



การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเพื่อส่งเสริมทักษะการแสดงแทนทาง  
คณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1



ลิขิต เสนรั่งสี

การค้นคว้าอิสระเสนอบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยนเรศวร  
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต  
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

ปีการศึกษา 2567

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยนเรศวร

การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเพื่อส่งเสริมทักษะการแสดงแทนทาง  
คณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1



การค้นคว้าอิสระเสนอบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยนเรศวร  
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

ปีการศึกษา 2567

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยนเรศวร

การค้นคว้าอิสระ เรื่อง "การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเพื่อส่งเสริมทักษะการ  
แสดงแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1"

ของ ลิขิต เสนรังสี

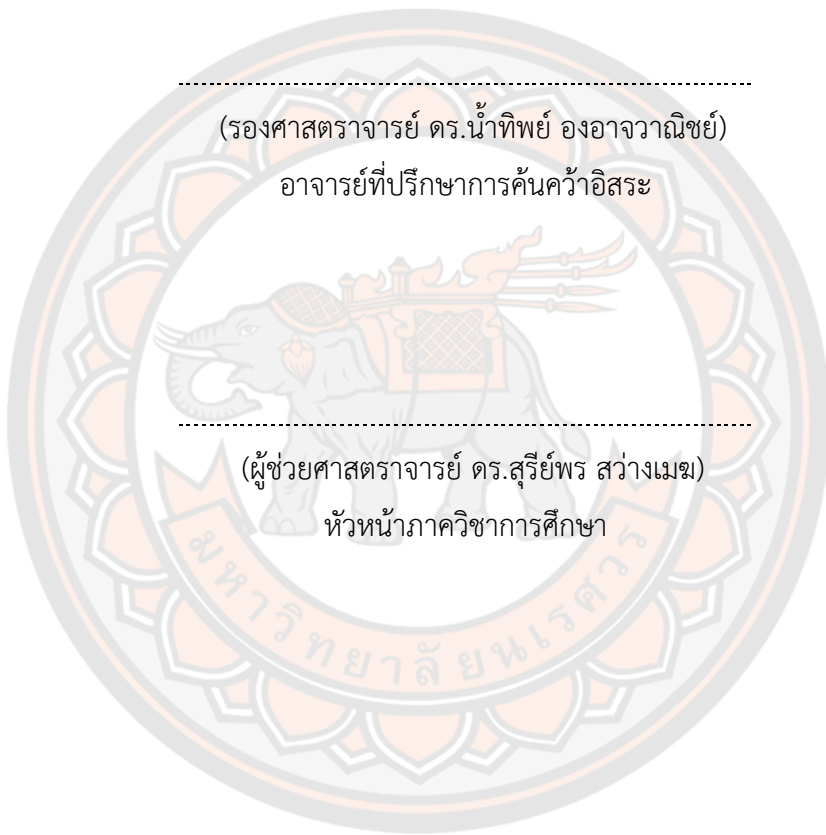
ได้รับการพิจารณาให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

-----  
(รองศาสตราจารย์ ดร.น้ำทิพย์ งามอาภาภิรักษ์)

อาจารย์ที่ปรึกษาการค้นคว้าอิสระ

-----  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรีย์พร สว่างเมฆ)

หัวหน้าภาควิชาการศึกษา



<b>ชื่อเรื่อง</b>	การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเพื่อส่งเสริมทักษะการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
<b>ผู้วิจัย</b>	ลิขิต เสนอรังสี
<b>ประธานที่ปรึกษา</b>	รองศาสตราจารย์ ดร.น้ำทิพย์ ่องอาจวานิชย์
<b>ประเภทสารนิพนธ์</b>	การค้นคว้าอิสระ กศ.ม. คณิตศาสตร์ศึกษา, มหาวิทยาลัยนเรศวร, 2567
<b>คำสำคัญ</b>	การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน, การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์, ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1, กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น

### บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่ส่งเสริมการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2) เพื่อศึกษาและส่งเสริมการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน โดยมีผู้เข้าร่วมของการวิจัยครั้งนี้คือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 จำนวน 32 คน ของโรงเรียนประจำอำเภอขนาดใหญ่แห่งหนึ่งในจังหวัดพิจิตร โดยใช้เวลาทั้งหมด 12 ชั่วโมง เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ 1) แผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ จำนวน 3 แผน และใบกิจกรรม โดยมีความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้อยู่ในเกณฑ์มากที่สุด 2) แบบวัดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ มีความตรงเชิงเนื้อหาทุกข้อสอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์ วิเคราะห์ข้อมูลด้วยการให้คะแนนแบบแยกประเด็นตามด้านของการแสดงแทน 3 ด้าน ได้แก่ การเขียนข้อความ การวาดและอธิบายรูปภาพ และการใช้สัญลักษณ์

ผลการวิจัยพบว่า 1) แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่ส่งเสริมการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ควรเลือกปัญหาปลายเปิดที่มีความน่าสนใจ มีแนวความคิดที่หลากหลายและมีความท้าทายและควรกระตุ้นให้นักเรียนนำความรู้เดิมเข้ามาใช้เพื่อแก้ปัญหา วิเคราะห์ความเหมาะสมของคำตอบ นำเสนอและแลกเปลี่ยนเรียนรู้กันในชั้นเรียนเพื่อให้ได้ความรู้ใหม่ 2) ในการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ ทั้งใน

ใบกิจกรรมและแบบวัดการสังเกตแทนทางคณิตศาสตร์พบการสื่อสารแบบข้อความและสัญลักษณ์ใน  
ระดับเริ่มต้น แต่ไม่พบการสังเกตแทนด้วยรูปภาพแล้วอธิบายออกมา



<b>Title</b>	DEVELOPING PROBLEM-BASED LEARNING ACTIVITIES TO RAISE MATHEMATICAL REPRESENTATION SKILLS ON GRAPH AND LINEAR RELATIONSHIP OF MATTHAYOMSEUKSA 1 STUDENTS
<b>Author</b>	Likit Senrangsee
<b>Advisor</b>	Associate Professor Namthip Ongardwanich, Ph.D.
<b>Academic Paper</b>	M.Ed. Independent Study in Mathematics Education, Naresuan University, 2024
<b>Keywords</b>	Problem-based learning, Mathematical Representations, Mattayomsueksa 1, Graph and Linear Relationships

### ABSTRACT

The purposes of this research were: 1) study Problem-based learning methods that enhance mathematical representations on graphs and linear relationships of Matthayomsueksa 1 students and 2) to study and raise the mathematical representations of Matthayomsueksa 1 students who received Problem-based Learning. The participants of this research were 35 students of Matthayomsueksa 1 in 2nd Semester, academic year 2023 at a large district school in Phichit Province. It took a total of 12 hours. The tools used for research were 1) 3 learning activity plans, activity sheets, with the appropriateness of the learning activity plans being in the highest criteria and 2) a mathematical representation test that all items were content valid and consistent with the contents and purposes. The data was analyzed using analytical scoring according to 3 aspects of representation: text writing; drawing and describing pictures and the use of symbols.

The results of research found that 1) A Problem-based Learning management approach that develops mathematical representations on graphs and linear relationships for Matthayomsueksa 1, students should choose interesting open-end problems, various concepts and challenges, and teachers should encourage students to use their previous knowledge to solve problems, analyze the appropriateness of

the answer, present and exchange knowledge in class to gain new knowledge. 2) In mathematical representations of both in three activity sheets and in the mathematics representation test was found text and symbol communication at the beginner level, but wasn't found a representation with any pictures with explanation.



## ประกาศคุณูปการ

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงในความกรุณาของ รองศาสตราจารย์ ดร.น้ำทิพย์ องอาจวานิชย์ ที่ปรึกษาการค้นคว้าอิสระ ที่ได้อุทิศสละเวลาอันมีค่ามาเป็นที่ปรึกษา พร้อมทั้งให้คำแนะนำตลอดระยะเวลาในการทำการวิจัยฉบับนี้ ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องของการวิจัยด้วยความเอาใจใส่ จนทำให้การวิจัยฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้อย่างสมบูรณ์

ขอขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วรินทร์ พูนไพบูลย์พิพัฒน์ ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ศึกษา และอาจารย์ประจำหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา ที่ให้แรงบันดาลใจ คำแนะนำและคำปรึกษาแก่ผู้วิจัย รองศาสตราจารย์ ดร.จักรกฤษ กลิ่นเยี่ยม ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ ตำแหน่ง รองศาสตราจารย์คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร และนาง สุธารัตน์ จุลญาตี ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนอุตรดิตถ์ดรุณี จังหวัดอุตรดิตถ์ ที่ได้ให้กรุณาให้ข้อมูลที่เป็นประโยชน์ในการวิจัยและให้ความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ตลอดจนให้คำแนะนำที่เป็นประโยชน์จนทำให้การศึกษาค้นคว้าอิสระครั้งนี้สมบูรณ์และมีคุณค่า

ขอขอบพระคุณผู้อำนวยการโรงเรียนสากเหล็กวิทยา ที่ได้ให้ความอนุเคราะห์อำนวยความสะดวกและให้ความร่วมมืออย่างดียิ่งในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ และขอขอบพระคุณคุณครูและนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ปีการศึกษา 2566 โรงเรียนสากเหล็กวิทยา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาพิจิตร ที่ให้ความร่วมมือในการศึกษาค้นคว้าอิสระครั้งนี้เป็นอย่างดี

ขอขอบคุณพี่ ๆ และน้อง ๆ ร่วมชั้นเรียนทุกคนที่คอยให้คำแนะนำ แลกเปลี่ยนเรียนรู้ และคอยให้กำลังใจกันตลอดเวลาที่ผ่านมา

ขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ภาควิชาการศึกษา และคณาจารย์คณะศึกษาศาสตร์ทุกท่านที่คอยสั่งสอนและอบรมให้นิสิตเป็นอย่างดี

เหนือสิ่งอื่นใดกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา ที่คอยเป็นกำลังใจสำคัญ และคอยส่งเสริมสนับสนุนในทุก ๆ ด้าน

คุณค่าและประโยชน์จากการศึกษาค้นคว้าอิสระฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบและอุทิศแด่ผู้มีพระคุณทุกท่าน และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าการศึกษาค้นคว้าอิสระฉบับนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการศึกษา การพัฒนาการจัดการเรียนรู้ และผู้ที่สนใจได้ต่อไปบ้างไม่มากก็น้อย



## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ค
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
ประกาศคุณูปการ.....	ช
สารบัญ.....	ซ
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญรูปภาพ.....	ฉ
บทที่ 1 บทนำ.....	14
ความเป็นมาของปัญหา.....	14
คำถามการวิจัย.....	17
จุดมุ่งหมายของการวิจัย.....	17
ขอบเขตการวิจัย.....	17
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	18
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	20
1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.....	21
2. การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์.....	24
3. การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน.....	43
4. ความสัมพันธ์ระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานกับการแสดงแทนทาง คณิตศาสตร์.....	52
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	53

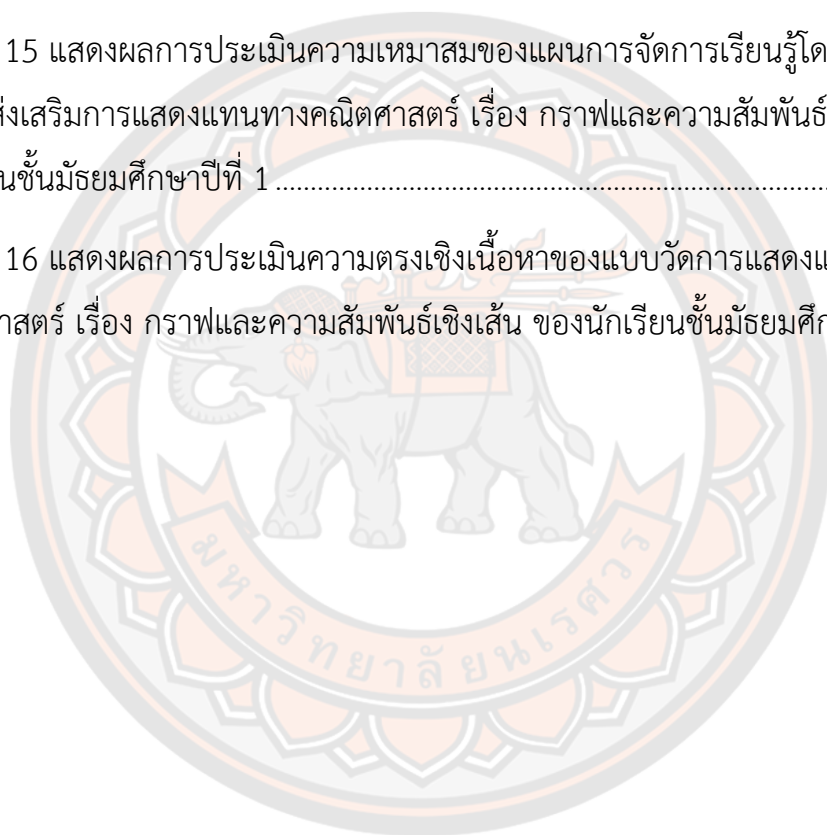
บทที่ 3 วิธีดำเนินงานวิจัย.....	59
รูปแบบการวิจัย.....	59
กลุ่มเป้าหมาย/ผู้เข้าร่วมวิจัย.....	61
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	61
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	67
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	68
บทที่ 4 ผลการวิจัย.....	69
ตอนที่ 1 แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่ส่งเสริมการนำเสนอการ แสดงแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 1.....	69
ตอนที่ 2 ผลการนำเสนอการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน.....	91
บทที่ 5 บทสรุป.....	99
สรุปผลการวิจัย.....	99
อภิปรายผล.....	101
ข้อเสนอแนะ.....	104
บรรณานุกรม.....	106
ภาคผนวก.....	113
ประวัติผู้วิจัย.....	156

## สารบัญตาราง

### หน้า

ตาราง 1 แสดงระดับการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับตัวชี้วัดของ NCTM....	38
ตาราง 2 แสดงแนวทางการให้คะแนนสำหรับการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของ Cai. J. S., Jakabcsin M., & Lane S.....	39
ตาราง 3 แสดงเกณฑ์การประเมินการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของแพรวไหม สามารถ .....	40
ตาราง 4 แสดงเกณฑ์การประเมินการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของสาวตรี มูลสุวรรณ .....	41
ตาราง 5 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานกับการนำเสนอการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ .....	53
ตาราง 6 แสดงเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การวิจัย .....	62
ตาราง 7 แสดงความสอดคล้องระหว่างหัวข้อของแผนการจัดการเรียนรู้ ใบกิจกรรม และข้อสอบในแบบวัดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์.....	66
ตาราง 8 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละกระบวนการในวงจรปฏิบัติการที่ 1 .....	80
ตาราง 9 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละกระบวนการในวงจรปฏิบัติการที่ 2 .....	86
ตาราง 10 แสดงบทบาทครูและนักเรียนในแต่ละกระบวนการของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเพื่อส่งเสริมการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ .....	90
ตาราง 11 แสดงจำนวนกลุ่มนักเรียนตามระดับคะแนนในเกณฑ์การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์จากใบกิจกรรมของวงจรปฏิบัติการที่ 1 .....	92

ตาราง 12 แสดงจำนวนกลุ่มนักเรียนตามระดับคะแนนในเกณฑ์การแสดงแทนทาง คณิตศาสตร์จากใบกิจกรรมของวงจรปฏิบัติการที่ 2 .....	94
ตาราง 13 แสดงจำนวนกลุ่มนักเรียนตามระดับคะแนนในเกณฑ์การแสดงแทนทาง คณิตศาสตร์จากใบกิจกรรมของวงจรปฏิบัติการที่ 3 .....	96
ตาราง 14 แสดงจำนวนนักเรียนจำแนกระดับการนำเสนอตัวแทนความคิดทาง คณิตศาสตร์เป็นร้อยละ .....	97
ตาราง 15 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็น ฐานที่ส่งเสริมการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 .....	115
ตาราง 16 แสดงผลการประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัดการแสดงแทนทาง คณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ...	120



