคำ, 2547) ซึ่งมีผู้ได้กล่าวถึงการเรียนรู้มโนทัศน์ไว้ดังนี้

Ausubel (1968) ได้กล่าวว่ากระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์อาจแบ่งได้เป็น 2 อย่าง คือ

1. การสร้างมโนทัศน์ (Concept Formation) หมายถึง การเรียนรู้มโนทัศน์จาก ประสบการณ์ของการเรียนรู้เป็นการเรียนรู้โดยการค้นพบ หรือใช้วิธีการอุปมาน (Inductive Process) ตัวอย่างเช่น เด็กที่เรียนรู้มโนทัศน์ของเครื่องใช้ในชีวิตประจำวัน เช่น หมวก และรองเท้า โดยมีประสบการณ์ว่า ถ้าจะออกไปข้างนอกจะต้องสวมหมวกที่ศีรษะ สวมรองเท้าที่เท้า เป็นต้น

2. การแตกย่อยของมโนทัศน์ (Concept Assimilation) หมายถึง กระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์แบบอุปมาน (Deductive Process) โดยทราบคำจำกัดความของมโนทัศน์พร้อมกับตัวอย่างของ มโนทัศน์และคุณลักษณะวิกฤติ (Critical Attributes) ของมโนทัศน์นั้น เด็กโตและผู้ใหญ่ใช้ กระบวนการ Concept Assimilation นี้

Podell (1958) ได้แบ่งกระบวนการในการสร้างมโนทัศน์เป็น 2 กระบวนการคือ

1. การมองเห็นลักษณะร่วม (Composite Photograph) คือการที่ผู้เรียนสามารถเข้าใจ ลักษณะร่วมของวัตถุหรือสภาพการณ์กลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง โดยผู้เรียนซึ่งได้ทำกิจกรรมเพื่อค้นหา มโนทัศน์ มากมาย เช่น เด็กเห็นสุนัข บ่อย ๆ ทั้ง ๆ ที่สุนัขเหล่านั้นเป็นชนิดที่แตกต่างกันออกไปหลายชนิด ด้วยกัน เด็กก็สามารถเห็นลักษณะร่วมของสุนัขได้ เช่น มีสี่ขา หางยาว มีปาก มีขน ครั้นต่อไปถ้าเขา เห็นสัตว์ประเภทนี้อีกเขาก็ทราบว่ามันเป็นสัตว์ประเภทเดียวกัน

2. การกระทำกิจกรรมเพื่อค้นหาความคิดรวบยอด (Active Search) คือการที่ผู้เรียนต้อง ทำกิจกรรมต่าง ๆ เพื่อค้นหาความคิดรวบยอดโดยที่ผู้เรียนคาดการณ์ไว้ล่วงหน้าว่าลักษณะร่วมของสิ่ง ต่าง ๆ เหล่านั้นคืออะไร แล้วจึงทำกิจกรรมเพื่อเป็นการทดสอบ

ปราณี รามสูต (2528) มโนทัศน์ของคนเราเกิดจากการ ได้รับประสบการณ์และ กระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์เกิดขึ้นเมื่อปะทะกับสิ่งเร้า บุคคลจะเกิดการรับรู้ เมื่อรับรู้แล้วก็จะเก็บ เป็นความจำเมื่อได้รับรู้กลุ่มของสิ่งเร้าใดมากเข้าความจำเกี่ยวกับกลุ่มของสิ่งเร้านั้นมีมากขึ้น ก็เกิด การคิดหาเหตุผล มีการประสมประสานกันระหว่างการรับรู้ ความจำ และความคิดเกี่ยวกับสิ่งนั้น การ

มองเห็นความแตกต่างของกลุ่มสิ่งเร้านั้น ๆ ว่าต่างไปจากกลุ่มสิ่งเร้าอื่นอย่างไรและการสรุปขยายอ  
ลักษณะของสิ่งเร้านั้นว่าคล้ายคลึงกับสิ่งเร้าประเภทเดียวกันในแง่ใดบ้าง

ยุพิน พิพิธกุล (2529) ได้เสนอกระบวนการสร้างมโนทัศน์ไว้ดังนี้

1. นักเรียนต้องมีความรู้ ทักษะ ประสบการณ์และพร้อมที่จะเรียนเรื่องใหม่จากความรู้เดิม  
ของเขา เขาจะสังเกตเห็นคุณสมบัติร่วม ความสัมพันธ์แบบแผนโครงสร้างของความคิด สิ่งเหล่านี้  
ประมวลกันเข้าทำให้เขานำไปสู่ข้อสรุปได้

2. นักเรียนต้องได้รับแรงจูงใจหรือถูกกระตุ้นให้อยากเรียน มีความเต็มใจที่จะมีส่วนร่วมใน  
กิจกรรมการเรียน ผู้เรียนต้องนึกอยู่เสมอว่าเขากำลังทำอะไร เห็นอะไรรู้สึกอย่างไร คิดอย่างไร การ  
เรียนจะเป็นไปได้ดีก็ต่อเมื่อผู้เรียนนั้นได้ตอบสนองต่อภาพการเรียนและเขาจะตอบสนองก็ต่อเมื่อเขา  
คิด

3. นักเรียนจะต้องมีความสามารถที่จะมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน การเกิดมโนทัศน์นั้น  
เป็นกระบวนการของปัญหาซึ่งเกี่ยวข้องกับกิจกรรมเช่น การเห็น การฟัง การอ่าน การเขียน การ  
คำนวณ การคิด การพูด การลงมือทำ การใช้นามธรรม การใช้สัญลักษณ์ การสรุป นั่นก็หมายความว่า  
มโนทัศน์จะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อ นักเรียนสามารถทำสิ่งเหล่านั้น

4. นักเรียนต้องได้รับการแนะนำเพื่อเป็นแรงจูงใจให้เขาเรียนอย่างมีประสิทธิภาพ การ  
เรียนแบบลองผิดลองถูกอาจทำให้เด็กเกิดความท้อถอย เพราะเข้าไปไม่ถึงจุดมุ่งหมายสักที

5. จะต้องจัดวัสดุ อุปกรณ์ให้ผู้เรียนอย่างถูกต้องและเหมาะสม เช่นของจริง ภาพ แบบเรียน  
 เป็นต้น

6. นักเรียนจะต้องมีเวลาเพียงพอสำหรับที่จะมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม ในการที่นักเรียน  
จะเกิดมโนทัศน์นั้นจะต้องใช้เวลาการเรียนเป็นกระบวนการ ที่ค่อยพัฒนาไปทีละน้อย การที่จะสร้าง  
มโนทัศน์ได้นั้นต้องการประสบการณ์ที่ต่างกัน

สุวิทย์ มูลคำ (2547) มโนทัศน์ของสิ่งใดจะเกิดขึ้น ก็ต่อเมื่อเราได้ภาพรวมเกี่ยวกับ  
ลักษณะเฉพาะของสิ่งนั้น ๆ

จากความหมายข้างต้นสรุปได้ว่า การเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องมีความรู้  
ทักษะ ประสบการณ์ มีครูคอยชี้แนะแนวทาง และจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้ฝึกปฏิบัติเพื่อนำไปสู่การ  
พัฒนามโนทัศน์



#### 4.4 การสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

Ausubel อ้างอิงใน สุรางค์ โค้วตระกูล (2545) เสนอหลักการสอนที่รู้จักโดยทั่วไปว่า "Top - Down " ซึ่งเชื่อว่าถ้าผู้เรียนได้เรียนมโนทัศน์ที่มีความหมายกว้างครอบคลุมมโนทัศน์ย่อยหลาย ๆ อย่างก่อน โดยรู้คุณลักษณะที่สำคัญ หรือวิกฤตของมโนทัศน์นั้น ก็จะส่งผลให้ผู้เรียนสามารถจัดมโนทัศน์ย่อยที่มีคุณลักษณะร่วมให้อยู่ภายใต้ได้ ทั้งนี้ Ausubel เสนอหลักการสอนดังนี้

1. เริ่มด้วยมโนทัศน์ที่มีความหมายกว้างและมีคุณลักษณะสำคัญครอบคลุมมโนทัศน์ย่อยอื่นๆ
2. เน้นให้ผู้เรียนทราบถึงคุณลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์
3. จัดกลุ่มสิ่งเร้าที่มีคุณลักษณะสำคัญร่วมกับมโนทัศน์ที่ได้บอกผู้เรียนในข้อหนึ่ง
4. ให้ตัวอย่างเฉพาะสิ่งเร้า ซึ่งอาจจะเป็นสัตว์ วัตถุ สิ่งของที่มีคุณลักษณะเหมือนกับมโนทัศน์
5. สรุปลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์ย่อย พร้อมกับให้ตัวอย่าง

Gange อ้างอิงใน สุรางค์ โค้วตระกูล (2545) ได้เสนอรูปแบบการสอนที่เรียกว่า Bottom - up Model ซึ่งเป็นวิธีที่ตรงข้ามกับ Ausubel มีหลักการในการสอนมโนทัศน์ ที่เริ่มสอนจากมโนทัศน์ที่เฉพาะและง่ายก่อน โดยให้ผู้เรียนทราบคำจำกัดความและคุณลักษณะของมโนทัศน์เพื่อจะได้นำไปใช้เป็นพื้นฐานที่จะสร้างกฎหรือหลักการที่จะเรียนรู้มโนทัศน์ที่กว้างหรือสูงขึ้น โดยมองเห็นความสัมพันธ์ของมโนทัศน์เฉพาะกับมโนทัศน์รวม

Klausmeir and Frayer อ้างอิงใน สุรางค์ โค้วตระกูล (2545) ได้แบ่งการสอนมโนทัศน์เป็น 3 รูปแบบ คือ

1. การสอนขั้นรูปธรรมและขั้นเหมือน
2. การสอนมโนทัศน์ประเภทการจัดกลุ่มขั้นต้น
3. การสอนมโนทัศน์ขั้นที่มีวุฒิภาวะและขั้นสูง โดยมีรายละเอียดในแต่ละขั้นดังนี้

##### 3.1 การสอนมโนทัศน์ขั้นรูปธรรมและขั้นเหมือน (Concrete / Identify Level Process)

3.1.1 แสดงตัวอย่างซึ่งอาจจะเป็นของจริงหรือรูปภาพ พร้อมกับมีของที่เหมือนกับตัวอย่างไว้หลาย ๆ อย่าง

3.1.2 ในขณะที่แสดงตัวอย่างให้ผู้เรียนดู ครูจะต้องบอกชื่อมโนทัศน์พร้อม ๆ กับตัวอย่าง

3.1.3 ครูจะต้องบอกข้อมูลย้อนกลับให้ผู้เรียนทันทีว่าคำตอบของผู้เรียน ถูกหรือผิดการบอกให้ผู้เรียนทราบทันที จะช่วยให้ผู้เรียนจำสิ่งที่เรียนได้ดีขึ้น

3.1.4 ครูควรแสดงรูปภาพที่มีขนาด หรือสีต่างกันไป ให้ผู้เรียนดูและถาม แล้วบอกว่าเป็นอะไร

3.1.5 ถ้ามีความจำเป็นที่จะต้องสอนผู้เรียนซ้ำตั้งแต่ขั้นหนึ่งถึงขั้นสี่ก็ควรจะทำ เพื่อความแน่ใจว่าผู้เรียนได้เรียนรู้ความคิดรวบยอดที่ครูตั้งใจจะสอน

### 3.2 การสอนมโนทัศน์ประเภทการจัดกลุ่มขั้นต้น (Beginning Classificatory Level)

3.2.1 ครูยกตัวอย่างมโนทัศน์ที่ต้องการจะเสนอพร้อมกับสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างสัก 2-3 อย่าง

3.2.2 ช่วยหรือแนะให้ผู้เรียนใช้วิธีอนุมานหรืออุปมาน เพื่อจะหาคุณลักษณะพิเศษของสิ่งนั้น

3.2.3 ให้ผู้เรียนให้คำจำกัดความของสิ่งนั้นด้วยตนเอง

3.2.4 ให้นักเรียนบอกคุณลักษณะสำคัญที่นักเรียนค้นพบเป็นเกณฑ์ เป็นลักษณะที่เหมือนกันและแตกต่างกัน หรือลักษณะที่มีส่วนสัมพันธ์กัน

### 3.3 การสอนมโนทัศน์ขั้นที่มีวุฒิภาวะและขั้นสูง (Mature Classificatory and Formal Level)

3.3.1 เตรียมผู้เรียนให้มีความสนใจและใส่ใจมโนทัศน์ที่จะเรียนรู้ โดยบอกชื่อความคิดรวบยอดที่จะเรียน

3.3.2 ให้ตัวอย่างและสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างของมโนทัศน์เพื่อให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์และเชื่อมโยงไปสู่ลักษณะของมโนทัศน์นั้น ๆ

3.3.3 ช่วยผู้เรียนให้ตั้งคำถามที่จะทำได้ สามารถบอกชื่อมโนทัศน์ที่จะเรียนรู้ได้

3.3.4 ให้ผู้เรียนใช้คำจำกัดความของมโนทัศน์และคุณลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์ โดยคำพูดของนักเรียนเอง

3.3.5 ครูควรพยายามให้ผู้เรียนมีโอกาสใช้มโนทัศน์ที่เรียนรู้แล้วแก้ปัญหาต่อไป

3.3.6 ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความเข้าใจ ลักษณะของมโนทัศน์ และเป็นสิ่งที่เกิดขึ้นด้วยตนเองอย่างแท้จริง

สุวิทย์ มูลคำ (2547) กล่าวว่า สมองสร้างมโนทัศน์ด้วยการจัดหมวดหมู่ของสิ่งที่มีลักษณะทั่วไปคล้ายกัน รวมเข้าไว้เป็นหมวดหมู่เดียวกัน และเก็บไว้ในความทรงจำระยะยาวในลักษณะความคิดรวบยอดหรือความรู้สึกรู้สึกนึกคิด ต่อสิ่งหนึ่งสิ่งใดตามความเข้าใจ โดยความคิดในแต่ละหมวดหมู่เรียกว่า หนึ่งมโนทัศน์

ศิริรัตน์ ปัญจคุภวงค์ (2561) กล่าวว่า การสอนให้เกิดมโนทัศน์ มีลักษณะดังนี้

1. การเน้นคุณลักษณะของมโนทัศน์ (Emphasize the attributes of the concept) ผู้สอนควรชี้ให้ ผู้เรียนเห็นถึงลักษณะแต่ละลักษณะของสิ่งเร้านั้น
2. การใช้ถ้อยคำที่เหมาะสม (Establish the correct terminology for concepts, attribute and instances) ให้ผู้เรียนรู้จักใช้ถ้อยคำแทนมโนทัศน์นั้นอย่างถูกต้อง
3. การชี้ให้เห็นธรรมชาติของมโนทัศน์ที่เรียน (Indicate the nature of the concepts to be learned) โดยให้ผู้เรียนสังเกตลักษณะที่มีส่วนร่วมกัน
4. การพิจารณาจัดลำดับของการเสนอตัวอย่าง (Provide for proper sequencing of instances of concepts) โดยให้ผู้เรียนแยกแยะ และจัดกลุ่มคุณลักษณะต่างๆ จากตัวอย่าง เพื่อนำไปสู่การกำหนดลักษณะสำคัญของมโนทัศน์นั้น
5. ส่งเสริมและแนะนำผู้เรียนให้รู้จักเรียน ต้องการค้นคว้า (Encourage and guide student discovery) ซึ่งเป็นสิ่งช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง
6. จัดให้มีการเรียนการใช้ประโยชน์ จากการเรียนมโนทัศน์นั้น (Provide for use of the concept) โดยมีครูเป็นผู้ให้ความช่วยเหลือ
7. ให้ผู้เรียนรู้จักประเมินตนเองว่าเข้าใจในความรู้ที่ได้นั้นหรือไม่ (Encourage independent evaluation of the attained concept) ถ้ายังไม่เข้าใจก็จะได้เริ่มต้นใหม่

จากการศึกษาการสอนมโนทัศน์ข้างต้นสรุปได้ว่า การสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เริ่มสอนจากมโนทัศน์ที่เฉพาะและง่ายก่อน และส่งเสริม นำผู้เรียนให้รู้จักเรียน ต้องการค้นคว้า โดยให้ผู้เรียนทราบคำจำกัดความและคุณลักษณะของมโนทัศน์เพื่อจะได้ใช้เป็นพื้นฐานที่จะสร้างกฎหรือหลักการที่จะเรียนรู้มโนทัศน์ที่กว้างหรือสูงขึ้น

#### 4.5 รูปแบบการวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

สุวิทย์ มูลคำ (2547) กล่าวว่า หลังจากที่ผู้สอนจัดกิจกรรมการเรียนการสอน จะต้องตรวจสอบความคิดเชิงมโนทัศน์หรือความคิดรวบยอดของผู้เรียนว่าผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอดในเรื่องใดเรื่องหนึ่งหรือไม่ และความคิดรวบยอดของเขาถูกต้องหรือไม่ ผู้เรียนที่สามารถสรุป อธิบาย สิ่งใด ๆ เหตุการณ์ใด ๆ จากความรู้ความเข้าใจของเขามีใช้เป็นลักษณะการท่องจำข้อความ หรือคำ

จำกัดจากทฤษฎีหรือผู้รู้ใด ๆ นั่นก็แสดงว่า ผู้เรียนคนนั้นเกิดความคิดรวบยอดในเรื่องนั้นแล้ว สรุปได้ว่าผู้เรียนที่เกิดความคิดรวบยอดแล้วจะมีความสามารถ ดังนี้

1. บอก ระบุ เรียกชื่อ ความคิดรวบยอดนั้นได้
2. คัดเลือก จำแนก แยกแยะ ยกตัวอย่าง และสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างของความคิดรวบยอดนั้นได้
3. บอกลักษณะเฉพาะที่จำเป็นและไม่จำเป็นของความคิดรวบยอดนั้นได้
4. บอกลำดับชั้นของความคิดรวบยอด (ลำดับชั้นที่สูงกว่า ลำดับชั้นที่อยู่ในกลุ่มเดียวกัน และลำดับชั้นที่ต่ำกว่า) ได้
5. อธิบาย สรุปความหมาย คำจำกัดความของความคิดรวบยอดนั้นจากความรู้ความเข้าใจของตน ด้วยภาษาของตนเองได้

ชวาล แพร์ตกุล (2520) กล่าวว่า การวัดมโนทัศน์เป็นการวัดที่อยู่ในระดับสูงของการวัดความรู้ ความจำ ยังไม่ถึงขั้นที่ใช้ความคิด ซึ่งวัดได้ 2 ลักษณะ คือ

1. การวัดความรู้เกี่ยวกับหลักวิชา และการขยายหลักวิชาของเรื่องราวต่างๆ
2. การวัดความรู้เกี่ยวกับทฤษฎี และโครงสร้างของหลักวิชานั้น

สมนึก ภัททิยธานี (2547) ได้เสนอการวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ แบ่งเป็น 2 ลักษณะ ดังนี้

1. ความรู้เกี่ยวกับหลักวิชาและการขยาย
  - 1.1 หลักวิชา (Principle) หมายถึง หลักการหรือหัวใจของเรื่องที่เกิดขึ้นหลายๆ

ความคิดรวบยอดรวมกัน

1.2 การขยาย (Generalized) หมายถึง การนำหลักการหรือคติของเรื่องใดๆ ไปใช้ในสถานการณ์อื่นๆ ให้ไกลออกไปจากเดิมหรือเป็นการสรุปออกนอกเรื่องนั้นๆ (เช่น บทสรุปตอนท้ายของนิทานอีสป)

2. ความรู้เกี่ยวกับทฤษฎี และโครงสร้าง ถ้ามุ่งเกี่ยวกับหลักการจากหลายเนื้อหาที่สัมพันธ์กันเป็นพวกเดียวกัน และสกุลเดียวกัน เพื่อค้นหาทฤษฎีและโครงสร้างที่เป็นตัวร่วมของบรรดาเนื้อหาเหล่านั้น

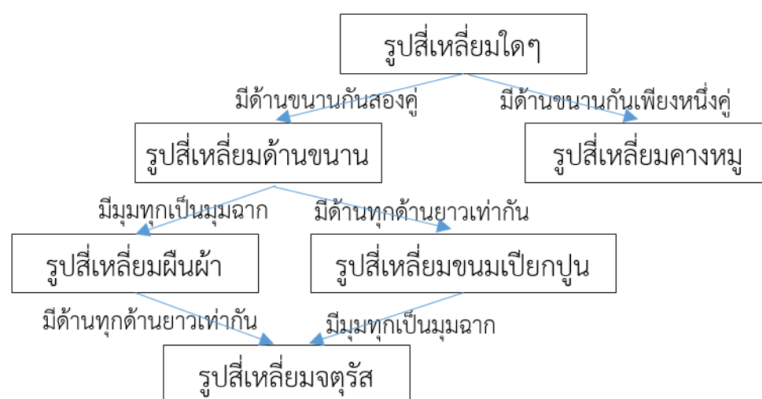
#### 4.6 เครื่องมือเกี่ยวกับการวัดและประเมินมโนทัศน์

ผู้วิจัยได้รวบรวมเครื่องมือที่มีนักการศึกษาให้ไว้ ดังนี้

##### 1. ผังมโนทัศน์ (Concept Map)

Baroody and Bartels อ้างถึงใน วนิษฐ สุภาพ (2561) ได้กล่าวว่า ผังมโนทัศน์ เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และใช้ประโยชน์ได้อย่างกว้างขวางในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งการเขียนผังมโนทัศน์นั้นจะมีค่าแสดงมโนทัศน์ซึ่งจะอยู่ในกรอบรูปวงกลม วงรีหรือสี่เหลี่ยม มีการเชื่อมโยงความสัมพันธ์สองมโนทัศน์ด้วยเส้นเชื่อม มีคำหรือวลีกำกับเส้นเชื่อมด้วย และมโนทัศน์ที่อยู่ในกรอบส่วนใหญ่จะเป็นคำที่เป็นเหตุการณ์หรือเป็นคำนาม หรืออาจเป็นสัญลักษณ์ เช่น เครื่องหมาย + หรือ % หรือบางครั้งอาจจะเป็นการใช้คำมากกว่า 1 คำก็ได้ เช่น การทดสอบสมมุติฐาน และกล่าวถึงประพจน์ (Propositions) ว่าหมายถึงข้อความที่ประกอบด้วยมโนทัศน์ตั้งแต่สองมโนทัศน์เชื่อมโยงกันด้วยคำ หรือวลีที่มีความหมาย หรือ เรียกว่า หน่วยย่อยที่มีความหมาย (semantic units) (Novak and Canas 2008) ภาพ 1 คือ ตัวอย่างของผังมโนทัศน์ที่อธิบายถึงความสัมพันธ์ระหว่างรูปสี่เหลี่ยมชนิดต่างๆ ซึ่งจากภาพจะแสดงองค์ประกอบสำคัญของผังมโนทัศน์ 3 ประการ (Baroody and Bartels 2001) ได้แก่

1. ชื่อมโนทัศน์ (Concept Name) ที่เขียนอยู่ในภายใต้กรอบรูปต่างๆ เช่น รูปวงรี รูปสี่เหลี่ยมหรือรูปทรงอื่นๆ ซึ่งเป็น ตัวแทนของมโนทัศน์
2. เส้นเชื่อม (Linking Line) หรือ เส้นที่มีลูกศร (Arrows) ที่แสดงถึงความเชื่อมโยงและบ่งชี้ถึงทิศทางความสัมพันธ์ระหว่างสองมโนทัศน์ ถึงแม้ว่าจะไม่ใช่ลูกศร แต่ทิศทางของความสัมพันธ์มักจะเป็นจากบนลงสู่ล่างเสมอ
3. คำหรือวลีกำกับเส้น (Linking Words or Linking Phrases) ที่แสดงกำกับกับเส้นเชื่อมและอธิบายถึงความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์



ภาพ 1 ผังมโนทัศน์แสดงความสัมพันธ์รูปสี่เหลี่ยมชนิดต่างๆ



สิรินภา กิจเกื้อกูล (2557) ได้กล่าวว่า ผังมโนทัศน์ (Concept Map) เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการวัดและประเมินมโนทัศน์ที่ครูสามารถนำไปประยุกต์ใช้เป็นส่วนหนึ่งของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้โดยง่าย ซึ่งการสร้างผังมโนทัศน์ เป็นวิธีการตรวจสอบความรู้ ที่สามารถผสมผสานไปกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้ทันที การสร้างผังมโนทัศน์จะช่วยให้นักเรียนสามารถจัดการความรู้อย่างเป็นระบบ

## 2. การสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างและเหตุการณ์ (Interviews about Instances and Events)

สิรินภา กิจเกื้อกูล (2557) ได้กล่าวว่า การสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างและเหตุการณ์ เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ครูสามารถนำไปประยุกต์ใช้เป็นส่วนหนึ่งของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้โดยง่าย เป็นการสนทนาระหว่างครูและนักเรียน มีจุดประสงค์เพื่อสำรวจความเข้าใจเชิงลึกของนักเรียนเกี่ยวกับมโนทัศน์ใดมโนทัศน์หนึ่งที่จะต้องอาศัยความเข้าใจในมโนทัศน์ (ไม่ใช่การท่องจำ และความสามารถในการสื่อสารเพื่ออธิบายเหตุผลประกอบการตัดสินใจของนักเรียนเกี่ยวกับสิ่งที่หยิบยกมาเป็นตัวอย่างเหตุการณ์ ประกอบการสัมภาษณ์ (White and Gunstone, 1992) ซึ่งมีขั้นตอนการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างและเหตุการณ์ ดังต่อไปนี้

1. ครูเตรียมความพร้อมของตนเองโดยคัดเลือกชุดรูปภาพเกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่จะสัมภาษณ์ ชุดรูปภาพแต่ละชุด ควรประกอบด้วย ภาพแสดงมโนทัศน์ที่ถูกต้อง ภาพแสดงมโนทัศน์ที่ผิด และภาพมีความคลุมเครือยากแก่การตัดสินใจว่าเป็นมโนทัศน์ที่ถูกหรือผิด จำนวนรูปภาพต่อชุดขึ้นอยู่กับความซับซ้อนของมโนทัศน์และเวลาที่มีสำหรับการสัมภาษณ์ ทั้งนี้ อาจมีจำนวนภาพได้ตั้งแต่ 4-20 ภาพ ยกตัวอย่างการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างและเหตุการณ์ของวิทยาศาสตร์จากภาพ 2 เรื่อง หยาดน้ำฟ้า ซึ่งประกอบด้วยภาพ 8 ภาพ ได้แก่ 1) น้ำค้างแข็ง 2) เมฆ 3) ลูกเห็บ 4) หมอก 5) ควัน 6) หิมะ 7) ไอน้ำ 8) ฝน





## ภาพ 2 ตัวอย่างชุดภาพ เรื่อง หยาดน้ำฟ้า

ภาพแสดงมโนทัศน์ที่ถูกต้อง มี 3 ภาพ คือ ลูกเห็บ หิมะ และฝน

ภาพแสดงมโนทัศน์ที่ผิด มี 3 ภาพ คือ เมฆ ควีน และไอน้ำ

ภาพมีความคลุมเครือยากแก่การตัดสินใจว่าเป็นมโนทัศน์ที่ถูกต้องหรือผิดมี 2 ภาพ คือ น้ำค้างแข็ง และหมอก ซึ่งทั้ง 2 ภาพนี้เป็นมโนทัศน์ที่ผิด

ตาราง 1 แสดงเฉลยชุดภาพประกอบการสัมมนา เรื่อง หยาดน้ำฟ้า

ภาพ	คำอธิบาย
	มโนทัศน์ที่สมบูรณ์ : หยาดน้ำฟ้า หมายถึง ปรากฏการณ์ของน้ำในอากาศ (hydrometeor) ประเภทหนึ่ง ซึ่งหมายถึง ผลิตภัณฑ์ใดๆ อันเกิดจากการควบแน่นของไอน้ำในบรรยากาศ และตกลงมาด้วยอิทธิพลของแรงโน้มถ่วง
1 × (คลุ่มเครือ)	น้ำค้างแข็ง คือ ผลึกน้ำแข็งที่เกิดขึ้นจาก ไอน้ำในอากาศใกล้ผิวดินลดอุณหภูมิลงถึงอุณหภูมิจุดน้ำค้าง แล้วกลั่นตัวเป็นหยดน้ำ ต่อจากนั้นอุณหภูมียังคงลดต่อไปอีก จนต่ำกว่าจุดเยือกแข็งทำให้น้ำค้างแข็งตัวกลายเป็นน้ำค้างแข็ง
2 ×	เมฆ เกิดจากการรวมตัวหรือเกาะกลุ่มของไอน้ำ ละอองน้ำและเกล็ดน้ำแข็งที่รวมตัวกัน เป็นกลุ่มก้อนลอยตัวอยู่ในชั้นบรรยากาศที่เราสามารถมองเห็นได้
3 ✓	ลูกเห็บ เป็นก้อนน้ำลักษณะเหมือนน้ำแข็ง เป็นส่วนหนึ่งของวัฏจักรของน้ำ โดยตกลงมาจากบรรยากาศในรูปของแข็ง มีรูปร่างเป็นก้อนน้ำแข็งรูปร่างไม่แน่นอนเกิดจากละอองหยาดฝนซึ่งเย็นแบบยิ่งยวด ในเมฆฝน ปะทะกับวัตถุแข็ง เช่น ผงฝุ่น หรือก้อนลูกเห็บที่เกาะตัวอยู่ก่อนแล้ว และแข็งตัวเกาะรอบวัตถุนั้นๆ เป็นก้อนลูกเห็บ
4 × (คลุ่มเครือ)	หมอก คือ กลุ่มละอองน้ำที่เกิดจากอุณหภูมิจากอากาศที่ลดลงมาก จนต่ำกว่าจุดน้ำค้างทำให้ไอน้ำเกิดการกลั่นตัวเป็นละอองน้ำขนาดเล็ก ลอยอยู่ในบรรยากาศใกล้ผิวโลก
5 ×	ควัน จัดเป็นคอลลอยด์ ที่เป็นอนุภาคของของแข็งหรือของเหลวกระจายอยู่ในตัวกลางที่เป็นแก๊สที่มีอยู่ในอากาศ จะถูกปล่อยออกมาเมื่อมีการเผาวัสดุหรือเกิดจากกระบวนการเปลี่ยนแปลงองค์ประกอบทางเคมีโดยใช้ความร้อน พร้อมกับปริมาณของอากาศหรือผสมในมวลสารชนิดอื่น
6 ✓	หิมะ คือ รูปแบบหนึ่งของหยดน้ำ และน้ำแข็ง ซึ่งเกิดจากการควบแน่นของไอน้ำ ตกลงมาสู่พื้นผิวโลกด้วยอิทธิพลของแรงโน้มถ่วง
7 ×	ไอน้ำ คือ น้ำที่ระเหย ซึ่งมีลักษณะบริสุทธิ์และไม่มีสี มีลักษณะใกล้เคียงกับหมอกที่ความดันปกติ น้ำจะกลายเป็นไอน้ำที่อุณหภูมิ 100 องศาเซลเซียส
8 ✓	ฝน คือ หยดน้ำ ซึ่งเกิดจากการควบแน่นของไอน้ำ ตกลงมาสู่พื้นผิวโลกด้วยอิทธิพลของแรงโน้มถ่วง

2. เลือกนักเรียนที่เรียนอ่อน หรือมีผลการเรียนต่ำกว่าค่าเฉลี่ยของห้องเล็กน้อย มาเป็นกลุ่มตัวอย่างของการสัมมนา 3 - 5 คน ทั้งนี้ เพราะถ้ากลุ่มตัวอย่างนี้มีความเข้าใจในมโนทัศน์ได้

อย่างถูกต้องแล้ว ก็อาจสรุปภาพรวมได้ว่า ผู้เรียนส่วนใหญ่ของห้องมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องแล้ว อย่างไรก็ตาม ปรากฏว่าครูต้องไม่ลืมว่าขณะสัมภาษณ์ ครูต้องทำหน้าที่เป็นผู้สัมภาษณ์ที่ดีกล่าวคือ ห้ามแสดงท่าทีพอใจหรือไม่พอใจ หรือพยายามบอกคำตอบที่ถูกต้องแก่นักเรียนที่ถูกสัมภาษณ์ อีกทั้ง การสัมภาษณ์นี้ ต้องไม่มีผลต่อคะแนนหรือผลการเรียนรู้ของผู้ถูกสัมภาษณ์ ทั้งนี้เพื่อให้ผู้ถูกสัมภาษณ์ยอมพูดหรืออธิบายสิ่งที่ตนเองเข้าใจจริงๆ เกี่ยวกับมโนทัศน์นั้นๆ

3. ครูดำเนินการสัมภาษณ์ใช้เวลาประมาณ 15-30 นาที วิธีการสัมภาษณ์เป็นแบบกึ่งโครงสร้าง (Semi-Structured Interview) หรือแบบไม่มีโครงสร้าง (Unstructured Interview) ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับประสบการณ์ในการสัมภาษณ์ของครู ซึ่งการสัมภาษณ์จะต้องป้อนคำถามให้นักเรียนได้ตัดสินใจและอธิบายเหตุผลของการตัดสินใจนั้น รวมทั้งต้องตอบสนองต่อการให้สัมภาษณ์ของนักเรียนด้วย เช่น เมื่อสัมภาษณ์เกี่ยวกับมโนทัศน์ เรื่อง หยาดน้ำฟ้า (ภาพ 2) ครูอาจตั้งคำถามดังนี้

"ตามความเข้าใจของคุณคิดว่า "หยาดน้ำฟ้า" หมายความว่าอย่างไร"

"จากภาพ 1 คุณคิดว่าเป็นภาพของอะไร"

"ลองอธิบายเหตุผลว่า ทำไมคุณจึงคิดว่าภาพ 1 เป็น/ไม่เป็น หยาดน้ำฟ้า"

"สิ่งที่ทำให้คุณคิดว่า... คืออะไร"

"เมื่อสักครู่นี้ คุณอธิบายว่า...คุณหมายความว่าอย่างไร ช่วยขยายความอีกนิดได้ไหม"

"ถ้าปรับเปลี่ยน...ให้เป็น...คุณคิดว่า คำตอบของคุณน่าจะเหมือนเดิมไหม ทำไม"

"นอกจากเหตุผลที่กล่าวมาแล้ว มีเหตุผลอื่นๆ เพิ่มเติมอีกไหม"

"ลองยกตัวอย่างเพิ่มเติมอีกได้ไหม"

"มีอะไรที่ต้องการอธิบายเพิ่มเติมไหม ซึ่งอาจเป็นสิ่งที่เรายังไม่ได้ถาม"

เมื่อเสร็จสิ้นการสัมภาษณ์ ครูจำเป็นต้องนำข้อมูลสัมภาษณ์ที่ได้มาวิเคราะห์ว่านักเรียนมีความเข้าใจที่ถูกต้องเกี่ยวกับมโนทัศน์นั้นหรือไม่ ถ้าไม่ ครูควรจัดกิจกรรมเพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่ผิดให้ถูกต้องหรือถ้านักเรียนมีความเข้าใจที่ถูกต้องแล้ว ก็สามารถจัดการเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ต่อเนื่องไปได้เลย

การสัมภาษณ์เกี่ยวกับภาพตัวอย่างและเหตุการณ์ เพื่อตรวจสอบความเข้าใจในมโนทัศน์ของผู้เรียน จะประสบความสำเร็จหรือไม่ขึ้นอยู่กับความไว้วางใจระหว่างนักเรียนและครู ว่าผลการสัมภาษณ์จะต้องไม่ส่งผลต่อคะแนนเก็บหรือเกรดใดๆ เลย มิฉะนั้น นักเรียนจะไม่แสดงความคิดเห็นที่แท้จริงออกมา ดังนั้น จึงไม่มีเกณฑ์สำหรับการให้คะแนนผลการสัมภาษณ์เกี่ยวกับภาพตัวอย่างและเหตุการณ์

### 3. ข้อสอบแบบเขียนตอบ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้กล่าวว่า เครื่องมือที่ใช้ในการวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คือ ข้อสอบแบบเขียนตอบ ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้ ข้อสอบแบบเขียนตอบจะใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงความรู้ความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์ ให้เหตุผล แก้ปัญหา และอธิบายหรือสื่อความหมาย ข้อสอบแบบเขียนตอบมีหลายลักษณะ เช่น การเติมคำในช่องว่าง การเขียนตอบอย่างสั้น การแสดงวิธีทำ และการเขียนตอบอย่างละเอียด การสร้างข้อสอบแบบเขียนตอบจะต้องคำนึงถึงระดับและความสามารถของนักเรียน เนื้อหาสาระ พฤติกรรมที่ต้องการวัดและเวลาที่ใช้ในการตอบคำถามและควรมีการบันทึกส่วนสำคัญของการสร้างข้อสอบ 2 ส่วน คือ

1. ส่วนของข้อสอบ ประกอบด้วย สถานการณ์และคำถามที่ใช้ในการประเมินนักเรียน
2. ส่วนของแนวทางการให้คะแนน ประกอบด้วย แนวการตอบที่ถูกต้องและเกณฑ์การให้คะแนน เพื่อให้ครูใช้เป็นแนวทางในการตรวจให้คะแนน ซึ่งจะช่วยให้การตรวจให้คะแนนมีความเป็นปรนัยมากขึ้น ในที่นี้จะนำเสนอข้อสอบแบบเขียนตอบ 3 ลักษณะ คือ
  1. ข้อสอบแบบเติมคำตอบ ข้อสอบแบบเติมคำตอบใช้วัดผลประเมินผลได้ครอบคลุมทั้งด้านความรู้ ความเข้าใจ และด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เช่นเดียวกับข้อสอบแบบเลือกตอบ แต่ลักษณะการตอบจะเป็นการเขียนคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา
  2. ข้อสอบเขียนตอบแบบสั้น ข้อสอบเขียนตอบแบบสั้นเป็นข้อสอบที่กำหนดปัญหาหรือคำถามให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้ที่มีอยู่ไปใช้ในการหาคำตอบ ข้อสอบลักษณะนี้จะใช้วัดความรู้ความเข้าใจของนักเรียนและใช้วัดความสามารถในการใช้ภาษาที่นักเรียนจะต้องประมวลความคิดและเหตุผล เพื่อสรุปเป็นคำตอบที่เป็นข้อความสั้นๆ โดยข้อสอบเขียนตอบแบบสั้น จะประกอบด้วย 2 ส่วน คือ 1) สถานการณ์หรือข้อมูลเบื้องต้น 2) คำถาม
  3. ข้อสอบแบบแสดงวิธีทำหรือเขียนอธิบาย ข้อสอบแบบแสดงวิธีทำหรือเขียนอธิบายเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงวิธีการแก้ปัญหาอย่างอิสระด้วยการเขียนตอบ ซึ่งนักเรียนอาจต้องใช้วิธีการที่หลากหลายหรือเลือกใช้วิธีใดวิธีหนึ่งหรือหลายวิธีประกอบกันในการแก้ปัญหา ข้อสอบลักษณะนี้จึงใช้วัดผลประเมินผลได้ครอบคลุมทั้งมโนทัศน์วิธีการคิด และการวางแผนอย่างเป็นขั้นตอน ตลอดจนการใช้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้การวัดผลประเมินผลด้วยข้อสอบแบบแสดงวิธีทำหรือเขียนอธิบายสามารถจะตรวจให้คะแนนอย่างเป็นปรนัยได้โดยการสร้างเกณฑ์การให้คะแนนที่มีความชัดเจนและครอบคลุมประเด็นต่างๆ อย่างครบถ้วน

#### 4. ข้อสอบแบบต่อเนื่อง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้กล่าวว่า ข้อสอบแบบต่อเนื่องเป็นเครื่องมือหนึ่งที่ใช้ในการวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียดคือ ข้อสอบแบบต่อเนื่องเป็นข้อสอบที่ให้นักเรียนมีการคิดอย่างต่อเนื่องเป็นชุด โดยมีการผสมผสานข้อสอบหลายรูปแบบไว้ด้วยกัน เช่น ข้อสอบแบบเลือกตอบกับเขียนตอบ ข้อสอบแบบต่อเนื่องจึงมีได้หลายลักษณะ ในที่นี้จะแสดงไว้ 2 ลักษณะ คือ

1. ข้อสอบแบบต่อเนื่องกำหนดสถานการณ์ ข้อสอบลักษณะนี้เป็นข้อสอบที่มีชุดคำถามต่อเนื่องกัน ผู้สร้างจะกำหนดสถานการณ์และคำถามที่ต้องการมาให้ โดยมีคำถามเป็นข้อย่อย ๆ เพื่อทบทวนความรู้ตามลำดับของการตอบคำถามข้อนั้น หรือเพื่อแนะให้นักเรียนคิดคำตอบในประเด็นย่อย ๆ อย่างต่อเนื่องก่อนคำถามหลัก ข้อสอบลักษณะนี้อาจเป็นแบบเลือกตอบ แบบเขียนตอบหรือทั้งสองแบบผสมอยู่ด้วยกัน จึงเหมาะสำหรับการประเมินนักเรียนกลุ่มที่มีความสามารถทางการเรียนหลายระดับอยู่ด้วยกัน การสร้างข้อสอบแบบต่อเนื่องที่กำหนดสถานการณ์ มีหลักการดังนี้

1.1 การสร้างคำถามตามลำดับขั้นของการเรียนรู้ต้องสอดคล้องกับเนื้อหาสาระและระดับความรู้ของนักเรียน

1.2 คำถามต้องมีความชัดเจนทั้งสาระสำคัญ และภาษาที่ใช้ ยกตัวอย่างข้อสอบแบบต่อเนื่องที่กำหนดสถานการณ์ ดังนี้

##### สถานการณ์

เครื่องจักรของโรงงานผลิตตุ๊กตาแห่งหนึ่งขัดข้องทำให้ผลิตตุ๊กตาที่ไม่ได้คุณภาพ ดังนี้

70% ของตุ๊กตา มีตา 1 ข้าง

60% ของตุ๊กตา มีหู 1 ข้าง

80% ของตุ๊กตา มีขา 1 ข้าง

##### คำถามที่ต้องการ

ตุ๊กตาที่มีตา หู และขา อย่างละ 1 ข้าง มีจำนวนอย่างน้อยที่สุดกี่เปอร์เซ็นต์ คำชี้แจง จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ จงเติมคำตอบลงในช่องว่างในแต่ละข้อต่อไป

1. ตุ๊กตาที่ผลิตได้ 100 ตัว จะเป็นตุ๊กตาที่มีตา 1 ข้างอยู่ที่ตัว

ตอบ.....

2. ตุ๊กตาที่ผลิตได้ 100 ตัว จะเป็นตุ๊กตาที่มีหู 2 ข้างอยู่ที่ตัว

ตอบ.....

3. ตุ๊กตาที่ผลิตได้ 100 ตัว จะเป็นตุ๊กตาที่มีขา 2 ข้างอยู่ที่ตัว



ตอบ.....

4. ถ้านำจำนวนตุ๊กตาในข้อ 2 ไปหักออกจากจำนวนตุ๊กตาในข้อ 1 แล้วผลที่ได้จัดเป็นตุ๊กตาประเภทใด จำนวนกี่ตัว

ตอบ.....

5. ถ้านำจำนวนตุ๊กตาในข้อ 3 ไปหักออกจากจำนวนตุ๊กตาในข้อ 4 แล้วผลที่ได้จัดเป็นตุ๊กตาประเภทใด จำนวนกี่ตัว

ตอบ.....

6. ตุ๊กตาที่มีตา หู และขา อย่างละ 1 ข้าง มีจำนวนอย่างน้อยที่สุดคิดเป็นกี่เปอร์เซ็นต์

ตอบ.....

คำตอบที่ถูกต้อง

1. 70 ตัว
2. 40 ตัว
3. 20 ตัว
4. ตุ๊กตาที่มีหู 1 ข้างและตา 1 ข้าง จำนวน 30 ตัว
5. ตุ๊กตาที่มีตา 1 ข้าง หู 1 ข้าง และขา 1 ข้าง จำนวน 10 ตัว
6. ตุ๊กตาที่มีตา หู และขา อย่างละ 1 ข้าง มีจำนวน 10 เปอร์เซ็นต์

2. ข้อสอบแบบต่อเนื่องสองขั้นตอน ข้อสอบลักษณะนี้มุ่งให้นักเรียนพิจารณาเลือกคำตอบของคำถามที่กำหนดให้ แล้วใช้การคิดหาเหตุผลเพื่ออธิบายคำตอบที่เลือกนั้น เป็นข้อสอบที่เน้นกระบวนการคิดอย่างต่อเนื่อง นักเรียนจะต้องทำงานตามขั้นตอนที่กำหนดให้ในข้อสอบประกอบด้วย 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 มีคำถามและตัวเลือกที่ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องหรือเป็นตัวเลือกแบบถูกผิดก็ได้

ตอนที่ 2 เป็นการให้เหตุผลหรือให้คำอธิบายประกอบตัวเลือกจากขั้นตอนที่ 1 ซึ่งมีได้ 2 ลักษณะ ดังนี้

1. มีตัวเลือกให้นักเรียนเลือกคำตอบ แต่ละตัวเลือกจะเป็นการแสดงเหตุผลของคำตอบในตอนที่ 1 ทั้งนี้เหตุผลที่ใช้เป็นตัวลงอาจสร้างมาจากข้อผิดพลาดต่างๆ ที่พบจากการตอบของนักเรียน
2. มีลักษณะเป็นคำถามปลายเปิดให้นักเรียนได้เขียนอธิบายเหตุผลที่เลือกตอบในตอนที่ 1 ยกตัวอย่างข้อสอบแบบต่อเนื่องสองขั้นตอน ดังนี้



ข้อมูลแสดงเงินเดือนของพนักงาน 15 คน ในบริษัทแห่งหนึ่งเป็นดังนี้

คนที่	เงินเดือน (บาท)	คนที่	เงินเดือน (บาท)	คนที่	เงินเดือน (บาท)
1	10,000	6	10,000	11	10,000
2	10,000	7	11,000	12	16,000
3	11,000	8	16,000	13	19,000
4	14,000	9	17,000	14	46,000
5	17,000	10	19,000	15	75,000

จากข้อมูล ควรเลือกใช้ค่ากลางชนิดใดแสดงเงินเดือนของพนักงานกลุ่มนี้ จึงจะเป็นตัวแทนของข้อมูลชุดนี้ได้ดีที่สุด

ก. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

ข. มัธยฐาน

ค. ฐานนิยม

เพราะเหตุใดจึงเลือกคำตอบนั้น

.....

.....

คำตอบที่ถูกต้องและแนวการให้เหตุผล

ตอบ ข. เพราะเงินเดือนของคนที่ 14 กับ 15 สูงมาก และเงินเดือนของคนที่เหลือใกล้เคียงกัน ดังนั้นจึงควรใช้มัธยฐานเป็นตัวแทนของข้อมูลจึงจะดีที่สุด

หรือ เพราะเงินเดือนของคนที่ 14 กับ 15 สูงมาก จึงไม่ควรใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และความถี่ของข้อมูลใกล้เคียงกัน จึงไม่ควรใช้ฐานนิยม ดังนั้น การใช้มัธยฐานจึงเหมาะสม

หรือ เพราะเมื่อเรียงเงินเดือนจากน้อยไปมากแล้ว จะต้องใช้เงินเดือนของคนที่อยู่ตรงกลางของเงินเดือนชุดนี้ จะเป็นตัวแทนที่ดีที่สุด

หรือ เพราะค่าเฉลี่ยเลขคณิตของเงินเดือนเท่ากับ 20,000 บาท ฐานนิยมของเงินเดือนเท่ากับ 10,000 บาท และค่ามัธยฐานของเงินเดือนเท่ากับ 16,000 จะเห็นได้ว่า 16,000 มีค่าใกล้เคียงกับเงินเดือนของพนักงานกลุ่มนี้มากที่สุด ดังนั้น จึงควรใช้มัธยฐานเป็นตัวแทนของข้อมูลชุดนี้

หรือ เพราะมีข้อมูลบางตัวที่มีค่ามากกว่าข้อมูลที่เหลืออย่างชัดเจนการหาฐานนิยมและค่าเฉลี่ยเลขคณิต จะได้ค่ากลางที่ไม่เป็นตัวแทนของข้อมูลทั้งชุด

## 5. ข้อสอบแบบเลือกตอบ

โสภณ บำรุงสงฆ์ และ สมหวัง ไตรตันวงศ์ (2520) ได้กล่าวว่า การวัดความคิดในเชิงนามธรรม คือ ความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ วิธีการในทางคณิตศาสตร์ เพื่อดูว่านักเรียนมีความเข้าใจและมีมโนทัศน์ในทางคณิตศาสตร์เพียงใด วิธีการที่สามารถช่วยวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์คือการออกข้อสอบมโนทัศน์ในทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นข้อสอบที่ถามเกี่ยวกับข้อเท็จจริงหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ และไม่ต้องการคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา เช่น

1. ไก่ 50 ตัว ราคา 600 บาท จะหาราคาไก่ 1 ตัว จะคิดโดยวิธีใดที่เร็วที่สุด
 

ก. วิธีบวก	ข. วิธีลบ
ค. วิธีคูณ	ง. วิธีหาร
2. ชายของอย่างหนึ่งได้กำไรร้อยละ 5 หมายความว่าอย่างไร
 

ก. ทุน 95 ขายไป 100	ข. ทุน 100 ขายไป 105
ค. ทุน 100 ขายไป 95	ง. ทุน 105 ขายไป 100

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้กล่าวถึง เครื่องมือที่ใช้ในการวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คือ ข้อสอบแบบเลือกตอบ ข้อสอบแบบเลือกตอบเป็นข้อสอบที่ประกอบด้วยคำถามและตัวเลือกโดยทั่วไปจะมีตัวเลือกเป็นคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว ข้อสอบแบบเลือกตอบใช้วัดได้ครอบคลุมทั้งด้านความรู้ ความคิด หลักการ ทฤษฎี การตัดสินใจ การแปลความหมายข้อมูล การแสดงความเข้าใจในธรรมชาติของคณิตศาสตร์ ตลอดจนความสามารถด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์แนวทางการสร้างข้อสอบแบบเลือกตอบ เป็นดังนี้

1. การสร้างคำถาม คำถามที่ดีควรมีลักษณะดังต่อไปนี้
  - 1.1 สั้น ได้ใจความชัดเจน และใช้ภาษาที่เข้าใจได้ง่าย
  - 1.2 ใช้เป็นประโยคบอกเล่า ในกรณีที่มีการใช้คำปฏิเสธ เช่น ไม่ หรือ ห้าม ต้องเน้นด้วยการทำตัวหนาหรือขีดเส้นใต้คำที่แสดงการปฏิเสธ
  - 1.3 คำถามแต่ละข้อจะต้องเป็นอิสระต่อกัน การตอบคำถามของข้อหนึ่งจะต้องไม่ขึ้นนำหรือขึ้นอยู่กับอีกข้อหนึ่ง หรือใช้คำตอบของข้อหนึ่งเป็นคำถามของอีกข้อหนึ่ง
  - 1.4 หลีกเลี่ยงการใช้ภาษาที่ขึ้นนำหรือสื่อความหมายไปถึงคำตอบถูกหรือคำตอบผิด
  - 1.5 แต่ละคำถามต้องมีคำตอบที่ถูกเพียงคำตอบเดียว (ยกเว้นข้อสอบเพื่อการวิเคราะห์ที่มีคำตอบถูกหลายคำตอบได้ แต่การแปลผลจะต้องคำนึงถึงความหมายของแต่ละคำตอบ)
2. การสร้างตัวเลือก โดยทั่วไปตัวเลือกของข้อสอบเลือกตอบ มีจำนวน 3-5 ตัวเลือก การกำหนดจำนวนตัวเลือกในข้อสอบจะต้องคำนึงถึงระดับและความสามารถของผู้เรียน ตัวเลือกที่ดีควรมีลักษณะ ดังต่อไปนี้

2.1 แต่ละตัวเลือกควรเป็นเรื่องหรือประเด็นเดียวกันและมีความยาวใกล้เคียงกัน

2.2 ใช้คำที่สั้น ได้ใจความชัดเจน และหลีกเลี่ยงการใช้คำศัพท์หรือข้อความที่เข้าใจได้

ยาก

2.3 ไม่ควรใช้ตัวเลือก "ถูกทุกข้อ" "ผิดทุกข้อ" หรือ "ไม่มีข้อใดถูก" (เพราะเป็นการสื่อความหมายถึงความไม่แน่ใจในคำถามหรือการเลือกตอบด้วยความไม่มั่นใจ)

2.4 ไม่ควรสร้างตัวเลือกโดยใช้ระดับของความถูกต้องเป็นประเด็นให้คิด เช่น ถูกครึ่ง - ผิดครึ่ง หรือถูกต้องเพียงบางส่วน เพราะอาจทำให้เกิดความสับสนในการตัดสินใจเลือกคำตอบ

การสร้างข้อสอบแบบเลือกตอบ จะต้องมียุทธศาสตร์สำคัญของการสร้างเพื่อการตรวจสอบและอ้างอิง ประกอบด้วย 1) ระดับชั้น 2) สารการเรียนรู้ 3) มาตรฐานการเรียนรู้ 4) ตัวชี้วัด 5) พฤติกรรมที่วัด 6) ข้อสอบและการบันทึกเกี่ยวกับตัวเลือก และ 7) เฉลยหรือคำตอบที่ถูก เมื่อสร้างข้อสอบแบบเลือกตอบได้ตามจำนวนที่ต้องการแล้ว จะต้องนำข้อสอบเหล่านั้นมาจัดฉบับ โดยใช้แนวทางดังนี้

1. เรียงลำดับข้อสอบจากข้อง่ายไปข้อยาก

2. ถ้าในแบบทดสอบ ประกอบด้วย เนื้อหาหลายเรื่อง ควรจัดลำดับข้อสอบที่วัดเนื้อหาในเรื่องเดียวกันไว้ด้วยกัน

3. กระจายคำตอบที่ถูกต้องของแบบทดสอบทั้งฉบับให้มีจำนวนข้อที่ถูกต้องของแต่ละตัวเลือกใกล้เคียงกัน แต่ต้องไม่ใช้วิธีการกระจายโดยเรียงตัวเลือกถูกเป็นระบบ เช่น ข้อ 1 เฉลย ก ข้อ 2 เฉลย ข ข้อ 3 เฉลย ค ข้อ 4 เฉลย ง ข้อ 5 เฉลย ก และไม่ควรให้ตัวเลือกถูกเดียวกันเรียงติดกันหลายข้อ

จากการศึกษาเครื่องมือที่ใช้ในการวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในข้างต้นนี้ จะเห็นว่า การเลือกใช้เครื่องมือที่ใช้ในการวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แต่ละรูปแบบนั้น ต้องคำนึงถึงจุดประสงค์ที่ต้องการวัดและความสอดคล้องระหว่างเครื่องมือกับตัวชี้วัด เพื่อให้ได้เครื่องมือที่มีประสิทธิภาพและมีความเหมาะสมกับนักเรียน ดังนั้น ผู้วิจัยจึงเลือกใช้แนวทางการออกแบบข้อสอบเป็นข้อสอบแบบเขียนตอบ ซึ่งเป็นข้อสอบที่กำหนดปัญหาหรือคำถามให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้ที่มีอยู่ไปใช้ในการหาคำตอบ ข้อสอบลักษณะนี้จะใช้วัดความรู้ความเข้าใจของนักเรียนมาใช้ในการออกแบบแบบทดสอบหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบทั้ง 10 ชั่วโมง

