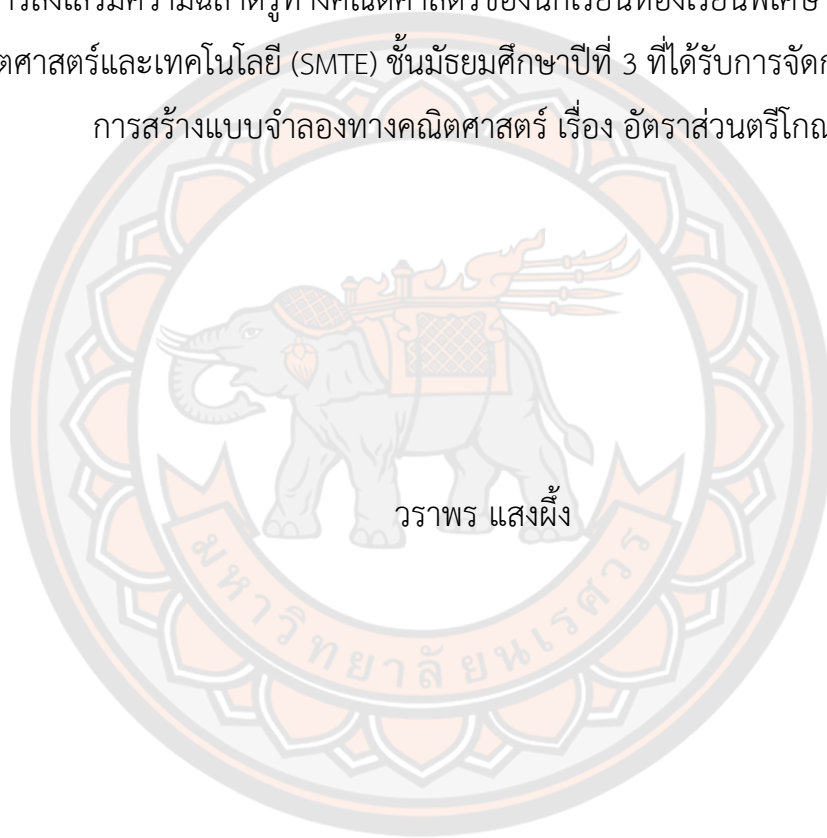




การส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษ วิทยาศาสตร์  
คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี (SMTE) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้น  
การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ



การค้นคว้าอิสระเสนอบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยนเรศวร  
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต  
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา  
ปีการศึกษา 2567  
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยนเรศวร

การส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษ วิทยาศาสตร์  
คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี (SMTE) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้น  
การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ



การค้นคว้าอิสระเสนอบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยนเรศวร  
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต  
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา  
ปีการศึกษา 2567  
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยนเรศวร

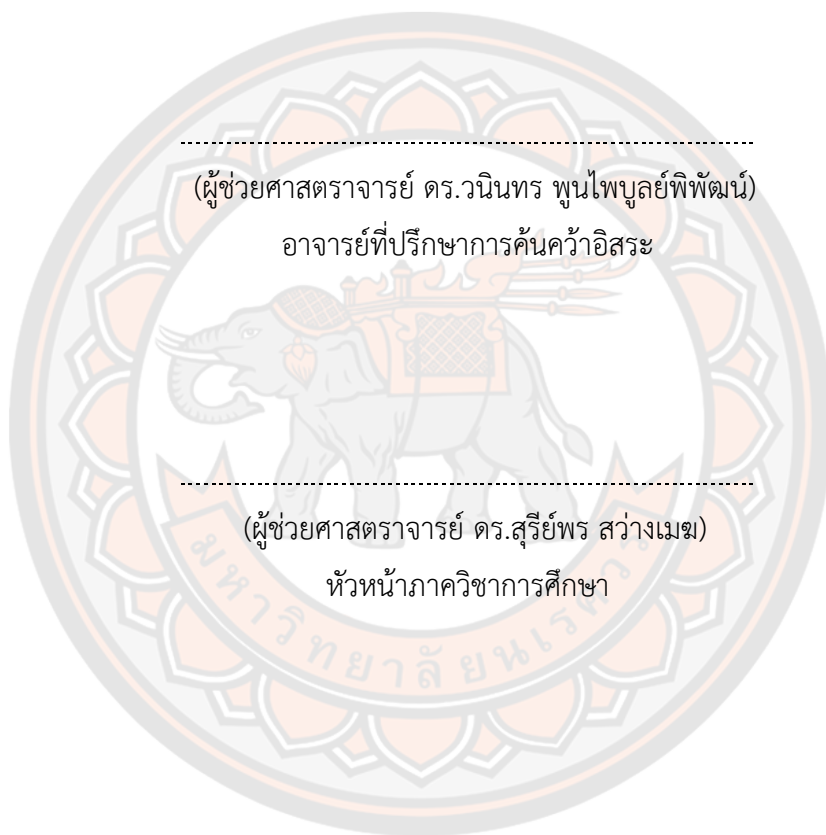
การค้นคว้าอิสระ เรื่อง "การส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษ  
วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี (SMTE) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่  
เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ"  
ของ วราพร แสงผึ้ง  
ได้รับการพิจารณาให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

.....  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วรินทร์ พูนไพบูลย์พัฒนา)

อาจารย์ที่ปรึกษาการค้นคว้าอิสระ

.....  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรีย์พร สว่างเมฆ)

หัวหน้าภาควิชาการศึกษา



<b>ชื่อเรื่อง</b>	การส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษ วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี (SMTE) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ
<b>ผู้วิจัย</b>	วรภาพร แสงผึ้ง
<b>ประธานที่ปรึกษา</b>	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วรินทร์ พูนไพบูลย์พิพัฒน์
<b>ประเภทสารนิพนธ์</b>	การค้นคว้าอิสระ กศ.ม. คณิตศาสตร์ศึกษา, มหาวิทยาลัยนเรศวร, 2567
<b>คำสำคัญ</b>	ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์, แบบจำลองทางคณิตศาสตร์, อัตราส่วนตรีโกณมิติ

### บทคัดย่อ

ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์นั้นมีความจำเป็นอย่างยิ่งทั้งต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริงของนักเรียน และจากผลการประเมินความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของ PISA พบว่า นักเรียนไทยมีผลการประเมินต่ำกว่าค่าเฉลี่ยของ OECD ดังนั้น การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ และ 2) ส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ผู้เข้าร่วมวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมแห่งหนึ่งในจังหวัดพิษณุโลก จำนวน 30 คน และใช้รูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ใบกิจกรรม และแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การวิเคราะห์เชิงเนื้อหาและการวิเคราะห์แบบองค์ประกอบย่อยและตรวจสอบข้อมูลแบบสามเส้า

### ผลการวิจัยพบว่า

1. แนวทางการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ควรใช้สถานการณ์ปัญหาในบริบทของชีวิตจริงที่มีความน่าสนใจและเหมาะสมกับวัยของนักเรียนร่วมกับการใช้คำถามกระตุ้น ให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง โดยครูมีบทบาทเป็นผู้อำนวยความสะดวก ปล่อยให้คำแนะนำรวมทั้งตรวจสอบกระบวนการของนักเรียนอย่างสม่ำเสมอและทั่วถึง และจัด

บรรยากาศทำให้เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ในห้องเรียน

2. หลังเรียนรู้ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนใหญ่มีความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 กระบวนการ คือ การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ การใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์และการตีความและประเมินผลลัพธ์ อยู่ในระดับ 2 (ดี) - 3 (ดีมาก) นั่นคือ นักเรียนสามารถ 1) วิเคราะห์และระบุประเด็นปัญหาจากสถานการณ์ แปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ คือ การวาดภาพหรือการใช้ตารางเพื่อแสดงความสัมพันธ์และการใช้สมการเพื่อหาตัวไม่ทราบค่า 2) เลือกใช้ยุทธวิธีและดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และ 3) แปลความหมายผลลัพธ์ วิเคราะห์ความสมเหตุสมผลของวิธีการแก้ปัญหาเพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ที่ใกล้เคียงกันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม



<b>Title</b>	THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL LITERACY FOR SCIENCE MATH TECHNOLOGY AND ENVIRONMENT (SMTE) IN MATTHAYOMSUKSA 3 THROUGH LEARNING IMPLEMENTATION BASED ON MATHEMATICAL MODELS IN THE TOPIC OF TRIGONOMETRIC RATIO.
<b>Author</b>	Waraphon Saengphueng
<b>Advisor</b>	Assistant Professor Wanintorn Poonpaiboonpipat, Ph.D.
<b>Academic Paper</b>	M.Ed. Independent Study in Mathematics Education, Naresuan University, 2024
<b>Keywords</b>	Mathematical literacy, Mathematical models, Trigonometric ratio

### ABSTRACT

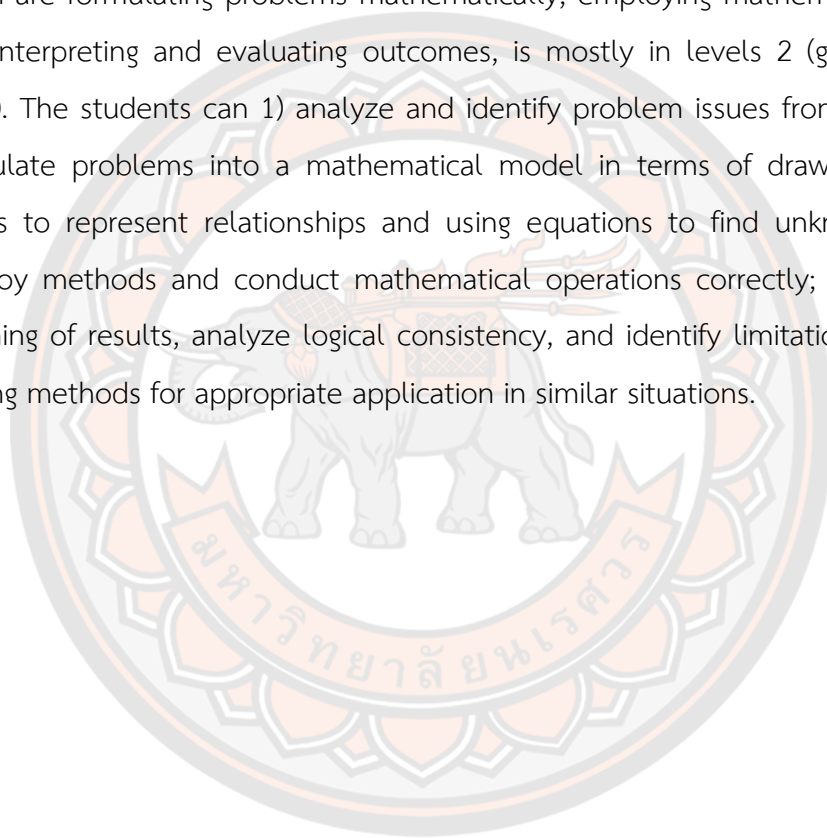
The mathematical literacy is crucial both for learning mathematics and for applying mathematical knowledge to solve real-life problems of students, and from the assessment results of mathematical literacy by PISA, it is found that Thai students have lower assessment scores than the OECD average. The aims of this research are to study the guidelines for using mathematical modeling that enhance mathematical literacy and study the effect of mathematical modelling process on mathematical literacy in the topic of trigonometric ratio. The participants in this research are 30 students in grade 9 of a high school in Phitsanulok. The methodology of this research was classroom action research. The research instruments were four lesson plans based on mathematical modeling, a reflective learning form, activity sheets, and a mathematical literacy test. Data were analyzed by content analysis and analytic rubrics and data creditability by triangulation method.

The results revealed that

1. The teaching through mathematical modelling problem situations should be used in real-life contexts that are interesting and appropriate for the students'

ages combined with the use of stimulating thinking questions. The students engage in practical activities. The teacher plays the role of facilitator, providing guidance and regularly checking students' progress comprehensively, and create an atmosphere for exchanging ideas within the classroom.

2. The results revealed after learning through activities based on mathematical modeling that students' mathematical literacy in all three processes, which are formulating problems mathematically, employing mathematical concepts, and interpreting and evaluating outcomes, is mostly in levels 2 (good) to 3 (very good). The students can 1) analyze and identify problem issues from situations and formulate problems into a mathematical model in terms of drawing diagrams or tables to represent relationships and using equations to find unknown values; 2) employ methods and conduct mathematical operations correctly; 3) interpret the meaning of results, analyze logical consistency, and identify limitations of problem-solving methods for appropriate application in similar situations.



## ประกาศคุณูปการ

การค้นคว้าอิสระฉบับนี้สามารถสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี เนื่องจากได้รับความกรุณาจากท่าน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วรินทร์ พูนไพบูลย์พิพัฒน์ อาจารย์ที่ปรึกษาการค้นคว้าอิสระ ท่านผู้ให้ คำปรึกษาให้คำชี้แนะแนวทางที่ถูกต้อง และตรวจสอบข้อบกพร่องให้ผู้วิจัยได้นำกลับไปแก้ไขเพื่อเป็น ประโยชน์ต่อการค้นคว้าอิสระให้ประสบความสำเร็จไปได้ด้วยดี อีกทั้งยังเป็นแรงผลักดันให้ผู้วิจัยสามารถ ก้าวข้ามอุปสรรคที่เกิดขึ้นตลอดระยะเวลาที่ทำการค้นคว้าอิสระในครั้งนี้ ผู้วิจัยใคร่ขอกราบขอบพระคุณ ท่านอาจารย์เป็นอย่างสูง

กราบขอบพระคุณท่านอาจารย์ ดร.อาทร นกแก้ว อาจารย์ประจำภาควิชาการศึกษา คณะ ศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จักรกฤษ กลิ่นเอี่ยม อาจารย์ประจำภาควิชา คณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร และท่าน นิภาพร ไทยหล่อ ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนเฉลิมขวัญสตรี จังหวัดพิษณุโลก ที่ท่านเสียสละเวลาให้ คำแนะนำและข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ต่อการศึกษาค้นคว้า และกรุณาตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ใน การค้นคว้าอิสระในครั้งนี้ จนทำให้ได้เครื่องมือที่สมบูรณ์ไปใช้ในการเก็บข้อมูล

กราบขอบพระคุณท่าน สิริพร ศิลปกุล ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนเฉลิมขวัญสตรี จังหวัดพิษณุโลก ที่ได้เสียสละเวลาเป็นผู้ร่วมสังเกตการจัดการเรียนรู้และสะท้อน ผลการจัดการเรียนรู้ ที่นำไปสู่การพัฒนาการจัดการเรียนรู้ และทำให้การค้นคว้าอิสระในครั้งนี้มีความ สมบูรณ์

สุดท้ายนี้ขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ภาควิชาการศึกษาทุกท่านและขอใจเพื่อนนิสิต ปริญญาโทที่เป็นส่วนหนึ่งในการให้ความช่วยเหลือผู้วิจัยตลอดมา

คุณประโยชน์จากการค้นคว้าอิสระในครั้งนี้ ผู้วิจัยขอมอบและอุทิศแด่ผู้มีพระคุณทุกท่าน และ หวังเป็นอย่างยิ่งว่าการค้นคว้าอิสระในครั้งนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาการศึกษาต่อไป

วราพร แสงผึ้ง

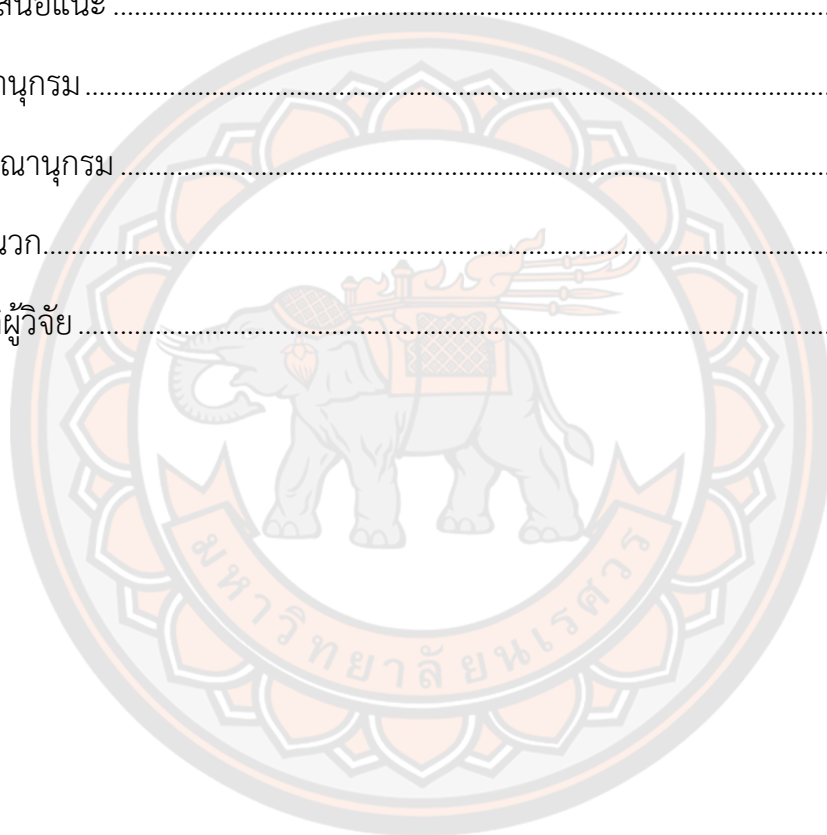


## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ค
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
ประกาศคุุณูปการ .....	ช
สารบัญ .....	ซ
สารบัญตาราง.....	ฅ
สารบัญภาพ.....	๗
บทที่ 1.....	1
ความเป็นมาของปัญหา.....	1
จุดมุ่งหมายของการวิจัย.....	4
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	4
ขอบเขตการวิจัย.....	5
1. ผู้เข้าร่วมวิจัย.....	5
2. ขอบเขตของเนื้อหา.....	5
3. ขอบเขตด้านเวลา.....	5
นิยามศัพท์เฉพาะ .....	5
1. การจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Models).....	5
2. ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical literacy).....	6
3. ห้องเรียนพิเศษ SMTE.....	8

บทที่ 2.....	9
โครงสร้างการจัดการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ.2551 ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560.....	10
การจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์.....	12
ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์.....	20
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	39
1. งานวิจัยในประเทศ.....	39
2. งานวิจัยต่างประเทศ.....	41
บทที่ 3.....	43
ผู้เข้าร่วมวิจัย.....	43
รูปแบบการวิจัย.....	43
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	44
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	57
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	58
บทที่ 4.....	60
ตอนที่ 1 แนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทาง คณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ห้องเรียนพิเศษ SMTE เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ.....	60
ตอนที่ 2 ผลการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริม ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3.....	102
1. ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ระหว่างการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการ สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ.....	103

2. ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้าง แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ.....	118
บทที่ 5.....	123
สรุปผลการวิจัย.....	123
อภิปรายผลการวิจัย.....	126
ข้อเสนอแนะ .....	134
บรรณานุกรม.....	136
บรรณานุกรม.....	137
ภาคผนวก.....	143
ประวัติผู้วิจัย.....	179



## สารบัญตาราง

	หน้า
ตาราง 1 แสดงระดับความสามารถความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน.....	25
ตาราง 2 แสดงระดับความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ .....	27
ตาราง 3 แสดงคำอธิบายระดับความชำนาญด้านความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ PISA 2003 เนื้อหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ปริภูมิและรูปทรง .....	28
ตาราง 4 แสดงระดับความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์เนื้อหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ปริภูมิและ รูปทรง .....	29
ตาราง 5 แสดงระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Hayati and Kamid 2561) .....	30
ตาราง 6 แสดงการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทาง คณิตศาสตร์กับความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ .....	36
ตาราง 7 แสดงการวิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยกับ จุดมุ่งหมายของการวิจัย.....	44
ตาราง 8 แสดงสถานการณ์ของใบกิจกรรมที่ใช้ในแผนการจัดการเรียนรู้และเวลาที่ใช้ .....	46
ตาราง 9 แสดงการวิเคราะห์การสร้างแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ .....	50
ตาราง 10 แสดงเกณฑ์ระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ด้านการคิด สถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ .....	52
ตาราง 11 แสดงเกณฑ์ระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้แนวคิด ทางคณิตศาสตร์ .....	54
ตาราง 12 แสดงเกณฑ์ระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ด้านการตีความและ ประเมินผลลัพธ์ .....	55
ตาราง 13 รายละเอียดการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1.....	63

ตาราง 14 แสดงรายละเอียดการสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้ในวงรอบที่ 1 .....	65
ตาราง 15 แสดงปัญหาที่พบในการจัดการเรียนรู้แต่ละขั้นตอนพร้อมแนวทางการแก้ไข วงรอบที่ 1.....	69
ตาราง 16 แสดงรายละเอียดการปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 .....	72
ตาราง 17 รายละเอียดการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2.....	73
ตาราง 18 แสดงรายละเอียดการสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้ในวงรอบที่ 2.....	76
ตาราง 19 แสดงปัญหาที่พบในการจัดการเรียนรู้แต่ละขั้นตอนพร้อมแนวทางการแก้ไข วงรอบที่ 2.....	79
ตาราง 20 แสดงรายละเอียดการปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 .....	81
ตาราง 21 รายละเอียดการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3.....	83
ตาราง 22 แสดงรายละเอียดการสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้ในวงรอบที่ 3.....	86
ตาราง 23 แสดงปัญหาที่พบในการจัดการเรียนรู้แต่ละขั้นตอนพร้อมแนวทางการแก้ไข วงรอบที่ 3.....	89
ตาราง 24 แสดงรายละเอียดการปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 .....	91
ตาราง 25 รายละเอียดการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4.....	92
ตาราง 26 แสดงรายละเอียดการสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้ในวงรอบที่ 4.....	94
ตาราง 27 แสดงปัญหาที่พบในการจัดการเรียนรู้แต่ละขั้นตอนพร้อมแนวทางการแก้ไข วงรอบที่ 4.....	96
ตาราง 28 แนวทางการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริม ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ.....	98
ตาราง 29 แสดงจำนวนนักเรียนและร้อยละของนักเรียนตามระดับคุณภาพของความฉลาด รู้ทางคณิตศาสตร์ในวงรอบที่ 1.....	103

ตาราง 30 แสดงจำนวนนักเรียนและร้อยละของนักเรียนตามระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ในวงรอบที่ 2.....	106
ตาราง 31 แสดงจำนวนนักเรียนและร้อยละของนักเรียนตามระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ในวงรอบที่ 3.....	110
ตาราง 32 แสดงจำนวนนักเรียนและร้อยละของนักเรียนตามระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ในวงรอบที่ 4.....	113
ตาราง 33 แสดงจำนวนนักเรียนตามระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์แต่ละองค์ประกอบย่อยจากทั้ง 4 ใบบัณฑิต.....	117
ตาราง 34 แสดงจำนวนนักเรียนและร้อยละตามระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ จากแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ ในสถานการณ์ที่ 1 .....	118
ตาราง 35 แสดงจำนวนนักเรียนและร้อยละตามระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ จากแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ ในสถานการณ์ที่ 2.....	119
ตาราง 36 สรุประดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนส่วนใหญ่จากแบบทดสอบ ทั้ง 2 สถานการณ์ ตามองค์ประกอบย่อย.....	120
ตาราง 37 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี (SMTE) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.....	145
ตาราง 38 แสดงผลการประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ.....	149

## สารบัญภาพ

### หน้า

ภาพ 1 แสดงตัวอย่างของกระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Ang, 2001) .....	12
ภาพ 2 แสดงกระบวนการแก้ปัญหาโดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Kapur, 2005) ....	12
ภาพ 3 แสดงการสร้างแบบจำลอง 7 ขั้นตอน (Blum, 2015).....	14
ภาพ 4 วงจรการสร้างแบบจำลอง CCSSO (as cited in Martin, 2015 ).....	14
ภาพ 5 แสดงภาพจำลองสถานการณ์ปัญหา “บุรุษไปรษณีย์” .....	18
ภาพ 6 แสดงภาพจำลองสถานการณ์ “ประภาคาร” .....	20
ภาพ 7 แสดงแบบจำลองความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ในทางปฏิบัติ (สสวท., 2557).....	25
ภาพ 8 แสดงตัวอย่างข้อสอบของ PISA สถานการณ์ “การซื้อห้องชุด” .....	30
ภาพ 9 แสดงแนวคิดหาคำตอบของตัวอย่างข้อสอบของ PISA สถานการณ์ “การซื้อห้องชุด” .....	31
ภาพ 10 แสดงตัวอย่างของข้อสอบ PISA สถานการณ์ “ร้านไอศกรีม” .....	32
ภาพ 11 แสดงแนวคิดหาคำตอบของตัวอย่างข้อสอบของ PISA สถานการณ์ “ร้านไอศกรีม” .....	34
ภาพ 12 แสดงตัวอย่างข้อสอบ PISA สถานการณ์ “การสร้างด้วยลูกเต๋า” .....	35
ภาพ 13 แสดงวงรอบของการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน .....	44
ภาพ 14 แสดงการเขียนคำตอบของนักเรียนในองค์ประกอบย่อยที่ 1.1 จากสถานการณ์ “สำรวจรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก” .....	104
ภาพ 15 แสดงการเขียนคำตอบของนักเรียนในองค์ประกอบย่อยที่ 2.1 และ 2.3 จากสถานการณ์ “สำรวจรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก” .....	105

ภาพ 16 แสดงการเขียนคำตอบของนักเรียนในองค์ประกอบย่อยที่ 3.3 จากสถานการณ์ “สำรวจรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก” .....	106
ภาพ 17 แสดงการเขียนคำตอบของนักเรียนในองค์ประกอบย่อยที่ 1.2 จากสถานการณ์ “ความสูงของเสาธง” .....	107
ภาพ 18 แสดงการเขียนคำตอบของนักเรียนในองค์ประกอบย่อยที่ 2.2 จากสถานการณ์ “ความสูงของเสาธง” .....	108
ภาพ 19 แสดงการเขียนคำตอบของนักเรียนในองค์ประกอบย่อยที่ 3.3 จากสถานการณ์ “ความสูงของเสาธง” .....	109
ภาพ 20 แสดงการเขียนคำตอบของนักเรียนในองค์ประกอบย่อยที่ 1.3 จากสถานการณ์ “บ่อน้ำบาดาล” .....	111
ภาพ 21 แสดงการเขียนคำตอบของนักเรียนในองค์ประกอบย่อยที่ 2.1 และ 2.3 จาก สถานการณ์ “บ่อน้ำบาดาล” .....	112
ภาพ 22 แสดงการเขียนคำตอบของนักเรียนในองค์ประกอบย่อยที่ 3.1 จากสถานการณ์ “บ่อน้ำบาดาล” .....	112
ภาพ 23 แสดงการเขียนคำตอบของนักเรียนในองค์ประกอบย่อยที่ 1.3 จากสถานการณ์ “Wheelchair” .....	114
ภาพ 24 แสดงการเขียนคำตอบของนักเรียนในองค์ประกอบย่อยที่ 2.2 จากสถานการณ์ “Wheelchair” .....	115
ภาพ 25 แสดงการเขียนคำตอบของนักเรียนในองค์ประกอบย่อยที่ 3.2 จากสถานการณ์ “Wheelchair” .....	116
ภาพ 26 แสดงการเขียนคำตอบของนักเรียนในองค์ประกอบย่อยที่ 2.1 และ 2.3.....	121
ภาพ 27 แสดงการเขียนคำตอบของนักเรียนในองค์ประกอบย่อยที่ 3.1 การตีความผลลัพธ์ ทางคณิตศาสตร์ จากสถานการณ์ที่ 1 และสถานการณ์ที่ 2.....	122



## บทที่ 1

### บทนำ

#### ความเป็นมาของปัญหา

สังคมในปัจจุบันได้เข้าสู่สังคมแห่งการเปลี่ยนแปลงในศตวรรษที่ 21 ซึ่งเรียกว่า สังคมแห่งการเรียนรู้ เป็นสังคมที่ความเจริญก้าวหน้าด้านเทคโนโลยีและนวัตกรรมมีความก้าวกระโดด (พระณัฐวุฒิ พันทะลี, 2563) การเปลี่ยนแปลงนี้ได้ส่งผลกระทบต่อวิถีชีวิตของมนุษย์ ทำให้มนุษย์ต้องมีการปรับตัวอยู่เสมอ ดังนั้นการเตรียมความพร้อมเยาวชนให้มีศักยภาพหรือความสามารถพื้นฐานต่อการดำรงชีวิตในโลกที่มีการเปลี่ยนแปลงนี้จึงเป็นสิ่งที่จำเป็นที่ทุกประเทศทั่วโลกและประเทศไทยให้ความสำคัญเป็นอย่างมาก ทำให้การจัดการเรียนการรู้คณิตศาสตร์ในปัจจุบันนอกจากจะเน้นพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานแล้ว ยังเน้นการพัฒนาสมรรถนะที่จำเป็นเพื่อให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้ที่มีไปใช้ในการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในบริบทชีวิตจริงได้ มากกว่าการเรียนรู้แต่ภายในห้องเรียน ซึ่งมีองค์การเพื่อความร่วมมือทางเศรษฐกิจและการพัฒนา (Organisation for Economic Co-operation and Development หรือ OECD) เป็นผู้ริเริ่มในการใช้โปรแกรมประเมินสมรรถนะนักเรียนมาตรฐานสากล (Programme for International Student Assessment หรือ PISA) ซึ่งมีกรอบการประเมิน สมรรถนะที่เรียกว่า “ความฉลาดรู้” ครอบคลุมสมรรถนะสามด้าน ได้แก่ ความฉลาดรู้ด้านการอ่าน (Reading Literacy) ความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) และความฉลาดรู้ด้านวิทยาศาสตร์ (Scientific Literacy) (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2566: ออนไลน์)

ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์นั้นมีความจำเป็นอย่างยิ่งทั้งต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริงของนักเรียนและช่วยให้เข้าใจบทบาทและความสำคัญของคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงมากขึ้น ทำให้สามารถใช้ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับบริบทในชีวิตจริงและช่วยในการตัดสินใจ (Hayati & Kamid, 2019) นอกจากนี้ผู้วิจัยเห็นว่าความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนบรรลุวัตถุประสงค์ของโครงการห้องเรียนพิเศษ SMTE (Science Math Technology and Environment) ที่ว่า เพื่อพัฒนานักเรียนในโครงการให้มีความรู้ ความสามารถในการพัฒนาตนเองทั้งด้านวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ เทคโนโลยีและสิ่งแวดล้อม และการใช้ชีวิตร่วมกับผู้อื่น สามารถปรับตัว เข้ากับการเปลี่ยนแปลงไทยแลนด์ 4.0 และได้รับการส่งเสริมการทำโครงการวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี พร้อมทั้งได้รับการส่งเสริม สนับสนุนให้ไปนำเสนอผลงานทางวิชาการ ในระดับต่าง ๆ ซึ่ง

โรงเรียนที่เข้าร่วมโครงการจะต้องใช้หลักสูตรการสอนพิเศษที่ทำให้นักเรียนได้รับการพัฒนาและส่งเสริมกิจกรรมทางวิชาการ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2564: ออนไลน์)

ถึงแม้ประเทศไทยจะไม่ได้เป็นสมาชิก OECD แต่ได้มีการสมัครเข้าร่วม PISA ในฐานะประเทศร่วม (Partner countries) โดยมีสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ เป็นผู้ดำเนินการ และจากผลการประเมินระดับนานาชาติ Programme for International Student Assessment หรือ PISA ปี 2012 ที่เน้นประเมินความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นหลัก พบว่ามีแนวโน้มสูงขึ้นจากปี 2009 แต่ยังคงต่ำกว่าค่าเฉลี่ยของ OECD และมีแนวโน้มลดต่ำกว่าใน PISA 2000 การเพิ่มขึ้นของคะแนนคณิตศาสตร์มีขึ้นเฉพาะช่วง PISA 2009 ถึง PISA 2012 เท่านั้น และที่สำคัญคณิตศาสตร์มีคะแนนต่ำที่สุดในสามด้านที่ประเมิน (โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ, 2556) ผลการประเมินล่าสุดของ PISA 2022 ที่เน้นการประเมินความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียน เช่นเดียวกับ PISA 2003 และ PISA 2012 ประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ยอยู่ที่ 394 คะแนน คิดเป็น ร้อยละ 34.2 ของจำนวนนักเรียนที่เข้าสอบ ซึ่งผลการประเมินอยู่ในระดับ 1a โดยคะแนนเฉลี่ยในปี 2022 ลดลงจากทุกปีที่ผ่านมา นอกจากนี้ร้อยละของนักเรียนที่มีผลการประเมินอยู่ในระดับ 3 ขึ้นไป ยังมีจำนวนลดลงจากทุกปีที่ผ่านมาเช่นกัน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2566 : ออนไลน์) โดย PISA 2022 มีกรอบการประเมินกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 3 กระบวนการ ได้แก่ 1) การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ 2) การใช้แนวคิด ข้อเท็จจริง วิธีดำเนินการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 3) การตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะเป็นตัวบ่งชี้ว่านักเรียนสามารถนำฐานความรู้คณิตศาสตร์มาใช้และเผชิญหน้ากับปัญหาในโลกจริงได้เพียงใด

การจัดการเรียนรู้ในห้องเรียนคณิตศาสตร์ตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบันยังคงเป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการอธิบายเนื้อหาและการทำแบบฝึกทักษะโดยมีครูเป็นผู้ชี้แนะความรู้และนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา สอดคล้องกับ ธชนิ ไสยรส (2562) ได้กล่าวว่า “ครูเป็นผู้ถามคำถามที่มีคำตอบตายตัว นักเรียนเพียงตอบครูว่าใช่หรือไม่ใช่ ถูกต้องหรือไม่ถูกต้องเท่านั้น จะเห็นว่านักเรียนไม่มีโอกาสในการแสดงออกทางความคิดอย่างอิสระและไม่มีหลักฐานยืนยันได้อย่างแน่ชัดว่าการที่นักเรียนตอบได้นั้นเกิดจากความเข้าใจของนักเรียนเองหรือเกิดจากการชี้แนะคำตอบของครู” จึงส่งผลให้การพัฒนาทักษะต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์รวมถึงความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไม่มีประสิทธิภาพเท่าที่ควร ประกอบกับประสบการณ์ของผู้วิจัยด้านการจัดการเรียนรู้ในชั้นเรียน ในฐานะครูผู้สอน วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้มีการสังเกตชั้นเรียนที่รับผิดชอบในขณะที่ทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาในบริบทอื่น ๆ ซึ่งกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในบริบทชีวิตจริงจำเป็นต้องใช้

ทักษะหลายด้านประกอบกัน เช่น การคิดและการใช้เหตุผล การโต้แย้ง การสื่อสาร การสร้างตัวแบบ การตั้งปัญหาและการแก้ปัญหา การนำเสนอ การใช้สัญลักษณ์และการดำเนินการ (โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2557) เมื่อนักเรียนขาดสมรรถนะ ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ ที่เกี่ยวข้องกับการใช้ทักษะดังกล่าวข้างต้น จึงส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ที่มีไปประยุกต์ใช้หรือต่อยอดเพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์หรือบริบทที่พบเจอในชีวิตจริงได้

สาเหตุของปัญหาดังกล่าว อาจเกิดจากการจัดการเรียนรู้ของครูที่เน้นการอธิบายเนื้อหา มากกว่าการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองเท่าที่ควร และไม่ได้สนับสนุนให้นักเรียนรู้จักการแก้ปัญหาในบริบทที่มีความหลากหลาย ซึ่ง ชนนธร เข้มสุข (2560) ได้กล่าวว่า การเรียนรู้จะต้องไม่ใช่เพียงเรียนรู้จากสถานการณ์สมมติในห้องเรียนเท่านั้น แต่ครูต้องออกแบบการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้เรียนในสถานการณ์ที่ใกล้เคียงกับชีวิตจริงมากที่สุด และการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในโรงเรียนจำเป็นที่จะต้องเสริมสร้างให้นักเรียนสามารถนำเอาความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์จริงที่พบในชีวิตประจำวันได้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554) ดังนั้นการปรับวิธีการสอนของครูจากการเป็นผู้ถ่ายทอดความรู้ โดยใช้วิธีการบรรยายหรือยกตัวอย่าง ไปเป็นผู้อำนวยความสะดวกและสนับสนุนให้นักเรียนได้เรียนรู้อย่างมีความหมายจากการแก้ปัญหาในสถานการณ์จริงและสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองจึงมีส่วนสำคัญในการพัฒนาความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับกรอบแนวคิดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์รูปแบบหนึ่ง คือ การจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Models) ซึ่งเป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่แตกต่างไปจากการสอนแบบเดิม ซึ่งเน้นการเชื่อมโยงสถานการณ์ในโลกจริงกับโลกคณิตศาสตร์ โดยการแปลงสถานการณ์ในโลกจริงให้อยู่ในโลกคณิตศาสตร์แล้วจึงดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ Seebut et al. (2011, อ้างถึงใน ประสาน มีตภา, 2556) ได้กล่าวว่า วิธีการสร้างแบบจำลองเพื่อแก้ปัญหาที่มุ่งเน้นความหลากหลายของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนมีมุมมองที่กว้างขึ้นในการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ สอดคล้องกับงานวิจัยของ ชนน คันธาวัตร และวนินทร พูนไพบุลย์พิพัฒน์ (2561) ที่พบว่า การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ผ่านกระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ จะช่วยส่งเสริมการใช้หลักการ กระบวนการ นิยาม ทฤษฎีบท หรือกลยุทธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ไขปัญหา รวมถึงการวิเคราะห์ตีความและประเมินผลลัพธ์ที่มีต่อประเด็นปัญหาในชีวิตจริงได้ การศึกษาที่ผ่านมามีนักการศึกษา นักวิจัยหรือผู้ที่สนใจทั้งในประเทศไทยและต่างประเทศได้นำรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ไปใช้เพื่อพัฒนาทักษะความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอย่างแพร่หลายโดยส่วนใหญ่จะเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่อยู่ในรูปของการสร้างสมการเพื่อใช้แก้ปัญหาแต่สำหรับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่อยู่ในรูปแบบการวาด

ภาพทางเรขาคณิตหรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้กับเนื้อหาเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติยังไม่ค่อยพบมากนัก

กระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ 7 ขั้นตอน ตามกรอบแนวคิดของ Blum (2015) ประกอบด้วย ขั้นที่ 1 อ่านทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่ 2 ทำปัญหาให้ง่ายขึ้น ขั้นที่ 3 คิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ขั้นที่ 4 ดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ขั้นที่ 5 แปลความหมาย ขั้นที่ 6 ตรวจสอบความเหมาะสมและขั้นที่ 7 นำเสนอ เนื่องจากเนื้อหาเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ เป็นเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์ใช้ความรู้ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์จริง ซึ่งผู้เรียนสามารถใช้ยุทธวิธีทางคณิตศาสตร์ รวมถึงการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ ประกอบด้วย 1) การวาดภาพทางคณิตศาสตร์ 2) การเขียนสมการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาตัวไม่ทราบค่า และ 3) การใช้ตารางแสดงความสัมพันธ์

ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ห้องเรียนพิเศษ SMTE เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ผู้วิจัยคาดว่า หากครูจัดการเรียนรู้ที่ช่วยส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งถือว่าเป็นทักษะชีวิตพื้นฐานอย่างหนึ่งที่มีความจำเป็น เช่นเดียวกับการอ่านออกเขียนได้ให้แก่ นักเรียนจะส่งผลให้นักเรียนมีความเข้าใจบทบาทและความสำคัญของคณิตศาสตร์ซึ่งถือเป็นการเรียนรู้ที่มีความหมาย ทำให้นักเรียนมีศักยภาพในการแก้ไขหรือตัดสินใจสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตจริงบนพื้นฐานของคณิตศาสตร์ได้ โดยเป้าหมายสูงสุดของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของครู คือ สามารถเตรียมความพร้อมให้กับนักเรียนเพื่อให้ทำงานได้อย่างมั่นใจในสถานการณ์จริงของโลก (ไพรินทร์ ชุมค้ำน้อย, 2563)

### จุดมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ห้องเรียนพิเศษ SMTE เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ
2. เพื่อส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ห้องเรียนพิเศษ SMTE เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

### ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. แนวทางการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Models) สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2. แนวทางในการส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical literacy) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

### ขอบเขตการวิจัย

#### 1. ผู้เข้าร่วมวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ห้องเรียนพิเศษ SMTE โรงเรียนมัธยมแห่งหนึ่ง ในจังหวัดพิษณุโลก ที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 จำนวน 30 คน

#### 2. ขอบเขตของเนื้อหา

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษา คือ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัดที่ ค 2.2 ม.3/2 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง โดยแบ่งเนื้อหาออกเป็น 4 เรื่อง ดังนี้

- |   |                |
|---|----------------|
| 1. ความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติ   | เวลา 3 ชั่วโมง |
| 2. อัตราส่วนตรีโกณมิติ $\sin$ , $\cos$ , $\tan$ ของมุม $30^\circ$ , $45^\circ$ และ $60^\circ$ | เวลา 2 ชั่วโมง |
| 3. อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลม  | เวลา 2 ชั่วโมง |
| 4. การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการแก้ปัญหา   | เวลา 3 ชั่วโมง |

#### 3. ขอบเขตด้านเวลา

การวิจัยในครั้งนี้ดำเนินการในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 โดยใช้ระยะเวลาในการจัดการเรียนรู้ 4 สัปดาห์ จำนวน 10 ชั่วโมง

### นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Models) หมายถึง การจัดการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ผ่านสถานการณ์ปัญหาในบริบทชีวิตจริง โดยนักเรียนสามารถใช้ความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการแสดงแนวคิดได้อย่างอิสระ เริ่มจากการให้นักเรียนเผชิญปัญหาที่เป็นปัญหาในบริบทชีวิตจริงที่นักเรียนต้องใช้ในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการคิดเพื่อแก้ปัญหา โดยนักเรียนต้องมีการแปลงสถานการณ์ปัญหาในบริบทชีวิตจริงให้เป็นสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยใช้การวาดภาพ การใช้ตารางแสดงความสัมพันธ์ การเขียนสมการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาตัวไม่ทราบค่า จากนั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบเชิงคณิตศาสตร์ และนำคำตอบที่ได้ไปวิเคราะห์เป็นคำตอบของปัญหาในบริบทชีวิตจริง การจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย 7 ขั้นตอน ดังนี้

**ขั้นที่ 1 อ่านทำความเข้าใจปัญหา** คือ ครูทบทวนเนื้อหาเดิมที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่กำลังจะเรียนและแนะนำหัวข้อให้นักเรียนทราบผ่านการนำเสนอสถานการณ์ปัญหาในโลกจริง จากนั้นนักเรียนทำความเข้าใจเพื่อระบุประเด็นการเรียนรู้หรือข้อมูลที่ได้จากการศึกษาสถานการณ์ปัญหาด้วยตนเองหรือผ่านการวิเคราะห์ร่วมกันภายในกลุ่ม

**ขั้นที่ 2 ทำปัญหาให้ง่ายขึ้น** คือ นักเรียนพิจารณาประเด็นสำคัญของสถานการณ์ปัญหาในโลกจริง กำหนดความสัมพันธ์แต่ละประเด็นเพื่อสร้างข้อความและแปลงสถานการณ์ให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์รวมทั้งระบุข้อมูลหรือองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา โดยมีครูคอยให้คำแนะนำ

**ขั้นที่ 3 คิดให้เป็นคณิตศาสตร์** คือ นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากขั้นที่ 1 และขั้นที่ 2 มาวิเคราะห์ความสอดคล้องกับการแก้ปัญหาซึ่งอาจจะใช้การแยกย่อยสถานการณ์ แล้วแปลงให้อยู่ในรูปของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อย่างง่าย โดยใช้การวาดภาพ การใช้ตารางแสดงความสัมพันธ์ การเขียนสมการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาตัวไม่ทราบค่า โดยมีครูคอยสังเกตการณ์และให้คำแนะนำ

**ขั้นที่ 4 ดำเนินการทางคณิตศาสตร์** คือ นักเรียนดำเนินการใช้ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ กฎ บทนิยาม ทฤษฎีบท เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ เพื่อหาคำตอบผ่านแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนสร้างขึ้น โดยครูมีบทบาทในการให้คำแนะนำและตรวจสอบความถูกต้องของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

**ขั้นที่ 5 แปลความหมายผลลัพธ์กับสถานการณ์ปัญหาจริง** คือ นักเรียนตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้จากการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นกับสถานการณ์ปัญหาในโลกจริง โดยคำนึงถึงข้อจำกัดที่อาจเกิดขึ้นได้ในสถานการณ์จริง โดยมีครูคอยสังเกตการณ์และให้คำแนะนำ

**ขั้นที่ 6 ตรวจสอบความเหมาะสม** คือ นักเรียนร่วมกับพิจารณาถึงความสมเหตุสมผลของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เมื่อนำกลับมาอธิบายสถานการณ์ปัญหาในโลกจริง รวมถึงระบุขอบเขตหรือข้อจำกัดของแบบจำลองที่สร้างขึ้นกับการนำไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ ที่มีบริบทใกล้เคียงกัน โดยมีครูคอยสังเกตการณ์และให้คำแนะนำ

**ขั้นที่ 7 นำเสนอ** คือ นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอกระบวนการแก้ปัญหาโดยการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ตนเองสร้างขึ้น และร่วมกันอภิปรายแลกเปลี่ยนภายในห้องเรียน โดยครูทำหน้าที่เป็นผู้สังเกตการณ์และกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการอภิปรายร่วมกัน

**2. ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical literacy)** หมายถึง ความสามารถของแต่ละบุคคลในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และสามารถแปลงปัญหา ใช้คณิตศาสตร์ และตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาในบริบทชีวิตจริง รวมถึงการใช้แนวคิด

กระบวนการ ข้อเท็จจริง และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์เพื่อบรรยาย อธิบาย และคาดการณ์ปรากฏการณ์ต่าง ๆ ประกอบด้วย 3 กระบวนการ ดังนี้

**1. การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์** หมายถึง นักเรียนสามารถระบุประเด็นปัญหา อธิบายและนำเสนอเชิงคณิตศาสตร์ โดยจัดรูปอย่างง่ายหรือแยกย่อยสถานการณ์หรือปัญหา แปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ที่เป็นมาตรฐาน ประกอบด้วย

1.1 การระบุประเด็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ การระบุและอธิบายประเด็นปัญหาและข้อมูลที่จำเป็นทางคณิตศาสตร์ของสถานการณ์ปัญหาในโลกจริง

1.2 ระบุเงื่อนไขเบื้องต้น ทำสถานการณ์ปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่าย คือ การจัดรูปอย่างง่ายหรือแยกย่อยสถานการณ์ปัญหาเพื่อให้สามารถวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ได้รวมทั้งบอกเงื่อนไขที่จำเป็นในการแก้ปัญหา

1.3 แปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ที่เป็นมาตรฐานหรือในรูปอัลกอริทึม คือ การประยุกต์ใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การวาดภาพหรือการใช้ตารางเพื่อแสดงความสัมพันธ์ รวมทั้งแทนค่าข้อมูลลงในสมการ

**2. การใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์** หมายถึง นักเรียนใช้บทนิยาม กฎ และระบบที่มีกฎเกณฑ์ รวมถึงการใช้อัลกอริทึมที่คุ้นเคย ใช้กระบวนการที่มีหลายขั้นตอนและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เพื่อระบุวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และลงข้อสรุปโดยใช้รูปแบบการนำเสนอที่หลากหลาย ประกอบด้วย

2.1 ระบุวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสมกับประเด็นปัญหาและข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา

2.2 ใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสม คือ การใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ที่เลือกและการคิดเชิงคำนวณในการหาผลลัพธ์

2.3 ให้เหตุผลสำหรับกระบวนการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และลงข้อสรุป พิจารณาถึงความสอดคล้องระหว่างสถานการณ์หรือปัญหากับวิธีการหรือกระบวนการที่เลือกใช้

**3. การตีความและประเมินผลลัพธ์** หมายถึง นักเรียนสามารถตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากแบบจำลองให้อยู่ในบริบทโลกชีวิตจริงและรู้ถึงขอบเขตหรือข้อจำกัดของแนวคิดเชิงคณิตศาสตร์หรือวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างบริบทของปัญหากับรูปแบบการนำเสนอวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการตีความและการประเมินความเป็นไปได้และข้อจำกัดของวิธีแก้ปัญหา ประกอบด้วย

3.1 ดีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากแบบจำลองให้อยู่ในบริบทโลกชีวิตจริง คือ อธิบายผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณโดยใช้เครื่องมือหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์สู่ผลลัพธ์ของสถานการณ์ปัญหาในบริบทโลกชีวิตจริง

3.2 ประเมินความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กับบริบทโลกชีวิตจริง คือ ระบุได้ว่าผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้สมเหตุสมผลกับบริบทของปัญหาหรือไม่

3.3 รู้ขอบเขตหรือข้อจำกัดของวิธีการแก้ปัญหาที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ การระบุข้อจำกัดของวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา

ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 กระบวนการ ประเมินผลจากใบกิจกรรมระหว่างเรียน และแบบทดสอบความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

**3. ห้องเรียนพิเศษ SMTE** หมายถึง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เข้าร่วมโครงการห้องเรียนพิเศษ SMTE ในปีการศึกษา 2566 โดยได้รับการจัดการเรียนรู้ตามหลักสูตรของโครงการ Science Math Technology and Environment ซึ่งอยู่ภายใต้การดูแลของ สสวท.





## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวคิดทฤษฎีรวมถึงงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาค้นคว้า “การจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์” ตามหัวข้อดังต่อไปนี้

1. โครงสร้างการจัดการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ.2551 ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560

1.1 มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดที่สอดคล้องกับงานวิจัย

1.2 คำอธิบายรายวิชา

1.3 โครงสร้างเวลาการจัดการเรียนรู้ตามหนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ สสวท.

2. การจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

2.2 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

2.3 ตัวอย่างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

3. ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์

3.2 องค์ประกอบของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์

3.3 เกณฑ์การประเมินความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์

3.4 ตัวอย่างข้อสอบที่ใช้วัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์

3.5 ความสัมพันธ์ระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์กับ

ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

4.1 งานวิจัยในประเทศ

4.2 งานวิจัยต่างประเทศ

## โครงสร้างการจัดการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ.2551 ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560

### 1. สารการเรียนรู้มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดที่สอดคล้องกับงานวิจัย

สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์หารูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัดที่ ค 2.2 ม.3/2 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

### 2. คำอธิบายรายวิชา

คำอธิบายรายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค23102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2

ศึกษาค้นคว้า ฝึกทักษะ/กระบวนการเกี่ยวกับเรื่องต่อไปนี้

**ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร** คือ ชุดของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรอย่างน้อย 2 สมการ ที่แต่ละสมการเขียนแสดง ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณ คำตอบของระบบสมการเป็นคำตอบของแต่ละสมการในระบบสมการ เราใช้ระบบสมการ แทนสถานการณ์หรือปัญหา เพื่อนำ ไปสู่การหาคำตอบ ซึ่งคำตอบสอดคล้องกับทุกเงื่อนไขและมีความสมเหตุสมผลจะเป็น คำตอบของปัญหาหรือสถานการณ์วงกลมเป็นรูปเรขาคณิตสองมิติ ส่วนต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกัวงกลม มีมากมาย เช่น คอร์ด เส้นสัมผัสวงกลม มุมที่จุดศูนย์กลาง ของวงกลม มุมในส่วนโค้งของวงกลม ซึ่ง ความสัมพันธ์ระหว่างส่วนต่าง ๆ เหล่านี้ของวงกลม ประกอบกับความรู้ทางเรขาคณิต ทำให้เกิด สมบัติและทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมที่มีประโยชน์ในการจำลองสถานการณ์ รวมถึงการอธิบายและ แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และปัญหาในชีวิตจริงอย่างสมเหตุสมผล

**พีระมิด กรวย และทรงกลม** เป็นรูปเรขาคณิตสามมิติเนื่องจากปริมาตรของพีระมิด สัมพันธ์กับปริมาตรของปริซึม และ ปริมาตรของกรวยและปริมาตรของทรงกลมต่างก็สัมพันธ์กับ ปริมาตรของทรงกระบอก เราจึงใช้ปริมาตรของปริซึมและ ทรงกระบอกในการอธิบายที่มาของการหา ปริมาตรของพีระมิด กรวย และทรงกลม สำหรับพื้นที่ผิวของพีระมิดและกรวยสามารถ อธิบายและ หาได้จากพื้นที่ของรูปคลี่ของพีระมิดและกรวยนั้น แต่เนื่องจากทรงกลมมีลักษณะเฉพาะที่ไม่สามารถ ใช้พื้นที่ของ รูปเรขาคณิตสองมิติในการอธิบายที่มาของการหาพื้นที่ผิวได้โดยตรง ดังนั้นจึงใช้ความรู้ เกี่ยวกับปริมาตรของทรงกลมและปริมาตร ของพีระมิดมาอธิบายที่มาของการหาพื้นที่ผิว

**ความน่าจะเป็น** เป็นจำนวนที่ใช้เพื่อบอกโอกาสที่เหตุการณ์หนึ่ง ๆ จะเกิดขึ้น ซึ่งมี 3 ลักษณะ คือ ไม่เกิดขึ้นอย่างแน่นอนจะมีค่าความน่าจะเป็นเท่ากับ 0 อาจเกิดขึ้นหรือไม่ก็ได้ จะมีค่า ความน่าจะเป็นอยู่ระหว่าง 0 กับ 1 และเกิดขึ้นอย่างแน่นอนจะมีค่าความน่าจะเป็นเท่ากับ 1 ทั้งนี้

ในการบอกค่าความน่าจะเป็นอาจเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนทศนิยมหรือร้อยละ เราสามารถใช้ความน่าจะเป็นช่วยในการคาดการณ์ สร้างข้อสรุป และตัดสินใจแก้ปัญหา

**อัตราส่วนตรีโกณมิติ** เป็นอัตราส่วนของความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่สัมพันธ์กับขนาดของมุม ซึ่งเมื่อทราบขนาดของมุมและความยาวของด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากแล้ว จะสามารถนำไปใช้ในการหาความยาวของด้านอื่น ๆ ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากนั้นได้ เราสามารถแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตจริง โดยเฉพาะปัญหาที่เกี่ยวข้องกับระยะทางหรือความสูง โดยแปลงปัญหาให้เป็นแบบจำลองทางเรขาคณิต แล้วใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติมาช่วยในการแก้ปัญหา

โดยจัดประสบการณ์ หรือสร้างสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้าโดยปฏิบัติจริง ทดลอง สรุป รายงาน เพื่อพัฒนาทักษะและกระบวนการในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอประสบการณ์ด้านความรู้ ทักษะกระบวนการที่ได้ไปใช้เรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์ รวมทั้งเห็นคุณค่าและเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ สามารถทำงานอย่างเป็นระบบ ระเบียบ มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณและมีความเชื่อมั่นในตนเอง

การวัดและประเมินผล ใช้วิธีการที่หลากหลายตามสภาพความเป็นจริงให้สอดคล้องกับเนื้อหา และทักษะที่ต้องการวัด

รหัสตัวชี้วัด ค 1.3 ม.3/3 ค 2.2 ม.3/3 ค 2.1 ม.3/1 ค 2.1 ม.3/2 ค 3.2 ม.3/1 ค 2.2 ม.3/2

### 3. โครงสร้างเวลาการจัดการเรียนรู้ตามหนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ สสวท.

งานวิจัยในครั้งนี้ได้ศึกษาเนื้อหา เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ซึ่งมีโครงสร้างเวลาการจัดการเรียนรู้ ดังนี้

- |   |                |
|---|----------------|
| 1. ความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติ   | เวลา 3 ชั่วโมง |
| 2. อัตราส่วนตรีโกณมิติ $\sin$ , $\cos$ , $\tan$ ของมุม $30^\circ$ $45^\circ$ และ $60^\circ$ | เวลา 2 ชั่วโมง |
| 3. อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลม  | เวลา 2 ชั่วโมง |
| 4. การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการแก้ปัญหา   | เวลา 3 ชั่วโมง |

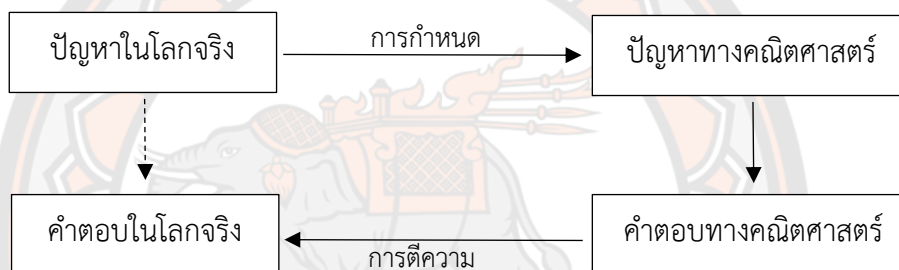
จากการศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด คำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และโครงสร้างเวลาในการจัดการเรียนรู้ พบว่า โครงสร้างการจัดการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ.2551 ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560 มุ่งเน้นการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในส่วนของเนื้อหาและทฤษฎี โดยเน้นให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากการลงมือปฏิบัติจริง เพื่อนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์จริงที่อาจพบเจอได้อย่างถูกต้อง

## การจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

### 1. ความหมายของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

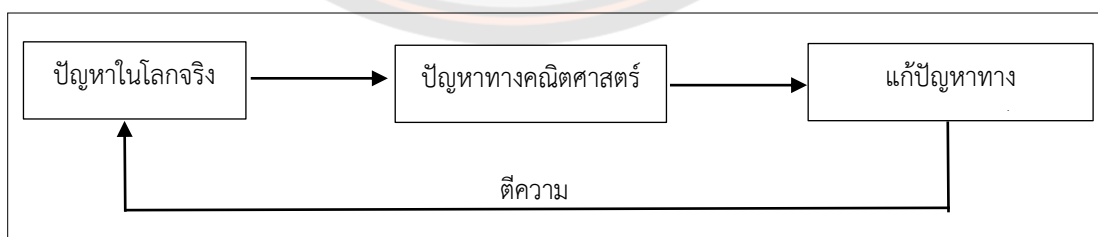
Mathematical Models หรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็นรูปแบบหนึ่งของการจัดการเรียนรู้ ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนใช้ความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาผ่านบริบทหรือสถานการณ์ในชีวิตจริง โดยมีหน่วยงานทางการศึกษา นักการศึกษา นักวิชาการ นักวิจัยได้ให้ความหมายของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Models) ไว้ดังนี้

Ang (2001) กล่าวว่า การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการนำเสนอปัญหาในโลกแห่งความเป็นจริง โดยเป็นการทำปัญหาที่เป็นนามธรรมให้อยู่ในรูปแบบที่ง่ายขึ้นอาจใช้คำศัพท์หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาแก้ปัญหา และตีความผลลัพธ์ที่ได้กลับไปยังโลกแห่งความเป็นจริง ดังภาพที่ 1



ภาพ 1 แสดงตัวอย่างของกระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Ang, 2001)

Kapur (2005) ได้ให้ความหมายว่า แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการแก้ปัญหาในโลกแห่งความเป็นจริง โดยการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของคณิตศาสตร์แล้วดำเนินการแก้ปัญหาจากนั้นจึงอาศัยการตีความคำตอบที่ได้ไปสู่อปัญหาในโลกจริง ดังภาพที่ 2



ภาพ 2 แสดงกระบวนการแก้ปัญหาโดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Kapur, 2005)

สสวท. (2555) ได้ให้ความหมายแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Modelling) ว่า เป็นโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ที่ใช้อธิบายลักษณะของสิ่งที่สนใจศึกษา ในรูปแบบของคณิตศาสตร์ เช่น สมการ อสมการ กราฟ รูปเรขาคณิต ข่ายงาน แผนภาพ เป็นต้น ซึ่งการนำ

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์มาใช้ ถือเป็นตัวช่วยในการมองความสัมพันธ์และองค์ประกอบต่าง ๆ ที่ปรากฏในสถานการณ์ที่สนใจศึกษา

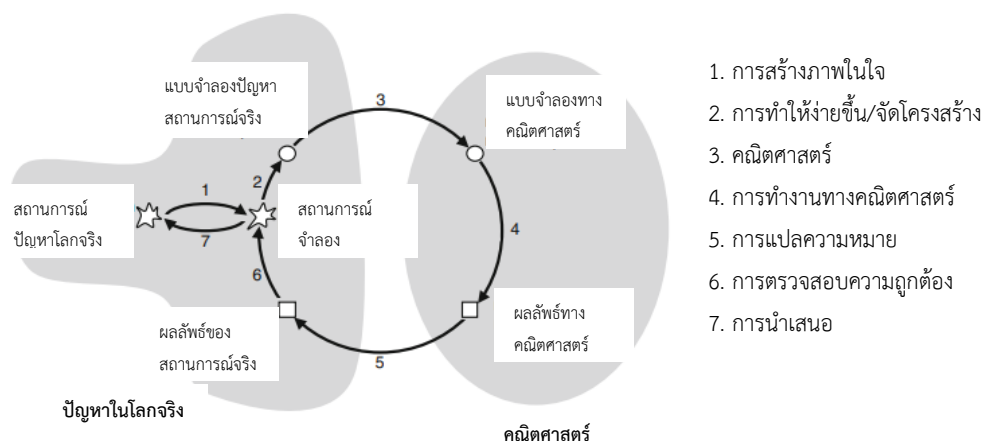
NCTM (2000) กล่าวว่า แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับคุณสมบัติที่สำคัญบางประการในสถานการณ์ปัญหาของโลกความจริง โดยใช้เครื่องหมาย สัญลักษณ์ ที่เป็นตัวแทนของคุณสมบัติข้างต้น สิ่งที่ควรคำนึงถึงเมื่อใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ คือ การวิเคราะห์และการให้เหตุผลเกี่ยวกับแบบจำลอง ลักษณะพิเศษของสถานการณ์ การพิจารณาความถูกต้องและข้อจำกัดของแบบจำลองนั้น

Niss (2012) มองว่า การสร้างแบบจำลอง คือ การเชื่อมโยงกันอย่างแยกไม่ออกระหว่างความสามารถทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน เช่น การอ่านและการสื่อสาร การออกแบบและประยุกต์ใช้กลยุทธ์การแก้ปัญหา หรือการทำงานทางคณิตศาสตร์ การใช้เหตุผลและการคำนวณ เป็นต้น โดยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะเป็นการลดความซับซ้อนของปัญหา สิ่งสำคัญคือ การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะต้องพิจารณาถึงข้อมูล คุณสมบัติและข้อเท็จจริงอย่างมีสติ

Turker et al. (2010) กล่าวว่า แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สามารถแปลงปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตจริงไปเป็นรูปแบบทางคณิตศาสตร์ โดยการทำให้ง่ายขึ้นหรือเป็นรูปธรรม กล่าวคือเป็นการเปลี่ยนแปลงปัญหาในชีวิตจริงไปเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

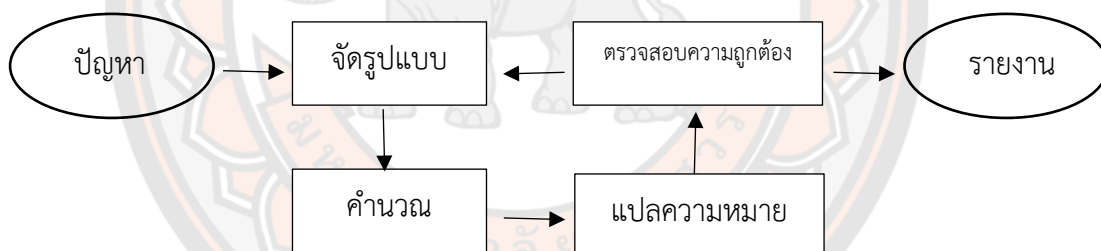
Henry and Pollak (2011) กล่าวว่า ผู้คนมักคิดว่าคณิตศาสตร์ที่พวกเขาเรียนมาในโรงเรียน กับคณิตศาสตร์ที่เจอหรือใช้ในชีวิตจริงมีความแตกต่างกันมากหรือแทบไม่มีอะไรเกี่ยวข้องกันเลย แต่แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Modelling) จะช่วยลดช่องว่างเหล่านั้น กล่าวคือ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง โดยการแปลสถานการณ์ปัญหาให้อยู่ในบริบทของคณิตศาสตร์แล้วดำเนินการแก้ปัญหาด้วยกระบวนการทางคณิตศาสตร์เชิงลึกและแปลความหมายทั้งหมดนี้กลับเข้าสู่สถานการณ์ในโลกแห่งความเป็นจริง และต้องมีการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ที่ได้

Blum (2015) ได้กล่าวถึงการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ว่าเป็นกระบวนการแก้ปัญหาในโลกแห่งความเป็นจริงหรือในบริบทชีวิตจริงด้วยคณิตศาสตร์ ผ่านความรู้ความเข้าใจ และเป็นการทำสถานการณ์ปัญหาในโลกจริงให้ง่ายขึ้น โดยจุดประสงค์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ไม่ใช่เพียงแค่อใช้ในการแก้ปัญหาเท่านั้นแต่ยังสามารถใช้ทำนายสถานการณ์ของโลกแห่งความเป็นจริงด้วย มีกระบวนการสร้างทั้งหมด 7 ขั้นตอน ดังภาพที่ 3



ภาพ 3 แสดงการสร้างแบบจำลอง 7 ขั้นตอน (Blum, 2015)

Gaimme (2015, as cited in Martin, 2016 ) ได้อธิบายว่า การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่ใช้คณิตศาสตร์ในการนำเสนอ วิเคราะห์ ทำนายหรือให้ข้อมูลเชิงลึกของปรากฏการณ์ในโลกแห่งความเป็นจริง ซึ่งมีวงจรการสร้าง ดังภาพที่ 4



ภาพ 4 วงจรการสร้างแบบจำลอง CCSSO (as cited in Martin, 2015 )

สุรสาธิต ผาสุข (2546, อ้างถึงใน จีระศักดิ์ ดีสะเมาะ, 2563) กล่าวว่า ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์หรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่สร้างขึ้นหรือออกแบบขึ้น เพื่อใช้ในการศึกษากรณีเฉพาะของสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงหรือปรากฏการณ์ธรรมชาติที่เกิดขึ้น ในรูปของคณิตศาสตร์

อนุวัตร จีระพัฒน์พานิช (2564) กล่าวว่า ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์หรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือหนึ่งที่ช่วยอธิบายสถานการณ์ในชีวิตจริงเป็นภาษาทางคณิตศาสตร์ โดยการเปลี่ยนสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงให้อยู่ในรูปของตัวแปรและสมการ ซึ่งสามารถตรวจสอบความถูกต้องของกลไกทางคณิตศาสตร์ และตรวจสอบได้ว่าตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์หรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์นั้นสะท้อนสถานการณ์ในชีวิตจริงหรือไม่

เบญจรัตน์ ขวัญคง และวรินทร์ พูนไพบูลย์พิพัฒน์ (2565) กล่าวว่า แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็นการแทนสถานการณ์ปัญหาให้ง่ายต่อการแก้ปัญหาด้วย ตัวแปร อสมการ ฟังก์ชัน ตาราง กราฟ รูปเรขาคณิต สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และแผนภาพต่าง ๆ สำหรับแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่สนใจจากการศึกษาความหมายของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ข้างต้น

กล่าวโดยสรุปว่า แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในบริบทชีวิตจริง โดยการแปลงสถานการณ์ปัญหาให้อยู่ในรูปของคณิตศาสตร์ เช่น สมการ อสมการ ตาราง กราฟ ฟังก์ชัน รูปภาพ รูปเรขาคณิต ซึ่งต้องอาศัยการประยุกต์ใช้กลยุทธ์ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา และตีความผลลัพธ์ไปสู่สถานการณ์ปัญหาในบริบทชีวิตจริง การวิจัยในครั้งนี้ได้ศึกษาการจัดการเรียนรู้โดยการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยใช้การวาดภาพ และใช้การคำนวณทางคณิตศาสตร์หรือสมการเพื่อหาตัวไม่ทราบค่า เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

## 2. ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนรู้ที่ใช้การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้ขั้นสูงทักษะในการระบุตัวแทนของสถานการณ์ปัญหาในโลกแห่งความเป็นจริงตลอดจนทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งกระบวนการเหล่านี้มีความสำคัญพอ ๆ กับการได้รับ "คำตอบที่ถูกต้อง" (Ang, 2001) ผู้วิจัยได้ศึกษากระบวนการและขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

วีรพล เทพบรรหาร และไพโรจน์ น่วมน่วม (2560) กล่าวว่า ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Florence Mihaela Singer และ Cristian Voica ที่ถูกพัฒนาขึ้นในปี 2012 ที่เน้นการตีความและใช้ตัวแทนทางความคิดร่วมกับความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ โดยมีขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การถอดรหัส (Decoding) เป็นขั้นที่เน้นให้นักเรียนได้มีการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล

ขั้นตอนที่ 2 การใช้ตัวแทน (Representing) เป็นขั้นที่เน้นให้นักเรียนได้มีการใช้ตัวแทนทางความคิด แทนข้อมูลหรือเงื่อนไขของปัญหาเพื่อให้เข้าใจปัญหาได้ชัดเจนมากขึ้น

ขั้นตอนที่ 3 การประมวลผล (Processing) เป็นขั้นที่เน้นให้นักเรียนได้มีการประมวลผลความรู้ความเข้าใจ เพื่อสร้างหรือเลือกตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ให้สัมพันธ์กับปัญหา รวมถึงการกำหนดวิธีการหรือแนวทางในการแก้ปัญหา

ขั้นตอนที่ 4 การดำเนินการ (Implementing) เน้นให้นักเรียนได้ดำเนินการหาคำตอบโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคทางคณิตศาสตร์ที่มีความเฉพาะกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

Blum (2015) ได้เสนอกระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการแก้ปัญหา มี ทั้งหมด 7 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ทำความเข้าใจ (understanding) เป็นการสร้างภาพในใจเพื่อทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา รวมทั้งอธิบายลักษณะสำคัญของปัญหาให้ผู้อื่นเข้าใจ

ขั้นตอนที่ 2 ทำปัญหาให้ง่ายขึ้น (structuring) เป็นการจัดโครงสร้างและทำปัญหาให้ง่ายขึ้น โดยการระบุข้อมูลที่ทราบหรือข้อมูลที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาหรือระบุความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหา

ขั้นตอนที่ 3 คิดให้เป็นคณิตศาสตร์ (mathematization) เป็นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยพิจารณาแนวคิดและความสัมพันธ์ กำหนดสมมติฐานของปัญหาและปรับใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมกับสถานการณ์ปัญหา

ขั้นตอนที่ 4 ดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (mathematical work) เป็นการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีตามสถานการณ์ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาจากแบบจำลองในขั้นที่ 3

ขั้นตอนที่ 5 ตีความ (interpretation) ตีความผลลัพธ์ที่ได้กลับไปยังสถานการณ์จริง โดยการตรวจสอบความสอดคล้องของวิธีการแก้ปัญหากับสถานการณ์ในบริบทจริง

ขั้นตอนที่ 6 ตรวจสอบ (valid) ตรวจสอบความถูกต้องของผลลัพธ์ โดยการประเมินความถูกต้องของแบบจำลอง ว่าทำให้ได้วิธีการแก้ปัญหากที่ครอบคลุมหรือไม่ รวมทั้งระบุข้อจำกัดของแบบจำลองในการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 7 นำเสนอ (presentation) นำเสนอวิธีการแก้ปัญหากที่ได้โดยการอธิบายเหตุผลของการแก้ปัญหากแต่ละขั้นตอน ระบุขอบเขตข้อจำกัดของแบบจำลองที่ได้ รวมทั้งรับฟังข้อเสนอแนะจากเพื่อนและวิเคราะห์การนำเสนอของเพื่อนร่วมชั้นอย่างมีวิจารณญาณ

CCSSI (2010, as cited in Martin, 2016) ได้เสนอแนวทางในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการจัดการเรียนรู้ไว้ทั้งหมด 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ตั้งสมมติฐาน (formulate) เป็นการตั้งสมมติฐานเพื่อลดความซับซ้อนของสถานการณ์ปัญหา รวมทั้งระบุข้อมูลสำคัญของสถานการณ์

ขั้นตอนที่ 2 วิเคราะห์ความสัมพันธ์ (compute) เป็นการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลเพื่อหาผลลัพธ์ โดยการใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ เช่น ไดอะแกรม ตารางสองทาง กราฟ หรือสูตรทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น

ขั้นตอนที่ 3 ตีความผลลัพธ์ (interpret) เป็นการตีความผลลัพธ์ที่ได้กลับไปยังบริบทของสถานการณ์จริง



ขั้นตอนที่ 4 ตรวจสอบผลลัพธ์ (validate) เป็นการตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้หากยังมีข้อผิดพลาดสามารถดำเนินการปรับปรุงแบบจำลองได้

Kim (2005, อ้างถึงใน วาสุกี แสงป้อม, 2564) กล่าวว่า แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนซึ่งประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนร่วมกันระบุดจุดประสงค์ของปัญหา สร้างสมมติฐาน เก็บรวบรวมข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหาเป็นรายกลุ่ม

ขั้นตอนที่ 2 ขั้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ นักเรียนร่วมกันสร้างแบบจำลองที่มีความซับซ้อนน้อยที่สุด รวบรวมข้อมูลที่เป็นเพิ่มเติม ระบุนความสัมพันธ์ของตัวแปร และใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา

ขั้นตอนที่ 3 ขั้นการปรับแต่ง หลังจากนำเสนอหน้าชั้นเรียนนักเรียนปรับปรุงแบบของแบบจำลองตามเงื่อนไขที่เปลี่ยนแปลงให้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

จากการศึกษารูปแบบและกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์พบว่า มีกระบวนการที่สอดคล้องกัน โดยเริ่มจากการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาในบริบทของโลกจริง แล้วแปลงสถานการณ์ปัญหาดังกล่าวไปสู่โลกคณิตศาสตร์โดยอาศัยความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหานั้น และตีความผลลัพธ์ที่ได้กลับไปสู่บริบทโลกจริง ซึ่งกระบวนการจัดการเรียนรู้ดังกล่าว ได้ถูกพัฒนาขึ้นเพื่อให้สอดคล้องกับกระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยจึงประยุกต์ใช้ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับกระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิดของ Blum (2015) ซึ่งประกอบด้วย 7 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นที่ 1 อ่านทำความเข้าใจปัญหา (understanding) ขั้นที่ 2 ทำปัญหาให้ง่ายขึ้น (structuring) ขั้นที่ 3 คิดให้เป็นคณิตศาสตร์ (mathematization) ขั้นที่ 4 ดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (mathematical work) ขั้นที่ 5 แปลความหมายผลลัพธ์กับสถานการณ์ปัญหาจริง (interpretation) ขั้นที่ 6 ตรวจสอบความเหมาะสม (valid) และขั้นที่ 7 นำเสนอ (presentation)

### 3. ตัวอย่างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ถูกนำไปใช้อย่างแพร่หลายในวงการศึกษา ซึ่งในแต่ละเนื้อหาที่นำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ไปใช้ก็จะมีลักษณะของแบบจำลองที่แตกต่างกัน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

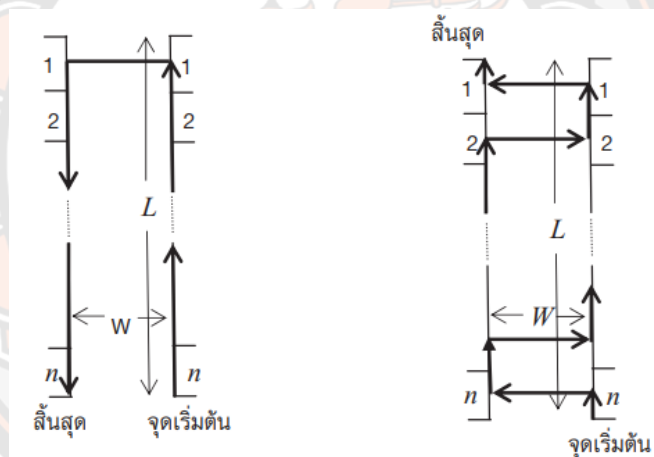
Swetz and Hartzler (1991, อ้างถึงใน ศันสนีย์ เณรเทียน, 2560) ได้ยกตัวอย่างการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Blum (2011) ในการหาผลลัพธ์ของสถานการณ์ปัญหา ไว้ดังนี้

สถานการณ์ “บุรุษไปรษณีย์คนหนึ่งต้องการส่งจดหมายในตู้จดหมายหน้าบ้านที่ตั้งอยู่ริมสองฝั่งถนนที่มีความยาว  $L$  ให้ครบ โดยเขาสามารถส่งจดหมายได้ 2 วิธี คือวิธีที่ 1 ส่งจดหมายให้ครบทุกหลังบนถนนฝั่งเดียวกันแล้วจึงข้ามไปส่งอีกฝั่งถนนหนึ่งจนครบ วิธีที่ 2 คือส่งจดหมายบ้านหลังแรกของถนนฝั่งหนึ่งแล้วข้ามไปส่งอีก 2 หลังบนถนนอีกฝั่งหนึ่ง จากนั้นข้ามมาส่งอีก 2 หลังของถนนอีกฝั่งหนึ่ง ทำเช่นนี้ไปจนครบทุกหลัง ต้องการทราบว่าจากวิธีการทั้ง 2 วิธี บุรุษไปรษณีย์จะส่งจดหมายด้วยวิธีใดจะดีกว่ากัน”

จากสถานการณ์ปัญหาดังกล่าว สามารถใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ผู้เรียนต้องอ่านทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา และวิธีการส่งจดหมายทั้ง 2 วิธี โดยใช้การจินตนาการหรือวาดรูปประกอบ

ขั้นตอนที่ 2 ทำปัญหาให้ง่ายขึ้น การสร้างแบบจำลองอย่างง่ายโดยกำหนดสถานการณ์ที่ต้องการศึกษา เช่น กำหนดให้บ้านทั้งสองฝั่งถนนสร้างเหมือนกัน แต่ละฝั่งมีจำนวน  $n$  หลัง มีตู้จดหมายอยู่กึ่งกลางของหน้าบ้าน และถนนกว้าง  $W$  จากนั้นสร้างเป็นแผนภาพ ดังภาพที่ 5



วิธีเดินแบบที่ 1

วิธีเดินแบบที่ 2

ภาพ 5 แสดงภาพจำลองสถานการณ์ปัญหา “บุรุษไปรษณีย์”

ขั้นตอนที่ 3 คิดให้เป็นคณิตศาสตร์ จากแผนภาพนำไปสู่การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ระยะทางเดินวิธีที่ 1 จะได้ระยะทางเป็น  $2L + W - \frac{L}{n}$  และระยะทางเดินวิธีที่ 2 จะได้ระยะทางเป็น  $2W + L$  และแยกพิจารณาเป็น 3 กรณี

กรณีที่ 1 ระยะทางเดินวิธีที่ 1 เท่ากับ ระยะทางเดินวิธีที่ 2

กรณีที่ 2 ระยะทางเดินวิธีที่ 1 น้อยกว่า ระยะทางเดินวิธีที่ 2

กรณีที่ 3 ระยะทางเดินวิธีที่ 2 น้อยกว่า ระยะทางเดินวิธีที่ 1

จากนั้นนำระยะทางทั้งสองวิธีมาสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในรูปสมการและอสมการ ดังนี้

$$\text{กรณีที่ 1 จะได้ว่า } 2L+W-\frac{L}{n}=nW+L$$

$$\text{กรณีที่ 2 จะได้ว่า } 2L+W-\frac{L}{n}<nW+L$$

$$\text{กรณีที่ 3 จะได้ว่า } nW+L<2L+W-\frac{L}{n}$$

ขั้นตอนที่ 4 ดำเนินการทางคณิตศาสตร์ โดยการแก้สมการและอสมการเพื่อหาคำตอบ ดังนี้

$$\text{กรณีที่ 1 จาก } 2L+W-\frac{L}{n}=nW+L$$

$$\text{จะได้ว่า } \frac{L}{n}(n-1)=(n-1)W \text{ นั่นคือ } \frac{L}{n}=W$$

$$\text{กรณีที่ 2 จาก } 2L+W-\frac{L}{n}<nW+L \text{ จะได้ว่า } W>\frac{L}{n}$$

$$\text{กรณีที่ 3 จาก } nW+L<2L+W-\frac{L}{n} \text{ จะได้ว่า } W<\frac{L}{n}$$

ขั้นตอนที่ 5 แปลความหมาย จากคำตอบทั้ง 3 กรณี พบว่า ถ้าระยะทางเดินเท่ากันทั้งสองวิธี จะได้ว่า ความกว้างของถนน จะเท่ากับ มากกว่า หรือน้อยกว่าความยาวของริมฝั่งถนนหารด้วยจำนวนบ้านแต่ละฝั่ง

ขั้นตอนที่ 6 ตรวจสอบความเหมาะสม โดยพิจารณาว่าหากความกว้างของถนน เท่ากับ มากกว่า หรือน้อยกว่าความยาวของริมฝั่งถนนหารด้วยจำนวนบ้านแต่ละฝั่งจะทำระยะเดินทางวิธีที่ 1 จะเท่ากับ น้อยกว่า และมากกว่าระยะเดินทางวิธีที่ 2 ตามลำดับเช่นเดิมหรือไม่ ซึ่งพบว่าเป็นจริงตามที่กำหนด

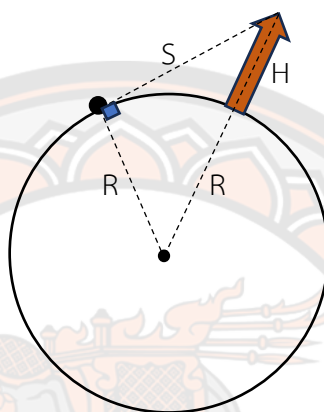
ขั้นตอนที่ 7 นำเสนอ ผู้เรียนนำเสนอผลลัพธ์ของปัญหา จะต้องพิจารณาจากความกว้างของถนน ความยาวของริมฝั่งถนนและจำนวนบ้านแต่ละฝั่ง กล่าวคือ ถ้าความกว้างของถนนเท่ากับความยาวของถนนหารด้วยจำนวนบ้านจะเลือกแบบใดก็ได้ ถ้าความกว้างของถนนมากกว่าความยาวของถนนหารด้วยจำนวนบ้านจะเลือกวิธีที่ 1 และถ้าความกว้างของถนนน้อยกว่าความยาวของถนนหารด้วยจำนวนบ้านจะเลือกวิธีที่ 2

Blum (2009) ได้นำเสนอตัวอย่างงานการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ไว้หลายสถานการณ์ หนึ่งในนั้นคือ สถานการณ์ “ประภาคาร”

ตัวอย่างที่ 3: “ประภาคาร”

ในอ่าวเบรเมนบนชายฝั่ง มีประภาคารชื่อ “โรเตอร์แซน” สร้างขึ้นเมื่อปี ค.ศ. 1884 มีความสูง 30.7 ม. สัญญาณเตือนของมันใช้ในการเตือนเรือที่กำลังเข้าใกล้ชายฝั่ง เรือลำหนึ่งอยู่ห่างจากชายฝั่งประมาณเท่าใดจึงมองเห็นประภาคารเป็นครั้งแรก? อธิบายวิธีแก้ปัญหาของคุณ

สำหรับการวิเคราะห์อย่างง่ายของสถานการณ์ประภาคารในการใช้แบบจำลอง คือให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา และลองสร้างภาพจำลองสถานการณ์ในความคิด ซึ่งประกอบด้วย ประภาคาร เรือ และพื้นผิวโลก จากนั้นทำให้ง่ายขึ้นโดยการใช้คณิตศาสตร์ กำหนดให้โลก แทนด้วย ทรงกลม เรือ แทนด้วย จุด และเส้นการมองเห็นระหว่างประภาคารและเรือ ซึ่งนำไปสู่แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสถานการณ์จริง โดยมี  $H \approx 30.7$  เมตร เป็นความสูงของประภาคาร  $R = 6,370$  กิโลเมตร เป็นรัศมีของโลก และ  $S$  คือระยะทางระหว่างเรือกับประภาคาร ดังภาพที่ 6



ภาพ 6 แสดงภาพจำลองสถานการณ์ “ประภาคาร”

ข้อพิจารณาทางคณิตศาสตร์แสดงว่ามีรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้ ดังนี้

$$S^2 + R^2 = (R + H)^2$$

$$S^2 = (R + H)^2 - R^2$$

$$S^2 = R^2 + 2RH + H^2 - R^2$$

$$S = \sqrt{2RH + H^2}$$

$$S \approx \sqrt{2(6,370)(0.0307) + (0.0307)^2}$$

$$S \approx 19.7$$

จากผลลัพธ์นำไปสู่การตีความคำตอบ คือ ประมาณ 20 กิโลเมตร หลังจากนั้นจึงเข้าสู่ การตรวจสอบความเหมาะสมของผลลัพธ์ หากจำเป็นวงจรนี้อาจเริ่มต้นอีกครั้งด้วยสมมติฐานใหม่

### ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์

#### 1. ความหมายของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์

หน่วยงานทางการศึกษา นักการศึกษา นักวิจัย ได้ให้ความหมายของ mathematical literacy หรือ ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

PISA (OECD, 2012) ให้นิยาม ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ ไว้ว่า สมรรถนะของบุคคล ในการคิด ใช้ และตีความคณิตศาสตร์ในบริบทที่หลากหลายรวมถึงการให้เหตุผลอย่างเป็น คณิตศาสตร์ และการใช้แนวคิด กระบวนการ ข้อเท็จจริงและเครื่องมือเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในการ บรรยาย อธิบาย และทำนายปรากฏการณ์ต่าง ๆ การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ช่วยให้สามารถตัดสินใจบน พื้นฐานความรู้ที่เข้มแข็ง เพื่อจะเป็นพลเมืองที่มีความคิด มีความหวังใฝ่ และสร้างสรรค์สังคม

Jablonka (2003) กล่าวว่า ความสามารถในการจัดการกับตัวเลขและการตีความข้อมูลเชิงปริมาณเป็นองค์ประกอบสำคัญของความฉลาดรู้ นอกเหนือจากการพูด การเขียน และการอ่าน ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ คือ การมีมุมมองที่หลากหลายเกี่ยวกับการคำนวณหรือความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันตามวัฒนธรรมและบริบท อาจมองได้ว่าเป็นความสามารถขั้นพื้นฐานเกี่ยวกับการคำนวณและทักษะเรขาคณิตในชีวิตประจำวัน เช่น ความสามารถในการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อน หรือเป็นความสามารถในการทำความเข้าใจและประเมินความคิดของผู้อื่นโดยการใช้ตัวเลขและแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

สุนีย์ คล้ายนิล และคณะ (2549) กล่าวว่า ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นการจัดการกับข้อมูลทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่ต่าง ๆ รู้ถึงขอบเขตและข้อจำกัดของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา สามารถเลือกวิธีนำเสนอสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์รวมถึงการตัดสินใจหาบนพื้นฐานทางคณิตศาสตร์

Ngamyng and Yamrung (2021) ได้กล่าวถึงความหมายของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ ไว้ว่า เป็นความสามารถของบุคคลในการนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มาเชื่อมโยงกับสถานการณ์หรือบริบทในโลกจริง โดยจะต้องมีการเลือกใช้ยุทธวิธีหรือขั้นตอนทางคณิตศาสตร์รวมถึงการใช้ตัวแทนทางความคิดเพื่ออธิบายเนื้อหาและความสมเหตุสมผลของข้อสรุปที่ได้

Leeprakhon and Seehamongkon (2022) ได้ให้คำจำกัดความของ ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ ไว้ว่า เป็นความสามารถของบุคคลในการให้เหตุผล ตีความและแก้ปัญหาผ่านกระบวนการทางคณิตศาสตร์รวมถึงทักษะการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ

จากการศึกษาความหมายของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical literacy) สามารถสรุปได้ว่า เป็นความสามารถของแต่ละบุคคลในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และสามารถแปลงปัญหา ใช้คณิตศาสตร์ และตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาในบริบทของโลกรวมถึงการให้แนวคิด กระบวนการ ข้อเท็จจริง และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์เพื่อ บรรยาย อธิบาย และคาดการณ์ปรากฏการณ์ต่าง ๆ

## 2. องค์ประกอบของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์

องค์ประกอบของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิดของ PISA 2012 ที่ได้ นิยามความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ ว่าเป็นความสามารถของบุคคลในการคิด การใช้ และการตีความ คณิตศาสตร์ ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 กระบวนการ ดังนี้

1. การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของบุคคลในการ รู้และบอกโอกาสในการใช้คณิตศาสตร์ แล้วกำหนดโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ให้กับปัญหาที่พบ แปลง ปัญหาที่พบจากสถานการณ์ในชีวิตจริงให้อยู่ในขอบเขตของคณิตศาสตร์ ซึ่งสามารถให้เหตุผล ตั้งสมมติฐาน และพิจารณาข้อจำกัดได้อย่างสมเหตุสมผล ประกอบด้วยกิจกรรมต่าง ๆ ดังนี้

1.1 การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาที่ตั้งอยู่ในบริบทโลกชีวิตจริง และการระบุตัวแปรที่สำคัญ

1.2 การรู้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (รวมถึง กฎเกณฑ์ ความสัมพันธ์ และแบบรูป) ของปัญหาหรือสถานการณ์

1.3 การทำสถานการณ์หรือปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่าย เพื่อให้การวิเคราะห์ทาง คณิตศาสตร์ง่ายขึ้น

1.4 การระบุข้อจำกัดและสมมติฐานที่อยู่เบื้องหลังแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และจากการทำให้อยู่ในรูปอย่างง่ายที่รวบรวมได้จากบริบท

1.5 การนำเสนอสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์ โดยการใช้ตัวแปร สัญลักษณ์ แผนภาพ และแบบจำลองมาตรฐานที่เหมาะสม

1.6 การนำเสนอปัญหาในหลากหลายวิธี รวมถึงการจัดการกับปัญหาให้สอดคล้อง กับแนวคิดทางคณิตศาสตร์และการสร้างสมมติฐานที่เหมาะสม

1.7 การรู้เข้าใจและการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างภาษาที่เฉพาะกับบริบทของ ปัญหาที่ภาษาที่เป็นสัญลักษณ์และภาษาอย่างเป็นทางการที่จำเป็นต้องใช้ในการแสดงเชิง คณิตศาสตร์

1.8 การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์หรือใช้การแสดงแทน

1.9 การรู้แง่มุมต่าง ๆ ของปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับปัญหาที่รู้หรือแนวคิดหลักทาง คณิตศาสตร์ที่รู้จักข้อเท็จจริง หรือวิธีดำเนินการ

1.10 การใช้เทคโนโลยีเพื่อแสดงความสัมพันธ์ภายในปัญหาที่อยู่ในสถานการณ์เชิง คณิตศาสตร์ (เช่นตารางโปรแกรมทำงาน หรือรายการที่มีให้บนเครื่องคำนวณเชิงกราฟ)

2. การใช้แนวคิด ข้อเท็จจริง วิธีดำเนินการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็น กระบวนการแก้ปัญหาของแต่ละบุคคล โดยการใช้แนวคิด ข้อเท็จจริง วิธีดำเนินการและการให้เหตุผล

ทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นเพื่อให้ได้มาซึ่งผลลัพธ์ของสถานการณ์ปัญหา ประกอบด้วยกิจกรรมต่าง ๆ ดังนี้

- 2.1 การคิดและนำกลยุทธ์ในการหาวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปใช้
  - 2.2 การใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งเทคโนโลยีเพื่อช่วยหาวิธีแก้ปัญหาที่ถูกต้องหรือเหมาะสม
  - 2.3 การนำข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธี และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา
  - 2.4 การจัดการด้านจำนวน ข้อมูลและข้อสนเทศเกี่ยวกับกราฟและสถิติ นิพจน์พีชคณิตและสมการ และการแสดงแทนทางเรขาคณิต
  - 2.5 การเขียนแผนภาพ กราฟ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์และการสกัดข้อมูลทางคณิตศาสตร์จากสิ่งเหล่านั้น
  - 2.6 การใช้และการสลับที่ระหว่างการแสดงแทนต่าง ๆ ในกระบวนการแก้ปัญหา
  - 2.7 การสร้างข้อสรุปทั่วไปบนพื้นฐานของผลลัพธ์ที่เกิดจากการนำวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา
  - 2.8 การสะท้อนข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ การอธิบายและการแสดงเหตุผลต่อผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์
3. การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการสะท้อนวิธีการ ผลลัพธ์หรือข้อสรุปที่ได้แล้วตีความออกมาในบริบทของชีวิตจริง เพื่อตัดสินใจว่าผลลัพธ์ที่ได้มีความสมเหตุสมผลกับบริบทของปัญหาหรือไม่ ประกอบด้วยกิจกรรมต่าง ๆ ดังนี้
- 3.1 การตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กลับไปบริบทโลกชีวิตจริง
  - 3.2 การประเมินความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในบริบทของปัญหาโลกชีวิตจริง
  - 3.3 ความเข้าใจว่าสถานการณ์ในชีวิตจริงส่งผลกระทบต่อผลลัพธ์และการคิดคำนวณตามกระบวนการหรือตัวแบบทางคณิตศาสตร์อย่างไร เพื่อตัดสินใจว่าจะปรับปรุงหรือนำผลไปใช้อย่างไร
  - 3.4 อธิบายได้ว่าเพราะเหตุใดผลลัพธ์หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์จึงเหมาะสมหรือไม่เหมาะสมกับบริบทของปัญหา
  - 3.5 ความเข้าใจขอบเขตและข้อจำกัดของแนวคิดคณิตศาสตร์และวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
  - 3.6 วิจารณ์และระบุข้อจำกัดของแบบจำลองที่ใช้แก้ปัญหา

สุชาติ ปัทมวิภาต (2557) กล่าวถึงกรอบการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA 2015 ที่จัดสอบในปี พ.ศ.2558 ไว้ว่า แบบทดสอบของ PISA เน้นการนำคณิตศาสตร์ที่เคยได้เรียนเอามาใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ของชีวิตจริง ไม่เน้นวัดความรู้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่เรียนตามหลักสูตรในโรงเรียน ซึ่งประกอบไปด้วย 3 กระบวนการเช่นเดียวกับ PISA 2012 แต่มีกิจกรรมย่อยที่แตกต่างไปจาก PISA 2012 ดังนี้

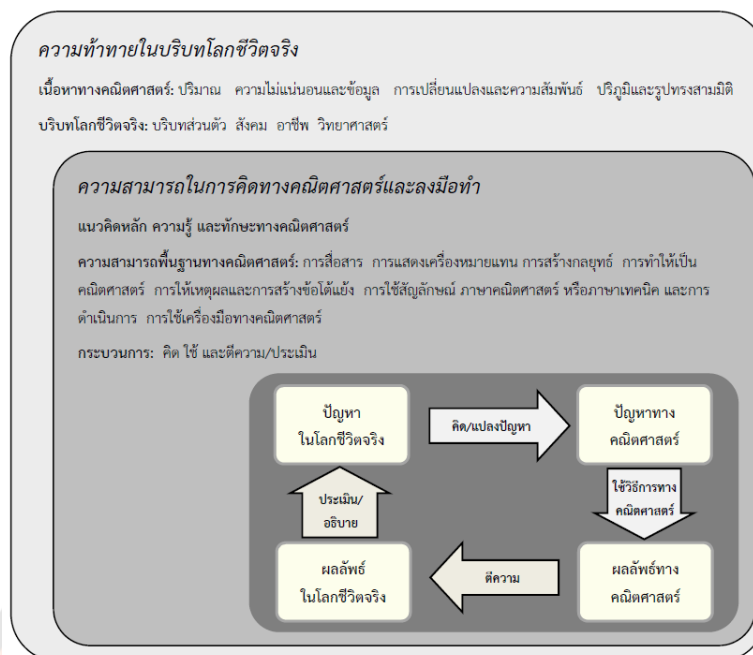
1. การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยกิจกรรมต่าง ๆ ดังนี้
  - 1.1 การระบุประเด็นปัญหาทางคณิตศาสตร์
  - 1.2 ทำสถานการณ์ปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่าย
  - 1.3 แปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของคณิตศาสตร์
2. การใช้หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ประกอบด้วยกิจกรรมต่าง ๆ ดังนี้
  - 2.1 คิดและนำกลยุทธ์ในการหาวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปใช้
  - 2.2 ใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์เพื่อช่วยหาวิธีแก้ปัญหาที่ถูกต้องเหมาะสม
  - 2.3 นำกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธี และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา
3. การตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยกิจกรรมต่าง ๆ ดังนี้
  - 3.1 ตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กลับไปสู่บริบทในชีวิตจริง
  - 3.2 ประเมินความเป็นเหตุเป็นผลของแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในบริบทของปัญหาชีวิตจริง
  - 3.3 อธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์กับบริบทของปัญหา

การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัย ได้ศึกษาความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามกรอบแนวคิดของ PISA 2015 ซึ่งประกอบด้วย 3 กระบวนการ คือ 1) การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ 2) การใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ และ 3) การตีความและประเมินผลลัพธ์

### 3. เกณฑ์การวัดและประเมินผลความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์

กรอบการประเมินความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของ PISA ครอบคลุมองค์ประกอบ 3 ด้าน ประกอบด้วย 1) กระบวนการทางคณิตศาสตร์ (process) 2) เนื้อหาคณิตศาสตร์ (content) และ 3) สถานการณ์หรือบริบท (contexts) ดังภาพที่ 7 และได้แบ่งระดับความสามารถของนักเรียนออกเป็น 6 ระดับ ดังตารางที่ 1 และ 2





ภาพ 7 แสดงแบบจำลองความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ในทางปฏิบัติ (สสวท., 2557)

ตาราง 1 แสดงระดับความสามารถความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ระดับ	นักเรียนทำอะไรได้บ้าง
ระดับ 6	<p>นักเรียนสามารถ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ใช้สาระและข้อมูลที่ได้มาจากการสำรวจตรวจสอบของนักเรียนนำมาลงเป็นข้อสรุป และสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และแบบจำลองสถานการณ์ที่ซับซ้อนออกมาสร้างเป็นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์</li> <li>- เชื่อมโยงข้อมูลจากแหล่งต่าง ๆ หรือจากการนำเสนอในรูปแบบต่าง ๆ นำมาเชื่อมโยงระหว่างกันได้</li> <li>- ใช้เหตุผลและใช้ความคิดระดับสูงในเชิงคณิตศาสตร์ สามารถมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลหรือสถานการณ์ต่าง ๆ และสามารถเข้าใจและปฏิบัติภารกิจทางคณิตศาสตร์</li> <li>- สร้างสูตรคณิตศาสตร์จากแนวความคิดหรือข้อมูลที่มี</li> <li>- สามารถสื่อสารได้อย่างถูกต้องแม่นยำ เพื่อบอกสิ่งที่ตนพบ ดีความ แผลความโต้แย้งและอธิบายความสอดคล้องเหมาะสมของสิ่งต่าง ๆ เหล่านี้กับสถานการณ์ที่เป็นมาตั้งแต่ต้น</li> </ul>

### ตาราง 1 (ต่อ)

ระดับ	นักเรียนทำอะไรได้บ้าง
ระดับ 5	<p>นักเรียนสามารถ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- สร้างตัวแบบและใช้ตัวแบบในเรื่องที่มีความซับซ้อน สามารถระบุออกข้อจำกัดและข้อตกลงเบื้องต้นเฉพาะเรื่องนั้น ๆ สามารถเลือกเปรียบเทียบและประเมินกลยุทธ์การแก้ปัญหาที่เหมาะสม เพื่อใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนมีสัมพันธ์กับตัวแบบ</li> <li>- สามารถใช้ทักษะการคิด และทักษะการใช้เหตุผล สามารถเชื่อมโยงการนำเสนอรูปแบบต่าง ๆ สัญลักษณ์และลักษณะของโจทย์คณิตศาสตร์ และมองเห็นความสัมพันธ์เชื่อมโยงของสิ่งเร้าที่เป็นส่วนประกอบของสถานการณ์ สามารถคิดวิเคราะห์การทำงานของตนและสามารถสร้างกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์</li> <li>- สามารถคิดวิเคราะห์การทำงานของตนและสามารถสร้างกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์</li> <li>- สามารถสื่อสารถึงการแปลความ ตีความ และการใช้เหตุผลของตนได้</li> </ul>
ระดับ 4	<p>นักเรียนสามารถ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ทำโจทย์คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่มีตัวแบบชัดเจนและเป็นสถานการณ์ที่เป็นรูปธรรมที่ค่อนข้างซับซ้อน ซึ่งอาจมีข้อจำกัดบ้างหรือต้องมีการกำหนดข้อตกลงเบื้องต้นบ้าง</li> <li>- สามารถเลือกและผสมผสานรูปแบบต่าง ๆ ที่มีให้ รวมทั้งรูปแบบของสัญลักษณ์ด้วย โดยนำมาเชื่อมโยงโดยตรงกับสถานการณ์ในโลกจริง</li> <li>- สามารถใช้ทักษะคณิตศาสตร์ที่พัฒนามาแล้วและสามารถใช้เหตุผลอย่างยืดหยุ่นได้ และมองเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งเร้าในสถานการณ์นั้น ๆ ได้ดี</li> <li>- สามารถสร้างคำอธิบายและข้อโต้แย้งและสื่อสารคำอธิบายและข้อโต้แย้งบนพื้นฐานของการแปลความการโต้แย้งและการทำงานของตน</li> </ul>

### ตาราง 1 (ต่อ)

ระดับ	นักเรียนทำอะไรได้บ้าง
ระดับ 3	<p>นักเรียนสามารถ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ทำโจทย์ที่มีวิธีการที่บอกไว้ชัดเจน รวมทั้งโจทย์ที่ตัดสินใจเลือกลำดับขั้นตอนด้วย</li> <li>- เลือกและใช้กลยุทธ์ที่ไม่ซับซ้อนสำหรับการแก้ปัญหา</li> <li>- แปลความและใช้สถานการณ์ที่นำเสนอมาจากหลายแหล่งและสามารถให้เหตุผลได้ตามแหล่งที่มา นั้น ๆ สามารถสร้างคำอธิบายหรือรายงานการตีความแปลความนั้นๆ</li> <li>- แสดงการให้เหตุผลได้และสามารถบอกและสื่อสารผลที่เกิดขึ้น</li> </ul>
ระดับ 2	<p>นักเรียนสามารถ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ตีความรู้สถานการณ์ในบริบทที่ไม่ซับซ้อนที่ต้องการ การอ้างอิงไม่เกินสองตัว</li> <li>- สกัดสาระสำคัญจากแหล่งข้อมูลแหล่งเดียวและสามารถใช้สถานการณ์ที่นำเสนออย่างง่ายขั้นเดียว</li> <li>- สามารถใช้วิธีการคิดสูตรคณิตศาสตร์ วิธีการหรือข้อตกลงเบื้องต้น สามารถใช้เหตุผลตรงไปตรงมาและตีความที่พบอย่างตรงไปตรงมา</li> </ul>
ระดับ 1	<p>นักเรียนสามารถ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ตอบคำถามที่เกี่ยวข้องในบริบทที่คุ้นเคย ที่มีข้อมูลชัดเจนให้ และคำถามต้องถามอย่างชัดเจน</li> <li>- ระบุสาระที่ต้องการและสามารถทำโจทย์แบบเดิมที่คุ้นเคยที่มีวิธีการทำหรือสถานการณ์กำหนดชัดเจน</li> <li>- ทำโจทย์ตามตัวอย่างที่กำหนดให้ได้</li> </ul>

**หมายเหตุ:** ถ้านักเรียนไม่สามารถปฏิบัติการที่ระดับหนึ่งได้ จะถูกจัดไว้กลุ่ม “ต่ำกว่าระดับ1”

**ที่มา:** สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2558, หน้า 21-23

### ตาราง 2 แสดงระดับความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์

ระดับคะแนน	ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน	เกณฑ์การตัดสิน
11	ระดับ 6	นักเรียนที่ได้ระดับ 2 ขึ้นไป ถือว่าผ่านการประเมิน
9-10	ระดับ 5	
7-8	ระดับ 4	

## ตาราง 2 (ต่อ)

ระดับคะแนน	ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน	เกณฑ์การตัดสิน
5-6	ระดับ 3	นักเรียนที่ได้ระดับ 2 ขึ้นไป ถือว่าผ่านการประเมิน
3-4	ระดับ 2	
ต่ำกว่า 3	ระดับ 1	

Lemke et al. (2004) ได้กล่าวถึงรูปแบบการวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐานของ PISA สำหรับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ปริภูมิและรูปทรง ไว้เป็น 6 ระดับ ดังตารางที่ 3-4

**ตาราง 3 แสดงคำอธิบายระดับความชำนาญด้านความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ PISA 2003  
เนื้อหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ปริภูมิและรูปทรง**

ระดับ	รายละเอียดของกิจกรรม (ปริภูมิและรูปทรง)
1	ระดับที่ 1 และ 2 นักเรียนสามารถทำงานด้วยการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์เพียงอย่างเดียว ผ่านการนำเสนอเนื้อหาทางคณิตศาสตร์โดยตรงและชัดเจน ใช้การคิดทางคณิตศาสตร์ในบริบทที่คุ้นเคย ระบุนรูปแบบของเรขาคณิต และประยุกต์ใช้แนวคิดทางเรขาคณิตขั้นพื้นฐาน
2	
3	ระดับ 3 นักเรียนสามารถเริ่มต้นใช้เหตุผลเชิงภาพและเชิงพื้นที่ เริ่มเชื่อมโยงความแตกต่างกันในการนำเสนอ ใช้การแก้ปัญหาเบื้องต้น (กลยุทธ์ง่ายๆ) ใช้กระบวนการแก้ปัญหาต่างๆ และตีความคำอธิบายข้อความของสถานการณ์ทางเรขาคณิตที่ไม่คุ้นเคยได้
4	ระดับ 4 นักเรียนสามารถใช้เหตุผลขั้นสูงและมีความยืดหยุ่นในการใช้เหตุผลสามารถเชื่อมโยง และบูรณาการการนำเสนอที่แตกต่างกัน มีใช้กระบวนการหลายขั้นตอนในการใช้แก้ปัญหา สร้างภาพและตีความเชิงพื้นที่ที่ได้รับการพัฒนาอย่างดีและใช้เหตุผลเกี่ยวกับความสัมพันธ์เชิงตัวเลขในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิต

ตาราง 3 (ต่อ)

ระดับ	รายละเอียดของกิจกรรม (ปริภูมิและรูปทรง)
5	ระดับ 5 นักเรียนมีความสามารถในการสร้างสมมติฐาน การใช้ความเข้าใจ การตีความ และการเชื่อมโยงการนำเสนอต่างๆ และสามารถดำเนินการหลายกระบวนการและต่อเนื่องกัน รวมทั้งใช้เหตุผลเชิงพื้นที่ที่ได้รับการพัฒนามาอย่างดี
6	ระดับ 6 นักเรียนสามารถจัดการการนำเสนอที่ซับซ้อนและหลากหลาย เชื่อมโยงข้อมูลที่แตกต่างกัน ใช้ข้อมูลเชิงลึกที่สำคัญ และการสะท้อนความคิด สร้างภาพรวม สื่อสารวิธีแก้ปัญหาและคำอธิบายปัญหาในรูปแบบที่ไม่มีโครงสร้างและตีความคำอธิบายข้อความที่ซับซ้อนและเชื่อมโยงสิ่งเหล่านี้กับปัญหาอื่น ๆ

**หมายเหตุ:** ถ้านักเรียนไม่สามารถปฏิบัติภารกิจที่ระดับ 1 ได้ จะถูกจัดไว้กลุ่ม “ต่ำกว่าระดับ 1”

ตาราง 4 แสดงระดับความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์เนื้อหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ปริภูมิและรูปทรง

ระดับคะแนน	ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน	เกณฑ์การตัดสิน
มากกว่า 669.30	ระดับ 6	
มากกว่า 606.99 ถึง 669.30	ระดับ 5	
มากกว่า 544.68 ถึง 606.99	ระดับ 4	นักเรียนที่ได้ระดับ 2 ขึ้นไปถือ
มากกว่า 482.38 ถึง 544.68	ระดับ 3	ว่าผ่านการประเมิน
มากกว่า 420.07 ถึง 482.38	ระดับ 2	
มากกว่า 357.77 ถึง 420.07	ระดับ 1	
น้อยกว่าหรือเท่ากับ 357.77	ต่ำกว่าระดับ 1	

Hayati and Kamid (2019) กล่าวว่า ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 6 ระดับ ตามกรอบการประเมินของ PISA โดยแต่ละระดับเป็นการวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน ยิ่งระดับสูงก็ยิ่งใช้ความรู้ที่จำเป็นและซับซ้อนมากขึ้นเพื่อตอบปัญหาที่ได้รับ แสดงดังตารางที่ 5

ตาราง 5 แสดงระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Hayati and Kamid 2561)

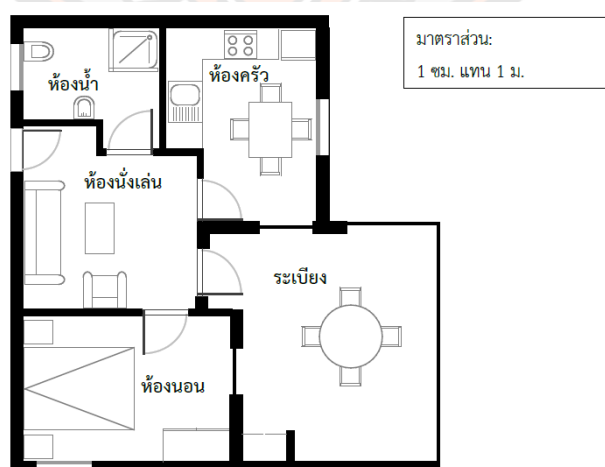
ระดับ	คำอธิบาย
1	นักเรียนสามารถใช้ความรู้ของตนเองในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน และสามารถแก้ปัญหาที่อยู่ในบริบททั่วไปได้
2	นักเรียนสามารถตีความปัญหาและแก้ปัญหาโดยใช้สูตร
3	นักเรียนสามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้ดี และสามารถและกลยุทธ์การแก้ปัญหาได้
4	นักเรียนสามารถทำงานร่วมกับแบบจำลองได้อย่างมีประสิทธิภาพ และสามารถเลือกการแสดงผลแล้วเชื่อมโยงกับโลกความเป็นจริงได้
5	นักเรียนสามารถทำงานร่วมกับแบบจำลองสถานการณ์ที่ซับซ้อนและแก้ปัญหาที่ซับซ้อนได้
6	นักเรียนสามารถใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา สามารถสรุป กำหนดวิธีการ และสื่อสารผลลัพธ์ได้

#### 4. ตัวอย่างข้อสอบที่ใช้วัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ยกตัวอย่างข้อสอบของ PISA ที่ครอบคลุมแต่ละกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ที่มีเนื้อหาอยู่ในส่วนของ ปริภูมิและรูปทรง เนื่องจากเป็นเนื้อหาที่อยู่ในกลุ่มเดียวกับ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ดังนี้

##### 4.1 การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์

สถานการณ์ การซื้อห้องชุด นี้เป็นแบบแปลนของห้องชุด ซึ่งพ่อแม่ของจักรต้องการซื้อจากตัวแทนจำหน่ายอสังหาริมทรัพย์

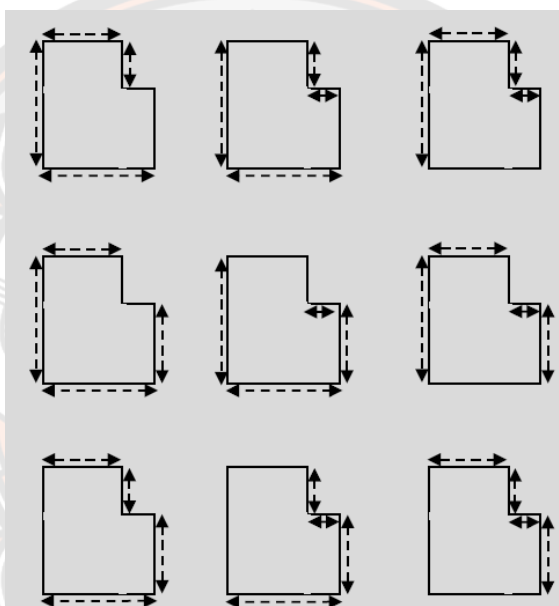


ภาพ 8 แสดงตัวอย่างข้อสอบของ PISA สถานการณ์ “การซื้อห้องชุด”

### คำถามที่ 1 : การซื้อห้องชุด

การประมาณพื้นที่ของพื้นที่ทั้งหมดของห้องชุด (รวมระเบียงและผนัง) นักเรียน สามารถวัดขนาดของแต่ละห้อง และคำนวณพื้นที่ของแต่ละห้อง แล้วบวกพื้นที่ทั้งหมดเข้าด้วยกันอย่างไรก็ตาม มีวิธีที่มีประสิทธิภาพมากกว่าการประมาณพื้นที่ของพื้นที่ทั้งหมด โดยนักเรียนต้องวัดความยาวเพียง 4 ด้านเท่านั้น จึงทำเครื่องหมายลงบนแบบแปลนข้างบน เพื่อแสดงความยาวด้านสี่ด้านซึ่งต้องใช้ประมาณการพื้นที่ของพื้นที่ทั้งหมดของห้องชุดการให้คะแนน การซื้อห้องชุด

รหัส 1: ระบุด้านสี่ด้านที่จำเป็นต้องใช้เพื่อประมาณพื้นที่ของพื้นที่ของห้องชุดลงบนแบบแปลนวิธีหาคำตอบที่เป็นไปได้ 9 วิธี ดังแสดงในแผนภาพข้างล่าง