## สารบัญรูปภาพ

### หน้า

ภาพ 1 แสดงแทนการใช้ตัวอย่างเป็นรูปธรรม (Schutz & Waters , 2000).....	30
ภาพ 2 แสดงถึงการเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่าของสถานการณ์ที่ 1 (Schutz & Waters , 2000)..	30
ภาพ 3 แสดงถึงความสัมพันธ์ของจำนวนปากกาและราคา (Schutz & Waters , 2000).....	30
ภาพ 4 แสดงถึงการใช้ตารางแบบเขียนมือ (Schutz & Waters , 2000).....	31
ภาพ 5 แสดงถึงการใช้ตารางแผ่นงาน (Schutz & Waters , 2000).....	31
ภาพ 6 แสดงถึงการใช้กราฟ (Schutz & Waters , 2000).....	32
ภาพ 7 แสดงถึงการใช้วิธีการทางพีชคณิต (Schutz & Waters , 2000).....	32
ภาพ 8 แสดงถึงตัวอย่างการแก้ปัญหาโดยใช้เมทริกซ์และเครื่องคิดเลขกราฟิก .....	32
ภาพ 9 แสดงถึงการแสดงแทนในการแก้ปัญหาของนักเรียน .....	34
ภาพ 10 การแสดงแทนในการแก้ปัญหาค่าอาหารรวมกับภาษีและค่าบริการของพนักงาน .....	35
ภาพ 11 แสดงการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหาค่าอาหารรวมกับภาษีและค่าบริการของพนักงาน .....	36
ภาพ 12 แสดงกรอบแนวคิดของงานวิจัย .....	58
ภาพ 13 แสดงวงจรการวิจัยเชิงปฏิบัติการ.....	60
ภาพ 14 แสดงถึงตัวอย่างการใช้ความรู้เดิมของการแก้ปัญหามาใช้ในกิจกรรมที่ 1 .....	72
ภาพ 15 แสดงถึงตัวอย่างการใช้ความรู้เดิมของการแก้ปัญหามาใช้ในกิจกรรมที่ 2.....	72
ภาพ 16 การแสดงแทนความคิดโดยใช้ข้อความ จากภาษาที่ชัดเจนที่สุดไปยังภาษาที่คลุมเครือที่สุด.....	74
ภาพ 17 แสดงวิธีการแก้ปัญหาจากสิ่งที่ระบุได้ โดยใช้การแสดงแทนทางข้อความ.....	75
ภาพ 18 แสดงร่องรอยของการเลือกที่นั้งก่อนนำมาคำนวณในกระบวนการดังกล่าว .....	76

ภาพ 19 แสดงการอธิบายจุดและคำตอบจากใบงานที่กำหนดให้.....	76
ภาพ 20 แสดงการเปรียบเทียบรายละเอียดของกลุ่มอื่น ๆ ในกิจกรรมที่ 1 .....	78
ภาพ 21 แสดงการเปรียบเทียบรายละเอียดของกลุ่มอื่น ๆ ในกิจกรรมที่ 2 .....	79
ภาพ 22 แสดงให้เห็นถึงการระบุปัญหาของนักเรียนในกิจกรรมที่ 3 .....	83
ภาพ 23 แสดงให้เห็นถึงการระบุปัญหาของนักเรียนในกิจกรรมที่ 4 .....	83
ภาพ 24 แสดงร่องรอยการขีดเขียนเพื่อแสดงวิธีการแก้ปัญหาในกิจกรรมที่ 3 และกิจกรรมที่ 4 ตามลำดับ .....	84
ภาพ 25 แสดงตัวอย่างคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหาในกิจกรรมที่ 3 และกิจกรรมที่ 4 ตามลำดับ.....	84
ภาพ 26 แทนการเขียนกราฟจากสเกลที่ปรับแล้วของนักเรียน .....	88
ภาพ 27 แสดงการคำนวณโดยใช้ความสัมพันธ์ที่กำหนดให้.....	89
ภาพ 28 แสดงการใช้สัญลักษณ์ในกิจกรรมที่ 3 ในระดับ 2.....	95

# บทที่ 1

## บทนำ

### ความเป็นมาของปัญหา

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์ (กระทรวงศึกษาธิการ , 2560)

ปัจจุบันการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในประเทศไทยยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร ดังจะเห็นได้จากคะแนนเฉลี่ยจากผลการประเมินโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (Programme for International Student Assessment : PISA) ในวิชาคณิตศาสตร์ ประเทศไทยได้คะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยโดยตลอด นับตั้งแต่การสอบ PISA 2009 , PISA 2012 , PISA 2015 , PISA 2018 อยู่ที่ 419 คะแนน 427 คะแนน 415 คะแนน และ 419 คะแนนตามลำดับ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี , 2564) สอดคล้องกับคะแนนเฉลี่ยของการทดสอบการศึกษาระดับชาติระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ในปีการศึกษา 2561 ถึงปีการศึกษา 2565 พบว่านักเรียนได้คะแนนเฉลี่ย 30.04 คะแนน , 26.73 คะแนน , 25.46 คะแนน , 24.47 คะแนน และ 24.39 คะแนนตามลำดับ เนื่องจากการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ในอดีตเพียงแต่มุ่งให้นักเรียนได้รับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เน้นเนื้อหาและการทำงานตามขั้นตอนหรือกระบวนการที่ครูยกตัวอย่างหรือทำให้ดูเท่านั้น (อัมพร ม้าคอง, 2559) และแนวโน้มของคะแนนเฉลี่ยของแต่ละปีจะมีแนวโน้มที่ต่ำลง ยิ่งไปกว่านั้น เมื่อพบปัญหาที่เป็นสถานการณ์ซับซ้อน ไม่คุ้นเคย หรือต้องใช้การแปลความหมายทางคณิตศาสตร์ นักเรียนอาจไม่สามารถใช้ขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ที่คุ้นเคยแก้ปัญหาได้ (อัมพร ม้าคอง, 2558)

ปัญหาจากการพบเห็นในชั้นเรียนส่วนใหญ่มาจากการที่นักเรียนมองไม่เห็นความสำคัญของคณิตศาสตร์ มองว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่ไกลตัว ไม่สามารถนำมาใช้ได้ในชีวิตประจำวัน เป็นเรื่องที่เป็นนามธรรม เข้าใจได้ยาก เมื่อพบกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ถือว่าเป็นสถานการณ์จำลองที่สร้าง

จากปัญหาที่สามารถพบได้ในชีวิตประจำวัน และถือว่าเป็นสิ่งสำคัญที่ควรจะต้องได้รับการพัฒนาให้นักเรียนได้ฝึกคิดฝึกทดลองแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น เพราะการฝึกแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ย่อมมีส่วนในการช่วยส่งเสริมลำดับการคิด กระบวนการคิด และกระบวนการทำงานของผู้เรียน อันจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้และกระบวนการเรียนรู้ที่ได้นี้ไปใช้ในแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ ดังนั้นถ้าผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดี ก็น่าจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันด้วยเช่นกัน (นิกร ขวัญเมือง, 2545 อ้างถึงใน อรรถ ฤบุญเติม, 2550)

การที่จะทำให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น สามารถใช้การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Representation) เข้ามาเพื่อให้นักเรียนแก้ปัญหาได้ดี บรูเนอร์ (Bruner) นักจิตวิทยาแนวพุทธิปัญญานิยมได้กล่าวถึงพัฒนาการทางปัญญาว่าผู้เรียนจะเข้าใจในความคิดรวบยอด (Concept) ได้ หากเขาสามารถถ่ายทอดความรู้ความเข้าใจสิ่งที่เป็นนามธรรมไปสู่สัญลักษณ์หรือภาษาได้ (สุรงค์ โค้วตระกูล, 2559) การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ เป็นทักษะที่จำเป็นอย่างยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งมีที่มาจากทักษะการนำเสนอข้อมูล ซึ่งเป็นหนึ่งในห้าทักษะของมาตรฐานสาระด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดโดยสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000, อ้างถึงใน ดวงมณี ยะอัมพันธ์, 2565) มีความสัมพันธ์กันอย่างแยกไม่ออกกับทักษะการสื่อสาร เนื่องจากการแทนสัญลักษณ์ หรือการรวมกันของสัญลักษณ์ตัวอักษร แบบภาพ (Diagram) วัตถุหรือแผนภูมิ เพื่อใช้สื่อสารทางความคิด ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และสามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้หลากหลายรวมถึงการพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้ (Mainali, 2021) การใช้การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่สภาครูแห่งชาติสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics; NCTM) ได้กำหนดไว้ในมาตรฐานด้านกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Process Standards) ที่มีอยู่ 5 มาตรฐาน ได้แก่ การแก้ปัญหา (Problem Solving) การให้เหตุผลและการพิสูจน์ (Reasoning and Proof) การสื่อสาร (Communication) การเชื่อมโยง (Connection) และการแสดงแทน (Representation) โดยสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000 อ้างถึงใน พรรณทิภา ทองนวล, 2554) ได้อธิบายถึงมาตรฐานการใช้ตัวแทนว่า การใช้ตัวแทนเป็นสิ่งจำเป็นที่จะทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในความคิดรวบยอดและความสัมพันธ์ อีกทั้งทำให้นักเรียนสื่อสารวิธีการทางคณิตศาสตร์ ข้อโต้แย้ง และความเข้าใจต่าง ๆ ไปสู่บุคคลอื่นได้

ในปัจจุบัน การจัดการเรียนการสอนที่เป็นที่กระแสนี้ในปัจจุบันรูปแบบหนึ่ง คือการจัดการกระบวนการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนได้ใช้กระบวนการคิดและการจัดการเพื่อให้เกิดค้น ค้นคว้าแก้ปัญหาด้วยตนเอง และเป็นกลุ่ม ลักษณะการจัดกิจกรรมจะต้องก่อให้เกิดการเรียนรู้ที่มีประโยชน์ในชีวิตจริง เน้นฝึกทักษะการสืบเสาะหาความรู้ด้วยวิธีที่หลากหลาย ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็น ทั้งการคิดและการจัดการ มุ่งให้ผู้เรียนเรียนรู้ด้วยความสุข สนุกกับการคิด สามารถ



สร้างองค์ความรู้ ได้ใช้กระบวนการกลุ่มระดมความคิด ร่วมกันอภิปราย วิเคราะห์ วางแผนหาแนวทางปฏิบัติ เพื่อการเรียนรู้และพัฒนาส่งเสริมศักยภาพ (พิชญ์สินี ชมภูคำ, 2547) สอดคล้องกับบทความของสิริพร ทิพย์คง (2562) ซึ่งได้แนะนำว่าการสอนคณิตศาสตร์ในระดับชั้นต่าง ๆ นั้นมีความแตกต่างกัน สำหรับการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา รวมถึงในระดับที่สูงขึ้นต้องอาศัยความรู้พื้นฐานที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว

สำหรับรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เป็นที่นิยม คือการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (Problem-based Learning) ซึ่งมีรากฐานมาจากทฤษฎีการเรียนรู้ของ Piaget และ Vygotsky ที่เชื่อว่าการเรียนรู้เป็นกระบวนการพัฒนาทางสติปัญญาที่ผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเอง กระบวนการสร้างความรู้เกิดจากการที่ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมและเกิดการซึมซับหรือดูดซึมประสบการณ์ใหม่ และปรับโครงสร้างสติปัญญาให้เข้ากับประสบการณ์ใหม่ ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีการเรียนรู้ด้วยการค้นพบของ Bruner ซึ่งเชื่อว่าการเรียนรู้ที่แท้จริงมาจากการค้นพบของแต่ละบุคคล โดยผ่านกระบวนการสืบเสาะความรู้ในกระบวนการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เมื่อผู้เรียนเผชิญกับปัญหาที่ไม่รู้ ทำให้ผู้เรียนเกิดความขัดแย้งทางปัญหาและผลักดันให้ผู้เรียนไปแสวงหาความรู้และนำความรู้ใหม่มาเชื่อมโยงความรู้เดิมเพื่อแก้ปัญหา ซึ่งมีหลัก 3 ประการ คือ 1. ความรู้เดิม (Prior Knowledge) 2. การเสริมความรู้ใหม่ (Encoding Specificity) และ 3. การต่อเติมความเข้าใจให้สมบูรณ์ (Elaboration of Knowledge) (Hmelo & Evenson, 2000 ; Schmidt, 1983, อ้างถึงใน พระพันธ์วัฒน์ ธรรมวาทน์, 2565) และสอดคล้องกับเดลีเซล (Lestari, I., Kesumawati, N. & Ningsih, Y. L., 2020) ว่าการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานมีข้อได้เปรียบที่นักเรียนถูกกระตุ้นให้มีความสามารถในการแก้ปัญหาผ่านจากการเรียนรู้กิจกรรมจากปัญหาที่คุ้นเคยในชีวิตจริง นักเรียนสามารถสร้างความรู้ผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นไปยังปัญหา กิจกรรมที่ระบุไว้เกิดขึ้นในกลุ่มโดยใช้แหล่งความรู้ที่หลากหลาย และสามารถเอาชนะความยากของนักเรียนผ่านบริบทในกิจกรรม

Utami P. R. et al. (2018) ได้เลือกกิจกรรมการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เพื่อพัฒนาการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์และการเรียนรู้ เพื่อให้ให้นักเรียนเกิดข้อค้นพบและแนวคิดที่นักเรียนได้เรียน โดยอ้างอิงจากงานวิจัยของ Zain (2015, อ้างถึงใน Utami P. R. et al, 2018) ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานจะมุ่งไปยังหลักการและแนวคิดของวินัยและการมีส่วนร่วมของนักเรียนในการแก้ปัญหา และงานที่มีความหมาย เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนดำเนินการสร้างความรู้ในชั้นเรียนอย่างมีอิสระ สอดคล้องกับงานวิจัยของ Izzati (2012, Utami P. R. et al, 2018) ว่าขั้นตอนการมีปฏิสัมพันธ์ของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน นักเรียนจะได้รับโอกาสในการฝึกฝนแนวคิดในการสื่อสาร กลยุทธ์ หรือกระบวนการสำหรับการแก้ไขปัญหาทั้งในด้านคำพูด การเขียนและการวาดรูป สอดคล้องกับบทความของ O'Brien และคณะ (2011) ว่าแบบจำลองของ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL) นำเสนอปัญหาตามบริบท เพื่อให้นักเรียนมีทักษะการวิเคราะห์ในการแก้ปัญหา และจะเป็นสะพานที่เชื่อมต่อระหว่างทฤษฎีและการประยุกต์ใช้อย่างเป็นมิตร

จากประเด็นที่กล่าวมาทั้งหมด ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับการนำวิธีการนำวิธีการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเพื่อศึกษาการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อแสดงให้เห็นถึงการนำเนื้อหาไปใช้ในชีวิตจริง การแสดงออกถึงการแก้ปัญหาของเด็กนักเรียนและนำไปพัฒนาปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ และเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์ในเนื้อหาดังกล่าวต่อไป

### คำถามการวิจัย

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่ส่งเสริมการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ควรเป็นอย่างไร
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีการแสดงแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น เมื่อได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเป็นอย่างไร

### จุดมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาและพัฒนาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่ส่งเสริมการนำเสนอการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
2. เพื่อศึกษาและส่งเสริมการนำเสนอการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

### ขอบเขตการวิจัย

#### 1.กลุ่มเป้าหมาย/ผู้เข้าร่วมวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 ของโรงเรียนประจำอำเภอขนาดใหญ่แห่งหนึ่งในจังหวัดพิจิตร ที่เรียนรายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 จำนวน 1 ห้องเรียน เป็นจำนวนนักเรียนทั้งหมด 35 คน

## 2.ขอบเขตของเนื้อหา

ผู้วิจัยได้เลือกขอบเขตของเนื้อหาในเรื่องของกราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น จากเนื้อหาเรื่องของ กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ในหนังสือเรียนพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่มที่ 2 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ซึ่งมีทั้งหมด 3 แผน