#### 4.7 เกณฑ์การวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

Goodrich (1997) อ้างถึงใน อุไรวรรณ คำเมือง (2562) กล่าวถึง การให้คะแนนแบบรูบริค เป็นสิ่งที่น่าสนใจ ดังนี้

1. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค เป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพสูงสำหรับการสอน สามารถสะท้อนและช่วยให้นักเรียนปรับปรุงการทำงานได้ตลอดเวลาเหมือนกับการตรวจตราของครู เกณฑ์ที่สร้างขึ้นจะช่วยให้นักเรียนได้เห็นถึงแนวทางในการทำงานที่จะทำให้บรรลุจุดมุ่งหมายของ เนื้อหานั้น ๆ ได้ดีขึ้น ดังนั้นสิ่งที่สำคัญที่สุดของการให้คะแนนแบบรูบริคก็คือการนิยามเกณฑ์หรือ ระดับของคุณภาพ

2. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค จะทำให้นักเรียนมีความละเอียดรอบคอบในการตัดสิน คุณภาพของตนเองและผู้อื่น ทำให้ตระหนักถึงความแตกต่างระหว่างงานที่เสร็จและงานที่มีคุณภาพ

3. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคจะช่วยลดเวลาของครูในการประเมินชิ้นงานและเมื่อมี เกณฑ์ที่ชัดเจน นักเรียนก็สามารถวิเคราะห์และประเมินชิ้นงานของตนเองและผู้อื่นได้อย่างเที่ยงตรง มีความยุติธรรม เป็นที่ยอมรับของคนในชั้นเรียน

4. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคเป็นสิ่งที่ง่ายต่อการใช้และการอธิบายแก่ผู้อื่นให้เข้าใจ การประเมินหรือการให้คะแนนของตนเอง

วชฤทธิ์ อังกะภักทขจร (2555) อ้างถึงใน อุไรวรรณ คำเมือง (2562) ได้อธิบายถึง เกณฑ์ การให้คะแนนแบบรูบริค ว่าโดยทั่วไปเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคมี 2 รูปแบบ คือ

1. การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic scoring) เป็นการให้คะแนนที่ประเมินความรู้ และผลงานของนักเรียนโดยกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรม ของนักเรียนเป็นภาพรวม โดยไม่มีการแยกเป็นด้าน ๆ การให้คะแนนลักษณะนี้มักใช้ในการตัดสินหรือ สรุปผลการเรียนของนักเรียน

2. การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic scoring) เป็นการให้คะแนนตาม องค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น เมื่อประเมินความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องการ วิเคราะห์ข้อมูล อาจแยกพิจารณาเป็นด้านการเก็บรวบรวมข้อมูล ด้านการนำเสนอข้อมูลและด้านการ อ่าน เปรียบเทียบ และวิเคราะห์แนวโน้มของข้อมูล การให้คะแนนลักษณะนี้มักใช้ในการประเมินผล การเรียนรู้ที่มีจุดประสงค์เพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียนในแต่ละด้าน

Westbrook, & Marek (1991) อ้างถึงใน สวนีย์ เพ็ชรพงศ์ (2557) ได้เสนอเกณฑ์การวัด และประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยจัดเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เป็นราย ข้อ โดยจัดได้ 5 กลุ่ม ตามระดับความเข้าใจ ดังนี้

1. ความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (Complete Understanding: CU) หมายถึง คำตอบของ นักเรียนถูก และให้เหตุผลถูกต้องสมบูรณ์ครบองค์ประกอบที่สำคัญ ให้ 3 คะแนน

2. ความเข้าใจที่ถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์ (Partial Understanding: PU) หมายถึง คำตอบของนักเรียนถูก และการให้เหตุผลถูกต้องขาดองค์ประกอบที่สำคัญบางส่วน ให้ 2 คะแนน

3. ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (Partial Understanding with Specific Alternative Conception: PS) หมายถึง คำตอบของนักเรียนถูกบางส่วน แต่บางส่วนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน ให้ 1 คะแนน

4. ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน (Alternative Conception: AC) หมายถึง คำตอบของนักเรียนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนทั้งหมด ให้ 0 คะแนน

5. ไม่เข้าใจ (No Understanding: NU) หมายถึง คำตอบของนักเรียนไม่ตรงกับคำถามหรือ นักเรียนไม่ตอบคำถาม ให้ 0 คะแนน

Haidar, & Abraham (1991 อ้างถึงใน กฤษดา สงวนสิน, 2548) ได้ทำการศึกษาและใช้เกณฑ์การวัดและประเมินมโนทัศน์ โดยใช้ในการจัดกลุ่มในแบบสัมภาษณ์ ผังมโนทัศน์ ซึ่งจัดเป็นประเภทแนวคิดของนักเรียนตามระดับความเข้าใจ แบ่งออกเป็น 4 ระดับไว้ดังตารางต่อไปนี้

ตาราง 2 แสดงระดับความเข้าใจประเภทแนวคิดของนักเรียน

ระดับความเข้าใจ	เกณฑ์ที่ใช้ในการจัดประเภท
ไม่มีแนวคิด (no understanding)	- ไม่ตอบ / ตอบว่า "ไม่รู้" หรือ "ไม่เข้าใจ" - ตอบทวนคำถาม - อธิบายเหตุผลไม่ชัดเจนและไม่เกี่ยวข้อง
แนวคิดที่คลาดเคลื่อน (alternative conceptions)	พยายามที่จะอธิบายปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น แต่สิ่งที่อธิบายไม่สอดคล้องกับแนวคิดทางวิทยาศาสตร์
แนวคิดที่ถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์ (partial understanding)	อธิบายแนวคิดทางวิทยาศาสตร์ได้ถูกต้องอย่างน้อย 1 องค์ประกอบจากทั้งหมด
แนวคิดที่ถูกต้อง (sound understanding)	อธิบายแนวคิดทางวิทยาศาสตร์ได้ถูกต้องและครบถ้วนทุกองค์ประกอบ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้กล่าวถึงเกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อพิจารณาความถูกต้องของคำตอบในแต่ละตอน ที่เป็นการตอบแบบต่อเนื่องสองขั้นตอน ในแบบทดสอบ โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบเกณฑ์รวมและกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบเกณฑ์ย่อย ไว้ดังตารางต่อไปนี้



ตาราง 3 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนแบบเกณฑ์รวม

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
2	ตอบตัวเลือกในตอนที่ 1 และให้เหตุผลประกอบถูกต้อง
1	ตอบตัวเลือกในตอนที่ 1 ถูกต้อง แต่ไม่เขียนเหตุผลหรือให้เหตุผลประกอบไม่ถูกต้อง หรือตอบตัวเลือกในตอนที่ 1 ไม่ถูกต้อง แต่ให้เหตุผลได้สอดคล้องกับคำตอบที่เลือก

ตาราง 4 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนแบบเกณฑ์ย่อย

คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
1	ตอบตัวเลือกในตอนที่ 1 ได้ถูกต้อง
1	ให้เหตุผลประกอบคำตอบได้สอดคล้องกับคำตอบที่เลือกในตอนที่ 1
รวม 2 คะแนน	

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้กล่าวถึงเกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อพิจารณาความถูกต้องของคำตอบของข้อสอบแบบเลือกตอบไว้ว่า การให้คะแนนแบบทดสอบแบบเลือกตอบ พิจารณาได้จากการเลือกตัวเลือกที่ถูกต้องและให้คะแนนตามที่กำหนดไว้ เช่น เลือกถูกต้องได้ 1 คะแนน

สิรินภา กิจเกื้อกูล (2557) ได้กล่าวถึง ตัวอย่างรหัสข้อมูลด้านมโนทัศน์เพื่อใช้ในการแบ่งประเภทและจัดกลุ่มนักเรียนในแบบสัมภาษณ์ บันทึก หรือแบบวัดมโนทัศน์ ไว้ดังตารางต่อไปนี้



ตาราง 5 แสดงตัวอย่างรหัสข้อมูลด้านมโนทัศน์ทางวิทยาศาสตร์

รหัส	ความหมาย
SU	Scientific Understanding คือ มีมโนทัศน์ที่สอดคล้องกับมโนทัศน์ของนักวิทยาศาสตร์ปัจจุบันครบทุกแนวคิดและสามารถเชื่อมโยงมโนทัศน์นั้น ๆ ได้
PU	Partial Understanding คือ มีมโนทัศน์ที่สอดคล้องกับนักวิทยาศาสตร์ปัจจุบันอย่างน้อย 1 มโนทัศน์
PU+MU	Partial Understanding with Misunderstanding คือ มีมโนทัศน์บางส่วนที่สอดคล้อง กับนักวิทยาศาสตร์และมีบางส่วนที่ไม่สอดคล้องกับนักวิทยาศาสตร์ปัจจุบัน
NU	Non-Scientific Understanding คือ ไม่มีมโนทัศน์ใดสอดคล้องกับนักวิทยาศาสตร์ปัจจุบัน
NO	No Answer คือ ไม่ตอบคำถามหรือไม่เขียนอธิบายเหตุผล

จากการศึกษาเกณฑ์การวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ประยุกต์ใช้เกณฑ์การวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของ Westbrook and Marek (1991) อ้างถึงใน สวณีย์ เพ็ชรพงศ์ (2557) ร่วมกับ การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic scoring) มาใช้วิเคราะห์ ในการให้คะแนน เพื่อวิเคราะห์และสรุปผลมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

#### 4.8 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ศิลาพร อินเฒ่า (2554) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ว่า เป็นความคิดและความเข้าใจที่ไม่ถูกต้องหรือผิดไปจากความเป็นจริงที่เป็นที่ยอมรับโดยทั่วไป ซึ่งเกิดจากการได้รับประสบการณ์ที่ไม่ถูกต้อง

อัศวิน บรรรเทา (2558) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ว่า เป็นความเชื่อหรือความเข้าใจที่ได้มาจากมโนคติ หรือความรู้ที่ไม่ถูกต้อง ความรู้ที่ไม่สมบูรณ์ คลุมเครือ ไม่มีความรู้ในเรื่องนั้นๆ มโนคติที่คลาดเคลื่อนเป็นมโนคติหรือความรู้ที่ต่างจากความหมายอันเป็นที่ยอมรับของผู้เชี่ยวชาญ

อัมพร ม้าคนอง (2557) ได้กล่าวถึง มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับเรขาคณิตไว้ดังนี้  
เส้นตรงกับความยาว

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

เส้นตรงที่วัดความยาวได้เท่ากัน เป็นเส้นตรงที่เท่ากัน

ความคลาดเคลื่อนนี้ เกิดจากความเข้าใจผิดที่คิดว่าเส้นตรงมีความยาวจำกัด จึงสามารถวัดความยาวของเส้นตรงเป็นค่าคงตัวได้ ทำให้มีการนำค่าคงตัวเหล่านี้มาใช้ในการเปรียบเทียบความยาวของเส้นตรง

มโนทัศน์ที่ถูกต้อง

เส้นตรงมีความยาวไม่จำกัด เราสามารถต่อเส้นตรงออกไปได้เรื่อย ๆ อย่างไม่สิ้นสุดทั้งสองข้าง จึงไม่สามารถวัดความยาวของเส้นตรงเป็นค่าใดค่าหนึ่งได้ ด้วยเหตุผลดังกล่าว จึงไม่มีการเปรียบเทียบความยาวของเส้นตรง ซึ่งแตกต่างจากส่วนของเส้นตรงที่เป็นส่วนหนึ่งของเส้นตรงที่มีจุดปลายสองข้าง จึงสามารถวัดความยาวของส่วนของเส้นตรงและนำมาเปรียบเทียบกันได้

จากความหมายข้างต้นสรุปได้ว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ ความรู้ความเข้าใจที่ไม่ถูกต้องหรือถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์ ซึ่งเกิดจากการได้รับจากประสบการณ์ที่ไม่ถูกต้อง

#### 4.9 ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส (Pythagorean Theorem) เป็นทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญ และมีวิธีการอธิบายหลายวิธี ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาจากความสับสนหรือความไม่เข้าใจอย่างถูกต้องในคณิตศาสตร์หรือในสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัสที่เป็นไปได้ ดังนี้

ความเข้าใจผิดในเรื่องด้านตรงข้ามมุมฉาก บางคนอาจเข้าใจผิดโดยคิดว่าความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก คือผลรวมของความยาวด้านประกอบมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งในความจริงแล้วความยาวด้านตรงข้ามมุมฉากคือรากที่สองของผลรวมระหว่างพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก

ความเข้าใจผิดเรื่องการใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส บางคนอาจใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสในทางที่ไม่ถูกต้อง หรือใช้ไม่สมบูรณ์ ในบางกรณี ความเข้าใจผิดเรื่องนี้ส่งผลให้คำตอบไม่ถูกต้องเมื่อใช้ในสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์

ความสับสนในการประยุกต์ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส บางคนอาจเข้าใจผิดเรื่องในการประยุกต์ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสในสถานการณ์ที่ไม่เหมาะสม หรือใช้ในสามเหลี่ยมที่ไม่ใช่มุมฉาก ทฤษฎีบทพีทาโกรัสนี้เป็นไปได้ในสามเหลี่ยมมุมฉากเท่านั้น

การไม่เข้าใจความสำคัญในทฤษฎีบทพีทาโกรัส บางคนอาจไม่เข้าใจความสำคัญของทฤษฎีบทพีทาโกรัสในคณิตศาสตร์และการประยุกต์ใช้งานในชีวิตประจำวัน ทฤษฎีบทนี้เป็นทฤษฎีที่สำคัญใน

การวัดความยาวของด้านในสามเหลี่ยมมุมฉากและมีการใช้ในหลายสถานการณ์ทางวิทยาศาสตร์และวิศวกรรม

ข้อผิดพลาดในการสรุป บางคนอาจสรุปว่าทฤษฎีบทพีทาโกรัสใช้ได้เฉพาะในสามเหลี่ยมมุมฉากเท่านั้น แต่ที่จริงแล้วใช้กับสามเหลี่ยมทุกชนิดไม่ว่ามุมในสามเหลี่ยมจะเป็นแบบใด ๆ ก็ตาม ไม่จำเป็นต้องมุมฉาก ซึ่งจะทำให้เรารู้ได้ว่าสามเหลี่ยมนั้นเป็นสามเหลี่ยมชนิดใด เป็นสามเหลี่ยมมุมแหลม มุมป้าน หรือมุมฉาก

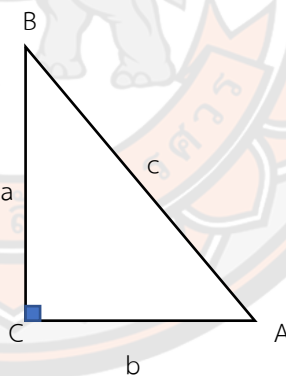
ถ้า  $a^2 + b^2 = c^2$  แล้ว สามเหลี่ยมนั้นจะเป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

ถ้า  $a^2 + b^2 > c^2$  แล้ว สามเหลี่ยมนั้นจะเป็นสามเหลี่ยมมุมแหลม

ถ้า  $a^2 + b^2 < c^2$  แล้ว สามเหลี่ยมนั้นจะเป็นสามเหลี่ยมมุมป้าน

#### 4.10 มโนทัศน์ที่ถูกต้องของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

มโนทัศน์ที่ถูกต้องของทฤษฎีบทพีทาโกรัส คือ สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวด้านประกอบมุมฉาก ซึ่งเรียกว่า ทฤษฎีบทพีทาโกรัส



ภาพ 3 รูปสามเหลี่ยม ABC

จากภาพ 3 รูปสามเหลี่ยม ABC มี มุม C เป็นมุมฉาก

กำหนดให้	a และ b	แทนความยาวของด้านประกอบมุมฉาก
	c	แทน ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก

สามารถเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง ความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ได้เป็น  $c^2 = a^2 + b^2$  (อำพล ธรรมเจริญ, 2563)

## 5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### 5.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องภายในประเทศ

อัจฉริยาภรณ์ รัตนพรรัตน์กุล และ อาทร นกแก้ว (2565) ได้พัฒนากิจกรรมการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานผ่านการเรียนรู้แบบออนไลน์ในสถานการณ์โควิด-19 เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ (1) เพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานผ่านการเรียนรู้แบบออนไลน์ในสถานการณ์โควิด-19 (2) เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานผ่านการเรียนรู้แบบออนไลน์ในสถานการณ์โควิด-19 และ (3) เพื่อศึกษาเจตคติต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานผ่านการเรียนรู้แบบออนไลน์ในสถานการณ์โควิด-19 กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/1 โรงเรียนแห่งหนึ่งในอำเภอแม่วังจังหวัดนครสวรรค์ จำนวน 24 คน ซึ่งได้มาจากการเลือกแบบเจาะจง เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ (1) แผนการจัดการเรียนรู้ (2) แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ (3) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ (4) แบบวัดเจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ใช้การวิเคราะห์เชิงเนื้อหาวิเคราะห์แบบสะท้อนเพื่อสังเคราะห์แนวทาง ผลการวิจัย พบว่า (1) แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานผ่านการเรียนรู้แบบออนไลน์ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นที่ 1 กำหนดปัญหาและนำเสนอปัญหา ขั้นที่ 2 ทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่ 3 กำหนดกรอบการศึกษา ขั้นตอนที่ 4 มอบหมายความรับผิดชอบ และขั้นที่ 5 สรุป นำเสนอ และประเมินผล โดยผู้วิจัยได้สังเคราะห์แนวทางการจัดการเรียนรู้ 2 แนวทาง ดังนี้ 1 แนวทางการเตรียมความพร้อมก่อนและระหว่างการจัดการเรียนรู้ และ 2 แนวทางการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (2) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานผ่านการเรียนรู้แบบออนไลน์อยู่ในระดับพอใช้ ( $M=1.50$ ,  $S.D =0.76$  และ (3) เจตคติต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ในระดับปานกลาง

เพชรชนก จันทร์หอม และ วรินทร์ สุภาพ (2561) ได้พัฒนากิจกรรมการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เรื่องรูปเรขาคณิตสองมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อศึกษาผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ด้วยการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) ซึ่งผู้เข้าร่วมวิจัยคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ของโรงเรียนขยายโอกาสแห่งหนึ่ง ในจังหวัดพิษณุโลก ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 36 คน งานวิจัยนี้ใช้กระบวนการวิจัยแบบผสมผสานวิธี (mixed methodology) ที่มีทั้งวิธีการเชิงคุณภาพและวิธีการเชิงปริมาณ โดยประยุกต์ใช้แบบแผนการทดลองแบบกลุ่มตัวอย่างเดียว มีการทดสอบหลังเรียน ซึ่งข้อมูลเชิงคุณภาพ ได้จาก ใบกิจกรรมในระหว่าง

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และ แบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่าง นำข้อมูลที่ได้อมาวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (content analysis) เพื่อจัดกลุ่มตามระดับความเข้าใจ และสำหรับข้อมูลเชิงปริมาณ ได้จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบบข้อสอบแบบเลือกตอบ นำคะแนนหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มาวิเคราะห์หาค่าเฉลี่ยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และหาค่าร้อยละว่าสูงกว่าร้อยละ 70 หรือไม่ ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU) มากที่สุดของเนื้อหาทั้ง 3 เรื่อง ซึ่งสามารถสรุปได้ว่า การสอนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) สามารถพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ได้ และผลการทดสอบหลังเรียน มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 22.08 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 73.60 ซึ่งสูงกว่าร้อยละ 70

## 5.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องต่างประเทศ

Lai (2015) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการเรียนรู้ที่ใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนสามารถเพิ่มผลการเรียนได้หรือไม่ จากการทดลองแบบสุ่มในโรงเรียนข้ามชาติในกรุงเป่จิง งานวิจัยนี้ใช้การทดลองแบบสุ่มเพื่อศึกษาผลกระทบของ CAL ต่อผลลัพธ์ทางการเรียนและผลลัพธ์ที่ไม่ใช่ทางการเรียนของนักเรียนในโรงเรียนข้ามชาติในกรุงเป่จิง และผลของงานวิจัยแสดงให้เห็นว่าโปรแกรม CAL ที่เป็นการช่วยสอนแก้ไขปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดำเนินการนอกเวลาเรียนปกติ ได้เพิ่มคะแนนคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดีขึ้นอย่างมีนัยสำคัญ โดยมีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.15 และส่วนใหญ่ผลกระทบจากโปรแกรมเกิดขึ้นในระยะเวลา 2 เดือนหลังจากเริ่มโปรแกรม

Simon (2022) ได้ศึกษาเกี่ยวกับกรอบทฤษฎีการเรียนรู้ผ่านกิจกรรมในการทำเข้าใจและการใช้เครื่องมือช่วยในกระบวนการเรียนรู้การสนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จากผลการวิจัยพบว่าทฤษฎีการเรียนรู้ผ่านกิจกรรมที่เน้นการกระทำและการมีส่วนร่วมของผู้เรียน (LTA) มีบทบาทสำคัญในการเรียนรู้แนวความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยให้บทบาทของเครื่องมือช่วยเป็นการสร้างโอกาสให้เกิดกิจกรรมที่ใช้เป็นพื้นฐานสำหรับแนวความคิดใหม่ มุมมองทฤษฎีการเรียนรู้ ผ่านกิจกรรมที่เน้นการกระทำและการมีส่วนร่วมของผู้เรียน (LTA) อธิบายเกี่ยวกับเหตุผล การใช้เครื่องมือช่วยในการแก้ปัญหา ในการใช้การคำนวณอาจไม่ส่งผลไปสู่การนำเสนอแนวความคิด ซึ่งแสดงให้เห็นว่าการใช้เครื่องมือช่วยในการแก้ปัญหาอาจไม่ต้องการแนวความคิดหรือกระบวนการและ ขั้นตอนที่ช่วยสร้างการเชื่อมโยงระหว่างกิจกรรมที่เป็นของจริงและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นขั้นตอนที่อยู่ระหว่างการเรียนรู้ที่มีความเชื่อมโยงกับของจริงและการสรุปแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบทางคำนวณหรือคำนวณในใจของผู้เรียน ซึ่งเป็นสิ่งที่ได้มาจากการวิจัย และเป็นวิธีการแก้ไขข้อบกพร่องได้บ่อยครั้ง โดยทำให้นักเรียนสามารถพัฒนาและสนับสนุนการนำเสนอแนวความคิดใหม่ขึ้นมาได้อย่างประสบความสำเร็จ



## บทที่ 3

### วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยมีวัตถุประสงค์ เพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับ บทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยมีวิธีการดำเนินการศึกษาค้นคว้า ดังนี้

1. ผู้เข้าร่วมวิจัย
2. รูปแบบการวิจัย
3. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การสร้างเครื่องมือการวิจัย
5. การเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล

#### 1. ผู้เข้าร่วมวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 โรงเรียนขยายโอกาสใน จังหวัดเพชรบูรณ์ จำนวน 22 คน

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ดำเนินการวิจัยในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 ใช้เวลา ในการทำวิจัย 12 ชั่วโมง ประกอบด้วย กิจกรรมการเรียนการสอน 10 ชั่วโมง และทำการทดสอบ ก่อนเรียนและหลังเรียนอย่างละ 1 ชั่วโมง โดยผู้วิจัยสอนด้วยตนเอง

#### 2. รูปแบบการวิจัย

การวิจัยเป็นวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียนตามวงจรการปฏิบัติการของ Kemmis and Mc Taggart ที่ได้นำแนวคิดของ Lewin มาพัฒนาซึ่งเป็นงานวิจัยเชิงปฏิบัติการแบบบันไดเวียน (Spiral of Step) มีขั้นตอน 4 ขั้นตอน คือ

1. วางแผน (Plan)
2. ปฏิบัติการ (Act)
3. สังเกตการณ์ (Observe)
4. สะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflection)



ผู้วิจัยได้นำขั้นตอนการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียนตามแนวคิดของ Kemmis and Mc Taggart (1988) มาประยุกต์ใช้โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

#### ขั้นที่ 1 วางแผน (Plan)

1. สสำรวจสภาพปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อหาแนวทางแก้ปัญหา
2. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) และเอกสารที่เกี่ยวข้อง เพื่อเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ และเป็นแนวทางในการแก้ปัญหาในชั้นเรียน
3. ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี หลักการ เอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง กับแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางการเรียน จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน และบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อนำมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน สร้างและพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos และเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบทดสอบวัดมโนทัศน์
4. นำเครื่องมือที่สร้างขึ้นนำเสนอต่อคณะกรรมการและผู้เชี่ยวชาญ ตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา
5. นำเครื่องมือที่ผ่านการพิจารณาตรวจสอบมาดำเนินการปรับปรุงแก้ไข

#### ขั้นที่ 2 ปฏิบัติการ

จัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้น ซึ่งดำเนินการในวงจรปฏิบัติการโดยแผนการจัดการเรียนรู้วงจรละ 1 แผน

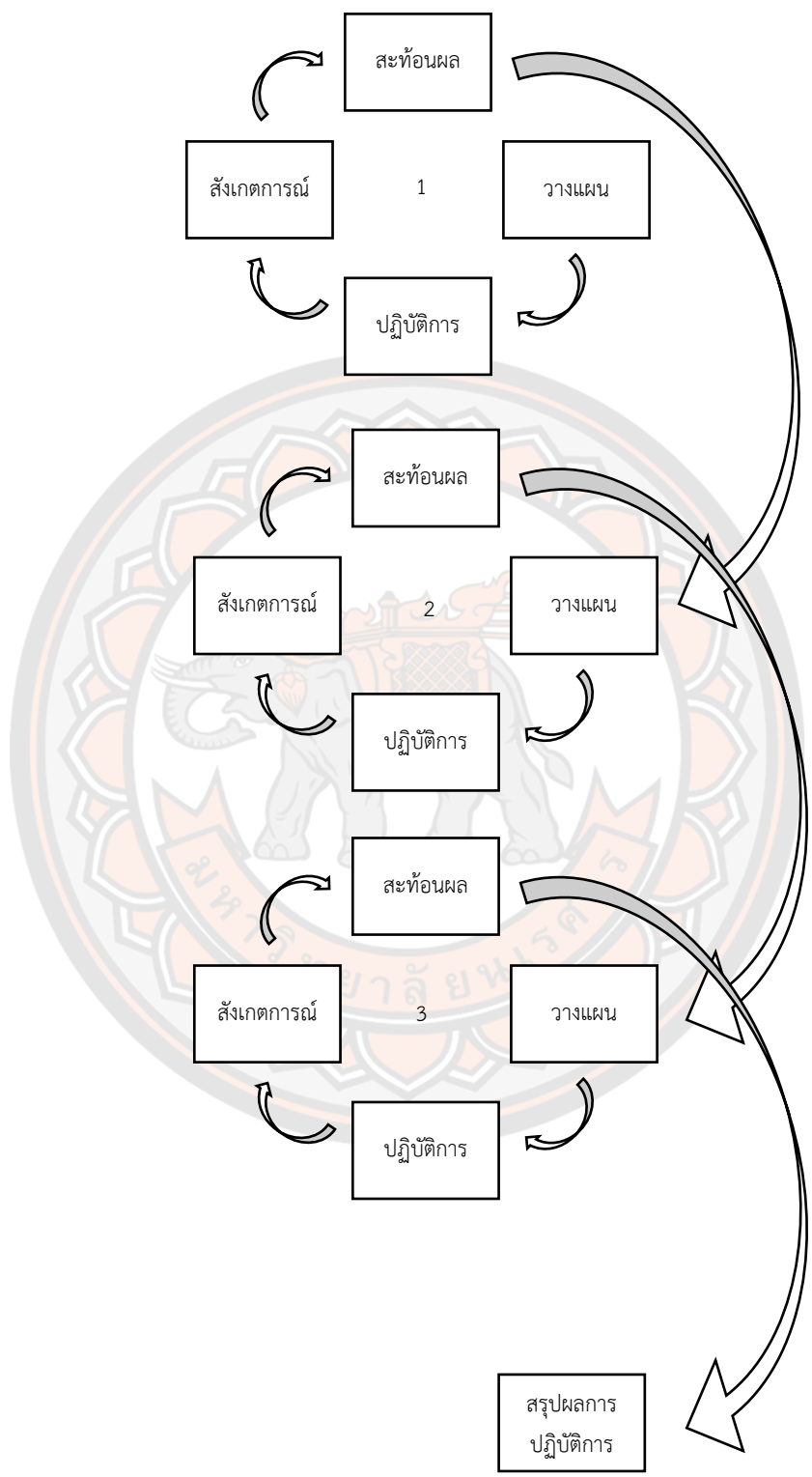
#### ขั้นที่ 3 สังเกตการณ์ (Observe)

สังเกตและบันทึกพฤติกรรมของนักเรียนที่เกิดขึ้นในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

#### ขั้นที่ 4 สะท้อนผล (Reflection)

นำข้อมูลที่ได้จากการสังเกต บันทึกพฤติกรรมของนักเรียน และบันทึกหลังการสอน มาสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ มาวิเคราะห์ปัญหาและอุปสรรคในการจัดการเรียนรู้ เพื่อนำไปปรับปรุงและพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในวงจรปฏิบัติการต่อไป

ในการวิจัยครั้งนี้ดำเนินการทำวิจัยเชิงปฏิบัติการเป็นวงรอบ 3 รอบตามขั้นตอนทั้ง 4 ขั้นตอน ดังภาพ



ภาพ 4 แสดงวงจรการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน

### 3. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 3 แผน รวม 10 ชั่วโมง
2. บทเรียนโปรแกรม Desmos เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
3. แบบประเมินผลการจัดการเรียนรู้
4. แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยเขียนตอบจำนวน 5 ข้อ โดยการวัดมโนทัศน์แบ่งออกเป็น 3 มโนทัศน์ย่อย ประกอบด้วย มโนทัศน์ที่ 1 รูปสามเหลี่ยมมุมฉากคือ รูปสามเหลี่ยมที่มีมุมหนึ่งมุมเป็นมุมฉาก มโนทัศน์ที่ 2 รูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความยาวด้านประกอบมุมฉาก และ มโนทัศน์ที่ 3 ถ้า กำลังสองของความยาวของด้านด้านหนึ่ง เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความยาวของอีกสองด้าน แล้ว รูปสามเหลี่ยมนั้นจะเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

### 4. การสร้างเครื่องมือการวิจัย

ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้าง และหาคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยตามลำดับ ดังนี้

1. แผนการจัดกิจกรรมการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
  - 1.1 ศึกษาเอกสารหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ และหลักสูตรสถานศึกษา กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนอนุบาลชนแดน
  - 1.2 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน บทเรียนโปรแกรม Desmos และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
  - 1.3 วิเคราะห์หลักสูตรและเนื้อหา ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส เพื่อกำหนดสาระการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้

ตาราง 6 แสดงการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของสาระการเรียนรู้ สาระสำคัญ และจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

สาระการเรียนรู้	สาระสำคัญ	จุดประสงค์การเรียนรู้
1. ทฤษฎีบทพีทาโกรัส (4 ชั่วโมง)	รูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวด้าน ตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความ ยาวด้านประกอบมุมฉาก	นักเรียนสามารถบอก ความสัมพันธ์ของความยาว ด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ตามทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้ นักเรียนสามารถแก้ปัญหาโดย ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้ นักเรียนมีส่วนร่วมในการ ทำงานที่ได้รับมอบหมาย
2. บทกลับทฤษฎีบท พีทาโกรัส (3 ชั่วโมง)	รูปสามเหลี่ยมใด ๆ ถ้ากำลัง สองของความยาวของด้านด้าน หนึ่ง เท่ากับ ผลบวกของกำลัง สองของความยาวของด้านอีก สองด้าน แล้วรูปสามเหลี่ยม นั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก	นักเรียนสามารถบอก ความสัมพันธ์ของความยาว ด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ตามบทกลับของทฤษฎีบทพีทา โกรัสได้ นักเรียนสามารถนำบทกลับ ของทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้ ในการแก้ปัญหาได้ นักเรียนมีส่วนร่วมในการ ทำงานที่ได้รับมอบหมาย
3. ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบทพีทา โกรัส (3 ชั่วโมง)	รูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวด้าน ตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความ ยาวด้านประกอบมุมฉาก รูปสามเหลี่ยมใด ๆ ถ้ากำลัง สองของความยาวของด้านด้าน หนึ่ง เท่ากับ ผลบวกของกำลัง สองของความยาวของด้านอีก	นักเรียนสามารถบอก ความสัมพันธ์ของทฤษฎีบทพี ทาโกรัสและบทกลับทฤษฎีบท พีทาโกรัสได้ นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทพี ทาโกรัสไปใช้ในการแก้ปัญหา ได้ นักเรียนมีส่วนร่วมในการ ทำงานที่ได้รับมอบหมาย

สาระการเรียนรู้	สาระสำคัญ	จุดประสงค์การเรียนรู้
	สองด้าน แล้วรูปสามเหลี่ยม นั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก	

1.4 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนานวัตกรรมทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหา และระยะเวลาที่กำหนด

**ตาราง 7 แสดงข้อมูลแผนการจัดการเรียนรู้ เนื้อหา เวลา และสถานการณ์ ที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้**

วงจรปฏิบัติการ	แผนการจัดการเรียนรู้	เนื้อหา	จำนวนชั่วโมง	สถานการณ์
1	1	ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	4	ติดธงราวงานวัด (ธงสามเหลี่ยม)
2	2	บทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัส	3	ตรวจสอบเส้นสนามวอลเลย์บอล
3	3	การประยุกต์ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	3	ตีเส้นสนามเปตอง

1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษา เพื่อพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมของตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ เวลาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ สื่อการสอน การวัดประเมินผล โดยอาจารย์ที่ปรึกษาให้คำแนะนำควรเพิ่มรายละเอียดในแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้และปรับกิจกรรมให้เหมาะสมกับเวลาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้และนำแผนการจัดการเรียนรู้มาปรับปรุงตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษา

1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผ่านการตรวจสอบและปรับปรุง และแบบประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อพิจารณาตรวจสอบคุณภาพด้านความถูกต้องเหมาะสม ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา และประเมินแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผน

1.7 นำคะแนนประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้เชี่ยวชาญประเมินมาวิเคราะห์หาค่าเฉลี่ยความเหมาะสม ซึ่งค่าเฉลี่ยที่ยอมรับได้มีค่าตั้งแต่ 3.51 ขึ้นไป โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนเป็นคะแนนที่คำนวณจากแบบมาตราส่วนประมาณค่า (Rating Scale) มี 5 ระดับ ดังนี้

- 5 หมายถึง องค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมากที่สุด
  - 4 หมายถึง องค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมาก
  - 3 หมายถึง องค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมปานกลาง
  - 2 หมายถึง องค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมน้อย
  - 1 หมายถึง องค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมน้อยที่สุด
- แล้วหาค่าเฉลี่ยจากผลรวมของคะแนนทั้งหมด โดยมีเกณฑ์การพิจารณา ดังนี้ บุญชม ศรี

สะอาด (2545)

คะแนนเฉลี่ย 4.51-5.00 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมมากที่สุด

คะแนนเฉลี่ย 3.51-4.50 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมมาก

คะแนนเฉลี่ย 2.51-3.50 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมปานกลาง

คะแนนเฉลี่ย 1.51-2.50 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมน้อย

คะแนนเฉลี่ย 1.00-1.50 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมน้อยที่สุด

1.8 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผ่านการประเมินจากผู้เชี่ยวชาญแล้วมาปรับปรุงแก้ไขตาม คำเสนอแนะ และนำไปใช้เป็นเครื่องมือในการวิจัยเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูลกับกลุ่มเป้าหมายต่อไป

ผลการพิจารณาความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ของผู้เชี่ยวชาญแสดงไว้ใน ภาคผนวก ข โดยภาพรวมของแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมอยู่ในระดับ เหมาะสมมาก โดยมี ค่าเฉลี่ยของแผนการจัดการเรียนรู้ เท่ากับ 4.94 และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 0.05

2. บทเรียนโปรแกรม Desmos เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้าง บทเรียนโปรแกรม Desmos เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2 ดังนี้

2.1 ศึกษาเอกสารหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับ ปรับปรุง 2560) สารและมาตรฐานการเรียนรู้ และหลักสูตรสถานศึกษา กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ โรงเรียนอนุบาลขอนแก่น

2.2 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส จาก เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.3 วิเคราะห์หลักสูตรและเนื้อหา ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส เพื่อกำหนดสาระการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้

2.4 สร้างบทเรียนโปรแกรม Desmos โดยเตรียมเนื้อหา และจัดแบ่งเนื้อหา ให้สอดคล้อง กับแผนการจัดการเรียนรู้



## ตาราง 8 แสดงข้อมูล เนื้อหา และสถานการณ์ ที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ในบทเรียนโปรแกรม

### Desmos

แผนการจัดการเรียนรู้	เนื้อหา	สถานการณ์
1	ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	ธงราวงานวัด(ธงสามเหลี่ยม)
2	บทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัส	ตรวจสอบเส้นสนามวอลเลย์บอล
3	การประยุกต์ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	ตีเส้นสนามเปตอง

2.4 นำบทเรียนโปรแกรม Desmos เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาและปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะ

2.5 นำบทเรียนโปรแกรม Desmos เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ และปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะและความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

2.6 จัดทำนำบทเรียนโปรแกรม Desmos ฉบับสมบูรณ์

### 3. แบบประเมินผลการจัดการเรียนรู้

ผู้วิจัยสร้างแบบประเมินผลการจัดการเรียนรู้ขึ้น เพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการเก็บข้อมูลการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยขณะที่ดำเนินการจัดกิจกรรมในชั้นเรียน โดยให้ผู้ร่วมสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้ซึ่งได้แก่ ครูผู้รับผิดชอบรายวิชา และผู้วิจัยเขียนบันทึก บรรยายเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนในแต่ละวงจรปฏิบัติการซึ่งมีขั้นตอนการสร้างต่อไปนี้

3.1 ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบประเมินผลการจัดการเรียนรู้

3.2 กำหนดประเด็นของการเขียนบันทึก ซึ่งได้แก่

1) การจัดการเรียนรู้สามารถพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้หรือไม่ อย่างไร

2) ปัญหาหรืออุปสรรคที่พบจากการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัย

3) แนวทางการปรับปรุงแก้ไขปัญหาสำหรับการจัดการเรียนรู้ครั้งต่อไป

3.3 สร้างแบบประเมินผลการจัดการเรียนรู้

3.4 นำแบบประเมินผลการจัดการเรียนรู้เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาและปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะ

3.5 นำแบบประเมินผลการจัดการเรียนรู้เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ และปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะและความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

3.6 จัดทำแบบประเมินผลการจัดการเรียนรู้ฉบับสมบูรณ์

#### 4. แบบทดสอบวัดมโนทัศน์

4.1 วิเคราะห์หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) และหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนอนุบาลชนแดน เกี่ยวกับมาตรฐานการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบ

4.2 ศึกษา แนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัย ที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และการสร้างแบบทดสอบ จากตำราและเอกสารต่าง ๆ พร้อมวิเคราะห์เนื้อหา เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในแต่ละหัวข้อย่อย เพื่อกำหนดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ ซึ่งประกอบด้วย 3 มโนทัศน์ และกำหนดลักษณะแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นอัตนัย แบบแสดงวิธีทำหรือเขียนอธิบาย ให้นักเรียนได้แสดงวิธีการแก้ปัญหาอย่างอิสระด้วยการเขียนตอบซึ่งเป็นการบอกเหตุผลและแสดงวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ตอบข้อนั้น จำนวน 5 ข้อ

#### ตาราง 9 แสดงการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กับ จำนวนข้อสอบ

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	จำนวนข้อสอบ	
	อัตนัย	
	สร้าง	ใช้จริง
มโนทัศน์ 1 รูปสามเหลี่ยมมุมฉากคือ รูปสามเหลี่ยมที่มีมุมหนึ่งมุมเป็นมุมฉาก	2	1
มโนทัศน์ 2 รูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวด้านประกอบมุมฉาก	3	2
มโนทัศน์ 3 ถ้า กำลังสองของความยาวของด้านด้านหนึ่ง เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความยาวของอีกสองด้าน แล้ว รูปสามเหลี่ยมนั้นจะเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก	3	2
รวม	8	5

4.3 สร้างแบบทดสอบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส  
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีลักษณะเป็นอัตนัย ให้ครอบคลุมเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้และมโนทัศน์  
 โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน ลักษณะวิธีการตรวจให้คะแนนใช้เกณฑ์การให้คะแนนเฉพาะใน  
 แต่ละมโนทัศน์ ดังตาราง

ตาราง 10 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎี  
 บทพีทาโกรัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ระดับคะแนน ข้อสอบอัตนัย	รายละเอียด
3	คำตอบของนักเรียนถูก และให้เหตุผลถูกต้องสมบูรณ์ครบองค์ประกอบที่สำคัญ
2	คำตอบของนักเรียนถูก และการให้เหตุผลถูก แต่ขาดองค์ประกอบที่สำคัญอย่างน้อย 1 ส่วน
1	คำตอบของนักเรียนถูกบางส่วน แต่บางส่วนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน
0	คำตอบของนักเรียนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนทั้งหมด หรือคำตอบของนักเรียนไม่ตรงกับคำถามหรือนักเรียนไม่ตอบคำถาม

3.4 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบ  
 คุณภาพและความถูกต้องเหมาะสม

3.5 ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มาปรับปรุงแก้ไข ตามคำแนะนำของ  
 อาจารย์ที่ปรึกษา

3.6 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขไปเสนอผู้เชี่ยวชาญชุดเดิม  
 จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหาและประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับ  
 พฤติกรรมชี้วัดด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์กำหนดคะแนนความคิดเห็น ดังนี้

ให้คะแนน +1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นมีความสอดคล้องกับพฤติกรรมชี้วัด  
 ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ให้คะแนน 0 เมื่อไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นมีความสอดคล้องกับพฤติกรรมชี้วัด  
 ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ให้คะแนน -1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นไม่มีความสอดคล้องกับพฤติกรรมชี้วัด

ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

พิจารณาคัดเลือกแบบวัดที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.60 - 1.00 เป็นแบบวัดที่อยู่ในเกณฑ์ความเที่ยงตรงของเนื้อหา ผลการพิจารณาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ แสดงไว้ในภาคผนวก ค

3.7 ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มาปรับปรุงแก้ไข ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ ตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมอีกครั้งหนึ่ง

3.8 ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 20 คน ที่ไม่ใช่ผู้เข้าร่วมวิจัย เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หาค่าอำนาจจำแนก โดยวิธีของ Brennan สมนึก ภัททิยธนี (2546) นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ที่คัดเลือกแล้วมาวิเคราะห์หาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบโดยใช้สูตรของ Lovett สมนึก ภัททิยธนี (2546) แล้วนำแบบทดสอบที่หาค่าความเชื่อมั่นที่ได้เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษา

ผลการวิเคราะห์ค่าความยาก อำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส แสดงไว้ในภาคผนวก ง

3.9 จัดพิมพ์แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพแล้ว เพื่อนำไปใช้เป็นเครื่องมือในการวิจัยต่อไป

## 5. การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลมีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้

1. ชี้แจงจุดประสงค์การจัดการเรียนรู้ให้กับนักเรียนที่เป็นผู้เข้าร่วมวิจัย
2. ก่อนดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 5 ข้อ ใช้เวลา 50 นาที
3. ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามแผนการจัดการเรียนรู้การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เวลาในการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 10 ชั่วโมง
4. ในระหว่างที่ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยให้นักเรียนทำกิจกรรมเป็นกลุ่ม และทำกิจกรรมในบทเรียนโปรแกรม Desmos เป็นรายบุคคล

5. เมื่อดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบทั้ง 10 ชั่วโมง ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 5 ข้อ ใช้เวลา 50 นาที

## 6. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้เก็บรวบรวมมาทำการวิเคราะห์ผลเชิงคุณภาพ โดยแบ่งการวิเคราะห์ออกเป็น 2 ส่วน เพื่อตอบคำถามสิ่งที่ศึกษา 2 ข้อ คือ

1. แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับ บทเรียนโปรแกรม Desmos เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ด้วยการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับ บทเรียนโปรแกรม Desmos เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลสิ่งที่จะศึกษาข้อที่ 1 โดยการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ที่สามารถพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยเครื่องมือที่หลากหลาย เรียกว่าการตรวจสอบข้อมูลแบบสามเส้า ประเภทการตรวจสอบสามเส้าด้านวิธีการรวบรวมข้อมูล เครื่องมือวิจัยที่ใช้คือแบบบันทึกหลังแผนการจัดการเรียนรู้ แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนและแบบประเมินผลการจัดการเรียนรู้ หลังจากเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยเครื่องมือวิจัยต่าง ๆ แล้วผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลตามขั้นตอนดังนี้

1. อ่านข้อมูลที่ได้จากเครื่องมือทั้งหมดแล้วคัดเลือกข้อมูลที่สำคัญที่สามารถตอบประเด็นวิจัยข้อที่ 1 ได้
2. รวบรวมข้อมูลที่สามารถตอบประเด็นวิจัยในข้อที่ 1 ได้ โดยการรวมกลุ่มข้อมูลในประเด็นย่อยของคำถามวิจัย ได้แก่ รูปแบบการจัดการเรียนรู้ในภาพรวม การใช้คำถามเพื่อกระตุ้นการเรียนรู้ บทบาทการให้ความช่วยเหลือและสนับสนุนการเรียนรู้ของครูผู้สอน
3. ผู้วิจัยจะทำการตีความจากกลุ่มข้อมูลนั้น หาความสัมพันธ์ของข้อมูลและลักษณะร่วมเพื่อสรุปเป็นรูปแบบที่สามารถตอบคำถามสิ่งที่ศึกษาวิจัยได้ เช่น ข้อมูลที่ได้จากการจัดการเรียนรู้ในชั้นสถานการณ์ปัญหา การทำความเข้าใจปัญหาจะมีข้อมูลได้ทั้ง 3 วงจรปฏิบัติ การทำการวิเคราะห์ลักษณะเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และทำการสรุปเป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสมในภาพรวมและนำเสนอในรูปแบบความเรียง
4. วิเคราะห์ข้อมูลจากแบบประเมินผลการจัดการเรียนรู้ และ ผู้สังเกตการสอนเพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos

เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งจะวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพโดยการวิเคราะห์เนื้อหาจากแบบประเมินผลการจัดการเรียนรู้ จัดกลุ่มข้อความตามขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ และวิเคราะห์ข้อความในแต่ละชั้นออกเป็น จุดเด่น จุดด้อย อุปสรรค/ปัญหาที่พบ แนวทางการปรับปรุงแก้ไขปัญหา และพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออก จากนั้นจับประเด็นสำคัญและลงข้อสรุปเพื่อสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดโดยเขียนเป็นความเรียง

ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลสิ่งที่จะศึกษาข้อที่ 2 โดยการวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสของนักเรียน ผู้วิจัยจะนำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หลังจากที่ได้ทดสอบแล้วมาตรวจให้คะแนน แล้วนำมาหาค่าเฉลี่ยเพื่อวิเคราะห์ความเข้าใจทางมโนทัศน์คณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสของนักเรียน





## บทที่ 4

### ผลการวิจัย

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการวิจัยเชิงปฏิบัติการ การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนานวัตกรรมทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้เสนอรายละเอียดผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับ บทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนานวัตกรรมทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของโรงเรียนขยายโอกาสแห่งหนึ่งในจังหวัดเพชรบูรณ์

ตอนที่ 2 ผลการศึกษานวัตกรรมทางคณิตศาสตร์ ด้วยการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับ บทเรียนโปรแกรม Desmos เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของโรงเรียนขยายโอกาสแห่งหนึ่งในจังหวัดเพชรบูรณ์

ตอนที่ 1 ผลการศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนานวัตกรรมทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของโรงเรียนขยายโอกาสแห่งหนึ่งในจังหวัดเพชรบูรณ์

ในการศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับ บทเรียนโปรแกรม Desmos เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยใช้รูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน โดยทำเป็นวงจรทั้งหมด 3 วงจรปฏิบัติการ ซึ่ง 1 วงจรปฏิบัติการจะประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ

1. วางแผน (Plan)
2. ปฏิบัติการ (Act)
3. สังเกตการณ์ (Observe)
4. สะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflection)

และได้ดำเนินการตามแผนการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 3 แผนการจัดการเรียนรู้ โดยแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้จัดทำในรูปของกิจกรรมจำลองสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตจริงที่เกี่ยวกับปัญหา

ที่แก้ได้ด้วยทฤษฎีบทพีทาโกรัส บนโปรแกรม Desmos โดยมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos ซึ่งมี 6 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 สถานการณ์ปัญหา (Problem Scenario)

ขั้นที่ 2 การค้นหาและระบุข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง (Identify Facts)

ขั้นที่ 3 การสร้างแนวคิดและสมมุติฐาน (Generate Hypotheses)

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบความรู้เดิม และ ศึกษาความรู้ใหม่ (Knowledge Deficiencies)

ขั้นที่ 5 การนำความรู้หรือข้อมูลที่เราเรียนรู้ใหม่มาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ตามความเข้าใจ (Apply New Knowledge)

ขั้นที่ 6 สรุปข้อมูลให้มีโครงสร้างและความหมายทางคณิตศาสตร์ และประเมินผล (Abstraction)

ซึ่งใช้ในการจัดการเรียนรู้ตามวงจรปฏิบัติการ วงจรปฏิบัติการละ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ และใช้เวลาสอนทั้งหมด 10 ชั่วโมง โดยแต่ละวงจรปฏิบัติการมีรายละเอียด ดังนี้

### วงจรปฏิบัติการที่ 1 เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส

#### ขั้นที่ 1 วางแผน (Plan)

ผู้วิจัยจัดการเรียนรู้ตามหลักสูตรสถานศึกษา ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) ในรายวิชา ค 22102 คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส ซึ่งประกอบด้วย 3 เรื่องย่อย คือ ทฤษฎีบทพีทาโกรัส บทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัส และประยุกต์ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ผู้วิจัยได้จัดเตรียมเอกสารโดยแบ่งเป็น 3 ส่วน ได้แก่

1. เอกสารสำหรับผู้วิจัย คือ แผนการจัดการเรียนรู้ บันทึกผลการจัดการเรียนรู้
2. เอกสารสำหรับผู้ร่วมสังเกตการณ์การจัดการเรียนรู้ คือ แบบประเมินผลการจัดการเรียนรู้
3. เอกสารสำหรับผู้เข้าร่วมวิจัย คือ บทเรียนโปรแกรม Desmos ในกิจกรรม

โดยผู้วิจัยได้วางแผนการจัดการเรียนรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับ บทเรียนโปรแกรม Desmos จำนวน 3 แผนการจัดการเรียนรู้ ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส จำนวน 4 ชั่วโมง แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องบทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัส จำนวน 3 ชั่วโมง และแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องประยุกต์ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส จำนวน 3 ชั่วโมง ซึ่งแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้จะมี 6 ขั้นตอน โดยประยุกต์ใช้ขั้นตอน การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานของ Hmelo-Silver (2004) มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

ร่วมกับ บทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ดังนี้

ในการจัดการเรียนรู้ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส จัดการเรียนรู้จัดทำในรูปของกิจกรรมจำลองสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตจริงที่เกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส บนโปรแกรม Desmos โดยมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos ซึ่งมี 6 ขั้นตอน ดังนี้

### ขั้นที่ 1 สถานการณ์ปัญหา (Problem Scenario)

ผู้วิจัยเตรียมสถานการณ์ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริงให้นักเรียน โดยจัดทำบนโปรแกรม Desmos และให้นักเรียนทำความเข้าใจกับปัญหบบทเรียนโปรแกรม Desmos และตอบคำถามที่ผู้วิจัยเตรียมไว้ ตัวอย่างเช่น สถานการณ์ที่ 1 นักเรียนต้องช่วยกันแสดงวิธีตัดธงราวงานวัด (ธงสามเหลี่ยม) หน้าอาคารเรียน คำถามที่ครูเตรียมไว้คือ นักเรียนต้องช่วยกันทำธงราวงานวัด(ธงสามเหลี่ยม) กี่เส้นมีวิธีการหาความยาวของธงราวงานวัด(ธงสามเหลี่ยม) แต่ละเส้นอย่างไร

**เริ่มกิจกรรมกันเลย(1)**

กิจกรรมวันเด็กแห่งชาติ นักเรียนต้องช่วยกันตกแต่งสถานที่ โดยนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ได้รับหน้าที่ตัดธงราวงานวัด(ธงสามเหลี่ยม) หน้าอาคารเรียน นักเรียนจะต้องช่วยกันทำธงราวงานวัด(ธงสามเหลี่ยม)กี่เส้น และมีวิธีการหาความยาวของธงราวงานวัด(ธงสามเหลี่ยม)แต่ละเส้นอย่างไร



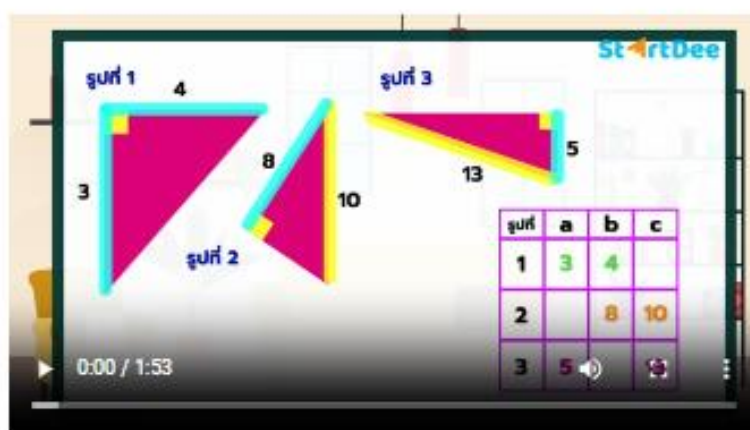
🖼️
🔊
√x
Submit

ภาพ 5 ภาพแสดงสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos

## ขั้นที่ 2 การค้นหาและระบุข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง (Identify Facts)

ผู้วิจัยเตรียมคำถามและวิดีโอในบทเรียนโปรแกรม Desmos สำหรับกระตุ้นความคิดของนักเรียนจากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ และนักเรียนหาข้อเท็จจริงด้วยตนเองในบทเรียนโปรแกรม Desmos ร่วมกันวิเคราะห์และแสดงความคิดเห็นลงในบทเรียนโปรแกรม Desmos

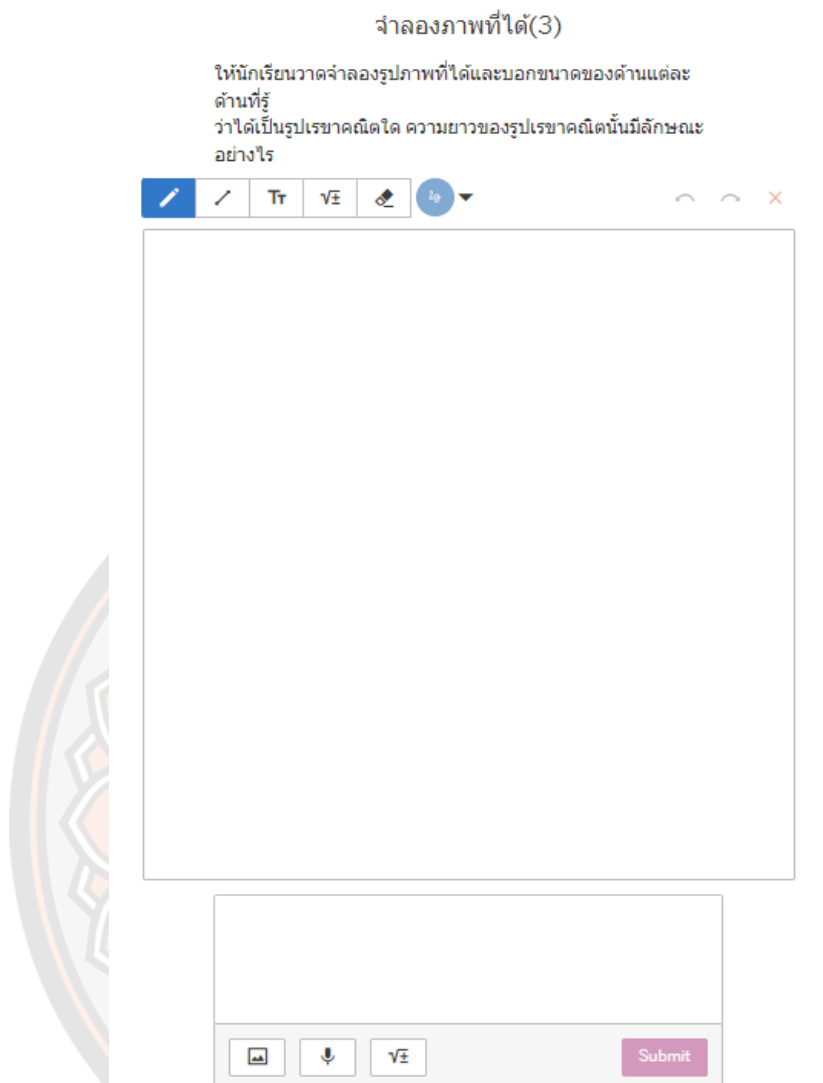
### ตอบถูกกันไหมนะ



ภาพ 6 ภาพแสดงคำถามที่กระตุ้นความคิดของนักเรียน โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos

## ขั้นที่ 3 การสร้างแนวคิดและสมมุติฐาน (Generate Hypotheses)

ผู้วิจัยเตรียมคำถามสำหรับกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์และแสดงความคิดเห็นถึงวิธีการและรูปแบบการแก้ปัญหา ออกแบบลงในบทเรียนโปรแกรม Desmos และร่วมกันอภิปรายถึงแนวคิดและสมมุติฐานที่ได้



ภาพ 7 ภาพแสดงพื้นที่สำหรับนักเรียนแสดงแนวคิด โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos

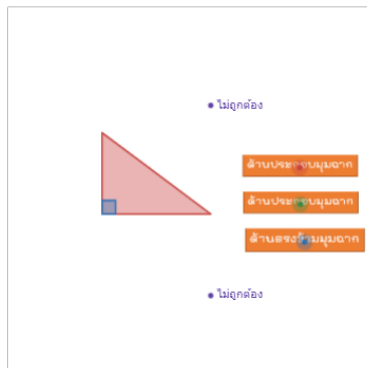
#### ขั้นที่ 4 ตรวจสอบความรู้เดิม และ ศึกษาความรู้ใหม่ (Knowledge Deficiencies)

ผู้วิจัยเตรียมกิจกรรมในบทเรียนโปรแกรม Desmos ให้นักเรียนได้ทบทวนความรู้และศึกษาความรู้ใหม่ โดยผู้วิจัยได้เรียงเนื้อหาความรู้จากง่ายไปยาก เพื่อให้ผู้เรียนใช้ทบทวนและเรียนรู้เนื้อหาใหม่ได้ชัดเจนและเข้าใจ ครูผู้สอนดูการทำกิจกรรมของนักเรียนในบทเรียนโปรแกรม Desmos และคอยให้คำแนะนำนักเรียนขณะทำกิจกรรมเพื่อสร้างความเข้าใจผ่าน Dashboard History



แต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเรียกว่าอะไร(4)

ให้นักเรียนจับคู่ชื่อแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากให้ถูกต้อง



สูตรไหนใช้หาพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส(4)

(Select all that apply.)