ภาพ 9 แสดงแนวความคิดคำตอบของตัวอย่างข้อสอบของ PISA สถานการณ์ “การซื้อห้องชุด”

$A = (9.7 \text{ ม.} \times 8.8 \text{ ม.}) - (2 \text{ ม.} \times 4.4 \text{ ม.})$ ,  $A = 76.56 \text{ ม.}^2$  [ใช้ความยาวเพียง 4 ด้านเท่านั้น ในการวัดขนาดและคำนวณพื้นที่ที่ต้องการได้อย่างชัดเจน]

ไม่ได้คะแนน รหัส 0: คำตอบอื่น ๆ

ลักษณะเฉพาะของข้อสอบ

เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ : ปริภูมิและรูปทรง

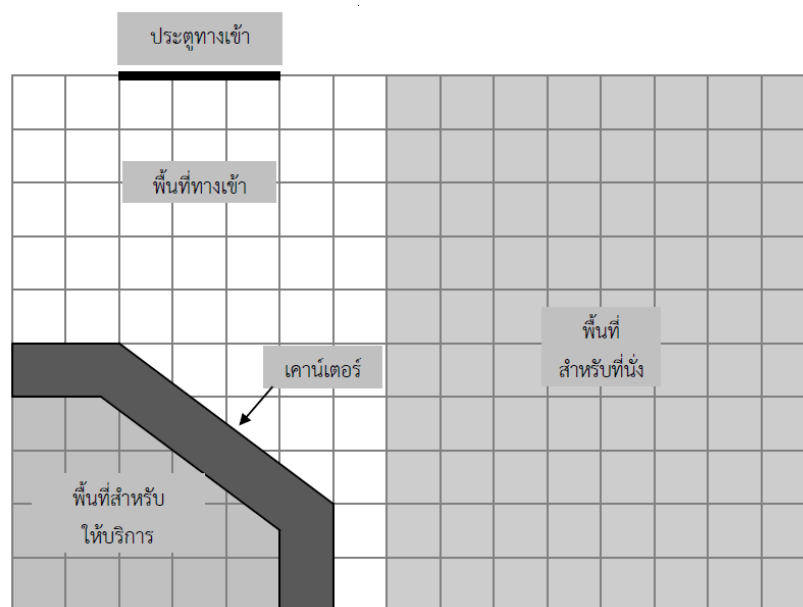
บริบท : ส่วนตัว

กระบวนการ : คิดในเชิงคณิตศาสตร์

รูปแบบของข้อสอบ : สร้างคำตอบแบบอิสระ

เจตนาของคำถาม : ใช้ทักษะเหตุผลเชิงปริภูมิ เพื่อแสดงจำนวนของความยาวด้านขั้นต่ำที่ต้องการลงบนแบบแปลน (หรือโดยวิธีอื่น ๆ) ในการหาพื้นที่ของพื้นที่ห้องชุด

4.2 การใช้หลักการ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา  
 สถานการณ์ ร้านไอศกรีม แบบแปลนพื้นร้านไอศกรีมของมาลีเป็นดังนี้ เธอกำลัง  
 จะปรับปรุงร้าน พื้นที่สำหรับให้บริการถูกล้อมด้วยเคาน์เตอร์



ภาพ 10 แสดงตัวอย่างของข้อสอบ PISA สถานการณ์ “ร้านไอศกรีม”

หมายเหตุ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแต่ละรูปในช่องตาราง แทน 0.5 เมตร × 0.5 เมตร

คำถามที่ 1: ร้านไอศกรีม

มาลีต้องการทำขอบเคาน์เตอร์ใหม่ตามแนวขอบด้านนอก ความยาวขอบทั้งหมดที่เธอต้องทำ  
 เป็นเท่าใด จงแสดงวิธีทำ

การให้คะแนน ร้านไอศกรีม

คะแนนเต็ม

รหัส 2: คำตอบอยู่ในช่วงตั้งแต่ 4.45 ถึง 4.55 (ตอบในหน่วยเมตร ใส่หรือไม่ใส่หน่วยก็ได้)

ได้คะแนนบางส่วน

รหัส 1: คำตอบที่แสดงให้เห็นว่าวิธีทำบางส่วนถูกต้อง (เช่น ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส หรือการ  
 อ่านมาตราส่วน) แต่มีข้อผิดพลาด เช่น ใช้มาตราส่วนไม่ถูกต้อง หรือมีการคำนวณผิด

- ตั้งแต่ 8.9 ถึง 9.1 ม. [ไม่ได้ใช้มาตราส่วน]
- 2.5 ม. (หรือ 5 หน่วย) [ใช้พีทาโกรัสคำนวณหาด้านตรงข้ามมุมฉากได้ 5 หน่วย (2.5 เมตร)  
 แต่ไม่ได้รวมด้านประกอบมุมฉากอีกสองด้าน]

ไม่ได้คะแนน รหัส 0: คำตอบอื่น ๆ



ลักษณะเฉพาะของข้อสอบ

เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ : ปริภูมิและรูปทรง

บริบท : การงานอาชีพ

กระบวนการ : ใช้หลักการทางคณิตศาสตร์

รูปแบบของข้อสอบ : สร้างคำตอบแบบอิสระ

เจตนาของคำถาม : ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสหรือใช้การวัดเพื่อหาความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากและแปลงหน่วยตามมาตราส่วนในภาพ

คำถามที่ 2: ร้านไอศกรีม

มาลีต้องการปูพื้นใหม่ในร้านด้วย พื้นที่ว่างของพื้นที่ทั้งหมดในร้านเป็นเท่าใด หากไม่นับรวมพื้นที่ส่วนให้บริการและเคาน์เตอร์ จงแสดงวิธีทำ

การให้คะแนน ร้านไอศกรีม

คะแนนเต็ม

รหัส 2: 31.5 [ใส่หรือไม่ใส่หน่วยก็ได้]

ได้คะแนนบางส่วน

รหัส 1: แสดงให้เห็นอย่างชัดเจนว่ามีการใช้ตารางในการคำนวณพื้นที่ แต่ใช้มาตราส่วนไม่ถูกต้องหรือ มีข้อผิดพลาดเกี่ยวกับเลขคณิต

- 126 [คำตอบแสดงการคำนวณพื้นที่ถูกต้อง แต่ไม่ได้ใช้มาตราส่วนเพื่อให้ได้ค่าที่แท้จริง]
- $7.5 \times 5 (=37.5) - 3 \times 2.5 (=7.5) - \frac{1}{2} \times 2 \times 1.5 (=1.5) = 28.5$  ม.2 [ใช้การลบออก แทนที่จะใช้การบวกพื้นที่รูปสามเหลี่ยม เมื่อแบ่งพื้นที่ทั้งหมดเป็นพื้นที่ย่อย ๆ]

ไม่ได้คะแนน รหัส 0: คำตอบอื่น ๆ

ลักษณะเฉพาะของข้อสอบ

เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ : ปริภูมิและรูปทรง

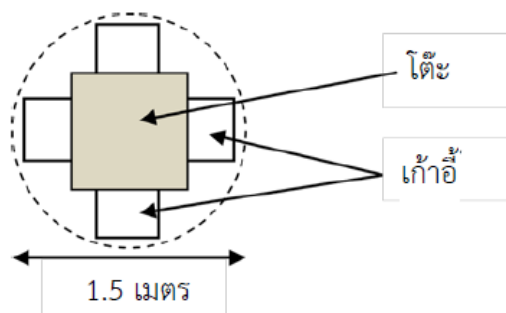
บริบท : การงานอาชีพ

กระบวนการ : ใช้หลักการทางคณิตศาสตร์

รูปแบบของข้อสอบ : สร้างคำตอบแบบอิสระ

เจตนาของคำถาม : คำนวณพื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยม

## คำถามที่ 3: ร้านไอศกรีม



ภาพ 11 แสดงแนวคิดหาคำตอบของตัวอย่างข้อสอบของ PISA สถานการณ์ “ร้านไอศกรีม”

## คำถามที่ 3

มาลีต้องการจัดวางชุดที่นั่งในร้านของเธอซึ่งมีโต๊ะและเก้าอี้สี่ตัว ตามลักษณะที่แสดงข้างบนรูปวงกลมแทนพื้นที่ว่างของพื้นที่ซึ่งจำเป็นต้องวางชุดที่นั่งแต่ละชุดเพื่อให้ลูกค้ามีที่ว่างเพียงพอขณะที่พวกเขานั่งแต่ละชุดที่นั่ง (แทนด้วยรูปวงกลม) ควรจะวางตามเงื่อนไขบังคับต่อไปนี้ :

- ชุดที่นั่งแต่ละชุดควรวางห่างจากผนังอย่างน้อย 0.5 เมตร
- ชุดที่นั่งแต่ละชุดควรวางห่างจากชุดที่นั่งอื่นอย่างน้อย 0.5 เมตร

มาลีสามารถวางชุดที่นั่งให้พอดีกับพื้นที่สำหรับที่นั่งส่วนที่แรงงาในร้านของเธอได้มากที่สุดกี่ชุด  
จำนวนชุดที่นั่ง: .....

การให้คะแนน ร้านไอศกรีม

คะแนนเต็ม รหัส 1: 4

ไม่ได้คะแนน รหัส 0: คำตอบอื่น ๆ

ลักษณะเฉพาะของข้อสอบ

เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ : ปริภูมิและรูปทรง

บริบท : การงานอาชีพ

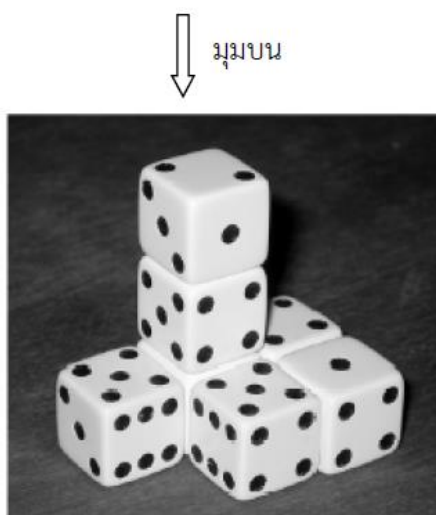
กระบวนการ : ใช้หลักการทางคณิตศาสตร์

รูปแบบของข้อสอบ : สร้างคำตอบแบบอิสระ

เจตนาของคำถาม : ใช้มาตราส่วนตามเงื่อนไข เพื่อหาจำนวนของวงกลมที่ใส่ลงในรูปหลายเหลี่ยมได้พอดี

#### 4.3 การตีความและประเมินผลลัพธ์

สถานการณ์ การสร้างด้วยลูกเต๋า ภาพข้างล่าง เป็นการสร้างโดยลูกเต๋าที่เหมือนกันเจ็ดลูก ซึ่งลูกเต๋าดังกล่าวมีแต้มตั้งแต่ 1 ถึง 6 เมื่อมองรูปที่สร้างนี้จากมุมบน จะเห็นลูกเต๋ามากเพียง 5 ลูกเท่านั้น



ภาพ 12 แสดงตัวอย่างข้อสอบ PISA สถานการณ์ “การสร้างด้วยลูกเต๋า”

คำถามที่ 1: การสร้างด้วยลูกเต๋า

เมื่อมองรูปที่สร้างนี้จากมุมบน จะมองเห็นจุดบนลูกเต๋าดังทั้งหมดกี่จุด

จำนวนจุดที่มองเห็น: .....

การให้คะแนน การสร้างด้วยลูกเต๋า

คะแนนเต็ม รหัส 2: 17

ได้คะแนนบางส่วน รหัส 1: 16

ไม่ได้คะแนน รหัส 0: คำตอบอื่น ๆ

ลักษณะเฉพาะของข้อสอบ

เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ : ปริภูมิและรูปทรง

บริบท : ส่วนตัว

กระบวนการ : ตีความ

รูปแบบของข้อสอบ : สร้างคำตอบแบบปิด

เจตนาของคำถาม : ตีความรูปถ่ายของการสร้างรูปทรง 3 มิติ ตามมุมมองที่กำหนดให้

จากการศึกษาการออกข้อสอบเพื่อวัดความสามารถด้านความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ด้านกระบวนการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ลักษณะของคำถามจะต้องให้นักเรียนระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ นำเสนอสถานการณ์โดยการแปลงให้อยู่ในบริบทของคณิตศาสตร์เพื่อหาคำตอบและตีความผลลัพธ์ที่ได้กลับไปสู่บริบทของสถานการณ์ปัญหานั้น ด้านการใช้หลักการ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ลักษณะของคำถามจะต้องให้นักเรียนได้นำแนวคิด ทฤษฎีบท กฎ นิยาม หรือสูตรการคำนวณทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแสดงการหาผลลัพธ์ของคำถามนั้น และด้านการตีความและประเมินผลลัพธ์ ลักษณะของคำถามจะต้องเน้นให้นักเรียนได้อธิบายความสมเหตุสมผลหรือตีความผลลัพธ์กับสถานการณ์ปัญหา บอกข้อจำกัดหรือความเหมาะสมของวิธีการแก้ปัญหา

5. ความสัมพันธ์ระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์กับความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์

การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ประกอบด้วย 7 ขั้นตอน กับความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ประกอบด้วย 3 กระบวนการ ดังตารางที่ 6

**ตาราง 6 แสดงการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์กับความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์**

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์	ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์
<b>ขั้นที่ 1 อ่านทำความเข้าใจปัญหา</b> ทบทวนเนื้อหาเดิมที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่กำลังจะเรียนและแนะนำหัวข้อให้นักเรียนทราบผ่านการนำเสนอสถานการณ์ปัญหา ในโลกจริง จากนั้นนักเรียนทำความเข้าใจเพื่อระบุประเด็นการเรียนรู้หรือข้อมูลที่ได้จากการศึกษาสถานการณ์ปัญหาด้วยตนเองหรือผ่านการวิเคราะห์ร่วมกันภายในกลุ่ม	<b>1. การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์</b> ระบุประเด็นปัญหา อธิบายและนำเสนอเชิงคณิตศาสตร์ โดยจัดรูปอย่างง่ายหรือแยกย่อยสถานการณ์หรือปัญหา แปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ที่เป็นมาตรฐาน ประกอบด้วย

**ตาราง 6 (ต่อ)**

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทาง คณิตศาสตร์	ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์
<p><b>ขั้นที่ 2</b> ทำปัญหาให้ง่ายขึ้น คือ นักเรียนพิจารณาประเด็นสำคัญของสถานการณ์ปัญหาในโลกจริง กำหนดความสัมพันธ์แต่ละประเด็นเพื่อสร้างข้อความถามและแปลงสถานการณ์ให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์รวมทั้งระบุข้อมูลหรือองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา โดยมีครูคอยให้คำแนะนำ</p>	<p>1.1 การระบุประเด็นปัญหาทางคณิตศาสตร์</p> <p>1.2 ทำสถานการณ์ปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่าย</p> <p>1.3 แปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ที่เป็นมาตรฐาน</p>
<p><b>ขั้นที่ 3</b> คิดให้เป็นคณิตศาสตร์ คือ นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากขั้นที่ 1 และขั้นที่ 2 มาวิเคราะห์ความสอดคล้องกับการแก้ปัญหาซึ่งอาจจะใช้การแยกย่อยสถานการณ์ แล้วแปลงให้อยู่ในรูปของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อย่างง่าย โดยใช้การวาดภาพ การใช้ตารางแสดงความสัมพันธ์ การเขียนสมการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาตัวไม่ทราบค่า โดยมีครูคอยสังเกตการณ์และให้คำแนะนำ</p>	

**ตาราง 6 (ต่อ)**

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทาง คณิตศาสตร์	ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์
<p><b>ขั้นที่ 4 ดำเนินการทางคณิตศาสตร์</b></p> <p>ดำเนินการใช้ยุทธวิธีทางคณิตศาสตร์ เช่น การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ กฎ บทนิยาม ทฤษฎีบท เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ เพื่อหาคำตอบผ่านแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ที่นักเรียนสร้างขึ้น และตรวจสอบความถูกต้องของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์</p>	<p><b>2. การใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์</b></p> <p>ใช้บทนิยาม กฎ และระบบที่มีกฎเกณฑ์ รวมถึงการใช้อัลกอริทึมที่คุ้นเคย ใช้กระบวนการที่มีหลายขั้นตอนและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เพื่อระบุวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และลงข้อสรุปโดยใช้รูปแบบการนำเสนอที่หลากหลาย ประกอบด้วย</p> <p>2.1 ระบุวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์</p> <p>2.2 ใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสม</p> <p>2.3 ให้เหตุผลสำหรับกระบวนการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และลงข้อสรุป</p>
<p><b>ขั้นที่ 5 แปลความหมายผลลัพธ์กับสถานการณ์ปัญหาจริง</b></p> <p>ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้จากการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นกับสถานการณ์ปัญหาในโลกจริง โดยคำนึงถึงข้อจำกัดที่อาจเกิดขึ้นได้ในสถานการณ์จริง</p>	<p><b>3. การตีความและประเมินผลลัพธ์</b></p> <p>ตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากแบบจำลองให้อยู่ในบริบทโลกชีวิตจริงและรู้ถึงขอบเขตหรือข้อจำกัดของแนวคิดเชิงคณิตศาสตร์หรือวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างบริบทของปัญหากับรูปแบบการนำเสนอวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการตีความและการประเมินความเป็นไปได้และข้อจำกัดของวิธีแก้ปัญหา ประกอบด้วย</p>
<p><b>ขั้นที่ 6 ตรวจสอบความเหมาะสม</b></p> <p>ร่วมกันพิจารณาถึงความสมเหตุสมผลของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เมื่อนำกลับมาอธิบายสถานการณ์ปัญหาในโลกจริงรวมถึงระบุขอบเขตหรือข้อจำกัดของแบบจำลองที่</p>	<p>3.1 ตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากแบบจำลองให้อยู่ในบริบทโลกชีวิตจริง</p>

## ตาราง 6 (ต่อ)

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทาง คณิตศาสตร์	ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์
สร้างขึ้นกับการนำไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ ที่มี บริบทใกล้เคียงกัน โดยมีครูคอยสังเกตการณ์ และให้คำแนะนำ	3.2 ประเมินความสมเหตุสมผลของ ผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กับบริบทโลกชีวิตจริง 3.3 รู้ขอบเขตหรือข้อจำกัดของวิธีการ แก้ปัญหาที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
<b>ขั้นที่ 7 นำเสนอ</b> นำเสนอกระบวนการแก้ปัญหาโดยการสร้าง แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ตนเองสร้างขึ้น และร่วมกันอภิปรายแลกเปลี่ยนภายใน ห้องเรียน	

จากตารางข้างต้น พบว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทั้ง 7 ขั้นตอน มีความสอดคล้องกับความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ครบทั้ง 3 กระบวนการ

### งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

#### 1. งานวิจัยในประเทศ

สกล ตั้งแก้วสกุล (2560) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดการใช้  
บริบทเป็นฐานร่วมกับการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยง  
ความรู้คณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ใช้รูปแบบการวิจัย  
แบบศึกษากลุ่มเดี่ยววัดหลายครั้งแบบอนุกรมเวลา กลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3  
จำนวน 30 คน ผลการวิจัยพบว่า 1) ชุดกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น เน้นการนำสถานการณ์  
ปัญหาในชีวิตจริงมาเป็นสถานการณ์ปัญหาให้นักเรียนได้คิด 2) ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้  
ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างและหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง หลังการทดลองสูง  
กว่าก่อนการทดลอง และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ  
.05 และ 4) พัฒนาการของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนเปลี่ยนแปลง  
ไปในทางที่ดีขึ้นตามลำดับ

ชนน คันธาวัตร และวรินทร์ สุภาพ (2561) ได้ศึกษาการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิง  
คณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา  
ปีที่ 5 โดยใช้รูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน ผู้เข้าร่วมวิจัยคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่

5.1 จำนวน 36 คน ประกอบด้วยนักเรียนหญิง 21 คน และนักเรียนชาย 15 คน ผลการวิจัย พบว่า ปัจจัยสำคัญของแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ คือการเลือกสถานการณ์ที่ใกล้เคียงกับประสบการณ์ของนักเรียน ควรใช้คำถามปลายเปิดและเปิดโอกาสให้มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นระหว่างกัน และผลการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนอยู่ในระดับ 3-4 คือ สามารถระบุประเด็นปัญหา สร้างตัวแปรและเลือกยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง และอธิบายการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ได้อย่างเหมาะสม

กุลนิตา ปลื้มปิติวิริยะเวช และอัมพร ม้าคนอง (2562) ได้ศึกษาการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยฝ่ายมัธยม จำนวน 64 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 32 คนและกลุ่มควบคุม 32 คน ใช้เวลาทั้งหมด 24 คาบ ผลการวิจัยพบว่า หลังการทดลองนักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และมีความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จิรศักดิ์ ดีสะเมาะ (2563) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน และได้ศึกษาความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน สำหรับนักศึกษาชั้นปีที่ 1 ระดับปริญญาตรี มีกลุ่มเป้าหมายจำนวน 28 คน เป็นนักศึกษาชั้นปีที่ 1 ที่ลงทะเบียนเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์ ในชีวิตประจำวัน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2562 ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลตะวันออก เขตพื้นที่อุเทนถวาย ผลการวิจัยพบว่า กิจกรรมการเรียนการสอน มีประสิทธิภาพเป็นไปตามเกณฑ์ 60/60 โดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 70.30/69.10 และนักศึกษามีความสามารถ ในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่า ร้อยละ 60 ของจำนวนนักศึกษาทั้งหมดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วาสุกรี แสงป้อม (2564) การจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กลุ่มเป้าหมายคือ นักศึกษาชั้นปีที่ 2 สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์และสถาปัตยกรรมศาสตร์จำนวน 16 คน ภาคเรียนที่ 1 ปี การศึกษา 2563 มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ ศูนย์สุพรรณบุรี ผลการวิจัยพบว่า ขั้นการทำความเข้าใจปัญหาต้องอาศัยบทบาทของผู้สอนในการกระตุ้นการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ใช้วิธีการเสริมแรงทางบวกกับผู้เรียน ขั้นสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ พบว่า หากผู้เรียนมีอุปสรรคหรือมีโมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ผู้วิจัยใช้การตั้งคำถามเพื่อให้ผู้เรียนได้อภิปรายร่วมกันจนได้แนวทางที่ถูกต้อง และในขั้นปรับแต่ง พบว่า ควรให้ผู้เรียนได้รับโอกาสในการปรับปรุงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ผ่านการ



นำเสนอหน้าชั้นเรียนคณิตศาสตร์เปรียบเทียบความแตกต่างเกี่ยวกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มเพื่อนกับกลุ่มของตนเอง นำไปสู่การปรับปรุงแก้ไขแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

เบญจรัตน์ ขวัญคง และวรินทร์ พูนไพบูลย์พิพัฒน์ (2565) ได้ศึกษาการจัดการเรียนรู้โดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วน ผู้เข้าร่วมวิจัย คือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 44 คน เป็นนักเรียนหญิง 23 คน และนักเรียนชาย 21 คน ที่กำลังศึกษาในโรงเรียนมัธยมแห่งหนึ่งในจังหวัดพิจิตร โดยใช้รูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน ผลการวิจัยพบว่า มีประเด็นที่ควรเน้น คือ ควรใช้สถานการณ์ปัญหาที่หลากหลายและนักเรียนมีความคุ้นเคย ใช้คำถามปลายเปิดที่เหมาะสมกับวัยและความสามารถของนักเรียนเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย และเมื่อพิจารณาทั้ง 3 กระบวนการของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถพัฒนากระบวนการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ได้ดีที่สุดจากทั้ง 3 กระบวนการ

## 2. งานวิจัยต่างประเทศ

Arseven (2015) ได้ศึกษาแนวทางการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการศึกษาคณิตศาสตร์ งานวิจัยนี้ได้กล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานของแนวทางการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ 3 ประเด็น คือ 1) แบบจำลอง 2) การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และ 3) กิจกรรมการสร้างแบบจำลอง การศึกษาครั้งนี้ไปสู่การศึกษาและพัฒนาโปรแกรมทางคณิตศาสตร์ของ MNE ซึ่งพัฒนาขึ้นตามแนวทางเชิงสร้างสรรค์ในประเทศตุรกี ผลการวิจัยพบว่า แบบจำลองทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญ คือ ช่วยให้นักเรียนเข้าใจโลกได้ดีขึ้น รองรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย พัฒนาคุณสมบัติทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายมีทัศนคติที่ถูกต้อง และสามารถสนับสนุนกรอบของคณิตศาสตร์ได้ โดยจำเป็นต้องสนับสนุนครูในด้านสื่อการเรียนรู้และทรัพยากรที่จัดทำขึ้นตามแนวทางการสร้างแบบจำลองสำหรับแนวทางการสร้างแบบจำลองเพื่อใช้ในโรงเรียน จำเป็นต้องให้ความสำคัญกับการพัฒนาหลักสูตรหรือตำราเรียนที่เน้นกระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มากขึ้น เพื่อให้ครูนำไปเป็นแนวทางในการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้หรือแผนการจัดการเรียนรู้

Asempapa (2015) ได้ศึกษาความจำเป็นของการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนในโรงเรียนประถมศึกษาและมัธยมศึกษาตอนต้น ของประเทศสหรัฐอเมริกา โดยมีการอภิปรายเกี่ยวกับความท้าทายของการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ผ่านมุมมองของครูและนักเรียน เพื่อแสดงให้เห็นว่านักเรียนชั้นประถมศึกษาและมัธยมศึกษาตอนต้นสามารถมีส่วนร่วมในงานการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ จากการศึกษาพบว่า งานการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่ทรงพลังสำหรับการพัฒนาการใช้เหตุผลเชิงปริมาณ ทักษะการแก้ปัญหาและความสามารถในการสร้างแบบจำลอง ยังช่วยส่งเสริมการพัฒนาแนวปฏิบัติทางคณิตศาสตร์ที่

หลากหลายและทักษะในศตวรรษที่ 21 ซึ่งเป็นทักษะการเรียนรู้ที่เป็นประโยชน์ต่อสถานการณ์ในชีวิตจริงและโลกปัจจุบัน

Tokada et al. (2017) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถด้านความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ โดยการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ (Discovery Learning) ประชากรในการศึกษาคั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทุกคนในโรงเรียนมัธยมต้นแห่งหนึ่งในเมืองทานา ประเทศอินโดนีเซีย ความสามารถด้านความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ในการศึกษาคั้งนี้ คือ ความสามารถในการกำหนดสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ใช้แนวคิดและขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ในการตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์จากปัญหาในชีวิตประจำวัน โดยการเรียนรู้แบบค้นพบแบบจำลอง ผลการศึกษาพบว่า การเรียนรู้คณิตศาสตร์กับการเรียนรู้แบบค้นพบจะช่วยเพิ่มความสามารถด้านความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีนัยสำคัญ และกระบวนการเรียนรู้ต้องอาศัยความคุ้นเคยและมีพื้นที่เพียงพอให้ผู้เรียนแก้ไขปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ด้วยความคิดของตนเอง

Stohlmann (2017) ได้ศึกษาการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ในลาสเวกัส ประเทศสหรัฐอเมริกา ผ่านกิจกรรมการสร้างแบบจำลองศิลปะกับหุ่นยนต์ โดยใช้ความรู้เรื่องเรขาคณิตและการวัด ร่วมกับคำสั่งในการเขียนโปรแกรม การศึกษาคั้งนี้แสดงให้เห็นว่าการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สามารถช่วยให้นักเรียนมีความมั่นใจและมีความคิดสร้างสรรค์ สามารถตรวจสอบ นำเสนอ และตีความสถานการณ์ส่วนบุคคลได้และทำงานอย่างกระตือรือร้น จากการทำกิจกรรมพบว่านักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์สูงจะพยายามสื่อสารกับเพื่อนได้ดีและพยายามที่จะใช้คำจำกัดความที่ชัดเจนในการหารือกับเพื่อนด้วยเหตุผลของตนเอง ซึ่งสิ่งเหล่านี้จำเป็นจะต้องมีประสบการณ์การทำงานเป็นกลุ่มตามความเป็นจริง และสิ่งที่น่าสนใจในการศึกษาคั้งนี้ คือ นักเรียนได้เห็นแนวทางการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ของตนไปประยุกต์ใช้ที่นอกเหนือจากในโรงเรียน

จากการศึกษางานวิจัยทั้งในและต่างประเทศข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical literacy) เป็นสมรรถนะที่มีความสำคัญอย่างยิ่งในการเรียนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันที่ควรได้รับการฝึกฝนและพัฒนา เนื่องจากเป็นความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์หรือบริบทชีวิตจริง ซึ่งจะต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างหลากหลาย และพบว่าการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Models) สามารถส่งเสริมและพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทักษะคิด รวมไปถึงความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ ผ่านกระบวนการแก้ปัญหาที่ใช้สถานการณ์หรือบริบทในโลกจริงที่นักเรียนคุ้นเคย ส่งผลให้นักเรียนเห็นความสำคัญของคณิตศาสตร์มากขึ้น

### บทที่ 3

#### วิธีดำเนินงานวิจัย

การศึกษาในครั้งนี้เป็นการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน เพื่อส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ได้ดำเนินการตามลำดับขั้นตอนและรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. ผู้เข้าร่วมวิจัย
2. รูปแบบการวิจัย
3. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล

#### ผู้เข้าร่วมวิจัย

ผู้เข้าร่วมวิจัยในครั้งนี้ คือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.2 โครงการห้องเรียนพิเศษ วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ เทคโนโลยีและสิ่งแวดล้อม (SMTE) จำนวน 30 คน ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 ซึ่งเป็นนักเรียนหญิงทั้งหมด ที่ได้มาด้วยการเลือกแบบเจาะจง

#### รูปแบบการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ดำเนินการตามรูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน (Action Research) ตามกรอบแนวคิดของ Kemmis & McTaggart (2000 อ้างถึงใน สิริินภา กิจเกื้อกูล, 2557, หน้า 149-152) โดยดำเนินการ 4 วงรอบที่ต่อเนื่องกัน แต่ละวงรอบประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่

ขั้นที่ 1 วางแผน (Plan: P) วางแผนออกแบบการจัดการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้หลังจากได้วิเคราะห์จุดประสงค์หรือกำหนดประเด็นปัญหาที่ชัดเจนแล้ว

ขั้นที่ 2 ปฏิบัติการ (Act: A) ปฏิบัติการตามแผนที่วางไว้

ขั้นที่ 3 สังเกต (Observe: O) เก็บรวบรวมข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการปฏิบัติ รวมทั้งสังเกตตนเองขณะปฏิบัติว่าวิธีการนั้นได้ผลหรือไม่

ขั้นที่ 4 สะท้อนผล (Reflect: R) นำข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์มาสะท้อนผล สังเคราะห์จุดเด่น จุดที่ควรพัฒนาหรือแก้ไข เพื่อนำไปวางแผนในวงรอบถัดไป

สำหรับการส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษ วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ เทคโนโลยีและสิ่งแวดล้อม (SMTE) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้น การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยผู้วิจัยดำเนินการ 4 วงรอบ ดังนี้

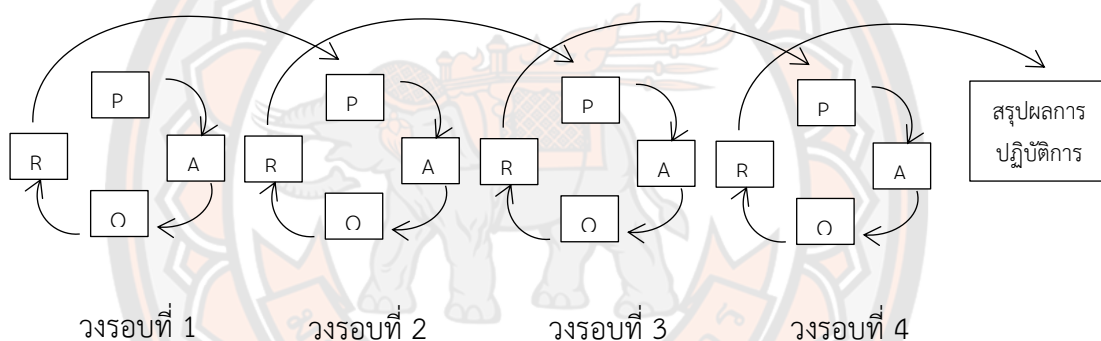
วงรอบที่ 1 ประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ความหมายของอัตราส่วน ตรีโกณมิติ

วงรอบที่ 2 ประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม  $30^\circ$   $45^\circ$  และ  $60^\circ$

วงรอบที่ 3 ประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลม

วงรอบที่ 4 ประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ ในการแก้ปัญหา

การดำเนินการตามลักษณะ ดังภาพที่ 13



ภาพ 13 แสดงวงรอบของการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน

### เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยกับจุดมุ่งหมาย ของการวิจัยแสดงดังตารางที่ 7

ตาราง 7 แสดงการวิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยกับจุดมุ่งหมายของ การวิจัย

จุดมุ่งหมายของการวิจัย	เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
1. เพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทาง คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา	1. แผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้การสร้าง แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วน ตรีโกณมิติ จำนวน 4 แผนการจัดการเรียนรู้

### ตาราง 7 (ต่อ)

จุดมุ่งหมายของการวิจัย	เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
ปีที่ 3 ห้องเรียนพิเศษ SMTE เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ	ใช้เวลาทั้งหมด 10 ชั่วโมง 2. แบบสะท้อนการจัดการเรียนรู้
2. เพื่อส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ห้องเรียนพิเศษ SMTE เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์	1. ใบกิจกรรม 2. แบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้แบ่งออกเป็น 2 ส่วน ดังนี้

#### 1. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

##### 1.1 แผนการจัดการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ จำนวน 4 แผนการจัดการเรียนรู้ ใช้เวลาทั้งหมด 10 ชั่วโมง ประกอบด้วย

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ  $\sin$  ,  $\cos$  ,  $\tan$  ของมุม  $30^\circ$

$45^\circ$  และ  $60^\circ$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลม

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการแก้ปัญหา

แผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผนมีขั้นตอนการสร้างและพัฒนา ดังนี้

##### 1.1.1 ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียน โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. คำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค23102

2. มาตรฐานการเรียนรู้

3. ตัวชี้วัด

4. จุดประสงค์การเรียนรู้

5. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

##### 1.1.2 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับขั้นตอนการจัดการเรียนรู้

คณิตศาสตร์โดยใช้การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

1.1.3 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความหมาย องค์ประกอบ และการวัดประเมินผลความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์

1.1.4 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ จำนวน 4 แผนการจัดการเรียนรู้ และใบกิจกรรมที่ใช้ในแผนการจัดการเรียนรู้ นั้น แสดงดังตารางที่ 8

ตาราง 8 แสดงสถานการณ์ของใบกิจกรรมที่ใช้ในแผนการจัดการเรียนรู้และเวลาที่ใช้

ที่	แผนการจัดการเรียนรู้	สถานการณ์	ระยะเวลา (ชั่วโมง)
1	ความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติ	สำรวจรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก	3
2	อัตราส่วนตรีโกณมิติ $\sin$ , $\cos$ , $\tan$ ของมุม $30^\circ$ $45^\circ$ และ $60^\circ$	ความสูงของเสาธง	2
3	อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลม	บ่อน้ำบาดาล	2
4	การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการแก้ปัญหา	Wheelchair	3

แผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีองค์ประกอบดังนี้

1. ชื่อแผนการจัดการเรียนรู้
  2. มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด
  3. สาระสำคัญ
  4. จุดประสงค์การเรียนรู้
  5. สาระการเรียนรู้
  6. กระบวนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์
- ประกอบด้วย 7 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 อ่านทำความเข้าใจปัญหา

ขั้นตอนที่ 2 ทำปัญหาให้ง่ายขึ้น

ขั้นตอนที่ 3 คิดให้เป็นคณิตศาสตร์

ขั้นตอนที่ 4 ดำเนินการทางคณิตศาสตร์

ขั้นตอนที่ 5 แปลความหมายผลลัพธ์กับสถานการณ์ปัญหา

ขั้นตอนที่ 6 ตรวจสอบความเหมาะสม

ขั้นตอนที่ 7 นำเสนอ

7. สื่อและแหล่งการเรียนรู้

8. การวัดและประเมินผล

1.1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมขององค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้และเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด 3 ท่าน ประกอบด้วย

ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ หรืออาจารย์ในระดับอุดมศึกษา สาขาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ จำนวน 1 ท่าน

ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ หรืออาจารย์ในระดับอุดมศึกษา สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา/การสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ จำนวน 1 ท่าน

ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ หรือครูประจำการกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีประสบการณ์สอนในระดับมัธยมศึกษาไม่น้อยกว่า 10 ปี จำนวน 1 ท่าน

แต่ละแผนการจัดการเรียนรู้เน้นรูปแบบการประเมินแบบมาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ (Rating Scale) ตามแบบของลิเคิร์ต (Likert) มีเกณฑ์การให้คะแนนความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ ดังนี้

เหมาะสมมากที่สุด	ให้คะแนน 5 คะแนน
เหมาะสมมาก	ให้คะแนน 4 คะแนน
เหมาะสมปานกลาง	ให้คะแนน 3 คะแนน
เหมาะสมน้อย	ให้คะแนน 2 คะแนน
เหมาะสมน้อยที่สุด	ให้คะแนน 1 คะแนน

และนำผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้ ไปคำนวณหาค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานสำหรับแต่ละด้าน แล้วนำผลที่ได้ไปเทียบกับเกณฑ์การแปลความหมาย (รัตนะ บัวสน, 2556 อ้างถึงใน ทรงยศ สุกุลยา และวรินทร์ สุภาพ, 2562)

ค่าเฉลี่ย 4.50-5.00 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมากที่สุด

ค่าเฉลี่ย 3.50-4.49 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมาก

ค่าเฉลี่ย 2.50-3.49 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมปานกลาง

ค่าเฉลี่ย 1.50-2.49 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมน้อย

ค่าเฉลี่ย 1.00-1.49 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมน้อยที่สุด

เกณฑ์การตัดสินผลการประเมินคือ แผนการจัดการเรียนรู้ต้องมีค่าเฉลี่ยไม่ต่ำกว่า 3.50 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานไม่เกิน 1.00 จึงจะถือว่าแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสม โดยผลการ

ประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ มีค่าเฉลี่ยโดยรวม เท่ากับ 4.67 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานโดยรวม เท่ากับ 0.47 ซึ่ง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมากที่สุดและสามารถนำไปใช้ได้

1.1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้มาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำหรือข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาและผู้เชี่ยวชาญ และเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง โดยมีรายละเอียดการปรับปรุง ดังนี้

1) ปรับจุดประสงค์การเรียนรู้ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ด้านความรู้ (K) ให้อยู่ในระดับที่สูงกว่าการอธิบายเพียงอย่างเดียว

2) เพิ่มรายละเอียดของกิจกรรมในส่วนของคำถามกระตุ้น

3) ตรวจสอบรูปแบบตัวหนังสือของสมการและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ให้เป็นรูปแบบเดียวกันทุกแผนการจัดการเรียนรู้

1.1.7 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ฉบับสมบูรณ์

1.2 แบบสะท้อนการจัดการเรียนรู้

ผู้วิจัยสร้างแบบสะท้อนการจัดการเรียนรู้ขึ้นเพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลในขณะดำเนินกิจกรรมตามแผนการจัดการเรียนรู้ มีขั้นตอนการสร้างดังนี้

1.2.1 กำหนดขอบเขตของการบันทึกการสะท้อนการจัดการเรียนรู้ พิจารณาจากการจัดการเรียนรู้ในแต่ละขั้นว่ามีปัญหาหรืออุปสรรคหรือไม่อย่างไร

1.2.2 สร้างแบบสะท้อนการจัดการเรียนรู้

1.2.3 นำแบบสะท้อนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมขององค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้และเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด 3 ท่าน ประกอบด้วย

ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ หรืออาจารย์ในระดับอุดมศึกษา สาขา คณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ จำนวน 1 ท่าน

ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ หรืออาจารย์ในระดับอุดมศึกษา สาขา คณิตศาสตร์ศึกษา/การสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ จำนวน 1 ท่าน

ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ หรือครูประจำการกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีประสบการณ์สอนในระดับมัธยมศึกษาไม่น้อยกว่า 10 ปี จำนวน 1 ท่าน

1.2.4 นำแบบสะท้อนการจัดการเรียนรู้มาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำหรือข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาและผู้เชี่ยวชาญ และเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความ



ถูกต้องอีก โดยมีรายละเอียดการปรับปรุง คือ เพิ่มส่วนที่ให้อธิบายจุดเด่นของแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้

### 1.2.5 จัดทำแบบสะท้อนการจัดการเรียนรู้ฉบับสมบูรณ์

## 2. เครื่องมือที่ใช้เก็บรวบรวมข้อมูล

### 2.1 ใบกิจกรรม

ใบกิจกรรมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นส่วนหนึ่งของแผนการจัดการเรียนรู้ ที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับกระบวนการความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นสถานการณ์ปัญหาที่มีคำถามย่อยที่ส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 กระบวนการ โดยใช้การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และการเขียนตอบแบบอิสระ มีลักษณะคือ 1) คำถามที่ส่งเสริมการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นคำถามปลายเปิดให้นักเรียนระบุประเด็นปัญหา ข้อมูลที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาและให้นำเสนอปัญหาอยู่ในรูปอย่างง่าย 2) คำถามที่ส่งเสริมการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นการให้ระบุวิธีการแก้ปัญหาที่ใช้แนวคิดหรือหลักการทางคณิตศาสตร์และแสดงเหตุผลของการเลือกใช้วิธีดังกล่าว และ 3) คำถามที่ส่งเสริมการตีความและประเมินผลลัพธ์มีลักษณะเป็นคำถามปลายเปิดที่กระตุ้นให้เกิดการประเมินความถูกต้องและสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ที่ได้และอธิบายถึงข้อจำกัดของวิธีการแก้ปัญหานั้น โดยมีขั้นตอนการสร้างดังนี้

#### 2.1.1 ศึกษากรอบการประเมิน และองค์ประกอบของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์

#### 2.1.2 ศึกษาสถานการณ์และลักษณะของคำถามที่ใช้ในการประเมินความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์

2.1.3 ศึกษากระบวนการสร้างใบกิจกรรมซึ่งดำเนินไปพร้อมกับการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ มีการเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาและผู้เชี่ยวชาญ รวมทั้งปรับแก้ตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาและผู้เชี่ยวชาญ พบว่าไม่มีส่วนที่ต้องปรับปรุงแก้ไข

#### 2.1.4 จัดทำใบกิจกรรมฉบับสมบูรณ์

## 2.2 แบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

แบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นนี้ ใช้เป็นเครื่องมือในการเก็บข้อมูลเพื่อใช้ในการวัดและประเมินผลความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งนักเรียนจะต้องทำแบบวัดนี้เมื่อสิ้นสุดการจัดการเรียนรู้ทั้ง 4 วนรอบแล้ว โดยมีขั้นตอนการสร้างดังนี้

### 2.2.1 ศึกษาองค์ประกอบ ความหมาย และกรอบการประเมินความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิดของ PISA

2.2.2 ศึกษาคำอธิบายรายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค23102 มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัดและจุดประสงค์การเรียนรู้ เพื่อเป็นกรอบในการสร้างแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์

2.2.3 ศึกษาตัวอย่างข้อสอบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ ของ PISA ในด้านของสถานการณ์ปัญหาและคำถามย่อยที่ใช้ในการวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 กระบวนการ

2.2.4 สร้างแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 2 สถานการณ์ แต่ละสถานการณ์ประกอบด้วยคำถามย่อยที่แสดงถึงองค์ประกอบของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ คือ การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ การใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ และการตีความและประเมินผลลัพธ์ แสดงดังตารางที่ 9

ตาราง 9 แสดงการวิเคราะห์การสร้างแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์

เรื่อง	สร้าง (ข้อ)	สถานการณ์	ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์			บริบท
			คิด	ใช้	ตีความ	
ความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติ	1	เทศกาลบอลลูน	✓	✓	✓	ส่วนตัว
อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลม						
การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการแก้ปัญหา	1	ลานกางเต็นท์	✓	✓	✓	ส่วนตัว

2.2.5 นำแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 2 สถานการณ์เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมขององค์ประกอบของแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ และเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด 3 ท่าน ประกอบด้วย

ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ หรืออาจารย์ในระดับอุดมศึกษา สาขาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ จำนวน 1 ท่าน

ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ หรืออาจารย์ในระดับอุดมศึกษา สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา/การสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ จำนวน 1 ท่าน

ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ หรือครูประจำการกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีประสบการณ์สอนในระดับมัธยมศึกษาไม่น้อยกว่า 10 ปี จำนวน 1 ท่าน

แบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ใช้รูปแบบการประเมินค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) พัฒนาโดย Rovinelli and Hambleton (1976, อ้างถึงใน น้ำทิพย์ งามอาภาวิชัย, 2565) เพื่อพิจารณาความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับจุดประสงค์ที่ต้องการวัด กำหนดระดับการแสดงความคิดเห็นเป็น 3 ระดับ ดังนี้

- +1 หมายถึง คำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์ที่ต้องการวัด
- 0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์ที่ต้องการวัดหรือไม่
- 1 หมายถึง คำถามไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์ที่ต้องการวัด

จากนั้นรวบรวมผลมาวิเคราะห์ตามระดับ 3 ระดับ จากสูตร

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

$\sum R$  คือ คะแนนรวม

$N$  คือ จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

โดยค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ที่ผ่านเกณฑ์คุณภาพคือ 0.50 ขึ้นไป ผลการประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ พบว่า ข้อคำถามส่วนใหญ่มีค่า IOC มากกว่า 0.6 ซึ่งสามารถนำไปใช้ได้ และมีข้อคำถาม 1 ข้อที่มีค่า IOC เท่ากับ 0.33 ซึ่งได้ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญรายละเอียดในข้อที่ 2.2.6 ข้อ 3) ก่อนนำไปใช้

2.2.6 นำแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ มาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำหรือข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาและผู้เชี่ยวชาญ และเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง มีรายละเอียดการปรับปรุง ดังนี้

- 1) เพิ่มข้อคำถามที่ให้เขียนข้อกำหนดหรือเงื่อนไขที่จะส่งผลกระทบต่อวิธีการหาผลลัพธ์หรือการคำนวณ
- 2) เพิ่มข้อคำถามที่ให้นักเรียนยกตัวอย่างสถานการณ์ที่ต้องใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ
- 3) เปลี่ยนรูปภาพที่ใช้ประกอบในสถานการณ์ลานกางเต็นท์ ให้เข้าใจง่ายขึ้น

2.2.7 จัดทำแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ฉบับสมบูรณ์

2.2.8 สร้างเกณฑ์ระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ 4 ระดับ ตามกรอบระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน 6 ระดับ ของ PISA ดังตารางที่ 1 ที่ครอบคลุม 3 กระบวนการดังตารางที่ 10 ถึง 12

ตาราง 10 แสดงเกณฑ์ระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ด้านการคิดสถานการณ์  
ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์

องค์ประกอบ	ระดับคุณภาพ			
	3(ดีมาก)	2(ดี)	1(พอใช้)	0(ปรับปรุง)
1.1 การระบุ ประเด็นปัญหา ทางคณิตศาสตร์	ระบุและอธิบาย ประเด็นปัญหา และข้อมูลที่ จำเป็นทาง คณิตศาสตร์ของ สถานการณ์ ปัญหาในโลกจริง ได้ถูกต้องสมบูรณ์	ระบุและอธิบาย ประเด็นปัญหา และข้อมูลที่ จำเป็นทาง คณิตศาสตร์ของ สถานการณ์ ปัญหาในโลกจริง ได้ถูกต้อง บางส่วนและไม่มี ส่วนที่ผิด	ระบุและอธิบาย ประเด็นปัญหา และข้อมูลที่ จำเป็นทาง คณิตศาสตร์ของ สถานการณ์ ปัญหาในโลกจริง ได้ถูกต้อง บางส่วนและมี บางส่วนที่ ผิดพลาด	ไม่สามารถระบุ และอธิบาย ประเด็นปัญหา และข้อมูลที่ จำเป็นทาง คณิตศาสตร์ของ สถานการณ์ ปัญหาในโลก จริงได้ หรือ เขียนอธิบาย คำตอบไม่ ถูกต้อง
1.2 ระบุเงื่อนไข เบื้องต้น ทำ สถานการณ์ ปัญหาให้อยู่ใน รูปอย่างง่าย	จัดรูปอย่างง่าย หรือแยกย่อย สถานการณ์ ปัญหาเพื่อให้ สามารถวิเคราะห์ ทางคณิตศาสตร์ ได้รวมทั้งบอก เงื่อนไขที่จำเป็น ในการแก้ปัญหา ได้ถูกต้องสมบูรณ์	จัดรูปอย่างง่าย หรือแยกย่อย สถานการณ์ ปัญหาเพื่อให้ สามารถวิเคราะห์ ทางคณิตศาสตร์ ได้รวมทั้งบอก เงื่อนไขที่จำเป็น ในการแก้ปัญหา ได้ถูกต้อง บางส่วนและไม่มี ส่วนที่ผิด	จัดรูปอย่างง่าย หรือแยกย่อย สถานการณ์ ปัญหาเพื่อให้ สามารถวิเคราะห์ ทางคณิตศาสตร์ ได้รวมทั้งบอก เงื่อนไขที่จำเป็น ในการแก้ปัญหา ได้ถูกต้องบาง ส่วนและมีบาง ส่วนที่ผิดพลาด	ไม่สามารถจัดรูป อย่างง่ายหรือ แยกย่อย สถานการณ์ ปัญหาเพื่อให้ สามารถ วิเคราะห์ทาง คณิตศาสตร์ได้ รวมทั้งไม่ สามารถบอก เงื่อนไขที่จำเป็น ในการ

## ตาราง 10 (ต่อ)

องค์ประกอบ	ระดับคุณภาพ			
	3(ดีมาก)	2(ดี)	1(พอใช้)	0(ปรับปรุง)
				แก้ปัญหาได้ หรือเขียน อธิบายคำตอบ ไม่ถูกต้อง
1.3 แปลงปัญหา ให้อยู่ในรูปของ การนำเสนอทาง คณิตศาสตร์ที่ เป็นมาตรฐาน หรือในรูป อัลกอริทึม	ประยุกต์ใช้ เครื่องมือทาง คณิตศาสตร์ หรือ การวาดภาพ เพื่อ แสดง ความสัมพันธ์ รวมทั้งแทนค่า ข้อมูลลงใน สมการได้ถูกต้อง สมบูรณ์	ประยุกต์ใช้ เครื่องมือทาง คณิตศาสตร์ หรือ การวาดภาพ เพื่อ แสดง ความสัมพันธ์ รวมทั้งแทนค่า ข้อมูลลงใน สมการได้ถูกต้อง บางส่วนและไม่มี ส่วนที่ผิด	ประยุกต์ใช้ เครื่องมือทาง คณิตศาสตร์ หรือ การวาดภาพ เพื่อ แสดง ความสัมพันธ์ รวมทั้งแทนค่า ข้อมูลลงใน สมการได้ถูกต้อง บางส่วนและมี ผิดพลาด	ไม่สามารถ ประยุกต์ใช้ เครื่องมือทาง คณิตศาสตร์ หรือการวาด ภาพ เพื่อแสดง ความสัมพันธ์ รวมทั้งไม่ สามารถแทนค่า ข้อมูลลงใน สมการได้ หรือ เขียนอธิบาย คำตอบไม่ ถูกต้อง

ตาราง 11 แสดงเกณฑ์ระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์

องค์ประกอบ	ระดับคุณภาพ			
	3(ดีมาก)	2(ดี)	1(พอใช้)	0(ปรับปรุง)
2.1 ระบุวิธีแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	เลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม	เลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม	เลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม	ไม่สามารถเลือกใช้วิธีการ
กับประเด็นปัญหาและข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาอย่างถูกต้องสมบูรณ์	กับประเด็นปัญหาและข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาอย่างถูกต้องสมบูรณ์	กับประเด็นปัญหาและข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาอย่างถูกต้องบางส่วนและไม่มีส่วนที่ผิด	กับประเด็นปัญหาและข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาอย่างถูกต้องบางส่วนและมีบางส่วนที่ผิดพลาด	ที่ไม่เหมาะสมกับประเด็นปัญหาและข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาได้ หรือเขียนอธิบายคำตอบไม่ถูกต้อง
2.2 ใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสม	ใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ที่เลือกและการคิดเชิงคำนวณในการหาผลลัพธ์ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์	ใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ที่เลือกและการคิดเชิงคำนวณในการหาผลลัพธ์ได้อย่างถูกต้องบางส่วนและไม่มีส่วนที่ผิด	ใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ที่เลือกและการคิดเชิงคำนวณในการหาผลลัพธ์ได้อย่างถูกต้องบางส่วนและมีบางส่วนที่ผิดพลาด	ไม่สามารถใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์และการคิดเชิงคำนวณในการหาผลลัพธ์ได้หรือเขียนอธิบายคำตอบไม่ถูกต้อง
2.3 ให้เหตุผลสำหรับกระบวนการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหา	อธิบายเหตุผลและความสอดคล้องระหว่างสถานการณ์	อธิบายเหตุผลและความสอดคล้องระหว่างสถานการณ์	อธิบายเหตุผลและความสอดคล้องระหว่างสถานการณ์	ไม่สามารถอธิบายเหตุผลและความสอดคล้องระหว่าง

ตาราง 11 (ต่อ)

องค์ประกอบ	ระดับคุณภาพ			
	3(ดีมาก)	2(ดี)	1(พอใช้)	0(ปรับปรุง)
ทางคณิตศาสตร์ และลงข้อสรุป	ปัญหากับวิธีการ หรือกระบวนการ ที่เลือกใช้ได้ อย่างถูกต้องสมบูรณ์	ปัญหากับวิธีการ หรือกระบวนการ ที่เลือกใช้ได้ อย่างถูกต้องบางส่วน และไม่มีส่วนที่ผิด	ปัญหากับวิธีการ หรือกระบวนการ ที่เลือกใช้ได้ อย่างถูกต้องบางส่วน	สถานการณ์ ปัญหา กับวิธีการ หรือ กระบวนการที่ เลือกใช้ได้ หรือ เขียนอธิบาย คำตอบไม่ ถูกต้อง

ตาราง 12 แสดงเกณฑ์ระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ด้านการตีความและ  
ประเมินผลลัพธ์

องค์ประกอบ	ระดับคุณภาพ			
	3(ดีมาก)	2(ดี)	1(พอใช้)	0(ปรับปรุง)
3.1 ตีความ ผลลัพธ์ทาง คณิตศาสตร์ที่ได้ จากแบบจำลอง ให้อยู่ในบริบท โลกชีวิตจริง	อธิบายผลลัพธ์ที่ ได้จากการ คำนวณโดยใช้ เครื่องมือหรือ วิธีการทาง คณิตศาสตร์สู่ ผลลัพธ์ของ สถานการณ์ ปัญหาในบริบท โลกชีวิตจริงได้ อย่างถูกต้อง สมบูรณ์	อธิบายผลลัพธ์ที่ ได้จากการ คำนวณโดยใช้ เครื่องมือหรือ วิธีการทาง คณิตศาสตร์สู่ ผลลัพธ์ของ สถานการณ์ ปัญหาในบริบท โลกชีวิตจริงได้ ถูกต้องบางส่วน และไม่มีส่วนที่ผิด	อธิบายผลลัพธ์ที่ ได้จากการ คำนวณโดยใช้ เครื่องมือหรือ วิธีการทาง คณิตศาสตร์สู่ ผลลัพธ์ของ สถานการณ์ โลกชีวิตจริงได้ ถูกต้องบางส่วน และมีบางส่วนที่ อธิบายผิด	ไม่สามารถ อธิบายผลลัพธ์ที่ ได้จากการ คำนวณโดยใช้ เครื่องมือหรือ วิธีการทาง คณิตศาสตร์สู่ ผลลัพธ์ของ สถานการณ์ ปัญหาในบริบท โลกชีวิตจริงได้ หรือเขียน อธิบายคำตอบ ไม่ถูกต้อง

ตาราง 12 (ต่อ)