## 3.สิ่งที่ศึกษา

ผู้วิจัยเลือกศึกษาในเรื่องของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการจัดรูปแบบการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

### นิยามศัพท์เฉพาะ

#### 1. การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

การเรียนรู้ที่เริ่มต้นด้วยปัญหาที่เกิดขึ้นจริงหรือสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง เป็นตัวกระตุ้นให้ผู้เรียนอยากรู้ สนใจ ซึ่งอยู่บนความต้องการพื้นฐานของผู้เรียน และศึกษาค้นคว้าจนพบคำตอบด้วยตนเองโดยใช้กระบวนการกลุ่มนำความรู้ที่ได้ค้นคว้ามาร่วมกันอภิปราย ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ผ่านกระบวนการคิด การแก้ปัญหา โดยครูผู้สอนเป็นผู้ให้คำแนะนำ ช่วยเหลือ และสนับสนุนในการเรียน มีทั้งหมด 5 กระบวนการ คือ

1.) การระบุถึงปัญหาที่พบ หรือการสร้างปัญหาที่เกิดจากการอ่าน การสะท้อนปัญหาหรือการไต่ถามของนักเรียนแต่ละคน การมอบหมายบทบาทและหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่ม การร่วมกันระดมสมองและตกแต่งรายละเอียดของประเด็นปัญหาที่น่าจะเกิดขึ้น

2.) การวิเคราะห์ปัญหาและเรียนรู้ประเด็นปัญหา ระดมสมองและวิเคราะห์ปัญหาที่พบ การระบุประเด็นการเรียนรู้และกำหนดวัตถุประสงค์ในการเรียนรู้ การมอบหมายงานที่ส่งเสริมการเรียนรู้ด้วยตนเองและการสอนโดยเพื่อนร่วมชั้น

3.) การค้นพบและรายงานผล นักเรียนแต่ละคนรายงานข้อค้นพบที่ได้จากการไปศึกษาค้นคว้ามาให้กลุ่มทราบ การแบ่งปันข้อมูลหรือสารสนเทศใหม่ ๆ ที่แต่ละคนได้ไปศึกษามา การวิเคราะห์สังเคราะห์บททวนและประเมินคำตอบหรือข้อค้นพบที่ได้เพื่อเตรียมนำเสนอต่อไป

4.) การนำเสนอคำตอบของปัญหาและสะท้อนผล แต่ละกลุ่มนำเสนอข้อค้นพบหรือคำตอบของปัญหา การเรียนรู้ร่วมกันกับกลุ่มอื่นผ่านการอภิปราย สะท้อนผลและประเมินผล

5.) การแสดงความคิดเห็นในการบูรณาการและการประเมินผล ครูผู้สอนและนักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็น สรุปผลหรือตกแต่งรายละเอียดของการแก้ปัญหาที่แต่ละกลุ่มได้นำเสนอ สมาชิกในแต่ละกลุ่มช่วยกันประเมินผลสิ่งที่สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มได้ร่วมกันทำหลังจากได้นำเสนอปัญหาและผลการแก้ปัญหาที่ผ่านการสะท้อนผลหรือผ่านการพิจารณาแล้ว

## 2. การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

สิ่งที่นักเรียนสื่อความหมายออกมาในรูปแบบต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ออกมาตามแนวคิดและความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของตัวนักเรียนเพื่อให้ผู้อื่นรับรู้และเข้าใจ โดยวัดและประเมินผล 3 รูปแบบ ได้แก่

- 1.) การแสดงแทนด้วยคำพูดและการเขียน (Verbal & Written)
- 2.) การแสดงแทนด้วยรูปภาพ (Visual; Picture or Diagram)
- 3.) การแสดงแทนด้วยสัญลักษณ์ (Symbols)



## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาค้นคว้าอิสระ เรื่อง การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเพื่อส่งเสริมทักษะการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) พุทธศักราช 2551  
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1.1 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

1.2 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

1.3 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1.4 คำอธิบายรายวิชา ค20202 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2

2. การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

2.2 ความสำคัญของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

2.3 รูปแบบและการแปลงการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

2.4 การนำมาประยุกต์ใช้กับการจัดการเรียนการสอน

2.5 การประเมินการนำเสนอการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

2.6 แนวทางการส่งเสริมการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

3. การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

3.1 ความหมายของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

3.2 ความเป็นมา แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหา

เป็นฐาน

3.3 ลักษณะของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

3.4 ลักษณะของปัญหาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

3.5 ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

3.6 บทบาทของผู้เรียนในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

3.7 บทบาทของผู้สอนในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

### 3.8 การวัดและประเมินผลการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

4. ความสัมพันธ์ระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานกับการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

#### 5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

##### 5.1 งานวิจัยในประเทศ

5.1.1 งานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

5.1.2 งานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

##### 5.2 งานวิจัยต่างประเทศ

5.2.1 งานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

5.2.2 งานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

## 1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) เป็นหลักสูตรที่มีเป้าหมายในการพัฒนาคุณภาพผู้เรียน ด้านความรู้ ด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และด้านคุณลักษณะ คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ และยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติ

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) จัดทำขึ้นโดยส่งเสริมให้ผู้เรียนมีทักษะที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เป็นสำคัญ นั่นคือการเตรียมผู้เรียนให้มีทักษะด้านการคิดวิเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การแก้ปัญหา การคิดสร้างสรรค์ การใช้เทคโนโลยี การสื่อสารและการร่วมมือ ตามหัวข้อต่อไปนี้

### 1.1 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

#### สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติ และใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

1.2 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ค 1.1 ม.1/1 เข้าใจจำนวนตรรกยะและความสัมพันธ์ของจำนวนตรรกยะ และใช้สมบัติของจำนวนตรรกยะในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

ค 1.1 ม.1/2 เข้าใจและใช้สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวกในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

ค 1.1 ม.1/3 เข้าใจและประยุกต์ใช้อัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และปัญหาในชีวิตจริง

ค 1.3 ม.1/1 เข้าใจและใช้สมบัติของการเท่ากัน และสมบัติของจำนวน เพื่อวิเคราะห์และแก้ปัญหาโดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

\*ค 1.3 ม.1/2 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับกราฟในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

\*ค 1.3 ม.1/3 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์เชิงเส้นในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

ค 2.2 ม.1/1 ใช้ความรู้ทางเรขาคณิตและเครื่องมือ เช่น วงเวียนและสันตรง รวมทั้งโปรแกรม The Geometer's Sketchpad หรือโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตอื่น ๆ เพื่อสร้างรูปเรขาคณิต ตลอดจนนำความรู้เกี่ยวกับการสร้างนี้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง

ค 2.2 ม.1/2 เข้าใจและใช้ความรู้ทางเรขาคณิตในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและรูปเรขาคณิตสามมิติ

ค 3.1 ม.1/1 เข้าใจและใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูลและแปลความหมายข้อมูลรวมทั้งนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริงโดยใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม

รวมทั้งหมด 9 ตัวชี้วัด

หมายเหตุ : \* คือตัวชี้วัดที่ผู้วิจัยนำมาใช้ประกอบในการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น

### 1.3 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้ และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทักษะและกระบวนการคณิตศาสตร์ในที่นี้ เน้นที่ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นและต้องการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน ได้แก่ความสามารถต่อไปนี้

1. การแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา คิดวิเคราะห์ วางแผนแก้ปัญหา และเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม โดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ พร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง

2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการใช้รูปภาพและสัญลักษณ์คณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย สรุปผล และนำเสนอได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน

3. การเชื่อมโยง เป็นความสามารถในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื้อหาต่าง ๆ หรือศาสตร์อื่น ๆ และนำไปใช้ในชีวิตจริง

4. การให้เหตุผล เป็นความสามารถในการให้เหตุผล รับฟังและให้เหตุผลสนับสนุน หรือโต้แย้งเพื่อนำไปสู่การสรุป โดยมีข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์รองรับ

5. การคิดสร้างสรรค์ เป็นความสามารถในการขยายแนวคิดที่มีอยู่เดิม หรือสร้างแนวคิดใหม่เพื่อปรับปรุง พัฒนาองค์ความรู้

### 1.4 คำอธิบายรายวิชา ค20202 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2

ศึกษาเกี่ยวกับกราฟของคู่อันดับ การเขียนกราฟความสัมพันธ์เชิงเส้น สมการเชิงเส้นสองตัวแปร และการนำความรู้เกี่ยวกับกราฟของความสัมพันธ์เชิงเส้นไปใช้ในชีวิตจริง

โดยการจัดประสบการณ์หรือสร้างสถานการณ์ที่ใกล้ตัวผู้เรียนได้ศึกษา ค้นคว้า ฝึกทักษะโดยการปฏิบัติจริง ทดลอง สรุป รายงาน เพื่อพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และนำประสบการณ์ด้านความรู้ ความคิด ทักษะและกระบวนการที่ได้ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์



เพื่อให้เห็นคุณค่า และมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานได้อย่างเป็นระบบ มีระเบียบ รอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์และมีความเชื่อมั่นในตนเอง (โรงเรียนสาธิตเหล็กวิทยา, 2566)

## 2. การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

### 2.1 ความหมายของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (2000, อ้างอิงใน สายัณห์ พลแพน, 2556) ให้ความหมายของการใช้ตัวแทนว่า วิธีการทั้งหลายที่เป็นพื้นฐานสำคัญที่จะทำให้บุคคลมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และนำความเข้าใจเหล่านั้นมาใช้ให้เกิดประโยชน์ได้ โดยการแทนความคิด ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ด้วยการใช้ตัวแทนต่าง ๆ ซึ่งได้ยกตัวอย่างในการพิจารณาว่าหากเราหาผลคูณโดยใช้ตัวเลขโรมันนั้นจะทำได้ยากกว่าการหาผลคูณโดยใช้ตัวเลขอารบิกฐานสิบ นอกจากนี้ยังกล่าวถึงการใช้ตัวแทนหลายชนิด ไม่ว่าจะเป็น จำนวนที่แสดงอยู่ในรูปฐานสิบหรือฐานสอง เศษส่วน นิพจน์ทางพีชคณิตและสมการ กราฟ และการแสดงผลด้วยตารางแผ่นงาน (Spreadsheet) สิ่งเหล่านี้ล้วนเป็นผลของกระบวนการกลั่นกรองทางวัฒนธรรมที่มีมาช้านาน ซึ่งหากนักเรียนได้เข้าถึงการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ พวกเขาจะมีกลุ่มของเครื่องมือที่สามารถช่วยขยายความคิดในทางคณิตศาสตร์ได้นั่นเอง

Goldin (2003) ได้ให้ความหมายของการแสดงแทนไว้ว่า เป็นการใช้อักษร ตัวอักษร สัญลักษณ์ หรือวัตถุ เพื่อใช้แทนบางสิ่งบางอย่าง คำว่า “เป็นตัวแทน” ถูกตีความได้หลายทาง เช่น การแสดงออกมา การพรรณนา การเข้ารหัส การทำให้เกิดขึ้น การทำฉลาก การให้ความหมาย การผลิตออกมา การอ้างอิง การแนะนำ หรือการทำให้เป็นสัญลักษณ์

อรชร ภูบุญเต็ม (2550) ให้ความหมายของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ไว้ว่าเป็นการใช้วัตถุจริงหรือแบบจำลองของจริง การวาดภาพ การสร้างตาราง และการใช้สัญลักษณ์ (ตัวแปร) มาช่วยแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การใช้ตัวแทนเป็นทักษะทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญอีกอย่างที่จะช่วยพัฒนาความคิด ความเข้าใจในการแก้ปัญหา ทำให้เกิดความคิดรวบยอดในการแก้ปัญหาและสามารถมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหานั้นได้ โดยในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ใช้ 5 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นการสร้างตัวแทน ขั้นการวางแผนในการแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจคำตอบ

อารีย์ เมฆวิสัย (2552) ให้ความหมายของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ หมายถึงการแสดงความสัมพันธ์ทางความคิดทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนถ่ายทอดออกมาในรูปแบบต่าง ๆ ซึ่งอาจมีลักษณะเป็นภาพ กราฟ ตาราง สัญลักษณ์หรือตัวแปร ข้อความภาษา หรือรูปแบบอื่น ๆ มาช่วยแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ดวงมณี ยะอัมพันธ์ (2565) ได้ให้ความหมายของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า หมายถึงทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารความคิดความเข้าใจเชิงคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นภายในสมองของแต่ละบุคคล โดยการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้มานำเสนอใหม่ (represent) ให้อยู่ในรูปแบบที่เข้าใจง่ายที่เป็นรูปธรรม เพื่อให้สามารถสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนให้ผู้อื่นเข้าใจ ผ่านการแสดงออกในรูปแบบต่าง ๆ อาทิเช่น การพูด การใช้สื่ออุปกรณ์ของจริงต่าง ๆ การสรุปเป็นสูตร กฎ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ฯลฯ นอกจากนี้ การแสดงทางคณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือ (tools) และวิธีการ (ways) เพื่อสื่อสารความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เพื่อใช้แก้ปัญหาและเพื่ออธิบายปรากฏการณ์ทางคณิตศาสตร์และทางสังคมได้อีกด้วย

จากตัวอย่างดังกล่าว สรุปใจความสำคัญได้ว่า การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์หมายความว่า เป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ถ่ายทอดออกมาในรูปแบบต่าง ๆ มานำเสนอใหม่เพื่อให้เข้าใจง่าย เป็นรูปธรรม เพื่อสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนให้ผู้อื่นรับรู้และเข้าใจผ่านการแสดงออกในรูปแบบต่าง ๆ เช่น รูปภาพ ตาราง สัญลักษณ์ ตัวแปร ข้อความภาษา นำไปใช้ในการแก้ปัญหาและอธิบายปรากฏการณ์ทางคณิตศาสตร์และทางสังคม

## 2.2 ความสำคัญของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (2000, อ้างอิงใน สายัณห์ พลแพน, 2556) ได้สรุปความสำคัญของการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นสิ่งที่สำคัญยิ่งในการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน บางครั้งการใช้ตัวแทนหมายถึงการใช้แผนภาพ การแสดงผลทางกราฟ และนิพจน์ที่เป็นสัญลักษณ์ ซึ่งการใช้ตัวแทนควรถูกจัดกระทำในฐานะที่เป็นส่วนประกอบสำคัญในการสนับสนุนความเข้าใจทางความคิดรวบยอดและความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หรือในการสื่อสารวิธีการทางคณิตศาสตร์ ข้อโต้แย้งและความเข้าใจได้ด้วยตนเองและให้ผู้อื่นเข้าใจด้วยได้ รวมทั้งในการเห็นคุณค่าของการเชื่อมโยงระหว่างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กัน และประยุกต์ใช้ทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์จริงไปยังสถานการณ์จำลอง โดยรูปแบบใหม่ของการใช้ตัวแทนที่สัมพันธ์กับเทคโนโลยีทางอิเล็กทรอนิกส์ ถือเป็นการสร้างสิ่งจำเป็นสำหรับการเอาใจใส่ในการเรียนการสอนให้ดีขึ้น

Greeno and Hall (1997, อ้างอิงใน อรชร ภูบุญเติม, 2550) ได้สรุปความสำคัญของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. การใช้ตัวแทนเป็นเครื่องมือที่มีพลังสำหรับการคิด การใช้ตัวแทนจะช่วยให้เข้าใจคณิตศาสตร์ และการใช้ตัวแทนจะช่วยสนับสนุนการให้เหตุผลโดยช่วยให้นักเรียนเข้าใจลักษณะสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์

2. การใช้ตัวแทนช่วยให้นักเรียนรวบรวมความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่แตกต่างกัน

3. เมื่อนักเรียนสามารถถ่ายโยงความเข้าใจระหว่างการใช้ตัวแทนที่แตกต่างกันจะช่วยเพิ่มความเข้าใจ การใช้ความคิดรวบยอด และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งเป็นสิ่งที่นักเรียนต้องพัฒนาและใช้ตัวแทนในสถานการณ์ที่หลากหลาย