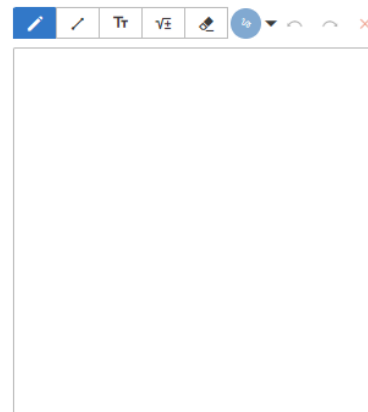
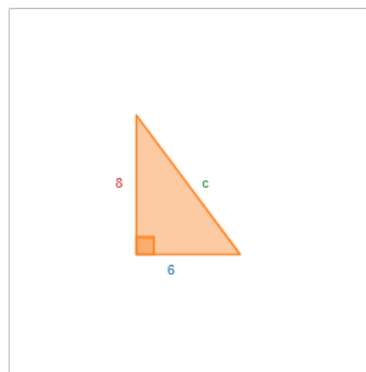
ทฤษฎีบทพีทาโกรัส(4)

สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ACB ที่กำหนดให้ จงหาค่า c

$$\text{จะได้ } c^2 = 6^2 + 8^2$$

ดังนั้น c มีค่าเท่ากับเท่าใด (แสดงวิธีหาคำตอบ)

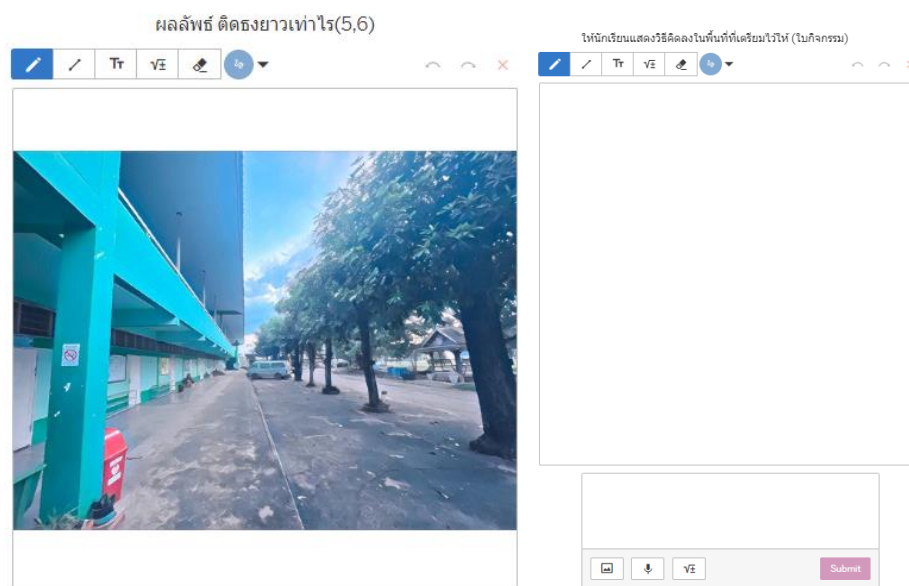


ภาพ 8 ภาพแสดงบทเรียน โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos

ขั้นที่ 5 การนำความรู้หรือข้อมูลที่เราเรียนรู้ใหม่มาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ตามความเข้าใจ (Apply New Knowledge)

ผู้วิจัยเตรียมแบบฝึกหัดสำหรับนักเรียนนำความรู้ที่ได้ศึกษามาแก้ปัญหาพร้อมสร้างความเข้าใจในการประยุกต์ใช้ความรู้

ผู้วิจัยเตรียมพื้นที่นำเสนอแนวทางและวิธีแก้ปัญหาที่นักเรียนค้นพบในการแก้ปัญหา ในใบกิจกรรมและในโปรแกรม Desmos เพื่อให้นักเรียนแต่ละกลุ่มเตรียมอภิปรายสรุปความรู้และวิธีการแก้ปัญหาาร่วมกันในบทเรียนโปรแกรม Desmos



ภาพ 9 ภาพแสดงพื้นที่นำเสนอแนวทางและวิธีแก้ปัญหาที่นักเรียนค้นพบในการแก้ปัญหา โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos

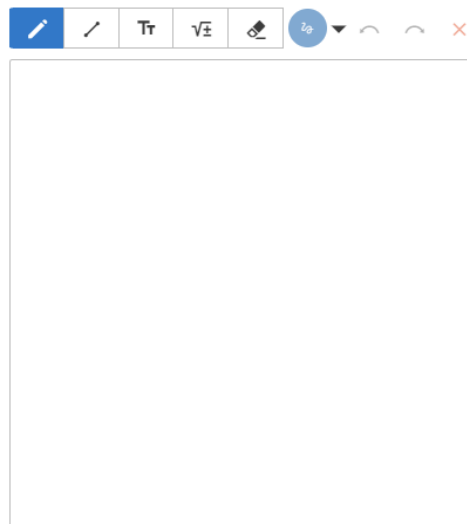
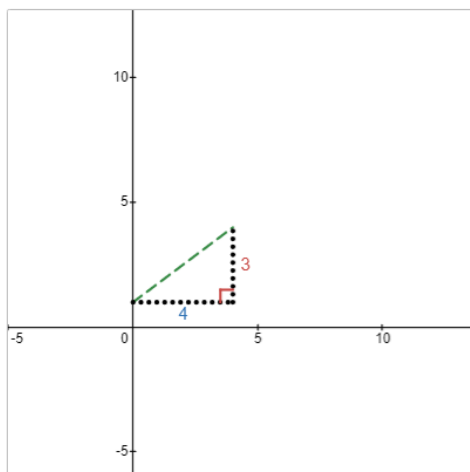
ขั้นที่ 6 สรุปข้อมูลให้มีโครงสร้างและความหมายทางคณิตศาสตร์ และประเมินผล (Abstraction)

ผู้วิจัยเตรียมแบบฝึกสำหรับนักเรียนนำความรู้ที่ได้ศึกษามาแก้ปัญหาพร้อมสร้างความเข้าใจในการใช้ความมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

### ทดลองฝีมือ(6)

สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

จากรูป เส้นประสีเขียวมีความยาวเท่าใด (แสดงวิธีหาคำตอบ)



ภาพ 10 ภาพแสดงแบบฝึกหัดความเข้าใจการใช้ความมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

#### ขั้นที่ 2 ปฏิบัติการ (Act)

ผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos โดยมีขั้นตอน 6 ขั้นตอน ตามแผนการจัดการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ใช้เวลา 4 ชั่วโมง โดยมีรายละเอียดการจัดการเรียนรู้ดังนี้

ครู : นักเรียนรู้จักรูปสามเหลี่ยมมุมฉากอะไรบ้าง

นักเรียน : รู้ครับ

ครู : รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่เห็นในชีวิตจริงมีอะไรบ้าง

นักเรียน : แชนวิซ

นักเรียน : ไม้บรรทัด

ครู : ไม้บรรทัดรูปทรงเรขาคณิต

นักเรียน : ซิ่นเค้ก

นักเรียน : ตัวต่อ เลโก้

ครู : นึกถึงอะไรได้อีก ผ้าพันคอลูกเสือ เหล็กตัดหน้าต่าง

ครูสนทนากับนักเรียนสำหรับเริ่มจัดกิจกรรมการเรียนรู้และนักเรียนทบทวนความรู้ในเรื่องของสามเหลี่ยมมุมฉาก และแบ่งกลุ่มให้นักเรียน กลุ่มละ 7-8 คน ประกอบด้วย คนเก่ง 2 คน

คนปานกลาง 3-4 คน คนอ่อน 2 คน โดยแบ่งจากผลสัมฤทธิ์ทางเรียนคณิตศาสตร์

### ขั้นที่ 1 สถานการณ์ปัญหา (Problem Scenario)

ครูเตรียมสถานการณ์ที่เกิดในชีวิตจริงโดยการใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสในการแก้ปัญหา โดยจัดสถานการณ์ในบทเรียนโปรแกรม Desmos ให้นักเรียนศึกษาสถานการณ์ปัญหาในบทเรียนโปรแกรม Desmos และสนทนาพร้อมตอบคำถาม ลงในบทเรียนโปรแกรม Desmos

#### เริ่มกิจกรรมกันเลย(1)

กิจกรรมวันเด็กแห่งชาติ นักเรียนต้องช่วยกันตกแต่งสถานที่ โดยนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ได้รับหน้าที่ติดธงรวงานวัด(ธงสามเหลี่ยม)

หน้าอาคารเขียว

นักเรียนจะต้องช่วยกันทำธงรวงานวัด(ธงสามเหลี่ยม)ก้เส้น และมีวิธีหาความยาวของธงรวงานวัด(ธงสามเหลี่ยม)แต่ละเส้นอย่างไร



ใช้ทั้งหมด 8 เส้นโดย หาความยาวจากการมัดเชือกที่ราวเหล็กบนอาคารมาที่ต้นไม้ แล้วนำความยาวจากเชือกที่ได้มาเป็นความยาวเชือกเส้นต่อไป


ภาพ 11 ภาพแสดงคำตอบวิธีแก้ปัญหาของนักเรียน ก่อนเรียนทฤษฎีบทพีทาโกรัส  
โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos

และในระหว่างนักเรียนทำกิจกรรมในบทเรียนโปรแกรม desmos ครูคอยให้คำแนะนำนักเรียน ผ่าน Dashboard History เพื่อให้นักเรียนได้ทบทวนคำตอบอีกครั้ง

**เริ่มกิจกรรมกันเลย(1)**

กิจกรรมวันเด็กแห่งชาติ นักเรียนต้องช่วยกันตกแต่งสถานที่ โดยนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ได้รับหน้าที่ติดธงราวานวัด(ธงสามเหลี่ยม)หน้าอาคารเขียว

นักเรียนจะต้องช่วยกันทำธงราวานวัด(ธงสามเหลี่ยม)ก็เส้น และมีวิธีหาความยาวของธงราวานวัด(ธงสามเหลี่ยม)แต่ละเส้นอย่างไร



[Redacted]  
 ไขทั้งหมด 8 เส้นโดย หาความยาวจากคาร์มัดเชือกที่ราวเหล็กบนอาคารมาที่ต้นไม้ แล้วนำความยาวจากเชือกที่ได้มาเป็นความยาวเชือกเส้นต่อไป

[Redacted]  
 ไขประมาณ 7-8เส้นจากการนับส่วนปูนของอาคารที่ยื่นลงมา(จากที่เห็นจากรูป)

1 Student Selected ✕  
 Present 1 Snapshot  
 Save Album to Snapshots  
 ไขประมาณ 7-8เส้นจากการนับส่วนปูนของอาคารที่ยื่นลงมา(จากที่เห็นจากรูป) ✕

Send feedback to 1 student  
 Send and Close

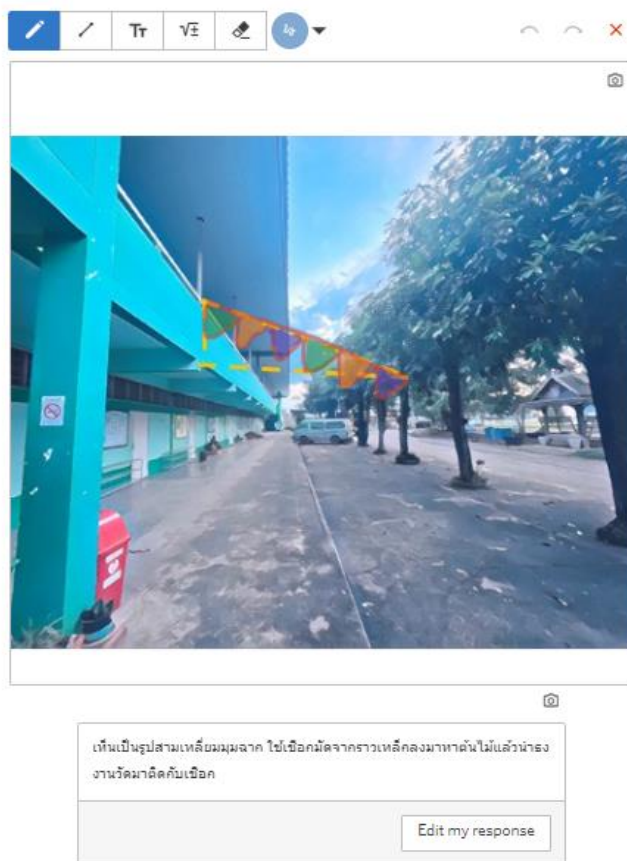
ภาพ 12 ภาพแสดงวิธีการให้คำชี้แนะนักเรียนรายบุคคล โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos

### ขั้นที่ 2 การค้นหาและระบุข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง (Identify Facts)

ครูเตรียมบทเรียนให้นักเรียนสำหรับให้นักเรียนได้ค้นคว้าทฤษฎีที่เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ในบทเรียนโปรแกรม desmos และให้นักเรียนได้สนทนาในชั้นเรียนร่วมกัน และในระหว่างนักเรียนทำกิจกรรมในบทเรียนโปรแกรม desmos ครูคอยตรวจสอบการตอบคำถามแต่ละบทเรียนของนักเรียน ใน Dashboard History เพื่อดูความเข้าใจในแต่ละบทเรียนของนักเรียน และควบคุมกิจกรรมแต่ละหน้าในบทเรียน ให้นักเรียนได้เรียนรู้และร่วมกันสนทนาไปพร้อมกัน

### ร่วมกันวิเคราะห์ "กิจกรรม จะติดธงได้อย่างไร"(2)

นักเรียนจะต้องรู้ข้อมูลเรื่องใดบ้าง จึงสามารถ  
ติดธงรางวัล (ธงสามเหลี่ยม) จัดสถานที่งานวันเด็กได้  
จากภาพเส้นประนักเรียนเห็นรูปอะไร พร้อมทั้งแสดงวิธีการและ  
รูปแบบการติดธงสามเหลี่ยม พร้อมความยาวของรูปที่นักเรียนได้  
จากการร่วมวิเคราะห์กับเพื่อน

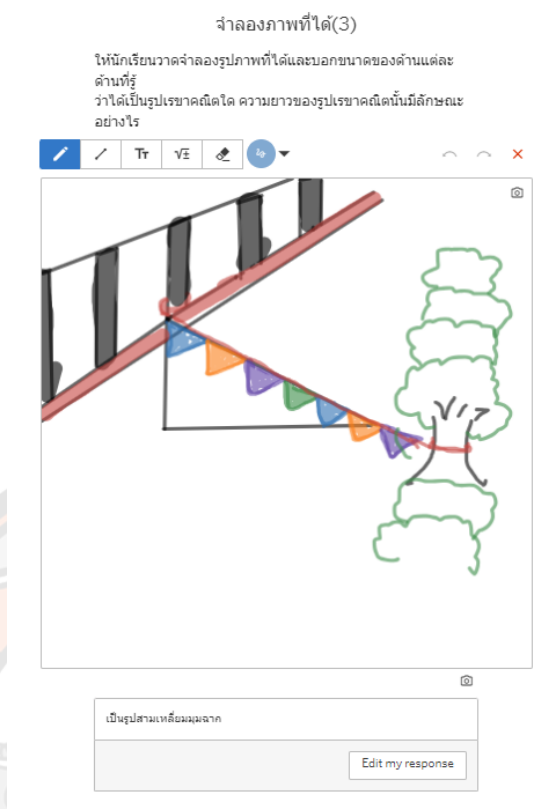


ภาพ 13 ภาพแสดงคำตอบนักเรียนในแต่ละบทเรียนของนักเรียน  
โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos

### ขั้นที่ 3 การสร้างแนวคิดและสมมุติฐาน (Generate Hypotheses)

นักเรียนจำลองรูปภาพเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากลงในบทเรียนโปรแกรม Desmos ก่อนที่จะออกไปวัดระยะความยาวจริงเป็นการสร้างแนวคิดและสมมุติฐานเพื่อให้นักเรียนทบทวนวิธีการแก้ปัญหาของตนและนักเรียนร่วมกันดูภาพจำลองของเพื่อน เพื่อเช็คความเข้าใจในการแก้ปัญหา





ภาพ 14 ภาพแสดงแนวคิดของนักเรียนในการติดธงราวงานวัด โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos

#### ขั้นที่ 4 ตรวจสอบความรู้เดิม และ ศึกษาความรู้ใหม่ (Knowledge Deficiencies)

นักเรียนศึกษาบทเรียนโปรแกรม Desmos ที่ครูจัดเตรียมไว้ให้ เป็นวิดีโอและแบบฝึกกิจกรรมที่ใช้ทบทวนความรู้เดิมเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่เป็นพื้นฐานสำหรับทฤษฎีบทพีทาโกรัสและศึกษาความรู้ใหม่เกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส นักเรียนต้องเรียนรู้ผ่านกิจกรรมในบทเรียนโปรแกรม Desmos ลักษณะโจทย์มีทั้งหาด้านตรงข้ามมุมฉาก และด้านประกอบมุมฉาก และครูคอยดูการทำงานและผลงานของนักเรียนผ่าน Dashboard History พร้อมคอยให้คำแนะนำนักเรียนขณะทำกิจกรรมเพื่อสร้างความเข้าใจ และคอยควบคุมและคอยชี้แนะนักเรียนในหน้าบทเรียนโปรแกรม Desmos ให้นักเรียนได้เรียนรู้ไปพร้อมๆกัน ผ่าน Dashboard History

แต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเรียกว่าอะไร(4)

ให้นักเรียนจับคู่ชื่อแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากให้ถูกต้อง

Responses Overlay

ด้านที่ไม่ทราบค่า(4)

จากวิดีโอ นักเรียนคิดว่าเราจะหาความยาวของด้านที่เหลือแต่ละด้านได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

ได้

22 students

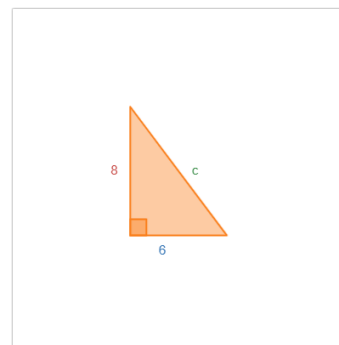
ไม่ได้

0 students

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส(4)

สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ACB ที่กำหนดให้ จงหาค่า c  
จะได้  $c^2 = 6^2 + 8^2$   
ดังนั้น c มีค่าเท่ากับเท่าใด (แสดงวิธีหาคำตอบ)



จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส  
ด้านตรงข้ามมุมฉากกำลังสอง = ผลบวก  
กำลังสองของด้านประกอบ หรือ  $c^2 = a^2 + b^2$   
แทน  $a = 8$  แทน  $b = 6$   
จะได้  $c^2 = 8^2 + 6^2$   
 $c^2 = 64 + 36$   
 $c^2 = 100$   
 $c =$  รากที่สองของ 100  
ดังนั้น  $c = 10$

ภาพ 15 ภาพแสดงตัวอย่างการตอบคำถามในบทเรียน โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos

### ขั้นที่ 5 การนำความรู้หรือข้อมูลที่เราเรียนรู้ใหม่มาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ตามความเข้าใจ (Apply New Knowledge)

นักเรียนและครู ร่วมสนทนาถึงวิธีการนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาหาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ครู : วันนี้เราพูดถึงความสัมพันธ์ของทฤษฎีบทพีทาโกรัส ให้นักเรียนหาความยาวของแต่ด้านสำหรับการหาความยาวของตรงรวางานวัด(งสามเหลี่ยม) นักเรียนมารับใบกิจกรรมไปด้วย

ครู : ครูขอทบทวนทฤษฎีบทพีทาโกรัสก่อน ว่ามีความสัมพันธ์อย่างไร

นักเรียน :  $c^2 = a^2 + b^2$

ครู : หรือเราจะบอกได้อย่างไรได้อีก

นักเรียน : ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความยาวด้านประกอบมุมฉาก

ครู : ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉากกำลังสอง เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความยาวด้านประกอบมุมฉาก หมายความว่าด้านตรงข้ามมุมฉากยกกำลังสองจะเท่ากับ ด้านประกอบมุมฉากสองด้านยกกำลังสอง แล้วนำมาทำอะไร

นักเรียน : บวกกัน

ครู : ถูกต้องบวกกัน แต่นักเรียนจะใช้ค่ากำลังสองตอบเลยได้ไหม

นักเรียน : ไม่ได้

ครู : ถูกต้อง นักเรียนต้องถอดรูก่อนแล้วนำค่าบวกมาตอบ แล้วเราจะไปทำตรงรวางานวัดกัน



ภาพ 16 ภาพแสดงกิจกรรมการหาคำตอบในการแก้ปัญหาการวัดตรงรวางานวัด



ภาพ 17 ภาพแสดงกิจกรรมการนำเสนอวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

### ขั้นที่ 6 สรุปข้อมูลให้มีโครงสร้างและความหมายทางคณิตศาสตร์ และประเมินผล (Abstraction)

หลังจากนักเรียนศึกษาความรู้ผ่านบทเรียนโปรแกรม Desmos ร่วมกันแสดงความคิดเห็นถึงวิธีแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และรวมกลุ่มเพื่อช่วยการแก้ปัญหาและคณิตศาสตร์ (เชิงสามเหลี่ยม)

นักเรียนและครูร่วมกันสนทนาถึงทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ครู : ครูขอทบทวนทฤษฎีบทพีทาโกรัส ว่ามีความสัมพันธ์อย่างไร

นักเรียน :  $c^2 = b^2 + a^2$

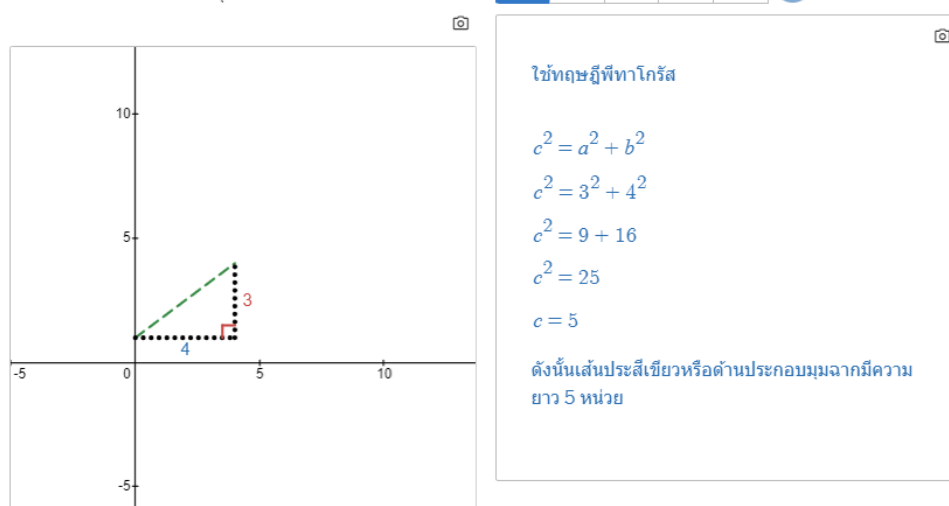
ครู : หรือเราจะบอกได้อย่างไรได้อีก

นักเรียน : ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉากกำลังสอง เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความยาวด้านประกอบมุมฉาก

และนักเรียนทำแบบฝึกเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนรายบุคคลผ่านบทเรียนโปรแกรม Desmos

สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

จากรูป เส้นประสีเขียวมีความยาวเท่าใด (แสดงวิธีหาคำตอบ)



ภาพ 18 ภาพแสดงตัวอย่างการตอบคำถามในบทเรียนโดยจัดทำในโปรแกรม Desmos

### ขั้นที่ 3 สังเกตการณ์ (Observe)

ในการจัดการเรียนรู้ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส เป็นการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนานวัตกรรมทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos ซึ่งมี 6 ขั้นตอน ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้ได้สังเกตสิ่งที่เกิดขึ้นในแต่ละขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และบันทึกผลการสังเกตลงในแบบประเมินการจัดการเรียนรู้

### ขั้นที่ 1 สถานการณ์ปัญหา (Problem Scenario)

ผู้วิจัยได้นำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่สามารถเกิดขึ้นได้ในชีวิตจริง และเป็นเรื่องใกล้ตัว โดยต้องใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสในการแก้ปัญหา โดยครูเตรียมสถานการณ์ปัญหาในบทเรียนโปรแกรม Desmos ให้นักเรียนศึกษาสถานการณ์ปัญหาในบทเรียนโปรแกรม Desmos และสนทนาพร้อมตอบคำถาม ลงในบทเรียนบทเรียนโปรแกรม Desmos ดังภาพ



### เริ่มกิจกรรมกันเลย(1)

กิจกรรมวันเด็กแห่งชาติ นักเรียนต้องช่วยกันตกแต่งสถานที่ โดยนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ได้รับหน้าที่ติดตั้งราวงานวัด(ธงสามเหลี่ยม) หน้าอาคารเขียว นักเรียนจะต้องช่วยกันทำธงราวงานวัด(ธงสามเหลี่ยม)ก็เส้น และมีวิธีหาความยาวของธงราวงานวัด(ธงสามเหลี่ยม)แต่ละเส้นอย่างไร



🖼️
📷
🗑️

Submit

ภาพ 19 สถานการณ์ปัญหาในบทเรียนโปรแกรม Desmos

จากการสังเกตพบว่า นักเรียนให้ความสนใจในกับบทเรียนโปรแกรม desmos และปัญหาที่ครูเตรียมไว้ให้ในบทเรียน ว่าจะต้องติดตั้งราวงาน(ธงสามเหลี่ยม) ในลักษณะอย่างไร และติดตั้งราวงานวัด(ธงสามเหลี่ยม) ที่ตรงไหนบ้าง จะใช้อุปกรณ์อะไรติดตั้งราวงานวัด(ธงสามเหลี่ยม) จะต้องติดตั้งสูงเท่าไร และจากการตอบคำถามของนักเรียน นักเรียนมีคำตอบที่เป็นวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายตามวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละคน ซึ่งจากการตอบคำถามและการสนทนาในชั้นเรียนของนักเรียน นักเรียนบางคนยังไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะของการติดตั้งราวงานวัด(ธงสามเหลี่ยม)หน้าอาคารเรียนได้ ดังภาพ



<input type="checkbox"/> ดิต ใช้ทั้งหมด 8 เส้นโดย หาความยาวจากการวัดเชือกที่ราวเหล็กบนอาคารมาที่ต้นไม้ แล้วนำความยาวจากเชือกที่ได้มาเป็นความยาวเชือกเส้นต่อไป	<input type="checkbox"/> ก ใช้ 7-8 เส้น นับจากเสาบนอาคารและต้นไม้ คัดจากเสาจนไปถึงต้นไม้ที่อาคาร หาความยาวจากไม้บรรทัดเหล็กยาวหรือดลิมเมตร
<input type="checkbox"/> ชน ใช้ประมาณ 7-8 เส้นจากการนับส่วนปูนของอาคารที่ยื่นลงมา(จากที่เห็นจากรูป)	<input type="checkbox"/> ฉ. 10 เส้น หาความยาวจากเสาด้านบนจนมาถึงต้นไม้
<input type="checkbox"/> ค. ใช้ธงสามเหลี่ยมหน้าจั่วประมาณ 8-9 เส้น โดยวัดตามคาบข้างบนของอาคารเรียน	<input type="checkbox"/> น. ใช้ธงรูปสามเหลี่ยมประมาณ 8-9 เส้น และวัดได้จากนับความยาวของวงของเสาเหล็กด้านบนอาคารและวัดกับต้นไม้ให้พอดีเท่ากัน
<input type="checkbox"/> ด. ใช้ราวทั้งหมด 7 เส้น โดยวัดระยะห่างจากราวจับด้านบนอาคารถึงต้นไม้บริเวณหน้าอาคาร วัดด้วยดลิมเมตร วัดจากพื้นด้านล่างถึงต้นไม้	<input type="checkbox"/> ว. ใช้ทั้งหมด 7-8 เส้น เพราะนับตามเหล็กบนอาคารเรียนวัดมาถึงต้นไม้ที่อาคาร
	<input type="checkbox"/> ค. ใช้ราวงานวัดทั้งหมด 7 เส้น โดยวัดจากราวเหล็กบนอาคารไปหาต้นไม้ ใช้ดลิมเมตรวัดความยาว

ภาพ 20 ภาพแสดงคำตอบของนักเรียนในการแก้ปัญหา ก่อนเรียนรู้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos

## ขั้นที่ 2 การค้นหาและระบุข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง (Identify Facts)


จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในขั้นนี้พบว่า ในระหว่างทำกิจกรรมนักเรียนตอบคำถามในบทเรียนโปรแกรม Desmos และมีการสนทนาวิเคราะห์ร่วมกับเพื่อนและตอบคำถามลงในบทเรียนของตนเอง ในระหว่างทำกิจกรรมครูคอยตรวจสอบการคำตอบแต่ละบทเรียนของนักเรียน ใน Dashboard History และควบคุมหน้ากิจกรรมแต่ละหน้าในบทเรียน ให้นักเรียนได้เรียนรู้ไปพร้อมกัน เพื่อความเข้าใจในแต่ละบทเรียนของนักเรียน และยกตัวอย่างคำตอบของนักเรียนในห้องมาร่วมกันอภิปรายถึงข้อมูลที่ต้องรู้ในการแก้ปัญหา

จากการยกตัวอย่างคำตอบของนักเรียนในห้องเรียนในระหว่างทำกิจกรรมจากการสังเกตพบว่านักเรียนที่ตอบคำถามช้า และยังไม่ทำความเข้าใจปัญหาที่ได้รับในบทเรียนโปรแกรม Desmos อยู่ นักเรียนจะรีบตอบคำถามโดยใช้คำตอบของเพื่อน และมีนักเรียนบางส่วนที่ตอบคำถามยังไม่ครบถ้วน รีบพิมพ์คำตอบเพื่อจะได้ไปบทเรียนหน้าต่อไปพร้อมกับเพื่อน

<div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> <div style="display: flex; gap: 10px;"> <span>Anonymize</span> <span>Pace</span> <span>Sync to Me</span> <span>Pause</span> </div> <div style="display: flex; gap: 10px;"> <div style="border: 1px solid #ccc; padding: 2px;">1 ความพร... ความพร้อมในการทำ กิจกรรมอยู่ที่ระดับใด</div> <div style="border: 1px solid #ccc; padding: 2px;">2 เริ่มกิจก... กิจกรรมวันเด็กแห่ง ชาติ นักเรียนต้องช่วย</div> <div style="border: 1px solid #ccc; padding: 2px;">3 ด้านที่ใ... ด้านที่ใ...</div> </div> </div>			
SORT BY Time Entered			
██████████	⋮	●	✓
██████████	⋮	●	✓
██████████	⋮	●	✓
██████████	⋮	●	✓
██████████	⋮	●	✓
██████████	⋮	●	✓

ร่วมกันวิเคราะห์ "กิจกรรม จะคิดอย่างไร"(2)

นักเรียนจะต้องรู้ข้อมูลเรื่องใดบ้าง จึงสามารถ  
คิดของรางวัล (ของสามเหลี่ยม) จัดสถานที่งานวันเด็กได้  
จากภาพเล่นประกอบนักเรียนเห็นรูปอะไร พร้อมทั้งแสดงวิธีการและ  
รูปแบบการคิดของสามเหลี่ยม พร้อมความยาวของรูปที่นักเรียนได้  
จากการร่วมวิเคราะห์กับเพื่อน



สามเหลี่ยมจากทางใดจากการใช้สีและหรือโดยขนาดหรือความยาวที่เราได้  
ได้แล้วให้นำมาคิดในสิ่งของพลีเพราะก็เอาจะไม่ได้

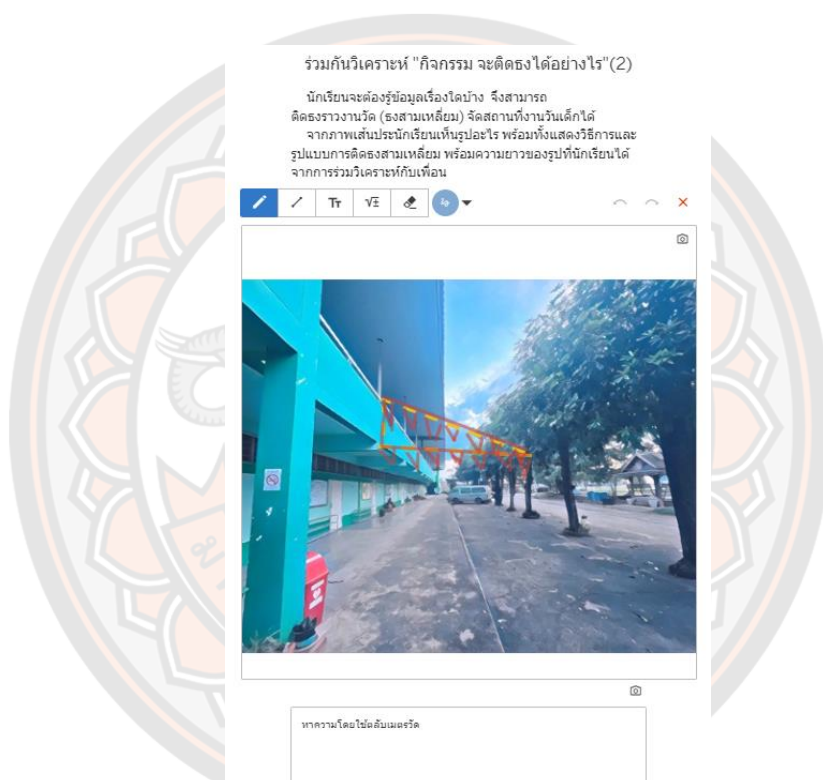
Edit my response

ภาพ 21 ภาพแสดง Dashboard History เพื่อดูความเข้าใจและการตอบคำถาม  
แต่ละบทเรียนของนักเรียน โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos

### ขั้นที่ 3 การสร้างแนวคิดและสมมุติฐาน (Generate Hypotheses)

จากการที่นักเรียนได้ร่วมกันวิเคราะห์วิธีการคิดตรงในสถานการณ์ปัญหา ครูเตรียมพื้นที่ใน  
บทเรียนโปรแกรม Desmos สำหรับให้นักเรียนเขียนแนวคิดและสมมุติฐานที่แต่ละคนได้ ว่าเป็น  
วิธีการแก้ปัญหาที่ได้ผลอย่างไร เพื่อให้นักเรียนมีวิธีการแก้ปัญหาของตน

จากการสังเกตการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละคนในการเขียนจำลองรูปภาพและวิธีการติดธงรวางานวัด(ธงสามเหลี่ยม)ลงในบทเรียนโปรแกรม Desmos ก่อนที่จะออกไปวัดระยะเวลาความยาวเพื่อเป็นการสร้างแนวคิดและสมมุติฐานของนักเรียน พร้อมทั้งได้ร่วมอภิปรายในชั้นเรียน นักเรียนได้ร่วมกันดูภาพจำลองแนวคิดการติดธงรวางานวัด(ธงสามเหลี่ยม) ของเพื่อน และตรวจสอบความเข้าใจในการแก้ปัญหา มีนักเรียนบางส่วนที่ยังไม่เข้าใจรูปแบบการติดธง และบทเรียนยังมีความซับซ้อน นักเรียนบางส่วนยังไม่สามารถทำความเข้าใจได้ในเวลาที่กำหนด มีนักเรียนบางส่วนที่ทำกิจกรรมไม่ทัน ดังภาพ



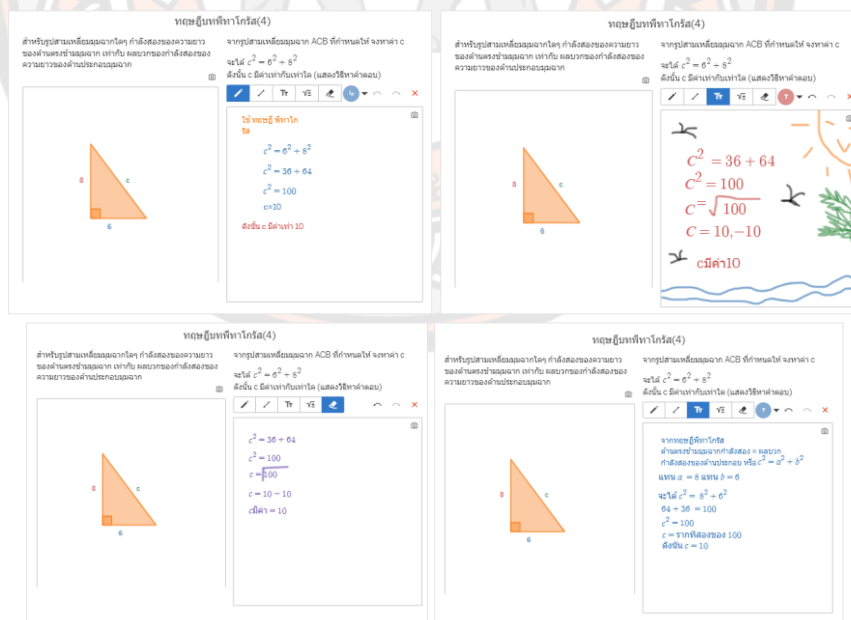
ภาพ 22 ภาพแสดงการตอบคำถามของนักเรียนที่ยังไม่สามารถทำความเข้าใจได้ในเวลาที่กำหนด

#### ขั้นที่ 4 ตรวจสอบความรู้เดิม และ ศึกษาความรู้ใหม่ (Knowledge Deficiencies)

หลังจากที่นักเรียนในชั้นเรียนได้ทำความเข้าใจปัญหา และหาแนวคิดในการแก้ปัญหา ผู้วิจัยให้นักเรียนศึกษาบทเรียนที่ผู้วิจัยจัดเตรียมไว้ในบทเรียนโปรแกรม Desmos ซึ่งมีทั้งที่เป็นวิดีโอและแบบฝึกที่เป็นกิจกรรมที่ใช้ทบทวนความรู้เดิมเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่เป็นพื้นฐานสำหรับทฤษฎีบทพีทาโกรัสและศึกษาความรู้ใหม่เกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส นักเรียนต้อง

เรียนรู้ผ่านกิจกรรมในบทเรียนโปรแกรม Desmos ลักษณะโจทย์มีทั้งทางด้านตรงข้ามมุมฉาก และด้านประกอบมุมฉาก และครูคอยดูการทำงานและผลงานของนักเรียนผ่าน Dashboard History คอยให้คำแนะนำนักเรียนในการทำกิจกรรม สร้างความเข้าใจ และครูคอยควบคุมและคอยชี้แนะนักเรียนในหน้าบทเรียนโปรแกรม Desmos ให้นักเรียนได้เรียนรู้หน้าบทเรียนโปรแกรม Desmos ไปพร้อมๆกัน ผ่าน Dashboard History

จากการสังเกตพบว่านักเรียนศึกษาบทเรียนโปรแกรม Desmos ที่ครูได้จัดเตรียมไว้ ในระหว่างทำกิจกรรมในบทเรียนโปรแกรม Desmos นักเรียนมีการสนทนาและปรึกษากับเพื่อนถึงสิ่งที่ไม่เข้าใจ และในระหว่างทำกิจกรรมครูคอยดูการตอบคำถามและการเรียนแต่ละหน้าบทเรียนของนักเรียนใน Dashboard History เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ และคอยให้คำชี้แนะนักเรียนในระหว่างทำกิจกรรม ในการทำกิจกรรมนักเรียนจะทำกิจกรรมไปพร้อมๆกันโดยมีครูผู้สอนเป็นผู้ควบคุมหน้าบทเรียนให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยความเข้าใจไปที่ละหน้า เมื่อนักเรียนคนใดมีคำถามหรือข้อสงสัยในแต่ละหน้าครูคอยอธิบายและทำความเข้าใจไปพร้อมๆกัน สำหรับนักเรียนคนที่ไม่เข้าใจ หรือมีความเข้าใจคลาดเคลื่อน ครูผู้สอนยกตัวอย่างการตอบคำถามของเพื่อนในชั้นเรียนระหว่างทำกิจกรรม และมีนักเรียนบางส่วนที่ทำกิจกรรมไม่ทันและรีบทำเพื่อจะได้ไปหน้าต่อไปพร้อมกับเพื่อนซึ่งเห็นว่านักเรียนยังตอบคำถามไม่ถูกต้องสมบูรณ์ ดังภาพ



ภาพ 23 ภาพแสดงการตอบคำถามของนักเรียนในระหว่างทำกิจกรรมในบทเรียน Desmos

## ขั้นที่ 5 การนำความรู้หรือข้อมูลที่เราเรียนรู้ใหม่มาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ตามความเข้าใจ (Apply New Knowledge)

หลังจากนักเรียนศึกษาความรู้ผ่านบทเรียนโปรแกรม Desmos และรวมกลุ่มเพื่อช่วยหาวิธีการแก้ปัญหาและติตตรงรวางานวัด(งสามเหลี่ยม)นักเรียนและครูร่วมกันสนทนาถึงทฤษฎีบทพีทาโกรัส และร่วมกันแสดงความคิดเห็นและวิธีแก้ปัญหาคติตรงรวางานวัด(งสามเหลี่ยม)นักเรียนรวมกลุ่มกันหาวิธีการติตตรงรวางานวัด(งสามเหลี่ยม) โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสในการหาคำตอบ โดยนักเรียนได้ลองแก้ปัญหาลงในบทเรียนโปรแกรม Desmos และครูแจกใบกิจกรรมให้นักเรียนได้เก็บข้อมูลจากสถานการณ์จริงหน้าอาคารเรียน และนักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันเก็บรวบรวมข้อมูลในการสร้างรวางานวัด(งสามเหลี่ยม) และร่วมกันสร้างรวางานวัด(งสามเหลี่ยม)

จากการสังเกตในระหว่างทำกิจกรรมแก้ปัญหาของนักเรียนจากสถานการณ์จริง นักเรียนร่วมกันทำกิจกรรมกลุ่มกับเพื่อน นักเรียนมีความสนใจในการหาข้อมูลมา เพื่อใช้แก้ปัญหาในการติตตรงรวางานวัด(งสามเหลี่ยม) รู้จักการทำงานเป็นทีมและรับฟังความคิดเห็นของเพื่อนในกลุ่ม ในระหว่างการทำกิจกรรมการวัดความยาวนักเรียนใช้หน่วยในการวัดความยาวของระเบียงและหน้าอาคารเป็นเซนติเมตร เมื่อนักเรียนนำข้อมูลที่ได้อามาวิเคราะห์ ทำให้มีจำนวนตัวเลขที่มากเกินไป

หลังจากที่นักเรียนร่วมกันศึกษาสถานการณ์ปัญหา และหาวิธีแก้ปัญหาสถานการณ์ที่กำหนดให้ นักเรียนนำเสนอผลงานของกลุ่มตัวเองที่ได้ คิดหาวิธีแก้ปัญหาคติตรงรวางานวัด(งสามเหลี่ยม) โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสในการแก้ปัญหา โดยนักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอวิธีการหาความยาวของรวางานวัดที่แต่ละกลุ่มได้ พร้อมบอกวิธีการหาความยาวโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส บอกวิธีการหาความยาวของแต่ละด้านที่กลุ่มตัวเองวัดได้ โดยแทนความยาวด้านระเบียง และพื้นด้านล่าง หน้าอาคารเป็นด้านประกอบมุมฉาก และแทนรวางานวัด(งสามเหลี่ยม)ที่ต้องใช้ติดเป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก พร้อมทั้งบอกสมการพีทาโกรัส  $c^2 = a^2 + b^2$  โดยระหว่างการนำเสนอผลงานแต่ละกลุ่ม นักเรียนมีความสนใจในความยาวแต่ละด้านของกลุ่มเพื่อนในชั้นเรียน ในการหาความยาวของรวางานวัด(งสามเหลี่ยม)โดยทฤษฎีบทพีทาโกรัส ซึ่งในการนำเสนอความยาวแต่ละด้านที่นักเรียนได้วัดมาตัวเลขมีค่ามากเนื่องจากหน่วยที่ใช้วัดเป็นเซนติเมตร ทำให้สมการที่ใช้ในการแก้ปัญหามีจำนวนค่าตัวเลขที่สูง และนักเรียนมีความสนใจผลลัพธ์ในการแก้ปัญหของตนเองที่จะนำรวางานวัด(งสามเหลี่ยม) ไปติดหน้าอาคารเรียน ดังภาพ





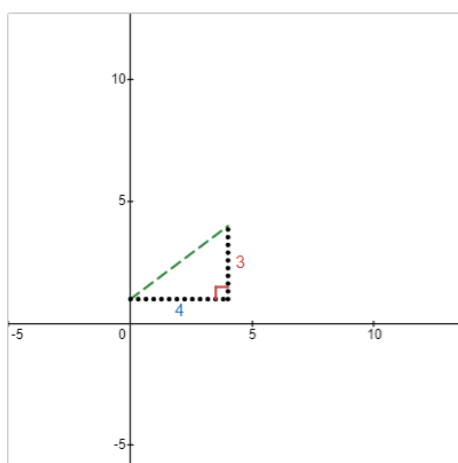
ภาพ 24 ภาพการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ขั้นที่ 6 สรุปข้อมูลให้มีโครงสร้างและความหมายทางคณิตศาสตร์ และประเมินผล (Abstraction)

หลังจากนักเรียนร่วมแก้ปัญหาการติดตรงราวงานวัด(ธงสามเหลี่ยม) นักเรียนได้แก้ปัญหาที่ครูใส่ไว้ในบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อตรวจสอบความเข้าใจนักเรียนในการใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

จากรูป เส้นประสีเขียวมีความยาวเท่าใด (แสดงวิธีหาคำตอบ)



ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 3^2 + 4^2$$

$$c^2 = 9 + 16$$

$$c^2 = 25$$

$$c = 5$$

ดังนั้นเส้นประสีเขียวหรือด้านประกอบมุมฉากมีความยาว 5 หน่วย

ภาพ 25 ภาพการวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส



#### ขั้นที่ 4 สะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflection)

ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากชั้นสังเกตการณ์ มาวิเคราะห์เพื่อหาแนวทางการปรับปรุงแก้ไขในวงจรปฏิบัติการวงจรต่อไป ซึ่งในการจัดการเรียนรู้ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส เป็นการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ใช้แบบประเมินผลการจัดการเรียนรู้เป็นเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล เพื่อศึกษาแนวทางการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ ทำการบันทึกผลการจัดการเรียนรู้โดยผู้วิจัย และผู้เข้าร่วมสังเกตการณ์เรียนรู้ ซึ่งได้แก่ครูในโรงเรียนที่มีประสบการณ์สอน หลังจากทำการวิเคราะห์ผลจากเครื่องมือที่ใช้เก็บข้อมูล ผู้วิจัยสามารถสรุปประเด็นปัญหาที่พบ และแนวทางการปรับปรุงแก้ไข ได้ดังตาราง

ตาราง 11 แสดงประเด็นปัญหาและแนวทางปรับปรุงแก้ไขปัญหาในการจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 1

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้	ประเด็นปัญหา	แนวทางการปรับปรุงแก้ไข
ขั้นที่ 1 สถานการณ์ปัญหา (Problem Scenario)	นักเรียนบางคนไม่สามารถเติมคำตอบลงในโปรแกรม Desmos ได้ทันเวลาและยังไม่สามารถวิเคราะห์ปัญหาลักษณะของการติดตรงราวงานวัด(ตรงสามเหลี่ยม)หน้าอาคารเรียนได้	ผู้สอนควรเสริมบทเรียนความรู้พื้นฐานของการใช้โปรแกรม Desmos และเลือกสถานการณ์ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง เกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยขั้นตอนไม่ซับซ้อน ต่อการใช้โปรแกรม Desmos ในการนำเสนอปัญหาและสร้างความเข้าใจปัญหาเพื่อให้นักเรียนได้รับความรู้และทำความเข้าใจอย่างเต็มที่เกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหา
ขั้นที่ 2 การค้นหาและระบุข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง (Identify Facts)	จากการยกตัวอย่างคำตอบของนักเรียนในห้องมาร่วมกันอภิปรายถึงข้อมูลที่ต้องรู้ในการแก้ปัญหามาจากการยกตัวอย่าง	ผู้สอนให้เวลาในการทำกิจกรรมในแต่ละหน้าของบทเรียนเพิ่มขึ้น และให้คำแนะนำเพื่อเป็นแนว

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้	ประเด็นปัญหา	แนวทางการปรับปรุงแก้ไข
	<p>คำตอบของนักเรียนในห้องเรียนในระหว่างทำกิจกรรมพบว่านักเรียนที่ตอบคำถามซ้ำและยังทำความเข้าใจปัญหาที่ได้รับในบทเรียนโปรแกรม Desmos อยู่ นักเรียนจะรีบตอบคำถามโดยใช้คำตอบของเพื่อน และมีนักเรียนบางส่วนที่ตอบคำถามยังไม่ครบถ้วน รีบพิมพ์คำตอบเพื่อจะไปได้</p> <p>บทเรียนหน้าต่อไปพร้อมกับเพื่อน</p>	<p>ทางการตอบคำถามสำหรับนักเรียนที่ซ้ำจากการสังเกตผ่าน Dashboard History และเพื่อให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจปัญหา ก่อนการยกตัวอย่างคำตอบในบทเรียนมาอภิปรายร่วมกัน</p>
<p>ขั้นที่ 3 การสร้างแนวคิดและสมมติฐาน (Generate Hypotheses)</p>	<p>นักเรียนบางส่วนยังไม่เข้าใจปัญหา รูป และบทเรียนยังมีความซับซ้อน นักเรียนยังไม่สามารถทำความเข้าใจได้ในเวลาที่กำหนด มีนักเรียนบางส่วนที่ทำกิจกรรมไม่ทัน</p>	<p>ขณะนักเรียนทำกิจกรรมครูผู้สอนสังเกตและให้คำแนะนำนักเรียนผ่าน Dashboard History เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแนวคิดให้กับนักเรียน พร้อมให้เวลาในการทำกิจกรรมในแต่ละหน้าของบทเรียนเพิ่มขึ้น เพื่อให้</p> <p>นักเรียนได้ทำความเข้าใจ</p>
<p>ขั้นที่ 4 ตรวจสอบความรู้เดิม และ ศึกษาความรู้ใหม่ (Knowledge Deficiencies)</p>	<p>นักเรียนบางส่วนที่ทำกิจกรรมไม่ทัน และรีบทำเพื่อจะรีบไปหน้าต่อไปพร้อมกับเพื่อนซึ่งเห็นว่านักเรียนยังตอบคำถามไม่ถูกต้องสมบูรณ์</p>	<p>ครูผู้สอนควรจัดลำดับบทเรียนเรียนจากง่ายไปยาก ควรกระตุ้นให้นักเรียนทำกิจกรรมให้เสร็จในเวลาของการทำกิจกรรมในแต่ละหน้าของบทเรียนเพิ่มขึ้น และคอยให้คำแนะนำใน</p>