องค์ประกอบ	ระดับคุณภาพ			
	3(ดีมาก)	2(ดี)	1(พอใช้)	0(ปรับปรุง)
3.2 ประเมิน ความ สมเหตุสมผล ของผลลัพธ์ทาง คณิตศาสตร์กับ บริบทโลกชีวิต จริง	อธิบายความ สมเหตุสมผลของ ผลลัพธ์ทาง คณิตศาสตร์ที่ได้ กับบริบทของ ปัญหาได้อย่าง ถูกต้องสมบูรณ์	อธิบายความ สมเหตุสมผลของ ผลลัพธ์ทาง คณิตศาสตร์ที่ได้ กับบริบทของ ปัญหาได้อย่าง ถูกต้องบางส่วน และไม่มีส่วนที่ผิด	อธิบายความ สมเหตุสมผลของ ผลลัพธ์ทาง คณิตศาสตร์ที่ได้ กับบริบทของ ปัญหาได้อย่าง ถูกต้องบางส่วน และมีบางส่วนที่ อธิบายผิด	ไม่สามารถ อธิบายความ สมเหตุสมผล ของผลลัพธ์ทาง คณิตศาสตร์ที่ได้ กับบริบทของ ปัญหาได้ หรือ เขียนอธิบาย คำตอบไม่ ถูกต้อง
3.3 รู้ขอบเขต หรือข้อจำกัด ของวิธีการ แก้ปัญหาที่ใช้ใน การแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ ระบุข้อจำกัด ของวิธีการที่ใช้ ในการแก้ปัญหา	อธิบายข้อจำกัด ของวิธีการที่ใช้ใน การแก้ปัญหาได้ อย่างถูกต้อง สมบูรณ์	อธิบายข้อจำกัด ของวิธีการที่ใช้ใน การแก้ปัญหาได้ อย่างถูกต้อง บางส่วนและไม่มี ส่วนที่ผิด	อธิบายข้อจำกัด ของวิธีการที่ใช้ใน การแก้ปัญหาได้ อย่างถูกต้อง บางส่วนและมี ส่วนที่อธิบาย ผิด	ไม่สามารถ อธิบายข้อจำกัด ของวิธีการที่ใช้ ในการแก้ปัญหา ได้ หรือเขียน อธิบายคำตอบ ไม่ถูกต้อง

ผู้วิจัยได้พัฒนาเกณฑ์การวัดระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 กระบวนการ ตามกรอบระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน 6 ระดับ ของ PISA ดังตารางที่ 1 และเมื่อวิเคราะห์ความสอดคล้อง พบว่า เกณฑ์ระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ด้านการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ในตารางที่ 10 สอดคล้องกับระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน 6 ระดับ ของ PISA ดังนี้

ระดับที่ 3 (ดีมาก)	สอดคล้องกับระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ ระดับ 5-6
ระดับที่ 2 (ดี)	สอดคล้องกับระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ ระดับ 3-4



ระดับที่ 1 (พอใช้) สอดคล้องกับระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ ระดับ 1-2  
เกณฑ์ระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ในตารางที่  
11 สอดคล้องกับระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน 6 ระดับ ของ PISA ดังนี้

ระดับที่ 3 (ดีมาก) สอดคล้องกับระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ ระดับ 5-6

ระดับที่ 2 (ดี) สอดคล้องกับระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ ระดับ 3-4

ระดับที่ 1 (พอใช้) สอดคล้องกับระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ ระดับ 1-2

เกณฑ์ระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ด้านความเท่าเทียมและประเมินผลลัพธ์ในตารางที่  
12 สอดคล้องกับระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน 6 ระดับ ของ PISA ดังนี้

ระดับที่ 3 (ดีมาก) สอดคล้องกับระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ ระดับ 5-6

ระดับที่ 2 (ดี) สอดคล้องกับระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ ระดับ 3-4

ระดับที่ 1 (พอใช้) สอดคล้องกับระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ ระดับ 1-2

2.2.9 นำเกณฑ์ระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์มาปรับปรุงแก้ไข  
ตามคำแนะนำหรือข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาและผู้เชี่ยวชาญ และเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษา  
ตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง โดยมีรายละเอียดการปรับปรุง คือ เพิ่มคำอธิบายในระดับปรับปรุงให้  
มีความครอบคลุม

2.2.12 จัดทำเกณฑ์ระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับสมบูรณ์

### การเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้ดำเนินการตามรูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน ซึ่งมีวิธีการเก็บ  
รวบรวมข้อมูล ดังนี้

1. แจกจุดประสงค์การจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนที่เข้าร่วมการวิจัยได้รับทราบ
2. ดำเนินการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้การสร้างแบบจำลองทาง  
คณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาความฉลาดรู้ของนักเรียน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ สำหรับนักเรียนชั้น  
มัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 4 แผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้เวลาทั้งหมด 10 ชั่วโมง
3. ในระหว่างทำกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยและผู้ร่วมวิจัย คือ ครูผู้สอนวิชา  
คณิตศาสตร์ ที่มีประสบการณ์สอนคณิตศาสตร์ มากกว่า 10 ปี ได้ร่วมกันสังเกตพฤติกรรมของ  
นักเรียนระหว่างฝึกปฏิบัติใบกิจกรรม และบันทึกการสังเกตลงในแบบสะท้อนการจัดการเรียนรู้
4. เมื่อเสร็จสิ้นการจัดการเรียนรู้ในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยรวบรวมใบ  
กิจกรรมของนักเรียนทุกกลุ่มและแบบสะท้อนการจัดการเรียนรู้ เพื่อนำไปสรุปผลและวิเคราะห์เพื่อ  
นำไปปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ในครั้งถัดไป

5. เมื่อเสร็จสิ้นการจัดการเรียนรู้ครบทุกแผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นเวลา 1 ชั่วโมง

6. นำผลที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งหมดไปทำการวิเคราะห์ข้อมูล

### การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ข้อมูลแบ่งเป็น 2 ส่วน ตามจุดมุ่งหมายของการวิจัย มีรายละเอียด ดังนี้

1. การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ห้องเรียนพิเศษ SMTE เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยมีขั้นตอน ดังนี้

1.1 ผู้วิจัยได้รวบรวมข้อมูลที่ได้จากแบบสะท้อนการจัดการเรียนรู้ ที่ได้จากผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้ มาทำการวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content analysis) เมื่อสิ้นสุดแต่ละวงรอบ โดยการจัดระเบียบข้อมูลตามประเด็นที่ผู้วิจัยต้องการวิเคราะห์ คือ 1) การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สามารถพัฒนาความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้หรือไม่ อย่างไร 2) ปัญหาหรืออุปสรรคที่พบจากการจัดการเรียนรู้ และ 3) แนวทางการแก้ปัญหาที่พบจากการจัดการเรียนรู้ โดยมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

1.1.1 ผู้วิจัยทำการจัดระเบียบข้อมูลเพื่อทำการวิเคราะห์และตีความข้อมูล

1.1.2 ผู้วิจัยทำการจัดระเบียบเนื้อหาของข้อมูล โดยการใส่รหัสข้อมูลเพื่อนำผลการวิเคราะห์และตีความข้อมูลไปปรับปรุงและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ในวงรอบถัดไป

1.1.3 ผู้วิจัยทำการแสดงข้อมูล โดยการนำข้อมูลที่มียุทธศาสตร์เดียวกันมาจัดหมวดหมู่เพื่อสะดวกต่อการวิเคราะห์และอภิปรายผล

1.2 ผู้วิจัยทำการเขียนบรรยายสรุปข้อมูลแต่ละขั้นตอนของการจัดกิจกรรมตามประเด็นที่ต้องการวิเคราะห์ ทั้ง 4 ขั้นตอน ได้แก่

1.2.1 ชั้นวางแผน เป็นการรายงานรายละเอียดที่ผู้วิจัยได้ออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้

1.2.2 ชั้นปฏิบัติการ เป็นการรายงานขั้นตอนการจัดกิจกรรมที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 7 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 อ่านทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่ 2 ทำปัญหาให้ง่ายขึ้น ขั้นที่ 3 คิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ขั้นที่ 4 ดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ขั้นที่ 5 แปลความหมายผลลัพธ์กับสถานการณ์ปัญหาจริง ขั้นที่ 6 ตรวจสอบความเหมาะสม และขั้นที่ 7 นำเสนอ

1.2.3 ชั้นสังเกตการณ์ เป็นการรายงานผลการจัดการเรียนรู้ที่ได้จากการจัดระเบียบข้อมูล

1.2.4 **ขั้นสะท้อนผล** เป็นการรายงานแนวทางการปรับปรุงแก้ไข เพื่อนำไปปรับปรุงและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ในวงรอบถัดไป

1.3 ผู้วิจัยทำการตรวจสอบความน่าเชื่อถือของข้อมูลเชิงคุณภาพ ด้านวิธีการตรวจสอบแบบสามเส้าด้านแหล่งข้อมูล (Resource Triangulation) ที่ได้จากผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้ ซึ่งให้ข้อมูลในประเด็นเดียวกันและใช้เครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลชนิดเดียวกันในเวลาเดียวกัน

## 2. การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ห้องเรียนพิเศษ SMTE เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยมีขั้นตอน ดังนี้

ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากใบกิจกรรม และแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นข้อมูลที่ได้จากผู้เข้าร่วมวิจัยมาวิเคราะห์แบบองค์ประกอบย่อย (Analytic rubrics) (Mertler, 2001) โดยมีรายละเอียด ดังนี้

2.1 ผู้วิจัยวิเคราะห์การเขียนคำตอบของนักเรียนตามเกณฑ์ระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งแบ่งออกเป็น 4 ระดับ ดังตารางที่ 10 - 12

2.2 ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์แบบองค์ประกอบย่อย (Analytic rubrics) โดยการจัดกลุ่มคำตอบของนักเรียน ตามองค์ประกอบของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 กระบวนการ ซึ่งแต่ละกระบวนการจะแบ่งออกเป็น 4 ระดับ ได้แก่ ดีมาก(3) ดี(2) พอใช้(1) และปรับปรุง(0) โดยนับจำนวนนักเรียนและหาค่าร้อยละของนักเรียนในแต่ละระดับ

2.3 ผู้วิจัยนำผลการวิเคราะห์ระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน มาเขียนอธิบายภาพรวมของระดับคุณภาพในแต่ละกระบวนการ เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องและทิศทางของข้อมูล

2.4 ผู้วิจัยทำการตรวจสอบความน่าเชื่อถือของข้อมูล ด้วยวิธีการตรวจสอบแบบสามเส้าด้านเครื่องมือการเก็บรวบรวมข้อมูล (Methodological triangulation) ที่ได้จากใบกิจกรรม และแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งให้ข้อมูลในประเด็นเดียวกันและใช้กับผู้เข้าร่วมวิจัยกลุ่มเดียวกัน

## บทที่ 4

### ผลการวิจัย

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการวิจัยปฏิบัติการเพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ห้องเรียนพิเศษ SMTE เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ แบ่ง ออกเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 แนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ห้องเรียนพิเศษ SMTE เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ

ตอนที่ 2 ผลการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ห้องเรียนพิเศษ SMTE เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

**ตอนที่ 1 แนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ห้องเรียนพิเศษ SMTE เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ**

ผู้วิจัยใช้รูปแบบการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน ดำเนินการตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทั้งหมด 4 แผนการจัดการเรียนรู้ แผนละ 1 วงรอบ รวมทั้งหมด 4 วงรอบ แต่ละวงรอบประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่

ขั้นที่ 1 วางแผน (Plan: P) วางแผนออกแบบการจัดการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้หลังจากได้วิเคราะห์จุดประสงค์หรือกำหนดประเด็นปัญหาที่ชัดเจนแล้ว

ขั้นที่ 2 ปฏิบัติการ (Act: A) ปฏิบัติการตามแผนที่วางไว้

ขั้นที่ 3 สังเกต (Observe: O) เก็บรวบรวมข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการปฏิบัติ รวมทั้งสังเกตตนเองขณะปฏิบัติว่าวิธีการนั้นได้ผลหรือไม่

ขั้นที่ 4 สะท้อนผล (Reflect: R) นำข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์มาสะท้อนผลสังเคราะห์จุดเด่น จุดที่ควรพัฒนาหรือแก้ไข เพื่อนำไปวางแผนในวงรอบถัดไป

โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 4 สัปดาห์ รวมเวลาทั้งหมด 10 ชั่วโมง สำหรับ แต่ละวงรอบ มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

## วงรอบที่ 1 เรื่อง ความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติ

### ขั้นที่ 1 วางแผน (Plan)

#### 1. เตรียมแผนการจัดการเรียนรู้

ผู้วิจัยจัดการเรียนรู้ตามหลักสูตรของโรงเรียนมัธยมศึกษาแห่งหนึ่งในจังหวัด พิษณุโลก ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน หน่วยการเรียนรู้เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ประกอบด้วย 4 บทเรียนย่อย ได้แก่ ความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติ อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลม และการประยุกต์ใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยก่อนที่ผู้วิจัยจะดำเนินการจัดการเรียนรู้ในหน่วยการเรียนรู้ดังกล่าว ผู้วิจัยได้วางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ จำนวน 4 แผนการจัดการเรียนรู้ ได้แก่

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ  $\sin, \cos, \tan$  ของมุม  $30^\circ, 45^\circ$  และ  $60^\circ$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลม

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการแก้ปัญหา

ในแต่ละแผนการ จัดการเรียนรู้มีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ 7 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 อ่านทำความเข้าใจปัญหา

ขั้นที่ 2 ทำปัญหาให้ง่ายขึ้น

ขั้นที่ 3 คิดให้เป็นคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 4 ดำเนินการทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 5 แปลความหมายผลลัพธ์กับสถานการณ์ปัญหา

ขั้นที่ 6 ตรวจสอบความเหมาะสม

ขั้นที่ 7 นำเสนอ

แต่ละแผนการจัดการเรียนรู้มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1.1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติ เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ ที่ดำเนินการผ่านสถานการณ์ปัญหา เรื่อง การสำรวจรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งเป็นสถานการณ์ปัญหาที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีจุดประสงค์เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจและสามารถเขียนผลลัพธ์เกี่ยวกับความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยมีการบูรณาการความรู้เดิมของนักเรียนและนักเรียนต้องร่วมกันวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาเพื่อตอบคำถามทุกคำถามย่อยจนสามารถหาผลลัพธ์ของสถานการณ์ปัญหาได้

1.2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ  $\sin A$ ,  $\cos A$ ,  $\tan A$  ของมุม  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  และ  $60^\circ$  เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ ที่ดำเนินการผ่านสถานการณ์ปัญหา เรื่อง ความสูงของเสาธง ซึ่งเป็นสถานการณ์ปัญหาที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีจุดประสงค์เพื่อให้นักเรียนสามารถเขียนผลลัพธ์อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  และ  $60^\circ$  โดยกิจกรรมการเรียนรู้ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 นี้ จะเป็นสถานการณ์ที่ต่อเนื่องมาจากแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ซึ่งนักเรียนสามารถนำความรู้เดิมมาใช้ในการทำกิจกรรมการเรียนรู้ และร่วมกันวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาเพื่อตอบคำถามทุกคำถามย่อยจนสามารถหาผลลัพธ์ของสถานการณ์ปัญหาได้

1.3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลม เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ ที่ดำเนินการผ่านสถานการณ์ปัญหา เรื่อง บ่อน้ำบาดาล ซึ่งเป็นสถานการณ์ปัญหาที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีจุดประสงค์เพื่อให้นักเรียนสามารถเขียนสมการอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลมอื่น ๆ ที่นอกเหนือจากมุม  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  และ  $60^\circ$  ซึ่งสถานการณ์นี้จะเริ่มมีความซับซ้อนในกระบวนการแก้ปัญหามากขึ้น นักเรียนต้องอาศัยทั้งความรู้เดิมและร่วมกันวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาเพื่อตอบคำถามทุกคำถามย่อยจนสามารถหาผลลัพธ์ของสถานการณ์ปัญหาได้

1.4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการแก้ปัญหา เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ ที่ดำเนินการผ่านสถานการณ์ปัญหา เรื่อง Wheelchair ซึ่งเป็นสถานการณ์ปัญหาที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีจุดประสงค์เพื่อให้นักเรียนสามารถอธิบายและใช้แนวคิดเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติในการแก้ปัญหาได้ โดยในสถานการณ์ปัญหานี้จะมีความแตกต่างจาก 3 สถานการณ์ก่อนหน้า คือผลลัพธ์ของสถานการณ์ปัญหาของนักเรียนอาจมีความแตกต่างกันได้ เนื่องจากสถานการณ์ปัญหามีลักษณะเป็นปัญหาปลายเปิด แต่นักเรียนยังคงต้องมีการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาเพื่อตอบคำถามทุกคำถามย่อยจนสามารถหาผลลัพธ์ของสถานการณ์ปัญหาได้

## 2. เตรียมเอกสาร

ผู้วิจัยจัดเตรียมเอกสารโดยจำแนกเป็น 3 ส่วน ได้แก่ ส่วนที่ 1 เอกสารสำหรับผู้วิจัย ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ และเกณฑ์การให้คะแนนความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ ส่วนที่ 2 เอกสารสำหรับผู้ร่วมสังเกตการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ และ ส่วนที่ 3 เอกสารสำหรับผู้เข้าร่วมวิจัย ประกอบด้วย ใบกิจกรรม และแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

## 3. เตรียมสถานที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้

ลักษณะของการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เป็นกิจกรรมแบบกลุ่ม จึงมีการจัดโต๊ะเรียนเป็นแบบกลุ่มในทุกชั่วโมงการจัดการเรียนรู้ ซึ่งแต่ละกลุ่มจะต้องมีระยะห่างเพื่อให้ผู้วิจัยสามารถเดินได้อย่างทั่วถึง

## ขั้นที่ 2 ปฏิบัติการ (Act)

ขั้นปฏิบัติการเป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติ ใช้ระยะเวลา 3 ชั่วโมง ประกอบด้วยขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ดังตารางที่ 13

ตาราง 13 รายละเอียดการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

ขั้นการจัดการเรียนรู้	รายละเอียดการจัดการเรียนรู้
ขั้นที่ 1 อ่านทำความเข้าใจปัญหา	ผู้วิจัยและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และรูปสามเหลี่ยมที่ คล้ายกัน โดยใช้คำถามกระตุ้น ผู้วิจัยแจกใบ กิจกรรม เรื่อง สสำรวจรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ให้ นักเรียนอ่านทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา และร่วมกันวิเคราะห์สิ่งที่โจทย์ถาม ข้อมูลที่ โจทย์ให้มาและแนวคิดในการหาผลลัพธ์เพื่อ ตอบคำถามที่ 1 และ 2 ในใบกิจกรรม
ขั้นที่ 2 ทำปัญหาให้ง่ายขึ้น	ผู้วิจัย และ นักเรียน ร่วมกัน สนทนา ถึง กระบวนการแก้ปัญหา และวาดภาพจำลอง สถานการณ์ปัญหา โดยใช้คำถามกระตุ้น จากนั้นให้นักเรียนทำกิจกรรมกลุ่ม ดังนี้ ผู้วิจัย แจกกระดาษกราฟให้นักเรียนคนละ 1 แผ่น ให้ นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามเงื่อนไข ที่ผู้วิจัยกำหนด และวัดความยาวด้านแต่ละด้าน ของรูปสามเหลี่ยมของตนเอง จากนั้น คำนวณหาอัตราส่วนความยาวด้านลงในตาราง รวมทั้งนำผลลัพธ์ของสมาชิกในกลุ่มอีก 2 คน มาเขียนลงในตารางด้วย เพื่อตอบคำถามที่ 3
ขั้นที่ 3 คิดให้เป็นคณิตศาสตร์	นักเรียนแต่ละกลุ่มพิจารณาผลลัพธ์ที่ได้จาก ตาราง และร่วมกันสรุปความหมายของ อัตราส่วนตรีโกณมิติ $\sin A, \cos A, \tan A$ จากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนใช้ความรู้เรื่อง

ตาราง 13 (ต่อ)

ขั้นการจัดการเรียนรู้	รายละเอียดการจัดการเรียนรู้
	<p>ความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติ <math>\sin A, \cos A, \tan A</math> และเขียนสมการที่จะใช้ในการหาผลลัพธ์ เพื่อตอบคำถามที่ 4 และให้นักเรียนร่วมเขียนอัตราส่วนตรีโกณมิติ <math>\sin A, \cos A, \tan A</math> เมื่อพิจารณามุมแหลมอีก 1 มุมจากภาพจำลองซึ่งนักเรียนยังไม่คุ้นเคย เพื่อเป็นการย้ำความเข้าใจของนักเรียน</p>
ขั้นที่ 4 ดำเนินการทางคณิตศาสตร์	<p>นักเรียนแต่ละกลุ่มดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาคำตอบผ่านแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนสร้างขึ้นเพื่อตอบคำถามที่ 5</p>
ขั้นที่ 5 แปลความหมายผลลัพธ์กับสถานการณ์ปัญหา	<p>ผู้วิจัยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอธิบายแนวคิดในการหาผลลัพธ์ของสถานการณ์ปัญหา โดยใช้คำถามกระตุ้น เพื่อตอบคำถามที่ 6</p>
ขั้นที่ 6 ตรวจสอบความเหมาะสม	<p>ผู้วิจัยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันพิจารณาว่าวิธีการที่ใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหานั้นมีความถูกต้องเหมาะสมหรือไม่ รวมทั้งพิจารณาความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ที่ได้ เพื่อตอบคำถามที่ 7 และร่วมกันวิเคราะห์ว่าวิธีการดังกล่าวสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์จริงที่มีบริบทใกล้เคียงกับสถานการณ์ปัญหาที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้หรือไม่ เพื่อตอบคำถามที่ 8</p>
ขั้นที่ 7 นำเสนอ	<p>นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอกระบวนการแก้ปัญหาของกลุ่มตนเอง โดยผู้วิจัยจะถ่ายรูปใบกิจกรรมของนักเรียนกลุ่มที่นำเสนอแล้วแสดงขึ้นจอโปรเจคเตอร์ จากนั้นให้นักเรียนอธิบายรายละเอียดในใบกิจกรรมเมื่อ</p>



ตาราง 13 (ต่อ)

ขั้นการจัดการเรียนรู้	รายละเอียดการจัดการเรียนรู้
	นำเสนอจบ จะเปิดโอกาสให้นักเรียนกลุ่มอื่น ๆ ได้ซักถามข้อสงสัย หรืออภิปรายเพิ่มเติมหากมีหัวข้อที่นักเรียนไม่เห็นด้วย เมื่อนำเสนอจนครบทุกกลุ่ม ผู้วิจัยและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ เรื่อง ความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติ $\sin, \cos, \tan$ อีกครั้งหนึ่ง

### ขั้นที่ 3 สังเกต (Observe)

ขั้นสังเกตการณ์เป็นการเก็บรวบรวมข้อมูลระหว่างการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยเก็บรวบรวมข้อมูลจากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกต และจากการทำใบกิจกรรมเป็นรายบุคคล โดยมีประเด็นดังตารางที่ 14

ตาราง 14 แสดงรายละเอียดการสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้ในวงรอบที่ 1

ขั้นการจัดการเรียนรู้	บรรยากาศในชั้นเรียน	ปัญหาที่พบ
ขั้นที่ 1 อ่านทำความเข้าใจปัญหา	ในช่วงการทบทวนความรู้เดิม เมื่อผู้วิจัยถามถึงบทนิยามและทฤษฎีบทของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันพบว่านักเรียนยังตอบได้ไม่ครบถ้วน แต่มีการหันไปสนทนากับเพื่อนเพื่อหาคำตอบ หลังจากที่นักเรียนได้รับใบกิจกรรมและผู้วิจัยนำเสนอสถานการณ์ปัญหา พบว่านักเรียนแต่ละคนอ่านทำความเข้าใจและวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาอย่างตั้งใจโดยไม่มีเสียงพูดคุยกันและสามารถตอบคำถามในใบกิจกรรมของตนเองได้	นักเรียนไม่มีการสนทนาวิเคราะห์ร่วมกันภายในกลุ่มทำให้คำตอบของบางคนไม่ครบถ้วนสมบูรณ์

ตาราง 14 (ต่อ)

ขั้นการจัดการเรียนรู้	บรรยากาศในชั้นเรียน	ปัญหาที่พบ
ขั้นที่ 2 ทำปัญหาให้ ง่ายขึ้น	เมื่อผู้วิจัยให้นักเรียนลองพิจารณาว่าจะใช้กระบวนการแก้ปัญหายังไร มีนักเรียนบางส่วนตอบว่า ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบางส่วนตอบว่าใช้สามเหลี่ยมคล้าย แต่ไม่สามารถอธิบายได้ว่าจะใช้อย่างไร และในช่วงทำกิจกรรมกลุ่มที่ต้องสร้างรูปสามเหลี่ยมตามเงื่อนไขที่กำหนดเพื่อใช้เป็นภาพจำลองในการแก้ปัญหานักเรียนใช้เวลาค่อนข้างนาน เนื่องจากบางคนไม่มีอุปกรณ์ เช่น ไม้บรรทัด และนักเรียนใช้ครึ่งวงกลมในการวัดขนาดของมุมทำให้ผลลัพธ์ในตารางเกิดความคลาดเคลื่อนเนื่องจากอุปกรณ์ของนักเรียนแต่ละคนมีขนาดของสเกลที่ไม่เท่ากัน	1. ใช้ระยะเวลาค่อนข้างนานเนื่องจากนักเรียนไม่ได้เตรียมอุปกรณ์มา 2. การใช้อุปกรณ์การวัด เช่น ไม้บรรทัด ครึ่งวงกลม ทำให้ผลลัพธ์ที่ได้มีความคลาดเคลื่อน
ขั้นที่ 3 คิดให้เป็น คณิตศาสตร์	ในช่วงการพิจารณาผลลัพธ์จากตารางพบว่า นักเรียนทุกคนให้ความสนใจและร่วมกันตอบคำถามที่ผู้วิจัยถาม เมื่อถึงช่วงที่ผู้วิจัยให้ความรู้เพิ่มเติม เช่น การเรียกชื่ออัตราส่วนตรีโกณมิติ แต่ละอัตราส่วน ซึ่งเป็นความรู้ใหม่ที่นักเรียนต้องนำไปใช้พบว่านักเรียนส่วนใหญ่เขียนข้อมูลดังกล่าวลงไปใบบันทึกกิจกรรมถึงแม้ว่าจะไม่มีข้อความ และเมื่อต้องเขียนสมการที่จะใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหานักเรียนสามารถเขียนได้ถูกต้องมีการสนทนาซักถามกันภายในกลุ่ม แต่เมื่อต้องแทนค่าข้อมูลลงไป	นักเรียนเขียนข้อมูลอื่นนอกเหนือจากที่สถานการณ์ปัญหา กำหนดให้ลงไป ในสมการที่ใช้ในการหาผลลัพธ์

ตาราง 14 (ต่อ)

ขั้นการจัดการเรียนรู้	บรรยากาศในชั้นเรียน	ปัญหาที่พบ
	ในสมการ พบว่าบางข้อมูลที่โจทย์ไม่ได้ให้ มานักเรียนใช้การวัดจากรูปภาพ หรือ คำนวณผลลัพธ์ขึ้นมาเอง ผู้วิจัยจึงต้องเน้น ย้ำว่าให้ใช้ข้อมูลที่โจทย์ให้มาเท่านั้น	
ขั้นที่ 4 ดำเนินการทาง คณิตศาสตร์	ในระหว่างที่นักเรียนดำเนินการทาง คณิตศาสตร์ พบว่านักเรียนไม่ค่อยมีการ สนทนากันภายในกลุ่ม นักเรียนจะคิดหา ผลลัพธ์ของตนเองเท่านั้น และมีนักเรียนที่ ยังไม่แน่ใจว่าจะเขียนผลลัพธ์อย่างไร เนื่องจากโจทย์ให้หาแนวทางการหาความ สูงของเสาธงและระยะห่างระหว่างยอดเสา ธงกับลูกฟุตบอลเท่านั้น ทำให้นักเรียน สับสนว่าต้องตอบเป็นจำนวนหรือตอบเป็น ความเรียง ผู้วิจัยจึงได้เสนอแนะไปว่าโจทย์ ถามหาแค่แนวทางหรือวิธีการ ดังนั้นไม่ จำเป็นต้องตอบเป็นจำนวน นักเรียนจึงตอบ เป็นสมการโดยติดค่าตัวแปรไว้	1.นักเรียนบางคน ดำเนินการทาง คณิตศาสตร์โดยใช้สมบัติ ของการเท่ากัน เรื่อง การแก้สมการยังไม่ ถูกต้อง 2.นักเรียนไม่มีการ สนทนาวิเคราะห์ร่วมกัน ภายในกลุ่มทำให้คำตอบ ของบางคนไม่ครบถ้วน สมบูรณ์ 3.นักเรียนยังยึดติดกับ การหาผลลัพธ์ของโจทย์ ปัญหาแบบเดิมที่ต้อง ตอบเป็นจำนวนหรือ ตัวเลขเท่านั้น เมื่อเจอ สถานการณ์ที่ให้ตอบ เป็นแนวคิดหรือวิธีการ จึงเกิดความไม่แน่ใจ
ขั้นที่ 5 แพล ความหมายผลลัพธ์กับ สถานการณ์ปัญหา	ในระหว่างทำกิจกรรมนักเรียน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความสนใจและมีความ กระตือรือร้น สามารถอธิบายแนวคิดในการ	นักเรียนสามารถอธิบาย แนวคิดหรือความรู้ที่ ใช้ได้

ตาราง 14 (ต่อ)

ขั้นการจัดการเรียนรู้	บรรยากาศในชั้นเรียน	ปัญหาที่พบ
	หาความสูงของเสาธงและระยะห่างระหว่างยอดเสาธงกับลูกฟุตบอล	แต่มีบางส่วนที่ไม่สามารถอธิบายที่มาหรือเหตุผลของการเลือกใช้แนวคิดได้ครบถ้วน
ขั้นที่ 6 ตรวจสอบความเหมาะสม	ผู้วิจัยได้ใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนตระหนักว่าวิธีการดังกล่าวเป็นวิธีที่ถูกต้องหรือไม่ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ตอบว่าถูกต้อง ผู้วิจัยจึงถามเพิ่มเติมว่าหากต้องนำวิธีการดังกล่าวไปใช้ในสถานการณ์ที่เกิดขึ้นจริงจะสามารถนำไปใช้ได้หรือไม่ นักเรียนหันไปสนทนากันภายในกลุ่มก่อนจะตอบและพบว่ามีทั้งนักเรียนที่ตอบว่าใช้ได้ ใช้ไม่ได้ และไม่แน่ใจ ผู้วิจัยจึงซักถามนักเรียนแต่ละกลุ่มเพิ่มเติมว่า เพราะเหตุใดจึงคิดเช่นนั้น นักเรียนที่ตอบว่าใช้ได้ให้เหตุผลว่า สามารถวาดรูปจำลองและวัดระยะจริงได้ นักเรียนที่ตอบว่าใช้ไม่ได้ ให้เหตุผลว่าสถานการณ์จริงอาจจะวัดระยะไม่ได้ หรือใหญ่เกินไป และนักเรียนกลุ่มที่ไม่แน่ใจให้เหตุผลว่า น่าจะใช้ได้แต่ไม่แน่ใจว่าจะวัดขนาดมุมหรือความยาวได้อย่างไร ผู้วิจัยจึงถามนักเรียนว่าถ้าจะให้เป็นแนวทางในการหาผลลัพธ์คิดว่าใช้ได้ไหม นักเรียนส่วนใหญ่ตอบว่าใช้ได้ ผู้วิจัยจึงถามต่อว่าแล้วผลลัพธ์ที่ได้จะถูกต้อง 100 % หรือไม่ เพราะอะไร นักเรียนส่วนใหญ่ตอบว่าอาจจะไม่ 100 % เพราะเวลาวัดจริงอาจจะคลาดเคลื่อน	นักเรียนบางส่วนยังไม่มี ความมั่นใจในผลลัพธ์ของตนเอง ทำให้เกิดความคล้อยตามคำตอบของเพื่อน และคิดว่าตนเองตอบผิด

ตาราง 14 (ต่อ)

ชั้นการจัดการเรียนรู้	บรรยากาศในชั้นเรียน	ปัญหาที่พบ
ชั้นที่ 7 นำเสนอ	ในระหว่างที่นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมา นำเสนอ นักเรียนกลุ่มอื่นให้ความสนใจ ไม่ คุยหรือทำกิจกรรมอื่น แต่ในช่วง แลกเปลี่ยนเรียนรู้ พบว่านักเรียนยังไม่กล้า ซักถามหรือให้ข้อเสนอแนะกลุ่มที่นำเสนอ	นักเรียนยังไม่กล้าซักถาม ข้อสงสัยหรือให้ ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมกับ กลุ่มที่ออกมานำเสนอ

#### ขั้นที่ 4 สะท้อนผล (Reflect)

ผู้วิจัยได้สรุปปัญหาที่พบจากการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการจัดการเรียนรู้แต่ละขั้นตอนพร้อมแนวทางการแก้ไขดังตารางที่ 15

ตาราง 15 แสดงปัญหาที่พบในการจัดการเรียนรู้แต่ละขั้นตอนพร้อมแนวทางการแก้ไขในรอบที่ 1

ชั้นการจัดการเรียนรู้	ปัญหาที่พบ	แนวทางการแก้ไข
ชั้นที่ 1 อ่านทำความเข้าใจปัญหา	นักเรียนไม่มีการสนทนาวิเคราะห์ ร่วมกันภายในกลุ่มทำให้คำตอบของ บางคนไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ (องค์ประกอบย่อยที่ 1.1 และ 1.2)	ผู้วิจัยต้องเปิดโอกาสให้ นักเรียนได้ร่วมกันวิเคราะห์ และให้นักเรียนได้ร่วมกันสรุป ข้อมูลของกลุ่มตนเอง
ชั้นที่ 2 ทำปัญหาให้ ง่ายขึ้น	1. ใช้ระยะเวลาค่อนข้างนานเนื่องจาก นักเรียนไม่ได้เตรียมอุปกรณ์มา	ผู้วิจัยแจ้งให้นักเรียนทราบ ล่วงหน้าว่ากิจกรรมในครั้ง ต่อไป นักเรียนต้องเตรียม อุปกรณ์อะไรมาบ้าง หรือผู้วิจัย เตรียมอุปกรณ์ที่ต้องใช้ในการ ทำกิจกรรมไปให้นักเรียน
	2. การใช้อุปกรณ์การวัด เช่น ไม้บรรทัด ครึ่งวงกลม ทำให้ผลลัพธ์ที่ ได้มีความคลาดเคลื่อน	ผู้วิจัยต้องยกตัวอย่างเพิ่มเติมที่ เป็นรูปธรรม เช่น ทดลองใช้ อุปกรณ์วัดให้นักเรียนสังเกต ผลลัพธ์

ตาราง 15 (ต่อ)

ขั้นการจัดการเรียนรู้	ปัญหาที่พบ	แนวทางการแก้ไข
ขั้นที่ 3 คิดให้เป็น คณิตศาสตร์	นักเรียนเขียนข้อมูลอื่นนอกเหนือจาก ที่สถานการณ์ปัญหากำหนดให้ลงไป ในสมการที่ใช้ในการหาผลลัพธ์ (องค์ประกอบย่อยที่ 1.3)	ให้นักเรียนอธิบายที่มาของ แนวคิดและร่วมกันพิจารณา ความถูกต้อง
ขั้นที่ 4 ดำเนินการทาง คณิตศาสตร์	1. นักเรียนบางคนดำเนินการทาง คณิตศาสตร์โดยใช้สมบัติของการ เท่ากัน เรื่อง การแก้สมการยังไม่ ถูกต้อง (องค์ประกอบย่อยที่ 2.2) 2. นักเรียนไม่มีการสนทนาวิเคราะห์ ร่วมกันภายในกลุ่มทำให้คำตอบของ บางคนไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ (องค์ประกอบย่อยที่ 2.2 และ 2.3)	ผู้วิจัยและนักเรียนทบทวน ความรู้เรื่องการแก้สมการซึ่ง สามารถทำในขั้นที่ 1 ได้ ผู้วิจัยต้องเปิดโอกาสให้นักเรียน ได้ร่วมกันวิเคราะห์ และให้ นักเรียนได้ร่วมกันสรุปข้อมูล ของกลุ่มตนเอง
	3. นักเรียนยังยึดติดกับการหาผลลัพธ์ ของโจทย์ปัญหาแบบเดิมที่ต้องตอบ เป็นจำนวนหรือตัวเลขเท่านั้น เมื่อ เจอสถานการณ์ที่ให้ตอบเป็นแนวคิด หรือวิธีการจึงเกิดความไม่แน่ใจ (องค์ประกอบย่อยที่ 2.3)	ยกตัวอย่างสถานการณ์ที่ ใกล้เคียงกับบริบทของ สถานการณ์ในใบกิจกรรม
ขั้นที่ 5 แพล ความหมายผลลัพธ์กับ สถานการณ์ปัญหา	นักเรียนบางส่วนไม่สามารถอธิบาย ที่มาของผลลัพธ์หรือแนวคิดที่ใช้ได้ (องค์ประกอบย่อยที่ 3.2)	ผู้วิจัยจัดสถานการณ์ให้เกิดการ แลกเปลี่ยนเรียนรู้ภายในกลุ่ม และระหว่างกลุ่ม หรือสุ่มให้ นักเรียนอธิบายที่มาของผลลัพธ์ หรือแนวคิดที่ใช้

## ตาราง 15 (ต่อ)

ขั้นการจัดการเรียนรู้	ปัญหาที่พบ	แนวทางการแก้ไข
ขั้นที่ 6 ตรวจสอบความเหมาะสม	นักเรียนบางส่วนยังไม่มีความมั่นใจในผลลัพธ์ของตนเอง ทำให้เกิดความคล้อยตามคำตอบของเพื่อน และคิดว่าตนเองตอบผิด (องค์ประกอบย่อยที่ 3.2)	ผู้วิจัยต้องสอบถามถึงเหตุผลของผลลัพธ์ทุกผลลัพธ์ที่นักเรียนตอบมา เพื่อให้นักเรียนได้อธิบายแนวคิดของตนเอง และส่งเสริมให้นักเรียนสรุปผลลัพธ์ของกลุ่มหรือของห้องเรียน
ขั้นที่ 7 นำเสนอ	นักเรียนยังไม่กล้าซักถามข้อสงสัยหรือให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมกับกลุ่มที่ออกมานำเสนอ	ผู้วิจัยตั้งกฎว่าหากเพื่อนออกมานำเสนอ กลุ่มที่ไม่ได้นำเสนอจะต้องกล่าวชมเชยในประเด็นที่เพื่อนทำได้ดีและซักถามข้อสงสัยหรือให้ข้อเสนอแนะกับเพื่อนอย่างน้อย 1 ประเด็น

จากตารางที่ 15 ผู้วิจัยได้สรุปปัญหาที่พบจากการสังเกตโดยผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตในการจัดการเรียนรู้แต่ละขั้นตอนพร้อมแนวทางการแก้ไขเพื่อวางแผนการจัดการเรียนรู้ในวงรอบถัดไป

### วงรอบที่ 2 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ $\sin, \cos, \tan$ ของมุม $30^\circ, 45^\circ$ และ $60^\circ$

จากการสะท้อนผลการปฏิบัติในวงรอบที่ 1 ทำให้ผู้วิจัยได้แนวทางการปรับปรุงและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยมีรายละเอียดในดังนี้

#### ขั้นที่ 1 วางแผน (Plan)

ผู้วิจัยนำผลจากการสะท้อนการปฏิบัติในวงรอบที่ 1 มาปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ  $\sin, \cos, \tan$  ของมุม  $30^\circ, 45^\circ$  และ  $60^\circ$  โดยมีรายละเอียดดังตารางที่ 16

ตาราง 16 แสดงรายละเอียดการปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

ขั้นการจัดการเรียนรู้	รายละเอียดการปรับปรุง
ขั้นที่ 1 อ่านทำความเข้าใจปัญหา	หลังจากนำเสนอสถานการณ์ปัญหาผู้วิจัยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมกันวิเคราะห์ข้อมูลและให้นักเรียนได้ร่วมกันสรุปข้อมูลของกลุ่มตนเอง
ขั้นที่ 2 ทำปัญหาให้ง่ายขึ้น	ผู้วิจัยเตรียมอุปกรณ์ที่ต้องใช้ในการทำกิจกรรมไว้ให้นักเรียน และย้ำให้นักเรียนตระหนักว่าอุปกรณ์ที่ใช้วัดที่ถูกสร้างขึ้นหากไม่ใช่ชิ้นเดียวกันจะมีขนาดที่ไม่เท่ากันทำให้ผลลัพธ์คลาดเคลื่อน
ขั้นที่ 3 คิดให้เป็นคณิตศาสตร์	ผู้วิจัยย้ำให้นักเรียนใช้ข้อมูลที่โจทย์ให้มาในการแก้สถานการณ์ปัญหาเท่านั้น และคอยเดินดูนักเรียนให้ทั่วถึงขณะทำกิจกรรม
ขั้นที่ 4 ดำเนินการทางคณิตศาสตร์	ให้นักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เรื่องการแก้สมการ และในระหว่างทำกิจกรรมผู้วิจัยต้องเดินดูแต่ละกลุ่มให้คำแนะนำ ใช้คำถามกระตุ้นให้เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ภายในกลุ่มและระหว่างกลุ่มจนนักเรียนสามารถสรุปผลลัพธ์ได้
ขั้นที่ 5 แปลความหมายผลลัพธ์กับสถานการณ์ปัญหา	ผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นให้เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ภายในกลุ่มและระหว่างกลุ่มจนนักเรียนสามารถสรุปผลลัพธ์ได้
ขั้นที่ 6 ตรวจสอบความเหมาะสม	ผู้วิจัยต้องสอบถามถึงเหตุผลของผลลัพธ์ทุกผลลัพธ์ให้ครอบคลุม ให้นักเรียนได้อธิบายแนวคิดของตนเอง จนสามารถสรุปผลลัพธ์ของกลุ่มหรือของห้องเรียนได้
ขั้นที่ 7 นำเสนอ	ผู้วิจัยตั้งกฎว่าหากเพื่อนออกมานำเสนอ กลุ่มที่ไม่ได้นำเสนอจะต้องกล่าวชมเชยในประเด็นที่เพื่อทำได้ดีและซักถามข้อสงสัยหรือให้ข้อเสนอแนะกับเพื่อนอย่างน้อย 1 ประเด็น



## ขั้นที่ 2 ปฏิบัติการ (Act)

ขั้นปฏิบัติการเป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ  $\sin, \cos, \tan$  ของมุม  $30^\circ, 45^\circ$  และ  $60^\circ$  ใช้ระยะเวลา 2 ชั่วโมง ที่ได้ปรับปรุงเรียบร้อยแล้ว โดยมีรายละเอียดดังตารางที่ 17

ตาราง 17 รายละเอียดการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

ขั้นการจัดการเรียนรู้	รายละเอียดการจัดการเรียนรู้
ขั้นที่ 1 อ่านทำความเข้าใจปัญหา	ผู้วิจัยและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้ เรื่อง ความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้คำถามกระตุ้น ผู้วิจัยแจกใบกิจกรรม เรื่อง ความสูงของเสาธง ให้นักเรียนอ่านทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและร่วมกันวิเคราะห์สิ่งที่โจทย์ถาม ข้อมูลที่โจทย์ให้มาและแนวคิดในการหาผลลัพธ์เพื่อตอบคำถามที่ 1 และ 2 ในใบกิจกรรมและให้นักเรียนได้ร่วมกันสรุปข้อมูลของกลุ่มตนเอง
ขั้นที่ 2 ทำปัญหาให้ง่ายขึ้น	ผู้วิจัย และนักเรียนร่วมกันสนทนาถึงกระบวนการแก้ปัญหา โดยใช้คำถามกระตุ้น และให้นักเรียนวาดภาพจำลองสถานการณ์ จากนั้นให้นักเรียนทำกิจกรรมกลุ่ม ดังนี้ ผู้วิจัยแจกกระดาษกราฟให้นักเรียนคนละ 2 แผ่น พร้อมอุปกรณ์ที่ต้องใช้ ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามเงื่อนไขที่ผู้วิจัยกำหนด และนักเรียนคำนวณค่า $\sin, \cos$ และ $\tan$ ของมุม $30^\circ, 45^\circ$ และ $60^\circ$ จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากของตนเอง โดยใช้ความรู้เรื่อง ความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติจากการเรียนครั้งที่ผ่านมา และนับบันทึกผลลัพธ์เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ ลงในตาราง

ตาราง 17 (ต่อ)

ขั้นการจัดการเรียนรู้	รายละเอียดการจัดการเรียนรู้
ขั้นที่ 3 คิดให้เป็นคณิตศาสตร์	ผู้วิจัยให้นักเรียนพิจารณาผลลัพธ์ที่ได้จากรายการ โดยใช้คำถามกระตุ้นใจได้ข้อสรุปค่าของ $\sin$ , $\cos$ และ $\tan$ ของมุม $30^\circ$ , $45^\circ$ และ $60^\circ$ จากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนร่วมกันสนทนาลงถึงวิธีการหาผลลัพธ์ของสถานการณ์ปัญหา โดยการวาดภาพจำลองสถานการณ์เพื่อพิจารณาข้อมูลและความสัมพันธ์ที่ได้ เพื่อเขียนเป็นสมการที่ใช้ในการหาผลลัพธ์ เพื่อตอบคำถามที่ 3 และ 4 โดยผู้วิจัยให้นักเรียนใช้ข้อมูลที่โจทย์ให้มาในการแก้สถานการณ์ปัญหาเท่านั้น และเดินดูนักเรียนอย่างทั่วถึงจนกระทั่งกิจกรรม
ขั้นที่ 4 ดำเนินการทางคณิตศาสตร์	ผู้วิจัยให้นักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เรื่องการแก้สมการ จากนั้นให้นักเรียนนำเสนอสมการที่ได้จากขั้นตอนก่อนหน้ามาดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาผลลัพธ์ตอบคำถามที่ 5 โดยผู้วิจัยเดินดูนักเรียนแต่ละกลุ่มในระหว่างทำกิจกรรม ใช้คำถามกระตุ้นให้เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ภายในกลุ่มและระหว่างกลุ่มจนนักเรียนสามารถสรุปผลลัพธ์ได้
ขั้นที่ 5 แปลความหมายผลลัพธ์กับสถานการณ์ปัญหา	ผู้วิจัยและนักเรียนร่วมกันสนทนาลงถึงผลลัพธ์ที่ได้ โดยผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นให้เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ภายในกลุ่มและระหว่างกลุ่มจนนักเรียนสามารถสรุปผลลัพธ์ได้

## ตาราง 17 (ต่อ)

ขั้นการจัดมการเรียนรู้	รายละเอียดการจัดการเรียนรู้
ขั้นที่ 6 ตรวจสอบความเหมาะสม	ผู้วิจัยและนักเรียนร่วมกันพิจารณาถึงความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์และแนวทางการหาผลลัพธ์ที่ได้โดยใช้คำถามกระตุ้น และสอบถามถึงเหตุผลของผลลัพธ์ทุกผลลัพธ์ให้ครอบคลุมให้นักเรียนได้อธิบายแนวคิดของตนเอง จนสามารถสรุปผลลัพธ์ของกลุ่มหรือของห้องเรียนได้
ขั้นที่ 7 นำเสนอ	นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอกระบวนการแก้ปัญหาของกลุ่มตนเอง โดยผู้วิจัยจะถ่ายรูปใบกิจกรรมของนักเรียนกลุ่มที่นำเสนอแล้วแสดงขึ้นจอโปรเจคเตอร์ จากนั้นให้นักเรียนอธิบายรายละเอียดในใบกิจกรรมเมื่อนำเสนอจบ จะให้นักเรียนกลุ่มอื่น ๆ ได้กล่าวชมเชยในประเด็นที่เพื่อนทำได้ดีและซักถามข้อสงสัยหรือให้ข้อเสนอแนะกับเพื่อนอย่างน้อย 1 ประเด็น เมื่อนำเสนอจนครบทุกกลุ่ม ผู้วิจัยและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ $\sin$ , $\cos$ และ $\tan$ ของมุม $30^\circ$ , $45^\circ$ และ $60^\circ$ อีกครั้งหนึ่ง

## ขั้นที่ 3 สังเกต (Observe)

ขั้นสังเกตการณ์เป็นการเก็บรวบรวมข้อมูลระหว่างการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ  $\sin$  ,  $\cos$  และ  $\tan$  ของมุม  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  และ  $60^\circ$  โดยเก็บรวบรวมข้อมูลจากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกต และจากการทำใบกิจกรรมเป็นรายบุคคล โดยมีประเด็นดังตารางที่ 18

ตาราง 18 แสดงรายละเอียดการสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้ในวงรอบที่ 2

ขั้นการจัดการเรียนรู้	บรรยากาศในชั้นเรียน	ปัญหาที่พบ
ขั้นที่ 1 อ่านทำความเข้าใจปัญหา	ในช่วงการทบทวนความรู้เดิม พบว่านักเรียนบางคนอาจลืมเนื้อหาบ้างแต่หลังจากได้เห็นคำตอบของเพื่อนคนอื่นในห้องก็เข้าใจและจำเนื้อหาเดิมได้ หลังจากนั้นนักเรียนได้รับใบกิจกรรมและผู้วิจัยนำเสนอสถานการณ์ปัญหา พบว่านักเรียนแต่ละคนอ่านทำความเข้าใจและวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาอย่างตั้งใจ ผู้วิจัยจึงให้นักเรียนร่วมกันสรุปข้อมูลของกลุ่มตนเองแล้วจึงเขียน นักเรียนจึงเขียนข้อมูลได้ครบถ้วน	-
ขั้นที่ 2 ทำปัญหาให้ง่ายขึ้น	เมื่อผู้วิจัยให้นักเรียนลองพิจารณาว่าจะใช้กระบวนการแก้ปัญหายังไร มีนักเรียนบางส่วนตอบว่า ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส บางส่วนตอบว่าใช้สามเหลี่ยมคล้าย และบางส่วนตอบว่าใช้การวาดรูปจำลอง ในช่วงทำกิจกรรมกลุ่มที่ต้องสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากคนละ 2 รูป ตามเงื่อนไขที่กำหนดเพื่อใช้เป็นภาพจำลองในการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนบางกลุ่มต่างคนต่างทำของตนเองโดยใช้ครึ่งวงกลมวัดขนาดของมุม บางกลุ่มใช้วิธีการให้เพื่อน 1 คนสร้างรูปต้นแบบแล้วสมาชิกที่เหลือใช้วิธีการเพิ่มหรือลดความยาวด้านประกอบมุมฉากโดยการนับช่องตารางในระหว่างที่นักเรียนคำนวณค่า $\sin$ , $\cos$ และ $\tan$ ของมุม $30^\circ$ , $45^\circ$ และ $60^\circ$ จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากของ	1.เนื่องจากบางคนใช้ครึ่งวงกลมในการวัดขนาดของมุมทำให้ผลลัพธ์ในตารางเกิดความคลาดเคลื่อนเพราะอุปกรณ์ของนักเรียนแต่ละคนมีขนาดของสเกลที่ไม่เท่ากัน 2.นักเรียนบางกลุ่มใช้เครื่องคิดเลขในการคำนวณเศษส่วนผลลัพธ์ทำให้ผลลัพธ์ที่ได้เป็นทศนิยมนักเรียนจึงใช้การประมาณค่าทำให้ผลลัพธ์มีความคลาดเคลื่อน

ตาราง 18 (ต่อ)

ขั้นการจัดการเรียนรู้	บรรยากาศในชั้นเรียน	ปัญหาที่พบ
	ตนเองสังเกตว่านักเรียนบางกลุ่มใช้การตัดทอนเศษส่วน บางกลุ่มใช้เครื่องคิดเลข	
ขั้นที่ 3 คิดให้เป็นคณิตศาสตร์	ในช่วงการพิจารณาผลลัพธ์จากตารางพบว่า นักเรียนทุกคนให้ความสนใจและร่วมกันตอบคำถามที่ผู้วิจัยถาม และพบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีการใช้ปากกาไฮไลต์หรือวงกลมสรุปค่าของ $\sin$ , $\cos$ และ $\tan$ ของมุม $30^\circ$ , $45^\circ$ และ $60^\circ$ ลงในใบกิจกรรมของตนเอง จากการทำผู้วิจัยได้เดินดูนักเรียนแต่ละกลุ่มพบว่านักเรียนเขียนสมการที่จะใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้องและเขียนมากกว่า 1 สมการ มีการสนทนาซักถามกันภายในกลุ่ม	-
ขั้นที่ 4 ดำเนินการทางคณิตศาสตร์	ในระหว่างที่นักเรียนทำกิจกรรม พบว่านักเรียนเริ่มมีการสนทนากันภายในกลุ่ม มีการนำผลลัพธ์ของตนเองมาเปรียบเทียบกับเพื่อน นักเรียนบางคนทีผลลัพธ์ไม่ตรงกับเพื่อนคนอื่น นักเรียนก็มีการกลับไปทบทวนเปรียบเทียบตั้งแต่การเขียนสมการ การแทนค่าตัวแปร จนสามารถระบุจุดที่ผิดพลาดได้ และมีนักเรียนบางส่วนที่ไม่แน่ใจว่าตนเองเลือกใช้สูตรสามเหลี่ยมมุมฉากได้ถูกต้องหรือไม่ ผู้วิจัยจึงเข้าไปให้คำแนะนำและช่วยนักเรียนทบทวนความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติ	นักเรียนบางคนดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยใช้สมบัติของการเท่ากัน เรื่อง การแก้สมการและยังเลือกใช้สูตรสามเหลี่ยมมุมฉากที่สอดคล้องกับการหาผลลัพธ์ของสถานการณ์ปัญหาไม่ถูกต้อง

ตาราง 18 (ต่อ)

ขั้นการจัดการเรียนรู้	บรรยากาศในชั้นเรียน	ปัญหาที่พบ
<p>ขั้นที่ 5 แปลความหมายผลลัพธ์กับสถานการณ์ปัญหา</p>	<p>ในระหว่างทำกิจกรรม พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ให้ความสนใจและมีความกระตือรือร้น สามารถหาผลลัพธ์ของสถานการณ์ปัญหาได้ แต่มีบางส่วนที่ลืมเขียนหน่วยของผลลัพธ์ที่ได้</p>	<p>นักเรียนบางส่วนมีข้อผิดพลาดเล็กน้อย เช่น ลืมเขียนหน่วยของผลลัพธ์</p>
<p>ขั้นที่ 6 ตรวจสอบความเหมาะสม</p>	<p>ผู้วิจัยได้ใช้คำถามกระตุ้น ว่าวิธีการดังกล่าวเป็นวิธีที่ถูกต้องหรือไม่ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ตอบว่าถูกต้อง ผู้วิจัยจึงถามเพิ่มเติมว่า หากต้องนำวิธีการดังกล่าวไปใช้ในสถานการณ์ที่เกิดขึ้นจริงจะสามารถนำไปใช้ได้หรือไม่ พบว่ามีทั้งนักเรียนที่ตอบว่าใช้ได้และใช้ไม่ได้ ผู้วิจัยจึงซักถามนักเรียนแต่ละกลุ่มเพิ่มเติมว่า เพราะเหตุใดจึงคิดเช่นนั้น นักเรียนที่ตอบว่าใช้ได้ให้เหตุผลว่า สามารถวาดรูปจำลองโดยใช้ความรู้เรื่องสามเหลี่ยมคล้ายกับอัตราส่วนตรีโกณมิติได้ นักเรียนที่ตอบว่าใช้ไม่ได้ ให้เหตุผลว่าสถานการณ์จริงไม่สามารถวัดมุมได้ ผู้วิจัยจึงให้ข้อมูลเพิ่มเติมว่าปัจจุบันมีเทคโนโลยีหรือเครื่องมือที่สามารถวัดขนาดของมุมได้ จากนั้นผู้วิจัยถามนักเรียนว่าถ้าจะใช้เป็นแนวทางในการหาผลลัพธ์คิดว่าใช้ได้ไหม นักเรียนส่วนใหญ่ตอบว่าใช้ได้ ผู้วิจัยจึงถามต่อว่าแล้วผลลัพธ์ที่ได้จะถูกต้อง 100 % หรือไม่ เพราะอะไร นักเรียนส่วนใหญ่ตอบว่าไม่ 100 % เพราะในสถานการณ์จริงต้องบวกความสูงของคนที่สูงเกินไปด้วย</p>	<p>นักเรียนบางส่วนยังคงคิดว่าไม่สามารถนำแนวทางหรือวิธีการจากที่เรียนไปใช้ในสถานการณ์จริงได้</p>

ตาราง 18 (ต่อ)

ขั้นการจัดการเรียนรู้	บรรยากาศในชั้นเรียน	ปัญหาที่พบ
ขั้นที่ 7 นำเสนอ	ในระหว่างที่นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมา นำเสนอ นักเรียนกลุ่มอื่นให้ความสนใจ ไม่ คุยหรือทำกิจกรรมอื่น หลังจากแต่ละกลุ่ม นำเสนอจบ กลุ่มอื่นมีการกล่าวชมเชยและ ซักถามครบทุกกลุ่ม	นักเรียนกลุ่มที่ออกมา นำเสนอ ยังคงมีความ ประหม่าและยังไม่มั่นใจ ในคำตอบของตนเองเมื่อ ต้องตอบคำถามของ เพื่อนในห้อง

#### ขั้นที่ 4 สะท้อนผล (Reflect)

ผู้วิจัยได้สรุปปัญหาที่พบจากการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการจัดการ  
เรียนรู้แต่ละขั้นตอนพร้อมแนวทางการแก้ไขดังตารางที่ 19