4. การสอนรูปแบบการใช้ตัวแทนจะมีความสมบูรณ์ในตัวเอง

5. การใช้ตัวแทนเป็นการให้ผู้เรียนใช้เครื่องมือที่เป็นประโยชน์ในการสร้างความเข้าใจ การสื่อสารข้อมูล และแสดงการให้เหตุผล

อารีย์ เมฆวิสัย (2552) ได้สรุปความสำคัญของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ ว่าการใช้การแสดงแทนมีความสำคัญต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก เนื่องจากเป็นสิ่งที่ทำให้ครูผู้สอนสามารถรู้เกี่ยวกับผู้เรียนว่าผู้เรียนมีความเข้าใจในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์หรือไม่อย่างไร แม้ว่าหากผู้เรียนสามารถใช้สัญลักษณ์หรือการใช้ตัวแทนภายนอกได้ถูกต้องโดยไม่มี ความเข้าใจหรือมีตัวแทนภายในอย่างแท้จริง ครูก็จะสามารถพิจารณาเห็นปัญหาและย้อนกลับไปช่วยปูพื้นฐานได้ นอกจากการใช้การแสดงแทนเป็นการแสดงกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์แล้ว การแสดงแทนยังเป็นสื่อกลางในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์กับผู้อื่น และการใช้การแสดงแทนยังช่วยสนับสนุนการพัฒนาความคิดความเข้าใจในคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้นได้

ชนิสรา เมธภัทรทริธ (2563) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ภาพ กราฟ ตาราง หรือสัญลักษณ์ที่เป็นมุมมองของการเป็นตัวแทนกับรูปร่างที่ช่วยแก้ปัญหาทางเรขาคณิต สามารถช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์จากนามธรรมไปสู่รูปธรรมได้เป็นอย่างดี การเรียนการสอนโดยใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ จะเป็นส่วนช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดทักษะการคิด การมองภาพ และสามารถสื่อสารวิธีการทางคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจได้

ดวงมณี ยะอัมพันธ์ (2565) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ นักเรียนจะมีโอกาสได้พัฒนาทักษะการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์นี้ก็ต่อเมื่อชั้นเรียนนั้น ๆ มีการออกแบบการเรียนการสอนที่มีกิจกรรมให้นักเรียนได้ฝึกฝนทักษะทางคณิตศาสตร์ ดังนั้น ครูผู้สอนคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องหาแนวทางในการออกแบบการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนสามารถพัฒนาทักษะการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

จากตัวอย่างของความสำคัญของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สามารถสรุปความหมายได้ว่า การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญ โดยทำให้ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์จากนามธรรมไปสู่รูปธรรม โดยเป็นเครื่องมือในการสร้างความเข้าใจ การสื่อสารข้อมูล และการแสดงการให้เหตุผล ทำให้สามารถตรวจสอบได้ว่านักเรียนเข้าใจความคิดรวบยอดของเนื้อหาทางคณิตศาสตร์นั้นได้หรือไม่

### 2.3 รูปแบบและการแปลการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

Mailani (2021) ได้รวบรวมงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับลักษณะของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ และได้จัดออกเป็นหมวดหมู่ใหญ่ ๆ อยู่ 2 แบบ คือ แบบภายใน (Internal) และแบบภายนอก (External) ขึ้นอยู่กับการแสดงแทนนั้นจะเป็นรูปแบบภาพในใจส่วนบุคคล หรืออธิบายออกมาในรูปแบบของสัญลักษณ์ รูปภาพ หรือกราฟ โดยที่มีการถกเถียงกันในนักวิชาการหลายคน เนื่องจากไม่เชื่อในการแสดงแทนภายในจิตใจว่ามีอยู่จริง เนื่องจากไม่สามารถสืบสอบและตีความออกมาได้ ดังนั้นการสำรวจกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์จึงเกี่ยวข้องกับการแสดงออกภายนอกเท่านั้น

Lesh et al. (1987, อ้างถึงใน Mailani, 2021) ได้นำเสนอการแสดงแทนทั้งหมด 5 รูปแบบ คือ

#### 1. รูปแบบบรรยายจริง (Real Scripts Model)

เป็นบทบรรยายที่มีพื้นฐานประสบการณ์ในด้านความรู้ที่ได้รับการจัดตั้งรอบโลก ที่ประกอบไปด้วยบริบทของการตีความและแก้ปัญหาสถานการณ์ประเภทต่างๆ

#### 2. สื่ออุปกรณ์ (Manipulative)

การแสดงแทนด้วยสื่ออุปกรณ์ เช่น บล็อกพีชคณิต บล็อกไม้สับ ร้อย มีความหมาย แต่การดำเนินการเหล่านี้ต้องเชื่อมโยงกับสถานการณ์ทุก ๆ วัน

#### 3. รูปร่าง (Static Figural)

แบบจำลองรูปร่างหรือแผนภาพ (Diagram) หลากหลายประเภท สามารถทำให้เป็นรูปภาพภายในระหว่างการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

#### 4. ภาษาที่ใช้พูด (Spoken Language)

ภาษาที่ใช้พูดทั้งภาษาหลัก ภาษาเฉพาะทาง และภาษาย่อย ๆ มีความสัมพันธ์กับการใช้เหตุผล

#### 5. สัญลักษณ์จากการเขียน (Written Symbol)

เป็นภาษาที่พิเศษสำหรับการคำนวณทางคณิตศาสตร์ ทำให้ประโยคและวลีมีความพิเศษพอ ๆ กับประโยคและวลีในภาษาอังกฤษ

ดวงมณี ยะอัมพันธ์ (2565) ได้นำเสนอ REPRESENTATION Model ที่เกิดจากการนำตัวอักษรแต่ละตัวของคำว่า Representation มาใช้ขึ้นต้นเป็นตัวอักษรแรกของคำใหม่ โดยได้มาจากการทบทวนวรรณกรรม และข้อดีของทฤษฎีของนักการศึกษาแต่ละคน ผนวกกับประสบการณ์ในการสอนและประสบการณ์และประสบการณ์ในการนิเทศการสอนคณิตศาสตร์ในทุกระดับชั้น ผสานกับแนวคิดจิตวิทยาทฤษฎีการเรียนรู้ ธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ ภาพรวมของชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ประกอบด้วยทั้งครูและนักเรียน ทศนคติของครู วัตถุประสงค์ที่ครูตั้งไว้ สื่อที่ครูเตรียม สื่อที่นักเรียน

จะแสดงแนวคิดของตน รวมทั้งองค์ประกอบที่กล่าวมา นำมาสังเคราะห์เป็น REPRESENTATION Model เพื่อช่วยให้ครูผู้สอนคณิตศาสตร์มีแนวทางในการออกแบบแผนการเรียนการสอน และนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยคำที่ได้สร้างขึ้นใหม่ทั้ง 14 คำ มีความหมายดังนี้

R – Real Life Situations บริบทการใช้ชีวิตในโลกแห่งความเป็นจริงของนักเรียน โดยครูอาจจะใช้สื่อ ใช้สถานการณ์ปัญหาด้วยการเล่าเรื่องที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน

E – Enactive Representation เป็นการเรียนรู้ผ่านการลงมือกระทำ เน้นเรื่องการกระทำ (Acting) เช่น การใช้บล็อกสับเพื่อทำความเข้าใจเรื่องค่าประจำหลัก

P – Pictorial การแสดงแทนโดยการใช้รูปภาพ (Icon) หรือที่เรียกว่า Iconic Representation ที่เน้นเรื่องจินตนาการ (Imaging) เป็นการวาดรูปวัตถุที่เป็นสื่อแทนความหมายทางคณิตศาสตร์ เช่น รูปวงกลมที่แบ่งเป็นส่วนที่เท่า ๆ กันเพื่อแสดงแทนเศษส่วน

R – Roles of Teacher and of Students บทบาทของครูและนักเรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ ทั้งครูและนักเรียนควรเปิดใจยอมรับบทบาทและความสำคัญของการแสดงแทนคณิตศาสตร์ ต่อชั้นเรียนคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในฐานะที่การแสดงแทนภายนอกและการแสดงแทนภายในมีความสัมพันธ์สลับสับเปลี่ยนบทบาทกันตลอดเวลาอย่างแยกไม่ออก ครูจึงต้องเปลี่ยนบทบาทจากผู้บอกคณิตศาสตร์ (Telling Mathematics) มาเป็น coach และ/หรือ facilitator ผู้จัดสถานการณ์จัดเตรียมสื่ออุปกรณ์ให้ และเปิดโอกาสให้นักเรียนสามารถเรียนรู้คณิตศาสตร์และสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง (Doing Mathematics)

E – External Representation การแสดงแทนภายนอก อาจจะเรียกอีกชื่อได้ว่าเป็น Instructional Representation เป็นสิ่งที่เห็นได้ จับต้องได้เชิงกายภาพ ที่ครูเตรียมเพื่อกระตุ้น/เร้าให้นักเรียนสามารถเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์สามารถคิดได้จากสิ่งนั้น และใช้เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ เช่น บล็อกสับ กราฟ ตาราง เป็นต้น

S – Symbolic Representation เน้นเรื่องภาษา สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ นิยาม สูตร กฎต่าง ๆ ของคณิตศาสตร์ที่แสดงให้เห็นถึงความเป็นนามธรรมของคณิตศาสตร์

E – Experiential Learning การเรียนรู้จากประสบการณ์ เป็นกระบวนการเรียนรู้ผ่านการลงมือทำ (Concrete Experience) เป็นการให้นักเรียนมีโอกาสได้เรียนรู้ผ่านการปฏิบัติ การหยิบจับ การทดลองทำ ประโยชน์จากการเรียนรู้จากประสบการณ์จะทำให้เกิดการเข้าใจอย่างชัดเจนยิ่งขึ้น และการเรียนรู้นั้นจะคงทนยิ่งขึ้น

N – Nature of Mathematics ธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นนามธรรมสูง นักเรียนประสบความยากลำบากในการทำความเข้าใจในตัวเนื้อหา

T – Tools for Thinking and for learning เครื่องมือการคิด (เชิงคณิตศาสตร์) และเครื่องมือในการเรียนรู้ (คณิตศาสตร์) ของนักเรียนสำหรับครูเป็น Tools for Teaching

Mathematics เป็นเครื่องมือเพื่อให้ครูสามารถสื่อสารเนื้อหาคณิตศาสตร์ไปถึงผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนจะสามารถเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างเข้าใจ

A – (Teacher’s) Aims & Attitudes จุดมุ่งหมายและทัศนคติของครูในการออกแบบและจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นส่วนที่สำคัญยิ่งและส่งผลต่อการออกแบบกิจกรรมและการสร้างบรรยากาศในชั้นเรียน วัตถุประสงค์ของการสอนและทัศนคติของครูควรต้องเปิดกว้างและเปลี่ยนไปจากการบอกคณิตศาสตร์ (Telling Mathematics) เป็นการจัดกระบวนการเรียนการสอน การออกแบบและจัดหาสื่อการเรียนการสอน เพื่อให้ให้นักเรียนมีโอกาสในการทำคณิตศาสตร์ (Doing Mathematics)

T – Technological Pedagogical Content Knowledge;TPACK ความรู้ในการบูรณาการเทคโนโลยี เป็นการที่ครูนำความรู้ทางเทคโนโลยีมาบูรณาการกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เช่น การใช้ Geometer’s Sketchpad (GSP) GeoGebra เพื่อช่วยสอนคณิตศาสตร์

I – Internal Representation การแสดงแทนภายใน อาจจะเรียกชื่ออีกอย่างได้ว่าเป็น Cognitive Representation เป็นกระบวนการคิดหรือกระบวนการสร้างความเข้าใจที่เกิดขึ้นในสมอง แนวคิดที่เกิดขึ้นในสมองนั้นสามารถแสดงออกมาได้หลากหลายรูปแบบ

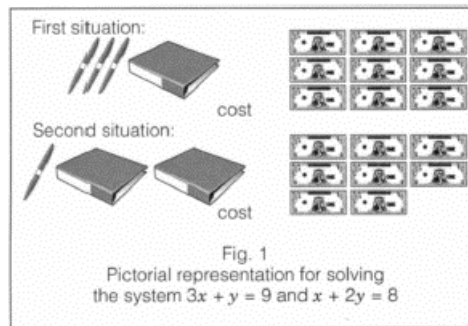
O – Objects วัตถุที่สามารถจับต้องได้ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ Objects หมายถึง สื่อการเรียนรู้ (Instructional Material) เป็นสื่ออุปกรณ์ที่ครูจัดเตรียม และ/หรือออกแบบมาเพื่อให้นักเรียนใช้ในการพัฒนาและสร้างความรู้ความเข้าใจในทศวรรษทางคณิตศาสตร์ (Mathematical concepts)

N – National Curriculum หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดฯ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) กำหนดทั้งสาระและมาตรฐานการเรียนรู้และทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ หนึ่งในทักษะที่จำเป็นและต้องพัฒนาให้เกิดในตัวผู้เรียน คือ “ความสามารถในการสื่อสารและการสื่อความหมาย (กระทรวงศึกษาธิการ ,2560) ซึ่งการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญที่จะกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดทักษะนี้

#### 2.4 การนำมาประยุกต์ใช้กับการจัดการเรียนการสอน

Schutz & Waters (2000) สนใจว่าการใช้การแสดงแทนแบบไหนจะเป็นตัวแทนที่ดีในการส่งเสริมการเข้าใจความคิดรวบยอด เหมาะกับสถานการณ์การแก้ปัญหา ช่วยพัฒนาไปสู่คณิตศาสตร์ขั้นสูงต่อไป หรือเหมาะแก่การนำมาใช้เพราะมีความถูกต้องและยืดหยุ่นบางอย่างก็ใช้ลักษณะของเทคโนโลยีและตัวแทนบางอย่างก็เหมาะกับระดับของนักเรียนในการเรียนรู้ จึงประมวลการใช้ตัวแทนในการแก้สมการ  $3x + y = 9$  และ  $x + 2y = 8$  ว่ามีการใช้ตัวแทนดังนี้

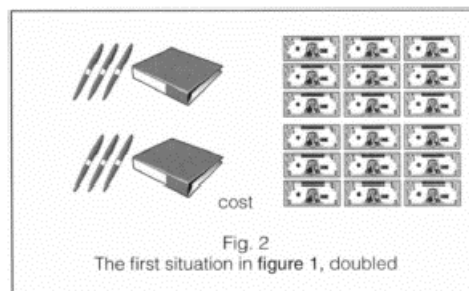
1. การแทนแบบเป็นรูปธรรม เช่น การใช้ปากกาและสมุด โดยแสดงดังรูป



ภาพ 1 แสดงแทนการใช้ตัวอย่างเป็นรูปธรรม (Schutz & Waters , 2000)

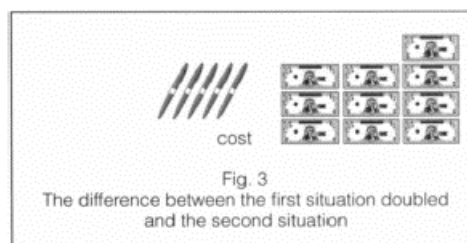
จากภาพ แสดงถึงปากกาสองด้ามและสมุดหนึ่งเล่ม มีราคา 9 เหรียญ และปากกาหนึ่งด้ามกับสมุดสองเล่ม มีราคา 8 เหรียญ ถ้าปากกาแต่ละด้ามและสมุดแต่ละเล่มมีราคาเท่ากัน จงหาราคาของสิ่งของแต่ละอย่าง

จากข้อมูลดังกล่าว ราคาของสิ่งของจะไม่ปรากฏออกมา วิธีเดียวที่จะต้องใช้แก้ปัญหาก็คือให้จำนวนสมุดของทั้งสองสถานการณ์มีจำนวนเท่ากัน แล้วจึงเปรียบเทียบความแตกต่างกับจำนวนปากกาและราคา โดยการเพิ่มจำนวนในสถานการณ์แรกเพิ่มเป็นสองเท่า ดังแสดงในภาพ 2



ภาพ 2 แสดงถึงการเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่าของสถานการณ์ที่ 1 (Schutz & Waters , 2000)