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้	ประเด็นปัญหา	แนวทางการปรับปรุงแก้ไข
		<p>การทำกิจกรรมของนักเรียน ทั้งผ่านชั้นเรียนและผ่าน Dashboard History เพื่อให้ นักเรียนได้ทำความเข้าใจ และหาตอบได้ ถูกต้อง สมบูรณ์</p>
<p>ขั้นที่ 5 การนำความรู้หรือ ข้อมูลที่เราเรียนรู้ใหม่มา ประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ ตามความเข้าใจ (Apply New Knowledge)</p>	<p>ในระหว่างการทำกิจกรรมการ วัดระยะทาง วัดความยาว นักเรียนใช้หน่วยในการวัดความ ยาวของระเบียงและหน้าอาคาร เป็นเซนติเมตร เมื่อนักเรียนนำ ข้อมูลที่ได้มาวิเคราะห์ ทำให้มี จำนวนตัวเลขที่มากเกินไป</p>	<p>ครูผู้สอนคอยสังเกตการณ์ การเก็บข้อมูลของนักเรียน เป็นระยะ และคอยให้ คำแนะนำถึงวิธีการวัดระยะ และหน่วยวัดที่เหมาะสม</p>
<p>ขั้นที่ 6 สรุปข้อมูลให้มี โครงสร้างและความหมาย ทางคณิตศาสตร์ และ ประเมินผล (Abstraction)</p>	<p>ในการนำเสนอความยาวแต่ละ ด้านที่นักเรียนได้วัดมา มีความ ตัวเลขที่มากเนื่องจากหน่วยที่ ใช้วัดเป็นเซนติเมตร ทำให้ สมการที่ใช้ในการแก้ปัญหา มี จำนวนค่าตัวเลขที่สูง</p>	<p>ครูผู้สอนคอยให้คำแนะนำ การเก็บข้อมูลของนักเรียน และคอยให้คำแนะนำถึง วิธีการวัดระยะและหน่วย วัดที่เหมาะสม พร้อมทั้ง สรุปข้อมูลจากการทำ กิจกรรมของนักเรียนผ่าน Dashboard History เพื่อ ประเมินความเข้าใจและ การประยุกต์ใช้ความรู้ทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียน</p>

## วงจรถอบปฏิบัติที่ 2 เรื่องบทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จากผลการสะท้อนผลการปฏิบัติการในวงจรถอบปฏิบัติที่ 1 ทำให้ผู้วิจัยได้แนวทางปรับปรุงการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยมีรายละเอียดในการดำเนินกิจกรรม ดังนี้

### ขั้นที่ 1 วางแผน (Plan)

ผู้วิจัยนำผลการสะท้อนการจัดการเรียนรู้ในวงจรถอบปฏิบัติที่ 1 มาปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง บทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัส เพื่อให้การจัดการเรียนรู้บรรลุตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ ซึ่งผู้วิจัยได้ปรับเปลี่ยนและพัฒนาปัญหาทางคณิตศาสตร์ และบทเรียนโปรแกรม Desmos ให้มีความชัดเจนและเข้าใจง่ายขึ้น

### ขั้นที่ 1 สถานการณ์ปัญหา (Problem Scenario)

ผู้วิจัยเริ่มกิจกรรมการเรียนการสอนโดยการทบทวนสิ่งที่ได้เรียนรู้ในการแก้ปัญหาการติดธงราวงานวัด(ธงสามเหลี่ยม) และเชื่อมโยงถึงกิจกรรมปัญหาที่นักเรียนจะต้องช่วยกันแก้ไขในบทเรียนนี้ พร้อมยกตัวอย่างสิ่งของและสถานการณ์ต่างๆที่สามารถเชื่อมโยงกับกิจกรรมที่ผ่านมาคือการติดธงราวงานวัด(ธงสามเหลี่ยม) และกิจกรรมการแก้ปัญหาครั้งนี้ คือการตรวจสอบสนามบอลเลย์บอล ครูผู้สอนแนะนำผู้เรียนในการวิเคราะห์ปัญหาที่ต้องแก้ไข และให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายในกลุ่มของตนเองถึงปัญหาและวิธีแก้ปัญหาร่วมกันในเวลาที่กำหนดให้ โดยครูผู้สอนคอยสังเกตการณ์และให้ความช่วยเหลือ

### ขั้นที่ 2 การค้นหาและระบุข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง (Identify Facts)

ในขั้นผู้วิจัยให้นักเรียนปรึกษากันในกลุ่มถึงลักษณะและวิธีการแก้ปัญหาลูกบอลเลย์บอล โดยครูผู้สอนให้เวลาในการทำกิจกรรมและปรึกษากันในกลุ่มเพิ่มขึ้น เพื่อให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจ และหาคำตอบได้ถูกต้อง หลังจากนั้นนักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ลักษณะของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากว่าสามารถแบ่งได้ตามเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมได้ นักเรียนจะมีวิธีการแก้ปัญหาดังกล่าวอย่างไร พร้อมทั้งตอบคำถามลงในบทเรียนโปรแกรม และร่วมอภิปรายกับเพื่อนและครูในชั้นเรียน

### ขั้นที่ 3 การสร้างแนวคิดและสมมุติฐาน (Generate Hypotheses)

ผู้วิจัยเตรียมคำถามสำหรับกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์และแสดงความคิดเห็นถึงวิธีการและรูปแบบการแก้ปัญหา ลงในบทเรียนโปรแกรม Desmos และร่วมกันอภิปรายถึงแนวคิดและสมมุติฐานที่ได้ โดยครูผู้สอนให้เวลาในการทำกิจกรรมและปรึกษากันในกลุ่มเพิ่มขึ้น เพื่อให้ นักเรียนได้ทำความเข้าใจ

### ขั้นที่ 4 ตรวจสอบความรู้เดิม และ ศึกษาความรู้ใหม่ (Knowledge Deficiencies)

ผู้วิจัยเตรียมกิจกรรมในบทเรียน Desmos ให้นักเรียนได้ทบทวนความรู้และศึกษาความรู้ใหม่ โดยผู้วิจัยได้เรียงเนื้อหาความรู้จากง่ายไปยาก เพื่อให้ผู้เรียนใช้ทบทวนและเรียนรู้เนื้อหาใหม่ได้ชัดเจนและเข้าใจมากยิ่งขึ้น โดยครูผู้สอนให้เวลาในการทำกิจกรรมและปรึกษากันในกลุ่มเพิ่มขึ้น และเรียนรู้แต่ละบทเรียนไปพร้อมกันโดยมีครูผู้สอนเป็นผู้ชี้แนะและคอยให้คำแนะนำ และครูผู้สอนดูการทำกิจกรรมของนักเรียนในบทเรียนโปรแกรม Desmos และคอยให้คำแนะนำนักเรียนขณะทำกิจกรรมเพื่อสร้างความเข้าใจผ่าน Dashboard History

### ขั้นที่ 5 การนำความรู้หรือข้อมูลที่เราเรียนรู้ใหม่มาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ตามความเข้าใจ (Apply New Knowledge)

ผู้วิจัยเตรียมแบบฝึกหัดสำหรับนักเรียนนำความรู้ที่ได้ศึกษามาแก้ปัญหาพร้อมสร้างความเข้าใจในการประยุกต์ใช้ความรู้ ในการลงพื้นที่ตรวจสอบสนามวอลเลย์บอล โดยครูผู้สอนคอยสังเกตการณ์การเก็บข้อมูลของนักเรียนเป็นระยะ และคอยให้คำแนะนำถึงวิธีการใช้หน่วยวัดที่เหมาะสม

### ขั้นที่ 6 สรุปข้อมูลให้มีโครงสร้างและความหมายทางคณิตศาสตร์ และ ประเมินผล (Abstraction)

ผู้วิจัยเตรียมพื้นที่ในการนำเสนอแนวทางและวิธีแก้ปัญหาที่นักเรียนค้นพบในการตรวจสอบสนามวอลเลย์บอล ในใบกิจกรรมและในบทเรียนโปรแกรม Desmos ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายสรุปความรู้และวิธีการที่นักเรียนแต่ละกลุ่มนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาใช้แก้ปัญหา

### ขั้นที่ 2 ปฏิบัติการ (Act)

ผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos โดยมีขั้นตอน 6 ขั้นตอน ตามแผนการจัดการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องบทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัส ใช้เวลา 3 ชั่วโมง โดยมีรายละเอียดการจัดการเรียนรู้ดังนี้



ครูสนทนากับนักเรียนสำหรับเริ่มจัดกิจกรรมการเรียนรู้และนักเรียนทบทวนความรู้ในเรื่องของสามเหลี่ยมมุมฉาก และแบ่งกลุ่มให้นักเรียน กลุ่มละ 5-6 คน ประกอบด้วย คนเก่ง 1 คน คนปานกลาง 3-4 คน คนอ่อน 1 คน โดยแบ่งจากผลสัมฤทธิ์ทางเรียนคณิตศาสตร์

### ขั้นที่ 1 สถานการณ์ปัญหา (Problem Scenario)

ผู้วิจัยเริ่มต้นด้วยการทบทวนถึงทฤษฎีบทพีทาโกรัสที่นักเรียนใช้แก้ปัญหาในกิจกรรมที่ผ่านมาว่านักเรียนรู้อะไรบ้าง

ครู : จากกิจกรรมที่เราช่วยแก้ปัญหาเราได้เรียนรู้อะไรบ้างเกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส

นักเรียน : เป็นเรื่องของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

นักเรียน :  $c^2 = a^2 + b^2$

นักเรียน : ด้านตรงข้ามมุมฉากกำลังสอง เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของด้านประกอบ

นักเรียน : สามารถหาความยาวของด้านที่เหลือได้ ถ้าเรารู้ความยาวของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

และผู้วิจัยให้นักเรียนได้เจอสถานการณ์ปัญหาในบทเรียนโปรแกรม Desmos ที่ผู้วิจัยกำหนดให้ และให้นักเรียนได้อ่าน วิเคราะห์ปัญหา ด้วยตนเองในบทเรียน และผู้สอนยกตัวอย่างสิ่งที่คล้ายกับปัญหาที่นักเรียนพบในบทเรียนโปรแกรม Desmos

ครู : สามเหลี่ยมมุมฉากที่เราพบเจอในชีวิตจริง ชิวโมงที่ผ่านเพื่อนเราบอกว่าเป็น แขนงวิช ใ้ใหม่

นักเรียน : ครับ/ค่ะ

ครู : แขนงวิชาจากรูปอะไร

นักเรียน : รูปสี่เหลี่ยม

ครู : ใ้ รูปสี่เหลี่ยม แขนงวิชาจากรูปสี่เหลี่ยมแบ่งตามเส้นทแยงมุม 1 เส้น เราก็จะได้สามเหลี่ยม 1 ด้าน ก็จะได้แขนงวิชเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก แล้วมีอะไรอีกไหมที่มีลักษณะคล้ายแขนงวิช เป็นรูปสี่เหลี่ยมแล้วแบ่งตามเส้นทแยงมุม 1 เส้นได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

นักเรียน : เหล็กตัด

นักเรียน : จอคอมพิวเตอร์

นักเรียน : สมุด

นักเรียน : กระดาษ A 4

ครู : ค่ะ เรามาดูสถานการณ์ปัญหานี้ที่เราได้ เป็นสถานการณ์เกี่ยวอะไร

นักเรียน : สนามบอลเลย์บอล

ผู้วิจัยให้นักเรียนทำความเข้าใจกับปัญหาร่วมกันในกลุ่ม โดยให้นักเรียนช่วยกันวิเคราะห์วิธีการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่ครูกำหนดให้ในบทเรียนโปรแกรม Desmos และตอบคำถามลงใน



บทเรียนโปรแกรม Desmos และในระหว่างนักเรียนทำกิจกรรมในบทเรียนโปรแกรม desmos ครูคอยให้คำแนะนำนักเรียน ผ่าน Dashboard History เพื่อให้ให้นักเรียนได้ทบทวนคำตอบอีกครั้ง และครูยกตัวอย่างคำตอบของนักเรียน เพื่อให้ผู้เรียนร่วมกันวิเคราะห์ปัญหาที่ต้องแก้ไข จากการตอบคำถามลงในบทเรียน Desmos และให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายในกลุ่มของตนเองถึงปัญหาและวิธีแก้ปัญหาร่วมกัน เพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาได้ดียิ่งขึ้น

#### วาดเส้นเล่นขอม(1)

สนามกีฬาโอลิมปิกของโรงเรียนเป็นสนามกลางแจ้ง มีลักษณะเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด 18 x 9 เมตร ถูกแดด ฝน ผ่านมาหลายปี ทำให้เส้นของสนามกีฬาไม่ชัดเจน และลบหายไปหลายจุด และเมื่อกิจกรรมการแข่งขันกีฬาสนามกีฬาจะถูกทำลายอีกครั้ง ก่อนการทาสีจะมีการขีดเชือกเป็นแนวเส้นสนาม และจึงทาสีสนามโอลิมปิก



จากสถานการณ์ข้างต้น นักเรียนต้องรู้อะไรบ้าง จึงจะสามารถแก้ปัญหาสถานการณ์ ดังกล่าวข้างต้นได้

- S. [redacted]
- ศึกษาศึกษาของสนามโอลิมปิกว่าต้องมีขนาดเท่าไร ต้องทราบถึงขนาดความกว้าง ความยาว
- [redacted]
- ต้องวัดสนามเดินเก็บวัดความยาว ความกว้าง กี่เมตร วามันเท่ากันรีบัว
- [redacted]
- ต้องรู้ว่สนามโอลิมปิกมีขนาดเท่าไรแล้วจึงค่อยมาวัดขนาดสนามแล้วจึงขีดเชือกและทาสี
- [redacted]
- ขนาดของสนาม สี่ที่ต้องใช้ การขีดเชือกตามแนวเส้นสนาม
- K. [redacted]
- ต้องรู้หรือศึกษาขนาดของสนามที่จะทาสีว่ามีขนาดเท่าไรตามคึกษาหรือมาตรฐานของสนามโอลิมปิกที่ศึกษากำหนดไว้

นักเรียนมีวิธีตรวจสอบอย่างไรว่า เชือกที่ถูกขึงในการทาสีสนามโอลิมปิกของสนามเป็นมุมฉากทั้งสี่มุม

- [redacted]
- ขีดเส้นทแยงมุมแล้วจะทำใ้ได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก2รูป หากเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าจริง
- [redacted]
- ต้องวัดมุมทุกมุมว่าเท่ากันหรือได้มาตรฐาน รีบัว
- [redacted]
- เกิดจากการวัดและสี่เหลี่ยมผืนผ้ามุมทุกมุมจะเท่ากัน
- [redacted]
- ใช่ไม่ฉาก
- [redacted]
- วิธีตรวจสอบคือ ใช่ฉากตายคะ

ภาพ 26 ภาพแสดงการตอบคำถามสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง  
โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos

## ขั้นที่ 2 การค้นหาและระบุข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง (Identify Facts)

ครูผู้สอนให้นักเรียนปรึกษากันในกลุ่มถึงลักษณะและวิธีการแก้ปัญหาสนามบอลเลย์บอล หลังจากที่นักเรียนและครูร่วมกันวิเคราะห์ปัญหาสนามบอลเลย์บอล พร้อมตอบคำถามลงในบทเรียนโปรแกรม ว่านักเรียนจะมีวิธีการแก้ปัญหาดังกล่าวอย่างไร โดยครูผู้สอนให้เวลาในการทำความเข้าใจปัญหาในหน้าของบทเรียนเพิ่มขึ้น และให้คำแนะนำเพื่อเป็นแนวทางการตอบคำถามสำหรับนักเรียนจากการสังเกตผ่าน Dashboard History และเพื่อให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจปัญหาและเมื่อนักเรียนตอบคำถามครบทุกคนแล้ว ครูผู้สอนยกตัวอย่างคำตอบในบทเรียนมาอภิปรายร่วมกันในห้องเรียน

**เส้นสนามเป็นอย่างไร(2)**

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัสที่เรียนในช่วงที่ผ่าน นักเรียนสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อตรวจสอบมุมของสนามบอลเลย์บอลได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

**เส้นสนามเป็นอย่างไร(2)**

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัสที่เรียนในช่วงที่ผ่าน นักเรียนสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อตรวจสอบมุมของสนามบอลเลย์บอลได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

ได้ เพราะขีดเส้นทแยงมุมแล้วจะทำให้ได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 2 รูป หากเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าจริง แล้วแทนขนาดด้านประกอบมุมฉากเพื่อหาด้านตรงข้ามมุมฉาก

ได้ เพราะ ทฤษฎีบทพีทาโกรัสเป็นทฤษฎีที่ใช้กับสามเหลี่ยมมุมฉาก เมื่อเรารู้ความกว้างและความยาวของสนามก็มาใช้แทนด้านประกอบมุมฉากแล้วหาด้านตรงข้ามมุมฉาก

Edit my response

Edit my response

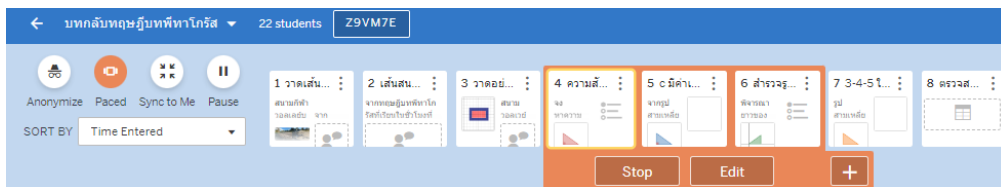
ภาพ 27 ภาพแสดงคำตอบในการแก้ปัญหา โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos

## ขั้นที่ 3 การสร้างแนวคิดและสมมุติฐาน (Generate Hypotheses)

นักเรียนเขียนแนวคิดในการใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสตรวจสอบสนามบอลเลย์บอลลงในบทเรียนโปรแกรม Desmos ก่อนที่จะได้ไปสำรวจสถานการณ์จริงเพื่อให้นักเรียนทบทวนวิธีการแก้ปัญหาของตนและคาดการณ์การนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาใช้ตรวจสอบสนามบอลเลย์บอล และร่วมกันอภิปรายถึงแนวคิดและสมมุติฐานที่ได้ เพื่อเช็คความเข้าใจในการแก้ปัญหา

## ขั้นที่ 4 ตรวจสอบความรู้เดิม และ ศึกษาความรู้ใหม่ (Knowledge Deficiencies)

ในขั้นนี้นักเรียนได้ศึกษาบทเรียนโปรแกรม Desmos ที่ครูจัดเตรียมไว้ให้ เป็นวิดีโอและแบบฝึกกิจกรรมที่ใช้ทบทวนความรู้เดิมเกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัสและศึกษาความรู้ใหม่เกี่ยวกับบทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยครูเป็นผู้จัดลำดับบทเรียนและให้นักเรียนเรียนรู้ไปพร้อมๆกันเป็นช่วงๆ ซึ่งนักเรียนจะสามารถศึกษาบทเรียนได้เฉพาะหน้าที่ครูผู้สอนกำหนด ดังภาพ



ภาพ 28 ภาพแสดงการแบ่งช่วงบทเรียนให้นักเรียนได้ศึกษา ในบทเรียนโปรแกรม Desmos

ในกิจกรรมบทเรียนใน Desmos นักเรียนเรียนรู้ผ่านบทเรียน ลักษณะโจทย์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม มีทั้งทางด้านตรงข้ามมุมฉาก และด้านประกอบมุมฉาก ตรวจสอบว่าสามเหลี่ยมนั้นเป็นสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ และครูคอยดูการทำงานและผลงานของนักเรียนได้ผ่าน Dashboard History พร้อมคอยให้คำแนะนำนักเรียนขณะทำกิจกรรมเพื่อสร้างความเข้าใจ และครูคอยคุมและคอยชี้แนะนักเรียนในหน้าบทเรียนโปรแกรม Desmos ให้นักเรียนได้เรียนรู้ไปพร้อมๆกัน ผ่าน Dashboard History



ภาพ 29 ภาพแสดงตัวอย่างการตอบคำถามในบทเรียน โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos

### ขั้นที่ 5 การนำความรู้หรือข้อมูลที่เราเรียนรู้ใหม่มาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ตามความเข้าใจ (Apply New Knowledge)

หลังจากนักเรียนศึกษาความรู้ผ่านบทเรียนโปรแกรม Desmos และร่วมกลุ่มกันแสดงความคิดเห็นถึงวิธีการตรวจสอบสนามบอลเลย์บอล พร้อมทั้งร่วมกันอภิปรายการแก้ปัญหาสนามบอลเลย์บอลในชั้นเรียนและ สร้างแนวคิดและสมมติฐานในการตรวจสอบสนามบอลเลย์บอล แล้วนำความรู้ที่ได้มาตรวจสอบสนามบอลเลย์บอล ในระหว่างการทำกิจกรรมครูผู้สอนคอยสังเกตการณ์ การเก็บข้อมูลของนักเรียนเป็นระยะ และคอยให้คำแนะนำถึงวิธีการวัดระยะและหน่วยวัดที่เหมาะสมในการวัดความยาว



ภาพ 30 ภาพแสดงกิจกรรมวิธีการตรวจสอบสนามบอลเลย์บอล  
โดยใช้บทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัส

### ขั้นที่ 6 สรุปข้อมูลให้มีโครงสร้างและความหมายทางคณิตศาสตร์ และประเมินผล (Abstraction)

นักเรียนนำเสนอวิธีการในการตรวจสอบสนามบอลเลย์บอลโดยใช้บทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัสตรวจสอบมุมทั้งสี่ของสนามบอลเลย์บอลว่ามุมทั้งสี่มุมของสนามบอลเลย์เป็นมุมฉากและได้ความกว้าง 9 เมตร ยาว 18 เมตร ตามที่กำหนด และบอกถึงวิธีใช้สมการทฤษฎีบทพีทาโกรัสที่เป็นเลขชุด 3 4 5 ในการตรวจสอบสนามบอลเลย์บอล คือ  $3^2 + 4^2 = 5^2$  ข้อสรุปของสนามบอลเลย์บอลว่าได้มาตรฐานตามที่กำหนดไว้ โดยการตรวจสอบสนามบอลเลย์นักเรียนในครั้งนี้ มีการใช้หน่วยวัดความยาวเป็น เมตร และฟุต ในการนำเสนอ

หลังจากนักเรียนนำเสนอวิธีการตรวจสอบสนามบอลเลย์ครบทุกกลุ่ม นักเรียนได้ทำแบบฝึกหัดลงในบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อตรวจสอบความเข้าใจการใช้บทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัส

เป็นมุมฉากหรือไม่ กำหนดให้สามเหลี่ยมสามเหลี่ยมแต่ละรูป ยาว a, b และ c ตามลำดับ จดตอบคำถามต่อไปนี้

รูป	a	b	c	a <sup>2</sup>	b <sup>2</sup>	c <sup>2</sup>	a <sup>2</sup> +b <sup>2</sup>	เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ (เขียน 1 ในกรณีใช่)
1	3	4	5	9	16	25	25	1
2	6	8	10	36	64	100	100	1
3	5	11	13	25	121	169	146	0
4	7	12	20	49	144	400	193	0

ภาพ 31 ภาพแสดงการตอบคำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจในการใช้บทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos

### ขั้นที่ 3 สังเกตการณ์ (Observe)

ในการจัดการเรียนรู้ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องบทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัส เป็นการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับ บทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับ บทเรียนโปรแกรม Desmos ซึ่งมี 6 ขั้นตอน ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้ได้สังเกตสิ่งที่เกิดขึ้นในแต่ละขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และบันทึกผลการสังเกตลงในแบบประเมินผลการจัดการเรียนรู้

### ขั้นที่ 1 สถานการณ์ปัญหา (Problem Scenario)

ครูผู้สอนเริ่มต้นด้วยการทบทวนถึงทฤษฎีบทพีทาโกรัสที่นักเรียนใช้แก้ปัญหาในกิจกรรมที่ผ่านมาว่านักเรียนรู้สิ่งใดบ้างจากกิจกรรมที่ผ่านมา และครูผู้สอนให้นักเรียนได้เจอสถานการณ์ปัญหาในบทเรียนโปรแกรม Desmos ที่ผู้วิจัยกำหนดให้ และให้นักเรียนได้อ่าน วิเคราะห์ปัญหา ด้วยตนเองในบทเรียน และผู้สอนยกตัวอย่างสิ่งที่คล้ายกับปัญหาที่นักเรียนพบในบทเรียนโปรแกรม Desmos ครูผู้สอนให้นักเรียนทำความเข้าใจกับปัญหาร่วมกันในกลุ่ม โดยให้นักเรียนช่วยกันวิเคราะห์



วิธีการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่ครูกำหนดให้ในบทเรียนโปรแกรม Desmos และตอบคำถามลงในบทเรียนโปรแกรม Desmos และในระหว่างนักเรียนทำกิจกรรมในบทเรียนโปรแกรม Desmos ครูคอยให้คำแนะนำนักเรียน ผ่าน Dashboard History เพื่อให้ให้นักเรียนได้ทบทวนคำตอบอีกครั้ง และครูยกตัวอย่างคำตอบของนักเรียน จากการตอบคำถามลงในบทเรียนโปรแกรม Desmos และให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายในกลุ่มของตนเองถึงปัญหาและวิธีแก้ปัญหาร่วมกัน

จากการสังเกตพบว่านักเรียนให้ความสนใจกับบทเรียนโปรแกรม Desmos และปัญหาที่ครูเตรียมไว้ให้ในบทเรียน นักเรียนมีวิธีการแก้ปัญหาในการตรวจสอบมุมสนามบอลเลย์บอลที่หลากหลาย ดังภาพ

จากสถานการณ์ข้างต้น นักเรียนต้องรู้อะไรบ้าง จึงจะสามารถแก้ปัญหาสถานการณ์ ดังกล่าวข้างต้นได้	นักเรียนมีวิธีตรวจสอบอย่างไร เชื่อกันถึงการหาสี่สนามบอลเลย์บอลที่มุมสนามเป็นมุมฉากทั้งสี่มุม
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
ศึกษาศักดิ์ของสนามบอลเลย์บอลว่ามีขนาดเท่าไร ต้องทราบถึงขนาดความกว้าง ความยาว	สี่เหลี่ยมมุมฉากแล้วจะทำให้ได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก2รูป หากเป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมูจริง
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
ต้องวัดสนามเดินเกินว่ามีความยาว ความกว้าง กี่เมตร ว่ามีเท่ากันหรือไม่	ต้องวัดมุมทุกมุมว่าเท่ากันหรือไม่ได้มาตรฐาน 90 องศา
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
ต้องรู้สี่สนามบอลเลย์บอลมีขนาดเท่าไรแล้วจึงค่อยมาวัดขนาดสนามแล้วจึงเช็กและหาสี่	เกิดจากการวัดและสี่เหลี่ยมผืนผ้ามุมทุกมุมจะเท่ากัน
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
ขนาดของสนาม สี่ที่ต้องใช้ การซึ่งเช็กตามแนวเส้นสนาม	ไม่ใช่ฉาก
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
ต้องรู้หรือศึกษารูปของสนามที่จะหาสี่ว่ามีขนาดเท่าไรหรือตามกติกาหรือมาตรฐานของสนามบอลเลย์บอลที่กำหนดไว้	วิธีตรวจสอบคือ ไม่ใช่จากสายตา
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
รูปร่างของสนามก็ทำบอลเลย์บอล	วัดสนามทั้ง4มุม
	<input type="checkbox"/>
	ต้องวัดทุกมุมว่าได้มาตรฐานหรือไม่

ภาพ 32 ภาพแสดงวิธีการแก้ปัญหาสนามบอลเลย์บอล จัดทำในโปรแกรม Desmos

## ขั้นที่ 2 การค้นหาและระบุข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง (Identify Facts)

ขั้นนี้นักเรียนปรึกษากันในกลุ่มถึงวิธีการแก้ปัญหาสนามบอลเลย์บอล โดยครูผู้สอนคอยสังเกตถึงวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละกลุ่ม พร้อมให้นักเรียนตอบคำถามลงในบทเรียนโปรแกรม Desmos ว่านักเรียนมีวิธีการแก้ปัญหาดังกล่าวอย่างไร

จากการสังเกตพบว่าครูผู้สอนคอยชี้แนะลักษณะของสนามบอลเลย์บอล ในระหว่างที่นักเรียนปรึกษารูปวิธีการแก้ปัญหาในกลุ่ม และครูผู้สอนให้เวลาในการทำความเข้าใจปัญหาในหน้าของบทเรียน โดยการดูกิจกรรมการตอบคำถามของนักเรียนผ่าน Dashboard History และคอยถามกระตุ้นในห้องเรียนเป็นระยะ พร้อมให้คำแนะนำเพื่อเป็นแนวทางการตอบคำถามสำหรับนักเรียนจาก



การสังเกตผ่าน Dashboard History และเพื่อให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจปัญหาและเมื่อนักเรียนตอบคำถามครบทุกคนแล้ว ครูผู้สอนยกตัวอย่างคำตอบในบทเรียนมาอภิปรายร่วมกันในห้องเรียน ซึ่งมีทั้งนักเรียนที่ตอบคำถามได้ถูกต้อง และมีนักเรียนบางส่วนซึ่งจะเห็นว่านักเรียนยังตอบคำถามไม่ถูกต้องสมบูรณ์ ดังภาพ

### เล่นสนามเป็นอย่างไร(2)

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัสที่เรียนในชั่วโมงที่ผ่านมา นักเรียนสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อตรวจสอบมุมของสนามวอลเลย์บอลได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

S.....

ได้ เพราะขีดเส้นทแยงมุมแล้วจะทำให้ได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 2 รูป หากเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าจริง แล้วแทนขนาดด้านประกอบมุมฉากเพื่อหาด้านตรงข้ามมุมฉาก

ท.....

ได้ เพราะสามารถนำไปวัดสนามวอลเลย์บอลว่ามีความกว้างความยาวว่าได้ 18 x 9 เมตร และสามารถนำไปวัดอย่างอื่นได้อีก

ท.....

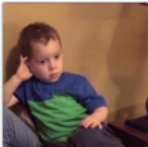
ได้ เพราะ จะต้องศึกษาและขนาดสนามได้ขงสามารถฐานหรือแปลที่เราสามารถหาขนาดมุมแต่ละมุมได้และเราสามารถวัดขนาดในสนามได้

ณ.....

ได้ เพราะเราสามารถวัดความกว้างและความยาวในการหามุมได้

K.....

ได้ เพราะ ทฤษฎีบทพีทาโกรัสเป็นทฤษฎีที่ใช้กับสามเหลี่ยมมุมฉาก เมื่อเรารู้ความกว้างและความยาวของสนามก็มาใช้แทนด้านประกอบมุมฉากแล้วหาด้านตรงข้ามมุมฉาก



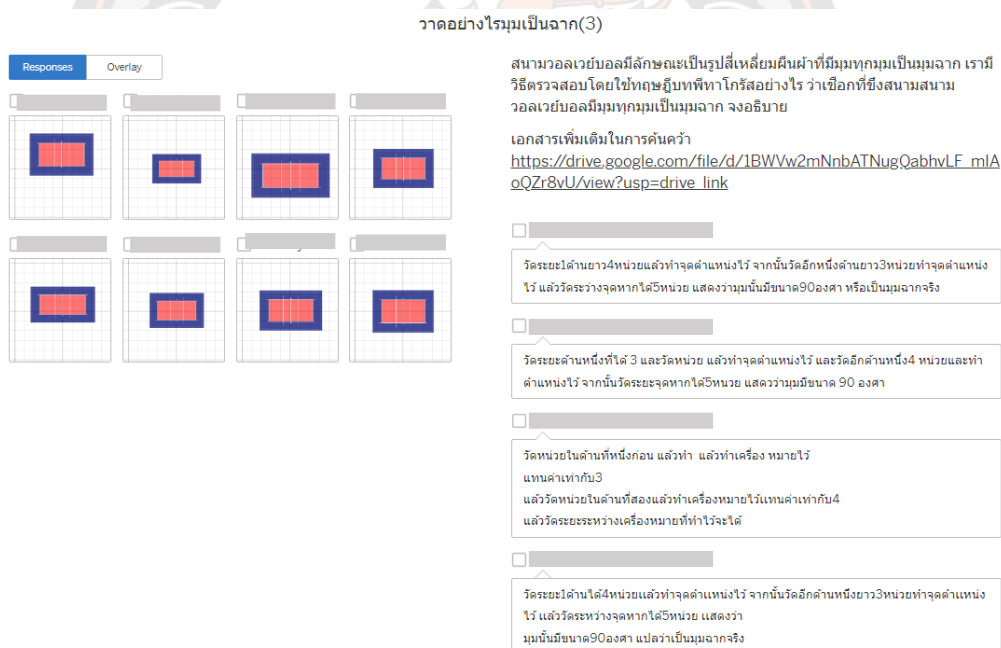
ภาพ 33 ภาพแสดงคำตอบการแก้ปัญหสนามบอลเลย์บอล จัดทำในโปรแกรม Desmos

### ขั้นที่ 3 การสร้างแนวคิดและสมมุติฐาน (Generate Hypotheses)

นักเรียนเขียนแนวคิดในการใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสตรวจสอบสนามบอลเลย์บอลลงในบทเรียนโปรแกรม Desmos ก่อนที่จะได้ไปสำรวจจริง

จากการสังเกตพบว่า นักเรียนมีความสนใจในการสร้างแนวคิดการตรวจสอบสนามบอลเลย์บอลของตนเอง มีการปรึกษากันในกลุ่มถึงการนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาใช้ร่วมกันแสดงวิธีการของตนเอง และนักเรียนแต่ละคนสร้างแนวคิดการนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาใช้ตรวจสอบสนามบอลเลย์บอลลงในบทเรียนโปรแกรม Desmos ในระหว่างนักเรียนทำกิจกรรมครูผู้สอนคอยสังเกตแนวคิดของนักเรียนแต่ละคนผ่าน Dashboard History และเมื่อนักเรียนเขียนแนวคิดของตนเองเสร็จแล้ว ครูยกตัวอย่างภาพแนวคิดของนักเรียนในห้องซึ่งเป็นตัวแทนแต่ละกลุ่ม ร่วมกันอภิปรายถึงแนวคิดและสมมุติฐานที่ได้ ซึ่งจากการยกตัวอย่างยังมีนักเรียนที่ยังสร้างแนวคิดและสมมุติฐานการตรวจสอบสนามบอลเลย์บอลได้ไม่ถูกต้อง ดังภาพ

วาดอย่างไร้แบบเป็นฉาก(3)



สนามบอลเลย์บอลมีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก เรามีวิธีตรวจสอบโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสอย่างไร ว่าเชือกที่ซึ่งสนามสนามบอลเลย์บอลมีมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก จงอธิบาย

เอกสารเพิ่มเติมในการค้นคว้า  
[https://drive.google.com/file/d/1BWVw2mNnbATNugQabhvLF\\_mIAoQZr8vU/view?usp=drive\\_link](https://drive.google.com/file/d/1BWVw2mNnbATNugQabhvLF_mIAoQZr8vU/view?usp=drive_link)

✓ รัศมีด้านยาว4หน่วยแล้วทำจุดตำแหน่งไว้ จากนั้นรัศมีอีกหนึ่งด้านยาว3หน่วยทำจุดตำแหน่งไว้ แล้ววัดระหว่างจุดหากได้5หน่วย แสดงว่ามุมนั้นมีขนาด90องศา หรือเป็นมุมฉากจริง

✓ รัศมีด้านหนึ่งที่ได้ 3 และรัศมีหน่วย แล้วทำจุดตำแหน่งไว้ และรัศมีอีกด้านหนึ่ง 4 หน่วยและทำตำแหน่งไว้ จากนั้นวัดระหว่างจุดหากได้5หน่วย แสดงว่ามุมมีขนาด 90 องศา

✓ รัศมีหน่วยในด้านที่หนึ่งก่อน แล้วทำ แล้วทำเครื่องหมายไว้แทนค่าเท่ากับ3 แล้ววัดหน่วยในด้านที่สองแล้วทำเครื่องหมายไว้แทนค่าเท่ากับ4 แล้ววัดระหว่างเครื่องหมายที่ทำไว้จะได้

✓ รัศมีไปด้านได้4หน่วยแล้วทำจุดตำแหน่งไว้ จากนั้นรัศมีอีกด้านหนึ่งยาว3หน่วยทำจุดตำแหน่งไว้ แล้ววัดระหว่างจุดหากได้5หน่วย แสดงว่ามุมนั้นมีขนาด90องศา แปลว่าเป็นมุมฉากจริง

ภาพ 34 ภาพแสดงแนวคิดและสมมุติฐานการตรวจสอบสนามบอลเลย์บอล

จัดทำในโปรแกรม Desmos

### ขั้นที่ 4 ตรวจสอบความรู้เดิม และ ศึกษาความรู้ใหม่ (Knowledge Deficiencies)

นักเรียนศึกษาบทเรียนโปรแกรม Desmos ที่ครูเป็นผู้จัดลำดับบทเรียนและให้นักเรียนเรียนรู้ไปพร้อมๆกันเป็นช่วงๆ นักเรียนต้องเรียนรู้ผ่านกิจกรรมใน Desmos ลักษณะโจทย์มีทั้งหาด้านตรงข้ามมุมฉาก และด้านประกอบมุมฉาก ตรวจสอบว่าสามเหลี่ยมนั้นเป็นสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

จากการสังเกตพบว่านักเรียนศึกษาบทเรียนโปรแกรม Desmos ที่ครูจัดเตรียมไว้ให้ เป็นวิดีโอและแบบฝึก นักเรียนมีการสนทนาและปรึกษากับเพื่อนถึงสิ่งที่ไม่เข้าใจ และครูคอยดูการทำงานและผลงานของนักเรียนผ่าน Dashboard History พร้อมคอยให้คำแนะนำนักเรียนขณะทำกิจกรรมเพื่อสร้างความเข้าใจ สำหรับนักเรียนคนที่มีความเข้าใจคลาดเคลื่อน ครูคอยคุมและคอยชี้แนะนักเรียนในการทำบทเรียนโปรแกรม Desmos ผ่าน Dashboard History ให้นักเรียนได้แก้ไขชิ้นงานในบทเรียนของตนเองให้ถูกต้อง มีนักเรียนบางส่วนที่ยังไม่เข้าใจวิธีการทำแบบฝึกในบทเรียน นักเรียนจะย้อนกลับไปดูงานชิ้นก่อนหน้าที่ตนเองได้ทำไว้ถูกต้อง และทำงานชิ้นใหม่ส่งอีกครั้ง

The image displays four screenshots of Desmos activities, arranged in a 2x2 grid. Each screenshot shows a different stage of a student's work on a math problem related to the Pythagorean theorem.

- Top-left screenshot:** Titled "c มีค่าเท่าไร(4)". It shows a right-angled triangle with legs of length 9 and 12, and hypotenuse 'c'. The Pythagorean theorem is written as  $c^2 = a^2 + b^2$ . Below it, calculations are shown:  $c^2 = 9^2 + 12^2$ ,  $c^2 = 81 + 144$ ,  $c^2 = 225$ , and  $c = 15$ . There are radio button options for 11, 13, 15, and 17.
- Top-right screenshot:** Also titled "c มีค่าเท่าไร(4)". It shows the same triangle and calculations as the top-left, but with a drawing of a boat on the water and a sun in the background. The final calculation is  $c^2 = 15^2$ , and a note says "ดังนั้น C มีค่าเท่ากับ 15".
- Bottom-left screenshot:** Titled "สำรวจรูปสามเหลี่ยม(4)". It asks if a triangle with sides  $a=3$ ,  $b=4$ , and  $c=5$  is a right triangle. A coordinate plane shows a triangle with vertices at (0,0), (3,0), and (3,4). The Pythagorean theorem is written as  $c^2 = a^2 + b^2$ . Calculations shown are  $5^2 = 3^2 + 4^2$  and  $25 = 9 + 16$ . A text box says "ดังนั้น ด้านตรงข้ามมุมฉากกำลังสองรวมกำลังสองของด้านประกอบมุมฉาก".
- Bottom-right screenshot:** Also titled "สำรวจรูปสามเหลี่ยม(4)". It shows the same triangle and calculations as the bottom-left, but with a drawing of a flower in the background. The text box says "ดังนั้น ผลรวมของกำลังสองด้านประกอบมุมฉากจะรวมกำลังสองของด้านตรงข้ามมุมฉาก".

ภาพ 35 ภาพแสดงกิจกรรมการเรียนรู้บทเรียนโปรแกรม Desmos

จัดทำในโปรแกรม Desmos

### ขั้นที่ 5 การนำความรู้หรือข้อมูลที่เราเรียนรู้ใหม่มาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ตามความเข้าใจ (Apply New Knowledge)

นักเรียนรวมกลุ่มตรวจสอบสนามวอลเลย์บอลของโรงเรียนว่าได้มาตรฐานหรือไม่ โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสช่วยตรวจสอบหลังจากศึกษาบทเรียนในโปรแกรม Desmos

จากการสังเกตพบว่า นักเรียนรวมกลุ่มกันตรวจสอบมุมแต่ละมุมของสนามวอลเลย์บอลโดยใช้เลขชุดทฤษฎีบทพีทาโกรัส 3 4 5 ในการตรวจสอบมุมแต่ละมุมของสนามวอลเลย์บอลว่าเป็นมุมฉากหรือไม่ และตรวจสอบความกว้างความยาวของสนามวอลเลย์บอลโดยการวัดขนาดความยาวและความกว้างของสนามวอลเลย์บอล โดยครูผู้สอนได้คอยสังเกตการทำกิจกรรมกลุ่มของนักเรียน นักเรียนบางกลุ่มยังมีความสับสนในการวัดด้านแต่ละด้านของสนามวอลเลย์บอลเพื่อใช้ตรวจสอบความเป็นมุมฉากของมุมสนามแต่ละด้าน ซึ่งครูผู้สอนได้คอยให้คำแนะนำสำหรับกลุ่มที่ยังมีความสับสน



ภาพ 36 ภาพแสดงการตรวจสอบสนามวอลเลย์บอล โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

## ขั้นที่ 6 สรุปข้อมูลให้มีโครงสร้างและความหมายทางคณิตศาสตร์ และประเมินผล (Abstraction)

หลังจากนักเรียนนำเสนอผลงานการตรวจสอบสนามบอลเลย์บอลโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสในการแก้ปัญหา นักเรียนได้นำเสนอวิธีการในการตรวจสอบสนามบอลเลย์บอลโดยใช้บทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัสตรวจสอบมุมทั้งสี่ของสนามบอลเลย์บอลว่ามุมทั้งสี่มุมของสนามบอลเลย์เป็นมุมฉากและบอกถึงวิธีใช้สมการทฤษฎีบทพีทาโกรัสที่เป็นเลขชุด 3 4 5 ในการตรวจสอบสนามบอลเลย์บอลคือ  $3^2 + 4^2 = 5^2$  และได้วัดด้านกว้างได้ความกว้างยาว 9 เมตร วัดด้านยาว ยาว 18 เมตร ข้อสรุปของสนามบอลเลย์บอลว่าได้มาตรฐานตามที่กำหนดไว้ นักเรียนทำแบบฝึกเพื่อตรวจสอบความเข้าใจเกี่ยวกับบทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัสลงในบทเรียนโปรแกรม Desmos

เป็นมุมฉากหรือไม่ กำหนดให้สามเหลี่ยมสามเหลี่ยมแต่ละรูป ยาว a, b และ c ตามลำดับ จงตอบคำถามต่อไปนี้

รูป	a	b	c	a <sup>2</sup>	b <sup>2</sup>	c <sup>2</sup>	a <sup>2</sup> +b <sup>2</sup>	เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ (เป็น=1 ไม่เป็น=0)
1	3	4	5	9	16	25	25	1
2	6	8	10	36	64	100	100	1
3	5	11	13	25	121	169	146	0
4	7	12	20	49	144	400	193	0

เป็นมุมฉากหรือไม่ กำหนดให้สามเหลี่ยมสามเหลี่ยมแต่ละรูป ยาว a, b และ c ตามลำดับ จงตอบคำถามต่อไปนี้

รูป	a	b	c	a <sup>2</sup>	b <sup>2</sup>	c <sup>2</sup>	a <sup>2</sup> +b <sup>2</sup>	เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ (เป็น=1 ไม่เป็น=0)
1	3	4	5	9	16	25	25	1
2	6	8	10	36	64	100	100	1
3	5	11	13	25	121	169	146	0
4	7	12	20	49	144	400	193	1

ภาพ 37 ภาพแสดงการการทำแบบฝึกหัดเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ  
จัดทำในบทเรียนโปรแกรม Desmos

## ขั้นที่ 4 สะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflection)

ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากขั้นสังเกตการณ์ ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องบทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัส เป็นการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มาวิเคราะห์เพื่อหาแนวทางการปรับปรุงแก้ไขในวงจรปฏิบัติการวงจรถัดไป ได้ดังตาราง



ตาราง 12 แสดงประเด็นปัญหาและแนวทางปรับปรุงแก้ไขปัญหาในการจัดการเรียนรู้ของวงจร  
ปฏิบัติการที่ 2

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้	ประเด็นปัญหา	แนวทางการปรับปรุงแก้ไข
ขั้นที่ 1 สถานการณ์ปัญหา (Problem Scenario)	นักเรียนบางคนยังไม่สามารถวิเคราะห์ปัญหาเกี่ยวกับวิธีการตรวจสอบสนามบอลเลย์บอลได้	ครูผู้สอนควรคอยสังเกตการดำเนินการเมื่อนักเรียนเริ่มอ่านทำความเข้าใจปัญหาอย่างทั่วถึง เมื่อพบมีนักเรียนที่ไม่สามารถดำเนินการต่อได้ ครูควรเข้าช่วยเหลือ กระตุ้นทันที เพื่อให้นักเรียนดำเนินการต่อได้
ขั้นที่ 2 การค้นหาและระบุข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง (Identify Facts)	จากครูผู้สอนยกตัวอย่างคำตอบในบทเรียนมาอภิปรายร่วมกันในห้องเรียน ซึ่งมีทั้งนักเรียนที่ตอบคำถามได้ถูกต้อง และนักเรียนบางส่วนยังตอบคำถามไม่ถูกต้องสมบูรณ์	ครูผู้สอนควรให้คำแนะนำผู้เรียนผ่าน Dashboard History เพื่อให้นักเรียนได้มีเวลาทบทวนคำตอบและทำความเข้าใจ ก่อนการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน
ขั้นที่ 3 การสร้างแนวคิดและสมมุติฐาน (Generate Hypotheses)	ยังมีนักเรียนที่ยังสร้างแนวคิดและสมมุติฐานการตรวจสอบสนามบอลเลย์บอลได้ไม่ถูกต้อง	ครูผู้สอนกับนักเรียนในชั้นร่วมกันอภิปรายการสร้างแนวคิดและสมมุติฐานของปัญหาที่ต้องการแก้ไข เพื่อให้ นักเรียนมีความเข้าใจที่ถูกต้องในการสร้างสมมุติฐาน และคอยให้คำแนะนำผู้เรียนผ่าน Dashboard History ในระหว่างทำกิจกรรมสำหรับผู้เรียนที่มีความคลาดเคลื่อนในการสร้างแนวคิดและสมมุติฐาน และยกตัวอย่างคำตอบของนักเรียนที่สร้าง



ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้	ประเด็นปัญหา	แนวทางการปรับปรุงแก้ไข
		แนวคิดได้ถูกต้อง
<p>ขั้นที่ 4 ตรวจสอบความรู้เดิม และ ศึกษาความรู้ใหม่ (Knowledge Deficiencies)</p>	<p>มีนักเรียนบางส่วนที่ยังไม่เข้าใจวิธีการทำแบบฝึกในบทเรียน</p>	<p>ครูผู้สอนควรตรวจสอบความรู้เดิมและให้นักเรียนศึกษาความรู้ใหม่ผ่านกิจกรรมต่างๆ ในบทเรียน เช่น การจับคู่ การตอบคำถามแบบหลายตัวเลือก การเติมคำตอบ และใช้เวลาในการทำกิจกรรมในแต่ละหน้าของนักเรียน และคอยให้คำแนะนำผู้เรียนผ่าน Dashboard History เพื่อให้ นักเรียนได้ทำความเข้าใจ และหาตอบได้ถูกต้อง ครบถ้วน สมบูรณ์</p>
<p>ขั้นที่ 5 การนำความรู้หรือ ข้อมูลที่เราเรียนรู้ใหม่มา ประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ตาม ความเข้าใจ (Apply New Knowledge)</p>	<p>นักเรียนบางกลุ่มยังมีความสับสนในการวัดด้านแต่ละด้านของ สนามวอลเลย์บอลเพื่อใช้ ตรวจสอบความเป็นมุมฉากของ มุมสนามแต่ละมุม</p>	<p>ในระหว่างทำกิจกรรม ครูผู้สอนควรคอยสังเกตการณ์ และคอยสนับสนุนเมื่อนักเรียนทำถูกต้องสมบูรณ์ และคอยชี้แนะเมื่อวิธีการ แก้ปัญหาของนักเรียนที่ยังไม่ ครบถ้วนสมบูรณ์ผ่าน Dashboard History ในขณะที่ นักเรียนได้ลองแก้ปัญหาลงใน บทเรียนโปรแกรมDesmos ก่อนการตรวจสอบสนาม วอลเลย์บอลจริง</p>
<p>ขั้นที่ 6 สรุปข้อมูลให้มี โครงสร้างและความหมายทาง คณิตศาสตร์ และประเมินผล</p>	<p>นักเรียนบางส่วนยังมีความ เข้าใจที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการ นำบทกลับทฤษฎีบท</p>	<p>ในระหว่างทำกิจกรรม ครูผู้สอนคอยให้คำแนะนำ ผู้เรียนผ่าน Dashboard</p>

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้	ประเด็นปัญหา	แนวทางการปรับปรุงแก้ไข
(Abstraction)	พีทาโกรัสมาใช้	History เพื่อให้ให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจ และคอยชี้แนะนักเรียนในการใช้บทกลับ ทฤษฎีบทพีทาโกรัสทั้งผ่าน Dashboard History และผ่านชั้นเรียน ส่วนนักเรียนที่ตอบไม่ถูกต้องหรือมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนในการเขียนการดำเนินการคณิตศาสตร์ ครูผู้สอนควรให้คำแนะนำแก่นักเรียนในขณะที่ทำกิจกรรมในบทเรียน Desmos ในทันที

### วงจรปฏิบัติการที่ 3 เรื่องประยุกต์ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จากผลการสะท้อนผลการปฏิบัติการในวงจรที่ 2 ทำให้ผู้วิจัยได้แนวทางปรับปรุง และการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยมีรายละเอียดในการดำเนินกิจกรรมดังนี้

#### ขั้นที่ 1 วางแผน (Plan)

ผู้วิจัยนำผลการสะท้อนการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 มาปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส เพื่อให้การจัดการเรียนรู้บรรลุตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ ซึ่งผู้วิจัยได้ปรับเปลี่ยนและพัฒนาบทเรียนโปรแกรม Desmos ให้มีความชัดเจนและเข้าใจง่ายขึ้น

#### ขั้นที่ 1 สถานการณ์ปัญหา (Problem Scenario)

ผู้วิจัยเริ่มกิจกรรมการเรียนการสอนโดยการทบทวนสิ่งที่ได้เรียนรู้ในการแก้ปัญหาการติดธงรางวัลวันดี(ธงสามเหลี่ยม) การตรวจสอบสนามวอลเลย์บอล และเชื่อมโยงถึงกิจกรรมปัญหาที่นักเรียนจะต้องช่วยกันแก้ไขในบทเรียนนี้ พร้อมยกตัวอย่างสิ่งของและสถานการณ์ต่างๆที่สามารถเชื่อมโยงกับ

กิจกรรมที่ผ่านมาคือการติดธงรางวัล (ธงสามเหลี่ยม) การตรวจสอบสนามวอลเลย์บอล และ กิจกรรมการแก้ปัญหาครั้งนี้ คือการตีเส้นสนามเปตอง

### **ขั้นที่ 2 การค้นหาและระบุข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง (Identify Facts)**

ในขั้นนี้ผู้วิจัยให้นักเรียนปรึกษากันในกลุ่มถึงลักษณะและวิธีการแก้ปัญหาการตีเส้นสนามเปตอง โดยครูผู้สอนให้เวลาในการทำกิจกรรมและปรึกษากันในกลุ่ม เพื่อให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจ และหาคำตอบได้ถูกต้อง ว่านักเรียนจะมีวิธีการแก้ปัญหาดังกล่าวอย่างไร พร้อมทั้งตอบคำถามลงใน บทเรียนโปรแกรม Desmos โดยครูผู้สอนคอยให้คำแนะนำผู้เรียนผ่าน Dashboard History เพื่อให้ นักเรียนได้ทำความเข้าใจ และหาคำตอบได้ถูกต้อง ครบถ้วน สมบูรณ์และร่วมกันอภิปรายกับเพื่อน และครูในชั้นเรียน

### **ขั้นที่ 3 การสร้างแนวคิดและสมมุติฐาน (Generate Hypotheses)**

ผู้วิจัยเตรียมคำถามสำหรับกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์และแสดงความคิดเห็นถึง วิธีการและรูปแบบการแก้ปัญหา ลงในบทเรียนโปรแกรม Desmos ครูผู้สอนร่วมกับนักเรียนในห้อง ร่วมกันอภิปรายการสร้างแนวคิดและสมมุติฐานของปัญหาที่ต้องการแก้ เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจ ที่ถูกต้องในการสร้างสมมุติฐาน

### **ขั้นที่ 4 ตรวจสอบความรู้เดิม และ ศึกษาความรู้ใหม่ (Knowledge Deficiencies)**

ผู้วิจัยเตรียมกิจกรรมในบทเรียน Desmos ให้นักเรียนได้ทบทวนความรู้และศึกษาความรู้ ใหม่ โดยผู้วิจัยได้เรียงเนื้อหาความรู้จากง่ายไปยาก และเรียนรู้แต่ละบทเรียนไปพร้อมกันโดยมีครูเป็นผู้ชี้แนะและคอยให้คำแนะนำ และครูผู้สอนดูการทำกิจกรรมของนักเรียนในบทเรียนโปรแกรม Desmos และคอยให้คำแนะนำนักเรียนขณะทำกิจกรรมเพื่อสร้างความเข้าใจใน Dashboard History

### **ขั้นที่ 5 การนำความรู้หรือข้อมูลที่เรารับรู้ใหม่มาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ตามความเข้าใจ (Apply New Knowledge)**

ผู้วิจัยเตรียมแบบฝึกหัดและอุปกรณ์สำหรับนักเรียนนำความรู้ที่ได้ศึกษามาแก้ปัญหาพร้อม สร้างความเข้าใจในการประยุกต์ใช้ความรู้ในบทเรียนโปรแกรม Desmos ในการลงพื้นที่ตีเส้นสนามเปตอง ครูผู้สอนคอยสังเกตการณ์การเก็บข้อมูลของนักเรียนเป็นระยะ และคอยให้คำแนะนำถึงวิธีการใช้ หน่วยวัดที่เหมาะสม ในระหว่างทำกิจกรรมครูผู้สอนคอยสังเกตการณ์ และคอยสนับสนุนเมื่อนักเรียน ทำถูกต้องสมบูรณ์ และคอยชี้แนะเมื่อวิธีการแก้ปัญหานักเรียนยังไม่ครบถ้วนสมบูรณ์