ตาราง 19 แสดงปัญหาที่พบในการจัดการเรียนรู้แต่ละขั้นตอนพร้อมแนวทางการแก้ไขวงรอบที่ 2

ขั้นการจัดการเรียนรู้	ปัญหาที่พบ	แนวทางแก้ไข
ขั้นที่ 1 อ่านทำความเข้าใจ ปัญหา	-	-
ขั้นที่ 2 ทำปัญหาให้ง่ายขึ้น	1.เนื่องจากบางคนใช้เครื่องวงกลม ในการวัดขนาดของมุมทำให้ผล ลัพธ์ใน ตาราง เกิด ความ คลาดเคลื่อนเพราะอุปกรณ์ของ นักเรียนแต่ละคนมีขนาดของ สเกลที่ไม่เท่ากัน (องค์ประกอบ ย่อยที่ 1.3)	ผู้วิจัยต้องแจ้งข้อจำกัดให้ นักเรียนทราบว่าหากนักเรียน ใช้เครื่องวงกลมในการวัดขนาด ของมุมหรือใช้ไม้บรรทัดวัด ความยาวผลลัพธ์ของนักเรียน จะมีความคลาดเคลื่อนและ ผลลัพธ์ของแต่ละคนจะมีค่า ไม่เท่ากัน

ตาราง 19 (ต่อ)

ขั้นการจัดการเรียนรู้	ปัญหาที่พบ	แนวทางแก้ไข
	2.นักเรียนบางกลุ่มใช้เครื่องคิดเลขในการคำนวณเศษส่วน ผลลัพธ์ที่ได้จึงเป็นทศนิยม นักเรียนจึงใช้การประมาณค่าทำให้ผลลัพธ์มีความคลาดเคลื่อน (องค์ประกอบย่อยที่ 1.3)	ผู้วิจัยเสนอแนวทางให้นักเรียนลองใช้วิธีการตัดทอนเศษส่วนแทนการใช้เครื่องคิดเลข
ขั้นที่ 3 คิดให้เป็นคณิตศาสตร์	-	-
ขั้นที่ 4 ดำเนินการทางคณิตศาสตร์	นักเรียนบางคนดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยใช้สมบัติของการเท่ากัน เรื่อง การแก้สมการและยังเลือกใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติที่สอดคล้องกับการหาผลลัพธ์ของสถานการณ์ปัญหาไม่ถูกต้อง (องค์ประกอบย่อยที่ 2.2)	ผู้วิจัยเข้าไปทบทวนให้นักเรียนแบบตัวต่อตัว หรือใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายแนวคิดในการเลือกใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติกับแบบจำลองที่ได้
ขั้นที่ 5 แปลความหมายผลลัพธ์กับสถานการณ์ปัญหา	นักเรียนบางส่วนมีข้อผิดพลาดเล็กน้อย เช่น ลืมเขียนหน่วยของผลลัพธ์	ผู้วิจัยต้องคอยย้ำในรายละเอียดเล็กน้อยอย่างบ่อยครั้ง
ขั้นที่ 6 ตรวจสอบความเหมาะสม	นักเรียนบางส่วนยังคงคิดว่าไม่สามารถนำแนวทางหรือวิธีการจากที่เรียนไปใช้ในสถานการณ์จริงได้ (องค์ประกอบย่อยที่ 3.3)	ผู้วิจัยยกตัวอย่างโจทย์ง่าย ๆ ที่สามารถใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติแก้ปัญหาได้และให้นักเรียนอธิบายกระบวนการ
ขั้นที่ 7 นำเสนอ	นักเรียนกลุ่มที่ออกมานำเสนอ ยังคงมีความประหม่าและยังไม่มั่นใจในคำตอบของตนเองเมื่อต้องตอบคำถามของเพื่อนในห้อง	เปิดโอกาสให้เพื่อนกลุ่มอื่นในห้องสามารถแสดงความคิดเห็นได้



จากตารางที่ 19 ผู้วิจัยได้สรุปปัญหาที่พบในการจัดการเรียนรู้แต่ละขั้นตอนพร้อมแนวทางการแก้ไขเพื่อวางแผนการจัดการเรียนรู้ในวงรอบถัดไป

### วงรอบที่ 3 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลม

จากผลการสะท้อนการปฏิบัติในวงรอบที่ 2 ทำให้ผู้วิจัยได้แนวทางการปรับปรุง และพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยมีรายละเอียดในดังนี้

#### ขั้นที่ 1 วางแผน (Plan)

ผู้วิจัยนำผลจากการสะท้อนการปฏิบัติในวงรอบที่ 2 มาปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลม โดยมีรายละเอียดดังตารางที่ 20

#### ตาราง 20 แสดงรายละเอียดการปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

ขั้นการจัดการเรียนรู้	รายละเอียดการปรับปรุง
ขั้นที่ 1 อ่านทำความเข้าใจปัญหา	เนื่องจากในวงรอบที่ 2 ไม่พบปัญหาในการจัดการเรียนรู้ จึงปรับปรุงจากปัญหาที่พบในวงรอบที่ 1 ดังนี้ ผู้วิจัยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมกันวิเคราะห์ และให้นักเรียนได้ร่วมกันสรุปข้อมูลของกลุ่มตนเอง
ขั้นที่ 2 ทำปัญหาให้ง่ายขึ้น	ในระหว่างจัดกิจกรรมผู้วิจัยต้องแจ้งข้อจำกัดให้นักเรียนทราบว่าหากนักเรียนใช้เครื่องวงกลมในการวัดขนาดของมุมหรือใช้ไม้บรรทัดวัดความยาวที่ต่างกันผลลัพธ์ของนักเรียนอาจจะมี ความคลาดเคลื่อนและผลลัพธ์ของแต่ละคนจะมีค่าไม่เท่ากัน และให้นักเรียนเขียนข้อมูลที่ โจทย์ให้มาลงในภาพจำลองที่นักเรียนสร้างขึ้น ห้ามใช้การวัดเองจากรูปภาพ

ตาราง 20 (ต่อ)

ขั้นการจัดการเรียนรู้	รายละเอียดการปรับปรุง
ขั้นที่ 3 คิดให้เป็นคณิตศาสตร์	เนื่องจากในวงรอบที่ 2 ไม่พบปัญหาในการจัดการเรียนรู้ จึงปรับปรุงจากปัญหาที่พบในวงรอบที่ 1 ดังนี้ ผู้วิจัยย้าให้นักเรียนใช้ข้อมูลที่โจทย์ให้มาในการแก้สถานการณ์ปัญหาเท่านั้น และคอยเตือนนักเรียนให้ทั่วถึงขณะทำกิจกรรมเพื่ออำนวยความสะดวกและตอบข้อสงสัย
ขั้นที่ 4 ดำเนินการทางคณิตศาสตร์	ผู้วิจัยและนักเรียนทบทวนเรื่องการแก้สมการ และหลังจากนักเรียนดำเนินการของตนเอง ผู้วิจัยต้องกระตุ้นให้นักเรียนแลกเปลี่ยนเรียนรู้กันภายในกลุ่ม เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและสรุปเป็นกระบวนการของกลุ่มตนเอง
ขั้นที่ 5 แปลความหมายผลลัพธ์กับสถานการณ์ปัญหา	ผู้วิจัยต้องคอยเน้นย้ำให้นักเรียนตรวจสอบการเขียนผลลัพธ์ของตนเอง และให้นักเรียนตรวจสอบกันภายในกลุ่ม
ขั้นที่ 6 ตรวจสอบความเหมาะสม	ผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นให้เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้กันภายในห้องเรียน เพื่อให้นักเรียนได้เห็นแนวคิดที่หลากหลาย หรือแนวทางการนำแนวคิดหรือวิธีการการแก้สถานการณ์ปัญหาไปใช้เป็นแนวทางในสถานการณ์จริง และต้องถามนักเรียนถึงข้อจำกัดของแนวคิดหรือวิธีการดังกล่าว
ขั้นที่ 7 นำเสนอ	หลังจากนักเรียนนำเสนอจบ เมื่อถึงช่วงตอบข้อซักถามผู้วิจัยต้องเปิดโอกาสให้เพื่อนกลุ่มอื่นในห้องสามารถตอบคำถามนั้น หรือ แสดงความเห็นได้

## ขั้นที่ 2 ปฏิบัติการ (Act)

ขั้นปฏิบัติการเป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลม ใช้ระยะเวลา 2 ชั่วโมง ที่ได้ปรับปรุงเรียบร้อยแล้ว โดยมี รายละเอียดดังตารางที่ 21

ตาราง 21 รายละเอียดการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

ขั้นการจัดการเรียนรู้	รายละเอียดการจัดการเรียนรู้
ขั้นที่ 1 อ่านทำความเข้าใจปัญหา	ผู้วิจัยและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้ เรื่อง ความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้คำถามกระตุ้น ผู้วิจัยแจกใบกิจกรรม เรื่อง บ่อน้ำบาดาล ให้นักเรียนอ่านทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและร่วมกันวิเคราะห์สิ่งที่โจทย์ถาม ข้อมูลที่โจทย์ให้มาและแนวคิดในการหาผลลัพธ์เพื่อตอบคำถามที่ 1 และ 2 ในใบกิจกรรมและให้นักเรียนได้ร่วมกันสรุปข้อมูลของกลุ่มตนเอง
ขั้นที่ 2 ทำปัญหาให้ง่ายขึ้น	ผู้วิจัย และนักเรียนร่วมกันสนทนาถึงกระบวนการแก้ปัญหา โดยใช้คำถามกระตุ้น และให้นักเรียนวาดภาพจำลองสถานการณ์ ให้นักเรียนระบุข้อมูลจากโจทย์ลงไปในภาพวาด ให้ครบถ้วนเพื่อตอบคำถามข้อ 3 จากนั้นให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาการหาผลลัพธ์จากภาพจำลอง โดยใช้ความรู้เรื่องความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติจากการเรียนครั้งที่ผ่านมารวมทั้งความรู้อื่น ๆ เพื่อตอบคำถามที่ 2
ขั้นที่ 3 คิดให้เป็นคณิตศาสตร์	ผู้วิจัยให้นักเรียนพิจารณาแนวทางการหาผลลัพธ์ รวมทั้งข้อมูลและความสัมพันธ์ที่ได้เพื่อเขียนเป็นสมการที่ต้องใช้ในการหาผลลัพธ์เพื่อตอบคำถามที่ 4 โดยผู้วิจัยย้ำให้นักเรียนใช้ข้อมูลที่โจทย์ให้มาในการแก้สถานการณ์ปัญหา

## ตาราง 21 (ต่อ)

ขั้นการจัดการเรียนรู้	รายละเอียดการจัดการเรียนรู้
	เท่านั้น และเดินดูนักเรียนอย่างทั่วถึงขณะทำกิจกรรม
ขั้นที่ 4 ดำเนินการทางคณิตศาสตร์	<p>ผู้วิจัยให้นักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เรื่องการแก้สมการ และค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติ <math>\sin, \cos, \tan</math> ของมุม <math>30^\circ, 45^\circ</math> และ <math>60^\circ</math> จากนั้นให้นักเรียนนำเสนอสมการที่ได้จากขั้นตอนก่อนหน้ามาดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาผลลัพธ์ในการตอบคำถามที่ 5 โดยผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนว่านักเรียนจะหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลมที่ไม่ใช่ขนาด <math>30^\circ, 45^\circ</math> และ <math>60^\circ</math> ได้อย่างไร หลังจากนักเรียนร่วมกันตอบคำถามแล้วผู้วิจัยเสนอแนวทางการหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติ <math>\sin, \cos, \tan</math> ของมุมแหลมจากตารางค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลมพร้อมสอนวิธีการดู โดยระหว่างทำกิจกรรมผู้วิจัยเดินดูนักเรียนแต่ละกลุ่มและใช้คำถามกระตุ้นให้เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ภายในกลุ่มและระหว่างกลุ่มจนนักเรียนสามารถสรุปผลลัพธ์ได้</p>
ขั้นที่ 5 แปลความหมายผลลัพธ์กับสถานการณ์ปัญหา	<p>ผู้วิจัยและนักเรียนร่วมกันสนทนาถึงผลลัพธ์ที่ได้ โดยผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นให้เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ภายในกลุ่มและระหว่างกลุ่มจนนักเรียนสามารถสรุปผลลัพธ์ได้</p>

## ตาราง 21 (ต่อ)

ขั้นการจัดการเรียนรู้	รายละเอียดการจัดการเรียนรู้
ขั้นที่ 6 ตรวจสอบความเหมาะสม	<p>ผู้วิจัยและนักเรียนร่วมกันพิจารณาถึงความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ที่ได้โดยใช้คำถามกระตุ้นให้เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้กันภายในห้องเรียน เพื่อให้นักเรียนได้เห็นแนวคิดที่หลากหลาย หรือแนวทางการนำแนวคิดหรือวิธีการการแก้สถานการณ์ปัญหาไปใช้เป็นแนวทางในสถานการณ์จริง และถามนักเรียนถึงข้อจำกัดของแนวคิดหรือวิธีการดังกล่าว ให้เรียนอธิบายแนวคิดของตนเอง จนสามารถสรุปผลลัพธ์ของกลุ่มหรือของห้องเรียนได้</p>
ขั้นที่ 7 นำเสนอ	<p>นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอกระบวนการแก้ปัญหาของกลุ่มตนเอง โดยผู้วิจัยจะถ่ายรูปใบกิจกรรมของนักเรียนกลุ่มที่นำเสนอแล้วแสดงขึ้นจอโปรเจคเตอร์ จากนั้นให้นักเรียนอธิบายรายละเอียดในใบกิจกรรมเมื่อนำเสนอจบ จะให้นักเรียนกลุ่มอื่น ๆ ได้กล่าวชมเชยในประเด็นที่เพื่อนทำได้ดีและซักถามข้อสงสัยหรือให้ข้อเสนอแนะกับเพื่อนอย่างน้อย 1 ประเด็น หลังจากกลุ่มที่นำเสนอตอบข้อซักถามผู้วิจัยเปิดโอกาสให้นักเรียนคนอื่น ๆ ในห้องตอบข้อซักถามหรือเสนอแนะเพิ่มเติม เมื่อนำเสนอจนครบทุกกลุ่ม ผู้วิจัยและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลมอีกครั้งหนึ่ง</p>

## ขั้นที่ 3 สังเกต (Observe)

ขั้นสังเกตการณ์เป็นการเก็บรวบรวมข้อมูลของผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตในระหว่างการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลม

โดยเก็บรวบรวมข้อมูลจากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ และจากการทำใบกิจกรรมเป็นรายบุคคล โดยมีประเด็นดังตารางที่ 22

ตาราง 22 แสดงรายละเอียดการสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้ในวงรอบที่ 3

ขั้นการจัดการเรียนรู้	บรรยากาศในชั้นเรียน	ปัญหาที่พบ
ขั้นที่ 1 อ่านทำความเข้าใจปัญหา	หลังจากที่นักเรียนได้รับใบกิจกรรมและ ผู้วิจัยนำเสนอสถานการณ์ปัญหา พบว่า นักเรียนแต่ละคนอ่านทำความเข้าใจและ วิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาอย่างตั้งใจ ผู้วิจัยจึงให้นักเรียนร่วมกันสรุปข้อมูลของ กลุ่มตนเองแล้วจึงเขียนลงในใบกิจกรรม นักเรียนจึงเขียนข้อมูลได้ครบถ้วน	-
ขั้นที่ 2 ทำปัญหาให้ ง่ายขึ้น	เมื่อผู้วิจัยให้นักเรียนลองพิจารณาว่าจะใช้ กระบวนการแก้ปัญหาอย่างไร เนื่องจาก สถานการณ์ปัญหามีความซับซ้อนผู้วิจัยจึง ให้นักเรียนลองวาดภาพจำลองสถานการณ์ ปัญหา และในช่วงที่นักเรียนกำลังวาดภาพ จำลองผู้วิจัยพบว่ามีนักเรียนส่วนหนึ่งที่ไม่ เข้าใจลักษณะของมุกกัมและมุกเงยและไม่ ทราบว่าบ่อน้ำบาดาลมีลักษณะเป็นอย่างไร ทำให้กำหนดข้อมูลลงในรูปภาพไม่ถูกต้อง ผู้วิจัยจึงสอนเรื่องมุกกัมและมุกเงยและ อธิบายลักษณะของบ่อน้ำบาดาลเพิ่มเติม หลังจากนักเรียนวาดภาพจำลองเสร็จ นักเรียนยังสรุปไม่ได้ว่าจะหาผลลัพธ์ได้ อย่างไร ผู้วิจัยจึงใช้คำถามกระตุ้นให้ นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์จากรูปว่า หากนักเรียนจะใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วน ตรีโกณมิติเพื่อหาว่าระดับน้ำจากปากบ่อจะ	1. สถานการณ์ปัญหาเป็น เรื่องไกลตัวสำหรับ นักเรียนบางส่วนที่ไม่เคย เห็นบ่อน้ำบาดาล 2. นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ สามารถเชื่อมโยงความ สัมพันธ์หรือมอง สถานการณ์ปัญหาได้ อย่างครอบคลุม 3. นักเรียนไม่กำหนด เงื่อนไขในการใช้แนวคิด ในการคำนวณผลลัพธ์ เช่น กำหนดให้บ่อน้ำ บาดาลเป็นทรงกระบอก ตั้งอยู่ในแนวตั้ง เป็นต้น

ตาราง 22 (ต่อ)

ขั้นการจัดการเรียนรู้	บรรยากาศในชั้นเรียน	ปัญหาที่พบ
	<p>มีค่ามากหรือน้อยนักเรียนจะใช้อัตราส่วนใด พบว่านักเรียนสามารถตอบได้ว่าใช้อัตราส่วน <math>\tan 50^\circ</math> แต่เนื่องจากโจทย์ไม่ได้ให้รัศมีของบ่อมา นักเรียนจึงยังไม่สามารถหาผลลัพธ์ได้และมีการสนทนากันภายในกลุ่ม ผู้วิจัยแนะนำให้นักเรียนกลับไปดูสิ่งที่โจทย์ถามและให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์อีกรอบ จนกระทั่งมีนักเรียนบางคนเริ่มจะเห็นความสัมพันธ์จากสมการว่าระดับน้ำจากปากบ่อจะมีค่ามากหรือน้อยขึ้นอยู่กับรัศมีของปากบ่อ ผู้วิจัยจึงถามต่อว่าถ้าจะหารัศมีของปากบ่อจะทำได้อย่างไร นักเรียนบางส่วนตอบว่าต้องกำหนดให้ระยะของระดับน้ำถึงปากบ่อมีค่าเท่ากับ 1.75 ม. ก่อน</p>	
ขั้นที่ 3 คิดให้เป็นคณิตศาสตร์	<p>หลังจากนักเรียนรู้แนวทางในการหาผลลัพธ์ นักเรียนสามารถเขียนสมการและแทนค่าข้อมูลได้ แต่มีนักเรียนบางส่วนที่ไม่เขียนเงื่อนไขในการคำนวณ เช่น กำหนดให้ระยะของระดับน้ำถึงปากบ่อมีค่าเท่ากับ 1.75 ม.</p>	<p>นักเรียนไม่เขียนกำหนดเงื่อนไขหรือค่าของตัวแปรก่อนการคำนวณ</p>
ขั้นที่ 4 ดำเนินการทางคณิตศาสตร์	<p>ขณะที่นักเรียนทำกิจกรรม พบว่านักเรียนเริ่มมีการสนทนากันภายในกลุ่ม มีการนำผลลัพธ์ของตนเองมาเปรียบเทียบกับเพื่อน นักเรียนก็มีการกลับไปทบทวนเปรียบเทียบตั้งแต่การเขียนสมการ การแทนค่าตัวแปร จนสามารถระบุดูจุดที่ผิดพลาดได้</p>	-

ตาราง 22 (ต่อ)

ขั้นการจัดการเรียนรู้	บรรยากาศในชั้นเรียน	ปัญหาที่พบ
<p>ขั้นที่ 5 แพล ความหมายผลลัพธ์กับ สถานการณ์ปัญหา</p>	<p>ในระหว่างทำกิจกรรม พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ให้ความสนใจและมีความกระตือรือร้น สามารถหาผลลัพธ์ของสถานการณ์ปัญหาได้ และมีนักเรียนบางส่วนที่ยังไม่เข้าใจว่าเมื่อได้คาร์ตมีของปากบ่อมาแล้ว จะนำไปตอบปัญหาได้อย่างไร ผู้วิจัยจึงใช้คำถามกระตุ้นว่าผลลัพธ์ที่เกิดจากการเปรียบเทียบจำนวนจะเป็นไปได้กี่แบบอะไรบ้าง นักเรียนส่วนใหญ่ตอบได้ว่ามี มากกว่า น้อยกว่า และ เท่ากับ ผู้วิจัยจึงถามต่อว่าจากผลลัพธ์ที่ได้ นักเรียนจะอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างระยะห่างจากระดับน้ำถึงปากบ่อกับรัศมีของปากบ่อได้อย่างไร มีนักเรียนตอบว่าถ้ารัศมีปากบ่อกว้าง 1.47 ม. แสดงว่าระดับน้ำจากปากบ่อมีระยะเท่ากับ 1.75 ม. หลังจากนั้นนักเรียนส่วนใหญ่ก็เริ่มเข้าใจแนวการตอบคำถามของสถานการณ์ปัญหา</p>	<p>นักเรียนส่วนใหญ่ไม่พิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูลในสมการทำให้ไม่สามารถเชื่อมโยงไปถึงการอธิบายผลลัพธ์ได้</p>
<p>ขั้นที่ 6 ตรวจสอบ ความเหมาะสม</p>	<p>ผู้วิจัยได้ใช้คำถามกระตุ้นว่าวิธีการดังกล่าวเป็นวิธีที่ถูกต้องหรือไม่ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ตอบว่าถูกต้อง ผู้วิจัยจึงถามเพิ่มเติมว่า หากต้องนำวิธีการดังกล่าวไปใช้ในสถานการณ์ที่เกิดขึ้นจริงจะสามารถนำไปใช้ได้หรือไม่ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ตอบว่าใช้ได้ ผู้วิจัยจึงซักถามนักเรียนเพิ่มเติมว่า เพราะเหตุใดจึงคิดเช่นนั้น นักเรียนให้เหตุผลว่า สามารถวาดรูปจำลองโดยใช้ความรู้เรื่องสามเหลี่ยมคล้ายกับอัตราส่วนตรีโกณมิติได้ ผู้วิจัยจึงถามต่อว่าแล้วผลลัพธ์</p>	<p>นักเรียนยังพิจารณาข้อจำกัดของวิธีการแก้ปัญหาที่จะนำไปใช้ในสถานการณ์จริงได้ไม่ครบถ้วน</p>



ตาราง 22 (ต่อ)

ขั้นการจัดการเรียนรู้	บรรยากาศในชั้นเรียน	ปัญหาที่พบ
	ที่ได้จะถูกต้อง 100 % หรือไม่ เพราะอะไร นักเรียนส่วนใหญ่ตอบว่าไม่ 100 % เพราะ ในสถานการณ์จริงมุ่มอาจมีความ คลาดเคลื่อนได้	
ขั้นที่ 7 นำเสนอ	ในระหว่างที่นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมา นำเสนอ นักเรียนกลุ่มอื่นให้ความสนใจ ไม่ คุยหรือทำกิจกรรมอื่น หลังจากแต่ละกลุ่ม นำเสนอจบ กลุ่มอื่นมีการกล่าวชมเชยและ ซักถามครบทุกกลุ่ม	-

#### ขั้นที่ 4 สะท้อนผล (Reflect)

ผู้วิจัยได้สรุปปัญหาที่พบจากการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการจัดการ  
เรียนรู้แต่ละขั้นตอนพร้อมแนวทางการแก้ไขดังตารางที่ 23

ตาราง 23 แสดงปัญหาที่พบในการจัดการเรียนรู้แต่ละขั้นตอนพร้อมแนวทางการแก้ไขวงรอบที่ 3

ขั้นการจัดการเรียนรู้	ปัญหาที่พบ	แนวทางแก้ไข
ขั้นที่ 1 อ่านทำความเข้าใจ ปัญหา	-	-
ขั้นที่ 2 ทำปัญหาให้ง่ายขึ้น	1.สถานการณ์ปัญหาเป็นเรื่อง ไกลตัวสำหรับนักเรียนบางส่วน ที่ไม่เคยเห็นบ่อน้ำบาดาล (องค์ประกอบย่อยที่ 1.1) 2.นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถ เชื่อมโยงความสัมพันธ์หรือมอง สถานการณ์ปัญหาได้อย่าง ครอบคลุม (องค์ประกอบย่อยที่ 1.2)	ผู้วิจัยออกแบบสถานการณ์ ปัญหาที่ใกล้ตัวนักเรียน หรือ นักเรียนมีประสบการณ์ตรงใน ชีวิตจริง ผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นใน ระหว่างทำกิจกรรม และให้ นักเรียนได้อธิบายแนวคิดแต่ละ ขั้นตอนภายในกลุ่มหรือภายใน ห้องเรียน

ตาราง 23 (ต่อ)

ขั้นการจัดการเรียนรู้	ปัญหาที่พบ	แนวทางแก้ไข
	3.นักเรียนไม่กำหนดเงื่อนไขการใช้แนวคิดในการคำนวณผลลัพธ์ เช่น กำหนดให้บ่อบาดาลเป็นทรงกระบอกตั้งอยู่ในแนวตั้ง เป็นต้น (องค์ประกอบย่อยที่ 1.2)	ผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเชื่อมโยงสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับบริบทในชีวิตจริง อธิบายเพิ่มเติมว่าหากไม่กำหนดเงื่อนไขในการคำนวณ นักเรียนอาจจะใช้วิธีการแก้ปัญหานั้นไม่ได้
ขั้นที่ 3 คิดให้เป็นคณิตศาสตร์	นักเรียนไม่เขียนกำหนดเงื่อนไขหรือค่าของตัวแปรก่อนการคำนวณ (องค์ประกอบย่อยที่ 1.3)	ก่อนที่นักเรียนจะดำเนินการ ผู้วิจัยต้องย้าให้นักเรียนเขียนกำหนดค่าของตัวแปรที่ใช้ในการคำนวณให้ครบถ้วน
ขั้นที่ 4 ดำเนินการทางคณิตศาสตร์	-	-
ขั้นที่ 5 แปลความหมายผลลัพธ์กับสถานการณ์ปัญหา	นักเรียนส่วนใหญ่ไม่พิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูลในสมการ ทำให้ไม่สามารถเชื่อมโยงไปถึงการอธิบายผลลัพธ์ได้ (องค์ประกอบย่อยที่ 3.1)	ผู้วิจัยต้องอธิบายเพิ่มเติมว่าผลลัพธ์ของสถานการณ์ปัญหาที่ต้องใช้ความรู้คณิตศาสตร์ไม่จำเป็นต้องตอบเป็นจำนวนหรือตัวเลขที่ตายตัว สามารถตอบเป็นลักษณะของความสัมพันธ์หรือการแปรผันได้
ขั้นที่ 6 ตรวจสอบความเหมาะสม	นักเรียนยังพิจารณาข้อจำกัดของวิธีการแก้ปัญหาที่จะนำไปใช้ในสถานการณ์จริงได้ไม่ครบถ้วน (องค์ประกอบย่อยที่ 3.2)	ผู้วิจัยสร้างบรรยากาศในห้องเรียนให้เกิดการอภิปรายร่วมกัน
ขั้นที่ 7 นำเสนอ	-	-

จากตารางที่ 23 ผู้วิจัยได้สรุปปัญหาที่พบในการจัดการเรียนรู้แต่ละขั้นตอนพร้อมแนวทางการแก้ไขเพื่อวางแผนการจัดการเรียนรู้ในวงรอบถัดไป

#### วงรอบที่ 4 เรื่อง การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการแก้ปัญหา

จากผลการสะท้อนการปฏิบัติในวงรอบที่ 3 ทำให้ผู้วิจัยได้แนวทางการปรับปรุง และพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยมีรายละเอียดในดังนี้

##### ขั้นที่ 1 วางแผน (Plan)

ผู้วิจัยนำผลจากการสะท้อนการปฏิบัติในวงรอบที่ 3 มาปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการแก้ปัญหา โดยมีรายละเอียดดังตารางที่ 24

ตาราง 24 แสดงรายละเอียดการปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

ขั้นการจัดการเรียนรู้	รายละเอียดการปรับปรุง
ขั้นที่ 1 อ่านทำความเข้าใจปัญหา	-
ขั้นที่ 2 ทำปัญหาให้ง่ายขึ้น	ผู้วิจัยออกแบบสถานการณ์ปัญหาที่ใกล้ตัวนักเรียน หรือนักเรียนมีประสบการณ์ตรงในชีวิตจริง ใช้คำถามกระตุ้นในระหว่างทำกิจกรรม และให้นักเรียนได้อธิบายแนวคิดแต่ละขั้นตอน ภายในกลุ่มหรือภายในห้องเรียน และเชื่อมโยงสถานการณ์ปัญหากับบริบทในชีวิตจริง อธิบายเพิ่มเติมว่าหากไม่กำหนดเงื่อนไขในการคำนวณ นักเรียนอาจจะใช้วิธีการแก้ปัญหานั้นไม่ได้
ขั้นที่ 3 คิดให้เป็นคณิตศาสตร์	ก่อนที่นักเรียนจะดำเนินการผู้วิจัยต้องย้าให้นักเรียนเขียนกำหนดค่าของตัวแปรที่ใช้ในการคำนวณให้ครบถ้วน
ขั้นที่ 4 ดำเนินการทางคณิตศาสตร์	-
ขั้นที่ 5 แปลความหมายผลลัพธ์กับสถานการณ์ปัญหา	ใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนตระหนักถึงสิ่งที่โจทย์ถาม อยู่เสมอ ให้นักเรียนร่วมกันแลกเปลี่ยนเรียนรู้ภายในกลุ่ม หากผลลัพธ์ของแต่ละกลุ่มมีความแตกต่างกันผู้วิจัยต้องให้

ตาราง 24 (ต่อ)

ชั้นการจัดการเรียนรู้	รายละเอียดการปรับปรุง
นักเรียนแลกเปลี่ยนเรียนรู้กันภายในห้องเรียน	
ขั้นที่ 6 ตรวจสอบความเหมาะสม	ผู้วิจัยสร้างบรรยากาศในห้องเรียนให้เกิดการอภิปรายร่วมกัน
ขั้นที่ 7 นำเสนอ	-

### ขั้นที่ 2 ปฏิบัติการ (Act)

ขั้นปฏิบัติการเป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการแก้ปัญหา ใช้ระยะเวลา 3 ชั่วโมง ที่ได้ปรับปรุงเรียบร้อยแล้ว โดยมีรายละเอียดดังตารางที่ 25

ตาราง 25 รายละเอียดการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

ชั้นการจัดการเรียนรู้	รายละเอียดการจัดการเรียนรู้
ขั้นที่ 1 อ่านทำความเข้าใจปัญหา	ผู้วิจัยและนักเรียนร่วมกันทบทวน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยให้นักเรียนเล่นเกม Kahoot เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ จำนวน 10 ข้อ ผู้วิจัยแจกใบกิจกรรม เรื่อง Wheelchair ให้นักเรียนอ่านทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและร่วมกันวิเคราะห์สิ่งที่โจทย์ถาม ข้อมูลที่โจทย์ให้มาและแนวคิดในการหาผลลัพธ์เพื่อตอบคำถามที่ 1 และ 2 ในใบกิจกรรมและให้นักเรียนได้ร่วมกันสรุปข้อมูลของกลุ่มตนเอง
ขั้นที่ 2 ทำปัญหาให้ง่ายขึ้น	นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันออกแบบทางลาดชั้น สำหรับ Wheelchair ตามที่กลุ่มตนเอง ต้องการ ซึ่งอาจจะเป็นรูปแบบที่นักเรียนเคยเห็น หรือเป็นแบบที่นักเรียนคิดขึ้นมาใหม่ก็ได้ เพื่อตอบคำถามข้อ 3 โดยมีผู้วิจัยคอยให้คำแนะนำ

## ตาราง 25 (ต่อ)

ขั้นการจัดการเรียนรู้	รายละเอียดการจัดการเรียนรู้
ขั้นที่ 3 คิดให้เป็นคณิตศาสตร์	นักเรียนในกลุ่มช่วยกันเขียนสมการที่ต้องใช้ในการหาผลลัพธ์ พร้อมทั้งระบุข้อมูลที่โจทย์ให้มาลงในสมการเพื่อตอบคำถามที่ 4 โดยผู้วิจัยช่วยให้ นักเรียนใช้ข้อมูลที่โจทย์ให้มาในการแก้สถานการณ์ปัญหาเท่านั้น และเดินดูนักเรียนอย่างทั่วถึงขณะทำกิจกรรม
ขั้นที่ 4 ดำเนินการทางคณิตศาสตร์	นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันคำนวณหาผลลัพธ์จากแนวคิดที่ได้ในขั้นที่ 3 เพื่อตอบคำถามที่ 5
ขั้นที่ 5 แปลความหมายผลลัพธ์กับสถานการณ์ปัญหา	ผู้วิจัยและนักเรียนร่วมกันสนทนาถึงผลลัพธ์ที่ได้ โดยผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นให้เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ภายในกลุ่มและระหว่างกลุ่มจนนักเรียนสามารถสรุปผลลัพธ์ได้
ขั้นที่ 6 ตรวจสอบความเหมาะสม	ผู้วิจัยและนักเรียนร่วมกันพิจารณาถึงความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ที่ได้โดยใช้คำถามกระตุ้นให้เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้กันภายในห้องเรียน เพื่อให้ นักเรียนได้เห็นแนวคิดที่หลากหลาย หรือแนวทางการนำแนวคิดหรือวิธีการการแก้สถานการณ์ปัญหาไปใช้เป็นแนวทางในสถานการณ์จริง และถามนักเรียนถึงข้อจำกัดของแนวคิดหรือวิธีการดังกล่าว ให้ นักเรียนอธิบายแนวคิดของตนเอง จนสามารถสรุปผลลัพธ์ของกลุ่มหรือของห้องเรียนได้
ขั้นที่ 7 นำเสนอ	นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอกระบวนการแก้ปัญหาของกลุ่มตนเอง โดยผู้วิจัยจะถ่ายรูปใบกิจกรรมของนักเรียนกลุ่มที่นำเสนอแล้วแสดงขึ้นจอโปรเจคเตอร์ จากนั้นให้นักเรียนอธิบายรายละเอียดในใบกิจกรรมเมื่อนำเสนอจบ จะให้นักเรียนกลุ่มอื่น ๆ ได้กล่าวชมเชยใน

ตาราง 25 (ต่อ)

ขั้นการจัดการเรียนรู้	รายละเอียดการจัดการเรียนรู้
	ประเด็นที่เพื่อนทำได้ดีและซักถามข้อสงสัยหรือให้ข้อเสนอแนะกับเพื่อนอย่างน้อย 1 ประเด็น หลังจากกลุ่มที่นำเสนอตอบข้อซักถามผู้วิจัยเปิดโอกาสให้นักเรียนคนอื่น ๆ ในห้องตอบข้อซักถามหรือเสนอแนะเพิ่มเติม เมื่อนำเสนอจนครบทุกกลุ่ม ผู้วิจัยและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ เรื่อง การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการแก้ปัญหา อีกครั้งหนึ่ง

### ขั้นที่ 3 สังเกต (Observe)

ขั้นสังเกตการณ์เป็นการเก็บรวบรวมข้อมูลการสังเกตจากผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตในระหว่างการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการแก้ปัญหา โดยเก็บรวบรวมข้อมูลจากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ และจากการทำใบกิจกรรมเป็นรายบุคคล โดยมีประเด็นดังตารางที่ 26

ตาราง 26 แสดงรายละเอียดการสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้ในวงรอบที่ 4

ขั้นการจัดการเรียนรู้	บรรยากาศในชั้นเรียน	ปัญหาที่พบ
ขั้นที่ 1 อ่านทำความเข้าใจปัญหา	หลังจากที่นักเรียนได้รับใบกิจกรรมและผู้วิจัยนำเสนอสถานการณ์ปัญหา พบว่านักเรียนแต่ละคนอ่านทำความเข้าใจและวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาอย่างตั้งใจ ผู้วิจัยจึงให้นักเรียนร่วมกันสรุปข้อมูลของกลุ่มตนเองแล้วจึงเขียนลงในใบกิจกรรม นักเรียนจึงเขียนข้อมูลได้ครบถ้วน	-
ขั้นที่ 2 ทำปัญหาให้ง่ายขึ้น	นักเรียนแต่ละกลุ่มมีการสนทนากันเพื่อออกแบบทางลาดชันสำหรับ Wheelchair ให้เป็นรูปแบบเดียวกันภายในกลุ่ม ผู้วิจัยมีการย้ำให้นักเรียนออกแบบภายใต้เงื่อนไข	นักเรียนบางกลุ่มไม่สามารถวาดรูปทางลาดชันสำหรับ Wheelchair ให้เป็นสามมิติได้

ตาราง 26 (ต่อ)

ขั้นการจัดการเรียนรู้	บรรยากาศในชั้นเรียน	ปัญหาที่พบ
	ของสถานการณ์ปัญหา นักเรียนบางกลุ่มใช้วิธีการออกแบบทางลาดชั้นสำหรับ Wheelchair ให้เสร็จก่อนเมื่อวานรูปเสร็จ จึงกำหนดเงื่อนไขลงไปในรูปแบบในภายหลัง นักเรียนบางกลุ่มออกแบบไม่ตรงกัน ผู้วิจัย	
	จึงให้นักเรียนสนทนาอธิบายแนวคิดในการออกแบบของตนเองให้เพื่อนในกลุ่มฟัง แล้วให้ลงความเห็นว่าจะเลือกแบบใด	
ขั้นที่ 3 คิดให้เป็น คณิตศาสตร์	นักเรียนในกลุ่มช่วยกันเขียนสมการที่ต้องใช้ในการหาผลลัพธ์ พร้อมทั้งระบุข้อมูลที่โจทย์ให้มาลงในสมการ พบว่านักเรียนมีการใช้ตัวแปรเป็นสัญลักษณ์แทนข้อมูลที่ยังไม่ทราบค่าหรือต้องการหาค่า และมีนักเรียนบางกลุ่มเข้าใจความหมายของ ความยาวทางลาดแต่ละช่วงผิด ทำให้นักเรียนกำหนดข้อมูลลงในรูปภาพจำลองและในสมการผิด	นักเรียนบางกลุ่มเข้าใจความหมายของ ความยาวทางลาดแต่ละช่วงผิด ทำให้นักเรียนกำหนดข้อมูลลงในรูปภาพจำลองและในสมการผิด
ขั้นที่ 4 ดำเนินการทาง คณิตศาสตร์	ในระหว่างที่นักเรียนทำกิจกรรม พบว่านักเรียนมีการสนทนากันภายในกลุ่ม มีการแบ่งงานกันแล้วจึงนำผลลัพธ์ที่ได้มาแลกเปลี่ยนกัน	เนื่องจากนักเรียนใช้วิธีแบ่งงานกันโดยให้แต่ละคนรับผิดชอบไปบางส่วน ทำให้ไม่สามารถนำผลลัพธ์มาเปรียบเทียบเพื่อตรวจทานร่วมกันได้
ขั้นที่ 5 แปล ความหมายผลลัพธ์กับ สถานการณ์ปัญหา	ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาถึงผลลัพธ์ที่ได้ โดยใช้คำถามกระตุ้นคิด ให้นักเรียนพิจารณาว่าทางลาดชั้นสำหรับ Wheelchair ที่นักเรียนออกแบบ เป็นไปตามเงื่อนไขหรือไม่ และบอกได้ว่าเงื่อนไขมีอะไรบ้าง	-

ตาราง 26 (ต่อ)

ชั้นการจัดการเรียนรู้	บรรยากาศในชั้นเรียน	ปัญหาที่พบ
<p>ขั้นที่ 6 ตรวจสอบความเหมาะสม</p>	<p>ผู้วิจัยให้นักเรียนร่วมกันแสดงแนวคิดที่ว่าทางลาดชั้นสำหรับ Wheelchair ที่นักเรียนออกแบบ สามารถนำไปสร้างจริงได้หรือไม่ เพราะอะไร นักเรียนจึงเกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้กัน ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่ตอบว่าใช้เป็นแนวทางได้ แต่ตอนสร้างจริงอาจจะไม่ตรง 100 % ผู้วิจัยจึงถามต่อว่าเป็นเพราะเหตุใด นักเรียนบางส่วนตอบว่า ผลลัพธ์เป็นเทคนิคหลายตำแหน่งถ้าสร้างจริงอาจจะไม่ตรง</p>	-
<p>ขั้นที่ 7 นำเสนอ</p>	<p>ในระหว่างที่นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอ นักเรียนกลุ่มอื่นให้ความสนใจ ไม่คุยหรือทำกิจกรรมอื่น หลังจากแต่ละกลุ่มนำเสนอจบ กลุ่มอื่นมีการกล่าวชมเชยและซักถามครบทุกกลุ่ม</p>	-

#### ขั้นที่ 4 สะท้อนผล (Reflect)

ผู้วิจัยได้สรุปปัญหาที่พบจากการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการจัดการเรียนรู้แต่ละขั้นตอนพร้อมแนวทางการแก้ไขดังตารางที่ 27

ตาราง 27 แสดงปัญหาที่พบในการจัดการเรียนรู้แต่ละขั้นตอนพร้อมแนวทางการแก้ไขวงรอบที่ 4

ชั้นการจัดการเรียนรู้	ปัญหาที่พบ	แนวทางแก้ไข
<p>ขั้นที่ 1 อ่านทำความเข้าใจปัญหา</p>	-	-
<p>ขั้นที่ 2 ทำปัญหาให้ง่ายขึ้น</p>	<p>นักเรียนบางกลุ่มไม่สามารถวาดรูปทางลาดชั้นสำหรับ Wheelchair ให้เป็นสามมิติได้ (องค์ประกอบย่อยที่ 1.3)</p>	<p>เปิดโอกาสให้นักเรียนสืบค้นข้อมูลเพิ่มเติมจากเว็บไซต์ต่าง ๆ ได้ แต่ต้องกำหนดเงื่อนไขว่านักเรียนจะต้องมี</p>



ตาราง 27 (ต่อ)

ขั้นการจัดการเรียนรู้	ปัญหาที่พบ	แนวทางแก้ไข
		การร่างแบบของตนเองไว้ก่อนแล้ว
ขั้นที่ 3 คิดให้เป็นคณิตศาสตร์	นักเรียนบางกลุ่มเข้าใจความหมายของ ความยาวทางลาด แต่ละช่วงผิด ทำให้ นักเรียนกำหนดข้อมูลลงในรูปภาพจำลองและในสมการผิด (องค์ประกอบย่อยที่ 1.3)	หลังจากนักเรียนอ่านทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา ผู้วิจัยควรสอบถามนักเรียนก่อนว่ามีส่วนไหนที่ของสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนไม่เข้าใจหรือยังไม่แน่ใจหรือไม่ หรือสอบถามนักเรียนรายบุคคลว่าเข้าใจเงื่อนไขแต่ละข้ออย่างไร
ขั้นที่ 4 ดำเนินการทางคณิตศาสตร์	เนื่องจากนักเรียนใช้วิธีแบ่งงานกันโดยให้แต่ละคนรับผิดชอบไปบางส่วน ทำให้ไม่สามารถนำผลลัพธ์มาเปรียบเทียบ เพื่อตรวจทานร่วมกันได้ (องค์ประกอบย่อยที่ 2.3)	ให้นักเรียนนำผลลัพธ์ในส่วนของตนเองให้เพื่อนในกลุ่มไปบางส่วน ทำให้ไม่สามารถนำผลลัพธ์มาเปรียบเทียบ เพื่อตรวจทานร่วมกันได้
ขั้นที่ 5 แปลความหมายผลลัพธ์กับสถานการณ์ปัญหา	-	-
ขั้นที่ 6 ตรวจสอบความเหมาะสม	-	-
ขั้นที่ 7 นำเสนอ	-	-

จากตารางที่ 27 เป็นตารางสรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนขณะจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และแนวทางการปรับปรุงแก้ไขในแต่ละขั้นตอนสำหรับใช้ในการวิจัย ครั้งต่อไปให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ทั้งนี้ผู้วิจัยได้นำข้อมูลข้างต้น รวมถึงประเด็นที่ควรเน้นมาสรุปรวมเป็นแนวทางการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งจำแนกตามบทบาทของครูและนักเรียน ในแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ แสดงดังตารางที่ 28

ตาราง 28 แนวทางการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

ขั้นการจัดการเรียนรู้	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
ขั้นที่ 1 อ่านทำความเข้าใจปัญหา	ครูทบทวนความรู้เดิมที่จำเป็นต้องใช้ในกิจกรรมการเรียนรู้ ทั้งความรู้ที่จะทำให้ให้นักเรียนเกิดความรู้ใหม่ และความรู้ที่ต้องใช้ในการแก้สมการ รวมทั้งต้องนำเสนอสถานการณ์ปัญหา ที่มีความเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียนหรือเป็นสถานการณ์ที่นักเรียนคุ้นเคย และไม่ซับซ้อนจนเกินไป	นักเรียนอ่านทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาอย่างละเอียด และร่วมกันวิเคราะห์สิ่งที่โจทย์ถาม ข้อมูลที่โจทย์ให้มารวมทั้งแนวคิดในการหาผลลัพธ์ โดยนำผลลัพธ์ของตนเองมาแลกเปลี่ยนเรียนรู้กันภายในกลุ่มเพื่อให้ประเด็นปัญหาหรือข้อมูลมีความครบถ้วน
ขั้นที่ 2 ทำปัญหาให้ง่ายขึ้น	ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวก ให้ความคำแนะนำ จัดเตรียมอุปกรณ์ที่จำเป็น และใช้คำถามกระตุ้นหรือทดลองใช้เครื่องมือวัดความยาวให้นักเรียนพิจารณาผลลัพธ์จากการวัดสิ่งเดียวกันด้วยเครื่องมือหลายอันก่อนที่นักเรียนวาดภาพจำลองเพื่อให้นักเรียนสรุปได้ว่าเครื่องมือวัดอาจทำให้ผลลัพธ์เกิดความคลาดเคลื่อนได้และกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันอธิบายเชื่อมโยงแบบ สห ทั อ น ก ลั บ ระหว่างสถานการณ์ปัญหากับภาพจำลองว่านักเรียนต้องกำหนดเงื่อนไขอะไรบ้างจึงสามารถวาดภาพจำลองนั้นได้	นักเรียนวิเคราะห์เงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหา กำหนดความสัมพันธ์แต่ละประเด็นแล้วแปลงให้อยู่ในรูปของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อย่างง่าย โดยใช้การวาดภาพ การใช้ตารางแสดงความสัมพันธ์รวมทั้งระบุข้อมูลหรือองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา

ตาราง 28 (ต่อ)

ขั้นการจัดการเรียนรู้	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
ขั้นที่ 3 คิดให้เป็น คณิตศาสตร์	ใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนอธิบาย ที่มาของวิธีการแก้ปัญหาและข้อมูล ที่นักเรียนนำมาใช้ เพื่อตรวจสอบ ว่านักเรียนมีความเข้าใจแนวคิดใน การแก้ปัญหาและไม่นำข้อมูลอื่นที่ ไม่ได้อยู่ในสถานการณ์มาใช้ในการ แก้ปัญหา รวมทั้งเป็นผู้อำนวยความสะดวก ความสะดวกคอยให้คำแนะนำ อย่างทั่วถึงจัดบรรยากาศให้เกิด การแลกเปลี่ยนเรียนรู้ภายในกลุ่ม และระหว่างกลุ่ม	นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากขั้นที่ 1 และขั้นที่ 2 มาวิเคราะห์การ แก้ปัญหาซึ่งอาจจะใช้การแยก ย่อยสถานการณ์ การเขียน สมการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาตัว ไม่ทราบค่า และระบุข้อมูลที่ โจทย์ให้มาลงในสมการและ อธิบายที่มาของวิธีการแก้ปัญหา และข้อมูลที่นักเรียนนำมาใช้
ขั้นที่ 4 ดำเนินการทาง คณิตศาสตร์	ครูต้องทำความเข้าใจการแก้ สถานการณ์ปัญหาอย่างดีและ ครอบคลุม คอยกระตุ้นหรือส่งเสริมให้ นักเรียนอธิบายความสัมพันธ์ ระหว่างแบบจำลองกับอัตราส่วน ตรีโกณมิติที่เลือกใช้และยกตัวอย่าง สถานการณ์ปัญหาที่มีลักษณะคล้าย กับสถานการณ์ในใบกิจกรรมแต่มี ความเข้าใจง่ายกว่า เพื่อให้นักเรียน เห็นแนวทางในการหาผลลัพธ์ รวมทั้งจัดบรรยากาศให้เกิดการ แลกเปลี่ยนเรียนรู้และคอย ตรวจสอบความถูกต้องของการ ดำเนินการทางคณิตศาสตร์เมื่อพบ ข้อผิดพลาดของนักเรียนต้องเข้าไป ให้คำแนะนำทันที	นักเรียนอธิบายความสัมพันธ์ ระหว่างแบบจำลองกับอัตราส่วน ตรีโกณมิติที่เลือกใช้ ดำเนินการ ทางคณิตศาสตร์ กฎ บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือเครื่องมือทาง คณิตศาสตร์อื่น ๆ เพื่อหาคำตอบ ของสถานการณ์ ปัญหาผ่าน แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ นักเรียนสร้างขึ้น

ตาราง 28 (ต่อ)

ขั้นการจัดการเรียนรู้	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
<p>ขั้นที่ 5 แปลความหมาย ผลลัพธ์กับสถานการณ์ ปัญหา</p>	<p>ครูกระตุ้นให้นักเรียนสรุปผลลัพธ์ จากการใช้คณิตศาสตร์เพื่อตอบ คำถามของสถานการณ์ปัญหา และ อธิบายกระบวนการหรือที่มาของ ผลลัพธ์นั้น กระตุ้นให้นักเรียน ตรวจสอบความถูกต้องของผลลัพธ์ ของสมาชิกในกลุ่มและอภิปราย ร่วมกันจนสามารถสรุปเป็นผลลัพธ์ ของกลุ่มตนเอง รวมทั้งคอยให้ คำแนะนำอย่างทั่วถึง จัด บรรยากาศให้เกิดการแลกเปลี่ยน เรียนรู้ภายในกลุ่ม</p>	<p>นักเรียนตรวจนำผลลัพธ์ที่ได้จาก ขั้นที่ 4 มาตอบคำถามของ สถานการณ์ปัญหา โดยต้องมีการ ตรวจสอบความถูกต้องของ ผลลัพธ์ร่วมกันภายในกลุ่ม แล้ว จึงสรุปผลลัพธ์ที่ได้</p>
<p>ขั้นที่ 6 ตรวจสอบ ความเหมาะสม</p>	<p>ครูต้องคอยสังเกตและรวบรวม แนวคิดของนักเรียนแต่ละกลุ่ม ให้นักเรียนได้อธิบายกระบวนการหรือ ที่มาของแนวคิดแต่ละแนวคิด ใช้ คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเชื่อมโยง ความสัมพันธ์ของแต่ละแนวคิด และให้นักเรียนสรุปแนวคิดของ ห้องเรียนที่สามารถนำไปใช้ในการ แก้สถานการณ์ได้อย่างมี ประสิทธิภาพ สุ่มถามนักเรียนใน รายละเอียดเล็กน้อย เช่น โจทย์ให้ หาอะไร แล้วผลลัพธ์ควรใช้หน่วย อะไร เพื่อกระตุ้นให้นักเรียน</p>	<p>นักเรียนร่วมกันพิจารณาความ สมเหตุสมผลของผลลัพธ์และ แนวทางการหาผลลัพธ์รวมทั้ง ระบุเงื่อนไขหรือข้อจำกัดของ แนวทางการหาผลลัพธ์ที่ได้ กับสถานการณ์ปัญหาจริงหรือ สถานการณ์ปัญหาที่มีบริบท ใกล้เคียงกัน และอธิบายแนวคิด ของตนเอง จนสามารถสรุปเป็น แนวคิดของกลุ่มหรือของ ห้องเรียนได้ และตรวจสอบความ เรียบร้อยงานของตนเองก่อน นำเสนอ</p>

ตาราง 28 (ต่อ)

ขั้นการจัดการเรียนรู้	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
	ได้ตรวจสอบงานของตนเองก่อน นำเสนอ รวมทั้งคอยอำนวยความสะดวก สะดวก จัดบรรยากาศให้เกิดการ แลกเปลี่ยนเรียนรู้ภายในกลุ่มและ ภายในห้องเรียน	
ขั้นที่ 7 นำเสนอ	ครูต้องจัดบรรยากาศให้เกิดการ แลกเปลี่ยนเรียนรู้ภายในห้องเรียน ให้ผลสะท้อนกลับแก่นักเรียนแต่ละ กลุ่ม กระตุ้นให้นักเรียนสะท้อน ผลงานของเพื่อนกลุ่มอื่น ๆ และ ร่วมกัน สรุป ปองศ์ ความรู้ของ ห้องเรียน	นักเรียนนำเสนอผลงานของกลุ่ม ตนเองหน้าชั้นเรียน เมื่อนำเสนอ จบคอยตอบข้อซักถามของเพื่อน และครู และซักถามข้อสงสัยหรือ ให้คำแนะนำเพื่อนกลุ่มที่นำเสนอ

เมื่อจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ แล้วพบว่า มีประเด็นที่ควรให้ความสำคัญ ดังต่อไปนี้

1. การใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนกำหนดเงื่อนไขของสถานการณ์ในบริบทของชีวิตจริง เพื่อให้สามารถใช้แนวคิดหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น เป็นสิ่งสำคัญเนื่องจากเป็นการถ่ายโยงความรู้ที่เรียนไปแล้วไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง หากนักเรียนไม่กำหนดเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาที่โจทย์ไม่ได้กำหนดมาให้ อาจจะทำให้ไม่สามารถใช้แนวคิดหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างสมบูรณ์ เช่น กำหนดให้ เสาดังตั้งฉากกับพื้นดิน และกำหนดให้พื้นอยู่ในแนวราบเดียวกัน เพื่อจะสามารถวาดภาพจำลองเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติได้ เป็นต้น ซึ่งจะมีผลต่อการแปลความหมายผลลัพธ์ของสถานการณ์จากบริบทของคณิตศาสตร์ไปยังบริบทของสถานการณ์จริง โดยปัจจัยที่ส่งผลต่อความถูกต้องของเงื่อนไขที่นักเรียนกำหนดขึ้น คือ ความรู้เดิมของนักเรียน และการใช้คำถามกระตุ้นของครู

2. การออกแบบสถานการณ์ปัญหาให้มีบริบทใกล้เคียงกับชีวิตจริง เช่น ปัญหาในสถานการณ์ “ความสูงของเสาดัง” เป็นปัญหาที่นักเรียนมีความคุ้นเคย เนื่องจากนักเรียนมีประสบการณ์ตรงในชีวิตจริงที่เคยพบเห็นตามสถานที่ต่าง ๆ และไม่ซับซ้อนจนเกินไป กล่าวคือ เป็นสถานการณ์ที่อยู่ในกลุ่มทำใหม่ และกลุ่มการเชื่อมโยง คือการใช้ความรู้โดยตรงจากเนื้อหาที่เรียน

ใช้สถานการณ์ที่มีหลายคำถามย่อย และมีการนำผลลัพธ์มาเปรียบเทียบกัน เป็นต้น ซึ่งทำให้นักเรียนเกิดความสนใจ อยากเรียนรู้และมีข้อมูลมากเพียงพอในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

3. การทบทวนความรู้เรื่อง 1) ความคล้าย 2) ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และ 3) การแก้สมการ ซึ่งต้องใช้ในการคำนวณหาผลลัพธ์จากอัตราส่วนตรีโกณมิติ เป็นเรื่องที่จำเป็นในการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ เนื่องจากการให้ความรู้ที่จำเป็นจะส่งผลให้นักเรียนมีความรู้พื้นฐานเพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ และสามารถเชื่อมโยงความรู้จนเกิดเป็นความรู้ใหม่ได้

4. การกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายที่มาหรือเหตุผลของการเลือกใช้แนวคิดในการแก้สถานการณ์ปัญหา เนื่องจากจะช่วยให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ไปสู่วิธีการแก้ปัญหา จนสามารถสรุปและแปลความหมายผลลัพธ์จากบริบทของคณิตศาสตร์ไปยังบริบทของโลกจริงได้อย่างสมเหตุสมผล ซึ่งปัจจัยสำคัญที่จะส่งผลให้นักเรียนสามารถอธิบายที่มาของแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาได้ครบถ้วนคือพื้นฐานความรู้เดิมของนักเรียน