สถานการณ์แรกจะมีจำนวนเพิ่มขึ้น ทำให้จำนวนสมุดมีเทียบเท่ากับสถานการณ์ที่สอง ซึ่งมีปากกาเพิ่มขึ้นอีกห้าด้าม ซึ่งต้องจ่ายเพิ่มอีกสิบเหรียญ ทำให้ได้ว่าปากกาห้าแท่งจะมีราคาสิบเหรียญดังภาพ 3



ภาพ 3 แสดงถึงความสัมพันธ์ของจำนวนปากกาและราคา (Schutz & Waters , 2000)

ถ้าปากกาทุกด้ามมีราคาเท่ากัน ดังนั้นปากกาแต่ละด้ามจะมีราคา 2 เหรียญ แล้วนำคำตอบที่ได้ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ที่ 1 จะทำให้ได้ว่าสมุดแต่ละเล่มมีราคา 3 เหรียญ

2. การใช้ตาราง การใช้ตารางจะช่วยอำนวยความสะดวกและตรวจสอบข้อผิดพลาดและการทดลอง หรือการเดาและตรวจสอบ ดังแสดงในภาพ 4

$x$	$y$	$3x+y$	$x+2y$
1	1	4	3
1	4	7	9
3	2	11	7
2	3	9	8

Bethany

Fig. 4  
Handwritten table representation  
for solving the system  $3x + y = 9$  and  $x + 2y = 8$

ภาพ 4 แสดงถึงการใช้ตารางแบบเขียนมือ (Schutz & Waters , 2000)

หรืออีกตัวอย่างหนึ่งคือการใช้ตารางที่ทดลองในโปรแกรมโดยใช้ความพยายามสี่ครั้ง ดังแสดงในรูปที่ 5

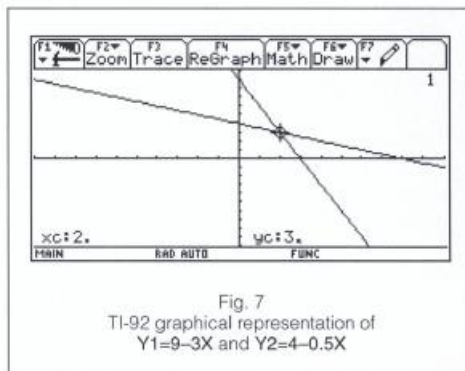
	A	B	C	D	E
1	x	y	3x+y	x+2y	
2	1	1	4	3	
3	1	4	7	9	
4	3	2	11	7	
5	2	3	9	8	
6					

Fig. 5  
Spreadsheet table representation  
for solving the system  $3x + y = 9$  and  $x + 2y = 8$

ภาพ 5 แสดงถึงการใช้ตารางแผ่นงาน (Schutz & Waters , 2000)

3. การใช้กราฟ โดยการสร้างกราฟจากสมการแทนฟังก์ชัน โดยเขียนสมการให้อยู่ในรูปของ  $y$  ซึ่งจะได้สมการแรกคือ  $y_1 = 9 - 3x$  และ  $y_2 = 4 - 0.5x$  โดยคำตอบจะอยู่ในรูปจุดตัดของสมการเส้นตรงทั้งสองเส้น ดังแสดงในรูปที่ 6





ภาพ 6 แสดงถึงการใช้กราฟ (Schutz & Waters , 2000)

4. วิธีการทางพีชคณิต เป็นการแก้ปัญหาค่าตัวแปรโดยระบบพีชคณิตเข้ามาช่วย คือ ทำให้สมการทั้งสองสมการมีตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งมีค่าเท่ากันแล้วกำจัดออกไป จะได้อีกตัวแปรหนึ่ง แล้วทำค่าที่ได้มาแทนค่า จะได้ค่าของตัวแปรที่ถูกกำจัดออกไปดังแสดงในรูป

$$\begin{cases} 3x + y = 9 \\ x + 2y = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x + 2y = 18 \\ x + 2y = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3. \end{cases}$$

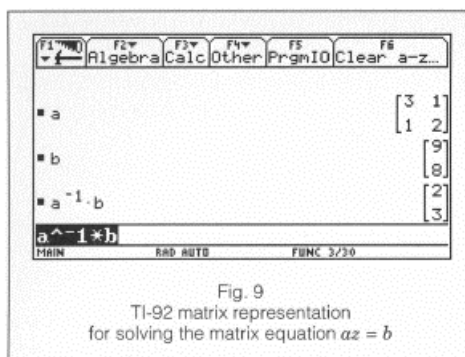
Fig. 8  
The addition-and-subtraction-with-multiplication method, shown algebraically

ภาพ 7 แสดงถึงการใช่วิธีการทางพีชคณิต (Schutz & Waters , 2000)

5. การใช้เมทริกซ์ เป็นการแสดงแทนระบบสมการนี้โดยใช้เมทริกซ์ โดยแทนเมทริกซ์ดังนี้

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \text{ และ } B = \begin{bmatrix} 9 \\ 8 \end{bmatrix}$$

แล้วคำตอบของปัญหานี้คือ  $x = A^{-1}B$  โดยการใช้เครื่องคิดเลขกราฟอย่างง่ายตาย ดังแสดงในรูปที่ 8



ภาพ 8 แสดงถึงตัวอย่างการแก้ปัญหาค่าตัวแปรโดยใช้เมทริกซ์และเครื่องคิดเลขกราฟิก (Schutz & Waters , 2000)

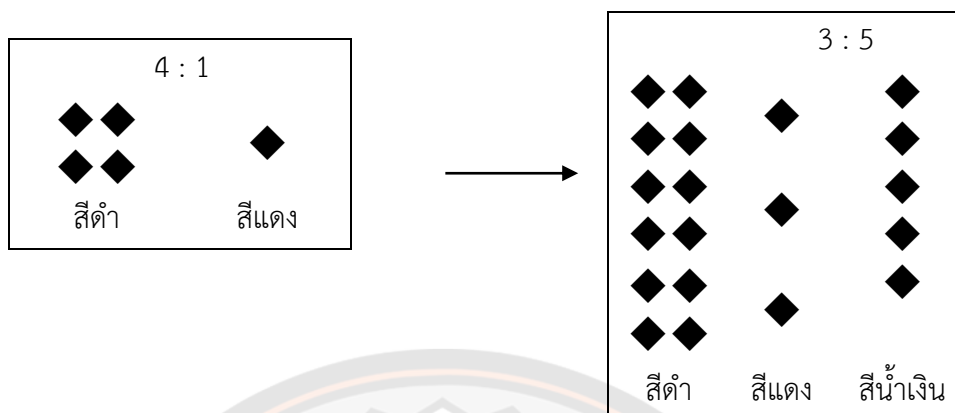
สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM) (2000, อ้างอิงใน สายัณห์ พลแพน , 2556) ได้กล่าวถึงการใช้ตัวแทนของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นว่า นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นต้องเรียนรู้การแก้ปัญหาต่าง ๆ มากมาย ซึ่งต้องแปลงปัญหาให้เป็นรูปธรรมและใช้ตัวแทนในการรวบรวมข้อมูลและบันทึกเกี่ยวกับความเข้าใจคณิตศาสตร์ของเธอ เช่น นักเรียนใช้ตัวแทนในการพัฒนาหรือประยุกต์ความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องของเศษส่วน เมื่อต้องทำหรือตีความหมายมาตรการวัดจากรูปหรือสร้างมาตรการวัดจากวัตถุ เมื่อนักเรียนเชื่อมโยงความเข้าใจในเรขาคณิตเข้ากับอัตราส่วนจำนวน เมื่อนักเรียนเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลเป็นฮิสโทแกรม ในขณะที่นักเรียนแก้ปัญหาที่มีความท้าทาย นักเรียนต้องใช้ตัวแทนที่เป็นมาตรฐาน แต่ก่อนที่จะใช้ตัวแทนที่เป็นมาตรฐานได้ นักเรียนต้องพัฒนาการใช้ตัวแทนที่ไม่เป็นมาตรฐานในการแก้ปัญหาให้ได้ก่อน

ตัวอย่างต่อไปนี้เป็นการใช้ตัวแทนในปัญหาเรื่องสัดส่วน นักเรียนคิดหาวิธีใช้ตัวแทนจากการผสมผสานข้อมูลจากการสังเกตกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้เพื่อแก้ปัญหา ดังนี้

ร้านก๋วยเตี๋ยว แคท พรินติง มีเครื่องพิมพ์ที่ใช้สีเพียง 3 สี คือสีดำ สีแดง และสีน้ำเงิน โดยที่ทั้งสามนี้จะพิมพ์เอกสารได้จำนวนเท่ากัน ในการใช้งาน หมึกสีดำเปลี่ยนได้ 4 กล่อง ในขณะที่หมึกสีแดงเปลี่ยน 1 กล่อง และถ้าเปลี่ยนหมึกสีแดงได้ครบ 3 กล่อง จะต้องเปลี่ยนหมึกสีน้ำเงินจำนวน 5 กล่อง

- ถามว่า
1. ร้านก๋วยเตี๋ยว แคท พรินติง ใช้หมึกสีดำคิดเป็นเศษส่วนเท่าใด
  2. ร้อยละของการพิมพ์โดยใช้หมึกสีน้ำเงินคิดเป็นเศษส่วนเท่าใด
  3. ในเวลา 1 เดือน ถ้าใช้หมึกสีดำจำนวน 60 กล่อง หมึกสีแดงและหมึกสีน้ำเงินใช้ไปอย่างละกี่กล่อง

นักเรียนสามารถใช้วิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหานี้ ซึ่งรวมถึงการแสดงแทน ทั้งที่เป็นมาตรฐานและไม่เป็นมาตรฐาน นักเรียนบางคนสามารถหาคำตอบได้ โดยใช้วิธีการที่เป็นธรรมชาติ และใช้แบบจำลองดังรูป



ภาพ 9 แสดงถึงการแสดงแทนในการแก้ปัญหาของนักเรียน

นักเรียนจะพบว่า เมื่อทุกสีใช้ไปจำนวน 20 กล่อง จะใช้หมึกสีดำจำนวน 12 กล่อง หมึกสีแดงจำนวน 3 กล่อง และหมึกสีน้ำเงินจำนวน 5 กล่อง เขียนเป็นสัดส่วนของจำนวนหมึกสีดำต่อหมึกสีน้ำเงินทั้งหมดได้เป็น  $\frac{12}{20}$  (หรือ  $\frac{6}{10}$ ,  $\frac{3}{5}$ , 0.6) ซึ่งเป็นคำตอบของข้อที่ 1

คำตอบข้อที่ 2 นักเรียนต้องสร้างแบบจำลองในใจที่เป็นชุดของกล่องสีทุกสีจำนวน 20 กล่อง เป็น 5 เท่า ซึ่งพบว่าต้องใช้หมึกสีน้ำเงินจำนวน 25 กล่อง ในทุกจำนวนสีที่เป็น 100 กล่อง ดังนั้น จะได้คำตอบข้อที่ 2 คือ ใช้จำนวนสีน้ำเงินคิดเป็นร้อยละ 25

คำตอบข้อที่ 3 นักเรียนจะพบว่า ถ้าใช้หมึกสีดำ 60 กล่อง ซึ่งเนจำนวน 5 เท่าของ 12 กล่อง และหมึกสีแดงกับหมึกสีน้ำเงินจำนวน 8 กล่อง คิดเป็น 40 กล่อง โดยเป็นหมึกสีแดง 15 กล่อง และหมึกสีน้ำเงินจำนวน 25 กล่อง ที่ใช้ในแต่ละเดือน

พลังของการแสดงแทนจะอยู่ที่การผสมผสานการมองภาพและจำนวนของข้อมูลที่กำหนดให้ในการแก้ปัญหา ดังตัวอย่างต่อไปนี้

มีนักเรียนกลุ่มหนึ่งต้องจ่ายเงินค่าอาหารรวมจำนวน 60 ดอลลาร์ เป็นราคาอาหารรวมกับภาษีและค่าบริการของพนักงานแล้ว โดยค่าภาษีและค่าบริการของพนักงานคิดเป็นร้อยละ 25 ของราคาอาหารที่ปรากฏอยู่ในรายการอาหาร นักเรียนกลุ่มนี้ต้องจ่ายค่าอาหารเท่าใดเมื่อราคาอาหารรวมภาษีและค่าบริการของพนักงานเป็น 60 ดอลลาร์

ในปัญหานี้มีหลายวิธีที่จะหาคำตอบได้ มีนักเรียนบางคนหาคำตอบโดยใช้แบบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า (Rectangle Bar) เป็นตัวแทนของเงินค่าอาหารรวมภาษีและค่าบริการของพนักงานจำนวน 60 ดอลลาร์ ซึ่งราคานี้รวมเป็นเงินค่าอาหารกับเงินค่าภาษีและค่าบริการร้อยละ 25 สามารถแสดงความสัมพันธ์โดยการแบ่งแถบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าออกเป็น 5 ส่วนเท่า ๆ กัน แทนด้วยเงินรวม

ทั้งหมด 60 ดอลลาร์ 1 ส่วนจะมีค่าเป็น 12 ดอลลาร์ ดังนั้นค่าอาหาร 4 ส่วน คิดเป็นเงินได้ 48 ดอลลาร์ ดังรูป

60 ดอลลาร์				
ราคาอาหาร				ภาษีและ ค่าบริการ

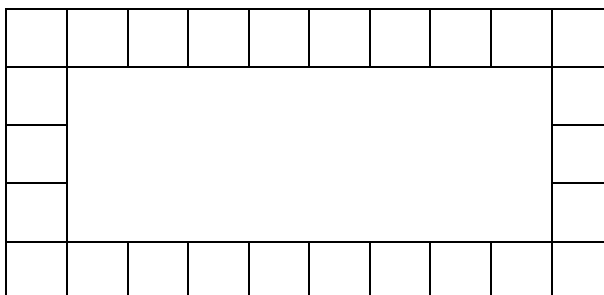
ภาพ 10 การแสดงแทนในการแก้ปัญหาค่าอาหารรวมกับภาษีและค่าบริการของพนักงาน

ในรูปแบบของการใช้แถบสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้สามารถประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนได้อีก เช่น เรื่องเศษส่วน ร้อยละ อัตราส่วน และสัดส่วนสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้สามารถประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนได้อีก เช่น เรื่องเศษส่วน ร้อยละ อัตราส่วน และสัดส่วน จากตัวอย่างข้างต้นสามารถอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนได้มองเห็นภาพและเข้าใจในเรื่องจำนวนมากขึ้น จะได้ว่า 60 คิดเป็น 125% ของ 48 หรือ 48 คิดเป็น 80% ของ 60

ในการเรียนเรื่องฟังก์ชันเชิงเส้น ซึ่งเป็นเรื่องที่มีความสำคัญในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยพิจารณาจากปัญหาที่หลากหลายบริบท นักเรียนควรจะมี ความเข้าใจและคุ้นเคยเกี่ยวกับความสัมพันธ์เชิงเส้น ซึ่งรวมถึง ตาราง กราฟ และสมการ ซึ่งนักเรียนต้องเรียนรู้ตัวแทนเหล่านี้เพื่อสามารถเลือกใช้ได้อย่างหลากหลายและเหมาะสม

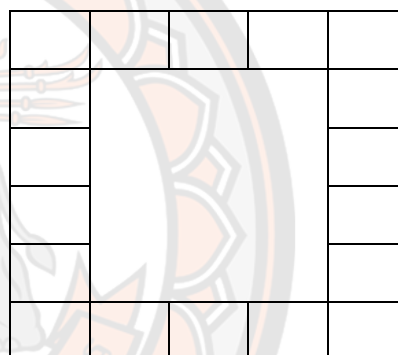
นักเรียนจะสามารถแก้ปัญหาพีชคณิตได้ดีขึ้นถ้านักเรียนเลือกใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหา จากง่ายไปหายากได้อย่างเหมาะสม ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น นักเรียนจะเริ่มต้นการใช้ตัวแทนด้วยตารางเพื่อหารูปแบบของฟังก์ชันเชิงเส้น แต่นักเรียนสามารถเรียนรู้ที่จะใช้ตัวแทนได้จากกราฟหรือสมการได้เมื่อต้องการแสดงลักษณะและการเกิดความสัมพันธ์เชิงเส้น นักเรียนควรมีวิธีการที่หลากหลายในการเข้าใจเรื่องสมการจากสมการเชิงเส้นหรือนิพจน์ วิธีการที่หลากหลายนี้จะปรากฏออกมาเมื่อนักเรียนได้รับประสบการณ์จากการใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ดังตัวอย่างต่อไปนี้