## ขั้นที่ 6 สรุปข้อมูลให้มีโครงสร้างและความหมายทางคณิตศาสตร์ และประเมินผล (Abstraction)

ผู้วิจัยเตรียมพื้นที่ในการนำเสนอแนวทางและวิธีแก้ปัญหาที่นักเรียนค้นพบในการตีเส้นสนามเบตอง ในใบกิจกรรมและในบทเรียนโปรแกรม Desmos ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายสรุปความรู้และวิธีการที่นักเรียนแต่ละกลุ่มนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาใช้แก้ปัญหา และมีพื้นที่สำหรับตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนรายบุคคลผ่านบทเรียนโปรแกรม Desmos

## ขั้นที่ 2 ปฏิบัติการ (Act)

ผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos โดยมีขั้นตอน 6 ขั้นตอน ตามแผนการจัดการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องประยุกต์ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ใช้เวลา 3 ชั่วโมง โดยมีรายละเอียดการจัดการเรียนรู้ดังนี้

ในการทำกิจกรรมครั้งนี้ครูแบ่งกลุ่มให้นักเรียน กลุ่มละ 5-6 คน ประกอบด้วย คนเก่ง 1 คน คนปานกลาง 3-4 คน คนอ่อน 1 คน โดยแบ่งจากผลสัมฤทธิ์ทางเรียนคณิตศาสตร์ และ ครูสนทนากับนักเรียนสำหรับเริ่มจัดกิจกรรมการเรียนรู้และนักเรียนทบทวนความรู้ในเรื่องของสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยการพูดถึงทฤษฎีบทพีทาโกรัสว่าเราสามารถนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาใช้หาความยาวของด้านที่เราไม่ทราบค่าของสามเหลี่ยมมุมฉากได้ถ้าเรารู้ด้านสองด้าน ส่วนบทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัสเราใช้สำหรับตรวจสอบมุมว่าเป็นมุมฉากหรือไม่ เช่นที่เราใช้ตรวจสอบสนามวอลเลย์บอล หรือถ้าเราอยากรู้ว่าสามเหลี่ยมที่เราสนใจเป็นสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ เราก็สามารถใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสตรวจสอบได้

## ขั้นที่ 1 สถานการณ์ปัญหา (Problem Scenario)

ผู้วิจัยเริ่มต้นด้วยการทบทวนถึงทฤษฎีบทพีทาโกรัสที่นักเรียนใช้แก้ปัญหาในกิจกรรมที่ผ่านมาว่านักเรียนรู้สิ่งใดบ้างจากที่กิจกรรมที่ผ่านมา และผู้วิจัยให้นักเรียนได้เจอสถานการณ์ปัญหาในบทเรียนโปรแกรม Desmos ที่ผู้วิจัยกำหนดให้ และให้นักเรียนได้อ่าน วิเคราะห์ปัญหา ด้วยตนเองในบทเรียน และครูผู้สอนยกตัวอย่างสิ่งที่คล้ายกับปัญหาที่นักเรียนพบในบทเรียนโปรแกรม Desmos ให้นักเรียนทำความเข้าใจกับปัญหาร่วมกัน โดยให้นักเรียนช่วยกันวิเคราะห์วิธีการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่ครูกำหนดให้ในบทเรียนโปรแกรม Desmos

## สนามเปดองเป็นอย่างไร(1)

## สถานการณ์

สนามกีฬาเปดองบอลของโรงเรียนเป็นสนามกลางแจ้งติดกันหลายสนาม มีเส้นเชือกแสดงเขตสนามไม่ชัดเจน กิจกรรมครั้งนี้อยากให้นักเรียนช่วยกันหาวิธีในการซึ่งเชือกทำเป็นเส้นสนามกีฬาเปดองให้ชัดเจนและได้ขนาดตามมาตรฐาน

จากสถานการณ์ข้างต้น นักเรียนต้องรู้อะไรบ้าง จึงจะสามารถแก้ปัญหาสถานการณ์ ดังกล่าวข้างต้นได้



[Redacted]

ต้องรู้ ความกว้างและความยาวมาตรฐานของสนามเปดอง  
ต้องวัดมุมสนามเปดองให้เป็นมุมฉาก

[Redacted]

ต้องรู้ขนาดมาตรฐานของสนามเปดองตามแบบสากลแล้ววิธีวัดตรวจสอบมุมฉาก

[Redacted]

รู้ขนาดของสนามเปดองตามมาตรฐานสากล และวิธีวัดตรวจสอบมุมฉากเพื่อทำให้สนามเปดอง เป็นมุมฉากขนาด 90 องศา

[Redacted]

รู้ความกว้างและความยาวมาตรฐานของสนามเปดองและวิธีวัดตรวจสอบมุมฉากเพื่อหาพื้นที่ในการชิงเชือก

[Redacted]

รู้ขนาดความกว้างของสนามเปดองก่อนว่าถ้าเราวัดไม่วัดขนาดของสนามมันเท่าไร เพื่อที่จะคำนวณขนาดสนามให้แบ่งได้ 4 สนาม และการตรวจสอบมุมฉาก

## ภาพ 38 ภาพแสดงสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตจริงและการตอบคำถาม

โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos

## ขั้นที่ 2 การค้นหาและระบุข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง (Identify Facts)

นักเรียนปรึกษากันในกลุ่มถึงลักษณะและวิธีการแก้ปัญหาสนามเปดอง พร้อมตอบคำถามลงในบทเรียนโปรแกรม ว่านักเรียนจะมีวิธีการแก้ปัญหาดังกล่าวอย่างไร หลังจากที่นักเรียนตอบคำถามลงในบทเรียนโปรแกรม Desmos โดยครูผู้สอนคอยให้คำแนะนำผู้เรียนผ่าน Dashboard History เพื่อให้ให้นักเรียนได้มีเวลาทบทวนคำตอบ ทำความเข้าใจ และหาคำตอบได้ถูกต้อง ครบถ้วนสมบูรณ์ ก่อนการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน ครูผู้สอนและนักเรียนร่วมกันอภิปรายข้อเท็จจริงที่นักเรียนค้นพบ



**เส้นสนามเปิดเองเป็นอย่างไร(2)**

ลักษณะสนามเปิดเองเป็นอย่างไร และรู้อะไรบ้างในการวาดเส้นสนามกีฬาเปิดเอง (โดยนักเรียนรวมกลุ่มช่วยกันวิเคราะห์ ศึกษาค้นหาลักษณะรูปแบบ ของสนามกีฬาเปิดเอง)

เอกสารเพิ่มเติมในการค้นคว้า  
[https://drive.google.com/file/d/1AbmAz\\_I9m0gEluRoCgFM1KmMFFA-owFx/view?usp=drive\\_link](https://drive.google.com/file/d/1AbmAz_I9m0gEluRoCgFM1KmMFFA-owFx/view?usp=drive_link)

[Redacted]

จะประกอบด้วยพื้นที่สำหรับไข่ แข่งขันเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง 4 เมตร ยาว 15 เมตร กำหนดเขตพื้นที่สนามแข่งขันด้วยเส้น (สีเขียว) และกำหนดเขตฟาล์วด้วยเส้น (สีแดง)



[Redacted]

ลักษณะของสนามเปิดเอง ความกว้าง 4 เมตร ยาว 15 เมตร เขตพื้นที่ของสนามเป็นเส้นสีเขียว และเส้นสีแดงเป็นเส้นกำหนดเส้นฟาล์ว

[Redacted]

ลักษณะสนามเปิดเองเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีความกว้าง4เมตร ยาว15เมตร

สนามวอลเลย์บอลมีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก เรามีวิธีตรวจสอบโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสอย่างไร ว่าเชือกที่ซึ่งสนามสนามวอลเลย์บอลมีมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก จงอธิบาย

เอกสารเพิ่มเติมในการค้นคว้า  
[https://drive.google.com/file/d/1BWVw2mNnbATNugQabhvLF\\_mIAoQZr8vU/view?usp=drive\\_link](https://drive.google.com/file/d/1BWVw2mNnbATNugQabhvLF_mIAoQZr8vU/view?usp=drive_link)

[Redacted]

วัดระยะในด้านยาว4หน่วยแล้วทำจุดตำแหน่งไว้ จากนั้นวัดอีกหนึ่งด้านยาว3หน่วยทำจุดตำแหน่งไว้ แล้ววัดระหว่างจุดหากได้5หน่วย แสดงว่ามุมนั้นเป็นมุมฉาก 90 องศา หรือเป็นมุมฉากจริง

[Redacted]

วัดระยะด้านหนึ่งที่ได้ 3 และวัดหน่วย แล้วทำจุดตำแหน่งไว้ และวัดอีกด้านหนึ่ง 4 หน่วยและทำตำแหน่งไว้ จากนั้นวัดระหว่างจุดหากได้5หน่วย แสดงว่ามุมมีขนาด 90 องศา

[Redacted]

วัดหน่วยในด้านหนึ่งก่อน แล้วทำ แล้วทำเครื่องหมายไว้ แทนค่าเท่ากับ3 แล้ววัดหน่วยในด้านที่สองแล้วทำเครื่องหมายไว้แทนค่าเท่ากับ4 แล้ววัดระยะระหว่างเครื่องหมายที่ทำไว้จะได้

[Redacted]

วัดระยะในด้านได้4หน่วยแล้วทำจุดตำแหน่งไว้ จากนั้นวัดอีกด้านหนึ่งยาว3หน่วยทำจุดตำแหน่งไว้ แล้ววัดระหว่างจุดหากได้5หน่วย แสดงว่ามุมนั้นมีขนาด90องศา แปลว่าเป็นมุมฉากจริง

[Redacted]

วัด3หน่วยในด้านในด้านหนึ่งของมุมสนามที่คิดว่าเป็นมุมฉากแล้วทำเครื่องหมายไว้วัด4หน่วยอีกด้านที่จะทำให้เกิดมุม90องศาจากนั้นวัดระหว่างของเครื่องหมายที่ทำไว้ถ้าระยะห่างเท่ากับ5หน่วยนั้นคือมุมฉาก



ภาพ 39 ภาพแสดงคำตอบในการแก้ปัญหา โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos

### ขั้นที่ 3 การสร้างแนวคิดและสมมุติฐาน (Generate Hypotheses)

นักเรียนเขียนแนวคิดในการตีเส้นสนามเปิดเองลงในบทเรียนโปรแกรม Desmos ก่อนที่จะได้ตีเส้นจริง เพื่อให้ นักเรียนทบทวนวิธีการแก้ปัญหาของตนเองและคาดการณ์การนำทฤษฎีบทพีทาโกรัส มาใช้ในการตีเส้นสนามเปิดเอง ครูผู้สอนร่วมกับนักเรียนในห้องร่วมกันอภิปรายการสร้างแนวคิดและสมมุติฐานของปัญหาที่ต้องการแก้ไข เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ถูกต้องในการสร้างสมมุติฐาน และคอยให้คำแนะนำผู้เรียนผ่าน Dashboard History ในระหว่างทำกิจกรรมสำหรับผู้เรียนที่มีความคลาดเคลื่อนในการสร้างแนวคิดและสมมุติฐาน และครูผู้สอนยกตัวอย่างคำตอบของนักเรียนที่สร้างแนวคิดได้ถูกต้องและไม่ถูกต้อง เพื่อเช็คความเข้าใจในการแก้ปัญหา



**วาดอย่างไรมุมเป็นฉาก(3)**

สนามเปตองมีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มุมทุกมุมเป็นมุมฉาก  
นักเรียนคิดว่าเราสามารถใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ช่วยวาดมุมฉาก  
ของสนามเปตองได้อย่างไร(สมมุติฐาน)

การสร้างมุมฉากของสนามเปตองใช้ เลขชุด 3-4-5 ในการสร้างมุมฉากของ  
สนามเปตอง วัดระยะ3เมตรตามเข็มนาฬิกาแล้วทำจุดมาร์ค วัดระยะ4เมตรใน  
เข็มนาฬิกา แล้วทำจุดมาร์ค จากนั้นวัดระยะห่างระหว่างจุดมาร์ค3เมตร และ  
จุด4เมตร หากได้5เมตรแสดงว่ามุมสนามเปตองนั้นเป็นมุมฉากใช้เลขชุด 3-4-  
5 ในการสร้างทั้ง4มุมของสนามเปตอง

[Edit my response](#)

ภาพ 40 ภาพแสดงแนวคิดของนักเรียนในการตีเส้นสนามเปตอง โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos

#### ขั้นที่ 4 ตรวจสอบความรู้เดิม และ ศึกษาความรู้ใหม่ (Knowledge Deficiencies)

นักเรียนศึกษาบทเรียนโปรแกรม Desmos ที่ครูจัดเตรียมไว้ให้ เป็นวิดีโอและแบบฝึก  
กิจกรรมที่ใช้ทบทวนความรู้เดิมเกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัสและศึกษาความรู้ใหม่เกี่ยวกับบทกลับ  
ทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยครูเป็นผู้จัดลำดับบทเรียนและให้นักเรียนเรียนรู้ไปพร้อมๆกันเป็นช่วงๆ  
นักเรียนต้องเรียนรู้ผ่านกิจกรรมใน Desmos ครูคอยดูการทำงานและผลงานของนักเรียนผ่าน  
Dashboard History ครูผู้สอนให้เวลาในการทำกิจกรรมในแต่ละหน้าของนักเรียน และคอยให้

คำแนะนำผู้เรียนผ่าน Dashboard History เพื่อให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจ และหาคำตอบได้ถูกต้อง ครบถ้วน สมบูรณ์ คอยชี้แนะเมื่อวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนยังไม่ครบถ้วนสมบูรณ์

#### ศึกษารวดจาก(4)

นักเรียนสามารถศึกษารวดจากได้จากลิงค์ และ  
ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

[https://drive.google.com/file/d/1Dhj3adloK6VmfsefNXAkh0wgVbmCaOcO/view?usp=drive\\_link](https://drive.google.com/file/d/1Dhj3adloK6VmfsefNXAkh0wgVbmCaOcO/view?usp=drive_link)

นักเรียนจะสามารถสร้างมจากของสนามเปตองได้  
อย่างไร โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส จงอธิบาย

[Redacted]


ใช้เลขชุด 3-4-5 ในการสร้างสนามเปตอง ให้เป็นมุมฉากโดยวัด  
ด้านประกอบมุมฉากให้ได้ด้านหนึ่งยาว 3 หน่วยและอีกด้าน  
ยาว 4 หน่วยวัดระยะจากจุด 3 หน่วยถึงจุด 4 หน่วยหากได้ 5 หน่วย  
จะทำให้ได้มุมสนามเปตองที่เป็นมุมฉาก ทำแบบนี้ทั้ง 4 มุมจะได้  
มุมฉาก

[Redacted]

ใช้ เลขชุด 3 - 4 - 5  
โดยวัดระยะเส้นหนึ่งยาว 3 หน่วยแล้วทำตำแหน่งไว้ จากนั้นวัด  
อีกเส้นหนึ่งยาว 4 หน่วยแล้วทำตำแหน่งไว้ จากนั้นวัดจาก  
ตำแหน่ง 3 หน่วยไปหาตำแหน่ง 4 หน่วย ให้ได้ 5 หน่วย ก็จะได้  
มุมฉาก แล้วต้องทำทั้ง 4 มุมเพื่อให้ได้มุมฉากทั้ง 4 ของสนาม  
เปตอง

[Redacted]

ใช้ เลขชุด 3 4 5  
โดยวัดระยะเส้นหนึ่งยาว 3 หน่วยแล้วทำจุดไว้ จากนั้นวัดอีกเส้น  
หนึ่งยาว 4 หน่วยทำจุดไว้ จากนั้นวัดจากจุด 3 หน่วยไปจุด 4 หน่วย  
จะได้เส้น 5 หน่วยแล้วจะได้มุมฉาก



ภาพ 41 ภาพแสดงตัวอย่างการตอบคำถามในบทเรียน โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos

ขั้นที่ 5 การนำความรู้หรือข้อมูลที่เราเรียนรู้ใหม่มาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ตามความ  
เข้าใจ (Apply New Knowledge)

หลังจากนักเรียนศึกษาความรู้ผ่านบทเรียนโปรแกรม Desmos และร่วมกลุ่มกันแสดงความคิด  
เห็นถึงวิธีการตีเส้นสนามเปตอง ตั้งแนวคิดและสมมติฐานในตีเส้นสนามเปตอง แล้วนักเรียนร่วม  
กลุ่มนำสิ่งที่ศึกษามาช่วยกันตีเส้นสนามเปตอง ในระหว่างทำกิจกรรมครูผู้สอนคอยสังเกตการณ์ และ

คอยสนับสนุนเมื่อนักเรียนทำถูกต้องสมบูรณ์ และคอยชี้แนะเมื่อวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ยังไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ คือ นักเรียนอาจยังวัดขนาดของสนามเปตองได้ไม่ถูกต้องครูคอยชี้แนะการตรวจสอบให้



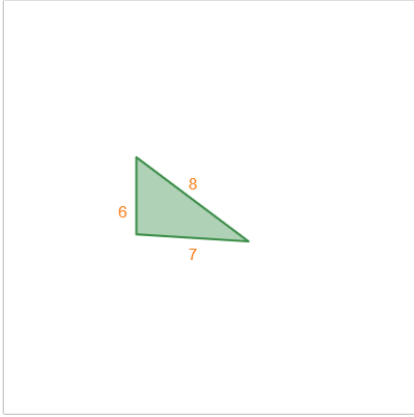
ภาพ 42 ภาพแสดงกิจกรรมวิธีการตีเส้นสนามเปตอง โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสในการสร้างมุมฉาก

**ขั้นที่ 6** สรุปข้อมูลให้มีโครงสร้างและความหมายทางคณิตศาสตร์ และประเมินผล (Abstraction)

นักเรียนนำเสนอวิธีการในการตีเส้นสนามเปตอง โดยใช้บทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัสในการสร้างมุมฉากทั้งสี่ของสนามเปตอง และได้ความกว้าง 4 เมตร ยาว 15 เมตร ตามมาตรฐานที่กำหนด และบอกถึงวิธีใช้ เลขชุด 3 4 5 สมการทฤษฎีบทพีทาโกรัสเป็นเลขชุดที่สร้างมุมฉาก และทำแบบฝึก เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนรายบุคคลผ่านบทเรียนโปรแกรม Desmos

**เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากไหม**

รูปสามเหลี่ยม มีด้านยาว 6 เซนติเมตร 7 เซนติเมตร และ 8 เซนติเมตร ดังรูป สามเหลี่ยมนี้เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ พร้อมแสดงวิธีหาคำตอบ



จากทฤษฎีพีทาโกรัส  
ด้านตรงข้ามมุมฉากกำลังสอง=ผลรวมของกำลังสอง  
ของด้านประกอบ

$$c^2 = a^2 + b^2$$

8<sup>2</sup>ไม่เท่ากับ6<sup>2</sup> + 7<sup>2</sup>  
64ไม่เท่ากับ36 + 49  
64ไม่เท่ากับ85  
ดังนั้นสามเหลี่ยมรูปนี้ไม่เป็นมุมฉาก

(Select all that apply.)

เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

### ภาพ 43 ภาพแสดงการแก้ปัญหาของนักเรียนเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ การใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส จัดทำในบทเรียนโปรแกรม Desmos

#### ขั้นที่ 3 สังเกตการณ์ (Observe)

ในการจัดการเรียนรู้ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องประยุกต์ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส เป็นการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับ บทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos ซึ่งมี 6 ขั้นตอน ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้ได้สังเกตสิ่งที่เกิดขึ้นในแต่ละขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และบันทึกผลการสังเกตลงในแบบประเมินผลการจัดการเรียนรู้

#### ขั้นที่ 1 สถานการณ์ปัญหา (Problem Scenario)

ครูผู้สอนเริ่มต้นด้วยการทบทวนถึงทฤษฎีบทพีทาโกรัสที่นักเรียนใช้แก้ปัญหาในกิจกรรมที่ผ่านมาว่านักเรียนรู้สิ่งใดบ้างจากกิจกรรมที่ผ่านมา

ครู : เรื่องที่เราเรียนผ่านมามี 2 เรื่อง คือเรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาให้เราเลือกใช้เอง จำได้ไหมทฤษฎีบทพีทาโกรัสบอกว่าจะไร

นักเรียน : ด้านตรงข้ามมุมฉากกำลังสอง เท่ากับ ผลรวมของกำลังสองของด้านประกอบมุมฉาก

ครู : ถ้าเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเราจะหาความยาวของด้านที่เหลือได้ถ้าเรารู้ความยาวของด้านสองด้าน จากความสัมพันธ์ ด้านตรงข้ามมุมฉากกำลังสอง เท่ากับ ผลรวมของกำลังสองของด้านประกอบมุมฉาก

ครู : นี่เป็นกรณีของสามเหลี่ยมมุมฉากเราจะหาความยาวของด้านที่เหลือได้ถ้าเรารู้ความยาวของด้านสองด้าน จากความสัมพันธ์นี้ แต่ถ้าบทกลับก็คือเราจะเอามาทำอะไร

ครู : เอามาตรวจสอบว่าสามเหลี่ยมที่เราู้ เรามี เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ หรือเราจะนำไปตรวจสอบมุมว่ามุมที่เราสนใจเนี่ย เป็นมุมฉาก หรือไม่ อย่างเช่นเราใช้ตรวจสอบสนามวอลเลย์บอล และผู้วิจัยให้นักเรียนได้เจอสถานการณ์ปัญหาที่ในบทเรียน Desmos ที่ผู้วิจัยกำหนดให้ และให้นักเรียนได้อ่าน วิเคราะห์ปัญหา ด้วยตนเองในบทเรียน

จากการสังเกตพบว่านักเรียนมีความสนใจในการตีเส้นสนามเปตอง มีความสนใจในการแสดงความคิดเห็นและตอบคำถามลงในบทเรียน Desmos ถึงวิธีการตีเส้นสนามเปตองหลายวิธี และอภิปรายกับเพื่อนในห้องเรียน ถึงวิธีการที่จะตีเส้นสนามเปตอง ดังภาพ

สนามเปตองเป็นอย่างไร(1)

**สถานการณ์**  
สนามกีฬาเปตองบอลของโรงเรียนเป็นสนามกลางแจ้งติดกันหลายสนาม มีเส้นเชือกแสดงเขตสนามไม่ชัดเจน กิจกรรมครั้งนี้อยากให้นักเรียนช่วยกันหารี้อย่างไรในการซึ่งเชือกทำเป็นเส้นสนามกีฬาเปตองให้ชัดเจนและได้ขนาดตามมาตรฐานสากล

จากสถานการณ์ข้างต้น นักเรียนต้องรู้อะไรบ้าง จึงจะสามารถแก้ปัญหาสถานการณ์ ดังกล่าวข้างต้นได้

[ ] ต้องการความกว้างและความยาวมาตรฐานของสนามเปตอง ต้องวัดมุมสนามเปตองให้เป็นมุมฉาก

[ ] ต้องการขนาดมาตรฐานของสนามเปตองตามแบบสากลแล้ววิธีตรวจสอบมุมฉาก

[ ] รู้นามของสนามเปตองตามมาตรฐานสากล และวิธีการตรวจสอบมุมฉากเพื่อทำให้สนามเปตอง เป็นมุมฉากขนาด 90 องศา

[ ] รู้ความกว้างและความยาวมาตรฐานของสนามเปตองและวิธีตรวจสอบมุมฉากเพื่อหาพื้นที่ในการซึ่งเชือก

[ ] รู้นามคความกว้างของสนามเปตองก่อนว่าถ้าเรายังไม่วัดขนาดของสนามมันเท่าไร เพื่อที่จะคำนวณขนาดสนามให้แบ่งได้ 4 สนาม และการตรวจสอบมุมฉาก

[ ] เราต้องการความกว้างและ ความยาวมาตรฐานสากลสนามเปตอง และวิธีตรวจสอบเป็นมุมฉาก

ภาพ 44 ภาพแสดงคำตอบการแก้ปัญหาของนักเรียน โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos

## ขั้นที่ 2 การค้นหาและระบุข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง (Identify Facts)

นักเรียนปรึกษากันในกลุ่มถึงลักษณะและวิธีการแก้ปัญหาสนามเปตอง พร้อมตอบคำถามลงในบทเรียนโปรแกรม ว่านักเรียนจะมีวิธีการแก้ปัญหาดังกล่าวอย่างไร หลังจากที่นักเรียนตอบคำถามลงในบทเรียนโปรแกรม Desmos โดยครูผู้สอนคอยให้คำแนะนำผู้เรียนผ่าน Dashboard History

จากการสังเกตนักเรียนมีการสนทนาวิเคราะห์ร่วมกับเพื่อนในกลุ่มและตอบคำถามลงในบทเรียนโปรแกรม Desmos ของตนเอง ในระหว่างทำกิจกรรมครูคอยตรวจสอบการคำตอบของนักเรียนผ่าน Dashboard History เพื่อดูความเข้าใจ และครูผู้สอนให้คำแนะนำผู้เรียนผ่าน Dashboard History เพื่อให้ นักเรียนได้มีเวลาทบทวนคำตอบและทำความเข้าใจในทันที ก่อนการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน ดังภาพ

เส้นสนามเปตองเป็นอย่างไร(2)

ลักษณะสนามเปตองเป็นอย่างไร และรู้อย่างไรบ้างในการวาดเส้นสนามกีฬาเปตอง (โดยนักเรียนรวมกลุ่มช่วยกันวิเคราะห์ ศึกษาค้นคว้าลักษณะรูปแบบ ของสนามกีฬาเปตอง)

เอกสารเพิ่มเติมในการค้นคว้า  
[https://drive.google.com/file/d/1AbmAz\\_I9m0gEluRoCqFM1KmMFFA-owFx/view?usp=drive\\_link](https://drive.google.com/file/d/1AbmAz_I9m0gEluRoCqFM1KmMFFA-owFx/view?usp=drive_link)

[Redacted]

ลักษณะของสนามเปตอง เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีขนาดกว้าง 4 เมตร ยาว 15 เมตร

[Redacted]

ลักษณะสนามเปตองเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีขนาดกว้าง 4 เมตร ยาว 15 เมตร

[Redacted]

จะประกอบด้วยพื้นที่สำหรับใช้ แข่งขันเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง 4 เมตร ยาว 15 เมตร กำหนดเขตพื้นที่สนามแข่งขันด้วยเส้น (สีเขียว) และกำหนดเขตฟาล์วด้วยเส้น (สีแดง)



[Redacted]

ลักษณะของสนามเปตอง ความกว้าง 4 เมตร ยาว 15 เมตร เขตพื้นที่ของสนามเป็นเส้นสีเขียว และเส้นสีแดงเป็นเส้นกำหนดเส้นฟาล์ว

[Redacted]

ลักษณะสนามเปตองเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีความกว้าง 4 เมตร ยาว 15 เมตร

[Redacted]

ประกอบด้วยพื้นที่สำหรับใช้แข่งขันเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง 4 เมตร ยาว 15 เมตร กำหนดเขตพื้นที่สนามแข่งขันด้วยเส้น (สีเขียว) และกำหนดเขตฟาล์วด้วยเส้น (สีแดง) เส้นฟาล์ว (สีแดง) จะถูกกำหนดไว้โดยรอบพื้นที่แข่งขัน โดยมีระยะห่างจากเส้นเขตสนามไม่น้อยกว่า 0.30 เมตร

ภาพ 45 ภาพแสดงคำตอบของลักษณะสนามเปตอง โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos



### ขั้นที่ 3 การสร้างแนวคิดและสมมุติฐาน (Generate Hypotheses)

นักเรียนเขียนแนวคิดในการตีเส้นสนามเปตองลงในบทเรียนโปรแกรม Desmos ก่อนที่จะได้ตีเส้นจริง เพื่อให้นักเรียนทบทวนวิธีการแก้ปัญหาของตนและคาดการณ์การนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาใช้ในการตีเส้นสนามเปตอง

จากการสังเกตพบว่าเป็นระหว่างทำกิจกรรมนักเรียนทำความเข้าใจการใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสในบทเรียนโปรแกรม Desmos ที่ครูแนบลิงค์ไว้ให้ได้หลายครั้ง เปิดทบทวนการแก้ปัญหาจากกิจกรรมที่ได้ทำผ่านมาเพื่อทำความเข้าใจ และนักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ในการทำงานมากยิ่งขึ้นปรึกษากับเพื่อนถึงวิธีการและแนวคิดที่จะใช้ในการตีเส้นสนามเปตอง และเขียนแนวคิดลงในบทเรียนโปรแกรมของตนเองในระหว่างทำกิจกรรมครูคอยตรวจสอบการตอบคำถามของนักเรียน ใน Dashboard History เพื่อทำความเข้าใจ และครูผู้สอนให้คำแนะนำผู้เรียนผ่าน Dashboard History เพื่อให้นักเรียนได้มีเวลาทบทวนคำตอบและทำความเข้าใจในทันทีอีกครั้ง ก่อนการอภิปรายร่วมกันหน้าชั้น และมีนักเรียนบางส่วนที่ยังมีความเข้าใจไม่ถูกต้องในการสร้างแนวคิดการตีเส้นสนามเปตอง จึงมีการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียนอีกครั้ง เกี่ยวกับการสร้างแนวคิดและสมมุติฐานของปัญหาที่ต้องการแก้ไข เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ถูกต้องในการสร้างสมมุติฐานสำหรับผู้เรียนที่มีความเข้าใจคลาดเคลื่อนในการสร้างแนวคิดและสมมุติฐาน และยกตัวอย่างคำตอบของนักเรียนที่สร้างแนวคิดได้ถูกต้อง และนักเรียนเรียนที่ยังมีความเข้าใจคลาดเคลื่อน เพื่อให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจอีกครั้งให้ถูกต้อง ดังภาพ

**วาดอย่างไรมุมเป็นฉาก(3)**

สนามเปตองมีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมคี่มุม มุมทุกมุมเป็นมุมฉาก นักเรียนคิดว่าเราสามารถใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ช่วยวาดมุมฉากของสนามเปตองได้อย่างไร(สมมติฐาน)

สนามกอล์ฟจะสามเหลี่ยมโดยใช้เลขชุด3-4-5ได้ โดยวัดจากมุมที่หนึ่งยาว3เมตร แล้วนำจุดวัดไว้ด้านที่สองยาว4เมตร แล้วนำจุดวัดไว้ ด้านสุดท้ายจะวัดจากจุดที่3ไปยังจุดที่4ได้ความยาว5เมตรแสดงว่าเป็นมุมฉากของสนามเปตองได้

[Edit my response](#)

**วาดอย่างไรมุมเป็นฉาก(3)**

สนามเปตองมีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมคี่มุม มุมทุกมุมเป็นมุมฉาก นักเรียนคิดว่าเราสามารถใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ช่วยวาดมุมฉากของสนามเปตองได้อย่างไร(สมมติฐาน)

การสร้างมุมฉากของสนามเปตองใช้ เลขชุด 3-4-5 ในการสร้างมุมฉากของสนามเปตอง วัดระยะ3เมตรตามเข็มนาฬิกา แล้วทำจุดมาวัด วัดระยะ4เมตรในเข็มนาฬิกา แล้วทำจุดมาวัด จากนั้นวัดระยะระหว่างจุดมาวัด3เมตร และจุด4เมตร หากได้5เมตรแสดงว่ามุมสนามเปตองนี้เป็นมุมฉากได้เลขชุด 3-4-5 ในการสร้างทั้ง4มุมของสนามเปตอง

[Edit my response](#)

**วาดอย่างไรมุมเป็นฉาก(3)**

สนามเปตองมีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมคี่มุม มุมทุกมุมเป็นมุมฉาก นักเรียนคิดว่าเราสามารถใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ช่วยวาดมุมฉากของสนามเปตองได้อย่างไร(สมมติฐาน)

ใช้เลขชุด3 4 5  
วัดระยะสนามหนึ่งยาว3หน่วยแล้วทำจุดไว้ จากนั้นวัดระยะอีกสนามหนึ่งยาว4หน่วย แล้วนำจุดวัดไว้ จากนั้นวัดระยะอีกสนามหนึ่งยาว5หน่วย จะได้ระยะ5หน่วยมุมนี้จะเป็นมุมฉาก  
 $c^2 = a^2 + b^2$   
 $5^2 = 3^2 + 4^2$   
 $25 = 9 + 16$   
 $25 = 25$

**วาดอย่างไรมุมเป็นฉาก(3)**

สนามเปตองมีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมคี่มุม มุมทุกมุมเป็นมุมฉาก นักเรียนคิดว่าเราสามารถใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ช่วยวาดมุมฉากของสนามเปตองได้อย่างไร(สมมติฐาน)

ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ใช้เลขชุด 3,4,5. วัดหนึ่งมุมของสนามที่คิดว่าเป็นมุมฉาก วัดด้านหนึ่งของสนามหรือด้านประกอบมุมฉาก 3 หน่วย และอีกด้าน วัด4หน่วย ตรงด้านประกอบมุมฉากของอีกด้าน วัดระยะระหว่างเส้น 3หน่วย และ4 หน่วย ให้ได้ถึงกัน จะได้ 5หน่วย แสดงว่าสนามเปตองนี้เป็นมุมฉากจริง

[Submit](#)

**ภาพ 46 ภาพแสดงการสร้างแนวคิดการตีเส้นสนามเปตองของนักเรียน  
โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos**

#### ขั้นที่ 4 ตรวจสอบความรู้เดิม และ ศึกษาความรู้ใหม่ (Knowledge Deficiencies)

นักเรียนศึกษาบทเรียนโปรแกรม Desmos ที่ครูจัดเตรียมไว้ให้ เป็นวิดีโอและแบบฝึกกิจกรรมที่ใช้ทบทวนความรู้เดิมและความรู้ใหม่เกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยครูเป็นผู้จัดลำดับบทเรียนและให้นักเรียนเรียนรู้ไปพร้อมๆกันเป็นช่วงๆ นักเรียนต้องเรียนรู้ผ่านกิจกรรมใน Desmos ครูคอยดูการทำงานและผลงานของนักเรียนผ่าน Dashboard History

จากการสังเกตพบว่านักเรียนศึกษาบทเรียนโปรแกรม Desmos ที่ครูจัดเตรียมไว้ให้นักเรียนมีการสนทนาและปรึกษากันกับเพื่อนและครูถึงสิ่งที่ไม่เข้าใจ และครูคอยดูการทำงานและผลงานของนักเรียนผ่าน Dashboard History พร้อมคอยให้คำแนะนำนักเรียนขณะทำกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนได้มีเวลาทบทวนคำตอบและทำความเข้าใจ และในระหว่างทำกิจกรรมมีนักเรียนที่ย้อนกลับไปทำความเข้าใจเนื้อหาในบทเรียนโปรแกรม Desmos เมื่อได้ข้อเสนอแนะผ่าน Dashboard History และทำหน้าที่เรียนนั้นอีกครั้ง ดังภาพ

The image displays two sequential screenshots of a student's work in the Desmos program. Both screenshots feature a right-angled triangle with a hypotenuse of 15 and one leg of 12. The other leg is labeled 'a'. To the right of the triangle is a list of equations:

- $15^2 = a^2 + 12^2$
- $225 = a^2 + 144$
- $225 - 144 = a^2$
- $81 = a^2$
- $a = 9$

In the top screenshot, the equations are entered in a standard font. In the bottom screenshot, the equations are entered in a larger, blue font, and a final line of text in Thai is added: "ดังนั้น a มีค่าเท่ากับ 9". To the right of the main workspace is a 'Lesson Feedback' panel with a 'Send feedback to Kurusu Cheunbumf' button and a 'VS' button.

ภาพ 47 ภาพแสดงการให้คำแนะนำนักเรียนขณะทำกิจกรรม โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos

### ขั้นที่ 5 การนำความรู้หรือข้อมูลที่เราเรียนรู้ใหม่มาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ตามความเข้าใจ (Apply New Knowledge)

นักเรียนรวมกลุ่มกันนำสิ่งที่ศึกษามาช่วยกันแสดงความคิดเห็นแก้ปัญหา ถึงวิธีการตีเส้นสนามเปตอง และในระหว่างทำกิจกรรมครูผู้สอนคอยสังเกตการณ์ และให้คำชี้แนะ

จากการสังเกตพบว่า นักเรียนได้เรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเองและมีความสนใจในการแก้ปัญหาด้วยทฤษฎีบทพีทาโกรัส นักเรียนรวมกลุ่มกันสร้างสนามเปตอง กว้าง 4 เมตร ยาว 15 เมตร โดยใช้เลขชุดทฤษฎีบทพีทาโกรัส 3 4 5 ในการสร้างมุมฉาก และวัดความกว้างและความยาวของสนามเปตองตามขนาดที่ได้สร้างแนวคิดและสมมุติฐานไว้ นักเรียนได้ศึกษาวิธีแก้ปัญหาจากสถานการณ์จริง ร่วมกันทำกิจกรรมกลุ่มกับเพื่อน รู้จักการทำงานเป็นทีมและรับฟังความคิดเห็นของเพื่อนในกลุ่ม นักเรียนมีความสนใจในการหาข้อมูล เรียนรู้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส จากการศึกษาผ่านบทเรียนโปรแกรม Desmos ผ่านเพื่อนในกลุ่ม และร่วมการแก้ปัญหาการตีเส้นสนามเปตอง

ในระหว่างทำกิจกรรมครูผู้สอนคอยสังเกตการณ์ และคอยชี้แนะเมื่อวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนยังไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ เช่น จุดในการลงตำแหน่งของเส้นสนามเปตองในการวาดมุมฉากไม่ถูกต้องครูคอยชี้แนะการตรวจสอบให้ ดังภาพ



ภาพ 48 ภาพแสดงกิจกรรมวิธีการตีเส้นสนามเปตอง  
โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสในการสร้างมุมฉาก

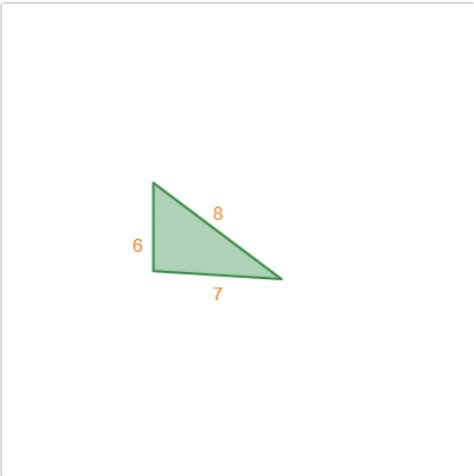
### ขั้นที่ 6 สรุปข้อมูลให้มีโครงสร้างและความหมายทางคณิตศาสตร์ และประเมินผล (Abstraction)

นักเรียนนำเสนอวิธีการในการตีสนามเปตองโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสช่วยในการสร้างมุมฉากนักเรียนนำเสนอวิธีการตีเส้นสนามเปตอง บอกวิธีการสร้างสนามเปตองเป็นลำดับขั้น บอกวิธีซึ่งเชือกตีเส้นตรงมุมสนามให้สนามเปตองมีลักษณะเป็นมุมฉาก และบอกถึงขนาดของสนามเปตอง กว้าง 4 เมตร ยาว 15 เมตร โดยนักเรียนเลือกใช้เลขชุด 3 4 5 และบอกถึงวิธีใช้สมการทฤษฎีบทพี

ทริโกสที่เป็นเลขชุด 3 4 5 ในการตรวจสอบสนามบอลเลย์บอล คือ  $3^2 + 4^2 = 5^2$  ในการนำเสนอมีการใช้หน่วยวัดความยาวเป็น เมตร และฟุต และได้ตรวจสอบความเข้าใจการใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสของนักเรียนผ่านบทเรียนโปรแกรม Desmos

**เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากไหม**

รูปสามเหลี่ยม มีด้านยาว 6 เซนติเมตร 7 เซนติเมตร และ 8 เซนติเมตร ดังรูป สามเหลี่ยมนี้เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ พร้อมแสดงวิธีหาคำตอบ



$$8^2 \neq 6^2 + 7^2$$

$$64 \neq 36 + 49$$

$$64 \neq 85$$

ดังนั้น สามเหลี่ยมรูปนี้ไม่เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากเพราะด้านตรงข้ามมุมฉากกำลังสองไม่เท่ากับผลรวมของกำลังสองของด้านประกอบ

(Select all that apply.)

เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ภาพ 49 ภาพแสดงการใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสแก้ปัญหา  
โดยจัดทำในบทเรียนโปรแกรม Desmos

#### ขั้นที่ 4 สะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflection)

ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากชั้นสังเกตการณ์ ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องประยุกต์ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส เป็นการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับ บทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนานวัตกรรมทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มาวิเคราะห์เพื่อหาแนวทางการปรับปรุงแก้ไขในวงจรปฏิบัติการ ได้ดังตาราง

ตาราง 13 แสดงประเด็นปัญหาและแนวทางปรับปรุงแก้ไขปัญหาในการจัดการเรียนรู้ของวงจร  
ปฏิบัติการที่ 3

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้	ประเด็นปัญหา	แนวทางการปรับปรุงแก้ไข
ขั้นที่ 1 สถานการณ์ปัญหา (Problem Scenario)	-	-
ขั้นที่ 2 การค้นหาและระบุ ข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง (Identify Facts)	มีนักเรียนบางส่วนยังตอบ คำถามไม่ถูกต้องสมบูรณ์	ครูผู้สอนคอยดูกิจกรรมการ ตอบคำถามของนักเรียนผ่าน Dashboard History และ คอยถามกระตุ้นในห้องเรียน เป็นระยะ พร้อมให้คำแนะนำ เพื่อเป็นแนวทางการตอบ คำถามสำหรับนักเรียนจาก การสังเกตผ่าน Dashboard History และเพื่อให้นักเรียน ได้ทำความเข้าใจปัญหา และ ครูผู้สอนยกตัวอย่างคำตอบใน บทเรียนมาอภิปรายร่วมกันใน ห้องเรียน
ขั้นที่ 3 การสร้างแนวคิดและ สมมุติฐาน (Generate Hypotheses)	มีนักเรียนที่ยังสร้างแนวคิดและ สมมุติฐานการตรวจสอบ สนามเปิดไม่ได้ไม่ถูกต้อง	ครูผู้สอนควรใช้เวลาให้นักเรียน ในการคิดและตั้งสมมุติฐาน สร้างโอกาสให้นักเรียนได้ ปรึกษาร่วมกับเพื่อนในกลุ่ม และครูผู้สอนคอยดูกิจกรรม การตอบคำถามของนักเรียน ผ่าน Dashboard History และคอยใช้คำถามกระตุ้นใน ชั้นเรียนเป็นระยะ พร้อมให้ คำแนะนำเพื่อเป็นแนว ทางการตอบคำถามสำหรับ



ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้	ประเด็นปัญหา	แนวทางการปรับปรุงแก้ไข
		นักเรียน จากการสังเกตผ่าน Dashboard History และ เพื่อให้ให้นักเรียนได้สร้างแนวคิดด้วยตนเอง
<p>ขั้นที่ 4 ตรวจสอบความรู้เดิม และ ศึกษาความรู้ใหม่ (Knowledge Deficiencies)</p>	<p>นักเรียนบางคนยังตอบคำถาม ไม่ชัดเจน มีความเข้าใจ คลาดเคลื่อนในการตอบคำถาม ลงในบทเรียนโปรแกรม Desmos เขียนเฉพาะสมการ แสดงวิธีการแก้ปัญหาเท่านั้น</p>	<p>ครูผู้สอนชี้แนะนักเรียนในการ เขียนสมการ หรือการ ดำเนินการทางคณิตศาสตร์ให้ ชัดเจน ครูคอยดูการทำงาน และผลงานของนักเรียนได้ ผ่าน Dashboard History พร้อมคอยให้คำแนะนำ นักเรียนขณะทำกิจกรรม เพื่อให้ให้นักเรียนได้มีเวลา ทบทวนคำตอบและทำความเข้าใจในทันที พร้อมทั้งให้ คำแนะนำในชั้นเรียน</p>
<p>ขั้นที่ 5 การนำความรู้หรือ ข้อมูลที่เราเรียนรู้ใหม่มา ประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ตาม ความเข้าใจ (Apply New Knowledge)</p>	<p>ในระหว่างแก้ปัญหาลงใน บทเรียนนักเรียนบางคนยังมี วิธีการแก้ปัญหาของไม่ครบถ้วน สมบูรณ์</p>	<p>ครูผู้สอนควรคอยสังเกต วิธีการแก้ปัญหาของนักเรียน พร้อมทั้งให้คำแนะนำผ่าน Dashboard History และ ผ่านชั้นเรียน พร้อม ยกตัวอย่างการปัญหาของ นักเรียนมาร่วมอภิปรายในชั้น เรียนเพื่อปรับปรุงและเป็น แนวทางในการแก้ปัญหา มา ประยุกต์ในสถานการณ์จริง</p>
<p>ขั้นที่ 6 สรุปข้อมูลให้มี โครงสร้างและความหมายทาง คณิตศาสตร์ และประเมินผล</p>	<p>นักเรียนบางคนยังมีความเข้าใจ คลาดเคลื่อนในการใช้ทฤษฎีบท พิทาโกรัสแก้ปัญหา</p>	<p>ครูควรคอยดูการทำงานและ ผลงานของนักเรียนผ่าน Dashboard History เป็น</p>

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้	ประเด็นปัญหา	แนวทางการปรับปรุงแก้ไข
(Abstraction)		ระยะ พร้อมให้คำแนะนำ และครูผู้สอนควรประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนโดยใช้ข้อมูลจากการทำกิจกรรมในบทเรียน Desmos ผ่าน Dashboard History เพื่อช่วยและให้คำแนะนำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจที่เชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง

ตาราง 14 แสดงผลการสรุปผลการสะท้อนแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนานวัตกรรมทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 วงจรปฏิบัติการที่ 1 ถึงวงจรปฏิบัติการที่ 3

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้	ประเด็นปัญหา	แนวทางการปรับปรุงแก้ไข
ขั้นที่ 1 สถานการณ์ปัญหา (Problem Scenario)	<b>วงจรปฏิบัติการที่ 1</b> นักเรียนบางคนไม่สามารถเติมคำตอบลงในโปรแกรม Desmos ได้ทันเวลาและยังไม่สามารถวิเคราะห์ปัญหาลักษณะของการติดตรงราวงานวัด(ธงสามเหลี่ยม)หน้าอาคารเรียนได้	ผู้สอนควรเสริมบทเรียนความรู้พื้นฐานของการใช้โปรแกรม Desmos และเลือกสถานการณ์ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริงเกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยขั้นตอนไม่ซับซ้อน ต่อการใช้โปรแกรม Desmos ในการนำเสนอปัญหาและสร้างความเข้าใจปัญหา เพื่อให้นักเรียนได้รับความรู้และทำความเข้าใจอย่างเต็มที่เกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหา

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้	ประเด็นปัญหา	แนวทางการปรับปรุงแก้ไข
	<p><b>วงจรถับปฏิบัติกรที่ 2</b></p> <p>นักเรียนบางคนยังไม่สามารถวิเคราะห์ปัญหาเกี่ยวกับวิธีการตรวจสอบสนามบอลเลย์บอลได้</p>	<p>ครูผู้สอนควรคอยสังเกตการดำเนินการเมื่อนักเรียนเริ่มอ่านทำความเข้าใจปัญหาอย่างทั่วถึง เมื่อพบมีนักเรียนที่ไม่สามารถดำเนินการต่อได้ ครูควรเข้าช่วยเหลือ กระตุ้นทันทีเพื่อให้นักเรียนดำเนินการต่อได้</p>
<p>ขั้นที่ 2 การค้นหาและระบุข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง (Identify Facts)</p>	<p><b>วงจรถับปฏิบัติกรที่ 1</b></p> <p>จากการยกตัวอย่างคำตอบของนักเรียนในห้องมารวมกันอภิปรายถึงข้อมูลที่ต้องรู้ในการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนที่ตอบคำถามช้า และยังไม่ทำความเข้าใจปัญหาที่ได้รับในบทเรียนโปรแกรม Desmos อยู่ นักเรียนจะรีบตอบคำถามโดยใช้คำตอบของเพื่อน และมีนักเรียนบางส่วนที่ตอบคำถามยังไม่ครบถ้วน รีบพิมพ์คำตอบเพื่อจะได้ไปบทเรียนหน้าต่อไปพร้อมกับเพื่อน</p>	<p>ผู้สอนให้เวลาในการทำกิจกรรมในแต่ละหน้าของบทเรียนเพิ่มขึ้น และให้คำแนะนำเพื่อเป็นแนวทางการตอบคำถามสำหรับนักเรียนที่ช้าจากการสังเกตผ่าน Dashboard History และเพื่อให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจปัญหา ก่อนการยกตัวอย่างคำตอบในบทเรียนมาอภิปรายร่วมกัน</p>
	<p><b>วงจรถับปฏิบัติกรที่ 2</b></p> <p>จากครูผู้สอนยกตัวอย่างคำตอบในบทเรียนมาอภิปรายร่วมกันในห้องเรียน ซึ่งมีทั้งนักเรียนที่ตอบคำถามได้ถูกต้อง และมีนักเรียนบางส่วน</p>	<p>ครูผู้สอนให้คำแนะนำผู้เรียนผ่าน Dashboard History เพื่อให้นักเรียนได้มีเวลาทบทวนคำตอบและทำความเข้าใจ ก่อนการอภิปราย</p>

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้	ประเด็นปัญหา	แนวทางการปรับปรุงแก้ไข
	<p>ซึ่งจะเห็นว่านักเรียนยังตอบคำถามไม่ถูกต้องสมบูรณ์</p>	<p>ร่วมกันในชั้นเรียน</p>
	<p><b>วงจรปฏิบัติการที่ 3</b> มีนักเรียนบางส่วนยังตอบคำถามไม่ถูกต้องสมบูรณ์</p>	<p>ครูผู้สอนคอยดูกิจกรรมการตอบคำถามของนักเรียนผ่าน Dashboard History และคอยถามกระตุ้นในห้องเรียนเป็นระยะ พร้อมให้คำแนะนำเพื่อเป็นแนวทางการตอบคำถามสำหรับนักเรียนจากการสังเกตผ่าน Dashboard History และเพื่อให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจปัญหา และครูผู้สอนยกตัวอย่างคำตอบในบทเรียนมาอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน</p>
<p>ขั้นที่ 3 การสร้างแนวคิดและสมมุติฐาน (Generate Hypotheses)</p>	<p><b>วงจรปฏิบัติการที่ 1</b> นักเรียนบางส่วนที่ยังไม่เข้าใจปัญหา รูป และบทเรียนยังมีความซับซ้อน นักเรียนบางส่วนยังไม่สามารถทำความเข้าใจได้ในเวลาที่กำหนด มีนักเรียนบางส่วนที่ทำกิจกรรมไม่ทัน</p>	<p>ขณะนักเรียนทำกิจกรรมครูผู้สอนสังเกตและให้คำแนะนำนักเรียนผ่าน Dashboard History เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแนวคิดให้กับนักเรียน พร้อมให้เวลาในการทำกิจกรรมในแต่ละหน้าของบทเรียนเพิ่มขึ้นเพื่อให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจ</p>

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้	ประเด็นปัญหา	แนวทางการปรับปรุงแก้ไข
	<p><b>วงจรปฏิบัติการที่ 2</b></p> <p>ยังมีนักเรียนที่ยังสร้างแนวคิดและสมมุติฐานการตรวจสอบสนามวอลเลย์บอลได้ไม่ถูกต้อง</p>	<p>ครูผู้สอนร่วมกับนักเรียนในห้องร่วมกันอภิปรายการสร้างแนวคิดและสมมุติฐานของปัญหาที่ต้องการแก้ไข เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ถูกต้องในการสร้างสมมุติฐาน และคอยให้คำแนะนำผู้เรียนผ่าน Dashboard History ในระหว่างทำกิจกรรมสำหรับผู้เรียนที่มีความสับสนในการสร้างแนวคิดและสมมุติฐาน และยกตัวอย่างคำตอบของนักเรียนที่สร้างแนวคิดได้ถูกต้อง</p>
	<p><b>วงจรปฏิบัติการที่ 3</b></p> <p>มีนักเรียนที่ยังสร้างแนวคิดและสมมุติฐานการการตีเส้นสนามเปตองได้ไม่ถูกต้อง</p>	<p>ครูผู้สอนควรให้เวลานักเรียนในการคิดและตั้งสมมุติฐานสร้างโอกาสให้นักเรียนได้ปรึกษาร่วมกับเพื่อนในกลุ่ม และครูผู้สอนคอยดูกิจกรรมการตอบคำถามของนักเรียนผ่าน Dashboard History และคอยถามกระตุ้นในห้องเรียนเป็นระยะ พร้อมให้คำแนะนำเพื่อเป็นแนวทางการตอบคำถามสำหรับนักเรียนจากการสังเกตผ่าน Dashboard History และ</p>

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้	ประเด็นปัญหา	แนวทางการปรับปรุงแก้ไข
		<p>เพื่อให้ให้นักเรียนได้สร้างแนวคิดด้วยตนเอง และครูควรยกแนวคิดของนักเรียนมาร่วมกันอภิปรายในชั้นเรียน</p>
<p>ขั้นที่ 4 ตรวจสอบความรู้เดิม และ ศึกษาความรู้ใหม่ (Knowledge Deficiencies)</p>	<p><b>วงจรปฏิบัติการที่ 1</b>            นักเรียนบางส่วนทำกิจกรรมไม่ทัน และรีบทำเพื่อจะได้ไปหน้าต่อไปพร้อมกับเพื่อนซึ่งเห็นว่านักเรียนยังตอบคำถามไม่ถูกต้องสมบูรณ์</p> <p><b>วงจรปฏิบัติการที่ 2</b>            มีนักเรียนบางส่วนที่ยังไม่เข้าใจวิธีการทำแบบฝึกในบทเรียน</p>	<p>ครูผู้สอนควรจัดลำดับบทเรียนเรียนจากง่ายไปยาก ควรกระตุ้นให้นักเรียนทำกิจกรรมให้เสร็จในเวลาของการทำกิจกรรมในแต่ละหน้าของบทเรียนเพิ่มขึ้น และคอยให้คำแนะนำในการทำกิจกรรมของนักเรียนทั้งผ่านชั้นเรียนและผ่าน Dashboard History เพื่อให้ให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจ และหาตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์</p> <p>ครูผู้สอนควรตรวจสอบความรู้เดิมและให้นักเรียนศึกษาความรู้ใหม่ผ่านกิจกรรมต่างๆ ในบทเรียน เช่น การจับคู่ การตอบคำถามแบบหลายตัวเลือก การเติมคำตอบ และให้เวลาในการทำกิจกรรมในแต่ละหน้าของนักเรียน และคอยให้คำแนะนำผู้เรียนผ่าน Dashboard History เพื่อให้ให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจ และ</p>



ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้	ประเด็นปัญหา	แนวทางการปรับปรุงแก้ไข
	<p data-bbox="655 465 887 510"><b>วงจรถวายปฏิบัติที่ 3</b></p> <p data-bbox="655 521 995 846">นักเรียนบางคนยังตอบคำถามไม่ชัดเจน มีความเข้าใจคลาดเคลื่อนในการตอบคำถามลงในบทเรียนโปรแกรม Desmos เขียนเฉพาะสมการ แสดงวิธีการแก้ปัญหาเท่านั้น</p>	<p data-bbox="1029 353 1362 454">หาคำตอบได้ถูกต้อง ครบถ้วนสมบูรณ์</p> <p data-bbox="1029 521 1362 1182">ครูผู้สอนชี้แนะนักเรียนในการเขียนสมการ หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ให้ชัดเจน ครูคอยดูการทำงาน และผลงานของนักเรียนได้ผ่าน Dashboard History พร้อมคอยให้คำแนะนำนักเรียนขณะทำกิจกรรมผ่าน Dashboard History และผ่านชั้นเรียน เพื่อให้ นักเรียน ได้มีเวลา ทบทวนคำตอบและทำความเข้าใจ</p>
<p data-bbox="300 1205 587 1473">ขั้นที่ 5 การนำความรู้หรือ ข้อมูลที่เราเรียนรู้ใหม่มา ประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ ตามความเข้าใจ (Apply New Knowledge)</p>	<p data-bbox="655 1205 887 1249"><b>วงจรถวายปฏิบัติที่ 1</b></p> <p data-bbox="655 1261 995 1697">ในระหว่างการทำกิจกรรมการ วัดระยะทาง วัดความยาว นักเรียนใช้หน่วยในการวัด ความยาวของระเบียงและหน้าอาคารเป็นเซนติเมตร เมื่อ นักเรียนนำข้อมูลที่ได้มา วิเคราะห์ ทำให้มีจำนวนตัวเลข ที่มากเกินไป</p> <p data-bbox="655 1709 887 1753"><b>วงจรถวายปฏิบัติที่ 2</b></p> <p data-bbox="655 1765 995 1977">นักเรียนบางกลุ่มยังมีความ ความเข้าใจคลาดเคลื่อนในการ วัดด้านแต่ละด้านของสนาม วอลเลย์บอลเพื่อใช้ตรวจสอบ</p>	<p data-bbox="1029 1261 1362 1529">ครูผู้สอนคอยสังเกตการณ์การ เก็บข้อมูลของนักเรียนเป็น ระยะ และคอยให้คำแนะนำถึง วิธีการวัดระยะและหน่วยวัดที่ เหมาะสม</p> <p data-bbox="1029 1765 1362 1977">ในระหว่างทำกิจกรรมครูผู้สอน คอยสังเกตการณ์ และคอย สนับสนุนเมื่อนักเรียนทำ ถูกต้องสมบูรณ์ผ่าน</p>

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้	ประเด็นปัญหา	แนวทางการปรับปรุงแก้ไข
	<p>ความเป็นมุมมองของมุมมอง แต่ละด้าน</p>	<p>Dashboard History และ คอยชี้แนะเมื่อวิธีการแก้ปัญหา ของนักเรียนยังไม่ครบถ้วน สมบูรณ์ ในขณะที่นักเรียนได้ ลองแก้ปัญหาลงในบทเรียน โปรแกรมDesmos คือ นักเรียนอาจยังตรวจสอบแต่ ละด้านของสนามวอลเลย์ได้ไม่ ถูกต้องครูคอยชี้แนะการ ตรวจสอบให้ผ่าน Dashboard History ก่อนการตรวจสอบ สนามวอลเลย์บอลจริง</p>
	<p><b>วงจรปฏิบัติการที่ 3</b> ในระหว่างแก้ปัญหาใน บทเรียนนักเรียนบางคนยังมี วิธีการแก้ปัญหาของไม่ ครบถ้วนสมบูรณ์</p>	<p>ครูควรคอยสังเกตวิธีการ แก้ปัญหาของนักเรียนพร้อมทั้ง ให้คำแนะนำผ่าน Dashboard History และผ่านชั้นเรียน พร้อมยกตัวอย่างการปัญหา ของนักเรียนมาร่วมอภิปรายใน ชั้นเรียนเพื่อปรับปรุงและเป็น แนวทางในการแก้ปัญหามา ประยุกต์ในสถานการณ์จริง</p>
<p>ขั้นที่ 6 สรุปข้อมูลให้มี โครงสร้างและความหมาย ทางคณิตศาสตร์ และ ประเมินผล (Abstraction)</p>	<p><b>วงจรปฏิบัติการที่ 1</b> ในการนำเสนอความยาวแต่ละ ด้านที่นักเรียนได้วัดมามีความ ยาวที่ยาวมากเนื่องจากหน่วยที่ ใช้วัดเป็นเซนติเมตร ทำให้ สมการที่ใช้ในการแก้ปัญหามี จำนวนค่าตัวเลขที่สูง</p>	<p>ครูผู้สอนคอยให้คำแนะนำการ เก็บข้อมูลของนักเรียน และ คอยให้คำแนะนำถึงวิธีการวัด ระยะและหน่วยวัดที่เหมาะสม พร้อมทั้งสรุปข้อมูลจากการทำ กิจกรรมของนักเรียนผ่าน</p>

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้	ประเด็นปัญหา	แนวทางการปรับปรุงแก้ไข
		Dashboard History เพื่อประเมินความเข้าใจและการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
	<p><b>วงจรถูกปฏิบัติที่ 2</b></p> <p>นักเรียนบางส่วนยังมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาใช้</p>	<p>ในระหว่างทำกิจกรรมครูผู้สอนคอยให้คำแนะนำผู้เรียนผ่าน Dashboard History เพื่อให้ นักเรียนได้ทำความเข้าใจ และ คอยชี้แนะนักเรียนในการใช้ บททฤษฎีบทพีทาโกรัสทั้ง ผ่าน Dashboard History และผ่านชั้นเรียน ส่วนนักเรียน ที่ตอบไม่ถูกต้องหรือมีความ เข้าใจคลาดเคลื่อนในการเขียน การดำเนินการคณิตศาสตร์ ครูผู้สอนควรให้คำแนะนำแก่นักเรียนในขณะที่ทำกิจกรรมใน บทเรียน Desmos ในทันที</p>
	<p><b>วงจรถูกปฏิบัติที่ 3</b></p> <p>นักเรียนบางคนยังมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนในการใช้ ทฤษฎีบทพีทาโกรัสแก้ปัญหา</p>	<p>ครูควรคอยดูการทำงานและ ผลงานของนักเรียนผ่าน Dashboard History พร้อมให้ คำแนะ และครูผู้สอนควร ประเมินผลการเรียนรู้ของ นักเรียนโดยใช้ข้อมูลจากการ ทำกิจกรรมในบทเรียน Desmos ผ่าน Dashboard History เพื่อช่วยและให้</p>

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้	ประเด็นปัญหา	แนวทางการปรับปรุงแก้ไข
		คำแนะนำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจที่เชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง

จากปัญหาที่พบในชั้นเรียนในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนานวัตกรรมทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทั้ง 3 วงจรปฏิบัติพบว่าประเด็นที่ครูควรเน้นเมื่อนำแนวทางดังกล่าวไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ ดังตาราง

**ตาราง 15 แสดงประเด็นที่ครูผู้สอนควรเน้นเมื่อนำแนวการจัดการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos ที่ทำให้เกิดการพัฒนาบทนวัตกรรมทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ไปใช้ในการจัดการเรียนรู้**

แนวการจัดการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos ที่ทำให้เกิดการพัฒนาบทนวัตกรรมทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	
ขั้นการปฏิบัติ	รายละเอียด
ขั้นที่ 1 สถานการณ์ปัญหา (Problem Scenario)	ในขั้นสถานการณ์ปัญหา ครูผู้สอนควรเลือกสถานการณ์ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง นักเรียนให้ความสนใจ สามารถพบเจอได้ในชีวิตประจำวัน เกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยขั้นตอนการแก้ปัญหาไม่ซับซ้อน และเสริมบทเรียนความรู้พื้นฐานของการใช้โปรแกรม Desmos ครูผู้สอนควรคอยสังเกตการดำเนินการเมื่อนักเรียนเริ่มอ่านทำความเข้าใจปัญหาอย่างทั่วถึง เมื่อพบมีนักเรียนที่ไม่สามารถดำเนินการต่อได้ ครูผู้สอนควรเข้าช่วยเหลือ กระตุ้นทันที เพื่อให้ นักเรียนดำเนินการต่อได้
ขั้นที่ 2 การค้นหาและระบุข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง (Identify Facts)	ในขั้นการค้นหาและระบุข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง ครูผู้สอนควรจัดข้อมูลเนื้อหาให้เหมาะสมกับระดับความเข้าใจของนักเรียนและใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนทำเข้าใจและสนใจในการวิเคราะห์ข้อมูล โดยครูผู้สอนควรสังเกตการณ์ การค้นหาข้อมูลของนักเรียนผ่าน Dashboard History และผ่านชั้นเรียน เพื่อให้คำแนะนำนักเรียนได้ในเวลาที่เหมาะสม และสามารถช่วยเสริมสร้างความเข้าใจของ

แนวการจัดการเรียนการสอนที่ใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos ที่ทำให้เกิดการพัฒนาโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	
ขั้นการปฏิบัติ	รายละเอียด
	<p>นักเรียนให้มีความรู้ความเข้าใจอย่างถูกต้องและครบถ้วน และในส่วนของเวลาในการทำกิจกรรมในแต่ละหน้าของบทเรียน ครูผู้สอนควรจัดให้เพียงพอสำหรับนักเรียนในการทบทวนความเข้าใจและทำความเข้าใจเพิ่มเติมเกี่ยวกับปัญหาที่ต้องแก้ไข โดยครูสามารถจัดเวลาเพิ่มเติมให้ในกรณีจำเป็น ตามความต้องการของนักเรียนและความซับซ้อนของเนื้อหา เพื่อเป็นแนวทางในการตอบคำถามสำหรับนักเรียนที่ช้า และเพื่อให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจปัญหา ในระหว่างทำกิจกรรมครูผู้สอนควรคอยสังเกตผ่าน Dashboard History คอยให้คำแนะนำเกี่ยวกับการทำความเข้าใจปัญหาให้ชัดเจน และครูผู้สอนสามารถให้ตัวอย่างหรือข้อคิดเสนอในการแก้ไขปัญหาเพิ่มเติมเพื่อช่วยให้นักเรียนมีมุมมองและความเข้าใจในการแก้ปัญหาเพิ่มขึ้น และเมื่อพบว่ามึนักเรียนที่ตอบคำถามไม่ตรงประเด็นปัญหาผ่าน Dashboard History ครูผู้สอนควรให้คำแนะนำเพิ่มเติมหรือให้ข้อมูลเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหา เพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจปัญหาได้มากขึ้น โดยครูผู้สอนอาจเพิ่มข้อมูลของสถานการณ์หรือตัวอย่างปัญหาผ่านบทเรียนโปรแกรม Desmos ให้กับนักเรียน</p>
<p>ขั้นที่ 3 การสร้างแนวคิดและสมมุติฐาน (Generate Hypotheses)</p>	<p>ในขั้นการสร้างแนวคิดและสมมุติฐาน ครูผู้สอนควรให้เวลาในการสร้างแนวคิดและตั้งสมมุติฐานของนักเรียน ควรจัดเวลาให้เพียงพอสำหรับนักเรียนในการสร้างแนวคิดและตั้งสมมุติฐานด้วยตนเอง โดยต้องคำนึงถึงความซับซ้อนของปัญหาที่ต้องแก้ไขด้วย พร้อมทั้งครูผู้สอนควรสร้างโอกาสให้นักเรียนได้ปรึกษาร่วมกับเพื่อนในกลุ่มสร้างแนวคิดและสมมุติฐานผ่านกิจกรรมหรือโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ในชั้นเรียน และให้นักเรียนนำแนวคิดที่ได้ปรึกษากับเพื่อนมาตอบคำถามลงในบทเรียนโปรแกรม ในระหว่างทำกิจกรรมครูผู้สอนควรคอยการสังเกตและให้คำแนะนำนักเรียน ผ่านกิจกรรมในชั้นเรียนและผ่าน Dashboard History เพื่อดูความคืบหน้าและความเข้าใจของนักเรียน และคอยให้คำแนะนำและสนับสนุนอย่างเหมาะสม และ</p>

แนวการจัดการเรียนการสอนที่ใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos ที่ทำให้เกิดการพัฒนาโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	
ขั้นการปฏิบัติ	รายละเอียด
	ครูผู้สอนควรคอยกระตุ้นนักเรียนให้สนใจและมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมในชั้นเรียน ครูผู้สอนควรยกตัวอย่างคำตอบของนักเรียนมาร่วมอภิปราย แบ่งปันความคิดเห็นในห้องเรียน พร้อมให้คำแนะนำเพื่อเป็นแนวทางในการตอบคำถามสำหรับนักเรียนที่ยังตอบคำถามไม่ถูกต้อง โดยใช้ข้อมูลจาก Dashboard History
ขั้นที่ 4 ตรวจสอบความรู้เดิม และ ศึกษาความรู้ใหม่ (Knowledge Deficiencies)	<p>ในขั้นของการตรวจสอบความรู้เดิมและศึกษาความรู้ใหม่ ครูผู้สอนควรจัดลำดับบทเรียนโปรแกรม Desmos โดยเรียงลำดับจากสิ่งที่รู้ไปสู่สิ่งที่ต้องค้นพบ เรียนจากง่ายไปหายาก ครูผู้สอนอาจตรวจสอบความรู้เดิมของนักเรียนและให้ศึกษาความรู้ใหม่ผ่านกิจกรรมในบทเรียน Desmos ผ่านเครื่องมือ และรูปแบบของกิจกรรมต่างๆ ในบทเรียน Desmos ซึ่งมีทั้ง การจับคู่ การตอบคำถามหลายตัวเลือก การเขียนแสดงคำตอบ การเติมคำตอบ โดยครูผู้สอนควรจัดลำดับบทเรียนให้มีความน่าสนใจและท้าทายสำหรับนักเรียน แบ่งช่วงการทำบทเรียนตามลำดับเนื้อหาที่ต้องการให้นักเรียนเรียนรู้ และตามระดับความสามารถของนักเรียนในชั้นเรียน ครูผู้สอนควรจัดกิจกรรมในบทเรียน Desmos ให้ผู้เรียนมีความสนใจและสนุกสนานในการเรียนรู้ และระหว่างนักเรียนทำกิจกรรมในบทเรียนโปรแกรม Desmos ครูผู้สอนควรคอยสังเกตแนวคิด หรือวิธีการ ขั้นตอนการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละคนผ่าน Dashboard History ในทันที ซึ่งจะทำให้ครูผู้สอนรู้ได้นักเรียนคนใดที่ครูผู้สอนควรจะให้คำชี้แนะ คำแนะนำในการแก้ปัญหาในสถานการณ์การเรียนรู้ เพื่อไม่ให้ผู้เรียนมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน และสามารถเรียนรู้ได้อย่างต่อเนื่อง ในการให้คำแนะนำการเรียนรู้ และการแก้ปัญหาของนักเรียนผ่าน Dashboard History จะช่วยให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจและทบทวนความรู้ที่ได้ศึกษาได้อย่างมีประสิทธิภาพด้วยตนเอง รวมถึงช่วยสร้างความกระตือรือร้นในการเรียนรู้ และช่วยนักเรียนได้ในทันทีเมื่อนักเรียนที่มีความเข้าใจคลาดเคลื่อนในเนื้อหาที่เรียน นอกจากนี้</p>

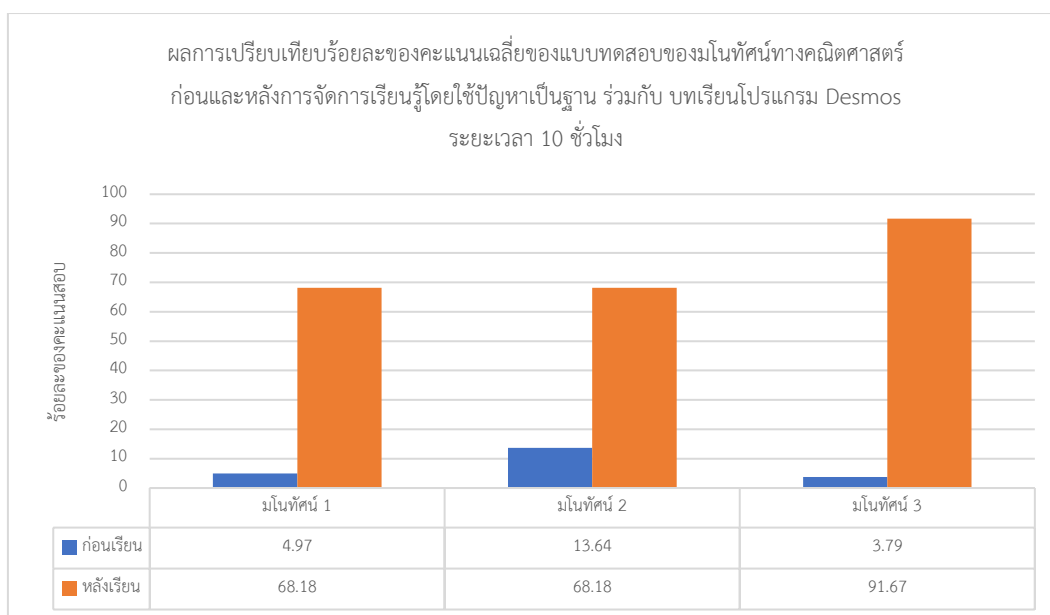


แนวการจัดการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos ที่ทำให้เกิดการพัฒนาโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	
ขั้นการปฏิบัติ	รายละเอียด
	ครูผู้สอนควรคอยสังเกตการณ์และให้คำแนะนำผ่าน Dashboard History เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนทำกิจกรรมให้เสร็จในเวลาของการทำกิจกรรมในแต่ละหน้าของบทเรียน และให้คำแนะนำในการทำกิจกรรมของนักเรียนทั้งผ่านชั้นเรียนและผ่าน Dashboard History เพื่อให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจ ได้ทบทวน และหาคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์ในการเรียนรู้ต่อไป
ขั้นที่ 5 การนำความรู้หรือข้อมูลที่เรารู้ใหม่มาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ตามความเข้าใจ (Apply New Knowledge)	ในขั้นตอนการนำความรู้หรือข้อมูลที่เรารู้ใหม่มาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา ครูผู้สอนควรติดตามการเก็บข้อมูลของนักเรียนเป็นระยะ และให้คำแนะนำเกี่ยวกับข้อมูลและ วิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม เพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจและใช้ความรู้ใหม่ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ครูผู้สอนควรให้นักเรียนลองแก้ปัญหาลงในบทเรียน Desmos โดยคอยให้คำแนะนำและสังเกตการณ์ในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรม ผ่าน Dashboard History และครูผู้สอนควรยกตัวอย่างวิธีการแก้ปัญหามาอภิปรายร่วมกับนักเรียนในชั้นเรียน ผ่าน Dashboard History เพื่อตรวจสอบความเข้าใจในการแก้ปัญหาของนักเรียนก่อนการแก้ปัญหาในสถานการณ์จริง ขณะเดียวกันครูผู้สอนควรชี้แนะนักเรียนในการนำความรู้นั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์จริง ครูผู้สอนควรช่วยเสริมสร้างความมั่นใจในการแก้ปัญหาของนักเรียน โดยใช้ข้อมูลจาก Dashboard History เป็นข้อมูลการสนับสนุนการเรียนรู้ และให้คำแนะนำเพื่อปรับปรุงก่อนที่นักเรียนจะใช้วิธีการแก้ปัญหาในสถานการณ์จริง และเมื่อได้แก้ปัญหาในสถานการณ์จริงนักเรียนมีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรมและการแก้ปัญหา นักเรียนจะเข้าใจว่าต้องเริ่มการแก้ปัญหาด้วยขั้นตอนใด เมื่อนักเรียนได้ลองแก้ปัญหาในบทเรียน Desmos แล้ว โดยนักเรียนจะรู้หน้าที่ และเตรียมอุปกรณ์ในการแก้ปัญหา ผ่านขั้นตอนดังกล่าวที่นักเรียนได้ลองแก้ปัญหาผ่านบทเรียน Desmos

แนวการจัดการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos ที่ทำให้เกิดการพัฒนาโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	
ขั้นการปฏิบัติ	รายละเอียด
<p>ขั้นที่ 6 สรุปข้อมูลให้มีโครงสร้างและความหมายทางคณิตศาสตร์ และประเมินผล</p> <p>(Abstraction)</p>	<p>ในขั้นตอนการสรุปข้อมูลให้มีโครงสร้างและความหมายทางคณิตศาสตร์ และประเมินผล ครูผู้สอนควรสังเกตการณ์การทำกิจกรรมของนักเรียนในบทเรียนโปรแกรม Desmos และสรุปข้อมูลจากการทำกิจกรรมของนักเรียนผ่าน Dashboard History เพื่อประเมินความเข้าใจและการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในบทเรียนโปรแกรม Desmos และครูผู้สอนควรให้คำแนะนำในกรณีที่มีนักเรียนที่ตอบไม่ถูกต้องหรือมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนในการเขียนการดำเนินการคณิตศาสตร์ โดยให้คำแนะนำให้นักเรียนเขียนสมการหรือดำเนินการทางคณิตศาสตร์ให้ชัดเจนขึ้น โดยครูผู้สอนควรให้คำแนะนำแก่นักเรียนในขณะที่ทำกิจกรรมในบทเรียน Desmos ในทันที หากพบว่านักเรียนตอบคำถามไม่ครบถ้วน ไม่ชัดเจนในทางคณิตศาสตร์ และครูผู้สอนควรประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนโดยใช้ข้อมูลจากการทำกิจกรรมในบทเรียน Desmos ผ่าน Dashboard History เพื่อช่วยและให้คำแนะนำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจที่เชื่อมโยงและแสดงความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง</p>

**ตอนที่ 2 ผลการศึกษาโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ด้วยการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของโรงเรียนขยายโอกาสแห่งหนึ่งในจังหวัดเพชรบูรณ์**

ในการศึกษาผลการพัฒนาโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ด้วยการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ดำเนินการทดลองตามแบบแผนงานวิจัยแบบกลุ่มเดี่ยว ทดสอบก่อน-หลัง (One group pretest posttest design) ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิจัยตามลำดับ ดังนี้



ภาพ 50 แสดงผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับ บทเรียนโปรแกรม Desmos เป็นระยะเวลา 10 ชั่วโมง

จากภาพแสดงผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับ บทเรียนโปรแกรม Desmos เป็นระยะเวลา 10 ชั่วโมง พบว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับ บทเรียนโปรแกรม Desmos มีคะแนนมโนทัศน์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน โดยมีมโนทัศน์ที่พัฒนามากที่สุดคือ มโนทัศน์ที่ 3 (ถ้า กำลังสองของความยาวของด้านด้านหนึ่ง เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความยาวของอีกสองด้าน แล้ว รูปสามเหลี่ยมนั้นจะเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก) มโนทัศน์ที่ 1 (รูปสามเหลี่ยมมุมฉากคือ รูปสามเหลี่ยมที่มีมุมหนึ่งมุมเป็นมุมฉาก) และมโนทัศน์ที่ 2 (รูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความยาวด้านประกอบมุมฉาก) ตามลำดับ

ผลการศึกษาผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ด้วยการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยนำคะแนนก่อนเรียนและหลังเรียน มาเปรียบเทียบ โดยใช้การทดสอบที่ แบบไม่เป็นอิสระต่อกัน (t-test Dependent Samples)

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

การนำผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ กำหนดสัญลักษณ์เพื่อใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

- $\bar{X}$  แทน ค่าเฉลี่ย
- SD แทน ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
- t แทน ค่าสถิติที่ใช้ทดสอบความมีนัยสำคัญผลต่างของคะแนน
- N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างความ
- \* แทน มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ปรากฏผลดังตาราง

ตาราง 16 แสดงผลการศึกษผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ด้วยการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คะแนน	N	$\bar{X}$	SD	t	df	p
Pretest	22	2.45	1.814	22.166*	21	.000
Posttest	22	11.64	1.845			

\*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตาราง 17 พบว่า ผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับ บทเรียนโปรแกรม Desmos เป็นระยะเวลา 10 ชั่วโมง ปรากฏว่า นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos มีการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 มีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนเท่ากับ 11.64 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.845 และมีคะแนนเฉลี่ยก่อนเรียนเท่ากับ 2.45 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.814

## บทที่ 5

### บทสรุป

การวิจัยการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนาโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นการวิจัยเชิงปฏิบัติการ (Action Research) จุดมุ่งหมายของการวิจัย เพื่อ 1) ศึกษาการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนาโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และ 2) ศึกษาผลการพัฒนาโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์ ด้วยการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้เข้าร่วมวิจัย นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2566 โรงเรียนขยายโอกาสแห่งหนึ่งในจังหวัดเพชรบูรณ์ จำนวน 22 คน โดยใช้รูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน ดำเนินการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 3 แผนการจัดการเรียนรู้ ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง บทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัส และ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยมีเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos จำนวน 3 แผนการจัดการเรียนรู้ แบบประเมินผลการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบการพัฒนาโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ย (Mean) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) และ สถิติทดสอบที (t-test Dependent Samples) ซึ่งผู้วิจัยสรุปผลการวิจัยออกเป็น 2 ตอน ดังนี้

#### สรุปผลการวิจัย

1. แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนาโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนาโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งมี 6 ขั้นตอน แต่ละขั้นตอนมีแนวทางการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์ ดังนี้



### ขั้นที่ 1 สถานการณ์ปัญหา (Problem Scenario)

ในขั้นสถานการณ์ปัญหา ผู้สอนควรเสริมบทเรียนความรู้พื้นฐานของการใช้โปรแกรม Desmos และเลือกสถานการณ์ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง เกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยขั้นตอนไม่ซับซ้อน ต่อการใช้โปรแกรม Desmos ในการนำเสนอปัญหาและสร้างความเข้าใจปัญหา เพื่อให้ นักเรียนได้รับความรู้และทำความเข้าใจอย่างเต็มที่เกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหา ครูควรคอยสังเกตการ ดำเนินการเมื่อนักเรียนเริ่มอ่านทำความเข้าใจปัญหาอย่างทั่วถึง เมื่อพบมีนักเรียนที่ไม่สามารถ ดำเนินการต่อได้ ครูควรเข้าช่วยเหลือ กระตุ้นทันที เพื่อให้นักเรียนดำเนินการต่อได้

### ขั้นที่ 2 การค้นหาและระบุข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง (Identify Facts)

ในขั้นการค้นหาและระบุข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง ครูผู้สอนควรจัดข้อมูลเนื้อหาให้เหมาะสม กับระดับความเข้าใจของนักเรียนและใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจและสนใจในการวิเคราะห์ ข้อมูล โดยครูผู้สอนควรสังเกตการณ์ การค้นหาข้อมูลของนักเรียนผ่าน Dashboard History และ ผ่านชั้นเรียน เพื่อให้คำแนะนำนักเรียนได้ในเวลาที่เหมาะสม และสามารถช่วยเสริมสร้างความเข้าใจ ของนักเรียนให้มีความรู้ความเข้าใจอย่างถูกต้องและครบถ้วน และในส่วนของเวลาในการทำกิจกรรม ในแต่ละหน้าของบทเรียน ครูผู้สอนควรจัดให้เพียงพอสำหรับนักเรียนในการทบทวนความเข้าใจและ ทำความเข้าใจเพิ่มเติมเกี่ยวกับปัญหาที่ต้องแก้ไข โดยครูสามารถจัดเวลาเพิ่มเติมให้ในกรณีที่จำเป็น ตามความต้องการของนักเรียนและความซับซ้อนของเนื้อหาเพื่อเป็นแนวทางในการตอบคำถาม สำหรับนักเรียนที่ช้า และเพื่อให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจปัญหา

ในระหว่างทำกิจกรรมครูผู้สอนควรคอยสังเกตผ่าน Dashboard History คอยให้คำแนะนำ เกี่ยวกับการทำความเข้าใจปัญหาให้ชัดเจน และครูผู้สอนสามารถให้ตัวอย่างหรือข้อคิดเสนอในการ แก้ไขปัญหาเพิ่มเติมเพื่อช่วยให้นักเรียนมีมุมมองและความเข้าใจในการแก้ปัญหาเพิ่มขึ้น และเมื่อ พบว่ามีนักเรียนที่ตอบคำถามไม่ตรงประเด็นปัญหาผ่าน Dashboard History ครูผู้สอนควรให้ คำแนะนำเพิ่มเติมหรือให้ข้อมูลเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหา เพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจปัญหาได้มากขึ้น โดยครูผู้สอนอาจเพิ่มข้อมูลของสถานการณ์หรือตัวอย่างปัญหาผ่านบทเรียนโปรแกรม Desmos ให้กับนักเรียน

### ขั้นที่ 3 การสร้างแนวคิดและสมมุติฐาน (Generate Hypotheses)

ในขั้นการสร้างแนวคิดและสมมุติฐาน ครูผู้สอนควรให้เวลานักเรียนในการสร้างแนวคิดและ ตั้งสมมุติฐานของนักเรียน ควรจัดเวลาให้เพียงพอสำหรับนักเรียนในการสร้างแนวคิดและตั้ง สมมุติฐานด้วยตนเอง โดยต้องคำนึงถึงความซับซ้อนของปัญหาที่ต้องแก้ไขด้วย พร้อมทั้งครูผู้สอนควร สร้างโอกาสให้นักเรียนได้ปรึกษาร่วมกับเพื่อนในกลุ่มสร้างแนวคิดและสมมุติฐานผ่านกิจกรรมหรือ



โจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ในชั้นเรียน และให้นักเรียนนำแนวคิดที่ได้ร่วมกันคิด และปรึกษากับเพื่อนมาตอบคำถามลงในบทเรียนโปรแกรม ในระหว่างทำกิจกรรมครูผู้สอนควรคอยการสังเกตและให้คำแนะนำนักเรียน ผ่านกิจกรรมในชั้นเรียนและผ่าน Dashboard History เพื่อดูความคืบหน้าและความเข้าใจของนักเรียน และคอยให้คำแนะนำและสนับสนุนอย่างเหมาะสมในการสร้างแนวคิดและสมมุติฐานในการแก้ปัญหา และครูผู้สอนควรคอยกระตุ้นนักเรียนให้สนใจและมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมในชั้นเรียนและในบทเรียนโปรแกรม Desmos ครูผู้สอนควรยกตัวอย่างคำตอบของนักเรียนมาร่วมอภิปราย แบ่งปันความคิดเห็นในชั้นเรียน พร้อมให้คำแนะนำเพื่อเป็นแนวทางในการตอบคำถามสำหรับนักเรียนที่ยังตอบไม่ถูกต้อง โดยใช้ข้อมูลจาก Dashboard History

#### **ขั้นที่ 4 ตรวจสอบความรู้เดิม และ ศึกษาความรู้ใหม่ (Knowledge Deficiencies)**

ในขั้นของการตรวจสอบความรู้เดิมและศึกษาความรู้ใหม่ ครูผู้สอนควรจัดลำดับบทเรียนโปรแกรม Desmos โดยเรียงลำดับจากสิ่งที่รู้ไปสู่สิ่งที่ต้องค้นพบ เรียนจากง่ายไปหายาก ครูผู้สอนอาจตรวจสอบความรู้เดิมของนักเรียนผ่านกิจกรรมในบทเรียน Desmos ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ครูผู้สอนออกแบบเอง หรือกิจกรรมที่มีอยู่ในบทเรียนโปรแกรม Desmos และให้ศึกษาความรู้ใหม่ผ่านกิจกรรมในบทเรียน Desmos ผ่านเครื่องมือ และรูปแบบของกิจกรรมต่างๆในบทเรียน Desmos ซึ่งมีทั้ง การจับคู่ การตอบคำถามหลายตัวเลือก การเขียนแสดงคำตอบ การเติมคำตอบ โดยครูผู้สอนควรจัดลำดับบทเรียนให้มีความน่าสนใจและท้าทายสำหรับนักเรียน แบ่งช่วงการทำบทเรียนตามลำดับเนื้อหาที่ต้องการให้นักเรียนเรียนรู้ และตามระดับความสามารถของนักเรียนในชั้นเรียน ครูผู้สอนควรจัดกิจกรรมในบทเรียน Desmos ให้ผู้เรียนมีความน่าสนใจ ท้าทาย และสนุกสนานในการเรียนรู้ และระหว่างนักเรียนทำกิจกรรมในบทเรียนโปรแกรม Desmos ครูผู้สอนควรคอยสังเกตการตอบคำถาม แนวคิด หรือวิธีการ ขั้นตอนแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละคนผ่าน Dashboard History ในทันที ซึ่งจะช่วยให้ครูผู้สอนรู้ว่านักเรียนคนใดที่ครูผู้สอนควรจะให้คำชี้แนะ คำแนะนำในการแก้ปัญหา การเรียนรู้ เพื่อไม่ให้ผู้เรียนมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน และสามารถเรียนรู้ได้อย่างต่อเนื่อง

ในการให้คำแนะนำการเรียนรู้และการแก้ปัญหาของนักเรียนผ่าน Dashboard History ช่วยให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจและทบทวนความรู้ที่ได้ศึกษาได้อย่างมีถูกต้องด้วยตนเอง รวมถึงช่วยสร้างความกระตือรือร้นในการเรียนรู้ และช่วยนักเรียนได้ในทันทีเมื่อนักเรียนที่มีความเข้าใจคลาดเคลื่อนในเนื้อหาที่เรียน นอกจากนี้ครูผู้สอนควรคอยสังเกตการณ์และให้คำแนะนำผ่าน Dashboard History เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนทำกิจกรรมให้เสร็จในเวลาของการทำกิจกรรมในแต่ละหน้าของบทเรียน และให้คำแนะนำในการทำกิจกรรมของนักเรียนทั้งผ่านชั้นเรียนและผ่าน

Dashboard History เพื่อให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจ ได้ทบทวน และหาตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์ การเรียนรู้ต่อไป

### ขั้นที่ 5 การนำความรู้หรือข้อมูลที่เราเรียนรู้ใหม่มาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ตามความเข้าใจ (Apply New Knowledge)

ในขั้นตอนการนำความรู้หรือข้อมูลที่เราเรียนรู้ใหม่มาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา ครูผู้สอนควรติดตามการเก็บข้อมูลของนักเรียนเป็นระยะ และให้คำแนะนำเกี่ยวกับข้อมูลและวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม เพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจและใช้ความรู้ใหม่ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ครูผู้สอนควรให้นักเรียนลองแก้ปัญหาลงในบทเรียนโปรแกรม Desmos โดยคอยให้คำแนะนำและสังเกตการณ์ ในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรม ผ่าน Dashboard History และครูผู้สอนควรยกตัวอย่างวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนมาอภิปรายร่วมกับนักเรียนในชั้นเรียนผ่าน Dashboard History เพื่อตรวจสอบความเข้าใจในการแก้ปัญหาของนักเรียนก่อนการแก้ปัญหาในสถานการณ์จริง ขณะเดียวกันครูผู้สอนควรชี้แนะนักเรียนในการนำความรู้ที่ไปใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์จริง ครูผู้สอนควรช่วยเสริมสร้างความมั่นใจในการแก้ปัญหาของนักเรียน โดยใช้ข้อมูลจาก Dashboard History เป็นข้อมูลการสนับสนุนการเรียนรู้ของนักเรียน และให้คำแนะนำเพื่อปรับปรุงก่อนที่นักเรียนจะใช้วิธีการในบทเรียน Desmos แก้ปัญหาในสถานการณ์จริง และเมื่อได้ลงมือแก้ปัญหาในสถานการณ์จริงนักเรียนมีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรมและการแก้ปัญหา นักเรียนจะเข้าใจว่าต้องเริ่มการแก้ปัญห ด้วยขั้นตอนใด เมื่อนักเรียนได้ลองแก้ปัญหาลงในบทเรียน Desmos แล้ว โดยนักเรียนจะรู้หน้าที่ และสามารถเตรียมอุปกรณ์ในการแก้ปัญหาได้ครบ ผ่านขั้นตอนการแก้ปัญหานั้นนักเรียนได้ลองแก้ปัญหาลงในบทเรียน Desmos

### ขั้นที่ 6 สรุปข้อมูลให้มีโครงสร้างและความหมายทางคณิตศาสตร์ และประเมินผล (Abstraction)

ในขั้นตอนการสรุปข้อมูลให้มีโครงสร้างและความหมายทางคณิตศาสตร์ และประเมินผล ครูผู้สอนควรสังเกตการณ์การทำกิจกรรมของนักเรียนในบทเรียนโปรแกรม Desmos และสรุปข้อมูลจากการทำกิจกรรมของนักเรียนผ่าน Dashboard History เพื่อประเมินความเข้าใจและการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในบทเรียนโปรแกรม Desmos และครูผู้สอนควรให้คำแนะนำในกรณีที่นักเรียนที่ตอบไม่ถูกต้องหรือมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนในการเขียนสมการ เขียนการดำเนินการคณิตศาสตร์ โดยครูผู้สอนให้คำแนะนำให้นักเรียนเขียนสมการหรือดำเนินการทางคณิตศาสตร์ให้ถูกต้องชัดเจนขึ้น โดยครูผู้สอนควรให้คำแนะนำแก่นักเรียนในขณะที่ทำกิจกรรมในบทเรียน Desmos ในทันที หากพบว่านักเรียนตอบคำถามไม่ครบถ้วน ไม่ชัดเจนในทางคณิตศาสตร์

และครูผู้สอนควรประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนโดยใช้ข้อมูลจากการทำกิจกรรมในบทเรียน Desmos ผ่าน Dashboard History เพื่อช่วยให้คำแนะนำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจที่เชื่อมโยงและ แสดงความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง

## 2. ผลการพัฒนาโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ด้วยการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ผลการพัฒนาโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เป็นระยะเวลา 10 ชั่วโมง พบว่าร้อยละของค่าเฉลี่ยคะแนนแบบทดสอบโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos นักเรียนมีคะแนนโมทัศน์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน โดยมีโมทัศน์ที่พัฒนามากที่สุดคือ โมทัศน์ 3 (ร้อยละ 87.88) โมทัศน์ 1 (ร้อยละ 63.21) และโมทัศน์ 2 (ร้อยละ 54.54) ตามลำดับ และนำคะแนนก่อนเรียนและหลังเรียน มาเปรียบเทียบ โดยใช้การทดสอบที่ปรากฏว่า นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos มีการพัฒนาโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สูงวก่อนเรียน อย่างมีระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 มีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนเท่ากับ 11.64 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.845

### อภิปรายผลการวิจัย

#### 1. แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนาโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนาโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งมี 6 ขั้นตอน แต่ละขั้นตอนมีแนวทางการจัดการเรียนรู้ เพื่อพัฒนาโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

#### ขั้นที่ 1 สถานการณ์ปัญหา (Problem Scenario)

ครูควรเลือกสถานการณ์ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง และนักเรียนให้ความสนใจ เกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส และสามารถพบเจอได้ในชีวิตประจำวัน สอดคล้องกับ วัฒนา รัตนพรหม (2548) ที่กล่าวว่า การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเป็นการจัดการเรียนการสอนโดยมีจุดมุ่งหมายที่จะให้ผู้เรียนได้เรียนจากสถานการณ์ที่เป็นจริงซึ่งอยู่ในรูปของปัญหาที่จะพบได้ในชีวิตจริง เพื่อให้ นักเรียน

ได้รับความรู้และทำความเข้าใจอย่างเต็มที่เกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหา และควรเสริมบทเรียนความรู้พื้นฐานของการใช้โปรแกรม Desmos เพื่อให้นักเรียนสามารถใช้เทคโนโลยีได้เกิดประโยชน์มากที่สุด สอดคล้องกับ สมจิต จันทรฉาย (2557) ที่กล่าวว่า สื่อการเรียนการสอน คือเครื่องมือในการจัดการเรียนรู้ซึ่งเป็นเรื่องที่ช่วยเป็นตัวกลางที่ใช้ส่งผ่านความรู้และประสบการณ์การเรียนรู้ ช่วยให้ผู้เรียนมีความเข้าใจเนื้อหาของบทเรียนมากขึ้น และสอดคล้องกับ ลิลลา อุดุลยศาสน (2561) ที่กล่าวว่า การนำเทคโนโลยีมาบูรณาการกับวิธีสอนและเนื้อหาที่สอนสามารถส่งผลให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาศึกษาเรียนรู้ได้ดี

### ขั้นที่ 2 การค้นหาและระบุข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง (Identify Facts)

ครูควรจัดข้อมูลเนื้อหาให้เหมาะสมกับระดับความเข้าใจของนักเรียนและใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจและสนใจในการวิเคราะห์ข้อมูล ซึ่งสอดคล้องกับ อินทิรา บุญยาทร (2542) ที่กล่าวว่า การใช้คำถาม คือ พฤติกรรมการสอนที่ครูใช้เพื่อให้นักเรียนได้คิดอย่างมีเหตุมีผล ให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง การถามของครูไม่เพียงแต่ทำให้นักเรียนได้ฝึกคิดเท่านั้น แต่ยังเป็นการทำให้นักเรียนเกิดความสนใจ อยากเรียนอยากรู้

### ขั้นที่ 3 การสร้างแนวคิดและสมมุติฐาน (Generate Hypotheses)

ครูควรจัดเวลาให้เพียงพอสำหรับนักเรียนในการสร้างแนวคิดและตั้งสมมุติฐานด้วยตนเอง พร้อมทั้งครูควรสร้างโอกาสให้นักเรียนได้ปรึกษาร่วมกับเพื่อนในกลุ่ม เพื่อแลกเปลี่ยนแนวคิด และวิธีการในการแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับ ทิศนา แคมมณี (2558) ที่กล่าวว่า การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้กระบวนการทำงานกลุ่มที่ดี จะช่วยให้นักเรียนเกิดทักษะทางสังคม และขยายขอบเขตของการเรียนรู้ให้กว้างขวางขึ้น และระหว่างนักเรียนเขียนแนวคิดและสมมุติฐานลงในบทเรียนโปรแกรม Desmos โดยครูคอยการสังเกตและให้คำแนะนำนักเรียน ผ่านกิจกรรมในชั้นเรียนและผ่าน Dashboard History เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน พร้อมยกตัวอย่างคำตอบของนักเรียนมาร่วมอภิปราย แบ่งปันความคิดเห็นในห้องเรียน เพื่อให้นักเรียนทบทวนคำตอบ และตรวจสอบความเข้าใจ ซึ่งสอดคล้องกับ พรรณี ชูทัย เจนจิต (2538) ที่กล่าวว่า การนำตัวอย่างมาแสดงหรือยกตัวอย่างมาประกอบการสอน เพื่อให้นักเรียน ได้สังเกตเห็น สำหรับตัวอย่างที่เสนอนั้นอาจยกมาทีละตัวอย่างหรือยกมาหลายๆตัวอย่างพร้อมกันก็ได้ แต่ตัวอย่างที่นำมาเสนอนั้นควรมีตัวอย่างที่ถูกและตัวอย่างที่ผิดควบคู่กันไป เพื่อให้นักเรียนจะได้เกิดความเข้าใจในเรื่องรานั้นได้ถ่องแท้ขึ้น



#### ขั้นที่ 4 ตรวจสอบความรู้เดิม และ ศึกษาความรู้ใหม่ (Knowledge Deficiencies)

ครูจัดลำดับบทเรียนโปรแกรม Desmos โดยเรียงลำดับจากสิ่งที่รู้ไปสู่สิ่งที่ต้องค้นพบ เรียนจากง่ายไปหายาก ซึ่งในระหว่างนักเรียนทำกิจกรรมในบทเรียนโปรแกรม Desmos นักเรียนได้ทบทวนความรู้และนำสิ่งที่เรียนรู้ไปเชื่อมโยงกับเนื้อหาใหม่ ซึ่งสอดคล้องกับ อังคณา ทิพยรุ่งโรจน์ (2566) ที่กล่าวว่า ลำดับขั้นตอนการเรียนรู้คณิตศาสตร์จากเรื่องง่ายไปสู่เรื่องที่ยากขึ้น ทำให้นักเรียนค่อย ๆ ทำความเข้าใจและนักเรียนยังได้เรียนรู้โดยเริ่มจากสิ่งที่ป็นรูปธรรมจับต้องได้ไปยังสิ่งที่เป็นนามธรรม ส่งผลให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้ง โดยครูควรจัดลำดับบทเรียนให้มีความน่าสนใจและท้าทาย ในระหว่างทำกิจกรรมครูคอยกระตุ้นนักเรียนทำกิจกรรม ให้เสร็จในเวลาของการทำกิจกรรมในแต่ละหน้าของบทเรียน โดยกระตุ้นนักเรียนทั้งผ่านบทเรียนโปรแกรม Desmos และผ่านชั้นเรียน เพื่อสร้างความกระตือรือร้นในการเรียนรู้ สอดคล้องกับ OECD (2013) ที่กล่าวว่า การจัดเวลาที่เหมาะสมเป็นปัจจัยสำคัญอย่างหนึ่งที่ทำให้การเรียนรู้มีประสิทธิภาพขึ้น

#### ขั้นที่ 5 การนำความรู้หรือข้อมูลที่เราเรียนรู้ใหม่มาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ตามความเข้าใจ (Apply New Knowledge)

ครูดัดตามการทำกิจกรรมบนบทเรียนโปรแกรม Desmos และการเก็บข้อมูลของนักเรียนเป็นระยะ คอยสังเกตแนวคิด หรือวิธีการ ขั้นตอนการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละคนผ่าน Dashboard History ในทันทีที่นักเรียนทำกิจกรรม ซึ่งจะทำให้ครูรู้ว่านักเรียนคนใดที่ครูควรจะให้คำแนะนำในการเรียนรู้ หรือวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม เพื่อไม่ให้ผู้เรียนมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน และสามารถเรียนรู้ได้อย่างต่อเนื่อง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเข้าใจและใช้ความรู้ใหม่ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง สอดคล้องกับ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2563) ที่กล่าวว่า การที่นักเรียนรับรู้ได้ว่าครูของตนเองมีความเอาใจใส่และให้ความช่วยเหลือทั้งเรื่องการเรียนรู้ ความรู้สึก และความเป็นอยู่ จะเป็นการสร้างบรรยากาศและสภาพแวดล้อมทางการเรียนรู้ที่จะช่วยเสริมแรงจูงใจในการเรียนรู้ ช่วยดึงความสนใจและกระตุ้นให้นักเรียนอยากมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ต่าง ๆ และครูให้นักเรียนลองแก้ปัญหาลงในบทเรียนโปรแกรม Desmos โดยครูยกตัวอย่างวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนมาอภิปรายร่วมกับนักเรียนในชั้นเรียนผ่าน Dashboard History เพื่อตรวจสอบความเข้าใจและปรับวิธีในการแก้ปัญหาของนักเรียนก่อนการแก้ปัญหาในสถานการณ์จริง ซึ่งสอดคล้องกับ วริศรา อ้นเกษ และวิเชียร อ่างรังโสสถิสกุล (2019) ที่กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ผู้เรียนได้เรียนรู้ ผิฝฝน และพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียน ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้นไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่ผู้เรียนสามารถนำติดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ตลอดชีวิต

## ขั้นที่ 6 สรุปข้อมูลให้มีโครงสร้างและความหมายทางคณิตศาสตร์ และประเมินผล (Abstraction)

ครูสังเกตการทำกิจกรรมของนักเรียนในบทเรียนโปรแกรม Desmos และสรุปการทำกิจกรรมของนักเรียนผ่าน Dashboard History ประเมินความเข้าใจและการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งให้คำแนะนำในกรณีที่มีนักเรียนที่ตอบไม่ถูกต้องหรือมีความเข้าใจคลาดเคลื่อน โดยครูจะให้คำแนะนำแก่นักเรียนในขณะที่ทำกิจกรรมในบทเรียนโปรแกรม Desmos ในทันที ซึ่งสอดคล้องกับ ยุพิน พิพิธกุล (2529) ที่กล่าวว่า นักเรียนต้องได้รับการแนะแนวเพื่อเป็นแรงจูงใจให้เรียนอย่างมีประสิทธิภาพ การเรียนแบบลองผิดลองถูกอาจทำให้นักเรียนเกิดความท้อถอย เพราะเข้าไปไม่ถึงจุดมุ่งหมายสักที ซึ่งการให้คำแนะนำทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจที่เชื่อมโยงและแสดงความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง

### 2. ผลการพัฒนาโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์ ด้วยการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ผลการพัฒนาโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เป็นระยะเวลา 10 ชั่วโมง ปรากฏว่า นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos มีการพัฒนาโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากผลการศึกษการพัฒนาโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์ พบว่าร้อยละของค่าเฉลี่ยคะแนนแบบทดสอบโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์ หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับ บทเรียนโปรแกรม Desmos นักเรียนมีคะแนนโน้ตค้นหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน โดยมีโน้ตค้นที่พัฒนามากที่สุดคือ มโนทัศน์ที่ 3 (ร้อยละ 87.88) มโนทัศน์ที่ 1 (ร้อยละ 63.21) และมโนทัศน์ที่ 2 (ร้อยละ 54.54) ตามลำดับ และนำคะแนนก่อนเรียนและหลังเรียน มาเปรียบเทียบ โดยใช้การทดสอบที ปรากฏว่า นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos มีการพัฒนาโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 มีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนเท่ากับ 11.64 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.845 และมีคะแนนเฉลี่ยก่อนเรียนเท่ากับ 2.45 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.814 ซึ่งสอดคล้องกับ เฉลิมวุฒิ คำเมือง และไพรัช จันทร์งาม (2560) ที่ได้ศึกษาการศึกษาและสร้างนวัตกรรมที่ใช้แก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ในสาระจำนวนและการดำเนินการของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนล่าง พบว่า 1) ผลการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ในสาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการจากมากไปหาน้อย 5 ลำดับแรก ได้แก่ เศษส่วน (ร้อยละ 100) จำนวนตรรกยะ (ร้อยละ 100) การเปรียบเทียบจำนวน (ร้อยละ 96.67) การดำเนินการ (ร้อยละ



93.33) และเลขยกกำลัง (ร้อยละ 93.33) 2) คณะวิจัยได้สร้างบทเรียนสำเร็จรูป เรื่อง จีปาถะระบบ จำนวน เป็นนวัตกรรมที่ใช้แก้ไขข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์สาระจำนวนและการดำเนินการ ได้ระดับคุณภาพของนวัตกรรมเฉลี่ย 4.48 3) ผลการวิจัยมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ หลังการใช้บทเรียนสำเร็จรูป ลดน้อยลงกว่าก่อนการใช้บทเรียนสำเร็จรูป อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับ วีริศ กิตติวรากล (2561) ที่ได้ศึกษา การศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และความสามารถในการพิสูจน์เรื่อง วงกลมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนด้วยวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra พบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง วงกลม หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนด้วยวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง วงกลม หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนด้วยวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

### ข้อเสนอแนะ

#### 1. ข้อเสนอแนะในการนำผลวิจัยไปใช้

1. ควรจัดหาสื่อคอมพิวเตอร์ให้พร้อมสำหรับนักเรียนทุกคน เพื่อนักเรียนจะสามารถเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างต่อเนื่อง กรณีไม่สามารถจัดหาสื่อคอมพิวเตอร์ให้พร้อม กับนักเรียนได้ทุกคน สามารถทดแทนได้ด้วยสมาร์ตโฟน และควรเลียบบทเรียนที่เน้นการวาด หรือร่างแบบ แต่ควรเน้นบทเรียนที่เป็นลักษณะเป็นการพิมพ์ตอบคำถาม การจับคู่ การเลือกข้อถูก และการคำตอบลงในเติมช่อง
2. ควรให้ความสำคัญกับการตอบคำถาม การแสดงรูปแบบ วิธีการหาคำตอบของนักเรียน เพราะจะส่งผลให้นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนในมโนทัศน์น้อยลง

#### 2. ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรศึกษาพฤติกรรมการตั้งใจเรียนของนักเรียนชาย และนักเรียนหญิง ที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับบเรียนโปรแกรม Desmos
2. ควรศึกษาทัศนคติของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน และจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับบเรียนโปรแกรม Desmos

# บรรณานุกรม



## บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2544). การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ศูนย์พัฒนาหนังสือ.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). คู่มือการใช้หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑. กรุงเทพฯ: สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน.
- กัญจนวิภา ไบกุหลาบ. (2562). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. (วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์.
- กิตติศักดิ์ ใจอ่อน. (2565). การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเพื่อส่งเสริมความสามารถในการออกแบบการจัดการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 ของนักศึกษา, 24(1), 99-109.
- เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์. (2546). การคิดเชิงมโนทัศน์. กรุงเทพฯ: ชัคเซส มีเดีย.
- เฉลิมวุฒิ คำเมือง และ ไพรัช จันทรงาม. (2560). การศึกษาและสร้างนวัตกรรมที่ใช้แก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ในสาระจำนวนและการดำเนินการของนักศึกษาครูคณิตศาสตร์ภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนล่าง. ใน การประชุมวิชาการและการนำเสนอผลงานวิจัยระดับชาติ ครั้งที่ 7 (น. 377). มหาวิทยาลัยราชภัฏนครราชสีมา.
- ชญานาภรณ์ ชัดทา. (2558). การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ร่วมกับเทคนิค Think-Pair-Share เรื่อง ตัวประกอบของจำนวนนับ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. (วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยนเรศวร.)
- ทศนา แคมมณี. (2556). รูปแบบการสอน: ทางเลือกที่หลากหลาย. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ทศนา แคมมณี. (2558). ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นิภาพรณีย์ สิงคำ. (2561) การพัฒนาชุดกิจกรรมการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้แบบร่วมมือควบคู่กับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) เพื่อส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะความคิดสร้างสรรค์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. (วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่

นิศารัตน์ บัวขาว, จีรพงศ์ พวงมาลัย, ต๋องจิตต์ ทศนแจ่มสุข. ผลของการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ประกอบการเรียนรู้แบบใช้ปัญหาเป็นฐาน เรื่อง สถิติ ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ทักษะความคิดสร้างสรรค์ และความใฝ่เรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ใน รายงานสืบเนื่องจากการประชุมวิชาการระดับชาติ สำหรับนักศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชร ครั้งที่ 1 (น.70). มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชร.

บุญชม ศรีสะอาด. (2554). การวิจัยเบื้องต้น. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.

ปนวันจน์ ลภัสภิญโญโชค. (2558). การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมโน้ตทัศน์ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษา. (วิทยานิพนธ์ปริญญาปรัชญาดุษฎีบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศิลปากร.

ปภัสรา แจ่มใส. (2563). ผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับสื่ออินโฟกราฟิกที่มีต่อความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. วารสารศิลปการศึกษาศาสตร์วิจัย, ปีที่ 12 ฉบับที่ 2 (กรกฎาคม-ธันวาคม)

ประเวศ ะสี. (2562). ปฏิรูปการศึกษาต้องปฏิรูปโน้ตทัศน์ เรียนจากชีวิต เลิกแยกส่วนท่องจำ.

สืบค้นจาก <https://www.eef.or.th/52131-2/>

ประสาธ เนืองเฉลิม. (2558). การเรียนรู้วิทยาศาสตร์ในศตวรรษที่ 21. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พนิตธิดา เปรมานุพันธ์, วารินทร์พร ฟันเฟื่องฟู. (2564). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต โดยใช้โปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP) สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วารสารวไลยอลงกรณ์ปริทัศน์, 11 (2), 165-175.