5. การสังเกตและรวบรวมแนวคิดที่เกิดขึ้นในห้องเรียน ซึ่งอาจมีความหลากหลาย เช่น การหาขนาดของมุมภายในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก นักเรียนอาจจะให้ความรู้เรื่องสามเหลี่ยมคล้ายหรืออัตราส่วนตรีโกณมิติในการหาผลลัพธ์ซึ่งสามารถทำได้ทั้งสองวิธีการ ครูจะต้องนำแนวคิดเหล่านี้มาให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อให้นักเรียนได้เห็นความเชื่อมโยงของแต่ละแนวคิดว่าเกี่ยวข้องกันอย่างไร รวมทั้งได้เห็นจุดเด่นและจุดที่ต้องปรับปรุงแก้ไขในแนวคิดหรือวิธีการของตนเองและร่วมกันสังเคราะห์เป็นแนวคิดที่สามารถใช้แก้สถานการณ์ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพมากที่สุด

6. การใช้เครื่องมือวัด เช่น ไม้บรรทัด ครึ่งวงกลม ที่มีความแตกต่างกันของนักเรียน ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนของผลลัพธ์ในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นครูต้องจัดเตรียมอุปกรณ์ที่จำเป็น สำหรับการทำกิจกรรม หรือทดลองใช้เครื่องมือวัดความยาวให้นักเรียนพิจารณาผลลัพธ์จากการวัดสิ่งเดียวกันด้วยเครื่องมือหลายอัน เพื่อให้นักเรียนสรุปได้ว่าเครื่องมือวัดอาจทำให้ผลลัพธ์เกิดความคลาดเคลื่อนได้ และสร้างความตระหนักของความคลาดเคลื่อนของเครื่องมือทุกชนิด จนนำไปสู่การตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

## ตอนที่ 2 ผลการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ผู้วิจัยวิเคราะห์ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยทั้ง 2 ชนิด ได้แก่ ใบกิจกรรม และแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยระหว่างการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในแต่ละวงรอบ นักเรียนจะได้ทำใบกิจกรรม

เป็นกลุ่ม หลังจากนั้นเมื่อดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ครบ 4 วงรอบ นักเรียน จะได้ทำแบบทดสอบวัด ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคล โดยผู้วิจัยแบ่งการวิเคราะห์ผลดังหัวข้อต่อไปนี้

1. ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ระหว่างการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ
2. ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

### 1. ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ระหว่างการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

#### วงรอบที่ 1 เรื่อง ความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติ

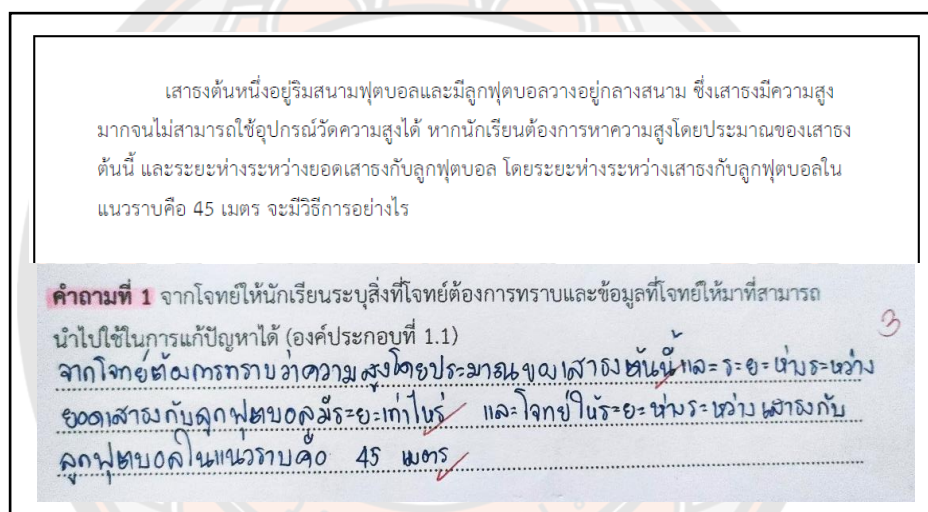
ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากใบกิจกรรมของวงรอบที่ 1 ในสถานการณ์ปัญหา “สำรวจรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก” ผู้วิจัยแสดงผลการวิเคราะห์จำนวนนักเรียนและร้อยละตามระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 กระบวนการดังตารางที่ 29

ตาราง 29 แสดงจำนวนนักเรียนและร้อยละของนักเรียนตามระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ในวงรอบที่ 1

ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์	องค์ประกอบ	ระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์			
		จำนวนคน (ร้อยละ)			
		ดีมาก	ดี	พอใช้	ปรับปรุง
1.การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์	1.1	24 (80.00)	5 (16.67)	0 (0.00)	1 (3.33)
	1.2	6 (20.00)	22 (73.33)	2 (6.67)	0 (0.00)
	1.3	20 (66.67)	0 (0.00)	10 (33.33)	0 (0.00)
2.การใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์	2.1	27 (90.00)	2 (6.67)	0 (0.00)	1 (3.33)
	2.2	14 (46.67)	9 (30.00)	5 (16.67)	2 (6.67)
	2.3	11 (36.67)	14 (46.67)	3 (10.00)	2 (6.67)
3.การตีความและประเมินผลลัพธ์	3.1	4 (13.33)	24 (80.00)	2 (6.67)	0 (0.00)
	3.2	3 (10.00)	23 (76.67)	1 (3.33)	3 (10.00)
	3.3	7 (23.33)	10 (33.33)	3 (10.00)	10 (33.33)

จากข้อมูลในตารางที่ 29 เมื่อพิจารณาความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ แต่ละองค์ประกอบย่อย ซึ่งมาจากผลคะแนนจากใบกิจกรรมของนักเรียนเป็นรายบุคคล พบว่า องค์ประกอบย่อยที่ 1.1 การระบุประเด็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีมาก ในองค์ประกอบย่อยที่ 1.2 การทำสถานการณ์ปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่าย นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดี และในองค์ประกอบย่อยที่ 1.3 การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ที่เป็นมาตรฐาน นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีมาก

ทั้งนี้ผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่มีความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ ในองค์ประกอบย่อยที่ 1.1 การระบุประเด็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่อยู่ในระดับดีมากดังภาพที่ 14



ภาพ 14 แสดงการเขียนคำตอบของนักเรียนในองค์ประกอบย่อยที่ 1.1 จากสถานการณ์ “สำรวจรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก”

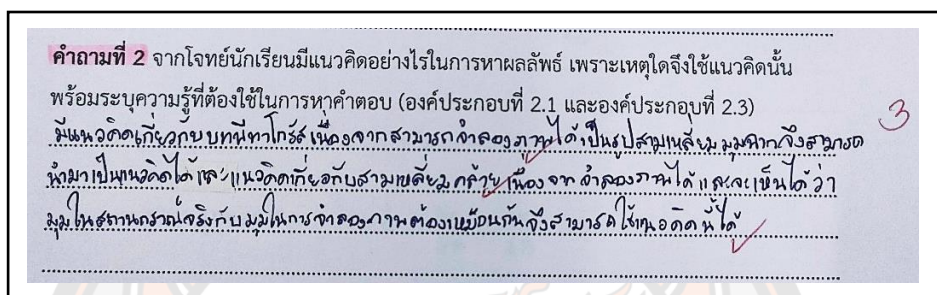
จากภาพที่ 14 พบว่าในขั้นตอนการระบุประเด็นปัญหาและระบุข้อมูลที่สมารถนำไปใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหานั้นนักเรียนสามารถเขียนได้อย่างครบถ้วน ทำให้ง่ายต่อการพิจารณาในองค์ประกอบย่อยที่ 1.2 และ 1.3 ซึ่งเป็นการทำสถานการณ์ปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่ายและแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของการนำเสนอทางคณิตศาสตร์

เมื่อพิจารณาความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ แต่ละองค์ประกอบย่อย ซึ่งมาจากผลคะแนนจากใบกิจกรรมของนักเรียนเป็นรายบุคคล พบว่า องค์ประกอบย่อยที่ 2.1 การระบุวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ องค์ประกอบย่อยที่ 2.2 การใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสม นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีมาก



และในองค์ประกอบย่อยที่ 2.3 ให้เหตุผลสำหรับกระบวนการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และลงข้อสรุป นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดี

ทั้งนี้ผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่มีความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ในองค์ประกอบย่อยที่ 2.1 การระบุวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และองค์ประกอบย่อยที่ 2.3 ให้เหตุผลสำหรับกระบวนการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และลงข้อสรุปและอยู่ในระดับดีมากดังภาพที่ 15

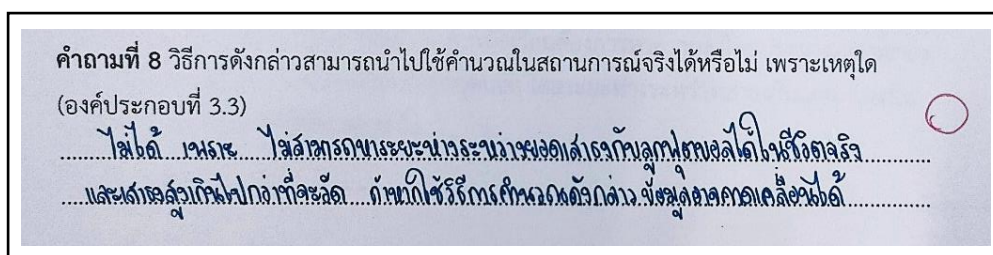


ภาพ 15 แสดงการเขียนคำตอบของนักเรียนในองค์ประกอบย่อยที่ 2.1 และ 2.3 จากสถานการณ์ “สำรวจรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก”

จากภาพที่ 15 พบว่านักเรียนสามารถระบุแนวคิดที่จะใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหาได้อย่างครบถ้วน คือ และสามารถอธิบายถึงเหตุผลที่เลือกใช้แนวคิดนั้นได้อย่างถูกต้อง แสดงให้เห็นถึงการเชื่อมโยงจากกระบวนการคิดสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์ไปสู่แนวคิดในการใช้คณิตศาสตร์เพื่อแก้สถานการณ์ปัญหาได้

และเมื่อพิจารณาความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการตีความและประเมินผลลัพธ์ แต่ละองค์ประกอบย่อย ซึ่งมาจากผลคะแนนจากใบกิจกรรมของนักเรียนเป็นรายบุคคลพบว่า องค์ประกอบย่อยที่ 3.1 การตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากแบบจำลองให้อยู่ในบริบทโลกชีวิตจริง องค์ประกอบย่อยที่ 3.2 การประเมินความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กับบริบทโลกชีวิตจริง นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดี และในองค์ประกอบย่อยที่ 3.3 รู้ขอบเขตหรือข้อจำกัดของวิธีการแก้ปัญหาที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีและระดับปรับปรุงเป็นจำนวนเท่ากัน

ทั้งนี้ผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่มีความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการตีความและประเมินผลลัพธ์ ในองค์ประกอบย่อยที่ 3.3 รู้ขอบเขตหรือข้อจำกัดของวิธีการแก้ปัญหาที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่อยู่ในระดับปรับปรุงดังภาพที่ 16



ภาพ 16 แสดงการเขียนคำตอบของนักเรียนในองค์ประกอบย่อยที่ 3.3 จากสถานการณ์ “สำรวจรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก”

จากภาพที่ 16 พบว่า หลังจากที่นักเรียนได้ดำเนินการหาผลลัพธ์ของสถานการณ์ปัญหาเสร็จแล้ว นักเรียนระบุว่าวิธีการหรือแนวคิดที่ตนเองใช้นั้นไม่สามารถนำไปใช้ในสถานการณ์จริงได้พร้อมให้เหตุผลว่าเสาธงมีความสูงมากเกินไปจึงไม่สามารถวัดความสูงได้ซึ่งแสดงให้เห็นถึงการประเมินผลลัพธ์หรือวิธีการที่ไม่สอดคล้องกับสิ่งที่นักเรียนปฏิบัติ กล่าวคือ ในใบกิจกรรมนักเรียนเลือกใช้แนวคิดเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติในการแก้สถานการณ์ปัญหา แต่นักเรียนกลับสรุปว่าแนวคิดนั้นไม่ถูกต้องและไม่สามารถนำไปใช้ได้จริง

#### วงรอบที่ 2 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ $\sin, \cos, \tan$ ของมุม $30^\circ, 45^\circ$ และ $60^\circ$

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากใบกิจกรรมของวงรอบที่ 2 ในสถานการณ์ปัญหา “ความสูงของเสาธง” ผู้วิจัยแสดงผลการวิเคราะห์จำนวนนักเรียนและร้อยละตามระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 กระบวนการดังตารางที่ 30

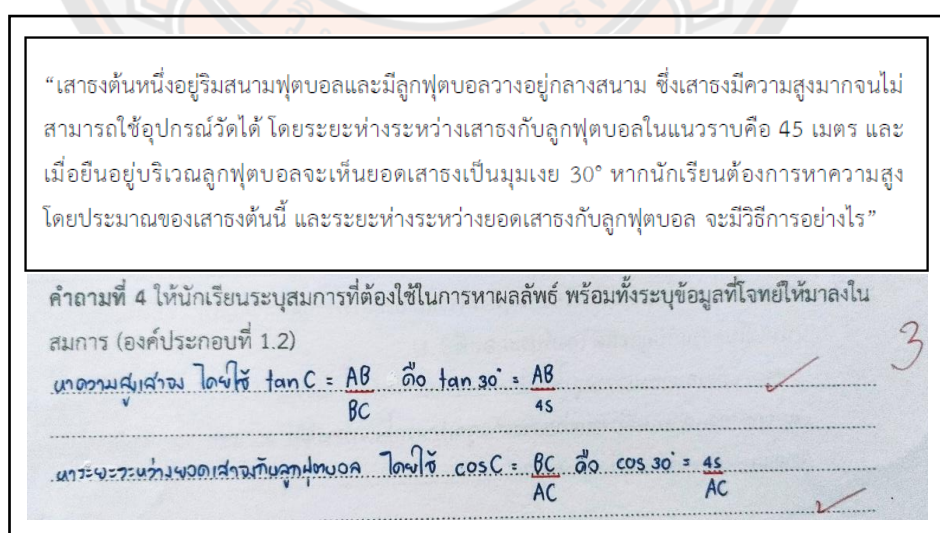
ตาราง 30 แสดงจำนวนนักเรียนและร้อยละของนักเรียนตามระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ในวงรอบที่ 2

ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์	องค์ประกอบ	ระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์			
		จำนวนคน (ร้อยละ)			
		ดีมาก	ดี	พอใช้	ปรับปรุง
1.การคิด	1.1	30 (100.00)	0 (0.00)	0 (0.00)	0 (0.00)
สถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์	1.2	24 (80.00)	6 (20.00)	0 (0.00)	0 (0.00)
	1.3	30 (100.00)	0 (0.00)	0 (0.00)	0 (0.00)

ตาราง 30 (ต่อ)

ความฉลาดรู้ทาง คณิตศาสตร์	องค์ประกอบ	ระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์			
		จำนวนคน (ร้อยละ)			
		ดีมาก	ดี	พอใช้	ปรับปรุง
2.การใช้แนวคิด ทางคณิตศาสตร์	2.1	30 (100.00)	0 (0.00)	0 (0.00)	0 (0.00)
	2.2	27 (90.00)	3 (10.00)	0 (0.00)	0 (0.00)
	2.3	9 (30.00)	6 (20.00)	9 (30.00)	6 (20.00)
3.การตีความและ ประเมินผลลัพธ์	3.1	30 (100.00)	0 (0.00)	0 (0.00)	0 (0.00)
	3.2	3 (10.00)	18 (60.00)	0 (0.00)	9 (30.00)
	3.3	15 (50.00)	9 (30.00)	0 (0.00)	6 (20.00)

จากข้อมูลในตารางที่ 30 เมื่อพิจารณาความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการคิด สถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ แต่ละองค์ประกอบย่อย ซึ่งมาจากผลคะแนนจากใบ กิจกรรมของนักเรียนเป็นรายบุคคล พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีมากในทุกองค์ประกอบย่อย ทั้งนี้ผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่มีความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนด้านการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ ในองค์ประกอบย่อยที่ 1.2 การทำ สถานการณ์ปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่าย ที่อยู่ในระดับดีมากดังภาพที่ 17



ภาพ 17 แสดงการเขียนคำตอบของนักเรียนในองค์ประกอบย่อยที่ 1.2 จากสถานการณ์ “ความสูงของเสาธง”

จากภาพที่ 17 พบว่านักเรียนสามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาระบุสมการที่ต้องใช้ในการหาผลลัพธ์ได้ครบถ้วน และสามารถนำข้อมูลที่โจทย์ให้มา แทนค่าลงในสมการได้อย่างถูกต้อง ซึ่งจะนำไปสู่คำถามย่อยที่ 5 ที่นักเรียนต้องแสดงวิธีการแก้สถานการณ์ปัญหาโดยละเอียด หากนักเรียนตอบคำถามที่ 4 นี้ได้ครบถ้วนอาจจะส่งผลให้นักเรียนมีแนวโน้มที่จะแสดงการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในคำถามที่ 5 ได้ถูกต้อง

เมื่อพิจารณาความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ แต่ละองค์ประกอบย่อย ซึ่งมาจากผลคะแนนจากใบกิจกรรมของนักเรียนเป็นรายบุคคล พบว่า องค์ประกอบย่อยที่ 2.1 การระบุวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ องค์ประกอบย่อยที่ 2.2 การใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสม นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีมาก และในองค์ประกอบย่อยที่ 2.3 การให้เหตุผลสำหรับกระบวนการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และลงข้อสรุป พบว่าจำนวนนักเรียนกระจายตัวอยู่ในแต่ละระดับคุณภาพใกล้เคียงกัน ทั้งนี้ผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่มีความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ในองค์ประกอบย่อยที่ 2.2 การใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสมอยู่ในระดับดีมากดังภาพที่ 18

คำถามที่ 5 จากสมการในคำถามที่ 4 ให้นักเรียนแสดงการหาผลลัพธ์โดยละเอียด (องค์ประกอบที่ 2.2)

ความสูงของเสาธง	ระยะห่างระหว่างยอดเสาธงกับลูกฟุตบอล
$\tan C = \frac{AB}{BC}$	$\cos C = \frac{BC}{AC}$
$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{45}{BC}$	$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{45}{AC}$
$BC = \frac{45}{\frac{1}{\sqrt{3}}}$	$AC = \frac{90}{\sqrt{3}}$
$BC = 15\sqrt{3} \text{ m}$	$AC = 30\sqrt{3} \text{ m}$
∴ ความสูงของเสาธงเท่ากับ $15\sqrt{3}$ เมตร	∴ ระยะห่างระหว่างยอดเสาธงกับลูกฟุตบอลเท่ากับ $30\sqrt{3}$ เมตร

ภาพ 18 แสดงการเขียนคำตอบของนักเรียนในองค์ประกอบย่อยที่ 2.2 จากสถานการณ์ “ความสูงของเสาธง”

จากภาพที่ 18 พบว่านักเรียนสามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้สมการได้อย่างถูกต้อง และดำเนินการครบทุกสมการที่จำเป็นต้องใช้ในการหาผลลัพธ์ของสถานการณ์ปัญหา

และเมื่อพิจารณาความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการตีความและประเมินผลลัพธ์ แต่ละองค์ประกอบย่อย ซึ่งมาจากผลคะแนนจากใบกิจกรรมของนักเรียนเป็นรายบุคคล

พบว่า องค์ประกอบย่อยที่ 3.1 การตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากแบบจำลองให้อยู่ในบริบทโลกชีวิตจริง นักเรียนอยู่ในระดับดีมาก ในองค์ประกอบย่อยที่ 3.2 การประเมินความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กับบริบทโลกชีวิตจริง นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดี และในองค์ประกอบย่อยที่ 3.3 รู้ขอบเขตหรือข้อจำกัดของวิธีการแก้ปัญหาที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีมาก

ทั้งนี้ผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่มีความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการตีความและประเมินผลลัพธ์ ในองค์ประกอบย่อยที่ 3.3 รู้ขอบเขตหรือข้อจำกัดของวิธีการแก้ปัญหาที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่อยู่ในระดับดีมากดังภาพที่ 19

คำถามที่ 8 วิธีการดังกล่าวสามารถนำไปใช้คำนวณในสถานการณ์จริงได้หรือไม่ เพราะเหตุใด (องค์ประกอบที่ 3.3)

ได้ แต่อาจจะเกิดความคลาดเคลื่อน เพราะ เป็นการมองของมองยากเกินไป  
มอง(สั้น) ของสั้น ✓

3

ภาพ 19 แสดงการเขียนคำตอบของนักเรียนในองค์ประกอบย่อยที่ 3.3 จากสถานการณ์ “ความสูงของเสาธง”

จากภาพที่ 19 พบว่านักเรียนสามารถแสดงแนวคิดในการนำวิธีการแก้สถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนใช้ ไปใช้ในสถานการณ์จริง โดยมีการบอกเงื่อนไขหรือปัจจัยที่อาจจะส่งผลต่อผลลัพธ์ในการคำนวณในสถานการณ์จริง กล่าวคือ นักเรียนระบุว่าวิธีการดังกล่าวสามารถนำไปใช้ในสถานการณ์จริงได้ แต่ผลลัพธ์อาจมีความคลาดเคลื่อน โดยให้เหตุผลประกอบว่าในสถานการณ์จริงการวัดขนาดของมุมเงยอาจมีความคลาดเคลื่อนและผลลัพธ์ที่ได้นี้ยังไม่รวมความสูงของคนที่ยืนมอง

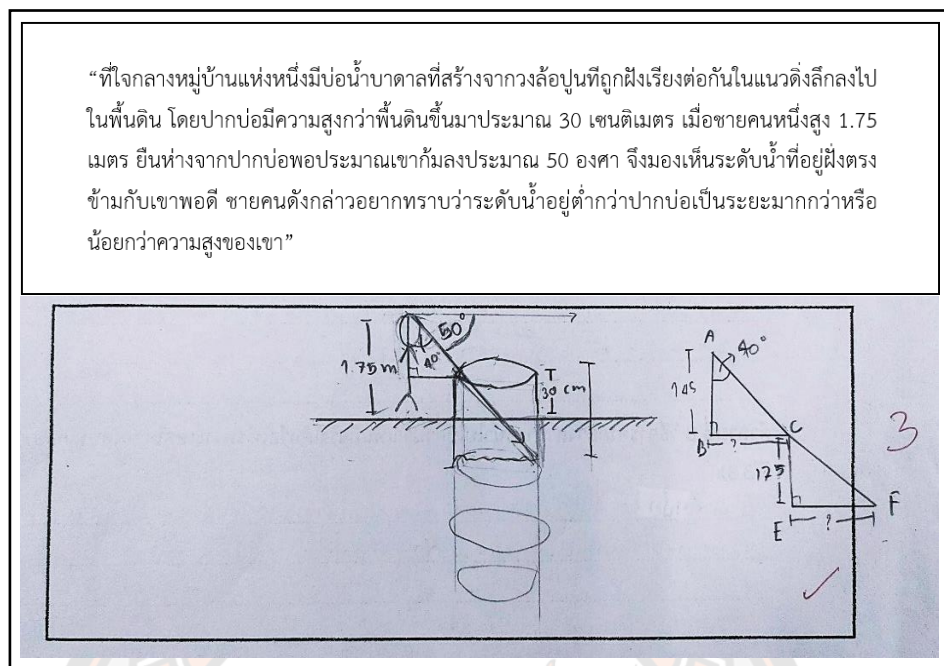
### วงรอบที่ 3 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลม

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากใบกิจกรรมของวงรอบที่ 3 ในสถานการณ์ปัญหา “บ่อน้ำบาดาล” ผู้วิจัยแสดงผลการวิเคราะห์จำนวนนักเรียนและร้อยละตามระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 กระบวนการ ดังตารางที่ 31

ตาราง 31 แสดงจำนวนนักเรียนและร้อยละของนักเรียนตามระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ในวงรอบที่ 3

ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์	องค์ประกอบ	ระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์			
		จำนวนคน (ร้อยละ)			
		ดีมาก	ดี	พอใช้	ปรับปรุง
1.การคิด สถานการณ์ของ ปัญหาในเชิง คณิตศาสตร์	1.1	29 (96.67)	1 (3.33)	0 (0.00)	0 (0.00)
	1.2	17 (56.67)	12 (40.00)	1 (3.33)	0 (0.00)
	1.3	18 (60.00)	11 (36.67)	1 (3.33)	0 (0.00)
2.การใช้แนวคิด ทางคณิตศาสตร์	2.1	23 (76.67)	7 (23.33)	0 (0.00)	0 (0.00)
	2.2	21 (70.00)	2 (6.67)	7 (23.33)	0 (0.00)
	2.3	11 (36.67)	8 (26.67)	0 (0.00)	11 (36.67)
3.การตีความและ ประเมินผลลัพธ์	3.1	25 (83.33)	3 (10.00)	0 (0.00)	2 (6.67)
	3.2	22 (73.33)	6 (20.00)	1 (3.33)	1 (3.33)
	3.3	13 (43.33)	2 (6.67)	13 (43.33)	2 (6.67)

จากข้อมูลในตารางที่ 31 เมื่อพิจารณาความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ แต่ละองค์ประกอบย่อย ซึ่งมาจากผลคะแนนจากใบกิจกรรมของนักเรียนเป็นรายบุคคล พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีมากในทุกองค์ประกอบย่อย ทั้งนี้ผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่มีความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ ในองค์ประกอบย่อยที่ 1.3 การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ที่เป็นมาตรฐาน อยู่ในระดับดีมาก ดังภาพที่ 20

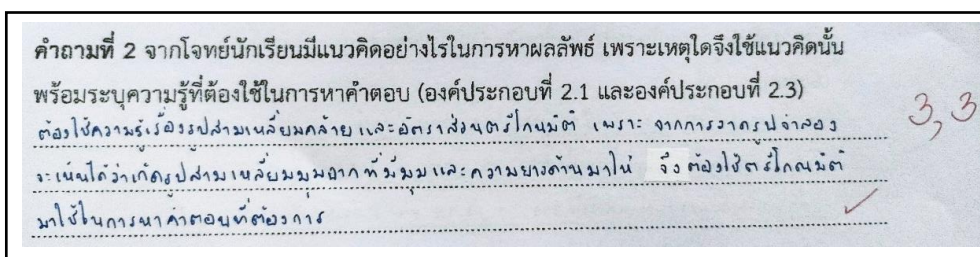


ภาพ 20 แสดงการเขียนคำตอบของนักเรียนในองค์ประกอบย่อยที่ 1.3 จากสถานการณ์  
 “บ่อน้ำบาดาล”

จากภาพที่ 20 พบว่านักเรียนสามารถนำข้อมูลจากการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา มาวาด เป็นภาพจำลองสถานการณ์ได้อย่างถูกต้อง มีการแยกย่อยจากภาพจำลองที่มีรายละเอียดค่อนข้าง เยอะจากทางซ้าย มาเป็นภาพจำลองทางขวามือที่มีการตัดรายละเอียดที่ไม่จำเป็นออกไป เช่น รูปคน และบ่อน้ำ เป็นต้น แต่ยังคงมีรายละเอียดที่จำเป็นต้องใช้ในการหาผลลัพธ์อย่างครบถ้วน

เมื่อพิจารณาความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ แต่ละองค์ประกอบย่อย ซึ่งมาจากผลคะแนนจากใบกิจกรรมของนักเรียนเป็นรายบุคคล พบว่า องค์ประกอบย่อยที่ 2.1 การระบุวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ องค์ประกอบย่อยที่ 2.2 การใช้ เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสม นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีมาก และในองค์ประกอบย่อยที่ 2.3 การให้เหตุผลสำหรับกระบวนการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์และลงข้อสรุป นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีมาก และปรับปรุงเป็นจำนวนเท่ากัน

ทั้งนี้ผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่มีความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนด้านการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ในองค์ประกอบย่อยที่ 2.1 การระบุวิธีแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์และองค์ประกอบย่อยที่ 2.3 การให้เหตุผลสำหรับกระบวนการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และลงข้อสรุป ที่อยู่ในระดับดีมากดังภาพที่ 21

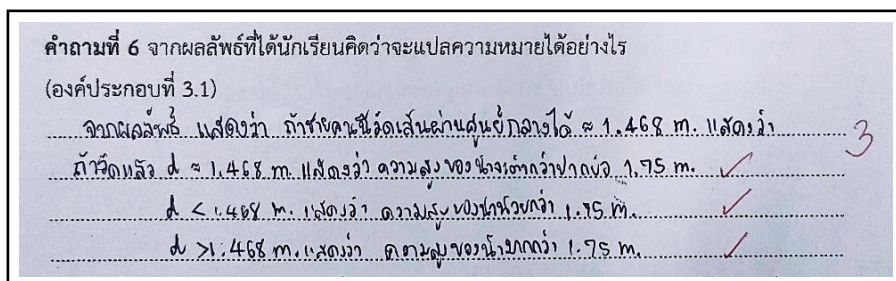


ภาพ 21 แสดงการเขียนคำตอบของนักเรียนในองค์ประกอบย่อยที่ 2.1 และ 2.3 จากสถานการณ์  
“บ่อน้ำบาดาล”

จากภาพที่ 21 พบว่านักเรียนสามารถระบุความรู้หรือแนวคิดที่ต้องใช้ในการแก้สถานการณ์  
ปัญหาได้ครบถ้วน อีกทั้งยังสามารถให้เหตุผลสนับสนุนในการเลือกใช้แนวคิดนั้นได้อีกด้วย ซึ่งเป็นการ  
เชื่อมโยงจากกระบวนการแปลงสถานการณ์ปัญหาให้อยู่ในรูปของการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ในชั้น  
ก่อนหน้าที่นักเรียนได้วาดภาพจำลองสถานการณ์ จนสามารถนำไปสู่แนวคิดในการแก้สถานการณ์  
ปัญหา

และเมื่อพิจารณาความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการตีความและประเมิน  
ผลลัพธ์ แต่ละองค์ประกอบย่อย ซึ่งมาจากผลคะแนนจากใบกิจกรรมของนักเรียนเป็นรายบุคคล  
พบว่า องค์ประกอบย่อยที่ 3.1 การตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากแบบจำลองให้อยู่ในบริบท  
โลกชีวิตจริง องค์ประกอบย่อยที่ 3.2 การประเมินความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กับ  
บริบทโลกชีวิตจริง นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีมาก และในองค์ประกอบย่อยที่ 3.3 รู้ขอบเขตหรือ  
ข้อจำกัดของวิธีการแก้ปัญหาที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีมาก  
และพอใช้ เป็นจำนวนเท่ากัน

ทั้งนี้ผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่มีความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์  
ของนักเรียนด้านการตีความและประเมิน ผลลัพธ์ ในองค์ประกอบย่อยที่ 3.1 การตีความผลลัพธ์ทาง  
คณิตศาสตร์ที่ได้จากแบบจำลองให้อยู่ในบริบทโลกชีวิตจริง ที่อยู่ในระดับดีมาก ดังภาพที่ 22



ภาพ 22 แสดงการเขียนคำตอบของนักเรียนในองค์ประกอบย่อยที่ 3.1 จากสถานการณ์  
“บ่อน้ำบาดาล”



จากภาพที่ 22 เนื่องจากในสถานการณ์ “บ่อน้ำบาดาล” คำถามมีลักษณะเป็นการนำข้อมูลที่ได้จากการคำนวณมาวิเคราะห์ความสัมพันธ์และเปรียบเทียบ พบว่า นักเรียนสามารถนำผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในคำถามที่ 5 มาแปลความหมายเป็นผลลัพธ์ของสถานการณ์ปัญหาได้อย่างครบถ้วนทุกเงื่อนไข

#### วงรอบที่ 4 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลม

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากใบกิจกรรมของวงรอบที่ 4 ในสถานการณ์ปัญหา “บ่อน้ำบาดาล” ผู้วิจัยแสดงผลการวิเคราะห์จำนวนนักเรียนและร้อยละตามระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 กระบวนการดังตารางที่ 32

ตาราง 32 แสดงจำนวนนักเรียนและร้อยละของนักเรียนตามระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ในวงรอบที่ 4

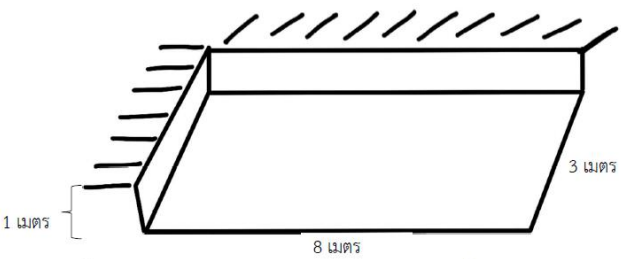
ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์	องค์ประกอบ	ระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์			
		จำนวนคน (ร้อยละ)			
		ดีมาก	ดี	พอใช้	ปรับปรุง
1.การคิด สถานการณ์ของ ปัญหาในเชิง คณิตศาสตร์	1.1	30 (100.00)	0 (0.00)	0 (0.00)	0 (0.00)
	1.2	6 (20.00)	12 (40.00)	9 (30.00)	3 (10.00)
	1.3	12 (40.00)	9 (30.00)	9 (30.00)	0 (0.00)
2.การใช้แนวคิด ทางคณิตศาสตร์	2.1	27 (90.00)	3 (10.00)	0 (0.00)	0 (0.00)
	2.2	21 (70.00)	3 (10.00)	6 (20.00)	0 (0.00)
	2.3	6 (20.00)	12 (40.00)	0 (0.00)	12 (40.00)
3.การตีความและ ประเมินผลลัพธ์	3.1	6 (20.00)	9 (30.00)	15 (50.00)	0 (0.00)
	3.2	2 (6.67)	22 (73.33)	0 (0.00)	6 (20.00)
	3.3	15 (50.00)	6 (20.00)	0 (0.00)	9 (30.00)

จากข้อมูลในตารางที่ 32 เมื่อพิจารณาความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ แต่ละองค์ประกอบย่อย ซึ่งมาจากผลคะแนนจากใบกิจกรรมของนักเรียนเป็นรายบุคคล พบว่า องค์ประกอบย่อยที่ 1.1 การระบุประเด็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีมาก ในองค์ประกอบย่อยที่ 1.2 การทำสถานการณ์ปัญหา

ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดี และในองค์ประกอบย่อยที่ 1.3 การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ที่เป็นมาตรฐาน นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีมาก

ทั้งนี้ผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่มีความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ ในองค์ประกอบย่อยที่ 1.3 การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ที่เป็นมาตรฐานอยู่ในระดับดีมาก ดังภาพที่ 23


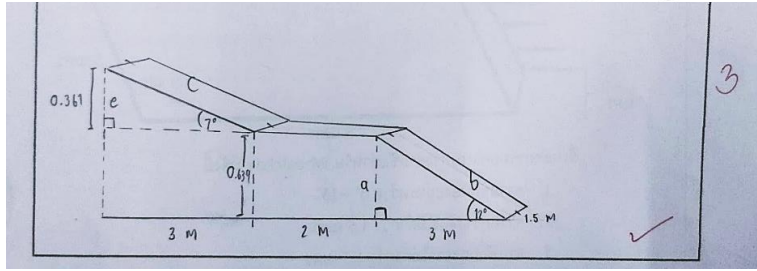
“สถานพยาบาลแห่งหนึ่งต้องการสร้างทางลาดชันสำหรับรถเข็นผู้ป่วย ซึ่งพื้นชั้น 1 ของสถานพยาบาลสูง 1 เมตร จากถนน และมีพื้นที่จำกัดในการสร้างทางลาดชัน คือ ยาว 8 เมตร กว้าง 3 เมตร ดังรูป



ซึ่งหลักการออกแบบทางลาดชันสำหรับ Wheelchair มีดังนี้

1. ความชันต้องอยู่ระหว่าง  $5^\circ - 15^\circ$
2. ความกว้างต้องไม่ต่ำกว่า 1.5 เมตร
3. ชานพักต้องยาวไม่ต่ำกว่า 1.5 เมตร
4. ความยาวทางลาดช่วงละไม่เกิน 6 เมตร

ถ้านักเรียนเป็นคนออกแบบจะออกแบบทางลาดชันสำหรับ Wheelchair เป็นรูปแบบใดและมีรายละเอียดอย่างไร”

ภาพ 23 แสดงการเขียนคำตอบของนักเรียนในองค์ประกอบย่อยที่ 1.3 จากสถานการณ์ “Wheelchair”

จากภาพที่ 23 พบว่า นักเรียนสามารถนำข้อมูลมาสร้างเป็นภาพจำลองสถานการณ์ปัญหาได้ตรงตามเงื่อนไขที่โจทย์ให้มา คือ หลักการออกแบบทางลาดชันสำหรับ Wheelchair มีดังนี้ 1) ความชันต้องอยู่ระหว่าง  $5^\circ - 15^\circ$  2) ความกว้างต้องไม่ต่ำกว่า 1.5 เมตร 3) ชานพักต้องยาวไม่ต่ำกว่า

1.5 เมตร และ 4) ความยาวทางลาดช่วงละไม่เกิน 6 เมตร ซึ่งนักเรียนระบุข้อมูลได้อย่างครบถ้วน และมีการระบุตัวแปรแทนสิ่งที่ต้องการหา

เมื่อพิจารณาความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ แต่ละองค์ประกอบย่อย ซึ่งมาจากผลคะแนนจากใบกิจกรรมของนักเรียนเป็นรายบุคคล พบว่า องค์ประกอบย่อยที่ 2.1 การระบุวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ องค์ประกอบย่อยที่ 2.2 การใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสม นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีมาก และในองค์ประกอบย่อยที่ 2.3 การให้เหตุผลสำหรับกระบวนการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และลงข้อสรุป นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดี และปรับปรุง เป็นจำนวนเท่ากัน

ทั้งนี้ผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่มีความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนด้านการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ในองค์ประกอบย่อยที่ 2.2 การใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสม อยู่ในระดับดีมากดังภาพที่ 24

คำถามที่ 5 จากสมการในคำถามที่ 4 ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาลำดับโดยละเอียด (องค์ประกอบที่ 2.2)

① ; หาตัว a ได้จากสมการ  $\tan 12^\circ = \frac{a}{3}$  (ใช้ค่าของ  $\tan$  ในมุม  $12^\circ$ )  
 $0.213 = \frac{a}{3}$   
 $a = 0.639$  ✗

② ; หาตัว c จากสมการ  $1 - a = c$   
 $1 - 0.639 = 0.361$  ✗

③ ; หามุมในขั้นที่ 2 ได้จากสมการ  $\tan \theta = 0.361$   
 $\tan \theta = 0.123$   
 $\theta = 7$  ✗

④ ; หาตัว c จากสมการ  $\cos 12^\circ = \frac{3}{c}$   
 $0.978 = \frac{3}{c}$   
 $c = 3.021490363$  ;  $c \approx 3.02$  ✗

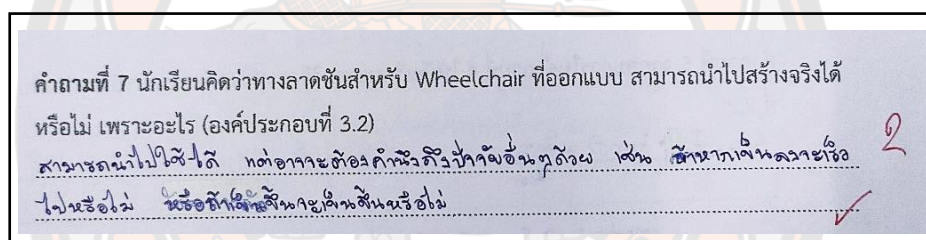
⑤ ; หาตัว b จากสมการ  $\cos 12^\circ = \frac{3}{b}$   
 $0.978 = \frac{3}{b}$   
 $b = 3.0674946626$  ;  $b \approx 3.07$  ✗

ภาพ 24 แสดงการเขียนคำตอบของนักเรียนในองค์ประกอบย่อยที่ 2.2 จากสถานการณ์ “Wheelchair”

จากภาพที่ 24 เนื่องจากสถานการณ์ Wheelchair มีลักษณะเป็นการถามองค์ประกอบย่อย ซึ่งพบว่า นักเรียนสามารถนำสมการและความรู้ที่ระบุในคำถามก่อนหน้ามาแสดงการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาลำดับได้อย่างถูกต้อง และมีการแยกกรณีย่อยได้อย่างครบถ้วน

และเมื่อพิจารณาความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการตีความและประเมินผลลัพธ์ แต่ละองค์ประกอบย่อย ซึ่งมาจากผลคะแนนจากใบกิจกรรมของนักเรียนเป็นรายบุคคล พบว่า องค์ประกอบย่อยที่ 3.1 การตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากแบบจำลองให้อยู่ในบริบทโลกชีวิตจริง นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับพอใช้ เนื่องจากนักเรียนเขียนผลลัพธ์ของสถานการณ์ได้ถูกต้องบางคำถามย่อยและมีบางคำถามที่นักเรียนเขียนผลลัพธ์ผิด ในองค์ประกอบย่อยที่ 3.2 การประเมินความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กับบริบทโลกชีวิตจริง นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดี เนื่องจากนักเรียนอธิบายที่มาของผลลัพธ์ได้แต่ไม่ครบถ้วน และในองค์ประกอบย่อยที่ 3.3 รู้ขอบเขตหรือข้อจำกัดของวิธีการแก้ปัญหาที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีมาก

ทั้งนี้ผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่มีความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการตีความและประเมินผลลัพธ์ ในองค์ประกอบย่อยที่ 3.3 รู้ขอบเขตหรือข้อจำกัดของวิธีการแก้ปัญหาที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่อยู่ในระดับดี ดังภาพที่ 25



ภาพ 25 แสดงการเขียนคำตอบของนักเรียนในองค์ประกอบย่อยที่ 3.2 จากสถานการณ์ “Wheelchair”

จากภาพที่ 25 พบว่า นักเรียนสามารถบอกข้อควรคำนึงถึงในการออกแบบทางลาดชันสำหรับ Wheelchair ที่เป็นการใช้ในสถานการณ์จริง แต่ไม่ได้บอกถึงเงื่อนไขหรือข้อจำกัดที่อาจจะทำให้ผลลัพธ์ที่ได้มีความคลาดเคลื่อนหากนำไปใช้ในสถานการณ์จริง

ทั้งนี้ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์แต่ละองค์ประกอบย่อย จากคำตอบของนักเรียนจำนวน 30 คนทั้ง 4 ใบกิจกรรม เมื่อสิ้นสุดการจัดการเรียนรู้ พบว่านักเรียนมีพัฒนาการในระดับที่ดีขึ้นในทุกองค์ประกอบย่อย รายละเอียดดังตารางที่ 33

ตาราง 33 แสดงจำนวนนักเรียนตามระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์แต่ละองค์ประกอบย่อยจากทั้ง 4 ใบบัณฑิต

ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์	องค์ประกอบย่อย	ระดับคุณภาพความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์แต่ละองค์ประกอบย่อย															
		ใบบัณฑิตที่ 1				ใบบัณฑิตที่ 2				ใบบัณฑิตที่ 3				ใบบัณฑิตที่ 4			
		3	2	1	0	3	2	1	0	3	2	1	0	3	2	1	0
การคิด	1.1	24	5	0	1	30	0	0	0	29	1	0	0	30	0	0	0
	1.2	6	22	2	0	24	6	0	0	17	12	1	0	6	12	9	3
	1.3	20	0	10	0	30	0	0	0	18	11	1	0	12	9	9	0
การใช้	2.1	27	2	0	1	30	0	0	0	23	7	0	0	27	3	0	0
	2.2	14	9	5	2	27	3	0	0	21	2	7	0	21	3	6	0
	2.3	11	14	3	2	9	6	9	6	11	8	0	11	6	12	0	12
การตีความ	3.1	4	24	2	0	30	0	0	0	25	3	0	2	6	9	15	0
	3.2	3	23	1	3	3	18	0	9	22	6	1	1	2	22	0	6
	3.3	7	10	3	10	15	9	0	6	13	2	13	2	15	6	0	9

จากตารางที่ 33 แสดงจำนวนนักเรียนตามระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์แต่ละองค์ประกอบย่อยจากทั้ง 4 ใบบัณฑิต สำหรับการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีและดีมากทุกใบบัณฑิต ในภาพรวมขององค์ประกอบย่อยที่ 1.1 มีนักเรียนอยู่แค่ 2 ระดับ คือ ระดับดีและดีมากเป็นสัดส่วนที่มากที่สุด ในขณะที่องค์ประกอบย่อยที่ 1.3 มีนักเรียนอยู่ในระดับพอใช้ ดีและดีมาก ส่วนองค์ประกอบย่อยที่ 1.2 มีนักเรียนอยู่ในทุกระดับ ซึ่งในใบบัณฑิตที่ 4 นักเรียนอยู่ในระดับพอใช้และปรับปรุงมีสัดส่วนใกล้เคียงกับระดับดีและดีมาก

สำหรับการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีและดีมากทุกใบบัณฑิต ในภาพรวมขององค์ประกอบย่อยที่ 2.1 มีนักเรียนอยู่ในระดับดีและดีมากเป็นสัดส่วนที่มากที่สุด รองลงมาคือองค์ประกอบย่อยที่ 2.2 ในขณะที่ องค์ประกอบย่อยที่ 2.3 มีนักเรียนอยู่ในระดับดีและดีมากในสัดส่วนค่อนข้างน้อยกว่าองค์ประกอบที่ 2.1 และ 2.2 และมีนักเรียนอยู่ทุกระดับ ซึ่งในใบบัณฑิตที่ 4 มีนักเรียนอยู่ในระดับปรับปรุงคิดเป็นสัดส่วนเท่ากับระดับดี

สำหรับการตีความและประเมินผลลัพธ์ นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีและดีมากทุกใบบัณฑิต ในภาพรวมขององค์ประกอบย่อยที่ 3.1 นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีและดีมากในใบบัณฑิตที่ 1-3 แต่นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับพอใช้ในใบบัณฑิตที่ 4 องค์ประกอบย่อยที่ 3.2 นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีในใบบัณฑิตที่ 1, 2 และ 4 ในขณะที่นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีมากในใบบัณฑิตที่ 3 และองค์ประกอบย่อยที่ 3.3 มีนักเรียนอยู่ในระดับดีและดีมากพอ ๆ กับอยู่ในระดับพอใช้และปรับปรุง ในใบบัณฑิตที่ 1 และ 3 ซึ่งในใบบัณฑิตที่ 2 และ 4 มีสัดส่วนของนักเรียนในระดับดีและดีมากเป็นสัดส่วนที่มากที่สุด

## 2. ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

หลังการจัดการเรียนรู้เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นรายบุคคล ทั้งนี้ผู้วิจัยได้แสดงผลการวิเคราะห์โดยแบ่งหัวข้อ ดังนี้

2.1 ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจำแนกตามแบบทดสอบแต่ละสถานการณ์

2.1.1 แบบทดสอบในสถานการณ์ที่ 1 “เทศกาลบอลลูก” ผู้วิจัยแสดงผลการวิเคราะห์จำนวนนักเรียนตามระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ จากแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ ในสถานการณ์ที่ 1 ดังตารางที่ 34

ตาราง 34 แสดงจำนวนนักเรียนและร้อยละตามระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ จากแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ ในสถานการณ์ที่ 1

ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์	องค์ประกอบ	ระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์			
		จำนวนคน (ร้อยละ)			
		ดีมาก	ดี	พอใช้	ปรับปรุง
1.การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์	1.1	29 (96.67)	1 (3.33)	0 (0.00)	0 (0.00)
	1.2	15 (50.00)	15 (50.00)	0 (0.00)	0 (0.00)
	1.3	13 (43.33)	16 (53.33)	1 (3.33)	0 (0.00)
2.การใช้แนวความคิดทางคณิตศาสตร์	2.1	29 (96.67)	1 (3.33)	0 (0.00)	0 (0.00)
	2.2	21 (70.00)	5 (16.67)	4 (13.33)	0 (0.00)
	2.3	18 (60.00)	12 (40.00)	0 (0.00)	0 (0.00)
3.การตีความและประเมินผลลัพธ์	3.1	21 (70.00)	4 (13.33)	0 (0.00)	5 (16.67)
	3.2	20 (66.67)	9 (30.00)	1 (3.33)	0 (0.00)
	3.3	23 (76.67)	2 (6.67)	5 (16.67)	0 (0.00)

จากข้อมูลในตารางที่ 34 เมื่อพิจารณาความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ แต่ละองค์ประกอบย่อย ซึ่งมาจากผลคะแนนจากใบกิจกรรมของนักเรียนเป็นรายบุคคล พบว่า องค์ประกอบย่อยที่ 1.1 การระบุประเด็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีมาก ในองค์ประกอบย่อยที่ 1.2 การทำสถานการณ์ปัญหา

ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีมากและระดับดีเป็นจำนวนเท่ากัน และในองค์ประกอบย่อยที่ 1.3 การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ที่เป็นมาตรฐาน นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดี

เมื่อพิจารณาความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ แต่ละองค์ประกอบย่อย ซึ่งมาจากผลคะแนนจากใบกิจกรรมของนักเรียนเป็นรายบุคคล พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีมาก ในทุกองค์ประกอบย่อย

และเมื่อพิจารณาความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการตีความและประเมินผลลัพธ์ แต่ละองค์ประกอบย่อย ซึ่งมาจากผลคะแนนจากใบกิจกรรมของนักเรียนเป็นรายบุคคล พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีมาก ในทุกองค์ประกอบย่อย

2.1.2 แบบทดสอบในสถานการณ์ที่ 2 “ลานกางเต็นท์” ผู้วิจัยแสดงผลการวิเคราะห์จำนวนนักเรียนตามระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ จากแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ ในสถานการณ์ที่ 2 ดังตารางที่ 35

**ตาราง 35 แสดงจำนวนนักเรียนและร้อยละตามระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ จากแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ ในสถานการณ์ที่ 2**

ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์	องค์ประกอบ	ระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์			
		จำนวนคน (ร้อยละ)			
		ดีมาก	ดี	พอใช้	ปรับปรุง
1.การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์	1.1	29 (96.67)	1 (3.33)	0 (0.00)	0 (0.00)
	1.2	7 (23.33)	22 (73.33)	0 (0.00)	1 (3.33)
	1.3	15 (50.00)	10 (33.33)	5 (16.67)	0 (0.00)
2.การใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์	2.1	28 (93.33)	2 (6.67)	0 (0.00)	0 (0.00)
	2.2	17 (56.67)	4(13.33)	9 (30.00)	0 (0.00)
	2.3	23 (76.67)	6 (20.00)	0 (0.00)	1 (3.33)
3.การตีความและประเมินผลลัพธ์	3.1	25 (83.33)	0 (0.00)	4 (13.33)	1 (3.33)
	3.2	19 (63.33)	10 (33.33)	1 (3.33)	0 (0.00)
	3.3	22 (73.33)	2 (6.67)	4 (13.33)	0 (0.00)

จากข้อมูลในตารางที่ 35 เมื่อพิจารณาความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ แต่ละองค์ประกอบย่อย ซึ่งมาจากผลคะแนนจากใบ

กิจกรรมของนักเรียนเป็นรายบุคคล พบว่า องค์กรประกอบย่อยที่ 1.1 การระบุประเด็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีมาก ในองค์กรประกอบย่อยที่ 1.2 การทำสถานการณ์ปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่าย นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดี และในองค์กรประกอบย่อยที่ 1.3 การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ที่เป็นมาตรฐาน นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีมาก

เมื่อพิจารณาความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ แต่ละองค์กรประกอบย่อย ซึ่งมาจากผลคะแนนจากใบกิจกรรมของนักเรียนเป็นรายบุคคล พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีมาก ในทุกองค์กรประกอบย่อย

และเมื่อพิจารณาความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการตีความและประเมินผลลัพธ์ แต่ละองค์กรประกอบย่อย ซึ่งมาจากผลคะแนนจากใบกิจกรรมของนักเรียนเป็นรายบุคคล พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีมาก ในทุกองค์กรประกอบย่อย

ทั้งนี้ผู้วิจัยได้สรุประดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนส่วนใหญ่จากแบบทดสอบ ทั้ง 2 สถานการณ์ ตามองค์กรประกอบย่อย ดังตาราง 36

ตาราง 36 สรุประดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนส่วนใหญ่จากแบบทดสอบ ทั้ง 2 สถานการณ์ ตามองค์กรประกอบย่อย

องค์กรประกอบย่อยของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์	สถานการณ์ที่	ระดับคุณภาพ	จำนวน (คน)	ร้อยละ
<b>1.การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์</b>				
1.1 การระบุประเด็นปัญหาทางคณิตศาสตร์	1	3(ดีมาก)	29	96.67
	2	3(ดีมาก)	29	96.67
1.2 ทำสถานการณ์ปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่าย	1	3(ดีมาก)	15	50.00
	2	2(ดี)	15	50.00
1.3 แปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ที่เป็นมาตรฐาน	1	2(ดี)	16	53.33
	2	3(ดีมาก)	15	50.00
<b>2.การใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์</b>				
2.1 ระบุวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	1	3(ดีมาก)	29	96.67
	2	3(ดีมาก)	28	93.33
2.2 ใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสม	1	3(ดีมาก)	21	70.00
	2	3(ดีมาก)	17	56.67




ตาราง 36 (ต่อ)

องค์ประกอบย่อยของความฉลาดรู้ทาง คณิตศาสตร์	สถานการณ์ ที่	ระดับ คุณภาพ	จำนวน (คน)	ร้อยละ
2.3 ให้เหตุผลสำหรับกระบวนการหรือ ขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และลงข้อสรุป	1	3(ดีมาก)	18	60.00
	2	3(ดีมาก)	23	76.67
<b>3.การตีความและประเมินผลลัพธ์</b>				
3.1 ตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้จาก แบบจำลองให้อยู่ในบริบทโลกชีวิตจริง	1	3(ดีมาก)	21	70.00
	2	3(ดีมาก)	25	83.33
3.2 ประเมินความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ ทางคณิตศาสตร์กับบริบทโลกชีวิตจริง	1	3(ดีมาก)	20	66.67
	2	3(ดีมาก)	19	63.33
3.3 รู้ขอบเขตหรือข้อจำกัดของวิธีการแก้ ปัญหาที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	1	3(ดีมาก)	23	76.67
	2	3(ดีมาก)	22	73.33

จากตารางที่ 36 แสดงผลการวิจัยจากแบบทดสอบทั้งสองสถานการณ์ที่นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์แต่ละองค์ประกอบย่อย อยู่ในระดับดีมากในองค์ประกอบที่ 1.1, 2.1-2.3 และ 3.1-3.3 สำหรับองค์ประกอบย่อยที่ 1.2 และ 1.3 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีมากและดีเป็นจำนวนเกือบเท่ากัน เนื่องจากนักเรียนเขียนประเด็นปัญหาหรือข้อมูลที่จำเป็นต้องใช้ได้ไม่ครบถ้วน และไม่ระบุข้อมูลสำคัญลงในแบบจำลองที่สร้างขึ้น

ภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่มีความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ด้านการการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ในองค์ประกอบย่อยที่ 2.1 และ 2.3 อยู่ในระดับดีมากดังภาพที่ 26

**สถานการณ์ที่ 2 ลานกางเต็นท์**



ลานกางเต็นท์แห่งหนึ่งได้เปิดให้เช่าพื้นที่สำหรับกางเต็นท์ ถ้านักเรียนสนใจไปกางเต็นท์ ที่ลานกางเต็นท์โดยปกติจะต้องกางหารูปกลมเต็นท์อีกกรอบเหมือนเป็นหลังคาอีกชั้นหนึ่งเพื่อกันน้ำค้างและแสงแดด คุณแม่ได้ขอยกยอให้นักเรียนและคุณพ่อเป็นพันธมิตรช่วยกันกางหารูป โดยคุณแม่เตรียมอุปกรณ์ให้ดังนี้

1. หารูปมีขนาด 4×4.5 เมตร
2. เต็นท์มีขนาด หน้ากว้าง 1.5 เมตร ยาว 2 เมตร และสูง 1.5 เมตร
3. เสาสูง 1.8 เมตร จำนวน 3 คู่ ไม่จำเป็นต้องใช้ทั้งหมด
4. เสาที่มีความยาวรวม 20 เมตร สามารถตัดได้และไม่ใช่จำเป็นต้องใช้หมด นักเรียนจะให้เลือกเส้น และเส้นยาวเท่าไรและทำมุมเท่าไรกับพื้น

ที่มา : dekathongro

คำถามที่ 2 จากใจนักเรียนมีแนวคิดในการหาคำตอบอย่างไร เพราะเหตุใดจึงใช้แนวคิดนั้น หรือระบุความรู้ที่ใช้ในการหาคำตอบ (องค์ประกอบที่ 2.1 และองค์ประกอบที่ 2.3)

ถ้าขนาดกางหารูปอีก 4 เส้น เส้นละ 5 เมตร กางสูง 1.8 เมตร หารูปยาว 1.5 เมตร แล้วหารูปกลมอีก 2 เสาสูง 1.8 เมตร จะใช้เสาสูงได้และเสาสูงจาก 1 เส้น และใช้เสาสูงอีก 1 เส้นอีก 1 เส้น