สระน้ำรูปสี่เหลี่ยมจำนวนหนึ่ง ขอบสระปูด้วยกระเบื้องเซรามิก 1 แถวโดยรอบ ให้นักเรียนอธิบายจำนวนของกระเบื้องที่ใช้ในการปูรอบ ๆ สระที่มีความยาวและความกว้างหลาย ๆ รูปแบบด้วยภาษาพูด จำนวน ตาราง ภาพ และสัญลักษณ์



นักเรียนบางคนสามารถแก้ปัญหานี้ได้โดยใช้ตารางบันทึกความกว้างและความยาวของสระในรูปแบบที่แตกต่างกัน จากตาราง นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ของสมการที่เกิดขึ้น และสามารถสรุปเป็นสูตรทั่วไปว่า  $T = 2(L + W) + 4$  เมื่อ  $T$  แทนด้วย จำนวนกระเบื้อง  $L$  แทนด้วยความยาวของสระ และ  $W$  แทนด้วยความกว้างของสระดังภาพ 11

ความกว้าง	ความยาว	จำนวนกระเบื้อง
1	1	8
2	1	10
3	1	12
3	2	14
3	3	16
3	4	18



ภาพ 11 แสดงการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหาคำถามหาจำนวนกระเบื้องขอบสระน้ำ

นักเรียนคนอื่น ๆ อาจจะใช้เหตุผลในสถานการณ์ทางเรขาคณิต ตัวอย่างต่อไปนี้เป็นลักษณะของการอธิบายวิธีการหาคำตอบที่แตกต่างกันของนักเรียน 3 กรณี

คนที่ 1 - หาคำตอบโดยการวาดรูปหลาย ๆ รูปแล้วหาความสัมพันธ์ของแบบรูปที่วาด เราต้องการหาจำนวนของกระเบื้องเป็น  $L + 2$  แผ่น สำหรับวางด้านบนและด้านล่างของขอบสระ และต้องการหาจำนวนกระเบื้อง  $W$  แผ่น สำหรับวางด้านซ้ายและด้านขวาของขอบสระ ดังนั้นจำนวนกระเบื้องทั้งหมดหาได้จาก  $T = 2(L + W) + 2W$

คนที่ 2 - วาดรูปของสระน้ำในใจ แล้ววางกระเบื้อง 1 อันที่แต่ละมุมของสระ แล้วจะพบว่า ด้านบนด้านล่างของสระต้องใช้กระเบื้องจำนวน  $L$  แผ่น และด้านข้างทั้งสองของสระต้องใช้กระเบื้องจำนวน  $W$  แผ่น ดังนั้น จำนวนกระเบื้องทั้งหมดที่ต้องใช้เป็น  $4 + 2L + 2W$

คนที่ 3 – หาจำนวนกระเบื้องที่ใช้ได้จากพื้นที่ทั้งหมดของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า (พื้นที่ของสระ + พื้นที่ของกระเบื้อง) ลบออกด้วยพื้นที่ของสระ โดยพื้นที่ของสระที่ตกแต่งด้วยกระเบื้องเป็น  $(L + 2)(W + 2)$  พื้นที่ของสระอย่างเดียวเป็น  $LW$  ดังนั้นจำนวนกระเบื้องทั้งหมดที่ใช้เป็น  $(L + 2)(W + 2) - LW$

จากตัวอย่างทั้งสามกรณีนี้ มีลักษณะเด่นที่ควรพิจารณาดังนี้ ตัวอย่างที่ 1 และ 2 จำนวนกระเบื้องของขอบสระสัมพันธ์กับความยาวของเส้นรอบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปใหญ่ที่ประกอบด้วยกระเบื้องและสระ แต่จะแตกต่างกันที่การแยกเป็นส่วน ๆ ของเส้นรอบรูป สำหรับตัวอย่างที่ 3 คำตอบหาได้จากพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปใหญ่ และจำนวนกระเบื้องหาได้จากพื้นที่ของขอบสระ ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง เพราะกระเบื้องที่ให้มีพื้นที่เป็น 1 ตารางหน่วย

จากการแก้ปัญหาข้างต้น นักเรียนจะมีประสบการณ์ในการใช้ตัวแทนเชิงสัญลักษณ์และมองเห็นความสัมพันธ์ของการใช้ตัวแทน เช่น ตารางและกราฟ นักเรียนมองเห็นความแตกต่างของนิพจน์สัญลักษณ์ที่ใช้ในการหาความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณกับตัวแปร จากการสังเกตขั้นตอนในการหาคำตอบ นักเรียนจะเข้าใจเรื่องสมการ นิพจน์ และความแตกต่างกันของสัญลักษณ์ที่ใช้แสดงความสัมพันธ์ เช่น ในชั้นเรียนสามารถอภิปรายถึงผลบวกของสองเท่าของความยาวกับความกว้าง  $(2L + 2W)$  ซึ่งมีความหมายเหมือนกับสองเท่าของผลบวกของความยาวกับความกว้าง  $2(L+W)$  นักเรียนจะเข้าใจได้โดยใช้ภาพอธิบายถึงสมบัติการแจกแจงซึ่งเป็นสมบัติที่มีความสำคัญในการแก้ปัญหา ในลักษณะเช่นนี้ ครูสามารถพัฒนาวิธีการทางพีชคณิตที่มีความหมายกับนักเรียนได้

## 2.5 การประเมินการนำเสนอการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

NCTM (2000, อ้างถึงใน กุลนิตา ปल्लीปิติวิริยะเวช, 2559) ได้ระบุมาตรฐานของการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ทั้งของครูและนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นไว้ ประกอบด้วย 3 ตัวชี้วัดดังนี้

1. สร้างและใช้การเป็นตัวแทนในการจัดการ การบันทึกและสื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์
2. เลือก ประยุกต์ใช้และแปลความระหว่งการเป็นตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
3. ใช้การเป็นตัวแทนในรูปแบบที่นำไปสู่การแก้ปัญหาและแปลความในปรากฏการณ์ทางกายภาพทางสังคมและทางคณิตศาสตร์

โดยมีระดับการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ (Level of Mathematical Representation) ดังนี้

ตาราง 1 แสดงระดับการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับตัวชี้วัดของ NCTM

ระดับคะแนน	คำอธิบาย
4	นักเรียนใช้การเป็นตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้อย่างซับซ้อนและหลากหลายในการสื่อสารถึงวิธีการแก้ปัญหา
3	นักเรียนใช้การเป็นตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสม ถูกต้อง แม่นยำในการสื่อสารถึงวิธีการแก้ปัญหา
2	นักเรียนมีความพยายามที่ใช้การเป็นตัวแทนทางคณิตศาสตร์อย่างเหมาะสมในการสื่อสารถึงวิธีการแก้ปัญหา
1	นักเรียนที่ใช้การเป็นตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไม่เหมาะสม หรือไม่ใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ใด ๆ เลยในการสื่อสารถึงวิธีการแก้ปัญหา

Cai. J. S., Jakabcsin M., & Lane S. (1996, อ้างถึงใน Lestari I. et al., 2020) ได้พัฒนาเกณฑ์การประเมินผลแบบรูบรีคของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

ตาราง 2 แสดงแนวทางการให้คะแนนสำหรับการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของ Cai. J. S., Jakabcsin M., & Lane S.

คะแนน	การเขียนข้อความ (Verbal)	การแสดงแทนภาพ (Visual)	การใช้สัญลักษณ์ (Symbolic)
4	เขียนอธิบายได้ชัดเจน มีเหตุผลรองรับและเป็นในทางคณิตศาสตร์	อธิบายแผนภาพ/รูปภาพได้สมบูรณ์ ถูกต้อง	เขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องแล้ว คำนวณหรือแก้ปัญหาได้ถูกต้องสมบูรณ์
3	เขียนอธิบายได้ชัดเจน เป็นในทางคณิตศาสตร์ แต่ยังไม่เป็นเหตุเป็นผล หรือมีความคลาดเคลื่อนทางภาษา	อธิบายแผนภาพ/รูปภาพได้สมบูรณ์ แต่ยังมีข้อผิดพลาดเล็กน้อย	เขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง และเลือกวิธีแก้ปัญหาได้ แต่ใช้สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง
2	เขียนอธิบายในทางคณิตศาสตร์ได้เข้าใจ แต่ถูกต้องและสมบูรณ์เพียงบางส่วน	อธิบายแผนภาพ/รูปภาพแต่ไม่สมบูรณ์	เขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แต่แก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
1	เขียนอธิบายถูกต้องเพียงบางส่วน	มีร่องรอยการพยายามอธิบายแผนภาพ/รูปภาพแต่ไม่สมบูรณ์	เขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเพียงบางส่วน
0	ไม่มีคำตอบ หรือมีคำตอบแต่ขาดความเข้าใจแนวคิด/ข้อมูลที่นำมาไม่มีความสำคัญ		

แพรวไหม สามารถ (2555) ได้เปรียบเทียบการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน โดยรวบรวมข้อมูลจากใบกิจกรรมมาวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content Analysis) ให้เห็นการเปลี่ยนแปลงเป็น 3 ระยะ โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกส่วน (Analytic Rubrics) ตามนิยามเชิงปฏิบัติการ และกำหนดเกณฑ์การตรวจให้คะแนนการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้



ตาราง 3 แสดงเกณฑ์การประเมินการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของแพรวไหม  
สามารถ

ระดับคะแนน	คำอธิบาย
	การใช้ตัวแทนความคิดในการทำความเข้าใจปัญหา โดยอาจใช้ข้อความ วาดภาพหรือสัญลักษณ์ ใช้ การขีดเขียน (วงกลม) ข้อความในใจท้อย์ เขียนแผนภาพความคิด
2	ใช้ตัวแทนความคิดในการทำความเข้าใจปัญหาได้ เพื่อสื่อความหมายได้อย่าง เหมาะสมกับปัญหา
1	ใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดในการทำความเข้าใจปัญหาได้ แต่สื่อ ความหมายได้บางส่วน
0	ไม่สามารถใช้ตัวแทนความคิดในการทำความเข้าใจปัญหาได้ หรือไม่แสดงการ ใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดในการทำความเข้าใจปัญหา
	การใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหา โดยอาจใช้การวาดภาพ สัญลักษณ์ หรือ ตัวแปร ข้อความ ตาราง หรือกราฟ ตัวแบบทางเรขาคณิต
2	ใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหาได้เหมาะสมกับปัญหา และสื่อความหมายได้อย่างเหมาะสม
1	ใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหาได้เหมาะสมกับปัญหาแต่ ไม่สื่อความหมายในกระบวนการแก้ปัญหา หรือ ใช้ตัวแทนความคิดในการแสดง กระบวนการแก้ปัญหาไม่เหมาะสมกับปัญหา แต่สื่อความหมายในกระบวนการ แก้ปัญหาได้
0	ใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหาไม่เหมาะสมกับปัญหา และไม่สื่อความหมายในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหา หรือ ไม่แสดงการใช้ การนำเสนอตัวแทนความคิด
	การใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา โดยอาจใช้ข้อความหรือสัญลักษณ์
2	ใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้อย่างเหมาะสม และสื่อความหมายได้ชัดเจน
1	ใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้อย่างเหมาะสม แต่ สื่อความหมายไม่ชัดเจน หรือใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงการสรุปคำตอบ ของปัญหาไม่เหมาะสม แต่สื่อความหมายได้ชัดเจน

ระดับคะแนน	คำอธิบาย
0	ไม่สามารถใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาและสื่อความหมายได้ หรือไม่เขียน

สาวิตรี มูลสุวรรณ (2557) ได้ให้คะแนนการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบวัดก่อนเรียนและหลังเรียน เป็นข้อสอบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ มีเกณฑ์ดังตาราง

ตาราง 4 แสดงเกณฑ์การประเมินการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของสาวิตรี มูลสุวรรณ

ระดับคะแนน	คำอธิบาย
3	นักเรียนสามารถแสดงความสัมพันธ์ของความคิดทางคณิตศาสตร์ให้มีลักษณะเป็นรูปธรรมได้อย่างสมบูรณ์
2	นักเรียนสามารถแสดงความสัมพันธ์ของความคิดทางคณิตศาสตร์ให้มีลักษณะเป็นรูปธรรม แต่ให้ข้อมูลไม่สมบูรณ์
1	นักเรียนไม่สามารถแสดงความสัมพันธ์ของความคิดทางคณิตศาสตร์ให้มีลักษณะเป็นรูปธรรมได้อย่างถูกต้อง แต่มีการแสดงความสัมพันธ์ของความคิดทางคณิตศาสตร์ได้สอดคล้องกับข้อมูลในสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้บางส่วน
0	นักเรียนไม่แสดงหรือไม่สามารถแสดงความสัมพันธ์ของความคิดทางคณิตศาสตร์ให้มีลักษณะเป็นรูปธรรม

จากการศึกษาการประเมินการนำเสนอตัวแทนทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว ผู้วิจัยได้เลือกแนวทางการวัดและประเมินผลของ Cai. J. S., Jakabcsin M., & Lane S. ซึ่งประเมินผลทั้งหมด 3 ด้าน ได้แก่ การเขียนข้อความ การแสดงแทนภาพ และการใช้สัญลักษณ์ มีทั้งหมด 4 ระดับคะแนน และวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์หลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบทั้ง 4 วงจร และเก็บข้อมูลจากร่องรอยการทำงานของนักเรียนจากใบกิจกรรม เพื่อศึกษาการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

#### 2.6 แนวทางการส่งเสริมการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง พบว่ามีนักการศึกษาและนักวิชาการได้บอกแนวทางในการส่งเสริมการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ ดังต่อไปนี้

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา NCTM (2014, อ้างถึงใน ญัฐกานต์ อาริรัตน์ เวช, 2564) กล่าวไว้ว่า การสอนที่มีประสิทธิภาพเน้นการใช้และเชื่อมโยงระหว่างการนำเสนอทางคณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจแนวคิดและขั้นตอนของนักเรียนให้ลึกซึ้งขึ้น สนับสนุนการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียน และทำเป็นเครื่องมือสำหรับการแก้ปัญหา โดยได้อธิบายบทบาทของครูในการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ด้านการนำเสนอตัวแทนทางคณิตศาสตร์สามารถสรุปได้ดังนี้

1. การเลือกงานที่เปิดโอกาสให้นักเรียนมีการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ ในการทำความเข้าใจปัญหา
2. จัดสรรเวลาเพื่อให้นักเรียนได้อภิปรายและสร้างความเชื่อมโยงของการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์
3. แนะนำรูปแบบการนำเสนอตัวแทนที่เป็นทางเลือกให้กับนักเรียนเพื่อให้นักเรียนสามารถสร้างภาพวาดทางคณิตศาสตร์หรือใช้ภาพเพื่ออธิบายและแสดงผลของพวกเขาได้
4. เน้นความสนใจของนักเรียนไปที่โครงสร้างหรือคุณสมบัติที่สำคัญของความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏโดยไม่คำนึงถึงการนำเสนอตัวแทน
5. การออกแบบวิธีที่จะกระตุ้นและประเมินความสามารถของนักเรียนเพื่อใช้การเป็นการนำเสนอตัวแทนอย่างมีความหมายในการแก้ปัญหา

Pape and Tchoshanov (2001) ได้แนะนำวิธีการส่งเสริมการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ไว้คร่าว ๆ ดังต่อไปนี้