พนิตธิดา เปรมานุพันธ์. (2564). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต โดยใช้โปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP) สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วารสารวไลยอลงกรณ์ปริทัศน์, 11 (2), 165-175.

พรรณี ชูทัย เจนจิต. (2538). จิตวิทยาการเรียนการสอน. กรุงเทพฯ : ต้นอ้อ.

พวงรัตน์ บุญญานรัตน์. (2544). การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน PROBLEM-BASED LEARNING. กรุงเทพฯ: ธนาเพรส แอนด์ กราฟฟิค.

พิพัฒน์ ปานชื่น. (2558) ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ ร่วมกับการสอนแบบตอบสนองด้วยท่าทางที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. (วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยนเรศวร.

- พีรภัทร เรื่องเพชร. (2562). การพัฒนาแบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในเขตจังหวัดพิจิตร. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารศึกษาศาสตร์). มหาวิทยาลัยราชภัฏวชิรเวศน์.
- เพชรชนก จันทร์หอม. (2562). การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนว Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารศึกษาศาสตร์). มหาวิทยาลัยราชภัฏวชิรเวศน์.
- ไพศาล สุวรรณน้อย. (2558). การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (Problem-based Learning: PBL). เอกสารประกอบการบรรยายโครงการพัฒนาการเรียนการสอน สถาบันพัฒนาทรัพยากรมนุษย์. ขอนแก่น: มหาวิทยาลัยขอนแก่น
- ภัทราวดี มากมี. (2554). การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (Problem-based Learning). วารสารวิชาการมหาวิทยาลัยอีสเทิร์นเอเชีย. 5(1), 7-14
- มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช. (2543). เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนกลุ่มทักษะ 2 (คณิตศาสตร์) หน่วยที่ 8-15. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช
- ยุพิน พิพิธกุล และอรพรรณ ต้นบรรจง. (2532). สื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- รัตนะ บัวสนธ์. (2544). การวิจัยและพัฒนาศึกษา. พิษณุโลก: มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- ลลิตา อ่ำบัว. (2564). เทคโนโลยีกับการศึกษา. สืบค้นจาก <https://www.scimath.org/article-technology/item/12422-2021-08-23-06-07-45>
- ลิลลา อุดยศศาสน. (2561). ผลของการพัฒนาความรู้ในการบูรณาการเทคโนโลยีกับวิธีสอนและเนื้อหาที่สอน (TPACK) ของนักศึกษาครุสาขาวิชาคณิตศาสตร์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน. วารสารมหาวิทยาลัยราชภัฏยะลา, 13(1), 115-128.
- วณิชทร สุภาพ. (2561). พังมโนทัศน์: เครื่องมือสำคัญสำหรับการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21. วารสารวิชาการเครือข่ายบัณฑิตศึกษามหาวิทยาลัยราชภัฏภาคเหนือ, 8 (14), 1-14.
- วรรณิ ธรรมโชติ. (2550). หลักการคณิตศาสตร์. สงขลา: คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏสงขลา
- วรัญญา จีระวิพุลวรรณ. (2563). การโต้แย้งและวิทยาศาสตร์ศึกษา. วารสารวิชาการมหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี. 8(1), 1.
- วริศรา อันเกษ และวิเชียร อ่างโสทธิสกุล. (2019). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. Journal of Education Naresuan University, 21(2), 285-296.



- วัชรสันต์ อินธิสาร. (2547). ผลของการพัฒนามโนทัศน์ทางเรขาคณิตและเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต).
- วัชร บรูณสิงห์. (2546). การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- วัฒนา รัตนพรหม. (2548). การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก. ศึกษาศาสตร์ปริทัศน์, 20 (1), 33-34.
- วันดี ต่อเพ็ง. (2553). ผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักที่มีต่อ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- วาสนา ภูมิ. (2555). ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน(Problem-Based Learning) เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- วิริศ กิตติวรากุล. (2561). การศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และความสามารถในการพิสูจน์เรื่อง วงกลมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนด้วยวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- วุฒิชัย ภูติ. (2563). การสอนคณิตศาสตร์ในยุคดิจิทัล: วิธีการและเครื่องมือ. วารสารวิทยาศาสตร์และวิทยาศาสตร์ศึกษา, 3 (2), 190-199.
- วุฒิชัย ภูติ. (2563). การสอนคณิตศาสตร์ในยุคดิจิทัลด้วย Desmos Classroom Activities. นิตยสาร สสวท., 48 (224), 29-32.
- วุฒิชัย ภูติ. (2564). การสร้างกิจกรรมในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ออนไลน์ ด้วย Desmos Classroom Activities. นิตยสาร สสวท., 49 (231), 32-35.
- ศิริรัตน์ ปัญจสุภวงศ์. (2561). การจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์. Veridian E-Journal, Silpakorn University, 11 (1), 2280-2291.
- ศูนย์ดำเนินงาน PISA แห่งชาติ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2564). ผลการประเมิน PISA 2018 การอ่าน คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์. กรุงเทพฯ: ม.ป.พ.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2555). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2563). การให้ความช่วยเหลือและสนับสนุนของครูส่งผลต่อผลการประเมินด้านการอ่านของนักเรียนอย่างไร. FOCUS ประเด็นจาก

PISA, 2563, สืบค้น 24 เมษายน 2567, จาก <https://pisathailand.ipst.ac.th/issue-2020-57/>

- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2565). [INFOGRAPHICS] PISA 2022 กับการประเมินความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์. สืบค้นจาก <https://pisathailand.ipst.ac.th/>
- สมจิต จันทรฉาย. (2557). การออกแบบและพัฒนาการเรียนการสอน. กรุงเทพฯ: บริษัท เพชรเกษมพรินติ้ง กรู๊ป.
- สำนักงานการมัธยมศึกษาตอนปลาย สพฐ. (2559). แนวทางจัดการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21. สืบค้นจาก [https://webs.rmutl.ac.th/assets/upload/files/2016/09/20160908101755\\_51855.pdf](https://webs.rmutl.ac.th/assets/upload/files/2016/09/20160908101755_51855.pdf)
- สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา. (2550). การจัดการเรียนรู้แบบใช้ปัญหาเป็นฐาน. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา. (2547). การประชุมวิชาการ การวิจัยทางการบริหารการศึกษา. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์และทำปกเจริญผล.
- สิรินภา กิจเกื้อกูล. (2557). การจัดการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ ทิศทางสำหรับครูศตวรรษที่ 21. เพชรบูรณ์: จุลติสการพิมพ์.
- สิริพร ทิพย์คง. (2545). หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: บริษัทพัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.).
- สุชาติ ปัทมวิภาต. (2557). การประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA 2015. นิตยสาร สสวท., 42(188), 35-39.
- สุธีรจ อุปถัมภ์. (2544). การพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนและเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. (วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยทักษิณ.
- สุรางค์ ไคว์ตระกูล. (2545). จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพฯ: ด้านสุทธาการพิมพ์.
- สุวัฒนา อุทัยรัตน์. (2546). วิธีและเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิด. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุวิทย์ มูลคำ. (2547). กลยุทธ์...การสอนคิดแก้ปัญหา. กรุงเทพฯ: ห้างหุ้นส่วนจำกัด ภาพพิมพ์.
- แสงเดือน อาตมียนันท์. (2557). การพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา. (วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศิลปากร.

- อัครพล พรมตรุษ. (2565). การพัฒนาความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้วิธีแบบเปิด: การวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน. *ศึกษาศาสตร์สารมหาวิทยาลัยเชียงใหม่*, 6 (2), 61-75.
- อังคณา ทิพยรุ่งโรจน์. (2566). การพัฒนาชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract และแนวคิด Model-Eliciting Activities เรื่องทศนิยม เพื่อยกระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5. (วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยราชภัฏยะลา.
- อัจฉริยาภรณ์ รัตนพรัตน์กุล. (2565). การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานผ่านการเรียนรู้แบบออนไลน์ในสถานการณ์โควิด-19 เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. (วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- อัมพร ม้าคอง. (2552). การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ และคำถามระดับสูง. *วารสารครุศาสตร์*, 37 (3), 1-13.
- อัมพร ม้าคอง. (2553). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อาภรณ์ ใจเที่ยง. (2553). หลักการสอน. กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.
- อินทิรา บุญยาทร. (2542). หลักการสอน. กรุงเทพฯ : สถาบันราชภัฏบ้านสมเด็จเจ้าพระยา.
- อิสรา พลนงค์. (2019). การศึกษาแนวคิดพื้นฐานกระบวนการเรียนการสอน และประสิทธิภาพของการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน. *Journal of Education*, 30 (2), 70-85.
- อุไรวรรณ คำเมือง. (2562). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. (วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- Angel Mukuka a, Sudi Balimuttajjo b, Vedaste Mutarutinya c. (2023). Teacher efforts towards the development of students' mathematical reasoning skills. *Heliyon* 9, 1-10.
- Cindy E. Hmelo-Silver. (2004). Problem-Based Learning: What and How Do Students Development.
- Duch, B. (2000). Problem-based Learning in physics: The power of students teaching student. *About teaching*, 47, 6-7

- Einav Aizikovitsh-Udi, Nenad Radakovic. (2012). Teaching probability by using geogebra dynamic tool and implementing critical thinking skills. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 46 (2012), 4943 – 4947.
- Gijselaers, W.H. (1996). *Connecting Problem-Based Practices with Education Theory*. San Francisco: Jossey-Bass. [infographics-pisa2022-math-framework/ K-12](#). Alexandria, Virginia : Association for Supervision and Curriculum
- Lai, F. (2015). Does computer-assisted learning improve learning outcomes? Evidence from a randomized experiment in migrant schools in Beijing. *Economics of Education Review*, 47(2015), 34-48.
- Learn?. *Educational Psychology Review*, 16 (3), 235-266.
- OECD (2013), *PISA 2012 Results: What Makes Schools Successful? Resources, Policies and Practices (Volume IV)*, OECD publications, Paris.
- Simon, M. A. (2022). Contributions of the learning through activity theoretical framework to understanding and using manipulatives in the learning and teaching of mathematical concepts. *Journal of Mathematical Behavior*, 66(2022), 1-14.
- Thongma, T. (2018). Mathematics learning resources for mobile learning in digital age (in Thai). *Journal of Educational studies*, Chulalongkorn University, 46(1), 251-256.
- Torp, Linda & Sara Sage. (1998). *Problem as Possibilities : Problem Based Learning for K-12*. Alexandria, Virginia : Association for Supervision and Curriculum Development.

ภาคผนวก

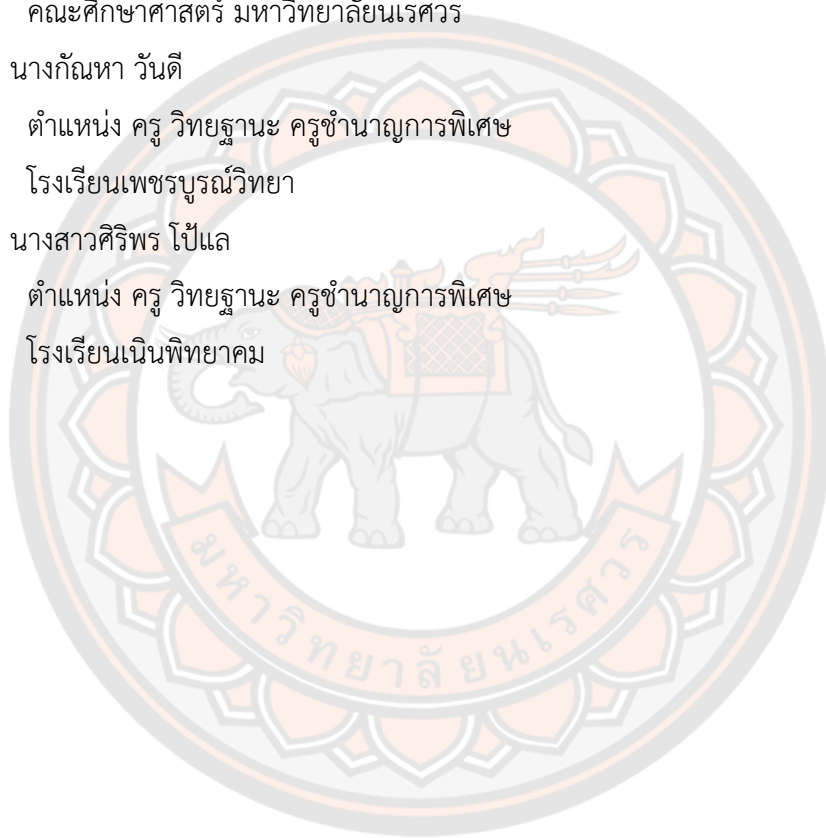




## ภาคผนวก ก รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย การค้นคว้าอิสระ เรื่อง การจัดการเรียนรู้ โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีรายชื่อ ผู้เชี่ยวชาญ ดังนี้

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วรินทร์ พูนไพบูลย์พิพัฒน์  
ตำแหน่ง อาจารย์ประจำภาควิชาการศึกษา  
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร
2. นางกัณหา วันดี  
ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ  
โรงเรียนเพชรบูรณ์วิทยา
3. นางสาวศิริพร โป้แล  
ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ  
โรงเรียนเนินพิทยาคม



ภาคผนวก ข ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนานวัตกรรมทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ตาราง แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนานวัตกรรมทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น			ผลการประเมิน		
	แผน 1	แผน 2	แผน 3	$\bar{x}$	S.D.	ระดับความเหมาะสม
1. ด้านเนื้อหา						
1.1 มีความถูกต้อง	4.67	5.00	5.00	4.89	0.19	เหมาะสมมาก
1.2 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
1.3 กำหนดเนื้อหาสาระเหมาะสมกับคาบเวลา	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
1.4 ภาษาที่ใช้มีความชัดเจน และเข้าใจง่าย	4.67	5.00	5.00	4.89	0.19	เหมาะสมมาก
1.5 มีความชัดเจนครอบคลุมเนื้อหาสาระ	4.67	5.00	5.00	4.89	0.19	เหมาะสมมาก
ค่าเฉลี่ย	4.80	5.00	5.00	4.93	0.12	เหมาะสมมาก
2. ด้านกิจกรรมการเรียนรู้การสอน						
2.1 เรียงลำดับกิจกรรมได้เหมาะสม	4.67	4.67	4.67	4.67	0.00	เหมาะสมมาก
2.2 สอดคล้องกับเนื้อหา	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	เหมาะสม

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น			ผลการประเมิน		
	แผน 1	แผน 2	แผน 3	$\bar{x}$	S.D.	ระดับความเหมาะสม
สาระและจุดประสงค์การเรียนรู้						มากที่สุด
2.3 เน้นให้นักเรียนเรียนรู้จากการปฏิบัติจริง	5.00	4.67	5.00	4.89	0.19	เหมาะสมมาก
2.4 เป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมกระบวนการคิดของนักเรียน	5.00	4.67	5.00	4.89	0.19	เหมาะสมมาก
2.5 ส่งเสริมให้ผู้เรียนอภิปรายและซักถาม	4.67	4.67	4.67	4.67	0.00	เหมาะสมมาก
ค่าเฉลี่ย	4.87	4.73	4.87	4.82	0.08	เหมาะสมมาก
3. ด้านสื่อการเรียนรู้						
3.1 สื่อการสอนสอดคล้องและเหมาะสมกับเนื้อหา	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
3.2 นักเรียนได้เรียนรู้และใช้สื่อด้วยตนเอง	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
3.3 ส่งเสริมการคิดและสร้างความสนใจให้กับผู้เรียน	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
3.4 กระตุ้นให้ผู้เรียนสร้างความรู้ด้วยตนเอง	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
3.5 ช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่ง่ายขึ้น	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
ค่าเฉลี่ย	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	เหมาะสม

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น			ผลการประเมิน		
	แผน 1	แผน 2	แผน 3	$\bar{x}$	S.D.	ระดับ ความ เหมาะสม
						มากที่สุด
4. ด้านการวัดและ ประเมินผล						
4.1 มีการวัดและ ประเมินผลที่สอดคล้อง กับจุดประสงค์การ เรียนรู้	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	เหมาะสม มากที่สุด
4.2 วัดได้ครอบคลุม เนื้อหาสาระ	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	เหมาะสม มากที่สุด
ค่าเฉลี่ย	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	เหมาะสม มากที่สุด
ค่าเฉลี่ยของทุกด้าน	4.92	4.93	4.97	4.94	0.05	เหมาะสม มาก

**ตัวอย่าง แบบประเมินแผนการจัดการเรียนรู้**  
**โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนาโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์**  
**เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**  
**แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส**

**คำชี้แจง** แบบประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนาโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์ ใช้สำหรับผู้เชี่ยวชาญประเมินเพื่อพิจารณาความเหมาะสมตามองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ โดยทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของท่าน ซึ่งระดับความคิดเห็นมี 5 ระดับ ดังนี้

เหมาะสมมากที่สุด	ให้คะแนน 5 คะแนน
เหมาะสมมาก	ให้คะแนน 4 คะแนน
เหมาะสมปานกลาง	ให้คะแนน 3 คะแนน
เหมาะสมน้อย	ให้คะแนน 2 คะแนน
เหมาะสมน้อยที่สุด	ให้คะแนน 1 คะแนน

รายการประเมิน	ระดับความเหมาะสม				
	5	4	3	2	1
1. ด้านเนื้อหา					
1.1 มีความถูกต้อง					
1.2 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้					
1.3 กำหนดเนื้อหาสาระเหมาะสมกับคาบเวลา					
1.4 ภาษาที่ใช้มีความชัดเจน และเข้าใจง่าย					
1.5 มีความชัดเจนครอบคลุมเนื้อหาสาระ					
2. ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน					
2.1 เรียงลำดับกิจกรรมได้เหมาะสม					
2.2 สอดคล้องกับเนื้อหาสาระและจุดประสงค์การเรียนรู้					
2.3 เน้นให้นักเรียนเรียนรู้จากการปฏิบัติจริง					
2.4 เป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมกระบวนการคิดของนักเรียน					
2.5 ส่งเสริมให้ผู้เรียนอภิปรายและซักถาม					
3. ด้านสื่อการเรียนรู้					

รายการประเมิน	ระดับความเหมาะสม				
	5	4	3	2	1
3.1 สื่อการสอนสอดคล้องและเหมาะสมกับเนื้อหา					
3.2 นักเรียนได้เรียนรู้และใช้สื่อด้วยตนเอง					
3.3 ส่งเสริมการคิดและสร้างความสนใจให้กับผู้เรียน					
3.4 กระตุ้นให้ผู้เรียนสร้างความรู้ด้วยตนเอง					
3.5 ช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่ง่ายขึ้น					
4. ด้านการวัดและประเมินผล					
4.1 มีการวัดและประเมินผลที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้					
4.2 วัดได้ครอบคลุมเนื้อหาสาระ					

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

.....

.....

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน  
(.....)



ภาคผนวก ค ผลการประเมินค่าดัชนีความสอดคล้อง(IOC) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทาง  
คณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ตาราง แสดงผลการประเมินค่าดัชนีความสอดคล้อง(IOC) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทาง  
คณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC	สรุปผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
2	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
3	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
4	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
5	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
6	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
7	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
8	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง


ค่า IOC มากกว่า 0.6 ขึ้นไปถือว่าแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส  
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความตรงเชิงเนื้อหาสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้สามารถ  
นำไปใช้ได้

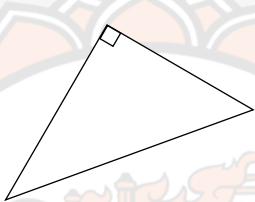
ตัวอย่าง แบบประเมินค่าดัชนีความสอดคล้อง(IOC)  
ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์  
เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

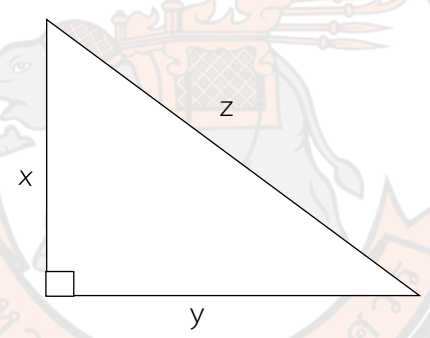
**คำชี้แจง** แบบประเมินฉบับนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อสอบถามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญเกี่ยวกับความสอดคล้องของแบบทดสอบกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยพิจารณาว่าข้อคำถามแต่ละข้อต่อไปนี้มี ความสอดคล้องกับมโนทัศน์หรือไม่ โดยทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่างที่กำหนดให้ ซึ่งมีเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

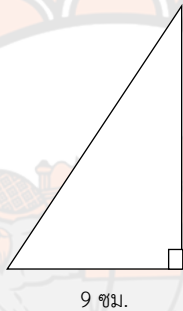
- +1 หมายถึง แน่ใจว่าแบบทดสอบข้อนั้นสอดคล้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- 0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าแบบทดสอบข้อนั้นสอดคล้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- 1 หมายถึง แน่ใจว่าแบบทดสอบข้อนั้นไม่สอดคล้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์



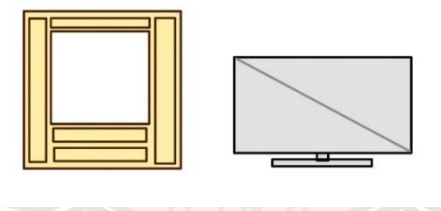
มโนทัศน์ทาง คณิตศาสตร์	ข้อความ	ระดับ ความ สอดคล้อง			ข้อเสนอ แนะ
		- 1	0	+ 1	
มโนทัศน์ 1 รูปสามเหลี่ยมมุม ฉาก คือ รูป สามเหลี่ยมที่มี มุมหนึ่งมุมเป็น มุมฉาก	<p>1. รูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้ รูปใดเป็นลักษณะของ รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เพราะเหตุใด</p>  <p>รูป ก</p> <p>รูป ข</p> <p>รูป ค</p> <p>แนวการตอบ รูป ค เพราะ รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก คือ รูปสามเหลี่ยมที่มีมุมมุมหนึ่งเป็นมุมฉาก (มุม ภายในมุมหนึ่งมีขนาด 90 องศา)</p>				

มโนทัศน์ทาง คณิตศาสตร์	ข้อความ	ระดับ			ข้อเสนอแนะ
		ความ			
		สอดคล้อง			
-	0	+			
		1		1	
	<p>2. รูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก หรือไม่ เพราะเหตุใด</p>  <p>แนวการตอบ เป็น เพราะ เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมมุมหนึ่งเป็นมุมฉาก (มุมภายในมุมหนึ่งมีขนาด 90 องศา)</p>				

มโนทัศน์ทาง คณิตศาสตร์	ข้อความ	ระดับ ความ สอดคล้อง			ข้อเสนอ แนะ
		- 1	0	+ 1	
มโนทัศน์ 2 รูปสามเหลี่ยมมุม ฉากใด ๆ กำลัง สองของความ ยาวด้านตรงข้าม มุมฉาก เท่ากับ ผลบวกของกำลัง สองของความ ยาวด้านประกอบ มุมฉาก	<p>1. จากรูปที่กำหนดให้ จงเขียนแสดง ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสาม ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก พร้อมบอกว่าด้านแต่ ละด้านเรียกว่าด้านอะไร</p>  <p>แนวการตอบ ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของ ด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก <math>z^2 = y^2 + x^2</math> ด้าน z เรียกว่า ด้านตรงข้ามมุมฉาก ด้าน x และ ด้าน y เรียกว่า ด้านประกอบมุมฉาก</p>				

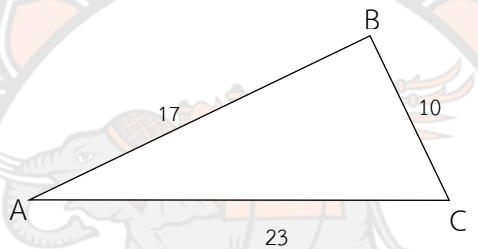
มโนทัศน์ทาง คณิตศาสตร์	ข้อความ	ระดับ ความ สอดคล้อง			ข้อเสนอ แนะ
		- 1	0	+ 1	
	<p>2. จากรูปที่กำหนดให้ สามารถหาความยาวของด้านที่เหลื่อได้หรือไม่ จงอธิบาย และด้านที่เหลื่อเรียกว่าด้านอะไร</p>  <p style="text-align: center;">9 ซม.</p> <p style="text-align: right;">12 ซม.</p>				
	<p>แนวการตอบ จากรูปที่กำหนดให้ สามารถหาความยาวของด้านที่เหลื่อได้ โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยกำหนดให้ด้านที่ต้องการหาความยาวเป็น <math>c</math> จะได้ความยาวของ <math>c</math> จาก</p> $c^2 = 12^2 + 9^2$ $c^2 = 144 + 81$ $c^2 = 225$ $c^2 = 15 \times 15$ $c = 15$ <p>ดังนั้น ด้านที่เหลื่อยาว 15 เซนติเมตร จากความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เมื่อกำหนดความยาวของด้านสองด้านให้ สามารถหาความยาวของอีกหนึ่งด้านที่เหลื่อได้ และด้านที่เหลื่อ เรียกว่าด้านตรงข้ามมุมฉาก</p>				



มโนทัศน์ทาง คณิตศาสตร์	ข้อความ	ระดับ ความ สอดคล้อง			ข้อเสนอ แนะ
		- 1	0	+ 1	
	<p>3. ในการบอกขนาดของเครื่องรับโทรทัศน์ เราใช้ความยาวของเส้นทแยงมุมของหน้าจอเครื่องรับโทรทัศน์ ปลั๊กเครื่องรับโทรทัศน์แบบไร้ขอบขนาดหน้าจอ 42 นิ้ว สูง 20 นิ้ว และมีฐานตั้งเครื่องรับโทรทัศน์สูง 5 นิ้ว ถ้าที่บ้านของปลั๊กมีชั้นวางของที่มีลักษณะเป็นช่องรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 35 นิ้ว สูง 30 นิ้ว เครื่องรับโทรทัศน์เครื่องนี้จะวางที่ชั้นวางของได้หรือไม่ เพราะเหตุใด</p>  <p>แนวการตอบ</p> <p>พิจารณาความสูงของเครื่องรับโทรทัศน์และชั้นวางของจากโจทย์ ความสูงของเครื่องรับโทรทัศน์เมื่อรวมฐานเป็น <math>20 + 5 = 25</math> นิ้ว ดังนั้น เครื่องรับโทรทัศน์สูง 25 นิ้ว มีความสูงน้อยกว่าชั้นวางของที่มีความสูง 30 นิ้ว</p> <p>พิจารณาความกว้างของเครื่องรับโทรทัศน์และชั้นวางของจากโจทย์ เส้นทแยงมุมของเครื่องรับโทรทัศน์ เป็น 42 นิ้ว และ สูง 20 นิ้ว</p> <p>จะได้</p>				

มโนทัศน์ทาง คณิตศาสตร์	ข้อความ	ระดับ ความ สอดคล้อง			ข้อเสนอ แนะ
		- 1	0	+ 1	
	<p>ความกว้างของ เครื่องรับโทรทัศน์<sup>2</sup> = <math>42^2 - 20^2</math></p> <p>ความกว้างของ เครื่องรับโทรทัศน์<sup>2</sup> = <math>1,764 - 400</math></p> <p>ความกว้างของ เครื่องรับโทรทัศน์<sup>2</sup> = <math>1,364</math></p> <p>ความกว้างของ เครื่องรับโทรทัศน์ <math>\approx 36</math></p> <p>ดังนั้น เครื่องรับโทรทัศน์มีความกว้าง ประมาณ 36 นิ้ว มีความกว้างมากกว่าชั้นวางของที่มีความ กว้าง 35 นิ้ว ได้ เพราะฉะนั้น เครื่องรับโทรทัศน์เครื่องนี้ไม่ สามารถวางบนชั้นวางของได้</p>				

มโนทัศน์ทาง คณิตศาสตร์	ข้อความ ข้อคำถาม	ระดับ ความ สอดคล้อง			ข้อเสนอ แนะ
		- 1	0	+ 1	
มโนทัศน์ 3 รูปสามเหลี่ยม ใดๆ ถ้ากำลังสอง ของความยาว ของด้านด้านหนึ่ง เท่ากับผลบวก ของกำลังสอง ของความยาว ของอีกสองด้าน แล้วรูป สามเหลี่ยมนั้นจะ เป็นรูป สามเหลี่ยมมุม ฉาก	<p>1. กำหนดให้รูปสามเหลี่ยมมีความยาวของด้านทั้งสาม เท่ากับ 10 หน่วย 8 หน่วย และ 6 หน่วย ตามลำดับ จงหาว่ารูปสามเหลี่ยมนี้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ จงอธิบาย</p> <p><b>แนวการตอบ จากความสัมพันธ์ รูปสามเหลี่ยมใดๆ ถ้ากำลังสองของความยาวของด้านด้านหนึ่งเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของอีกสองด้านแล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นจะเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก</b></p> <p><b>จะได้ว่า จากความยาวของด้านที่โจทย์กำหนดให้ด้านที่ยาวที่สุดยาว 10 หน่วย จะได้ กำลังสองของด้านที่ยาวที่สุด คือ <math>10^2 = 100</math> และ ผลบวกของกำลังสองของความยาวของอีกสองด้านที่เหลือคือ <math>8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100</math></b></p> <p><b>จะเห็นว่า กำลังสองของด้านที่ยาวที่สุด เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความยาวของอีกสองด้านที่เหลือ</b></p> <p><b>ดังนั้น โดยบทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัสจะได้ว่ารูปสามเหลี่ยมนี้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก</b></p>				

มโนทัศน์ทาง คณิตศาสตร์	ข้อความ	ระดับ ความ สอดคล้อง			ข้อเสนอ แนะ
		- 1	0	+ 1	
	<p>2. กำหนด รูปสามเหลี่ยม ABC มีด้านยาว 10 เซนติเมตร 17 เซนติเมตร และ 23 เซนติเมตร ดังรูป อยากทราบว่า รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก หรือไม่</p>  <p>แนวการตอบ จากความสัมพันธ์ รูปสามเหลี่ยมใดๆ ถ้ากำลังสองของความยาวของด้านด้านหนึ่ง เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของอีกสองด้านแล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นจะเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จะได้ กำลังสองของด้านที่ยาวที่สุด คือ <math>23^2 = 529</math> และ ผลบวกของกำลังสองของความยาวของอีกสองด้านที่เหลือ คือ <math>17^2 + 10^2 = 289 + 100 = 389</math> จะเห็นว่า กำลังสองของด้านที่ยาวที่สุด ไม่เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของอีกสองด้านที่เหลือ คือ <math>23^2 \neq 17^2 + 10^2</math> ดังนั้น โดยบทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัสจะได้ว่า รูปสามเหลี่ยมนี้ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก</p>				

มโนทัศน์ทาง คณิตศาสตร์	ข้อความ	ระดับ ความ สอดคล้อง			ข้อเสนอ แนะ
		- 1	0	+ 1	
	<p>3. แพรวาต้องการจ้างช่างทำโต๊ะวางของสำหรับ เข้ามุมห้องซึ่งเป็นมุมฉาก แต่คุณแม่บอกว่ามีโต๊ะ รูปสามเหลี่ยมอยู่แล้ว โดยโต๊ะดังกล่าวมีความยาว แต่ละด้านเป็น 60 เซนติเมตร 150 เซนติเมตร และ 140 เซนติเมตร อยากทราบว่าโต๊ะตัวนี้จะ วางเข้ามุมห้องได้พอดีหรือไม่ เพราะเหตุใด</p> <p>แนวการตอบ จากโจทย์ โต๊ะรูปสามเหลี่ยม มี ความยาวแต่ละด้านเป็น 60 เซนติเมตร 150 เซนติเมตร และ 140 เซนติเมตร จะได้ กำลังสอง ของด้านที่ยาวที่สุด คือ <math>150^2 = 22,500</math> และ ผลบวกของกำลังสองของความยาวของอีก สองด้านที่เหลือ คือ <math>140^2 + 60^2 = 19600 +</math> <math>3600 = 23,200</math> จะเห็นว่า กำลังสองของด้านที่ยาวที่สุด ไม่เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความยาวของอีกสอง ด้านที่เหลือ คือ <math>150^2 \neq 140^2 + 60^2</math> ดังนั้น โดยบทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัสจะได้ว่า รูปสามเหลี่ยมนี้ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก</p>				

เกณฑ์การให้คะแนนของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์  
เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ระดับคะแนน	รายละเอียด
3	คำตอบของนักเรียนถูกต้อง และให้เหตุผลถูกต้องสมบูรณ์ครบองค์ประกอบที่สำคัญ
2	คำตอบของนักเรียนถูกต้อง และการให้เหตุผลถูกต้องแต่ขาดองค์ประกอบที่สำคัญอย่างน้อย 1 ส่วน
1	คำตอบของนักเรียนถูกต้องบางส่วน แต่บางส่วนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน





ภาคผนวก ง ผลการวิเคราะห์ค่าความยาก อำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทาง  
คณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส จำนวน 8 ข้อ

ตารางแสดง ค่าความยาก อำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง  
ทฤษฎีบทพีทาโกรัส จำนวน 8 ข้อ

ข้อที่	ค่าความยาก (P)	แปลผล	ค่าอำนาจ จำแนก(B)	แปลผล	แปลผล คุณภาพของ ข้อสอบ
1	0.8	ใช้ได้	0.53	ใช้ได้	ใช้ได้
2	1	ใช้ไม่ได้	0.00	ใช้ไม่ได้	ใช้ไม่ได้
3	0.8	ใช้ได้	0.27	ใช้ได้	ใช้ได้
4	0.5	ใช้ได้	0.67	ใช้ได้	ใช้ได้
5	0.5	ใช้ได้	0.67	ใช้ได้	ใช้ได้
6	0.85	ใช้ไม่ได้	0.33	ใช้ได้	ใช้ไม่ได้
7	0.8	ใช้ได้	0.27	ใช้ได้	ใช้ได้
8	0.4	ใช้ได้	0.53	ใช้ได้	ใช้ได้

ผลการตรวจสอบค่าความยาก อำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์  
เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส จำนวน 8 ข้อ พบว่าแบบทดสอบใช้ได้มี 6 ข้อ และคัดเลือกแบบทดสอบ  
จำนวน 5 ข้อ ตามจุดประสงค์การวิจัย

### ภาคผนวก จ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนาโน้ตบุ๊กทางคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. แบบประเมินผลการจัดการเรียนรู้
3. แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์



ตัวอย่าง แผนการจัดการเรียนรู้การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน  
ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ค 22102
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	จำนวน 10 ชั่วโมง
เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	จำนวน 4 ชั่วโมง

มาตรฐานการเรียนรู้

เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

ตัวชี้วัด

ค 2.2 ม.2/5 เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และแก้ปัญหในชีวิตจริง

จุดประสงค์การเรียนรู้

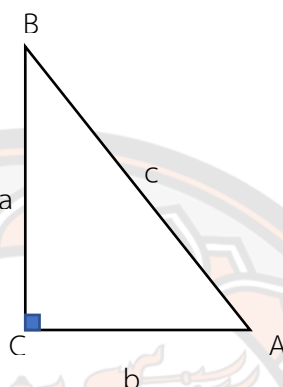
1. นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้
2. นักเรียนสามารถแก้ปัญหโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้
3. นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำงานที่ได้รับมอบหมาย

สาระสำคัญ

รูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความยาวด้านประกอบมุมฉาก และสามารถเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง ความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้

## สาระการเรียนรู้

สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความยาวด้านประกอบมุมฉาก ซึ่งเรียกว่า ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และสามารถเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง ความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้เป็น  $AB^2 = BC^2 + AC^2$  หรือ  $c^2 = a^2 + b^2$



## กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

- ครูและนักเรียนร่วมพูดคุยถึงลักษณะของสามเหลี่ยมมุมฉากที่จะพบเห็นได้ในชีวิตประจำวัน โดยอาจใช้คำถาม
  - นักเรียนรู้จักรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ (รู้, ไม่รู้)
  - รูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีลักษณะอย่างไร (มีด้านสามด้าน, มีมุมสามมุม, มีมุมมุมหนึ่งเป็นมุมฉาก)
- นักเรียนและครูร่วมกันอภิปรายของลักษณะของสามเหลี่ยมมุมฉาก จากคำตอบของนักเรียน (มีมุมภายในมุมหนึ่งเป็นมุมฉาก มีขนาด 90 องศา มีด้านที่ยาวที่สุดคือด้านตรงข้ามมุมฉาก)

ขั้นสอน

- นักเรียนแบ่งกลุ่มตามรายชื่อ คละตามความสามารถ เก่ง ปานกลาง อ่อน โดยดูจากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ สำหรับทำกิจกรรมช่วยกันแก้ปัญหา


ขั้นที่ 1 สถานการณ์ปัญหา

- นักเรียนศึกษาปัญหาในบทเรียนโปรแกรม Desmos และสนทนาร่วมกับสมาชิกในกลุ่มพร้อมตอบคำถาม ลงในบทเรียนบทเรียนโปรแกรม Desmos

Desmos Activity

สถานการณ์

เริ่มกิจกรรมกันเลย(1)



กิจกรรมวันเด็กแห่งชาติ นักเรียนต้องช่วยกันตกแต่งสถานที่ โดยนักเรียน  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ได้รับหน้าที่ติดตั้งราวงานวัด(งสามเหลี่ยม)  
หน้าอาคารเฑียร  
นักเรียนจะต้องช่วยกันทำงราวงานวัด(งสามเหลี่ยม)ก้เส้น และมีวิธี  
หาความยาวของงราวงานวัด(งสามเหลี่ยม)แต่ละเส้นอย่างไร

Share With Class

แนวการตอบ. จะต้องใช้งราวงานวัด. (งสามเหลี่ยม) ทั้งหมด. (ตอบตามจำนวนต้นไม้หน้าตึก).  
เส้น. มีวิธีการหาความยาวของงแต่ละเส้นโดยการใช้ตลับเมตร. เชือก. ในการวัดความยาว

5. ครูเช็คคำตอบของนักเรียนพร้อมร่วมสนทนาถึงจำนวนของงราวงานวัด (งสามเหลี่ยม) และวิธีการหาความยาวของงราวงานวัด (งสามเหลี่ยม) (สนทนาถึงจำนวนต้นไม้ และระยะเปียงที่ให้ติดตั้งราวงานวัด ว่ามีทั้งหมดกี่ช่อง ถูกต้องตามที่นักเรียนตอบหรือไม่ และสนทนาถึงการหาความยาวของงราวงานวัดที่นักเรียนตอบมาว่าจะสามารถวัดได้จริงหรือไม่ พร้อมทั้งชี้แนะทฤษฎีบทพีทาโกรัสให้นักเรียนได้รู้จัก ว่าเราสามารถมองการติดตั้งว่าจะเกิดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และให้นักเรียนค้นคว้าทฤษฎีที่เกี่ยวกับสามเหลี่ยมมุมฉาก)

ขั้นที่ 2 การค้นหาและระบุข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง

6. นักเรียนค้นคว้าทฤษฎีที่เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และร่วมกันสนทนาในชั้นเรียนร่วมกัน (ทฤษฎีเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากคือทฤษฎีบทพีทาโกรัส )

7. นักเรียนศึกษาและเรียนรู้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสในบทเรียน Desmos โดยครูคอยตรวจสอบการตอบคำถามแต่ละบทเรียนของนักเรียน ใน Dashboard History เพื่อดูความเข้าใจในแต่ละบทเรียนของนักเรียน และควบคุมหน้ากิจกรรมแต่ละหน้าในบทเรียน ให้นักเรียนได้เรียนรู้ไปพร้อมกัน

Desmos Activity

ด้านที่ไม่ทราบค่า(2)

จากวิดีโอ นักเรียนคิดว่าเราจะหาความยาวของด้านที่เหลือแต่ละด้านได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

แนวการตอน ได้

ตอบถูกกันไหมนะ

รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก ซึ่งจะเรียกว่า ทฤษฎีบทพีทาโกรัส หรือ

### ขั้นสรุป

8. นักเรียนและครูร่วมกันสนทนาเกี่ยวกับบทเรียนที่ได้ทำใน บทเรียนโปรแกรม Desmos ว่าแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมเรียกว่าอะไร และจะสามารถหาด้านที่เหลือของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้หรือไม่ เมื่อรู้ด้านสองด้าน (รูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีด้านประกอบมุมฉาก และด้านตรงข้ามมุมฉาก ด้านที่ยาวที่สุดคือด้านตรงข้ามมุมฉากและสามารถหาความยาวของด้านที่เหลือได้ถ้ารู้ความยาวของด้าน 2 ด้าน เพราะมีความสัมพันธ์ที่กล่าวว่า สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ กำลังสองของความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความยาวด้านประกอบมุมฉาก เรียกว่า ทฤษฎีบทพีทาโกรัส)



## ชั่วโมงที่ 2

## ชั้นนำ

1. นักเรียนและครูร่วมกันสนทนาถึงวิธีการหาความยาวของธรรางานวัด (ธงสามเหลี่ยม) อีกครั้ง เป็นการทบทวนถึงคำตอบที่นักเรียนได้ตอบในชั่วโมงที่ผ่านมาว่ามีอะไรที่จะสามารถหาความยาวของธรรางานวัดได้ง่ายขึ้น (คำตอบเดิมของนักเรียน คือ มีวิธีการหาความยาวของธงแต่ละเส้นโดยการใช้ ตลับเมตร เชือก ในการวัดความยาว นักเรียนช่วยกันตอบคำถามวิธีที่จะหาความยาวได้ง่ายขึ้น คือการวัดส่วนที่สามารถวัดได้ด้วย ตลับเมตร คือ ระเบียบตึก และความสูงของตึก และเราจะสามารถหาความยาวของด้านที่ติดธรรางานวัดได้โดยใช้ทฤษฎีบทพีทโกรัส)

## ชั้นสอน

2. นักเรียนตอบคำถามในบทเรียนโปรแกรม Desmos อาจารย์วิเคราะห์ร่วมกับเพื่อนในกลุ่มและตอบคำถามลงในบทเรียนของตนเอง ครูคอยตรวจสอบการตอบคำถามแต่ละบทเรียนของนักเรียน ใน Dashboard History เพื่อดูความเข้าใจในแต่ละบทเรียนของนักเรียน และควบคุมหน้ากิจกรรมแต่ละหน้าในบทเรียน ให้นักเรียนได้เรียนรู้ไปพร้อมกัน

ขั้นที่ 2 การค้นหาและระบุข้อมูลที่ เป็นข้อเท็จจริง

Desmos Activity

ร่วมกันวิเคราะห์ "กิจกรรม จะติดธงได้อย่างไร"(2)

นักเรียนจะต้องรู้ข้อมูลเรื่องใดบ้าง จึงสามารถติดธรรางานวัด (ธงสามเหลี่ยม) จัดสถานที่งานวันเด็กได้จากภาพเส้นประนักเรียนเห็นรูปอะไร พร้อมทั้งแสดงวิธีการและรูปแบบการติดธงสามเหลี่ยม พร้อมความยาวของรูปที่นักเรียนได้จากการทำงานวิเคราะห์กับเพื่อน



🖨
🔊
√E

Share With Class

แนวการตอบ รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และบอกความยาวในแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยม ด้านระเบียบสั้นที่สุด ระยะระหว่างระหว่างตึกและต้นไม้ ยาวมากกว่าระเบียบ แต่สั้นกว่าธรรางานสามเหลี่ยม และเส้นที่ใช้ติดธรรางานวัดอาจตอบในลักษณะมีความยาวมากที่สุด หรือมีความยาวมากกว่าอีกสองด้าน

3. นักเรียนและครูร่วมกับสนทนาคำตอบที่แต่ละคนตอบ สำหรับข้อมูลที่นักเรียนต้องใช้ในการหาความยาวของธงราวงานวัด (จากเส้นประดับที่ติดธงราวงานวัดคือด้านตรงข้ามมุมฉากซึ่งไม่สามารถวัดได้ด้วยตลับเมตร และด้านที่สามารถวัดได้เพื่อใช้ในการหาความยาวของธงราวงานวัด คือด้านที่เป็นระเบียบและระยะห่างระหว่างตีกกับต้นไม้ ซึ่งเป็นด้านประกอบมุมฉาก เราจะใช้ความยาวของสองด้านนี้ในการหาความยาวของธงราวงานวัด โดยทฤษฎีบทพีทาโกรัส และเราจะไปวัดด้านสองด้านที่เราพูดถึงกัน)


### ขั้นที่ 3 การสร้างแนวคิดและสมมุติฐาน


4. นักเรียนจำลองรูปภาพเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมุมฉากลงในบทเรียนโปรแกรม Desmos ก่อนที่จะออกไปวัดระยะจริง

Desmos Activity

จำลองภาพที่ได้(3)

ให้นักเรียนวาดจำลองรูปภาพที่ได้และบอกขนาดของด้านแต่ละด้านที่รู้





แนวการตอบ รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวที่สุด และเราสามารถหาความยาวของด้านที่เหลือ 1 ด้านได้ เมื่อรู้ความยาวของด้านสองด้าน

5. ครูเช็คความเข้าใจในการตอบคำถามของนักเรียนใน Dashboard History

6. นักเรียนร่วมกันดูภาพจำลองของเพื่อนแต่ละกลุ่ม เพื่อเช็คความเข้าใจในการแก้ปัญหา (ด้านที่นักเรียนแต่ละกลุ่มต้องวัดคือด้านที่เป็นระเบียบตึกและระยะห่างระหว่างตีกกับต้นไม้)

## Desmos Activity

นักเรียนศึกษาบทเรียนและทำใบกิจกรรมในโปรแกรม Desmos ที่ครูจัดเตรียมไว้ให้ (เป็นวิดีโอและกิจกรรมที่ใช้ทบทวนความรู้เดิมเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่เป็นพื้นฐานสำหรับทฤษฎีบทพีทาโกรัสและศึกษาความรู้ใหม่เกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัสที่นักเรียนต้องเรียนรู้ผ่านกิจกรรมใน Desmos ลักษณะโจทย์มีทั้งหาด้านตรงข้ามมุมฉาก และด้านประกอบมุมฉาก) และครูสามารถดูการทำงานของนักเรียนได้ผ่าน Dashboard History และคอยให้คำแนะนำผู้เรียนขณะทำกิจกรรมเพื่อสร้างความเข้าใจ

## ทบทวนสามเหลี่ยมมุมฉาก(4)



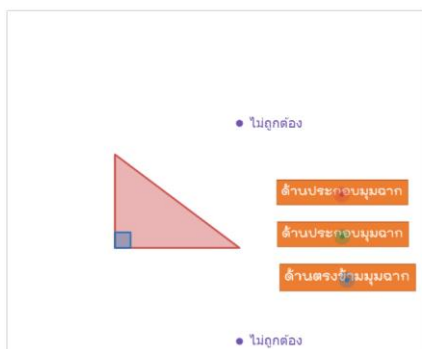
ลักษณะของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เป็นอย่างไร

- มุมภายในมุมหนึ่งมีขนาด 90 องศา
- มุมภายในมุมหนึ่งมีขนาด 130 องศา
- มุมภายในรวมกันได้ 90 องศา

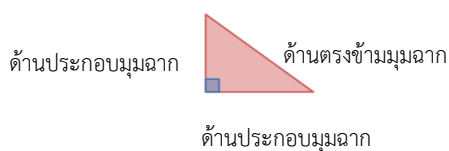
## แนวการตอบ มุมภายในมุมหนึ่งมีขนาด 90 องศา

แต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเรียกว่าอะไร(4)

ให้นักเรียนจับคู่ชื่อแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากให้ถูกต้อง



## แนวการตอบ



### Desmos Activity

#### บทวนการหาพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส(4)



สี่เหลี่ยมจัตุรัสมีสูตรการหาพื้นที่ว่าอย่างไร

แนวการตอบ ด้าน x ด้าน

#### สูตรไหนใช้หาพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส(4)

(Select all that apply.)

กว้าง + ยาว

ด้าน+ด้าน+ด้าน+ด้าน

$\frac{1}{2} \times$  สูง  $\times$  ฐาน

ด้าน  $\times$  ด้าน

ด้าน<sup>2</sup>

แนวการตอบ ด้าน x ด้าน, ด้าน<sup>2</sup>

#### มีพื้นที่เท่าไร(4)



จงตอบคำถามเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสต่อไปนี้ กำหนดให้สี่เหลี่ยมจัตุรัสมีพื้นที่ 1 ตารางหน่วย โดยมี ด้านกว้างยาว 1 หน่วย ด้านยาว ยาว 1 หน่วย

คำถาม	คำตอบ(ตัวเลข)	ตรวจสอบ
ด้านกว้าง ยาว		
ด้านยาว ยาว		
มีพื้นที่		

แนวการตอบ

### Desmos Activity

คำถาม	คำตอบ(ตัวเลข)	ตรวจสอบ
ด้านกว้าง ยาว	7	✓
ด้านยาว ยาว	7	✓
มีพื้นที่	49	✓

หาพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากและด้านตรงข้ามมุมฉาก(4)

สี่เหลี่ยมจัตุรัสแต่ละรูปมีพื้นที่ที่ตารางหน่วย(ตอบเฉพาะตัวเลข)  
กำหนดให้สี่เหลี่ยมจัตุรัสสีเขียว สีม่วง และสีน้ำเงิน มีพื้นที่ 1 ตารางหน่วย โดยมีด้านกว้างยาว 1 หน่วย ด้านยาว ยาว 1 หน่วย

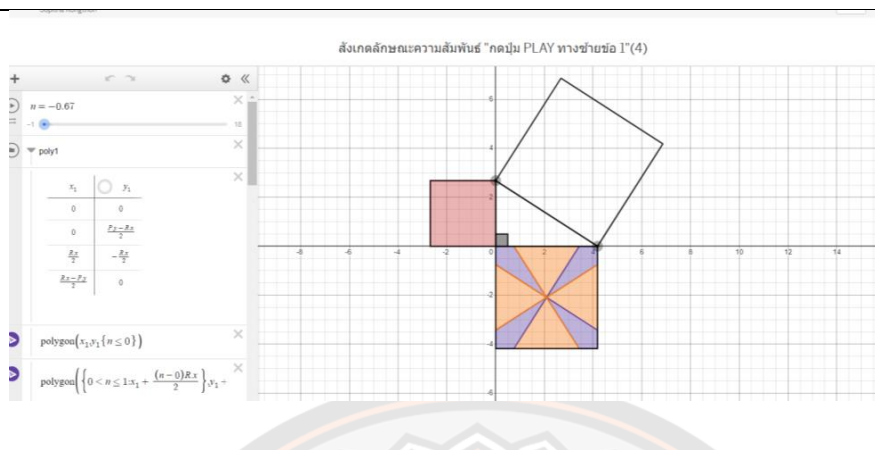
รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส	มีพื้นที่(ตารางหน่วย)	ตรวจคำตอบ
สีแดง		
สีฟ้า		
สีส้ม		

**แนวการตอบ**

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส	มีพื้นที่(ตารางหน่วย)	ตรวจคำตอบ
สีแดง	9	✓
สีฟ้า	16	✓
สีส้ม	25	✓

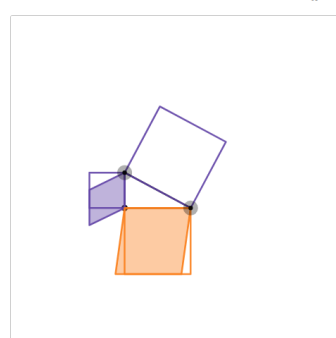
สังเกตลักษณะความสัมพันธ์ "กตปุม PLAY ทางซ้ายข้อ 1"(4)

### Desmos Activity



สังเกตรูปภาพความสัมพันธ์ "กฏพีทาโกรัส(4)"

**ทฤษฎีบทพีทาโกรัส(4)**



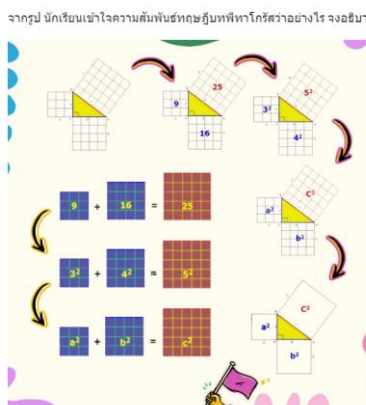
จากหน้า 14-17 นักเรียนสามารถอธิบายได้ว่าอย่างไร

🖨
📄
√E
Share With Class

แนวการตอบ พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบประกอบมุมฉาก รวมกัน เท่ากับพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉาก

---

**เข้าใจความสัมพันธ์**



จากรูป นักเรียนเข้าใจความสัมพันธ์ทฤษฎีบทพีทาโกรัสอย่างไร จงอธิบาย

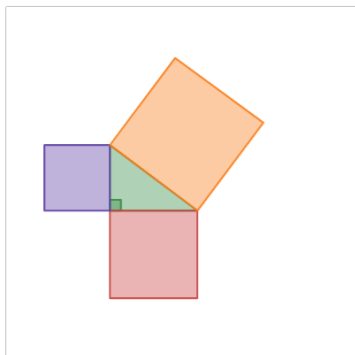
🖨
📄
√E
Share With Class

แนวการตอบ พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบประกอบมุมฉาก รวมกัน เท่ากับพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก หรือ  $a^2 + b^2 = c^2$



## Desmos Activity

## ความสัมพันธ์ทฤษฎีบทพีทาโกรัส(4)



ให้นักเรียนบอกความสัมพันธ์ที่นักเรียนได้จากการทำกิจกรรม

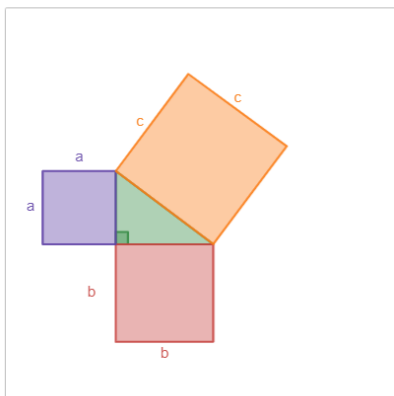
(Select all that apply.)

- พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉาก = ผลบวกของพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก
- ด้านตรงข้ามมุมฉาก = ผลบวกของด้านประกอบมุมฉาก
- ด้านตรงข้ามมุมฉากกำลังสอง = ผลบวกของกำลังสองของด้านประกอบ

## แนวการตอบ

- ด้านตรงข้ามมุมฉากกำลังสอง = ผลบวกของกำลังสองของด้านประกอบ
- พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉาก = ผลบวกของพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก

## ความสัมพันธ์ของทฤษฎีบทพีทาโกรัส ถ้าแทนด้วยสัญลักษณ์(4)



จากรูปที่กำหนดให้นักเรียนได้ความสัมพันธ์ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากว่าอย่างไร

(Select all that apply.)