ภาพ 26 แสดงการเขียนคำตอบของนักเรียนในองค์ประกอบย่อยที่ 2.1 และ 2.3

จากสถานการณ์ที่ 2

จากภาพที่ 26 แสดงการเขียนคำตอบของนักเรียน พบว่านักเรียนมีความสามารถด้านการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และลงข้อสรุปอยู่ในระดับดีมาก ซึ่งนักเรียนสามารถบอกเหตุผลในการเลือกใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติในการแก้ปัญหาได้ คือเมื่อวาดภาพจำลองจะได้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจึงสามารถใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติได้

ภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่มีความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ด้านการการตีความและประเมินผลลัพธ์ในองค์ประกอบย่อยที่ 3.1 อยู่ในระดับดีมาก ดังภาพ 27

สถานการณ์ที่ 1	<p>คำถามที่ 6 จงอธิบายผลลัพธ์จากคำถามข้อที่ 4 เพื่อตอบคำถามของสถานการณ์ปัญหาข้างต้น พร้อมระบุว่าผลลัพธ์ที่ได้มีความสมเหตุสมผลกับสถานการณ์ปัญหาหรือไม่ อย่างไร (องค์ประกอบที่ 3.1 และองค์ประกอบที่ 3.2) <span style="float: right;">2, 3.</span></p> <p>จากคำถามที่ 4 บนเส้นนี้ได้ออกค่าคือ <math>\tan \theta = \frac{1}{10}</math> เมื่อลากไปทอดต่อไว้คือ 1 คือ 1 m ซึ่งยาวกว่า 1 m ของความสูง</p> <p>จากส่วนยอดของซุ้มถึงหน้าเสาธง 10 m คือ 10 m ซึ่งยาวกว่า 1 m เพราะความสูงของเสาธงจะน้อยกว่าหน้าเสาธง</p> <p>และผลลัพธ์ที่ได้ออกคือค่าของเส้นนี้มากกว่า 10 m เนื่องจากเส้นนี้ยาวกว่า 10 m ซึ่งหมายความว่าผลลัพธ์ที่ได้จะน้อยกว่า 10 m</p> <p>ในดวงใจคือ <span style="float: right;">✓</span></p>
สถานการณ์ที่ 2	<p>คำถามที่ 6 จากผลลัพธ์ในข้อที่ 4 นักเรียนจะต้องใช้เชือกกี่เส้น แต่ละเส้นยาวเท่าไรและทำมุมเท่าไรกับพื้น (องค์ประกอบที่ 3.1)</p> <p>จากโจทย์ จะต้องมีเชือกอย่างน้อย 4 เส้น โดยจะโยงเส้นกับ 2 เส้น , ส่วนอื่น 2 เส้น</p> <p>โดยเชือกแต่ละเส้นยาว (ถ้าเป็นเส้น) 5 เมตร <span style="float: right;">3</span></p> <p>และเชือกแต่ละเส้นจะยาวตามพื้นที่หน้าเสาธง 15 เมตร <span style="float: right;">✓</span></p>

ภาพ 27 แสดงการเขียนคำตอบของนักเรียนในองค์ประกอบย่อยที่ 3.1 การตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ จากสถานการณ์ที่ 1 และสถานการณ์ที่ 2

จากภาพที่ 27 แสดงการเขียนคำตอบของนักเรียนคนเดียวกัน พบว่านักเรียนมีความสามารถด้านการตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากแบบจำลองให้อยู่ในบริบทโลกชีวิตจริงอยู่ในระดับดีขึ้นไป คือ จากสถานการณ์ที่ 1 “เทศกาลบอลลูน” นักเรียนนำวิธีการแก้ปัญหามาอธิบายแต่ยังขาดการนำผลลัพธ์ที่โจทย์ต้องการมาตอบนั้นคือโจทย์ต้องการทราบ “ถ้าปล่อยให้บอลลูนลอยขึ้นไปอีก 30 วินาที สายน้ำจะมองเห็นกิ่งแก้วเป็นมุมกี่องศา” และในสถานการณ์ที่ 2 “ลานกางเต็นท์” นักเรียนสามารถแปลผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณมาตอบเป็นผลลัพธ์ของสถานการณ์ปัญหาได้อย่างครบถ้วนและถูกต้อง

ผลการวิจัยความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างการจัดการเรียนรู้จากใบกิจกรรม และหลังการจัดการเรียนรู้จากแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน แสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับจำนวนนักเรียนส่วนใหญ่ที่อยู่ทั้งในระดับดีมาก ดีพอใช้และปรับปรุงในใบกิจกรรม ในขณะที่ผลจากแบบวัดมีเพียงระดับดีและดีมากเท่านั้น ซึ่งส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีมาก

## บทที่ 5

### บทสรุป

การวิจัย เรื่อง การส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษ วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี (SMTE) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่ เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ห้องเรียนพิเศษ SMTE เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ และเพื่อส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ห้องเรียนพิเศษ SMTE เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยขอเสนอผลการวิจัย ดังนี้

1. สรุปผลการวิจัย
2. อภิปรายผลการวิจัย
3. ข้อเสนอแนะ

#### สรุปผลการวิจัย

**1.แนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ห้องเรียนพิเศษ SMTE เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ**

จากผลการวิจัย ผู้วิจัยได้ค้นพบแนวทางที่เหมาะสมในการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย 7 ขั้นตอน มีรายละเอียด ดังนี้

**ขั้นที่ 1 อ่านทำความเข้าใจปัญหา** เป็นขั้นที่ครูต้องทบทวนเนื้อหาเดิมที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่กำลังจะเรียนและแนะนำหัวข้อให้นักเรียนทราบผ่านการนำเสนอสถานการณ์ปัญหาในโลกจริงซึ่งครูควรเลือกสถานการณ์ปัญหาที่น่าสนใจหรือเป็นสถานการณ์ที่ใกล้เคียงกับประสบการณ์ของนักเรียนเนื่องจากเป็นขั้นที่กระตุ้นความสนใจของนักเรียนให้เกิดความรู้สึกร่วมและอยากทำกิจกรรมในขั้นต่อไป และนักเรียนจะต้องทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาเพื่อระบุประเด็นการเรียนรู้หรือข้อมูลที่ได้จากการศึกษาสถานการณ์ปัญหาด้วยตนเองและจะต้องวิเคราะห์ร่วมกันภายในกลุ่มจนได้เป็นข้อสรุป โดยครูจะต้องมีความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาเป็นอย่างดีเพราะหากสถานการณ์ปัญหา มีความซับซ้อนจนนักเรียนไม่สามารถระบุข้อมูลสำคัญได้อย่างถูกต้องหรือระบุได้ไม่ครบถ้วน ครู

จะต้องแก้ไขสถานการณ์หรืออธิบายนักเรียนได้อย่างถูกต้อง เพื่อให้นักเรียนนำข้อมูลที่ได้ไปสู่ขั้นตอนถัดไปคือทำปัญหาให้ง่ายขึ้น

**ขั้นที่ 2 ทำปัญหาให้ง่ายขึ้น** เป็นขั้นที่จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดสถานการณ์ของปัญหาในบริบทของโลกจริงสู่บริบทของคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนต้องพิจารณาประเด็นสำคัญของสถานการณ์ปัญหาในโลกจริงที่ได้จากขั้นที่ 1 จากนั้นกำหนดความสัมพันธ์แต่ละประเด็นเพื่อแปลงให้อยู่ในรูปของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อย่างง่าย โดยใช้การวาดภาพ การใช้ตารางแสดงความสัมพันธ์ ระบุข้อมูลหรือองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา รวมทั้งระบุเงื่อนไขเพิ่มเติมที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาเพื่อให้สามารถประยุกต์ใช้ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น โดยครูคอยกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการอธิบายเชื่อมโยงแบบสะท้อนกลับระหว่างสถานการณ์ปัญหากับภาพจำลองที่นักเรียนสร้างขึ้นว่าต้องมีการกำหนดเงื่อนไขใดบ้างจึงสามารถวาดภาพจำลองได้ ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกในส่วนของการให้คำแนะนำและเตรียมอุปกรณ์ที่ต้องใช้ในการทำกิจกรรม

**ขั้นที่ 3 คิดให้เป็นคณิตศาสตร์** เป็นอีกขั้นที่จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดสถานการณ์ของปัญหาในบริบทของโลกจริงสู่บริบทของคณิตศาสตร์ชัดเจนมากขึ้น โดยนักเรียนต้องนำข้อมูลที่ได้จากขั้นที่ 1 และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในขั้นที่ 2 รวมทั้งความรู้ที่ต้องใช้มาวิเคราะห์เพื่อระบุมสมการทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับการแก้ปัญหาและระบุข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาลงในสมการ โดยครูคอยสังเกตการณ์อย่างใกล้ชิด ใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายที่มาของแนวคิดและข้อมูลที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนเขียนสมการและระบุข้อมูลได้อย่างถูกต้อง โดยครูต้องมีความรู้ความเข้าใจในวิธีการแก้ปัญหานั้นเป็นอย่างดี เนื่องจากหากมีนักเรียนที่ใช้วิธีการแก้ปัญหาที่ไม่ได้อยู่ในเนื้อหาที่ครูต้องการสอนในครั้งนั้น ครูควรมีวิธีการชี้แนะหรืออธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่หลากหลายจนนำไปสู่เนื้อหาที่ครูต้องการสอนและการเลือกใช้ข้อมูลที่ถูกต้องได้

**ขั้นที่ 4 ดำเนินการทางคณิตศาสตร์** เป็นขั้นที่จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนใช้หลักการดำเนินการทางคณิตศาสตร์มากที่สุด โดยที่นักเรียนต้องนำสมการหรือข้อมูลที่ได้จากขั้นที่ 2 และขั้นที่ 3 มาดำเนินการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้กฎ บทนิยาม ทฤษฎีบท เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ เพื่อหาคำตอบผ่านแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนสร้างขึ้น ซึ่งครูต้องกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้กับอัตราส่วนตรีโกณมิติที่เลือกใช้ แต่ถ้าสถานการณ์ปัญหามีความซับซ้อนครูควรยกตัวอย่างสถานการณ์ที่มีบริบทคล้ายกับใบกิจกรรมแต่มีความเข้าใจได้ง่ายกว่า และนักเรียนต้องแลกเปลี่ยนเรียนรู้กันเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง โดยครูมีบทบาทในการให้คำแนะนำ คอยตรวจสอบความถูกต้องของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และจัดบรรยากาศให้เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ภายในห้องเรียน

**ขั้นที่ 5 แปลความหมายผลลัพธ์กับสถานการณ์ปัญหาจริง** เป็นขั้นที่จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนตีความผลลัพธ์จากบริบทของคณิตศาสตร์เพื่อตอบคำถามของสถานการณ์ปัญหาในบริบทของโลกรจริง ซึ่งนักเรียนต้องตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้จากการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นและอธิบายที่มาของผลลัพธ์นั้น โดยคำนึงถึงข้อจำกัดที่อาจเกิดขึ้นได้ในสถานการณ์จริงจากการกำหนดเงื่อนไขในขั้นตอนที่ 2 โดยมีครูคอยสังเกตการณ์และจัดบรรยากาศให้เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ภายในห้องเรียน หมั่นตรวจสอบกระบวนการของนักเรียนอยู่เสมอ คอยให้คำแนะนำเพื่อส่งเสริมการแปลความหมายของผลลัพธ์ของนักเรียน

**ขั้นที่ 6 ตรวจสอบความเหมาะสม** เป็นขั้นที่เชื่อมโยงจากขั้นที่ 5 เมื่อนักเรียนได้ผลลัพธ์จากการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ผ่านแบบจำลองแล้ว ครูต้องคอยสังเกตและรวบรวมแนวคิดของนักเรียนแต่ละกลุ่ม ให้นักเรียนร่วมกับพิจารณาถึงความเชื่อมโยงของแต่ละแนวคิดและความสมเหตุสมผลของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เมื่อนำกลับมาอธิบายสถานการณ์ปัญหาในโลกรจริง ว่ามีความถูกต้องหรือไม่ เหมาะสมหรือไม่ รวมถึงระบุขอบเขตหรือข้อจำกัดของแบบจำลองที่สร้างขึ้นกับการนำไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ ที่มีบริบทใกล้เคียงกันสุดท้ายนักเรียนจะต้องตรวจสอบงานของตนเองเพื่อนำเสนอในขั้นถัดไป โดยมีครูคอยสังเกตการณ์และให้คำแนะนำอย่างทั่วถึงและเน้นไปที่การอภิปรายกระบวนการของนักเรียน

**ขั้นที่ 7 นำเสนอ** เป็นขั้นสุดท้ายที่จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนตีความผลลัพธ์จากบริบทของคณิตศาสตร์เพื่อตอบคำถามของสถานการณ์ปัญหาในบริบทของโลกรจริง เนื่องจากนักเรียนแต่ละกลุ่มจะต้องนำเสนอกระบวนการแก้ปัญหาโดยการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ตนเองสร้างขึ้นและร่วมกันอภิปรายแลกเปลี่ยนภายในห้องเรียน เพื่อร่วมกันตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผล ครูทำหน้าที่เป็นผู้สังเกตการณ์ กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการอภิปรายร่วมกัน โดยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มได้อภิปรายทั้งข้อดีและสิ่งที่ควรปรับปรุงหรือพัฒนาเพิ่มเติม

## 2. สรุปผลการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ห้องเรียนพิเศษ SMTE เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ

ผลการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ห้องเรียนพิเศษ SMTE เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ที่ส่งผลต่อความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ประกอบด้วย 3 กระบวนการ ดังนี้

**1. การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์** ผลจากใบกิจกรรมแสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ช่วยส่งเสริมการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ ซึ่งเห็นได้จากจำนวนนักเรียนที่ได้ระดับคุณภาพดีขึ้น โดย

การระบุประเด็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีการพัฒนามากที่สุด และการระบุเงื่อนไขเบื้องต้น ทำสถานการณ์ปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่าย การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ที่เป็นมาตรฐานหรือในรูปอัลกอริทึม มีการพัฒนารองลงมาอย่างใกล้เคียงกัน สอดคล้องกับผลจากแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งสองสถานการณ์ ที่พบว่านักเรียนอยู่ในระดับคุณภาพดีขึ้นไปในกระบวนการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ ดังนั้นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ช่วยส่งเสริมการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ได้

**2. การใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์** ผลจากใบกิจกรรมแสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ช่วยส่งเสริมการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ ซึ่งเห็นได้จากจำนวนนักเรียนที่ได้ระดับคุณภาพดีขึ้นไป โดยการระบุวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีการพัฒนามากที่สุด รองลงมา คือ การใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสม และการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และลงข้อสรุป มีการพัฒนาน้อยที่สุดแต่นักเรียนส่วนใหญ่ยังคงอยู่ในระดับคุณภาพดีขึ้นไป สอดคล้องกับผลจากแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งสองสถานการณ์ ที่พบว่านักเรียนอยู่ในระดับคุณภาพดีมากในกระบวนการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ช่วยส่งเสริมการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้

**3. การตีความและประเมินผลลัพธ์** ผลจากใบกิจกรรมแสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ช่วยส่งเสริมการตีความและประเมินผลลัพธ์ ของนักเรียนได้ ซึ่งเห็นได้จากจำนวนนักเรียนที่ได้ระดับคุณภาพดีขึ้นไป โดยการประเมินความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กับบริบทโลกชีวิตจริงมีการพัฒนามากที่สุด รองลงมา คือ การตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากแบบจำลองให้อยู่ในบริบทโลกชีวิตจริงและการรู้ขอบเขตหรือข้อจำกัดของวิธีการแก้ปัญหาที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีการพัฒนาน้อยที่สุดแต่นักเรียนส่วนใหญ่ยังคงอยู่ในระดับคุณภาพดีขึ้นไป สอดคล้องกับผลจากแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งสองสถานการณ์ ที่พบว่านักเรียนอยู่ในระดับคุณภาพดีมากในกระบวนการตีความและประเมินผลลัพธ์ ดังนั้นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ช่วยส่งเสริมการตีความและประเมินผลลัพธ์ได้

### อภิปรายผลการวิจัย

**1.แนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ห้องเรียนพิเศษ SMTE เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ**

แนวทางที่เหมาะสมในการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน สามารถอภิปรายได้ดังนี้

**ขั้นที่ 1 อ่านทำความเข้าใจปัญหา** เนื่องจากเป็นขั้นที่กระตุ้นความสนใจของนักเรียนให้เกิดความรู้สึกมีส่วนร่วมและอยากทำกิจกรรมในขั้นต่อไป จึงควรเน้นไปที่การนำเสนอสถานการณ์ปัญหาในโลกจริง ซึ่งครูควรเลือกสถานการณ์ปัญหาที่น่าสนใจหรือเป็นสถานการณ์ที่ใกล้เคียงกับประสบการณ์ของนักเรียน และไม่ซับซ้อนจนเกินไป เพื่อให้ให้นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา และระบุประเด็นการเรียนรู้หรือข้อมูลที่ได้จากการศึกษาสถานการณ์ปัญหาได้อย่างครบถ้วน สอดคล้องกับ Arthur et al. (2018) ที่กล่าวว่า ความสามารถในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับปัญหาชีวิตจริงของครูคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการพัฒนาความสนใจในคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยในวงรอบที่ 1 สถานการณ์สำรวจรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และวงรอบที่ 2 สถานการณ์ความสูงของเสาธง เป็นสถานการณ์ที่มีความต่อเนื่องกัน เป็นสถานการณ์ที่ใกล้เคียงกับชีวิตจริงของนักเรียนและไม่ซับซ้อนมาก จึงทำให้นักเรียนสามารถระบุข้อมูลได้อย่างครบถ้วน วงรอบที่ 3 สถานการณ์บ่อน้ำบาดาล เป็นสถานการณ์ที่นักเรียนยังไม่ค่อยคุ้นเคย แต่กระตุ้นความสนใจของนักเรียนได้เป็นอย่างดี เพราะทำให้นักเรียนเกิดความสงสัยว่าบ่อน้ำบาดาลมีลักษณะเป็นอย่างไรและเกี่ยวข้องกับเรื่องที่เรียนอย่างไร เนื่องจากสถานการณ์มีความซับซ้อนมากทำให้นักเรียนบางส่วนระบุข้อมูลไม่ครบถ้วน แต่หลังจากได้คำแนะนำและคำถามกระตุ้นรวมทั้งการยกตัวอย่างประกอบจากผู้วิจัย นักเรียนก็สามารถระบุข้อมูลได้ และในวงรอบที่ 4 สถานการณ์ Wheelchair เป็นลักษณะของปัญหาปลายเปิดและใกล้เคียงกับประสบการณ์ของนักเรียนเนื่องจากนักเรียนสามารถพบเห็นได้ตามสถานที่ต่าง ๆ จึงช่วยกระตุ้นความสนใจของนักเรียนได้ และสถานการณ์ไม่ซับซ้อนจนเกินไปทำให้นักเรียนสามารถระบุข้อมูลได้อย่างครบถ้วน ประกอบกับนักเรียนได้ฝึกฝนการระบุข้อมูลจากสถานการณ์ก่อนหน้ามาก่อนแล้ว นอกจากนี้ผู้วิจัยพบว่า การทำให้นักเรียนแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกันภายในกลุ่ม ทำให้นักเรียนสามารถระบุข้อมูลสำคัญได้ครบถ้วนสมบูรณ์มากขึ้น

**ขั้นที่ 2 ทำปัญหาให้ง่ายขึ้น** เป็นขั้นที่นักเรียนจะได้พัฒนาการคิดสถานการณ์ของปัญหาในบริบทของโลกจริงสู่บริบทของคณิตศาสตร์ เป็นขั้นที่นักเรียนจะต้องกำหนดความสัมพันธ์แต่ละประเด็นและควรเน้นให้นักเรียนกำหนดเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาในโลกจริงที่อาจทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้และแปลงให้อยู่ในรูปแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อย่างง่ายด้วยตนเอง ซึ่งต้องมีการแลกเปลี่ยนและวิเคราะห์ร่วมกันภายในกลุ่ม Kagan and Kagan (1994) กล่าวว่า หากนักเรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์ของตัวเองก่อน ไม่ใช่จากสิ่งที่ครูพูด จะช่วยจัดระเบียบการโต้ตอบระหว่างนักเรียนกับนักเรียน นักเรียนกับครู และนักเรียนกับเนื้อหา ทำให้เกิดผลลัพธ์ที่ดีขึ้นในการเรียนรู้ จึงควรเน้นไปที่ครูคอยให้คำแนะนำอย่างใกล้ชิดและทั่วถึงเพื่อให้นักเรียนสามารถนำข้อมูลมาสร้างเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องและต้องกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายเชื่อมโยงความสอดคล้องระหว่างสถานการณ์ปัญหากับแบบจำลองที่สร้างขึ้น จะเห็นได้จากการจัดการเรียนรู้ทั้ง 4 วงรอบ ที่ผู้วิจัยได้ปล่อยให้เรียนดำเนินการในขั้นตอนนี้อย่างอิสระ

และคอยสังเกตการณ์ให้คำแนะนำอย่างทั่วถึง รวมทั้งใช้คำถามกระตุ้นอยู่เสมอทำให้นักเรียนสามารถสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อย่างง่ายของกลุ่มตนเองได้สำเร็จ

**ขั้นที่ 3 คิดให้เป็นคณิตศาสตร์** เป็นอีกขั้นที่นักเรียนได้พัฒนาการคิดสถานการณ์ของปัญหาในบริบทของโลกจริงสู่บริบทของคณิตศาสตร์ชัดเจนมากขึ้น โดยนักเรียนต้องระบุนิยามที่คิดว่าต้องใช้ในการหาผลลัพธ์ และระบุนิยามทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับการแก้ปัญหา รวมไปถึงกำหนดค่าหรือความหมายของตัวแปร ซึ่งเป็นขั้นที่ต่อเนื่องมาจากขั้นที่ 2 ดังนั้นจึงยังควรเน้นที่ครูกอยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายที่มาของแนวคิดหรือข้อมูลที่นำมาใช้ เพื่อให้นักเรียนเขียนสมการและระบุข้อมูลได้อย่างถูกต้อง และสังเกตการณ์อย่างทั่วถึง เห็นได้จากในวงรอบที่ 1 และ 2 ซึ่งสถานการณ์ปัญหาอยู่ในระดับที่ไม่ซับซ้อนมาก นักเรียนส่วนใหญ่จึงสามารถระบุสมการที่ต้องใช้ได้ แต่จากการสังเกตพบว่านักเรียนไม่ระบุค่าหรือความหมายของตัวแปรที่ใช้ เช่น ไม่กำหนดให้  $h$  แทนความสูงของเสาธง แต่เขียนตัวแปร  $h$  ลงไปในสมการเลย ผู้วิจัยจึงใช้คำถามกระตุ้นและให้คำแนะนำทำให้นักเรียนเขียนสมการและระบุความหมายได้อย่างถูกต้อง ในวงรอบที่ 3 สถานการณ์มีความซับซ้อน ทำให้นักเรียนระบุสมการไม่ได้ ผู้วิจัยจึงใช้คำถามกระตุ้นจนนักเรียนเกิดการเชื่อมโยงและสามารถระบุสมการได้ ส่วนในวงรอบที่ 4 สถานการณ์มีความน่าสนใจและไม่ได้ซับซ้อนมาก ประกอบกับนักเรียนมีประสบการณ์จากวงรอบที่ 1 ถึง 3 มาก่อนแล้ว จึงทำให้นักเรียนสามารถระบุสมการและความหมายของตัวแปร รวมทั้งความรู้ที่ต้องใช้ได้ครบถ้วน

**ขั้นที่ 4 ดำเนินการทางคณิตศาสตร์** เป็นขั้นที่นักเรียนได้พัฒนาการใช้หลักการดำเนินการทางคณิตศาสตร์มากที่สุด โดยที่นักเรียนต้องใช้กฎ บทนิยาม ทฤษฎีบท เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ เพื่อหาคำตอบผ่านแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนสร้างขึ้น ซึ่งเป็นความรู้เดิมที่นักเรียนเคยเรียนมาในระดับชั้นก่อนหน้า ในขั้นนี้ควรเน้นให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเองก่อน และหากพบปัญหาครูจึงเข้าไปให้คำแนะนำเพิ่มเติม จะเห็นว่าในทุก ๆ วงรอบผู้วิจัยจะคอยสังเกตการณ์และให้คำแนะนำอย่างทั่วถึง หรืออาจจะใช้คำถามกระตุ้นเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนในระหว่างทำกิจกรรม เช่น ให้นักเรียนอธิบายกระบวนการหรือที่มาของกระบวนการนั้น ๆ โดยผู้วิจัยจะต้องมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี เนื่องจากหากมีนักเรียนที่ทำผิด ผู้วิจัยต้องสามารถตรวจสอบได้ว่าเกิดความผิดพลาดจากขั้นตอนใด เพื่อที่จะให้คำแนะนำการแก้ไขกับนักเรียนต่อไป

**ขั้นที่ 5 แปลความหมายผลลัพธ์กับสถานการณ์ปัญหาจริง** เป็นขั้นที่นักเรียนจะได้พัฒนาการตีความผลลัพธ์จากบริบทของคณิตศาสตร์เพื่อตอบคำถามของสถานการณ์ปัญหาในบริบทของโลกจริง ควรเน้นไปที่ครูกอยสังเกตการณ์และจัดบรรยากาศให้เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ภายในห้องเรียน หมั่นตรวจสอบกระบวนการของนักเรียนอยู่เสมอ คอยให้คำแนะนำเพื่อส่งเสริมการแปลความหมายของผลลัพธ์ของนักเรียน ในวงรอบที่ 1 และ 2 พบว่านักเรียนสามารถแปลความหมายของ



ผลลัพธ์ที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนสร้างขึ้นไปสู่บริบทของโลกจริงได้ ในวงรอบที่ 3 เนื่องจากสถานการณ์ปัญหาที่มีความซับซ้อนและลักษณะของคำถามเป็นเชิงเปรียบเทียบ ทำให้นักเรียนยังไม่สามารถแปลความหมายผลลัพธ์ได้ ผู้วิจัยจึงได้ใช้คำถามกระตุ้นจนนักเรียนสามารถเชื่อมโยงและแปลความหมายผลลัพธ์ได้ และในวงรอบที่ 4 เนื่องจากสถานการณ์ปัญหาประกอบด้วยคำถามย่อยมากกว่า 1 คำถาม จึงพบว่านักเรียนบางส่วนแปลความหมายได้ไม่ครบถ้วน แต่หลังจากได้รับคำแนะนำรวมทั้งคำถามกระตุ้นจากผู้วิจัย และได้แลกเปลี่ยนเรียนรู้กันภายในกลุ่มจึงทำให้นักเรียนสามารถแปลความหมายผลลัพธ์เพื่อตอบคำถามของสถานการณ์ปัญหาได้อย่างครบถ้วน

**ขั้นที่ 6 ตรวจสอบความเหมาะสม** เป็นขั้นที่นักเรียนจะได้พัฒนาการตีความผลลัพธ์จากบริบทของคณิตศาสตร์เพื่อตอบคำถามของสถานการณ์ปัญหาในบริบทของโลกจริงมากยิ่งขึ้น เนื่องจากนักเรียนต้องร่วมกับพิจารณาความสมเหตุสมผลของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ว่ามีความถูกต้องเหมาะสมหรือไม่ รวมถึงระบุขอบเขตหรือข้อจำกัดของแบบจำลองที่สร้างขึ้นกับการนำไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ ที่มีบริบทใกล้เคียงกัน เป็นขั้นที่ควรเน้นกระบวนการอภิปรายแลกเปลี่ยนเรียนรู้กันทั้งภายในกลุ่มและภายในห้องเรียน สอดคล้องกับ วาสุกรี แสงป้อม (2564) ที่กล่าวว่า บทบาทใหม่ของผู้ครูในการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ คือต้องสังเกตและเก็บประเด็นหรือแนวคิดของนักเรียนให้ได้มากที่สุดเพื่อนำไปอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน และตอบคำถามนักเรียนด้วยคำถามย้อนกลับเพื่อให้นักเรียนได้ตระหนักคิดในการแก้สถานการณ์ปัญหาที่กำลังเผชิญ โดยในวงรอบที่ 1 และ 2 สังเกตว่านักเรียนยังคงไม่เข้าใจว่าจะต้องตรวจสอบแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อย่างไรถึงจะสรุปได้ว่าเหมาะสมหรือไม่เหมาะสม ผู้วิจัยจึงใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้กลับไปทบทวนว่าเหตุใดนักเรียนจึงใช้ความรู้เรื่องนี้ในการแก้ปัญหา และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนสร้างขึ้น สอดคล้องกับสถานการณ์และความรู้ที่เลือกใช้หรือไม่ ทำให้นักเรียนเริ่มเชื่อมโยงและสามารถบอกถึงความถูกต้องเหมาะสมของแบบจำลองได้รวมทั้งนักเรียนไม่ระบุว่ามีวิธีการหรือผลลัพธ์ที่ได้จากแบบจำลองอาจมีความคลาดเคลื่อนเนื่องจากสถานการณ์จริงอาจจะมีปัจจัยบางอย่างที่ไม่สามารถควบคุมได้ ผู้วิจัยจึงได้สร้างบรรยากาศให้เกิดการแลกเปลี่ยนแนวคิดกันภายในห้องเรียน ซึ่งสุดท้ายนักเรียนสามารถวิเคราะห์ได้ว่าวิธีการและแบบจำลองที่สร้างขึ้นสามารถใช้เป็นแนวทางในการแก้ปัญหาของสถานการณ์ในบริบทชีวิตจริงได้ ส่งผลให้ในวงรอบที่ 3 และ 4 นักเรียนสามารถตรวจสอบความเหมาะสมของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นได้ เนื่องจากมีประสบการณ์และได้แนวทางจากวงรอบก่อนหน้า

**ขั้นที่ 7 นำเสนอ** เป็นขั้นสุดท้ายที่นักเรียนจะเกิดการพัฒนาการตีความผลลัพธ์จากบริบทของคณิตศาสตร์เพื่อตอบคำถามของสถานการณ์ปัญหาในบริบทของโลกจริง ซึ่งขั้นนี้ควรเน้นไปที่การจัดบรรยากาศในห้องเรียนให้เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้อย่างอิสระ ครูทำหน้าที่เป็นผู้สังเกตการณ์ กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการอภิปรายร่วมกัน แต่อยู่ภายใต้กฎเกณฑ์ว่าการอภิปรายจะต้อง

อยู่ในบรรยากาศเชิงบวก สามารถชมเชยหรือแนะนำเพิ่มเติมเพื่อให้เกิดการพัฒนาไปในทางที่ดีขึ้น โดยในวงรอบที่ 1 สังเกตว่านักเรียนจะยังไม่ค่อยกล้าแสดงความคิดเห็น ทำให้ผู้วิจัยต้องใช้คำถาม กระตุ้นอยู่บ่อยครั้ง เพื่อชวนให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปราย และในวงรอบถัดมาจึงเริ่มใช้การตั้ง กฎว่าทุกกลุ่มจะต้องมีประเด็นที่จะอภิปรายกับเพื่อนหลังจากกลุ่มที่นำเสนอได้นำเสนอจบ ทำให้ บรรยากาศในห้องเรียนเกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้อย่างอิสระ และกลุ่มที่นำเสนอได้ข้อเสนอแนะเพื่อนำไปพัฒนางานของตนเองต่อไปได้

สรุปได้ว่าการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 7 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 อ่านทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่ 2 ทำปัญหาให้ง่ายขึ้น ขั้นที่ 3 คิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ขั้นที่ 4 ดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ขั้นที่ 5 แปลความหมายผลลัพธ์กับสถานการณ์ปัญหาจริง ขั้นที่ 6 ตรวจสอบความเหมาะสม และ ขั้นที่ 7 นำเสนอ ที่เป็นแนวทางให้นักเรียนได้ดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้บรรลุจุดประสงค์ของการเรียนรู้ สอดคล้องกับ English et al. (2016) กล่าวว่า แบบจำลองถือเป็นวัตถุประสงค์ในการเรียนรู้ด้วยตนเอง แต่ในขณะเดียวกัน แบบจำลองก็ยังเป็นเครื่องมือที่ทำให้เกิดมุมมองและวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายเพื่อจะนำไปสู่การบรรลุวัตถุประสงค์การเรียนรู้ด้วย ในงานวิจัยนี้พบว่านักเรียนมีการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทั้งหมด 3 รูปแบบ คือ การวาดภาพจำลอง การใช้ตารางแสดงความสัมพันธ์ และการเขียนสมการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 รูปแบบดังกล่าว เกิดจากการวิเคราะห์ข้อมูลเชื่อมโยงกันอย่างเป็นลำดับ กล่าวคือ นักเรียนจะต้องทำการวิเคราะห์เนื้อหาเดิมจากการสร้างตารางแสดงความสัมพันธ์เพื่อสร้างความสัมพันธ์ของข้อมูลที่เกี่ยวข้องในสถานการณ์ปัญหา จากนั้นจึงนำตารางแสดงความสัมพันธ์ที่ได้มาวิเคราะห์ร่วมกับข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาในบริบทของโลกจริงสู่บริบทของคณิตศาสตร์ซึ่งอาจจะต้องมีการกำหนดเงื่อนไขเพิ่มเติมจากสถานการณ์ปัญหา แล้วนำมาสร้างเป็นแบบจำลองที่อยู่ในรูปของการวาดภาพจำลอง สุดท้ายนักเรียนจะต้องทำการวิเคราะห์ข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาร่วมกับแบบจำลองที่อยู่ในรูปของภาพจำลอง เพื่อกำหนดประเด็นสำคัญและแนวคิดที่จะใช้ในการหาผลลัพธ์จนนำไปสู่การสร้างสมการทางคณิตศาสตร์ที่จะใช้ในการหาผลลัพธ์ ซึ่งเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์รูปแบบสุดท้าย และส่งผลต่อการพัฒนาความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับ Gravemeijer & Stephan (2002) ที่กล่าวว่า แบบจำลองไม่ได้จำกัดเพียงแค่การแปลงสถานการณ์ปัญหาในบริบทของชีวิตจริงเป็นคณิตศาสตร์เท่านั้น แต่ยังเกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ใหม่ ๆ และจัดระเบียบข้อมูลที่ฝังอยู่ในสถานการณ์เหล่านั้น สอดคล้องกับ Cai et al. (2014) กล่าวว่า แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่ต้องใช้ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ เพื่อส่งเสริมให้เกิดความคิดที่ยืดหยุ่นและสามารถปรับเปลี่ยนได้ต่อการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์เมื่อเจอสถานการณ์ที่ท้าทาย ส่งผลทำให้เกิดการสร้างความรู้ใหม่ในกระบวนการทำงาน

ครูต้องนำเสนอสถานการณ์ปัญหาในบริบทของชีวิตจริงที่มีความน่าสนใจและเหมาะสมกับวัยของนักเรียน ให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง ครูมีบทบาทเป็นผู้อำนวยการความสะอาด คอยให้คำแนะนำรวมทั้งตรวจสอบกระบวนการของนักเรียนอย่างสม่ำเสมอและทั่วถึง สอดคล้องกับพระราชบัญญัติแห่งชาติ พ.ศ. 2542 แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ.2545 หมวด 4 มาตรา 24 ที่กำหนดว่า การจัดการกระบวนการเรียนรู้ต้องจัดเนื้อหาสาระและกิจกรรมให้สอดคล้องกับความสนใจ ความถนัดของผู้เรียน เพื่อให้นักเรียนฝึกทักษะกระบวนการคิด การจัดการ เผชิญกับสถานการณ์จริง การประยุกต์ความรู้มาเพื่อป้องกันและแก้ปัญหา ให้ได้คิดเป็นแก้ปัญหาเป็นและเกิดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง

การจัดการเรียนรู้โดยใช้การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทุกองค์ประกอบ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีแนวโน้มเปลี่ยนแปลงไปในทิศทางที่ดีขึ้น โดยนักเรียนมีพัฒนาการของ ความสามารถในการบูรณาการข้อมูลมากที่สุด (คณาธิป นรสิงห์, 2021) ครูต้องจัดบรรยากาศให้เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ในห้องเรียน เพื่อให้นักเรียนสามารถดำเนินกิจกรรมได้อย่างต่อเนื่องสามารถเชื่อมโยงความรู้จนเกิดพัฒนาการที่ดีในส่วนของกระบวนการความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับ ธรินทร์ แยมสุข และวรินทร์ พูนไพบูลย์พิพัฒน์ (2566) ที่กล่าวว่า สิ่งสำคัญในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์คือครูต้องเปลี่ยนแปลงรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ได้อย่างหลากหลาย โดยการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริง เพื่อจะได้ฝึกทักษะการแก้ปัญหาและการทำงานเป็นทีม ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างลึกซึ้งและสามารถช่วยให้การจัดการเรียนรู้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

## 2. ผลการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ห้องเรียนพิเศษ SMTE เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ

การจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ช่วยส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 3 กระบวนการ สามารถอภิปรายได้ดังนี้

กระบวนการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์มีการพัฒนามากที่สุดในระหว่างการจัดการเรียนรู้ในชั้นที่ 1 ถึง 3 กล่าวคือ นักเรียนสามารถระบุประเด็นปัญหา กำหนดเงื่อนไขและสามารถวิเคราะห์สถานการณ์เพื่อสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อย่างง่ายและระบุสมการที่ต้องใช้ได้ เนื่องจากในระหว่างการจัดการเรียนรู้นักเรียนได้รับการทบทวนความรู้เดิมที่จำเป็นต้องใช้ในการเสริมต่อการเรียนรู้ไปยั้งเนื้อหาใหม่ รวมทั้งได้รับคำแนะนำและคำถามกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายที่มาหรือเหตุผลของการเลือกใช้แนวคิดนั้น ๆ ในการแก้สถานการณ์ปัญหา สอดคล้อง

กับ Niss (2015) ที่ว่าการที่นักเรียนต้องทำความเข้าใจและทำให้สถานการณ์ปัญหานั้นง่ายขึ้นเป็นผลให้นักเรียนจำเป็นต้องสื่อสารกระบวนการแก้ปัญหาและผลลัพธ์โดยการแลกเปลี่ยนเรียนรู้กันอย่างกระตือรือร้น โดยองค์ประกอบย่อยที่มีการพัฒนามากที่สุด คือการระบุประเด็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ รองลงมาคือการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ที่เป็นมาตรฐาน และองค์ประกอบย่อยที่มีการพัฒนาน้อยที่สุด คือการทำสถานการณ์ปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

กระบวนการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์มีผลการวิจัยดีที่สุดหลังการจัดการเรียนรู้ ซึ่งเป็นผลจากการจัดการเรียนรู้ขั้นที่ 4 คือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ โดยองค์ประกอบย่อยที่มีการพัฒนามากที่สุด คือ การใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ เห็นได้จากจำนวนนักเรียนที่อยู่ในระดับดีมากในแต่ละวงรอบพบว่ามีความเพิ่มขึ้นในทุกวงรอบ ซึ่งในวงรอบที่ 1 นักเรียนได้รับการทบทวนเรื่องการแก้สมการจากผู้วิจัย ประกอบกับนักเรียนเกิดการเรียนรู้จากประสบการณ์และการสะท้อนผลทำให้เกิดการพัฒนาที่ดีในวงรอบถัดมา สอดคล้องกับผลการวิจัยของ Hattie and Timperley (2007) ที่พบว่า การให้ข้อมูลย้อนกลับมีอิทธิพลและมีประสิทธิภาพมากที่สุดในการเรียนรู้ ช่วยให้นักเรียนเข้าใจหรือพัฒนากลยุทธ์ที่มีประสิทธิภาพในการประมวลผลข้อมูลที่ต้องการเรียนรู้ได้ อีกทั้งยังส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สามารถใช้ผลการวัดและประเมินผลเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ให้แก่ผู้เรียนได้อีกด้วย ส่วนการระบุวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และลงข้อสรุปพบว่าการพัฒนาใกล้เคียงกัน จากการตรวจใบกิจกรรมพบว่าสาเหตุที่สองกระบวนการดังกล่าวมีผลการพัฒนาน้อยเป็นเพราะนักเรียนระบุความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาไม่ครบถ้วนและไม่เขียนอธิบายเหตุผลในการเลือกใช้แนวคิดนั้น แต่จากการสังเกตระหว่างการจัดการเรียนรู้กลับพบว่านักเรียนสามารถอธิบายโต้ตอบกับผู้วิจัยได้อย่างครบถ้วนสมบูรณ์ แต่นักเรียนอาจจะไม่ได้เขียนลงไปใบกิจกรรมครบถ้วนตามที่อธิบายซึ่งเป็นข้อผิดพลาดที่ผู้วิจัยไม่ได้เข้าไปแนะนำหรือกระตุ้นนักเรียนอย่างทั่วถึง

กระบวนการตีความและประเมินผลลัพธ์ ที่จะเกิดการพัฒนานั้นในขั้นที่ 5 ถึง 7 ของการจัดการเรียนรู้ ซึ่งในระหว่างจัดกิจกรรมถือเป็นกระบวนการที่มีการพัฒนาน้อยที่สุด โดยองค์ประกอบย่อยที่มีการพัฒนามากที่สุด คือ การตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากแบบจำลองให้อยู่ในบริบทโลกชีวิตจริง ซึ่งพบการพัฒนามากในวงรอบที่ 1 ถึง 3 และลดลงในวงรอบที่ 4 เนื่องจากสถานการณ์ปัญหาในวงรอบที่ 4 ประกอบไปด้วยคำถามย่อยหลายคำถาม ซึ่งจากการตรวจใบกิจกรรมพบว่านักเรียนเขียนแสดงผลลัพธ์ได้ไม่ครบถ้วน แต่ในกระบวนการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์พบว่านักเรียนสามารถดำเนินการหาผลลัพธ์ได้อย่างครบถ้วน ซึ่งการที่นักเรียนสามารถหาผลลัพธ์ได้แต่นำมาเขียนสรุปเพื่อประเมินความถูกต้องเหมาะสมอาจเป็นสาเหตุให้กระบวนการดังกล่าวมีการพัฒนาไม่เต็มที่เท่าที่ควร ส่วนองค์ประกอบย่อยด้านการประเมินความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ทาง

คณิตศาสตร์กับบริบทโลกชีวิตจริงและรู้ขอบเขตหรือข้อจำกัดของวิธีการแก้ปัญหาที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีการพัฒนาใกล้เคียงกัน

ซึ่งผลจากการสังเกตระหว่างการจัดการเรียนรู้และใบกิจกรรมพบว่ามีส่วนที่ขัดแย้งกับผลของแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ที่พบว่ากระบวนการที่มีการพัฒนามากที่สุดโดยวิเคราะห์จากจำนวนนักเรียนที่อยู่ในระดับคุณภาพดีมาก คือ กระบวนการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์และกระบวนการตีความและประเมินผลลัพธ์ ส่วนกระบวนการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์มีการพัฒนาน้อยที่สุด สอดคล้องกับ สุชาติดา ปัทมวิภาต (2557) ที่กล่าวว่า นักเรียนไทยมีกระบวนการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ที่อ่อนกว่าสองด้านที่เหลือ ครูจึงควรฝึกให้นักเรียนรู้จักการอ่านเพื่อทำความเข้าใจ โจทย์หรือสถานการณ์ให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้ได้ โดยเฉพาะองค์ประกอบย่อยด้านการทำสถานการณ์ปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่ายและการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ที่เป็นมาตรฐาน สององค์ประกอบนี้มีความต่อเนื่องกัน เพราะนักเรียนจะต้องใช้ความรู้และการวิเคราะห์สถานการณ์เพื่อเริ่มสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยเห็นว่าเป็นขั้นตอนที่มีความท้าทายนักเรียนมากที่สุด และเนื่องจากในระหว่างการจัดการเรียนรู้ผู้วิจัยได้คอยให้คำแนะนำ และใช้คำถามกระตุ้นอยู่เสมอและนักเรียนได้แลกเปลี่ยนเรียนรู้กันจึงทำให้นักเรียนเกิดการพัฒนาถึงแม้จะเจอสถานการณ์ปัญหาที่ซับซ้อน สอดคล้องกับงานวิจัยของ Harvey & Averill (2012) ที่กล่าวถึงความสำคัญของการชี้แนะแนวทางแก่นักเรียนจะช่วยส่งเสริมกระบวนการทำงานและการเรียนรู้ของนักเรียนและสามารถกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี แต่เมื่อนักเรียนทำแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการลงมือปฏิบัติด้วยตนเองโดยไม่ได้รับการกระตุ้นหรือข้อเสนอแนะจึงทำให้เกิดการพัฒนาน้อยที่สุดแต่ยังอยู่ในระดับดีขึ้นไป

สรุปได้ว่าการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ สามารถส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 กระบวนการได้ โดยมีผลการพัฒนาที่ใกล้เคียงกันสอดคล้องกับผลการวิจัยของ ชนน คันธาวัตร์ และวรินทร์ สุภาพ (2561) เบญจรัตน์ ขวัญคง และวรินทร์ พูนไพบูลย์พิพัฒน์ (2565) ที่ได้ศึกษาการพัฒนาการความฉลาดรู้คณิตศาสตร์ ด้วยการจัดการเรียนรู้ที่ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ พบว่าการจัดการเรียนรู้ที่ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ สามารถพัฒนาความฉลาดรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ คือ นักเรียนสามารถระบุประเด็นปัญหาจากสถานการณ์ได้เหมาะสมและสอดคล้อง สามารถสร้างตัวแปรเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา เลือกใช้หลักการและกลยุทธ์ได้อย่างถูกต้อง สามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์อื่นได้อย่างเหมาะสม และกระบวนการที่พัฒนามากที่สุดคือกระบวนการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับ Pluempitiwiryawej and Makanong (2019) ที่ได้ศึกษาการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริม

ความสามารถในการแก้ปัญหาและการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งพบว่านักเรียนสามารถดำเนินการแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้ได้ และสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้อง แต่คะแนนการวิเคราะห์ปัญหาและการบูรณาการความรู้ของกลุ่มทดลองนั้นสูงกว่ากลุ่มควบคุมเพียงเล็กน้อย นั่นคือกระบวนการที่ควรพัฒนาเพิ่มเติมคือกระบวนการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ ที่มีผลการพัฒนาต่ำกว่าอีกสองกระบวนการที่เหลือ แต่อย่างไรก็ตามทั้งสามกระบวนการควรพัฒนาควบคู่กันไปเพื่อให้นักเรียนเกิดสมรรถนะความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สมบูรณ์ และสามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์จริงได้ นอกจากนี้ผลการวิจัยยังชี้ให้เห็นว่า การจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนนั้น จำเป็นต้องใช้เวลาเป็นอย่างมาก เพื่อให้ให้นักเรียนเกิดประสบการณ์และคุ้นชินกับรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง ทั้งนี้ปัจจัยสำคัญที่จะทำให้การจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ประสบความสำเร็จได้ นั่นคือ ครูผู้สอนที่ต้องออกแบบสถานการณ์ปัญหาให้มีความน่าสนใจสอดคล้องกับประสบการณ์จริงของนักเรียนและเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียนและจะต้องปรับเปลี่ยนวิธีการสอนมาเป็นผู้ให้คำแนะนำ

## ข้อเสนอแนะ

### 1. ข้อเสนอแนะในการนำไปใช้

1.1 ครูควรออกแบบสถานการณ์ปัญหาให้มีบริบทใกล้เคียงกับชีวิตจริง และเป็นปัญหาที่นักเรียนมีความคุ้นเคย และไม่ซับซ้อนจนเกินไป ซึ่งจะทำให้ให้นักเรียนเกิดความสนใจ อยากเรียนรู้และมีข้อมูลมากเพียงพอในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

1.2 ในระหว่างการจัดการเรียนรู้ ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนให้ความสำคัญกับการกำหนดเงื่อนไขของสถานการณ์ในบริบทของชีวิตจริง เพื่อให้สามารถใช้แนวคิดหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น ซึ่งจะมีผลต่อการแปลความหมายผลลัพธ์ของสถานการณ์จากบริบทของคณิตศาสตร์ไปยังบริบทของสถานการณ์จริง

1.3 ครูควรให้ความสำคัญกับการทบทวนความรู้เดิม ให้กับนักเรียนทั้งก่อนการจัดการเรียนรู้และอาจจะสอดแทรกในระหว่างที่นักเรียนทำกิจกรรม เนื่องจากเป็นสิ่งสำคัญที่นักเรียนต้องนำไปเชื่อมโยงเพื่อสร้างแบบจำลองและช่วยทำให้เกิดการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ได้อย่างถูกต้องและควรเพิ่มการตรวจสอบความรู้เดิมของนักเรียนก่อนให้เรียนเพื่อให้แน่ใจว่านักเรียนพร้อมที่จะเรียนเนื้อหาใหม่ เช่น ทำแบบทดสอบก่อนเรียน

1.4 ครูกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายที่มาหรือเหตุผลของการเลือกใช้แนวคิดในการแก้สถานการณ์ปัญหา เนื่องจากจะช่วยให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ วิธีการแก้ปัญหา จนสามารถ

สรุปและแปลความหมายผลลัพธ์จากบริบทของคณิตศาสตร์ไปยังสถานการณ์ในบริบทของโลกจริงได้อย่างสมเหตุสมผล

1.5 ครูต้องจัดเตรียมอุปกรณ์ที่จำเป็น สำหรับการทำกิจกรรม หรือทดลองใช้เครื่องมือวัดความยาวให้นักเรียนพิจารณาผลลัพธ์จากการวัดสิ่งเดียวกันด้วยเครื่องมือหลายอัน เพื่อให้นักเรียนสรุปได้ว่าเครื่องมือวัดอาจทำให้ผลลัพธ์เกิดความคลาดเคลื่อนได้

1.6 ครูต้องสังเกตและรวบรวมแนวคิดที่เกิดขึ้นในห้องเรียนนำมาให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อให้นักเรียนได้เห็นแนวคิดที่หลากหลาย รวมทั้งได้เห็นจุดเด่นและจุดที่ต้องปรับปรุงแก้ไขในแนวคิดหรือวิธีการของตนเองและร่วมกันสังเคราะห์เป็นแนวคิดที่สามารถใช้แก้สถานการณ์ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพมากที่สุด

## 2. ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ผู้วิจัยควรศึกษาการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ร่วมกับการใช้เทคโนโลยี เพื่อส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เนื่องจากในระหว่างการจัดการเรียนรู้ขั้นทำปัญหาให้ง่ายขึ้นและขั้นคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยพบว่าแบบจำลองที่นักเรียนสร้างมีความคลาดเคลื่อนในด้านของการวัดและการคำนวณ ที่เกิดจากเครื่องมือที่นักเรียนใช้

2.2 ผู้วิจัยควรศึกษาการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ร่วมกับการเรียนรู้แบบร่วมมือ (Cooperative Learning) เพื่อช่วยพัฒนาความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ด้านการคิดสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์ เนื่องจากผลการวิจัยในครั้งนี้ชี้ให้เห็นว่ากระบวนการคิดสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนอ่อนกว่าอีกสองกระบวนการที่เหลือ และในระหว่างจัดการเรียนรู้ผู้วิจัยสังเกตเห็นว่าการที่นักเรียนได้อภิปรายร่วมกันภายในกลุ่มส่งผลให้นักเรียนสามารถระบุประเด็นการเรียนรู้และข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาได้ครบถ้วนสมบูรณ์และยังช่วยตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการในการหาผลลัพธ์ของแต่ละคนได้อีกด้วย

2.3 ผู้วิจัยควรศึกษาการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลของนักเรียน เนื่องจากในระหว่างจัดการเรียนรู้ผู้วิจัยสังเกตเห็นว่านักเรียนเกิดการอภิปรายร่วมกันในทุกขั้นของการจัดการเรียนรู้ซึ่งต้องให้การให้เหตุผลประกอบ ส่งผลให้นักเรียนบรรลุวัตถุประสงค์ของการเรียนในแต่ละวงรอบ รวมทั้งช่วยให้นักเรียนสามารถสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้สมบูรณ์มากขึ้น และการให้เหตุผลก็เป็นองค์ประกอบหนึ่งของสมรรถนะความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ตามกรอบการประเมินของ PISA

## บรรณานุกรม





### บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). *มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และสาระภูมิศาสตร์ในกลุ่มสาระการเรียนรู้สังคมศึกษา ศาสนา และวัฒนธรรม (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑*. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- คณาธิป นรสิงห์. (2021). *กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์กับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา (วิทยานิพนธ์ปริญญาโท)*. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, คณะครุศาสตร์. สืบค้นจาก <https://digital.car.chula.ac.th>
- โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี  
กระทรวงศึกษาธิการ. (2556). *ผลการประเมิน PISA 2012 คณิตศาสตร์ การอ่าน และวิทยาศาสตร์ บทสรุปสำหรับผู้บริหาร*. กรุงเทพฯ: แอดวานซ์ พรินติ้ง.
- โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2557). *ตัวอย่างข้อสอบคณิตศาสตร์ PISA 2012*. กรุงเทพฯ: วี.เจ. พรินติ้ง.
- จิรศักดิ์ ตีสะเมาะ. (2563). การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน สำหรับนักเรียนชั้นปีที่ 1 ระดับปริญญาตรี. *วารสารวิจัยและพัฒนาหลักสูตร*, 10(1), 16-35.
- ชนน คันธาวินทร์ และวณิทร สุภาพ. (2561). การวิจัยเชิงปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ด้วยการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. *วารสารศึกษาศาสตร์*, 30(1), 138-152.
- ชนันธร เข้มสุข. (2560). *การออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้กิจกรรมการทดลอง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (วิทยานิพนธ์ปริญญาโท)*. มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี, คณะวิทยาศาสตร์. สืบค้นจาก <http://www.esanpedia.oar.ubu.ac.th/e-research/?q=node/1466>
- ทรงยศ สุกุลยา และวณิทร สุภาพ. (2563). การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหอย่างสร้างสรรค์ เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ด้วยกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. *วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร*, 22(4), 88-100.
- ธชินี ไสยรส, สมควร สีชมภู และไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2562, พฤษภาคม). การอภิปรายโต้แย้งทางคณิตศาสตร์. ใน มหาวิทยาลัยขอนแก่น (ประธาน), *การประชุมวิชาการเสนอมผลงานวิจัยระดับบัณฑิตศึกษาแห่งชาติ*, มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

- ธรรนินทร์ แยมสุข และวณินทร พูนไพบูลย์พิพัฒน์. (2023). การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเกมกระดาน ร่วมกับการใช้งานทางคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาทักษะความคิดสร้างสรรค์ เรื่อง พื้นที่ผิวและ ปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. *วารสารวิทยาศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ศึกษา (JSSE)*, 6(2).
- นุชิตา ตันทา และวณินทร พูนไพบูลย์พิพัฒน์. (2565). การวิจัยปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการจัดการเรียนรู้ โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. *วารสารมหาวิทยาลัยราชภัฏยะลา*, 17(1).
- น้ำทิพย์ งามอานาณิษฐ์. (2565). *เครื่องมือวัดผลทางการศึกษา แนวคิดและการประยุกต์ใช้* (พิมพ์ ครั้งที่ 1). มหาวิทยาลัยนเรศวร: พิษณุโลกดอทคอม.
- เบญจรัตน์ ขวัญคง และวณินทร พูนไพบูลย์พิพัฒน์. (2565). การพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ ด้วยการจัดการเรียนรู้โดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วน สำหรับนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 1. *วารสารวิทยาศาสตร์และวิทยาศาสตร์ศึกษา*, 5(2), 285-298.
- ประสาน มีดภา. (2556). *การส่งเสริมกระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ในทฤษฎีบทพีทาโกรัส* (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี, คณะวิทยาศาสตร์. สืบค้นจาก [http://www.esanpedia.oar.ubu.ac.th/e-research/sites/default/files/Prasan\\_Muedpa.pdf](http://www.esanpedia.oar.ubu.ac.th/e-research/sites/default/files/Prasan_Muedpa.pdf)
- พระภิกษุวุฒิชัย พันทะลี. (2563). การเปลี่ยนแปลงทางสังคมในศตวรรษที่ 21. *วารสารวิชาการ พระพุทธศาสนาเขตลุ่มแม่น้ำโขง*, 3(2), 44-55.
- ไพรินทร์ ชุมคำน้อย. (2563). *การศึกษาความสามารถในการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้ สถานการณ์ในชีวิตจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1* (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม, คณะครุศาสตร์. สืบค้นจาก <http://fulltext.rmu.ac.th/fulltext/2563/M128492/Chumkamnoi%20Pairin.pdf>
- ภูวเดช วรโฆชน์. (2559). *การศึกษาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนธวัชบุรีวิทยาคม* (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม, คณะครุศาสตร์. สืบค้นจาก <http://fulltext.rmu.ac.th/fulltext/2559/121978/Worapoch%20Phuwadech.pdf>
- วาสุกีร์ แสงป้อม. (2564). การจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. *วารสารศึกษาศาสตร์ มสธ.*, 14(1), 74-88.
- ศันสนีย์ เณรเทียน. (2560). การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ผ่านปัญหาในชีวิตจริงที่เน้นการสร้าง แบบจำลองทางคณิตศาสตร์. *วารสารครุศาสตร์*, 45(2), 238-253.