1. นักเรียนจำเป็นต้องฝึกฝนการใช้การแสดงแทนหลาย ๆ รูปแบบ ในสถานการณ์ที่แตกต่างกัน โดยนักเรียนใช้ความรู้เดิมเพื่อสร้างการแสดงแทน และกระตุ้นให้นักเรียนสร้างการแสดงแทนที่หลากหลายในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนจะต้องมีปฏิสัมพันธ์กับครูในระหว่างการจัดการเรียนรู้

2. การนำเสนอการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์จะต้องดำเนินระหว่างการจัดกิจกรรมหรือเป็นส่วนหนึ่งในการแก้ปัญหา ไม่ใช่ผลลัพธ์สุดท้ายหรือคำตอบของการแก้ปัญหา

3. ในการจัดการเรียนรู้ต้องเป็นการฝึกทั้งสองอย่างแบบผสมผสานกัน

อัมพร ม้าคนอง (2553) กล่าวว่ามโนภาพทางคณิตศาสตร์หรือการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์เป็นปัจจัยสำคัญที่จะทำให้ผู้เรียนเข้าใจปัญหา และสามารถคิดหาวิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพได้ ผู้สอนควรตระหนักถึงประเด็นนี้ และฝึกให้ผู้เรียนใช้มโนภาพทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์ปัญหาก่อนลงมือแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่คุ้นเคย การฝึกที่ต่อเนื่องจะช่วยพัฒนามโนภาพทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้ดีขึ้นเรื่อย ๆ

อรชร ภูบุญเดิม (2550) กล่าวว่าในการฝึกให้นักเรียนใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ครูผู้สอนจะต้องสอนให้นักเรียนรู้จักตัวแทนทางคณิตศาสตร์ว่ามีอะไรบ้าง จากนั้นให้ผู้เรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการนำตัวแทนทางคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาในลักษณะต่าง ๆ เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ แล้วให้นักเรียนได้รับการฝึกการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยต้องคำนึงถึงการเรียนรู้ที่จะทำให้ผู้เรียนสามารถหาวิธีการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหา การรวบรวมข้อมูล จัดบันทึก ตลอดจนสื่อสารความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เลือก ประยุกต์และแปลความหมายการใช้ตัวแทนไปสู่การแก้ปัญหาได้

พรรณทิภา ทองนวล (2554) กล่าวว่าบทบาทของครูมีความสำคัญในการช่วยพัฒนาความเชื่อมั่นและความสามารถด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ โดยออกแบบและจัดกิจกรรมที่กระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้ตัวแทนที่หลากหลายอย่างมีความหมาย ประกอบกับการสนับสนุนให้นักเรียนอภิปรายและนำเสนอหน้าชั้นเรียนโดยใช้การแสดงแทน เช่น กราฟ ตาราง รูปภาพ หรือสัญลักษณ์ต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาหรือสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาแนวทางการส่งเสริมการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์จากที่นักการศึกษาและนักวิชาได้กล่าวไว้ สรุปได้ว่า ครูจะต้องฝึกให้ผู้เรียนได้ร่วมกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย โดยฝึกให้ผู้เรียนได้รู้จักการแสดงแทนหลาย ๆ รูปแบบแล้วฝึกแก้ปัญหาด้วยตนเองโดยใช้การแสดงแทนที่ได้เรียนรู้มา โดยการแสดงแทนเป็นส่วนหนึ่งของการจัดกิจกรรม ไม่ใช่ผลลัพธ์ปลายทาง และต้องฝึกฝนการแสดงแทนจนนำไปสู่การแก้ปัญหาให้สำเร็จ

### 3. การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

#### 3.1 ความหมายของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

Barrows and Tamblyn (1980, อ้างอิงใน ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์, 2558) ได้ให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานไว้ว่าเป็นการสอนที่มุ่งสร้างความเข้าใจและหาทางแก้ปัญหา โดยใช้ปัญหาเป็นจุดตั้งต้นของกระบวนการเรียนรู้ และเป็นตัวกระตุ้นต่อไปในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาด้วยเหตุผล และการสืบค้นข้อมูลที่ต้องการเพื่อสร้างความเข้าใจโลกของตัวปัญหา รวมทั้งวิธีการแก้ปัญหา

ทิศนา ขมมณี (2561) ได้นิยามการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เป็นการจัดสภาพการณ์ของการเรียนการสอนที่ใช้ปัญหาเป็นเครื่องมือในการช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามเป้าหมาย โดยผู้สอนอาจนำผู้เรียนไปเผชิญสถานการณ์ปัญหาจริง หรือผู้สอนอาจจัดสภาพการณ์ให้ผู้เรียนเผชิญปัญหา และฝึกกระบวนการวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่ม ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในปัญหานั้นอย่างชัดเจน ได้เห็นทางเลือกและวิธีการที่หลากหลายในการ

แก้ปัญหานั้น รวมทั้งช่วยให้ผู้เรียนเกิดความใฝ่รู้ เกิดทักษะกระบวนการคิด และกระบวนการแก้ปัญหาต่าง ๆ

รูสตา จะปะเกีย (2558) ได้ให้ความหมายไว้ว่าเป็นวิธีการเรียนที่เริ่มต้นด้วยปัญหาที่เกิดขึ้นจริงหรือสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง เป็นตัวกระตุ้นให้ผู้เรียนอยากรู้ สนใจ ซึ่งอยู่บนพื้นฐานความต้องการของผู้เรียน และศึกษาค้นคว้าจนพบคำตอบด้วยตนเองโดยใช้กระบวนการกลุ่ม แล้วนำความรู้ที่ได้ค้นคว้ามาร่วมกันอภิปราย ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ผ่านกระบวนการคิด การแก้ปัญหา โดยครูผู้สอนเป็นเพียงผู้ให้คำแนะนำ ช่วยเหลือและสนับสนุนในการเรียน

จากการให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานดังกล่าว สรุปได้ว่าการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เป็นการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาที่เกิดขึ้นจริง หรือสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง เพื่อฝึกกระบวนการคิดวิเคราะห์ และศึกษาค้นคว้าจนค้นพบคำตอบด้วยตนเอง แล้วนำความรู้มาร่วมกันอภิปรายเพื่อให้เห็นถึงทางเลือกและวิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ทำให้ผู้เรียนเรียนรู้ผ่านกระบวนการคิดและการแก้ปัญหา

### 3.2 ความเป็นมา แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

Barrows and Tamblyn (1980, อ้างถึงใน ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์, 2558) เป็นผู้บุกเบิกแนวทางการเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นหลัก ซึ่งแนวคิดนี้เกิดขึ้นที่ McMaster University ประเทศแคนาดา เนื่องจากเกิดปัญหาการเรียนการสอนในสาขาแพทย์ 2 ประการ คือ ปัญหาจากวิธีสอนแบบบรรยาย ซึ่งนิยมใช้มาก เนื่องจากเป็นวิธีที่ให้เนื้อหาได้มาก แต่ไม่ได้พัฒนาทักษะกระบวนการคิดของผู้เรียน ผู้เรียนไม่สามารถแสวงหาความรู้ใหม่เพื่อแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นได้ ประกอบกับปัญหาเกี่ยวกับความรู้ในด้านแพทย์ซึ่งเป็นวิชาชีพที่เน้นการปฏิบัติ ในช่วงที่เรียนอยู่ผู้เรียนได้รับความรู้จำนวนหนึ่งไป แต่เมื่อไปทำงานกลับต้องเผชิญกับสถานการณ์หรือปัญหาหลากหลายแตกต่างจากที่ครูเคยสอนในชั้นเรียน และผู้เรียนไม่สามารถแก้ปัญหาเหล่านั้นได้ เพราะในการเรียนการสอนนั้นไม่ได้ให้ทักษะในการแก้ปัญหาแก่พวกเขา

การเรียนโดยที่ใช้ปัญหาเป็นหลักเป็นวิธีการเรียนการสอนวิธีหนึ่งที่มีจุดมุ่งหมายที่จะสอนผู้เรียนให้ฝึกกระบวนการคิดแก้ปัญหาและฝึกทำงานเป็นกลุ่ม โดยที่ผู้เรียนเป็นศูนย์กลางของการเรียนรู้ และใช้ปัญหาหรือสถานการณ์ในการเรียนรู้และค้นคว้าด้วยตนเอง การเรียนรู้จะอยู่ในรูปของกลุ่มย่อย นักเรียนจะเป็นผู้กระทำด้วยตนเอง โดยมีครูเป็นเพียงผู้ชี้แนะและให้ข้อมูลที่จำเป็นเพื่อเสริมสร้างสมรรถนะที่จำเป็นให้นักเรียน ซึ่งได้แก่ การเรียนรู้ด้วยตนเอง การแก้ปัญหา การชี้นำตนเองในการเรียนรู้ และการทำงานเป็นทีม

### 3.3 ลักษณะของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

ศุภฤกษ์ บัวเสนาะ (2563) ได้สรุปลักษณะของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานดังนี้

1.) เป็นการจัดการกระบวนการเรียนรู้ด้วยการใช้ปัญหาที่มีลักษณะคลุมเครือ ไม่ชัดเจน อาจมีคำตอบหลากหลาย

2.) เป็นการเรียนรู้แบบช่วยเหลือกันเป็นกลุ่ม

3.) เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ช่วยพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา

4.) เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง

5.) ผู้สอนมีหน้าที่คอยแนะนำหรือชี้แนวทาง

6.) ประเมินผลการจัดการเรียนรู้จากสภาพจริง

### 3.4 ลักษณะของปัญหาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

วัลลี สัตยาชัย (2547, อ้างถึงใน รุสดา จะปะเกีย, 2558) ได้กล่าวถึงหลักการในการสร้างโจทย์ปัญหาให้มีประสิทธิภาพ ดังนี้

1.) ต้องเชื่อมโยงกับพื้นฐานความรู้เดิมของผู้เรียนความรู้เดิมที่เชื่อมกับความรู้ใหม่ จะมีผลทำให้จดจำความรู้ใหม่ได้ดีและได้นาน การสร้างโจทย์ปัญหาจึงต้องอยู่บนพื้นฐานที่เกี่ยวข้อง กับความรู้เดิมของผู้เรียน เพื่อช่วยให้ผู้เรียนสามารถดึงความรู้เดิมที่มีอยู่มาใช้ในการอธิบายได้ การใช้โจทย์ปัญหาที่ยากเกินไปโดยนักศึกษาไม่สามารถนำความรู้เดิมที่มีอยู่มาใช้ได้จะทำให้กระบวนการกลุ่มด้อยประสิทธิภาพ เพราะไม่สามารถอธิบายได้หรืออธิบายได้เพียงเล็กน้อย เนื่องจากไม่มีความรู้เดิมอยู่เลย เป็นผลให้ขาดแรงจูงใจในการศึกษาหาความรู้เพิ่มเติม และยังทำให้ไม่เกิดการเชื่อมโยงความรู้ใหม่เข้ากับความรู้เดิมที่มีอยู่

2.) ต้องมีข้อมูลบางส่วนที่ทำให้ความรู้เดิมของนักศึกษาที่มีอยู่ไม่เพียงพอที่จะอธิบายหรือแก้ปัญหาได้ ต้องอาศัยความรู้เพิ่มเติมมาช่วย ทั้งนี้เพื่อเป็นการกระตุ้นให้เกิดการแสวงหาความรู้ใหม่มาเพิ่มเติมนอกเหนือจากความรู้เดิมที่มีอยู่

3.) ควรสร้างให้คล้ายคลึง หรือเชื่อมโยงกับปัญหาจริงในอนาคตที่นักศึกษาจะต้องประสบจริงในวิชาชีพ เพราะจากการศึกษาวิจัย พบว่า การเรียนในสภาพแวดล้อมที่คล้ายคลึงกับของจริง จะทำให้สามารถจดจำและนำความรู้มาใช้ได้ดี เช่น การเรียนเกี่ยวกับการดำน้ำในบรรยากาศใต้น้ำจริง จะสามารถทำให้ผู้เรียนจดจำได้ดีกว่าการเรียนเกี่ยวกับการดำน้ำในห้องเรียนหรือบนพื้นดิน หรือการเรียนโดยใช้ปัญหาจริงของผู้ป่วยในทางการแพทย์และสาธารณสุข ก็จะทำให้สามารถนำความรู้ที่นำมาใช้ได้ดีในอนาคตเมื่อได้พบกับผู้ป่วยจริง

4.) ต้องมีลักษณะที่กระตุ้นให้ผู้เรียนสามารถสร้างวัตถุประสงค์การเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง ในบางกรณี การสร้างโจทย์ปัญหาโดยมีคำถามระบุไว้ท้ายโจทย์หรือมีคำสั่งให้อธิบายเหตุการณ์ ปรากฏการณ์สาเหตุ หรือมีเอกสารอ้างอิงที่มีคำตอบให้โดยสมบูรณ์อยู่แล้ว กรณีเช่นนี้มักจะทำให้

นักศึกษาไม่สร้างวัตถุประสงค์การเรียนรู้ด้วยตนเอง และไม่ศึกษาหาความรู้เพิ่มเติมจากเอกสาร หรือ แหล่งความรู้อื่น ๆ ที่ไม่ได้กำหนดไว้

5.) ควรเป็นปัญหาที่สามารถกระตุ้นความสนใจของผู้เรียน เช่น ปัญหาที่ผู้เรียนเคยได้ฟังได้ ยินมาบ่อย ๆ หรือเคยพบเห็นด้วยตนเองในชีวิตจริง หรือเป็นปัญหาสาธารณสุขที่พบบ่อยของประเทศ เช่น การสร้างโจทย์ที่มีการระบาดของโรคต้องเสียหลังการกินเลี้ยงในงานรับน้องใหม่ การเปลี่ยนแปลงของร่างกายหลังการเมาเหล้า เป็นต้น ความสนใจในโจทย์ปัญหาจะมีความสัมพันธ์ โดยตรงกับเวลาที่ใช้ในการเรียนรู้ด้วยตนเอง และมีอิทธิพลในทางบวกต่อความสามารถในการเรียนรู้

6.) ต้องนำไปสู่การเรียนรู้ที่ตรงกับวัตถุประสงค์ที่ครูผู้สอนกำหนดไว้ ดังนั้นเมื่อสร้างโจทย์ ปัญหาเสร็จแล้ว จะต้องทดลองดูว่าในสถานะของผู้เรียนที่เผชิญกับปัญหานี้ จะสามารถนำไปสู่การเรียนรู้ที่ตรงกันกับวัตถุประสงค์ที่ผู้สอนต้องการหรือไม่ เพราะถ้าไม่ตรงกัน ก็จะทำให้ไม่บรรลุ วัตถุประสงค์ของหลักสูตรได้

สำนักมาตรฐานการศึกษาและพัฒนารการเรียนรู้ (2550) กล่าวถึงลักษณะสำคัญของปัญหา ดังนี้

1.) เกิดขึ้นในชีวิตจริงและเกิดจากประสบการณ์ของผู้เรียนหรือผู้เรียนอาจมีโอกาสเผชิญกับ ปัญหานั้น

2.) เป็นปัญหาที่พบบ่อย มีความสำคัญมีข้อมูลประกอบเพียงพอสำหรับการค้นคว้า

3.) เป็นปัญหาที่ยังไม่มีคำตอบชัดเจนตายตัว เป็นปัญหาที่มีความซับซ้อนคลุมเครือหรือ ผู้เรียนเกิดความสงสัย

4.) ปัญหาที่เป็นประเด็นขัดแย้ง ข้อถกเถียงในสังคมยังไม่มีข้อยุติ

5.) เป็นปัญหาที่อยู่ในความสนใจ เป็นสิ่งที่อยากรู้แต่ไม่รู้

6.) ปัญหาที่สร้างความเดือดร้อน เสียหาย เกิดโทษภัยและเป็นสิ่งไม่ดีหากใช้ข้อมูลโดยลำพัง คนเดียวอาจทำให้ตอบคำถามผิดพลาด

7.) เป็นปัญหาที่มีการยอมรับว่าจริง ถูกต้อง แต่ผู้เรียนไม่เชื่อว่าจริง ไม่สอดคล้องกับ ความคิดของผู้เรียน

8.) ปัญหาที่อาจมีคำตอบหรือมีแนวทางในการแสวงหาคำตอบได้หลายทางครอบคลุมการ เรียนรู้ที่กว้างขวางหลากหลายเนื้อหา