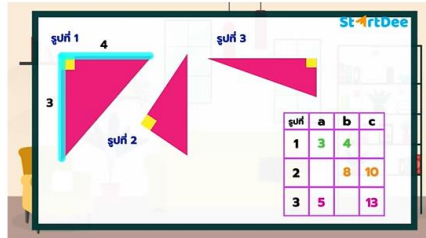
- $c^2 = b^2 + a^2$
- $c = a + b$
- $c^2 = a^2 + b^2$

## แนวการตอบ

- $c^2 = b^2 + a^2$
- $c^2 = a^2 + b^2$

Desmos Activity

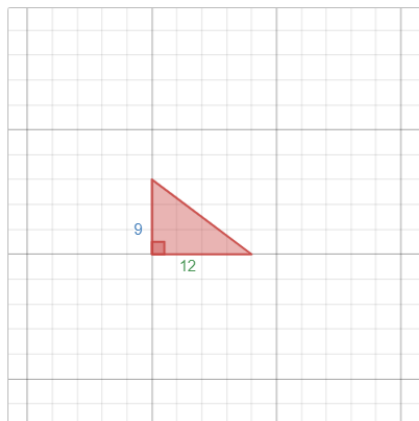
ด้านที่ไม่ทราบค่า(4)



จากรัสโธ นักเรียนคิดว่าเราจะหาความยาวของด้านที่เหลือแต่ละด้านได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

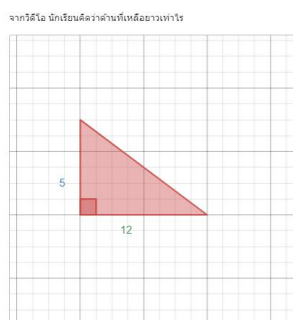
แนวการตอบ ได้ เพราะ เราสามารถหาความยาวของด้านที่เหลือได้ถ้ารู้ความยาวของด้าน 2 ด้าน

นักเรียนคิดว่าด้านที่เหลือยาวเท่าไร(4)



แนวการตอบ 15

ด้านที่ไม่ทราบค่า(4)



13  
 15  
 14

แนวการตอบ 15

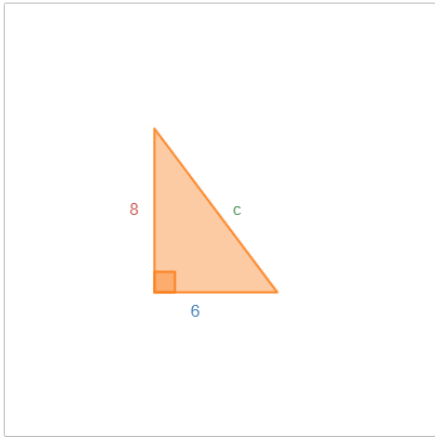
Desmos Activity

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส(4)

สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

จะได้  $c^2 = 6^2 + 8^2$   
 ดังนั้น c มีค่าเท่ากับเท่าใด (แสดงวิธีหาคำตอบ)

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ACB ที่กำหนดให้ จงหาค่า c



แนวการตอบ

$$c^2 = 6^2 + 8^2$$

$$c^2 = 36 + 64$$

$$c^2 = 100$$

$$c = 10 \times 10$$

$$c = 10$$

ดังนั้น c มีค่า เท่ากับ

10

7. นักเรียนทำกิจกรรมกลุ่ม จะติดธงอย่างไร โดยให้นักเรียนร่วมกันหาความยาวของด้านที่ต้องใช้ และแบบจำลองรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ในการใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสหาด้านที่ใช้ติดธงราวงานวัด

8. นักเรียนในห้องร่วมกันสนทนาถึงความยาวของแต่ละด้านที่แต่ละกลุ่มหาได้ และบอกได้ว่าเราหาสองด้านเพื่อใช้สำหรับสิ่งใด และให้ประเด็นนักเรียนว่าเราจะมียุทธวิธีอย่างไรให้ไปค้นคว้าด้วยตนเอง (บอกถึงทฤษฎีบทพีทาโกรัส คือ เราสามารถหาความยาวของด้านที่เหลือได้ถ้ารู้ความยาวของด้าน 2 ด้าน และให้นักเรียนลองค้นคว้าด้วยตนเองจากอินเทอร์เน็ต)

ชั่วโมงที่ 3

ชั้นนำ

1. นักเรียนและครูร่วมสนทนาถึงสิ่งที่นักเรียนได้ไปค้นคว้าเกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส ครูอาจใช้คำถามว่า จากที่ให้ไปค้นคว้าเกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส นักเรียนสามารถบอกสิ่งใดที่เกี่ยวข้องกับ

ทฤษฎีบทพีทาโกรัสบ้าง (เราสามารถหาความยาวของด้านที่เหลือได้ถ้ารู้ความยาวของด้าน 2 ด้าน, ทฤษฎีบทพีทาโกรัส พุดถึงรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก, ด้านที่ยาวที่สุดคือด้านตรงข้ามมุมฉาก)

#### ขั้นสอน

2. นักเรียนศึกษาและทำบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อให้เกิดความเข้าใจในทฤษฎีบทพีทาโกรัส และ ครูเช็คความเข้าใจในการตอบคำถามของนักเรียนใน Dashboard History

#### ขั้นที่ 4 ตรวจสอบความรู้เดิม และ ศึกษาความรู้ใหม่

#### ขั้นสรุป

3. นักเรียนรวมกลุ่มกันสนทนาถึงบทเรียนที่ทำ เกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส และตัวแทนกลุ่มนำเสนอ วิธีคิดหาความยาวในบทเรียนหน้าสุดท้ายที่ได้ทำ

4. นักเรียนรวมกลุ่มกันแก้ปัญหาการติดตรงรวางานวัด(ธงสามเหลี่ยม) และรวมกันในกลุ่มออกแบบธงรวางานวัด(ธงสามเหลี่ยม) พร้อมทั้งนำเสนอผลงานในชั่วโมงถัดไป

#### ชั่วโมงที่ 4

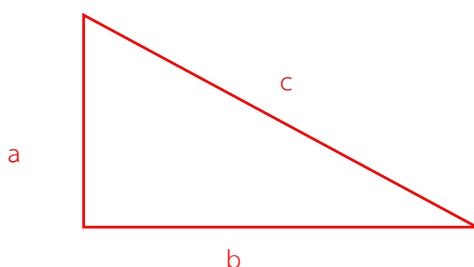
#### ขั้นนำ

1. ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนสนทนาเกี่ยวกับการหาความยาวของธงรวางานวัด ที่นักเรียนในกลุ่ม ร่วมกันแก้ปัญหานอกชั่วโมงเรียน คำถามที่ใช้อาจเป็น นักเรียนมีวิธีการหาความยาวของธงรวางานวัด อย่างไร (จะใช้ด้านที่ติดตรงรวางานสามเหลี่ยมให้เป็น  $x$  จะได้  $x^2$  เท่ากับ ด้านระเบียบยกกำลังสองบวก ระยะห่างระหว่างต้นไม้ยกกำลังสอง และแก้สมการหาค่า  $x$ )

#### ขั้นสอน

ขั้นที่ 5 การนำความรู้หรือข้อมูลที่เรารับรู้ใหม่มาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ตามความเข้าใจ

2. นักเรียนและครูร่วมกันสนทนาถึงทฤษฎีบทพีทาโกรัส

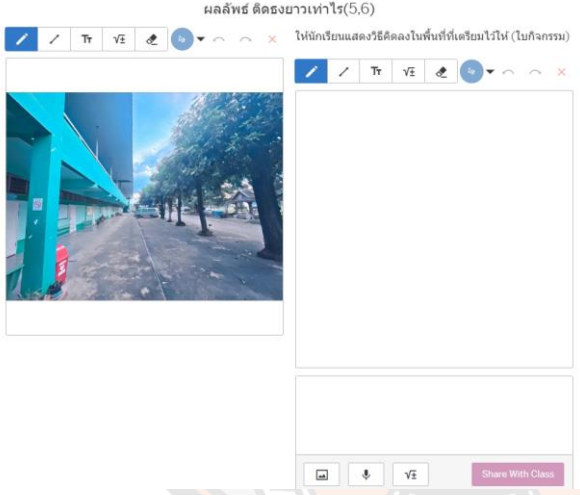


(สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความยาวด้านประกอบมุมฉาก ซึ่งเรียกว่า ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และสามารถเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง ความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้เป็น  $c^2 = b^2 + a^2$ )

3. นักเรียนในกลุ่มร่วมกันสนทนาแก้ปัญหาการติดตรงราวสามเหลี่ยม เพื่อเตรียมพร้อมในการอภิปรายหน้าชั้นเรียน พร้อมทั้งแต่ละคนตรวจสอบผลงานตนเองที่ทำลงในบทเรียนโปรแกรม Desmos โดยครูดูวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนได้ผ่าน Dashboard History และคอยให้คำชี้แนะ

Desmos Activity

นักเรียนแสดงวิธีแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรมใน Desmos และหาผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ (มีภาพจำลองทางคณิตศาสตร์ และสามารถเขียนสมการทฤษฎีบทพีทาโกรัสพร้อมตอบคำถามสถานการณ์ที่ได้)



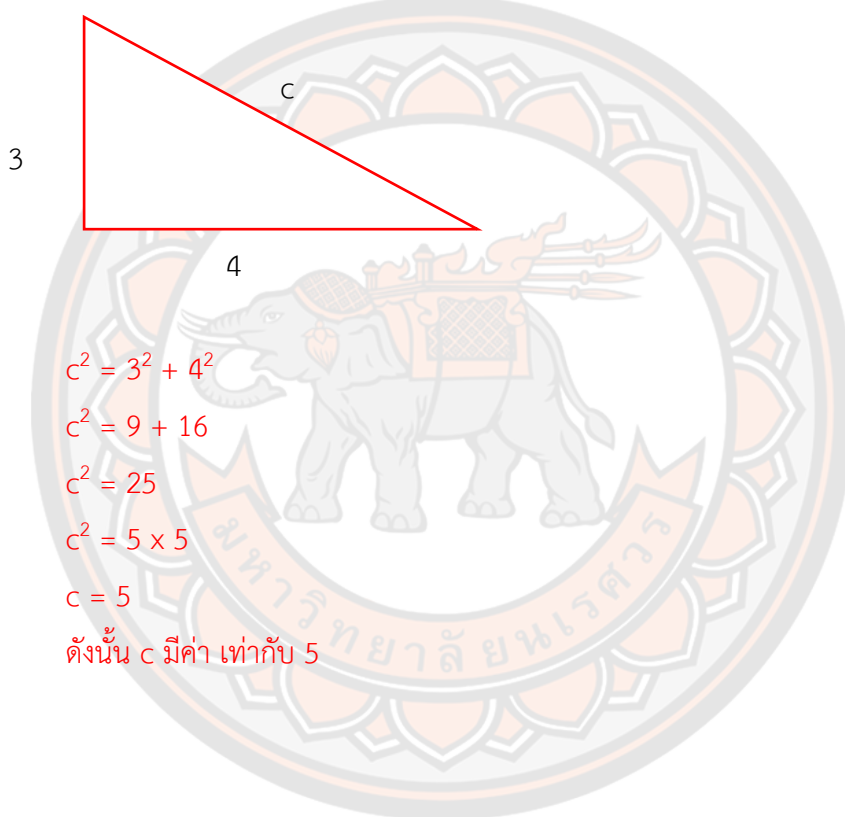
4. นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอวิธีคิดที่กลุ่มตัวเองสามารถนำมาแก้ปัญหาได้ จนครบทุกกลุ่ม

### ขั้นสรุป

5. นักเรียนและครูร่วมกับสนทนาถึงวิธีการแก้ปัญหาที่นำทฤษฎีบทพีทาโกรัสมา และกล่าวถึงทฤษฎีบทพีทาโกรัสที่ว่า เราสามารถหาความยาวของด้านที่เหลือได้ถ้ารู้ความยาวของด้าน 2 ด้าน สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความยาวด้านประกอบมุมฉาก

### ขั้นที่ 6 สรุปข้อมูลให้มีโครงสร้างและความหมายทางคณิตศาสตร์ ประเมินผล

6. นักเรียนและครู ร่วมสนทนาถึงวิธีการนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาหาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เมื่อรู้ด้าน 2 ด้าน จะได้ สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความยาวด้านประกอบมุมฉาก พร้อมยกตัวอย่าง การด้านที่ไม่ทราบค่าของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเมื่อรู้ด้าน 2 ด้าน





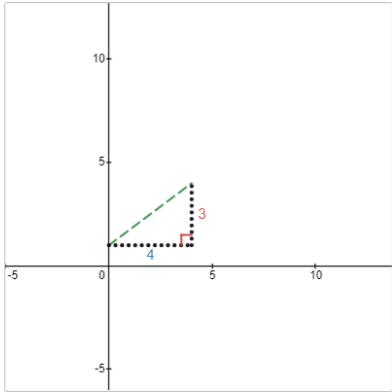
## 7. นักเรียนทำแบบทดสอบในบทเรียนโปรแกรม Desmos

Desmos Activity

ทดลองฝีมือ(5)

สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

จากรูป เส้นประสีเขียวมีความยาวเท่าใด (แสดงวิธีหาคำตอบ)



แนวการตอบ

$$c^2 = 3^2 + 4^2$$

$$c^2 = 9 + 16$$

$$c^2 = 25$$

$$c^2 = 5 \times 5$$

$$c = 5$$

ดังนั้น c มีค่า เท่ากับ 5

## 8. นักเรียนช่วยกันนำร่องงานวัด (ธงสามเหลี่ยม) ของตนเองไปติดหน้าตึก

## สื่อการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. บทเรียนโปรแกรมDesmos เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส
3. ใบกิจกรรม จะติดธงอย่างไร
4. ตลับเมตร
5. ไม้เมตร
6. กระดาษสี
7. เชือก

## การวัดและประเมินผล

จุดประสงค์	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้	ตรวจกิจกรรมในบทเรียนโปรแกรม Desmos	กิจกรรมในบทเรียนโปรแกรม Desmos	ตั้งแต่ระดับดี ขึ้นไป
นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้ในการแก้ปัญหาได้	ตรวจกิจกรรมในบทเรียนโปรแกรม Desmos	กิจกรรมในบทเรียนโปรแกรม Desmos	ตั้งแต่ระดับดี ขึ้นไป
	นำเสนอชิ้นงาน	แบบประเมินการนำเสนอชิ้นงานกลุ่ม	ตั้งแต่ระดับดี ขึ้นไป
นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำงานที่ได้รับมอบหมาย	สังเกตพฤติกรรม	แบบสังเกตพฤติกรรมระหว่างการจัดการเรียนรู้	ตั้งแต่ระดับดี ขึ้นไป



บันทึกผลหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหาหรืออุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แนวทางแก้ปัญหาเพื่อปรับปรุง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....


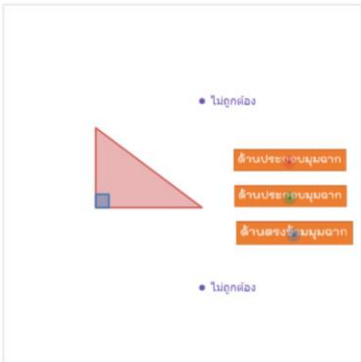
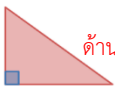
.....

.....

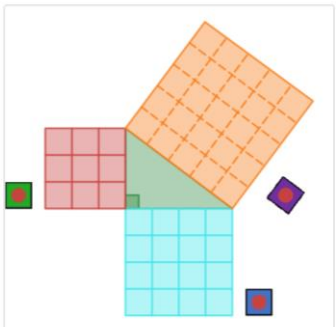
ลงชื่อ.....ผู้สอน



เกณฑ์การให้คะแนนชิ้นงานบทเรียนโปรแกรม Desmos

มโนทัศน์ 1 รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก คือ รูปสามเหลี่ยมที่มีมุมหนึ่งมุมเป็นมุมฉาก	
บทเรียนโปรแกรม Desmos	
<div style="text-align: center;"> <p>ทบทวนสามเหลี่ยมมุมฉาก(4)</p>  </div> <div style="margin-top: 10px;"> <p>ลักษณะของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เป็นอย่างไร</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> มุมภายในมุมหนึ่งมีขนาด 90 องศา</li> <li><input type="radio"/> มุมภายในมุมหนึ่งมีขนาด 130 องศา</li> <li><input type="radio"/> มุมภายในรวมกันได้ 90 องศา</li> </ul> </div>	
<p style="color: red;">แนวการตอบ มุมภายในมุมหนึ่งมีขนาด 90 องศา</p>	
ระดับ คะแนน	รายละเอียด
1	คำตอบของนักเรียนถูกต้องสมบูรณ์
0	คำตอบของนักเรียนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนทั้งหมดหรือคำตอบของนักเรียนไม่ตรงกับคำถามหรือนักเรียนไม่ตอบคำถาม
<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>แต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเรียกว่าอะไร(4)</p> <p>ให้คลิกเขียนจับคู่ชื่อแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากให้ถูกต้อง</p>  </div> <div style="width: 45%; text-align: right;">  </div> </div> <p style="color: red; margin-top: 10px;">แนวการตอบ</p>	



มโนทัศน์ 1 รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก คือ รูปสามเหลี่ยมที่มีมุมหนึ่งมุมเป็นมุมฉาก													
บทเรียนโปรแกรม Desmos													
ระดับ คะแนน	รายละเอียด												
2	คำตอบของนักเรียนถูกต้องสมบูรณ์ครบองค์ประกอบที่สำคัญ												
1	คำตอบของนักเรียนถูกบางส่วน แต่บางส่วนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน												
0	คำตอบของนักเรียนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนทั้งหมดหรือคำตอบของนักเรียนไม่ตรงกับคำถามหรือนักเรียนไม่ตอบคำถาม												
มโนทัศน์ 2 รูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความยาวด้านประกอบมุมฉาก													
บทเรียนโปรแกรม Desmos													
<div style="text-align: center;"> <p>หาพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากและด้านตรงข้ามมุมฉาก(4)</p>  <p>สี่เหลี่ยมจัตุรัสแต่ละรูปมีพื้นที่ที่ตารางหน่วย(ตอบเฉพาะตัวเลข) กำหนดให้สี่เหลี่ยมจัตุรัสสีเขียว สีม่วง และสีน้ำเงิน มีพื้นที่ 1 ตารางหน่วย โดยมีด้านกว้างยาว 1 หน่วย ด้านยาว ยาว 1 หน่วย</p> <table border="1" data-bbox="774 1288 1093 1444"> <thead> <tr> <th>รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส</th> <th>มีพื้นที่(ตารางหน่วย)</th> <th>ตรวจคำตอบ</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>สีแดง</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>สีฟ้า</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>สีส้ม</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> </div>		รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส	มีพื้นที่(ตารางหน่วย)	ตรวจคำตอบ	สีแดง			สีฟ้า			สีส้ม		
รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส	มีพื้นที่(ตารางหน่วย)	ตรวจคำตอบ											
สีแดง													
สีฟ้า													
สีส้ม													
<b>แนวการตอบ</b>													
<table border="1" data-bbox="414 1579 1045 1881"> <thead> <tr> <th>รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส</th> <th>มีพื้นที่(ตารางหน่วย)</th> <th>ตรวจคำตอบ</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>สีแดง</td> <td>9</td> <td>✓</td> </tr> <tr> <td>สีฟ้า</td> <td>16</td> <td>✓</td> </tr> <tr> <td>สีส้ม</td> <td>25</td> <td>✓</td> </tr> </tbody> </table>		รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส	มีพื้นที่(ตารางหน่วย)	ตรวจคำตอบ	สีแดง	9	✓	สีฟ้า	16	✓	สีส้ม	25	✓
รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส	มีพื้นที่(ตารางหน่วย)	ตรวจคำตอบ											
สีแดง	9	✓											
สีฟ้า	16	✓											
สีส้ม	25	✓											

มโนทัศน์ 2	
รูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความยาวด้านประกอบมุมฉาก	
บทเรียนโปรแกรม Desmos	
ระดับ คะแนน	รายละเอียด
2	คำตอบของนักเรียนถูกต้องสมบูรณ์
1	คำตอบของนักเรียนถูกบางส่วน แต่บางส่วนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน
0	คำตอบของนักเรียนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนทั้งหมดหรือคำตอบของนักเรียนไม่ตรงกับคำถามหรือนักเรียนไม่ตอบคำถาม

สังเกตลักษณะความสัมพันธ์ "กลุ่ม PLAY ทางซ้ายมือ 1"(4)

สังเกตลักษณะความสัมพันธ์ "กลุ่ม PLAY ทางซ้ายมือ 1"(4)

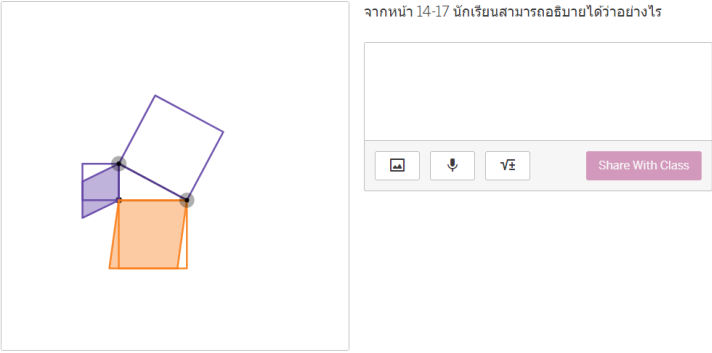
มโนทัศน์ 2

รูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความยาวด้านประกอบมุมฉาก

บทเรียนโปรแกรม Desmos

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส(4)

จากหน้า 14-17 นักเรียนสามารถอธิบายได้ว่อย่างไร



แนวการตอบ พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบประกอบมุมฉาก รวมกัน เท่ากับพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉาก

ระดับ คะแนน	รายละเอียด
2	คำตอบของนักเรียนถูกต้องสมบูรณ์ครบองค์ประกอบที่สำคัญ
1	คำตอบของนักเรียนถูกบางส่วน แต่บางส่วนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน
0	คำตอบของนักเรียนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนทั้งหมดหรือคำตอบของนักเรียนไม่ตรงกับคำถามหรือนักเรียนไม่ตอบคำถาม

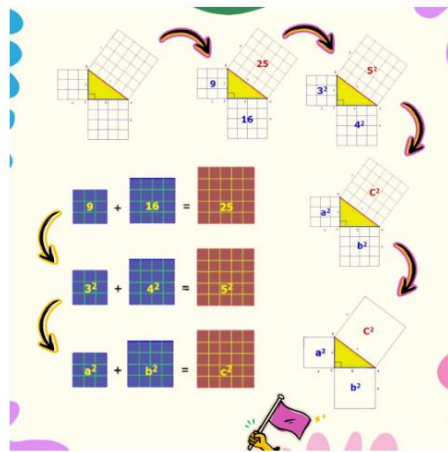
## มโนทัศน์ 2

รูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความยาวด้านประกอบมุมฉาก

บทเรียนโปรแกรม Desmos

## เข้าใจความสัมพันธ์

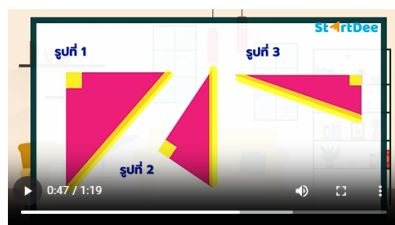
จากรูป นักเรียนเข้าใจความสัมพันธ์ของพื้นที่ทำอย่างไร จงอธิบาย



แนวคำตอบ พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบประกอบมุมฉาก รวมกัน เท่ากับพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก หรือ  $a^2 + b^2 = c^2$

ระดับคะแนน	รายละเอียด
2	คำตอบของนักเรียนถูกต้องสมบูรณ์ครบองค์ประกอบที่สำคัญ
1	คำตอบของนักเรียนถูกบางส่วน แต่บางส่วนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน
0	คำตอบของนักเรียนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนทั้งหมดหรือคำตอบของนักเรียนไม่ตรงกับคำถามหรือนักเรียนไม่ตอบคำถาม

## ด้านที่ไม่ทราบค่า(4)



จากรัตโอ นักเรียนคิดว่าเราจะหาความยาวของด้านที่เหลือแต่ละด้านได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

มโนทัศน์ 2

รูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความยาวด้านประกอบมุมฉาก

บทเรียนโปรแกรม Desmos

ด้านที่ไม่ทราบค่า(4)

จากรัสโธ นักเรียนคิดว่าเราจะหาความยาวของด้านที่เหลือและด้านใดหรือไม่ เพราะเหตุใด

รูปที่	a	b	c
1	3	4	c
2	8	10	a
3	b	13	5

แนวการตอบ ได้

ระดับ คะแนน	รายละเอียด
1	คำตอบของนักเรียนถูกต้องสมบูรณ์
0	คำตอบของนักเรียนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนทั้งหมดหรือคำตอบของนักเรียนไม่ตรงกับคำถามหรือนักเรียนไม่ตอบคำถาม

ด้านที่ไม่ทราบค่า(4)

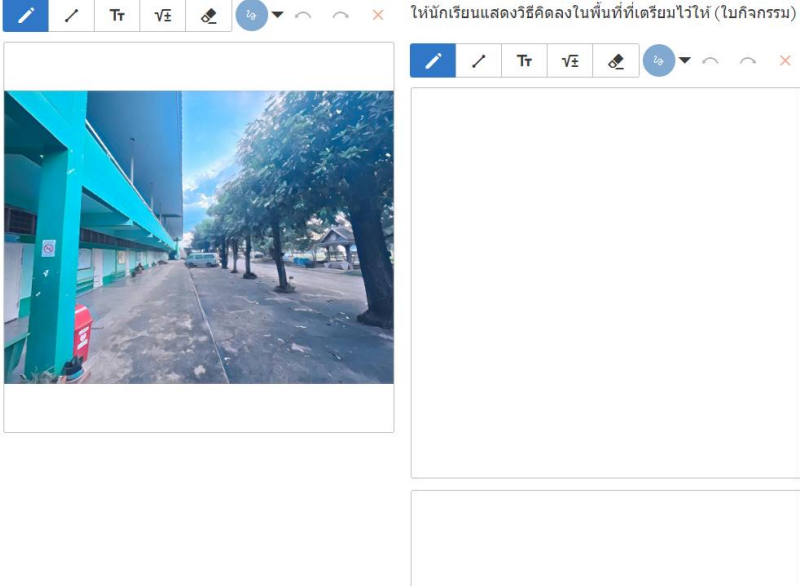
จากรัสโธ นักเรียนคิดว่าด้านที่เหลือยาวเท่าไร

13  
 14  
 15

แนวการตอบ 13

<p>มโนทัศน์ 2</p> <p>รูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความยาวด้านประกอบมุมฉาก</p>	
<p>บทเรียนโปรแกรม Desmos</p>	
<p>ระดับ คะแนน</p>	<p>รายละเอียด</p>
<p>1</p>	<p>คำตอบของนักเรียนถูกต้องสมบูรณ์</p>
<p>0</p>	<p>คำตอบของนักเรียนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนทั้งหมดหรือคำตอบของนักเรียนไม่ตรงกับคำถามหรือนักเรียนไม่ตอบคำถาม</p>
<p>นักเรียนคิดว่าด้านที่เหลือยาวเท่าไร(4)</p> 	
<p>แนวการตอบ 15</p>	
<p>ระดับ คะแนน</p>	<p>รายละเอียด</p>
<p>1</p>	<p>คำตอบของนักเรียนถูกต้องสมบูรณ์</p>
<p>0</p>	<p>คำตอบของนักเรียนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนทั้งหมดหรือคำตอบของนักเรียนไม่ตรงกับคำถามหรือนักเรียนไม่ตอบคำถาม</p>
<p>ทฤษฎีบทพีทาโกรัส(4)</p> <p>สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก</p> <p>จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ACE ที่กำหนดให้ จงหาค่า c</p> <p>จะได้ <math>c^2 = 6^2 + 8^2</math> ดังนั้น c มีค่าเท่ากับเท่าใด (แสดงวิธีหาคำตอบ)</p> 	



<p>มโนทัศน์ 2</p> <p>รูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความยาวด้านประกอบมุมฉาก</p>	
<p>บทเรียนโปรแกรม Desmos</p>	
<p>แนวการตอบ <math>c^2 = 6^2 + 8^2</math></p> <p><math>c^2 = 36 + 64</math></p> <p><math>c^2 = 100</math></p> <p><math>c^2 = 10 \times 10</math></p> <p><math>c = 10</math></p> <p>ดังนั้น <math>c</math> มีค่า เท่ากับ 10</p>	
ระดับ คะแนน	รายละเอียด
2	คำตอบของนักเรียนถูกต้องสมบูรณ์ครบองค์ประกอบที่สำคัญ
1	คำตอบของนักเรียนถูกบางส่วน แต่บางส่วนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน
0	คำตอบของนักเรียนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนทั้งหมดหรือคำตอบของนักเรียนไม่ตรงกับคำถามหรือนักเรียนไม่ตอบคำถาม
<p>ผลลัพธ์ ดัดตรงยาวเท่าไร(5,6)</p> <p>ให้นักเรียนแสดงวิธีคิดลงในพื้นที่ที่เตรียมไว้ให้ (ใบกิจกรรม)</p>  <p>แนวการตอบ การดัดตรงราวงานวัด(ตรงสามเหลี่ยม)ใช้ธงยาว.....เมตร</p> <p>มีวิธีคิดโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสคือ คือ <math>a^2 + b^2 = c^2</math></p>	

มโนทัศน์ 2	
รูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความยาวด้านประกอบมุมฉาก	
บทเรียนโปรแกรม Desmos	
(การแสดงวิธีคิดหาคำตอบโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส อยู่ในดุลยพินิจของครูผู้สอน)	
ระดับ คะแนน	รายละเอียด
2	คำตอบของนักเรียนถูกต้องสมบูรณ์ครบองค์ประกอบที่สำคัญ
1	คำตอบของนักเรียนถูกบางส่วน แต่บางส่วนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน
0	คำตอบของนักเรียนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนทั้งหมดหรือคำตอบของนักเรียนไม่ตรงกับคำถามหรือนักเรียนไม่ตอบคำถาม



### แบบประเมินชิ้นงานบทเรียนโปรแกรม Desmos

คำชี้แจง ให้ผู้สอนประเมินชิ้นงานบทเรียนโปรแกรม Desmos ของนักเรียนในระหว่างเรียนและนอกเวลาเรียน และลงคะแนนในช่องที่ตรงกับรายการประเมิน

ที่	ชื่อ-นามสกุล	รายการประเมิน										รวม	ระดับ คุณภาพ
		บอกความสัมพันธ์ของ ความยาวด้านของรูป สามเหลี่ยมมุมฉากตาม ทฤษฎีบทพีทาโกรัส				นำทฤษฎีบทพีทา โกรัสไปใช้ในการ แก้ปัญหา							
		2	2	2	2	1	1	1	2	2	16		

เกณฑ์การตัดสินคุณภาพ

ช่วงคะแนน	ระดับคุณภาพ
15 ขึ้นไป	ดีมาก
11 - 14	ดี
7 - 10	พอใช้
ต่ำกว่า 6	ปรับปรุง

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน

...../...../.....

เกณฑ์การให้คะแนนชิ้นงานบทเรียนโปรแกรม Desmos

(บอกความสัมพันธ์ของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามทฤษฎีบทพีทาโกรัส)

แต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเรียกว่าอะไร(4)

ให้นักเรียนจับคู่ชื่อแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใหญ่ที่สุด

**แนวการตอบ**

ด้านประกอบมุมฉาก

ด้านตรงข้ามมุมฉาก

ระดับ คะแนน	รายละเอียด
2	คำตอบของนักเรียนถูกต้องสมบูรณ์ครบองค์ประกอบที่สำคัญ
1	คำตอบของนักเรียนถูกบางส่วน แต่บางส่วนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน
0	คำตอบของนักเรียนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนทั้งหมดหรือคำตอบของนักเรียนไม่ตรงกับคำถามหรือนักเรียนไม่ตอบคำถาม

หาพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากและด้านตรงข้ามมุมฉาก(4)

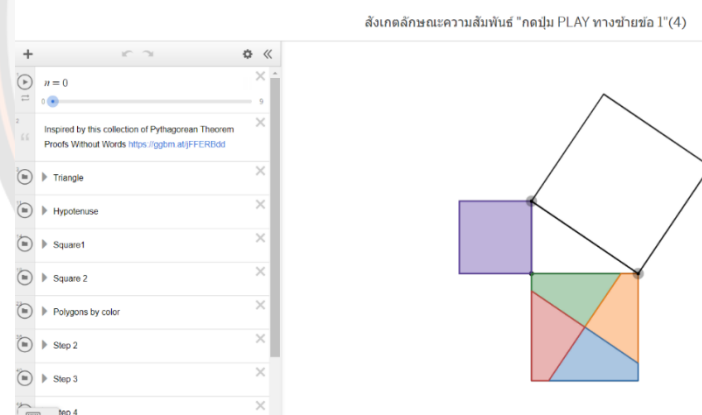
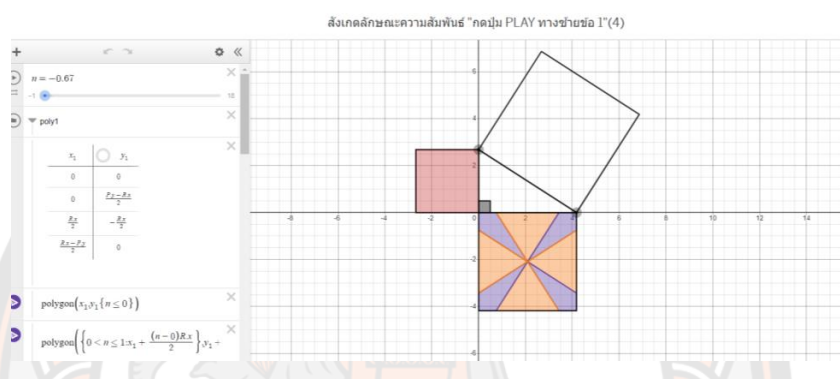
สี่เหลี่ยมจัตุรัสแต่ละรูปมีพื้นที่ตารางหน่วย(ตอบเฉพาะตัวเลข)  
กำหนดให้สี่เหลี่ยมจัตุรัสสีเขียว สีม่วง และสีน้ำเงิน มีพื้นที่ 1 ตารางหน่วย โดยมีด้านกว้างยาว 1 หน่วย ด้านยาว ยาว 1 หน่วย

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส	มีพื้นที่(ตารางหน่วย)	ตรวจคำตอบ
สีแดง		
สีฟ้า		
สีส้ม		

**แนวการตอบ**

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส	มีพื้นที่(ตารางหน่วย)	ตรวจคำตอบ
สีแดง	9	✓
สีฟ้า	16	✓
สีส้ม	25	✓

ระดับ คะแนน	รายละเอียด
2	คำตอบของนักเรียนถูกต้องสมบูรณ์
1	คำตอบของนักเรียนถูกต้องบางส่วน แต่บางส่วนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน
0	คำตอบของนักเรียนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนทั้งหมดหรือคำตอบของนักเรียนไม่ตรงกับคำถามหรือนักเรียนไม่ตอบคำถาม



ทฤษฎีบทพีทาโกรัส(4)



จากหน้า 14-17 นักเรียนสามารถอธิบายได้ว่อย่างไร

🖼
🔊
√x
Share With Class

แนวการตอบ พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบประกอบมุมฉาก รวมกัน เท่ากับพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉาก

ระดับ คะแนน	รายละเอียด
2	คำตอบของนักเรียนถูกต้องสมบูรณ์ครบองค์ประกอบที่สำคัญ
1	คำตอบของนักเรียนถูกบางส่วน แต่บางส่วนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน
0	คำตอบของนักเรียนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนทั้งหมดหรือคำตอบของนักเรียนไม่ตรงกับคำถามหรือนักเรียนไม่ตอบคำถาม

เข้าใจความสัมพันธ์

จากรูป นักเรียนเข้าใจความสัมพันธ์ทฤษฎีบทพีทาโกรัสว่อย่างไร จงอธิบาย



🖼
🔊
√x
Share With Class

แนวการตอบ พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบประกอบมุมฉาก รวมกัน เท่ากับพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก หรือ  $a^2 + b^2 = c^2$

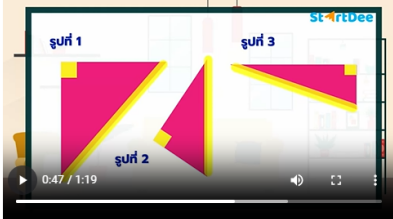


ระดับ คะแนน	รายละเอียด
2	คำตอบของนักเรียนถูกต้องสมบูรณ์ครบองค์ประกอบที่สำคัญ
1	คำตอบของนักเรียนถูกต้องบางส่วน แต่บางส่วนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน
0	คำตอบของนักเรียนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนทั้งหมดหรือคำตอบของนักเรียนไม่ตรงกับคำถามหรือนักเรียนไม่ตอบคำถาม



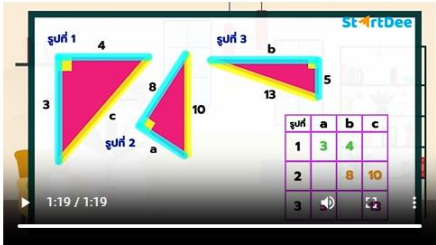
เกณฑ์การให้คะแนนชิ้นงานบทเรียนโปรแกรม Desmos  
(นำทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้ในการแก้ปัญหา)

ด้านที่ไม่ทราบค่า(4)



จากรัสดีโอ นักเรียนคิดว่าเราจะหาความยาวของด้านที่เหลือแต่ละด้านได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

ด้านที่ไม่ทราบค่า(4)

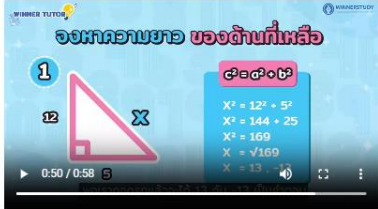


จากรัสดีโอ นักเรียนคิดว่าเราจะหาความยาวของด้านที่เหลือแต่ละด้านได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

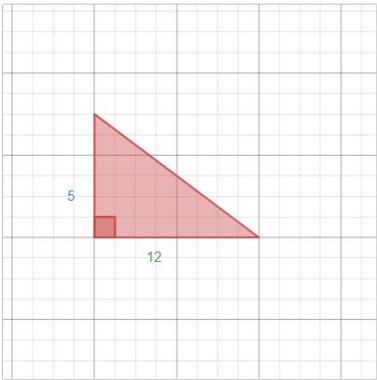
แนวการตอบ ได้

ระดับ คะแนน	รายละเอียด
1	คำตอบของนักเรียนถูกต้องสมบูรณ์
0	คำตอบของนักเรียนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนทั้งหมดหรือคำตอบของนักเรียนไม่ตรงกับคำถามหรือนักเรียนไม่ตอบคำถาม

ด้านที่ไม่ทราบค่า(4)



จากวิดีโอ นักเรียนคิดว่าด้านที่เหลือยาวเท่าไร

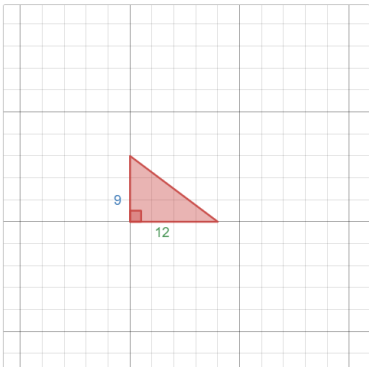


13  
 14  
 15

### แนวการตอบ 13

ระดับ คะแนน	รายละเอียด
1	คำตอบของนักเรียนถูกต้องสมบูรณ์
0	คำตอบของนักเรียนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนทั้งหมดหรือคำตอบของนักเรียนไม่ตรงกับคำถามหรือนักเรียนไม่ตอบคำถาม

นักเรียนคิดว่าด้านที่เหลือยาวเท่าไร(4)



15

14

13

### แนวการตอบ 15

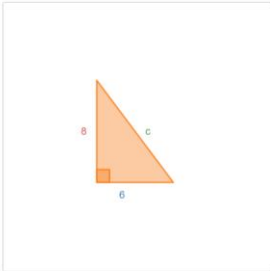
ระดับ คะแนน	รายละเอียด
1	คำตอบของนักเรียนถูกต้องสมบูรณ์
0	คำตอบของนักเรียนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนทั้งหมดหรือคำตอบของนักเรียนไม่ตรงกับคำถามหรือนักเรียนไม่ตอบคำถาม

**ทฤษฎีบทพีทาโกรัส(4)**

สำหรับสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ACB ที่กำหนดให้ จงหาค่า c

จะได้  $c^2 = 6^2 + 8^2$   
ดังนั้น c มีค่าเท่ากับเท่าใด (แสดงวิธีหาคำตอบ)



**แนวการตอบ**

$$c^2 = 6^2 + 8^2$$

$$c^2 = 36 + 64$$

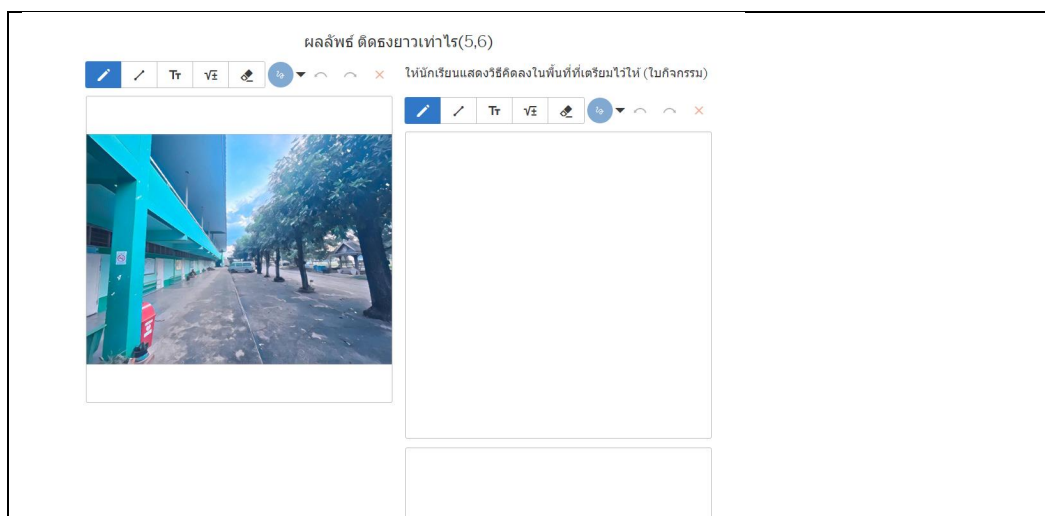
$$c^2 = 100$$

$$c^2 = 10 \times 10$$

$$c = 10$$

ดังนั้น c มีค่า เท่ากับ 10

ระดับ คะแนน	รายละเอียด
2	คำตอบของนักเรียนถูกต้องสมบูรณ์ครบองค์ประกอบที่สำคัญ
1	คำตอบของนักเรียนถูกต้องบางส่วน แต่บางส่วนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน
0	คำตอบของนักเรียนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนทั้งหมดหรือคำตอบของนักเรียนไม่ตรงกับคำถามหรือนักเรียนไม่ตอบคำถาม



แนวการตอบ การดัดตรงรางงานวัด(ตรงสามเหลี่ยม)ใช้ธงยาว.....เมตร

มีวิธีคิดโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสคือ คือ  $a^2 + b^2 = c^2$

(การแสดงผลวิธีคิดหาคำตอบโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส อยู่ในดุลยพินิจของครูผู้สอน)

ระดับ คะแนน	รายละเอียด
2	คำตอบของนักเรียนถูกต้องสมบูรณ์ครบองค์ประกอบที่สำคัญ
1	คำตอบของนักเรียนถูกบางส่วน แต่บางส่วนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน
0	คำตอบของนักเรียนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนทั้งหมดหรือคำตอบของนักเรียนไม่ตรงกับคำถามหรือนักเรียนไม่ตอบคำถาม

## แบบประเมินการนำเสนอชิ้นงาน

เรื่อง.....

ชั้น.....กลุ่ม.....

**คำชี้แจง** ให้ผู้สอนสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนในระหว่างเรียนและนอกเวลาเรียน แล้วขีด ✓ ลงในช่องที่ตรงกับระดับคะแนน

ที่	รายการประเมิน	ระดับคะแนน			
		4	3	2	1
1	เลือกใช้เนื้อหาทฤษฎีบทพีทาโกรัสในการแก้ปัญหา ถูกต้องชัดเจน				
2	ความถูกต้องของขั้นตอน วิธีการ การนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้ในการแก้ปัญหา				
3	ภาษาที่ใช้ในการนำเสนอชิ้นงาน ที่ผ่านวิธีการทางคณิตศาสตร์เข้าใจง่าย				
4	วิธีการนำเสนอชิ้นงานที่ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสในการแก้ปัญหา				
5	การตอบคำถามเกี่ยวกับชิ้นงานที่แก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส				
	รวม				

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน

...../...../.....

### เกณฑ์การให้คะแนน

ผลงานหรือพฤติกรรมสมบูรณ์ชัดเจน	ให้ 4 คะแนน
ผลงานหรือพฤติกรรมมีข้อบกพร่อง 1-2 ส่วน	ให้ 3 คะแนน
ผลงานหรือพฤติกรรมมีข้อบกพร่องมากกว่า 2 ส่วน	ให้ 2 คะแนน
ผลงานหรือพฤติกรรมมีข้อบกพร่องทั้งหมด	ให้ 1 คะแนน

### เกณฑ์การตัดสินคุณภาพ

ช่วงคะแนน	ระดับคุณภาพ
18-20	ดีมาก
14-17	ดี
10-13	พอใช้
ต่ำกว่า 10	ปรับปรุง



### แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม

คำชี้แจง ให้ผู้สอนสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนในระหว่างเรียนและนอกเวลาเรียน แล้วลงคะแนนในช่องที่ตรงกับระดับคะแนน

ที่	ชื่อ - นามสกุล	การแสดงความคิดเห็น				การยอมรับฟังคนอื่น				การทำงานตามที่ได้รับมอบหมาย				ความมีน้ำใจ				การมีส่วนร่วมในการปรับปรุงผลงานกลุ่ม				รวม		
		4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1			

### ตัวอย่าง แบบประเมินผลการจัดการเรียนรู้

สะท้อนครั้งที่..... วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....  
 แผนการจัดการเรียนรู้ที่..... เรื่อง.....  
 ครูผู้สอน.....สอนในระดับชั้น.....  
 ชื่อผู้สังเกต.....  
 ตำแหน่ง  ผู้วิจัย  ครูผู้ที่มีประสบการณ์สอน  
 ช่วงเวลาสังเกต.....

#### คำชี้แจง

- แบบประเมินผลการจัดการเรียนรู้ฉบับนี้ ใช้สำหรับการประเมินผลการจัดการเรียนรู้  
 คณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทาง  
 คณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งมีทั้งหมดขั้นตอน คือ  
 ขั้นที่ 1 สถานการณ์ปัญหา (Problem Scenario)  
 ผู้สอนจัดเตรียมสถานการณ์ที่เกิดในชีวิตจริง โดยจัดทำในโปรแกรม Desmos และผู้เรียน  
 จะต้องเริ่มทำเข้าใจกับปัญหา และตอบคำถามที่สามารถแก้ปัญหาสถานการณ์ที่ได้รับได้  
 ขั้นที่ 2 การค้นหาและระบุข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง (Identify Facts)  
 จากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้มีข้อมูลใดที่นักเรียนจะต้องรู้ นักเรียนหาข้อเท็จจริง  
 ตนเอง และร่วมกันวิเคราะห์และแสดงความคิดเห็นถึงข้อมูลที่เป็นจริงที่จะต้องรู้ และร่วมกันหา  
 ข้อเท็จจริง  
 ขั้นที่ 3 การสร้างแนวคิดและสมมุติฐาน (Generate Hypotheses)  
 นักเรียนในกลุ่มร่วมกันวิเคราะห์และแสดงความคิดเห็นถึงวิธีการและรูปแบบการติดธงราว  
 งานวัด(ธงสามเหลี่ยม) นักเรียนนำเสนอแนวคิดที่ได้สนทนากันในกลุ่ม ออกแบบลงใน Desmos และ  
 ร่วมกันอภิปรายถึงขนาดและรูปทรง ที่นักเรียนแต่ละกลุ่มได้  
 ขั้นที่ 4 ตรวจสอบความรู้เดิม และ ศึกษาความรู้ใหม่ (Knowledge Deficiencies)  
 นักเรียนทำใบกิจกรรมในDesmos ที่ผู้สอนจัดเตรียมไว้ให้ (เป็นใบกิจกรรมที่ใช้ทบทวน  
 ความรู้เดิมเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่เป็นพื้นฐานสำหรับทฤษฎีบทพีทาโกรัส  
 และความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัสที่นักเรียนต้องเรียนรู้ผ่านกิจกรรมในDesmos ลักษณะโจทย์มี  
 ทั้งทางด้านตรงข้ามมุมฉาก และด้านประกอบมุมฉาก) และผู้สอนสามารถดูการทำงานของนักเรียนได้  
 ผ่านDesmosและคอยให้คำแนะนำผู้เรียนขณะทำกิจกรรมเพื่อสร้างความเข้าใจ

ขั้นที่ 5 การนำความรู้หรือข้อมูลที่เราเรียนรู้ใหม่มาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ตามความเข้าใจ (Apply New Knowledge)

นักเรียนในกลุ่มร่วมกันสนทนาลงถึงวิธีการแก้ปัญหา นักเรียนจะมีวิธีการหาแก้ปัญหาได้อย่างไร (โดยการนักเรียนต้องแปลงปัญหาที่ได้รับเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ และหาผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ สามารถเขียนสมการพีทาโกรัสได้) นักเรียนแสดงวิธีแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรมใน Desmos และหาผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ (มีภาพจำลองทางคณิตศาสตร์ และสามารถเขียนสมการพีทาโกรัสได้) พร้อมตอบคำถามสถานการณ์ที่ได้รับ

ขั้นที่ 6 สรุปข้อมูลให้มีโครงสร้างและความหมายทางคณิตศาสตร์ และประเมินผล (Abstraction)

ตัวแทนกลุ่มนำเสนอแนวทางและวิธีแก้ปัญหากลุ่มตนเองค้นพบ (ผลงานในโปรแกรม Desmos และสมการพีทาโกรัสของแต่ละกลุ่มได้) พร้อมทั้งบอกลักษณะและสมการที่กลุ่มใช้ในการแก้ปัญหา

**มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส** คือ ความรู้ความเข้าใจของนักเรียนในการอธิบายสื่อความหมาย ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยอาศัยโครงสร้างหรือระบบทางคณิตศาสตร์ สรุปออกมาเป็นข้อสรุปหรือคำจำกัดความที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ กฎ บทนิยาม หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เกิดจากประสบการณ์ สามารถวัดได้โดยแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น คือ ข้อสอบอัตนัยแบบเขียนตอบ เป็นข้อสอบที่กำหนดปัญหาหรือคำถามให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้ที่มีอยู่ไปใช้ในการหาคำตอบ

2. ขอให้ผู้สะท้อนสังเกตพฤติกรรมกรรมการจัดการเรียนการสอนของครูผู้สอนภายในชั้นเรียน และบันทึกรายละเอียด ข้อดี ข้อที่ควรปรับปรุง สภาพปัญหา ข้อคิดเห็น และข้อเสนอแนะ ในแต่ละขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ เพื่อที่จะนำข้อมูลที่ได้ไปใช้ในการปรับปรุง และพัฒนาการจัดการเรียนรู้ในครั้งต่อไป

.....

การจัดการเรียนรู้แต่ละขั้นสอดคล้องกับนิยามของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับบทเรียนโปรแกรม Desmos เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หรือไม่

ขั้นที่ 1 สถานการณ์ปัญหา (Problem Scenario)

1.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้บรรลุตามจุดประสงค์ของขั้น หรือไม่ อย่างไร

บรรลุ       ไม่บรรลุ

1.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความสามารถในการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา และ พัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส หรือไม่ อย่างไร

ส่งเสริม       ไม่ส่งเสริม       ไม่แน่ใจ

1.3 จุดเด่น

1.4 ปัญหาและอุปสรรค

1.5 แนวทางแก้ปัญหา

ขั้นที่ 2 การค้นหาและระบุข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง (Identify Facts)

2.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้บรรลุตามจุดประสงค์ของขั้น หรือไม่ อย่างไร

บรรลุ       ไม่บรรลุ

2.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความสามารถในการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา และ พัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส หรือไม่ อย่างไร

ส่งเสริม       ไม่ส่งเสริม       ไม่แน่ใจ

## 2.3 จุดเด่น

.....

.....

## 2.4 ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

## 2.5 แนวทางแก้ปัญหา

.....

.....

ขั้นที่ 3 การสร้างแนวคิดและสมมุติฐาน (Generate Hypotheses)

## 3.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้บรรลุตามจุดประสงค์ของขั้น หรือไม่ อย่างไร

บรรลุ       ไม่บรรลุ

.....

.....

## 3.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความสามารถในการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา และ พัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส หรือไม่ อย่างไร

ส่งเสริม       ไม่ส่งเสริม       ไม่แน่ใจ

.....

.....

## 3.3 จุดเด่น

.....

.....

## 3.4 ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

## 3.5 แนวทางแก้ปัญหา

.....

.....

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบความรู้เดิม และ ศึกษาความรู้ใหม่ (Knowledge Deficiencies)

4.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้บรรลุตามจุดประสงค์ของขั้น หรือไม่ อย่างไร

บรรลุ       ไม่บรรลุ

4.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความสามารถในการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา และ พัฒนานวัตกรรมทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส หรือไม่ อย่างไร

ส่งเสริม       ไม่ส่งเสริม       ไม่แน่ใจ

4.3 จุดเด่น

4.4 ปัญหาและอุปสรรค

4.5 แนวทางแก้ปัญหา

ขั้นที่ 5 การนำความรู้หรือข้อมูลที่เราเรียนรู้ใหม่มาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ตามความเข้าใจ (Apply New Knowledge)

5.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้บรรลุตามจุดประสงค์ของขั้น หรือไม่ อย่างไร

บรรลุ       ไม่บรรลุ

5.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความสามารถในการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา และ พัฒนานวัตกรรมทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส หรือไม่ อย่างไร

ส่งเสริม       ไม่ส่งเสริม       ไม่แน่ใจ



## 5.3 จุดเด่น

.....

.....

## 5.4 ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

## 5.5 แนวทางแก้ปัญหา

.....

.....

ขั้นที่ 6 สรุปข้อมูลให้มีโครงสร้างและความหมายทางคณิตศาสตร์ และประเมินผล (Abstraction)

## 6.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้บรรลุตามจุดประสงค์ของขั้น หรือไม่ อย่างไร

บรรลุ       ไม่บรรลุ

.....

.....

## 6.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความสามารถในการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา และ พัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส หรือไม่ อย่างไร

ส่งเสริม       ไม่ส่งเสริม       ไม่แน่ใจ

.....

.....

## 6.3 จุดเด่น

.....

.....

## 6.4 ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

## 6.5 แนวทางแก้ปัญหา

.....

.....

สรุปภาพรวมของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

2.1 จุดเด่นในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

.....

.....

2.2 จุดที่ควรปรับปรุง (พร้อมแนวทางการปรับปรุง)

.....

.....

2.3 ข้อคิดเห็นและข้อเสนอแนะอื่น ๆ

.....

.....

ลงชื่อ.....ลงชื่อ.....  
 (.....) (.....)

ผู้รับการสังเกต

ผู้สังเกต