- สกล ตั้งแก้วสกุล. (2560). การพัฒนาชุดกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดการใช้บริบทเป็นฐาน ร่วมกับการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการ เชื่อมโยงความรู้ คณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3. *วารสาร อิเล็กทรอนิกส์ทางการศึกษา*, 12(3), 442-458.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2554). *ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพ เส้นทางสู่ ความสำเร็จ* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: กระทรวงศึกษาธิการ.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพ เส้นทางสู่ ความสำเร็จ*. กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2564). *รมช.ศธ เยี่ยมชม โครงการห้องเรียน พิเศษ SMTE มุ่งปั้นเด็กไทยให้เป็นนักคิด นักวิจัยและนักประดิษฐ์ ณ โรงเรียนสุรนารีวิทยา*. สืบค้น 28 สิงหาคม 2566, จาก [https://www.ipst.ac.th/news/17126/20211123\\_smte.html](https://www.ipst.ac.th/news/17126/20211123_smte.html)
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2566). *ความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์*. สืบค้น 28 สิงหาคม 2566, จาก <https://pisathailand.ipst.ac.th/about-pisa/mathematical-literacy/>
- สิรินภา กิจเกื้อกุล. (2557). *การจัดการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ : ทิศทางสำหรับครูศตวรรษที่ 21*. ม.ป.ท.: ม.ป.พ.
- สุชาดา ปัทมวิภาต. (2557). การประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA 2015. *นิตยสาร สสวท.*, 42(188), 35-39.
- สุนีย์ คล้ายนิล, ปรีชาญ เดชศรี และอัมพิกา ประโมจน์ย์. (2549). *การเรียนรู้เพื่อโลกวันนี้*. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- อนุวัตร จิรวัฒนพาณิช. (2564). *ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการควบคุมการแพร่ระบาดของไวรัสตับ อักเสบบีโดยการรณรงค์ให้ความรู้*. *วารสารวิชาการชายน์เทค*, 5(2).
- Ang, K. C. (2001). Teaching Mathematical Modelling in Singapore Schools. *The Mathematics Educator*, 6(1), 63-75.
- Arthur, Y. D., Owusu, E. K., Asiedu-Addo, S., & Arhin, A. K. (2018). Connecting mathematics to real life problems: A teaching quality that improves students' mathematics interest. *IOSR Journal of Research & Method in Education*, 8(4), 65-71.
- Asempapa, R. S. (2015). Mathematical modeling: Essential for elementary and middle school students. *Journal of Mathematics Education*, 8(1), 16-29.

- Blum, W. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt?. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45-58.
- Blum, W. (2015). Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do?. In *The proceedings of the 12th international congress on mathematical education: Intellectual and attitudinal challenges* (pp. 73-96). Springer International Publishing.
- Cai, J., Cirillo, M., Pelesko, J., Bommero Ferri, R., Borba, M., Geiger, V., ... & Kaiser, G. (2014). Mathematical modeling in school education: Mathematical, cognitive, curricular, instructional and teacher educational perspectives. In *Proceedings of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and the 36th Conference of the North American Chapter of the Psychology of Mathematics Education* (pp. 145-172). Springer.
- English, L. D., Ärlebäck, J. B., & Mousoulides, N. (2016). Reflections on progress in mathematical modelling research. In *The second handbook of research on the psychology of mathematics education* (pp. 383-413). Brill.
- Gravemeijer, K., & Stephan, M. (2002). Emergent models as an instructional design heuristic. In K. Gravemeijer, R. Lehrer, B. Oers, & L. Verschaffel (Eds.), *Symbolizing, modeling and tool use in mathematics education* (pp. 145-169). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Jablonka, E. (2003). Mathematical literacy. *Second International Handbook of Mathematics Education*, 75-102.
- Kagan, S., & Kagan, S. (1994). *Cooperative learning*. San Clemente: Kagan.
- Lemke, M., Sen, A., Pahlke, E., Partelow, L., Miller, D., Williams, T., ... & Jocelyn, L. (2004). International Outcomes of Learning in Mathematics Literacy and Problem Solving: PISA 2003 Results From the US Perspective. Highlights. NCES 2005-003. *US Department of Education*.
- Harvey, R. & Averill, R. (2012). A lesson based on the use of contexts: An example of effective practice in secondary school mathematics. *Mathematics Teacher Education and Development*, 14, 41-59.
- Hattie, J., & Timperley, H. (2007). The power of feedback. *Review of educational research*, 77(1), 81-112.

- Hayati, T. R., and Kamid, K. (2019). Analysis of mathematical literacy processes in high school students. *International Journal of Trends in Mathematics Education Research*, 2(3), 116-119.
- Henry, O. and Pollak. (2011). What is Mathematical Modeling?. *Journal of Mathematics Education at Teachers College*, 2(1), 64.
- Kapur, J. N. (2005). *Mathematical modelling*. (2th ed.). New delhi: New age international.
- Leeprakhon, M. and Seehamongkon, Y. (2022). The Current State of the Problems and Approaches for Mathematical Literacy. *resmilitaris*, 12(4), 1793-1805.
- Lemke, M., Sen, A., Pahlke, E., Partelow, L., Miller, D., Williams, T., Kastberg, D., and Jocelyn, L. (2004). *International Outcomes of Learning in Mathematics Literacy and Problem Solving: PISA 2003 Results From the U.S. Perspective*. (NCES 2005–003). Washington, DC: U.S. Department of Education, National Center for Education Statistics.
- Martin, C. (2016). Mathematical modeling: Part 1 of series. *Colorado Mathematics Teacher*, 49(3), 7.
- Mertler, C. A. (2001). Designing scoring rubrics for your classroom. *Practical assessment, research, and evaluation*, 7(1), 25.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics* (Vol.1). National Council of Teachers of Mathematics
- Ngamyng, M. and Yamrung, R. (2021). The development of mathematical literacy curriculum for primary school students (Doctoral dissertation, Srinakharinwirot University).
- Niss, M. (2012). Models and modelling in mathematics education. *Ems Newsletter*, 86, 49-52.
- Niss, M. (2015). Mathematical competencies and PISA. In K. Stacey, & R. Turner (Eds.), *Assessing mathematical literacy: The PISA experience* (pp. 35-56). New York, NY: Springer.

- PISA Thailand สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2566). *การประเมินความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของ PISA 2022*. สืบค้น 12 ธันวาคม 2566, จาก <https://pisathailand.ipst.ac.th/infographics-pisa2022-math-framework>
- Pluempitiwiriyawej, K., & Mekanong, A. (2019). Development of an Instructional Process Based on Mathematical Modeling and Scaffolding Approaches to Enhance Mathematical Problem Solving and Representation Abilities of Lower Secondary School Students. *Journal of Education Studies*, 47(4), 86-107.
- Stohlmann, M. S. (2017). Mathematical Modeling with Middle School Students: The Robot Art Model-Eliciting Activity. *European Journal of STEM Education*, 2(2), 4.
- Toalongo, X. Trelles, C. and Alsina, A. (2022). Design, Construction and Validation of a Rubric to Evaluate Mathematical Modelling in School Education. *Mathematics Journal*, 10.
- Tokada, D., and Herman, T. (2017). Discovery learning for mathematical literacy ability. *Journal of Physics: Conference Series*, 895(1), 012077.
- Turker, B. Saglam, Y. and Umay, A. (2010). Preservice teachers' performances at mathematical modeling process and views on mathematical modeling. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 2, 4622-4628.

ภาคผนวก



### ภาคผนวก ก รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย หัวข้อการศึกษาค้นคว้าอิสระ เรื่อง การส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษ วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี (SMTE) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ มีจำนวน 3 ท่าน ดังนี้

#### 1. ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์/คณิตศาสตร์ศึกษา

ดร.อาทร นกแก้ว

อาจารย์ประจำภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนครสวรรค์

#### 2. ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จักรกฤษ กลิ่นเอี่ยม

อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนครสวรรค์

#### 3. ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาในโรงเรียน

นางนิภาพร ไทยหล่อ

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ชำนาญการพิเศษ

โรงเรียนเฉลิมขวัญสตรี จังหวัดพิษณุโลก



ภาคผนวก ข ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้าง

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษ วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี (SMTE)

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ตาราง 37 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษ วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี (SMTE) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็นของ				ผลการประเมิน		ระดับ ความ เหมาะสม
	ผู้เชี่ยวชาญ				$\bar{X}$	SD.	
	แผน ที่ 1	แผน ที่ 2	แผน ที่ 3	แผน ที่ 4			
<b>สาระสำคัญ</b>							
1. สอดคล้องกับเรื่องที่สอน	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด
2. เขียนสาระสำคัญใน ลักษณะของความคิดรวบ ยอดหรือแก่นของความรู้ที่ สำคัญ	4.67	4.67	4.67	4.67	4.67	0.00	มากที่สุด
<b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b>							
1. สอดคล้องกับตัวชี้วัดของ กลุ่มสาระการเรียนรู้	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด
2. ชัดเจน นำไปสู่การจัด กิจกรรมการเรียนรู้ได้	4.67	4.67	4.67	4.00	4.50	0.29	มากที่สุด
3. ชัดเจน นำไปสู่การวัดผล และประเมินผลการเรียนรู้ได้	4.67	4.67	4.67	4.33	4.58	0.14	มากที่สุด
<b>กิจกรรมการเรียนรู้</b>							
1. สอดคล้องกับจุดประสงค์ การเรียนรู้	5.00	4.67	4.67	4.67	4.75	0.14	มากที่สุด

ตาราง 37 (ต่อ)

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็นของ ผู้เชี่ยวชาญ				ผลการประเมิน		
	แผน ที่ 1	แผน ที่ 2	แผน ที่ 3	แผน ที่ 4	$\bar{X}$	SD.	ระดับ ความ เหมาะสม
	2. มีความเหมาะสมกับ ระดับชั้นเรียนของนักเรียน	4.67	4.67	4.00	4.67	4.50	0.29
3. มีความน่าสนใจ	4.67	4.67	4.67	4.67	4.67	0.00	มากที่สุด
4. มีความเป็นไปได้ในการ นำไปใช้จัดกิจกรรมการ เรียนรู้จริง	4.33	4.33	4.67	4.67	4.50	0.17	มากที่สุด
5. เสริมสร้างความฉลาดรู้ ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน	4.67	4.67	4.67	4.67	4.67	0.00	มากที่สุด
<b>สื่อการจัดการเรียนรู้</b>							
1. สอดคล้องกับการจัด กิจกรรมการเรียนรู้	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด
2. เสริมสร้างความฉลาดรู้ ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน	4.67	4.67	4.67	4.67	4.67	0.00	มากที่สุด
<b>วิธีการวัดและประเมินผล</b>							
1. สอดคล้องกับจุดประสงค์ การเรียนรู้	5.00	5.00	4.67	5.00	4.92	0.14	มากที่สุด
2. วิธีการและเครื่องมือวัด และประเมินผลเหมาะสมกับ จุดประสงค์การเรียนรู้	4.67	4.67	4.67	4.67	4.67	0.00	มากที่สุด
3. เกณฑ์การประเมินผลการ เรียนรู้มีความชัดเจน	4.67	4.67	4.67	4.67	4.67	0.00	มากที่สุด

ตัวอย่างแบบประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์  
เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ  
(สำหรับผู้เชี่ยวชาญ)

**คำชี้แจง**

แบบประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ใช้สำหรับผู้เชี่ยวชาญพิจารณาและประเมินความเหมาะสมขององค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใส่เครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของท่าน ซึ่งระดับความคิดเห็นเป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ (Rating Scale) ตามแบบของลิเคิร์ต (Likert) ดังนี้

เหมาะสมมากที่สุด	ให้คะแนน 5 คะแนน
เหมาะสมมาก	ให้คะแนน 4 คะแนน
เหมาะสมปานกลาง	ให้คะแนน 3 คะแนน
เหมาะสมน้อย	ให้คะแนน 2 คะแนน
เหมาะสมน้อยที่สุด	ให้คะแนน 1 คะแนน

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น					ข้อเสนอแนะ
	5	4	3	2	1	

**สาระสำคัญ**

1. สอดคล้องกับเรื่องที่สอน
2. เขียนสาระสำคัญในลักษณะของความคิดรวบยอดหรือแก่นของความรู้ที่สำคัญ

**จุดประสงค์การเรียนรู้**

1. สอดคล้องกับตัวชี้วัดของกลุ่มสาระการเรียนรู้
2. ชัดเจน นำไปสู่การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้
3. ชัดเจน นำไปสู่การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ได้

**กิจกรรมการเรียนรู้**

1. สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้
2. มีความเหมาะสมกับระดับชั้นเรียนของนักเรียน

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น					ข้อเสนอแนะ
	5	4	3	2	1	

3. มีความน่าสนใจ

4. มีความเป็นไปได้ในการนำไปใช้จัดกิจกรรม  
การเรียนรู้จริง

5. เสริมสร้างความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของ  
นักเรียน

### สื่อการจัดการเรียนรู้

1. สอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

2. เสริมสร้างความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของ  
นักเรียน

### วิธีการวัดและประเมินผล

1. สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

2. วิธีการและเครื่องมือวัดและประเมินผล  
เหมาะสมกับจุดประสงค์การเรียนรู้

3. เกณฑ์การประเมินผลการเรียนรู้มีความ  
ชัดเจน

### ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ผู้เชี่ยวชาญ  
(.....)

ตำแหน่ง.....

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ภาคผนวก ค ผลการประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์  
เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

ตาราง 38 แสดงผลการประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์  
เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

ชื่อสถานการณ์	ข้อสอบ ข้อที่	ความคิดเห็นของ ผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	สรุปผล
		คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
เทศกาลบอลลูน	1	1	1	1	3	1.00	สอดคล้อง
	2.1	0	1	1	2	0.67	สอดคล้อง
	2.2	1	1	1	3	1.00	สอดคล้อง
	3.1	1	1	1	3	1.00	สอดคล้อง
	3.2	1	1	1	3	1.00	สอดคล้อง
	4.1	1	1	1	3	1.00	สอดคล้อง
	5.1	1	1	1	3	1.00	สอดคล้อง
	5.2	0	1	1	2	0.67	สอดคล้อง
	6	0	1	1	2	0.67	สอดคล้อง
	7	0	1	1	2	0.67	สอดคล้อง
ลานกางเต็นท์	1	-1	1	1	1	0.33	ไม่สอดคล้อง
	2.1	0	1	1	2	0.67	สอดคล้อง
	2.2	1	1	1	3	1.00	สอดคล้อง
	3.1	1	1	1	3	1.00	สอดคล้อง
	3.2	1	1	1	3	1.00	สอดคล้อง
	4	1	1	1	3	1.00	สอดคล้อง
	5	0	1	1	2	0.67	สอดคล้อง
	6	0	1	1	2	0.67	สอดคล้อง
7	0	1	1	2	0.67	สอดคล้อง	

**ตัวอย่างแบบประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์**  
**เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ**  
**(สำหรับผู้เชี่ยวชาญ)**

**คำชี้แจง**

แบบประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ใช้สำหรับผู้เชี่ยวชาญพิจารณาและประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับความสามารถด้านความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์โดยใส่เครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของท่าน และใช้เกณฑ์พิจารณาดังนี้

+1 หมายถึง เห็นด้วยว่าข้อคำถามสอดคล้องกับความสามารถด้านความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการวัด

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อคำถามสอดคล้องกับความสามารถด้านความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการวัด

-1 หมายถึง ไม่เห็นด้วยว่าข้อคำถามสอดคล้องกับความสามารถด้านความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการวัด

**มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด**

สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัดที่ ค 2.2 ม.3/2 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

องค์ประกอบความ		ระดับความ		
ฉลาดรู้ทาง คณิตศาสตร์	ข้อคำถาม	สอดคล้อง		
		+1	0	-1

**สถานการณ์ที่ 1 เทศกาลบอลลูน**

เมื่อถึงฤดูหนาว หลาย ๆ จังหวัดจะมีการจัดงานเทศกาลบอลลูน เพื่อให้นักท่องเที่ยวได้ขึ้นบอลลูนชมทิวทัศน์ที่สวยงาม ในปีนี้ครอบครัวของกิ่งแก้ว และครอบครัวของสายน้ำได้ซื้อตั๋วเพื่อขึ้นบอลลูน เมื่อทั้ง 2 ครอบครัวไปถึงงานก็ได้เวลาขึ้นบอลลูนพอดี เจ้าหน้าที่แจ้งว่าจุดปล่อยบอลลูนของทั้ง 2 อยู่ห่างกัน 10 เมตร โดยบอลลูนของกิ่งแก้วถูกปล่อยเวลา 17.00 น. มีอัตราเร็วอยู่ที่ 6 เมตร/นาที และบอลลูนของสายน้ำปล่อยช้ากว่ากิ่งแก้วประมาณ 1 นาที ถ้าไม่คำนึงถึงแรงหรือทิศทางของลมและบอลลูนมีเชือกผูกไว้ที่จุดปล่อย เมื่อเวลา 17.04 น.

พบว่ากิ่งแก้วและสายน้ำมองเห็นกันในระดับสายตาพอดี ถ้าปล่อยให้บอลลุนลอยขึ้นไปอีก 30 วินาที สายน้ำจะมองเห็นกิ่งแก้วเป็นมุมกึ่งองศา	
1.1 การระบุประเด็นปัญหาทางคณิตศาสตร์	จากโจทย์ให้นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลที่โจทย์ให้มาที่สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้
1.2 ระบุเงื่อนไขเบื้องต้นที่กำหนดสถานการณ์ปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่าย	ให้นักเรียนวาดภาพแบบจำลองสถานการณ์เพื่อใช้ในการประกอบการแก้ปัญหาข้างต้น พร้อมทั้งระบุขั้นตอนหรือเงื่อนไขที่จำเป็นในการหาผลลัพธ์
1.3 แปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ที่เป็นมาตรฐานหรือในรูปอัลกอริทึม	จากโจทย์นักเรียนมีแนวคิดอย่างไรในการหาผลลัพธ์
2.1 ระบุวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	เพราะเหตุใดจึงใช้แนวคิดนั้น พร้อมระบุความรู้ที่ต้องใช้ในการหาคำตอบ
2.3 ให้เหตุผลสำหรับกระบวนการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และลงข้อสรุป	ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาผลลัพธ์โดยละเอียด
2.2 ใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสม	จงอธิบายผลลัพธ์จากคำถามข้อที่ 4 เพื่อตอบ
3.1 ตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้จาก	

แบบจำลองให้อยู่ใน บริบทโลกชีวิตจริง	คำถามของสถานการณ์ ปัญหาข้างต้น พร้อมระบุว่า ผลลัพธ์ที่ได้มีความ
3.2 ประเมินความ สมเหตุสมผลของ ผลลัพธ์ทาง คณิตศาสตร์กับบริบท โลกชีวิตจริง	สมเหตุสมผลกับ สถานการณ์ปัญหาหรือไม่ อย่างไร
3.3 รู้ขอบเขตหรือ ข้อจำกัดของวิธีการ แก้ปัญหาที่ใช้ในการ แก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์	1. หากนักเรียนเจอ สถานการณ์ปัญหาที่ ใกล้เคียงกับสถานการณ์ ปัญหาข้างต้น จะสามารถใช้ วิธีการแก้ปัญหานี้ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด 2. ให้นักเรียนยกตัวอย่าง สถานการณ์ปัญหาที่ ใกล้เคียงกับสถานการณ์ ข้างต้น โดยต้องใช้ความรู้ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติใน การหาผลลัพธ์ พร้อมแสดง วิธีการหาผลลัพธ์

### สถานการณ์ที่ 2 ลานกางเต็นท์

ลานกางเต็นท์แห่งหนึ่งได้เปิดให้เช่าพื้นที่สำหรับกางเต็นท์ ถ้านักเรียนสนใจไปกางเต็นท์ ซึ่งการกางเต็นท์โดยปกติจะต้องกางทาร์ปคลุมเต็นท์อีกรอบเพื่อกันน้ำค้างและแสงแดด และคุณแม่ได้มอบหมายให้นักเรียนและคุณพ่อเป็นคนช่วยกันกางทาร์ป นักเรียนจะใช้เชือกกี่เส้นแต่ละเส้นยาวเท่าไร และทำมุมเท่าไรกับพื้น

โดยคุณแม่เตรียมอุปกรณ์ไปให้ดังนี้

1. ทาร์ปมีขนาด  $4 \times 4.5$  เมตร
2. เสาสอง 1.5 เมตร จำนวน 3 คู่
3. เชือกที่มีความยาวรวม 20 เมตร สามารถตัดได้



1.1 การระบุประเด็น ปัญหาทางคณิตศาสตร์	จากโจทย์ให้นักเรียนระบุสิ่ง ที่โจทย์ต้องการทราบและ ข้อมูลที่โจทย์ให้มาที่ สามารถนำไปใช้ในการ แก้ปัญหาได้
1.2 ระบุเงื่อนไข เบื้องต้น ทำ สถานการณ์ปัญหาให้ อยู่ในรูปอย่างง่าย	ให้นักเรียนออกแบบการ ทางทาร์ปโดยการวาดภาพ แบบจำลอง พร้อมทั้งระบุ เงื่อนไขที่จำเป็นในการหา ผลลัพธ์
1.3 แปลงปัญหาให้อยู่ ในรูปของการนำเสนอ ทางคณิตศาสตร์ที่เป็น มาตรฐานหรือในรูป อัลกอริทึม	ผลลัพธ์
2.1 ระบุวิธีแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์	จากโจทย์นักเรียนมีแนวคิด อย่างไรในการหาผลลัพธ์
2.3 ให้เหตุผลสำหรับ กระบวนการหรือ ขั้นตอนที่ใช้ในการ แก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์และลง ข้อสรุป	เพราะเหตุใดจึงใช้แนวคิด นั้น พร้อมระบุความรู้ที่ต้อง ใช้ในการหาคำตอบ
2.2 ใช้เครื่องมือทาง คณิตศาสตร์ในการ แก้ปัญหาได้ถูกต้อง เหมาะสม	ให้นักเรียนแสดงวิธีการหา ผลลัพธ์โดยละเอียด
3.1 ตีความผลลัพธ์ทาง คณิตศาสตร์ที่ได้จาก แบบจำลองให้อยู่ใน บริบทโลกชีวิตจริง	จากผลลัพธ์ในข้อที่ 4 นักเรียนจะต้องใช้เชือกกี่ เส้น แต่ละเส้นยาวเท่าไร และทำมุมเท่าไรกับพื้น

3.2 ประเมินความ สมเหตุสมผลของ ผลลัพธ์ทาง คณิตศาสตร์กับบริบท โลกชีวิตจริง	ระบุว่าผลลัพธ์ที่ได้มีความ สมเหตุสมผลกับ สถานการณ์ปัญหาหรือไม่ อย่างไร
3.3 รู้ขอบเขตหรือ ข้อจำกัดของวิธีการ แก้ปัญหาที่ใช้ในการ แก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์	วิธีการแก้ปัญหานี้สามารถ นำไปใช้แก้ปัญหาใน สถานการณ์จริงที่มีบริบท ใกล้เคียงกับสถานการณ์ ข้างต้นได้หรือไม่ มีข้อจำกัด อย่างไร

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ผู้เชี่ยวชาญ  
(.....)

ตำแหน่ง.....

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

### ภาคผนวก ง เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้
2. แบบสะท้อนการจัดการเรียนรู้
3. ใบกิจกรรม
4. แบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์



ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์  
เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค23102

ภาคเรียนที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลม

เวลา 2 ชั่วโมง

ครูผู้สอน นางสาววราพร แสงผึ้ง

โรงเรียนเฉลิมขวัญสตรี

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

2. ตัวชี้วัด

ค 2.1 ม.3/2 ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องปริมาตรของพีระมิด กรวยและทรงกลม ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

3. สาระสำคัญ

อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลม คือ ค่าของ  $\sin A$ ,  $\cos A$  และ  $\tan A$  เมื่อ  $0^\circ < A < 90^\circ$  ซึ่งสามารถดูได้จากตารางค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่มีขนาดเป็นจำนวนเต็ม สำหรับกรณีที่  $A$  มีค่าเท่ากับ  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  หรือ  $60^\circ$  โดยค่าของ  $\sin A$ ,  $\cos A$  และ  $\tan A$  จะเป็นดังนี้

$$\begin{aligned}\sin 30^\circ &= \frac{1}{2}, \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos 30^\circ &= \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \\ \tan 30^\circ &= \frac{1}{\sqrt{3}}, \tan 45^\circ = 1, \tan 60^\circ = \sqrt{3}\end{aligned}$$

4. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1) นักเรียนสามารถเขียนสมการอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลมได้(K)
- 2) นักเรียนเกิดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ (P)

- 2.1 การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์
  - 2.2 การใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์
  - 2.3 การตีความและประเมินผลลัพธ์
- 3) นักเรียนมีความใฝ่เรียนรู้(A)

## 5. สารการเรียนรู้

อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลม

## 6. กระบวนการเรียนรู้

### ชั่วโมงที่ 1

#### ขั้นที่ 1 อ่านทำความเข้าใจปัญหา 15 นาที

1. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวน เรื่อง ความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติ
2. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนออกเป็นกลุ่มละ 3 คน และแจกใบกิจกรรม เรื่อง บ่อน้ำบาดาล
3. ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหา เรื่อง บ่อน้ำบาดาล

“ที่ใจกลางหมู่บ้านแห่งหนึ่งมีบ่อน้ำบาดาลที่สร้างจากวงล้อปูนที่ถูกฝังเรียงต่อกันในแนวตั้งลึกลงไปใต้พื้นดิน โดยปากบ่อมีความสูงกว่าพื้นดินขึ้นมาประมาณ 30 เซนติเมตร เมื่อชายคนหนึ่งสูง 1.75 เมตร ยืนห่างจากปากบ่อพอประมาณเขาก็้มลงประมาณ 50 องศา จึงมองเห็นระดับน้ำที่อยู่ฝั่งตรงข้ามกับเขาพอดี ชายคนดังกล่าวอยากทราบว่าระดับน้ำอยู่ต่ำกว่าปากบ่อเป็นระยะมากกว่าหรือน้อยกว่าความสูงของเขา”

4. ครูให้นักเรียนศึกษาสถานการณ์โดยละเอียดและระบุประเด็นคำถาม ข้อมูลหรือความรู้ที่ต้องใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหา

- แนวคำถามและคำตอบ

(สถานการณ์ข้างต้นสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร : ความลึกของปากบ่อไปถึงระดับผิวน้ำในบ่อ)

(ข้อมูลที่โจทย์ให้มามีอะไรบ้าง : ความสูงของชาย 1.75 เมตร, ปากบ่ออยู่สูงกว่าพื้นประมาณ 30 เซนติเมตร, ชายคนนั้นมองระดับน้ำในบ่อด้วยมุมก้มประมาณ  $50^\circ$ )

(นักเรียนมีแนวคิดอย่างไรในการหาคำตอบ : ต้องวาดภาพจำลองเพื่อให้มองง่ายขึ้น)

#### ขั้นที่ 2 ทำปัญหาให้ง่ายขึ้น 15 นาที

5. ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาถึงกระบวนการแก้ปัญหา

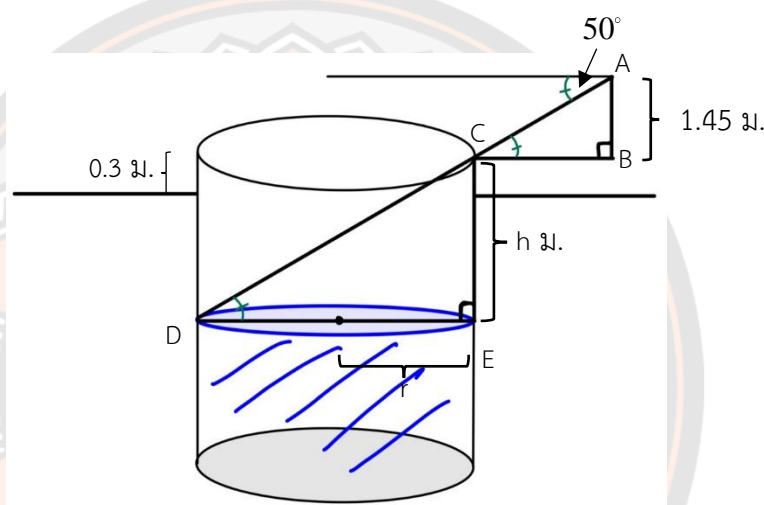
- แนวคำถามและคำตอบ

(นักเรียนจะเริ่มต้นแก้ปัญหาหรือทำให้ดูง่ายขึ้นได้อย่างไร : ลองวาดภาพจำลองโดยใช้รูปเรขาคณิตที่ใกล้เคียงกับสถานการณ์)

(เมื่อวาดภาพแล้วสามารถหาคำตอบได้เลยหรือไม่อย่างไร : ยังไม่ได้ ต้องระบุข้อมูลที่โจทย์ให้มาลงไปในภาพก่อน)

(เมื่อวาดภาพและระบุข้อมูลครบถ้วนแล้วนักเรียนคิดว่า จะหาผลลัพธ์ได้อย่างไร : เนื่องจากโจทย์บอกมุมและความยาวบางส่วนมาให้ น่าจะใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติในการหาผลลัพธ์)

6. นักเรียนลองวาดภาพจำลองจากสถานการณ์ปัญหาข้างต้น



(จากรูปนักเรียนพบแนวคิดใดในการหาคำตอบ : เนื่องจาก สามเหลี่ยม  $ABC$  กับ สามเหลี่ยม  $CED$  เป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน จะได้ว่า  $\hat{D}$  มีขนาด  $50^\circ$  จึงสามารถใช้แนวคิดอัตราส่วนตรีโกณมิติในการหาคำตอบได้)

(นักเรียนจะต้องทำอะไรบ้างและอะไรคือเงื่อนไขสำคัญที่ต้องคำนึงถึง ในการหาคำตอบ : จากรูปต้องหาความยาวด้าน  $CE$  แต่เนื่องจากไม่รู้ความยาวด้านของสามเหลี่ยม  $CED$  ดังนั้นอาจจะต้องดูความสัมพันธ์ระหว่างความลึกของระดับน้ำไปถึงปากบ่อกับเส้นผ่านศูนย์กลางของบ่อ)

(ลองระบุขั้นตอนที่ต้องทำ : เนื่องจากโจทย์ต้องการให้เปรียบเทียบความสูงของชายคนดังกล่าวกับความลึกของปากบ่อไปถึงระดับน้ำ ดังนั้นอาจจะลองกำหนดให้ ความลึกเท่ากับ ความสูงของชายคนนั้นเพื่อหาว่าเส้นผ่านศูนย์กลางของบ่อคือเท่าไร)

**ขั้นที่ 3 คิดให้เป็นคณิตศาสตร์ 15 นาที**

7. ครูให้นักเรียนในกลุ่มช่วยกันเขียนสมการที่ต้องใช้ในการหาผลลัพธ์ พร้อมทั้งระบุข้อมูลที่โจทย์ให้มาลงในสมการ

$$\text{จาก } \tan 50^\circ = \frac{h}{2r}$$

กำหนดให้  $h = 1.75$  (เพื่อจะตรวจสอบว่าเส้นผ่านศูนย์กลางของปากบ่อยาวเท่าไร)

$$\text{จะได้ว่า } \tan 50^\circ = \frac{1.75}{2r}$$

#### ขั้นที่ 4 ดำเนินการทางคณิตศาสตร์ 15 นาที

8. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันคำนวณหาผลลัพธ์จากแนวคิดที่ได้ในขั้นที่ 3 โดยครูถามคำถามกระตุ้นคิด

-แนวคำถามและคำตอบ

( ในบทเรียนที่ผ่านมา นักเรียนรู้ค่าของอัตราส่วน  $\sin, \cos, \tan$  ของมุมที่มีขนาดเท่าไรมาแล้ว

บ้าง :  $30^\circ, 45^\circ$  และ  $60^\circ$  )

( ในสถานการณ์ปัญหานี้ นักเรียนจะต้องใช้อัตราส่วนใดและมุมมีขนาดเท่าไร : อัตราส่วน

$\tan$  ของมุม  $50^\circ$  )

( มีใครรู้บ้างว่าเราจะหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลมที่ไม่ใช่  $30^\circ, 45^\circ$  และ  $60^\circ$  ได้จากไหน : .... ) จากคำถามนี้อาจจะมีนักเรียนที่รู้ และไม่รู้ ให้ครูบอกวิธีที่เราสามารถใช้ตารางค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลมได้ พร้อมทั้งสอนวิธีดูตาราง

$$\text{จาก } \tan 50^\circ = \frac{h}{2r}$$

$$\text{กำหนดให้ } h = 1.75$$

$$\text{จะได้ว่า } \tan 50^\circ = \frac{1.75}{2r}$$

$$1.192 = \frac{1.75}{2r} \quad \text{เนื่องจาก } (\tan 50^\circ \approx 1.192)$$

$$2r = 1.47$$

#### ชั่วโมงที่ 2

#### ขั้นที่ 5 แปลความหมายผลลัพธ์กับสถานการณ์ปัญหาจริง 5 นาที

9. ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาถึงผลลัพธ์ที่ได้ โดยใช้คำถามกระตุ้นคิด

( จากผลลัพธ์ที่ได้ นักเรียนคิดว่า ความลึกจากปากบ่อไปถึงระดับน้ำเป็นอย่างไร : จากผลลัพธ์

ถ้ากำหนดให้ ความลึกเท่ากับ ความสูงของชายคนนั้น แสดงว่า เส้นผ่านศูนย์กลางของบ่อจะต้องกว้างประมาณ 1.47 เมตร ถ้าเส้นผ่านศูนย์กลางของบ่อมากกว่าหรือน้อยกว่า 1.47 เมตร แสดงว่า ความลึกระหว่างปากบ่อถึงระดับน้ำก็จะมากกว่าและน้อยกว่าความสูงของชายคนดังกล่าวตามลำดับ )

#### ขั้นที่ 6 ตรวจสอบความเหมาะสม 5 นาที

10. ครูและนักเรียนร่วมกันพิจารณาถึงความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ที่ได้

(ผลลัพธ์ที่ได้คือผลลัพธ์ที่ต้องสมบูรณ์ของสถานการณ์ปัญหาจริงหรือไม่อย่างไร : อาจจะไม่ต้องสมบูรณ์ เนื่องจากในสถานการณ์จริง พื้นที่อาจจะสูงต่ำไม่เท่ากัน หรือบ่อน้ำอาจจะมีความเอียงได้)

(วิธีการดังกล่าวสามารถนำไปใช้คำนวณพื้นที่จริงได้หรือไม่อย่างไร : ใช้เป็นแนวทางได้ แต่ผลลัพธ์ที่ได้อาจจะมีความคลาดเคลื่อนจากค่าจริง เนื่องจากคำนวณโดยใช้รูปเรขาคณิต แต่พื้นที่จริงอาจจะไม่ได้เป็นรูปเรขาคณิตที่เหมือนกับแบบจำลอง)

ขั้นที่ 7 นำเสนอ 40 นาที

11. นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอผลงานของกลุ่มตนเอง โดยให้เพื่อน ๆ ร่วมกันอภิปรายถึงความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของแนวคิดและผลลัพธ์ที่ได้

12. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลม โดยสรุปสาระสำคัญ ดังนี้ อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลม คือ ค่าของ  $\sin A$ ,  $\cos A$  และ  $\tan A$  เมื่อ

$0^\circ < A < 90^\circ$  ซึ่งสามารถดูได้จากตารางค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่มีขนาดเป็นจำนวนเต็ม สำหรับกรณีที่  $A$  มีค่าเท่ากับ  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  หรือ  $60^\circ$  โดยค่าของ  $\sin A$ ,  $\cos A$  และ  $\tan A$  จะเป็นดังนี้

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}, \tan 45^\circ = 1, \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

7. สื่อและแหล่งเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมเรื่อง บ่อน้ำบาดาล
2. หนังสือเรียนคณิตศาสตร์สสวท.ชั้น ม.3 เล่ม 2

8. การวัดประเมินผลการเรียนรู้

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีวัดผล	เครื่องมือวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล
1) นักเรียนสามารถบอกค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลมได้(K)	ตรวจใบกิจกรรมเรื่อง บ่อน้ำบาดาล	ใบกิจกรรมเรื่อง บ่อน้ำบาดาล	ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนทั้งหมด



จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีวัดผล	เครื่องมือวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล	
2) นักเรียนเกิดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ (P) 2.1 การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์	ตรวจใบกิจกรรม เรื่อง บ่อน้ำบาดาล	ใบกิจกรรม เรื่อง บ่อน้ำบาดาล	ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนทั้งหมด	
2.2 การใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์				
2.3 การตีความและประเมินผลลัพธ์				
3) นักเรียนมีความใฝ่เรียนรู้(A)	สังเกตพฤติกรรมระหว่างเรียน	แบบสังเกตพฤติกรรม	ผ่านเกณฑ์การประเมินในระดับดีขึ้นไป	
<b>เกณฑ์การประเมินคุณลักษณะใฝ่เรียนรู้</b>				
<b>พฤติกรรมบ่งชี้</b>	<b>0 (ไม่ผ่าน)</b>	<b>1 (ผ่าน)</b>	<b>2 (ดี)</b>	<b>3(ดีเยี่ยม)</b>
เอาใจใส่และมี	ไม่ตั้งใจเรียน	ตั้งใจเรียน	เข้าเรียนตรง	เข้าเรียนตรง
ความเพียร	พูดคุยหรือทำ	ปฏิบัติกิจกรรม	เวลา ตั้งใจเรียน	เวลา ตั้งใจเรียน
พยายามในการเรียนรู้	กิจกรรมอื่น ๆ ในขณะเรียน	ตามที่ครูมอบหมาย	ปฏิบัติกิจกรรมตามที่ครูมอบหมาย มี	ปฏิบัติกิจกรรมตามที่ครูมอบหมาย มี
			มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ ร่วมตอบคำถามขณะเรียน แต่ไม่กล้า	มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ ร่วมตอบคำถามขณะเรียน และกล้า
			ซักถามข้อสงสัย	ซักถามข้อสงสัย

### บันทึกหลังสอน

#### ด้านความรู้ (K)

พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 30 คน มีความรู้เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลม ผ่านเกณฑ์การประเมิน.....คน คิดเป็นร้อยละ.....

#### ด้านทักษะ/กระบวนการ (P)

พบว่า นักเรียนมีทักษะการแก้ปัญหา เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลม ผ่านเกณฑ์การประเมิน ดังนี้

- |                        |             |    |                    |
|------------------------|-------------|----|--------------------|
| - ได้คะแนน 70 % ขึ้นไป | จำนวน ..... | คน | คิดเป็นร้อยละ..... |
| - ได้คะแนน 60% - 69%   | จำนวน.....  | คน | คิดเป็นร้อยละ..... |
| - ได้คะแนน 50% - 59%   | จำนวน ..... | คน | คิดเป็นร้อยละ..... |
| - คะแนนต่ำกว่า 50 %    | จำนวน ..... | คน | คิดเป็นร้อยละ..... |

#### ด้านคุณลักษณะ (A)

พบว่า นักเรียนมีคุณลักษณะอันพึงประสงค์ผ่านเกณฑ์ในระดับ.....ดี.....  
จำนวน.....คน คิดเป็นร้อยละ.....

#### ปัญหาที่ควรแก้ไข/พัฒนา

.....

.....

.....

#### วิธีดำเนินการแก้ไข/พัฒนา (นำไปสู่การทำวิจัยในชั้นเรียน)

.....

.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน

( นางสาววราพร แสงผึ้ง )

ตำแหน่ง ครู โรงเรียนเฉลิมขวัญสตรี

แบบบันทึกการสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมใฝ่เรียนรู้รายบุคคล  
 ครั้งที่ ..... เรื่อง .....  
 รหัสวิชา ..... ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา..... ชั้น.....  
 โรงเรียน .....

ที่	ชื่อ - สกุล	พฤติกรรมบ่งชี้			
		เอาใจใส่และมีความเพียรพยายามในการเรียนรู้			
		0 (ไม่ผ่าน)	1 (ผ่าน)	2 (ดี)	3(ดีเยี่ยม)
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					

ลงชื่อ .....

(นางสาววรภาพร แสงผึ้ง )

ครูผู้สอน / ผู้ประเมิน

### แบบสะท้อนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ครั้งที่.....วันที่.....เดือน.....พ.ศ. 2566.....  
 แผนการจัดการเรียนรู้ที่.....เรื่อง.....  
 จำนวน.....ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่...3...ภาคเรียนที่...2...ปีการศึกษา...2566.....  
 ครูผู้สอน.....นางสาววราพร...แสงผึ้ง.....

#### คำชี้แจง

1.แบบสะท้อนการจัดการเรียนรู้ฉบับนี้ ใช้สำหรับสะท้อนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งทั้งหมด 7 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 อ่านทำความเข้าใจปัญหา

ขั้นที่ 2 ทำปัญหาให้ง่ายขึ้น

ขั้นที่ 3 คิดให้เป็นคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 4 ดำเนินการทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 5 แปลความหมายผลลัพธ์กับสถานการณ์ปัญหาจริง

ขั้นที่ 6 ตรวจสอบความเหมาะสม

ขั้นที่ 7 นำเสนอ

2. ขอให้ผู้สะท้อนผลพิจารณาการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัย พร้อมทั้งบันทึกรายละเอียดของการสะท้อนผล ข้อคิดเห็นและข้อเสนอแนะ ในแต่ละขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัย

#### การจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ 7 ขั้นตอน

ขั้นการจัดการเรียนรู้	ได้	ไม่ได้	ไม่แน่ใจ
ขั้นที่ 1 อ่านทำความเข้าใจปัญหา - ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนระบุประเด็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาได้หรือไม่ อย่างไร			
จุดเด่น			
.....			
.....			
.....			

ชั้นการจัดการเรียนรู้	ได้	ไม่ได้	ไม่แน่ใจ
<p>ปัญหาอุปสรรค</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>แนวทางแก้ไข</p> <p>.....</p> <p>.....</p>			
<p>ขั้นที่ 2 ทำปัญหาให้ง่ายขึ้น</p> <p>- ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนจัดรูปอย่างง่ายหรือแยกย่อยสถานการณ์ปัญหาเพื่อทำสถานการณ์ปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่ายได้หรือไม่ อย่างไร</p>			
<p>จุดเด่น</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>ปัญหาอุปสรรค</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>แนวทางแก้ไข</p> <p>.....</p> <p>.....</p>			
<p>ขั้นที่ 3 คิดให้เป็นคณิตศาสตร์</p> <p>- ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ที่เป็นมาตรฐานได้หรือไม่ อย่างไร</p>			
<p>จุดเด่น</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>ปัญหาอุปสรรค</p> <p>.....</p> <p>.....</p>			

ชั้นการจัดการเรียนรู้	ได้	ไม่ได้	ไม่แน่ใจ
แนวทางแก้ไข ..... .....			
- ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนวางแผนสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อย่างง่าย ที่มีความสอดคล้องกับการแก้ปัญหาได้หรือไม่ อย่างไร			
จุดเด่น ..... .....			
ปัญหาอุปสรรค ..... .....			
แนวทางแก้ไข ..... .....			
ชั้นที่ 4 ดำเนินการทางคณิตศาสตร์ - ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนระบุวิธีแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาได้หรือไม่ อย่างไร			
จุดเด่น ..... .....			
ปัญหาอุปสรรค ..... .....			
แนวทางแก้ไข ..... .....			

- ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสมได้หรือไม่ อย่างไร			
<p>จุดเด่น</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>ปัญหาอุปสรรค</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>แนวทางแก้ไข</p> <p>.....</p> <p>.....</p>			
- ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนให้เหตุผลสำหรับกระบวนการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้หรือไม่ อย่างไร			
<p>จุดเด่น</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>ปัญหาอุปสรรค</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>แนวทางแก้ไข</p> <p>.....</p> <p>.....</p>			
<p>ขั้นที่ 5 แปลความหมายผลลัพธ์กับสถานการณ์ปัญหาจริง</p> <p>- ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากแบบจำลองให้อยู่ในบริบทโลกชีวิตจริงได้หรือไม่ อย่างไร</p>			
<p>จุดเด่น</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>ปัญหาอุปสรรค</p> <p>.....</p> <p>.....</p>			

แนวทางแก้ไข ..... .....			
ชั้นที่ 6 ตรวจสอบความเหมาะสม - ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนประเมินความสมเหตุสมผลของ ผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กับบริบทโลกชีวิตจริงได้หรือไม่ อย่างไร			
จุดเด่น ..... .....			
ปัญหาอุปสรรค ..... .....			
แนวทางแก้ไข ..... .....			
- ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนรู้ขอบเขตหรือข้อจำกัดของวิธีการ แก้ปัญหาที่ใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้หรือไม่ อย่างไร			
จุดเด่น ..... .....			
ปัญหาอุปสรรค ..... .....			
แนวทางแก้ไข ..... .....			
ชั้นที่ 7 นำเสนอ - ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนนำเสนอกระบวนการแก้ปัญหาโดย การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ตนเองสร้างขึ้นได้หรือไม่ อย่างไร			



จุดเด่น
.....
.....
ปัญหาอุปสรรค
.....
.....
แนวทางแก้ไข
.....
.....

การจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์นี้สามารถช่วยส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้หรือไม่ อย่างไร

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ผู้สะท้อนผล

(.....)

วันที่.....

## ตัวอย่างใบกิจกรรม

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....กลุ่มที่.....

### ใบกิจกรรม เรื่อง บ่อน้ำบาดาล

“ที่ใจกลางหมู่บ้านแห่งหนึ่งมีบ่อน้ำบาดาลที่สร้างจากวงล้อปูนที่ถูกฝังเรียงต่อกันในแนวตั้งลึกลงไป  
ในพื้นที่ดิน โดยปากบ่อมีความสูงกว่าพื้นดินขึ้นมาประมาณ 30 เซนติเมตร เมื่อชายคนหนึ่งสูง 1.75  
เมตร ยืนห่างจากปากบ่อพอประมาณเขาก็้มลงประมาณ 50 องศา จึงมองเห็นระดับน้ำที่อยู่ฝั่งตรง  
ข้ามกับเขาพอดี ชายคนดังกล่าวอยากทราบว่าระดับน้ำอยู่ต่ำกว่าปากบ่อเป็นระยะมากกว่าหรือ  
น้อยกว่าความสูงของเขา”

**คำถามที่ 1** จากโจทย์ให้นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลที่โจทย์ให้มาที่สามารถ  
นำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ (องค์ประกอบที่ 1.1)

.....  
 .....  
 .....

**คำถามที่ 2** จากโจทย์นักเรียนมีแนวคิดอย่างไรในการหาผลลัพธ์ เพราะเหตุใดจึงใช้แนวคิดนั้น  
พร้อมระบุความรู้ที่ต้องใช้ในการหาคำตอบ (องค์ประกอบที่ 2.1 และองค์ประกอบที่ 2.3)

.....  
 .....  
 .....

**คำถามที่ 3** ให้นักเรียนวาดภาพแบบจำลองสถานการณ์เพื่อใช้ในการประกอบการแก้ปัญหาข้างต้น  
(องค์ประกอบที่ 1.2 และองค์ประกอบที่ 1.3)

**คำถามที่ 4** ให้นักเรียนระบุสมการที่ต้องใช้ในการหาผลลัพธ์ พร้อมทั้งระบุข้อมูลที่โจทย์ให้มาลงในสมการ (องค์ประกอบที่ 1.2 และองค์ประกอบที่ 1.3)

.....

.....

.....

.....

.....

**คำถามที่ 5** จากสมการในคำถามที่ 4 ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาผลลัพธ์โดยละเอียด (องค์ประกอบที่ 2.2)

.....

.....

.....

.....

.....

**คำถามที่ 6** จากผลลัพธ์ที่ได้นักเรียนคิดว่าจะแปลความหมายได้อย่างไร (องค์ประกอบที่ 3.1)

.....

.....

.....

**คำถามที่ 7** ผลลัพธ์ที่ได้คือผลลัพธ์ที่ถูกต้องสมบูรณ์ของสถานการณ์ปัญหาจริงหรือไม่อย่างไร (องค์ประกอบที่ 3.2)

.....

.....

**คำถามที่ 8** วิธีการดังกล่าวสามารถนำไปใช้คำนวณพื้นที่จริงได้หรือไม่ เพราะเหตุใด (องค์ประกอบที่ 3.3)

.....

.....

แบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ  
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566  
รายวิชาคณิตศาสตร์ 6 รหัสวิชา ค23102

คำชี้แจง

1. แบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้ประกอบด้วยสถานการณ์ปัญหาทั้งหมด 2 สถานการณ์
2. แต่ละสถานการณ์จะประกอบด้วยคำถามย่อย 7 - 8 คำถาม
3. ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดและผลลัพธ์ของแต่ละคำถามย่อยโดยละเอียด
4. แบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้ใช้เวลาในการทดสอบ 1 ชม.
5. ในหน้าสุดท้ายของแบบวัดจะเป็นตารางแสดงค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติ  $\sin \theta, \cos \theta, \tan \theta$  โดยที่ด้านหลังสามารถใช้เป็นกระดาษทดได้
6. ไม่อนุญาตให้นักเรียนนำแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้ออกจากห้องสอบ



## สถานการณ์ที่ 1 เทศกาลบอลลูน



เมื่อถึงฤดูหนาว หลาย ๆ จังหวัดจะมีการจัดงานเทศกาลบอลลูน เพื่อให้นักท่องเที่ยวได้ขึ้นบอลลูนชมทิวทัศน์ที่สวยงาม ในปีนี้ครอบครัวของกิ่งแก้ว และครอบครัวของสายน้ำได้ซื้อตั๋วเพื่อขึ้นบอลลูน เมื่อทั้ง 2 ครอบครัวไปถึงงานก็ได้เวลาขึ้นบอลลูนพอดี เจ้าหน้าที่แจ้งว่าจุดปล่อยบอลลูนของทั้ง 2 อยู่ห่างกัน 10 เมตร โดยบอลลูนของกิ่งแก้วถูกปล่อยเวลา 17.00 น. มีอัตราเร็วอยู่ที่ 6 เมตร/นาที และบอลลูนของสายน้ำปล่อยช้ากว่ากิ่งแก้วประมาณ 1 นาที ถ้าไม่คำนึงถึงแรงหรือทิศทางของลมและบอลลูนมีเชือกผูกไว้ที่จุดปล่อย เมื่อเวลา 17.04 น. พบว่ากิ่งแก้วและสายน้ำมองเห็นกันในระดับสายตาพอดี ถ้าปล่อยให้บอลลูนลอยขึ้นไปอีก 30 วินาทีสายน้ำจะมองเห็นกิ่งแก้วเป็นมุมกึ่งองศา

● คำถามที่ 1 จากโจทย์ให้นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลที่โจทย์ให้มาที่สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ (องค์ประกอบที่ 1.1)

.....

.....

.....

.....

● คำถามที่ 2 จากโจทย์นักเรียนมีแนวคิดในการหาผลลัพธ์อย่างไร เพราะเหตุใดจึงใช้แนวคิดนั้น พร้อมระบุความรู้ที่ต้องใช้ในการหาคำตอบ (องค์ประกอบที่ 2.1 และองค์ประกอบที่ 2.3)

.....

.....

.....

● คำถามที่ 3 ให้นักเรียนกำหนดเงื่อนไขหรือปัจจัยที่ส่งผลต่อการหาผลลัพธ์ของสถานการณ์ปัญหา (องค์ประกอบที่ 1.2)

.....


.....

.....

- คำถามที่ 4 ให้นักเรียนวาดภาพแบบจำลองสถานการณ์เพื่อใช้ในประกอบการแก้ปัญหาข้างต้น และระบุสมการที่ต้องใช้ในการหาผลลัพธ์ (องค์ประกอบที่ 1.3)




- คำถามที่ 5 ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาผลลัพธ์โดยละเอียด (องค์ประกอบที่ 2.2)





## สถานการณ์ที่ 2 ลานกางเต็นท์



ลานกางเต็นท์แห่งหนึ่งได้เปิดให้เช่าพื้นที่สำหรับกางเต็นท์ ถ้านักเรียนสนใจไปกางเต็นท์ ซึ่งการกางเต็นท์โดยปกติจะต้องกางทาร์ปคลุมเต็นท์อีกรอบเหมือนเป็นหลังคาอีกชั้นหนึ่งเพื่อกันน้ำค้างและแสงแดด คุณแม่ได้มอบหมายให้นักเรียนและคุณพ่อเป็นคนช่วยกันกางทาร์ป โดยคุณแม่เตรียมอุปกรณ์ไปให้ดังนี้

1. ทาร์ปมีขนาด  $4 \times 4.5$  เมตร
2. เต็นท์มีขนาด หน้ากว้าง 1.5 เมตร ยาว 2 เมตร และสูง 1.5 เมตร
3. เสาสูง 1.8 เมตร จำนวน 3 คู่ ไม่จำเป็นต้องใช้ทั้งหมด
4. เชือกที่มีความยาวรวม 20 เมตร สามารถตัดได้และไม่จำเป็นต้องใช้หมด

ที่มา : decathlonpro

นักเรียนจะใช้เชือกกี่เส้น แต่ละเส้นยาวเท่าไรและทำมุมเท่าไรกับพื้น

● คำถามที่ 1 จากโจทย์ให้นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลที่โจทย์ให้มาที่สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ (องค์ประกอบที่ 1.1)

.....

.....

.....

.....

.....

● คำถามที่ 2 จากโจทย์นักเรียนมีแนวคิดในการหาผลลัพธ์อย่างไร เพราะเหตุใดจึงใช้แนวคิดนั้น พร้อมระบุความรู้ที่ต้องใช้ในการหาคำตอบ (องค์ประกอบที่ 2.1 และองค์ประกอบที่ 2.3)

.....

.....

.....



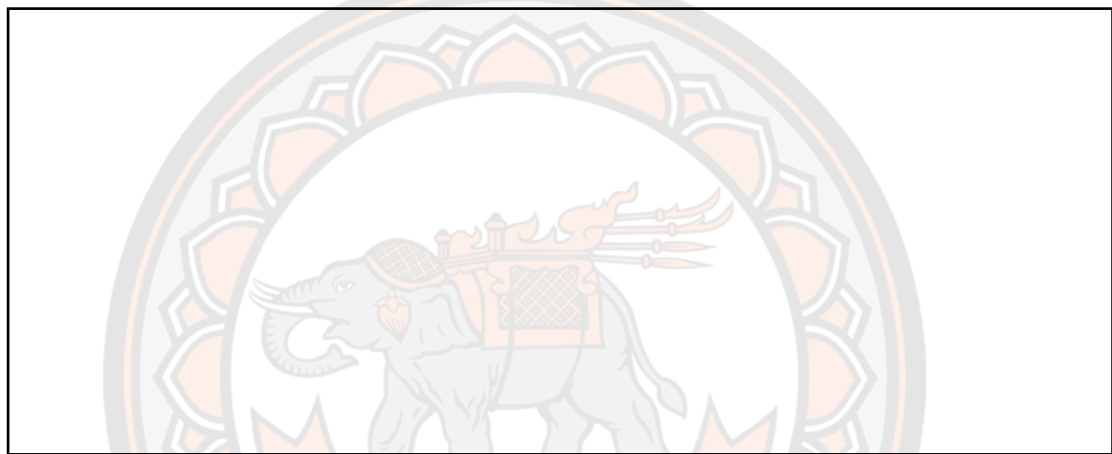
- คำถามที่ 3 ให้นักเรียนกำหนดเงื่อนไขหรือปัจจัยที่ส่งผลต่อการหาผลลัพธ์ของสถานการณ์ปัญหา (องค์ประกอบที่ 1.2)

.....

.....

.....

- คำถามที่ 4 ให้นักเรียนออกแบบการทางทาร์ปโดยการวาดภาพแบบจำลอง และระบุสมการที่ต้องใช้ในการหาผลลัพธ์(องค์ประกอบที่ 1.3)



.....

.....

.....

.....

- คำถามที่ 5 ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาผลลัพธ์โดยละเอียด (องค์ประกอบที่ 2.2)

.....

.....

.....

.....

.....

● คำถามที่ 6 จากผลลัพธ์ในข้อที่ 4 นักเรียนจะต้องใช้เชือกกี่เส้น แต่ละเส้นยาวเท่าไรและทำมุมเท่าไรกับพื้น (องค์ประกอบที่ 3.1)

---

---

---

---

---

---

---

---

● คำถามที่ 7 ระบุว่าผลลัพธ์ที่ได้มีความสมเหตุสมผลกับสถานการณ์ปัญหาหรือไม่ อย่างไร (องค์ประกอบที่ 3.2)

---

---

---

---

---

---

---

---

● คำถามที่ 8 วิธีการแก้ปัญหานี้สามารถนำไปใช้แก้ปัญหในสถานการณ์จริงที่มีบริบทใกล้เคียงกับสถานการณ์ข้างต้นได้หรือไม่ มีข้อจำกัดอย่างไร (องค์ประกอบที่ 3.3)

---

---

---

---

---

---

---

---