9.) เป็นปัญหาที่มีความยากความง่ายเหมาะสมกับพื้นฐานของผู้เรียน

10.) เป็นปัญหาที่ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที ต้องการการสำรวจค้นคว้าและการรวบรวม ข้อมูลหรือทดลองดูก่อนจึงจะได้คำตอบ ไม่สามารถที่จะคาดเดาหรือทำนายได้ง่าย ๆ ว่าต้องใช้ความรู้ อะไร ยุทธวิธีในการสืบเสาะหาความรู้จะเป็นอย่างไร หรือคำตอบ หรือผลของความรู้เป็นอย่างไร

11.) เป็นปัญหาที่ส่งเสริมความรู้ด้านเนื้อหาทักษะสอดคล้องกับหลักสูตรการศึกษา

### 3.4 ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

Peter Schwartz et al. (2001, อ้างอิงใน ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์, 2558) ได้เสนอขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานได้ดังนี้

1. การเผชิญกับปัญหา
2. การสำรวจความรู้เกี่ยวกับปัญหาที่มีในทุกคนของกลุ่ม
3. ตั้งสมมติฐานที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาและทดสอบสมมติฐานที่กำหนดไว้
4. ระบุสิ่งที่จำเป็นต้องเรียนรู้เพิ่มเติมเพื่อแก้ปัญหา
5. แบ่งกลุ่มย่อยเพื่อค้นคว้าหาข้อมูลในการแก้ปัญหา
6. รวบรวมความรู้ที่ได้มาจากการค้นคว้ากลุ่มย่อย และนำความรู้มาใช้แก้ปัญหา
7. หากยังแก้ปัญหาไม่ได้ ให้ดำเนินการในข้อ 3 – 6 ใหม่จนกว่าจะแก้ปัญหาได้
8. สรุปความรู้ที่ได้ทั้งด้านเนื้อหาและกระบวนการ

ยุรวุฒน์ คล้ายมงคล (2545, อ้างอิงใน ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์, 2558) ได้เสนอกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นหลักในการเรียนรู้เพื่อพัฒนาสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ 7 ขั้นตอน ดังนี้

1. เตรียมปัญหา มีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้างปัญหาสำหรับการเรียนรู้ให้ได้ตามสาระการเรียนรู้ด้านเนื้อหาและกระบวนการที่ต้องการ
2. สร้างความเชื่อมโยงสู่ปัญหา มีจุดมุ่งหมายเพื่อทำให้นักเรียนมีความรู้สึกว่าปัญหามีความสำคัญ นำให้ความสนใจและเวลาดำเนินการ และเพื่อนำเสนอปัญหา โดยวิธีสอนและเทคนิคการสอน ใช้การอภิปรายที่เชื่อมโยงกับประสบการณ์เดิมการใช้คำถามที่กระตุ้นประสบการณ์เดิม บทบาทสมมติสถานการณ์จำลอง และการทดลอง
3. สร้างกรอบของการศึกษา มีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้างกรอบหรือขอบเขตที่ชัดเจนที่จะทำให้การศึกษาค้นคว้าเป็นรูปธรรมชัดเจน ดำเนินต่อไปได้ง่ายและเป็นไปตามทิศทางที่กำหนด โดยวิธีสอนและเทคนิคการสอน ใช้การระดมสมอง การเขียนตารางแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหา ข้อเท็จจริงเกี่ยวกับปัญหาที่รู้ประเด็นที่ต้องศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติม วิธีการศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติม และเทคนิคการระดมสมองเพื่อช่วยหาแนวคิด
4. ศึกษาค้นคว้าโดยกลุ่มย่อย มีจุดมุ่งหมายเพื่อรวบรวมข้อมูลที่ใช้ในการตัดสินใจแก้ปัญหาตามที่กำหนดไว้ในกรอบการศึกษา โดยวิธีสอนและเทคนิคการสอน ใช้บทบาทสมมติ สถานการณ์จำลอง เพื่อฝึกทักษะการค้นคว้าและการทำงานกลุ่มอย่างมีประสิทธิภาพ และกิจกรรมกลุ่มเพื่อฝึกทักษะการค้นคว้าและการทำงานกลุ่มอย่างมีประสิทธิภาพ
5. ตัดสินใจหาทางแก้ปัญหา มีจุดมุ่งหมายเพื่อประเมินความเป็นได้ ความเหมาะสมของแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่กำหนดไว้ โดยพิจารณาจากข้อมูลที่ได้จากการศึกษา ค้นคว้า และเพื่อ



ตัดสินใจเลือกวิธีการที่จะใช้ในการแก้ปัญหา โดยวิธีสอนและเทคนิคการสอน ใช้การอภิปรายข้อดีข้อเสีย จุดเด่น จุดด้อยของวิธีแก้ปัญหาแต่ละวิธี

6. สร้างผลงาน มีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้างชิ้นงานหรือดำเนินการตามแนวทางที่กำหนดไว้ โดยวิธีสอนและเทคนิคการสอน ใช้การทำงานเป็นกลุ่ม

7. ประเมินผลการเรียนรู้ มีจุดมุ่งหมายเพื่อสรุปสาระการเรียนรู้ด้านเนื้อหาและกระบวนการ ประเมินการเรียนรู้และสร้างความเชื่อมโยงกับเรื่องที่เกี่ยวข้อง โดยวิธีสอนและเทคนิคการสอน ใช้แผนผังความคิด (mind mapping)

สำหรับการประเมินสมรรถภาพในการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นหลักนั้นควรดำเนินการดังนี้

1. การประเมินความรู้ เป็นการประเมินความรู้ในเนื้อหาวิชาที่เป็นพื้นฐานในการประกอบอาชีพ ซึ่งได้จากการศึกษาค้นคว้าและการใช้นำการเรียนรู้ด้วยตนเองของผู้เรียน ประเมินจากการให้ผู้เรียนตอบคำถาม เพื่อวัดความสามารถในการแก้ปัญหา

2. การประเมินสมรรถภาพในการใช้กระบวนการค้นคว้าหาความรู้ เป็นการประเมินความสามารถในการค้นคว้าด้วยตนเองของผู้เรียน ซึ่งวิธีการประเมินทำได้ทั้งการให้ผู้เรียนประเมินตนเอง หรือให้ผู้เกี่ยวข้องในการเรียนของนักเรียนร่วมประเมินด้วย

3. การประเมินสมรรถภาพในการชี้นำด้วยตนเอง เป็นการประเมินความสามารถของผู้เรียนในการเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง ยอมรับตนเอง ประเมินตนเองตามความเป็นจริง

4. การประเมินสมรรถภาพในการทำงานเป็นกลุ่ม เป็นการประเมินความสามารถของผู้เรียนขณะอยู่ในกลุ่ม โดยกลุ่มจะเรียนรู้ไปพร้อม ๆ กันจากการช่วยกันทำงานและค้นคว้าหาความรู้

รังสรรค์ ทองสุกนอก (2547, อ้างถึงใน ศุภฤกษ์ บัวเสนาะ, 2563) ได้กำหนดขั้นตอนของการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานสำหรับการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นการจัดกลุ่ม อันดับแรกสมาชิกในกลุ่มทำการค้นเคยกัน สมาชิกในกลุ่มแนะนำตนเองบอกถึงความสามารถที่มี ความสนใจ และประสบการณ์ต่าง ๆ ที่จะมีประโยชน์ต่อกลุ่ม แล้วกลุ่มกำหนดบทบาทของสมาชิกในกลุ่มอย่างชัดเจน ในกลุ่มต้องมีประธาน รองประธาน และเลขานุการที่คอยจดบันทึกกิจกรรมภายในกลุ่ม ในขั้นนี้จะเป็นขั้นเริ่มต้นของการประเมินผลการดำเนินกิจกรรมของนักเรียนด้วย ซึ่งการประเมินผลจะดำเนินไปพร้อมกับทุกขั้นตอนของการเรียนรู้

ขั้นตอนที่ 2 ขั้นเชื่อมโยงปัญหาและระบุปัญหา ขั้นนี้ครูจะนำเสนอสถานการณ์ที่มีความสัมพันธ์ กับเนื้อหาที่จะสอนละปัญหาที่จะใช้ในการกระตุ้นการเรียนรู้ ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อเตรียมความพร้อมให้กับนักเรียนก่อนที่จะเจอปัญหา เมื่อครูเสนอปัญหาให้แล้ว สมาชิกในกลุ่มจะต้องนำเสนอแนวคิดต่อปัญหาในแง่ของแนวทางที่เป็นไปได้ในการแก้ปัญหา และกำหนดข้อเท็จจริงที่ปรากฏอยู่ในปัญหา หากในกลุ่มมีผู้ที่มีประสบการณ์สัมพันธ์กับปัญหานั้นต้องเสนอให้

กลุ่มได้รับทราบ จากนั้นช่วยกันระบุตัวปัญหาย่อยที่ถูกต้องตรงกัน การระบุปัญหาย่อยทั้งหมด โดยสมาชิกในกลุ่มจะต้องมีความเข้าใจต่อปัญหาย่อยนั้นได้อย่างชัดเจน ในปัญหาเริ่มต้นหนึ่งปัญหาที่ครูเสนอให้ อาจมีปัญหาย่อยออกมาอีกก็ได้ ขึ้นอยู่กับการวิเคราะห์ปัญหาหรือมีความไม่เข้าใจอะไรตรงไหนของกลุ่ม

ขั้นตอนที่ 3 ขั้นการสร้างสมมติฐาน เมื่อระบุปัญหาแล้วนักเรียนในกลุ่มก็จะร่วมกันวิเคราะห์ปัญหาย่อยแต่ละข้อ และตั้งสมมติฐานให้สอดคล้องกับปัญหาย่อย ๆ นั้น สมมติฐานที่ตั้งมีลักษณะเป็นปัญหาย่อย ๆ ที่ตั้งอยู่บนเหตุผลและความรู้ที่มีอยู่ก่อน

ขั้นตอนที่ 4 ขั้นเตรียมการศึกษาค้นคว้า ประกอบด้วย

- 1.) กำหนดสิ่งที่ต้องเรียนรู้เพิ่มเติม เป็นการกำหนดว่าจะต้องค้นคว้าอะไรเพื่อที่จะสามารถนำสิ่งนั้นมาตรวจสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้ เป็นการวางเป้าหมายของการเรียนรู้
- 2.) สร้างแผนการเรียนรู้ เป็นกลวิธีที่ใช้ในการศึกษาสิ่งที่ต้องเรียนรู้เพิ่มเติม
- 3.) กำหนดแหล่งข้อมูลที่สอดคล้องกับแผนการเรียนรู้

ขั้นตอนที่ 5 ขั้นการศึกษาค้นคว้า เมื่อเตรียมการศึกษาค้นคว้าแล้ว สมาชิกแต่ละคนของกลุ่ม จะมีหน้าที่ความรับผิดชอบในการแสวงหาข้อมูลเพิ่มเติมจากภายนอกกลุ่ม โดยสามารถหาได้จากแหล่งข้อมูลต่าง ๆ ที่ครูได้กำหนดไว้แล้ว ซึ่งการศึกษาค้นคว้าจะทำการค้นคว้าหรือเป็นรายบุคคลก็ได้ ในการศึกษาค้นคว้า สมาชิกในกลุ่มจะต้องศึกษาอย่างละเอียดให้เข้าใจ สามารถอธิบายให้สมาชิกคนอื่นเข้าใจได้ โดยเลขานุการจดบันทึกสิ่งที่ศึกษาค้นคว้าไว้ด้วย

ขั้นตอนที่ 6 ขั้นการสังเคราะห์ข้อมูลและนำไปใช้ในการตรวจสอบสมมติฐาน ในขั้นนี้ นักเรียนจะสังเคราะห์ข้อมูลที่ได้ศึกษาค้นคว้ามานำมาเพียงพอกับการตรวจสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้หรือไม่ แล้วนำข้อมูลที่ไปตรวจสอบสมมติฐานและแก้ปัญหา ถ้าไม่เพียงพอ กลุ่มจะต้องกำหนดสิ่งที่เรียนรู้เพิ่มเติม แผนการเรียนรู้ และแหล่งข้อมูลแล้วดำเนินการศึกษาอีกครั้งหนึ่งเพื่อให้ได้ข้อมูลที่สมบูรณ์ก่อน

ขั้นตอนที่ 7 ขั้นการสะท้อนผลการเรียนรู้ ในขั้นตอนนี้จะประกอบด้วยการนำเสนอผลงานหรือผลการแก้ปัญหา โดยจะนำเสนอแผนการดำเนินงานกลุ่มทั้งหมด ตั้งแต่ขั้นตอนที่ 1 ถึงขั้นตอนที่ 6 ในขั้นนี้จะเปิดโอกาสให้นักเรียนในชั้นเรียนได้ประเมินผลงานของกลุ่มอื่น ๆ ด้วย ซึ่งครูและนักเรียนจะช่วยกันสรุปข้อมูลที่แต่ละกลุ่มได้ศึกษาค้นคว้ามานำมาอีกครั้ง

ขั้นตอนที่ 8 ขั้นสรุป ในขั้นนี้จะสรุปผลของการประเมินผลทั้งด้านความรู้ ด้านทักษะทางการเรียน และด้านทักษะทางสังคม การประเมินผลประกอบด้วย การประเมินผลของครูและการประเมินผลของตนเองของนักเรียนทั้ง 3 ด้านดังกล่าว โดยที่ครูและนักเรียนจะประเมินไปพร้อมกับการดำเนินกิจกรรมทุกขั้นตอน

พระพันธุวัฒน์ ธมมวฑฒโน (2565) ได้ให้ความหมายและแนะนำขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานไว้ว่า เป็นการเรียนรู้ที่เริ่มต้นด้วยปัญหาที่เกิดขึ้นจริงหรือสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง เป็นตัวกระตุ้นให้ผู้เรียนอยากรู้ สนใจ ซึ่งอยู่บนความต้องการพื้นฐานของผู้เรียน และศึกษาค้นคว้าจนพบคำตอบด้วยตนเองโดยใช้กระบวนการกลุ่มนำความรู้ที่ได้ค้นคว้ามาร่วมกันอภิปราย ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ผ่านกระบวนการคิด การแก้ปัญหา โดยครูผู้สอนเป็นผู้ให้คำแนะนำ ช่วยเหลือ และสนับสนุนในการเรียน มีทั้งหมด 5 กระบวนการ คือ

1. การระบุถึงปัญหาที่พบ หรือการสร้างปัญหาที่เกิดจากการอ่าน การสะท้อนปัญหาหรือการไต่ถามของนักเรียนแต่ละคน การมอบหมายบทบาทและหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่ม การร่วมกันระดมสมองและตกแต่งรายละเอียดของประเด็นปัญหาที่น่าจะเกิดขึ้น

2. การวิเคราะห์ปัญหาและเรียนรู้ประเด็นปัญหา ระดมสมองและวิเคราะห์ปัญหาที่พบ การระบุประเด็นการเรียนรู้และกำหนดวัตถุประสงค์ในการเรียนรู้ การมอบหมายงานที่ส่งเสริมการเรียนรู้ด้วยตนเองและการสอนโดยเพื่อนร่วมชั้น

3. การค้นพบและรายงานผล นักเรียนแต่ละคนรายงานข้อค้นพบที่ได้จากการไปศึกษาค้นคว้ามาให้กลุ่มทราบ การแบ่งปันข้อมูลหรือสารสนเทศใหม่ ๆ ที่แต่ละคนได้ไปศึกษามา การวิเคราะห์สังเคราะห์บททวนและประเมินคำตอบหรือข้อค้นพบที่ได้เพื่อเตรียมนำเสนอต่อไป

4. การนำเสนอคำตอบของปัญหาและสะท้อนผล แต่ละกลุ่มนำเสนอข้อค้นพบหรือคำตอบของปัญหา การเรียนรู้ร่วมกันกับกลุ่มอื่นผ่านการอภิปราย สะท้อนผลและประเมินผล

5. การแสดงความคิดเห็นในการบูรณาการและการประเมินผล ครูผู้สอนและนักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็น สรุปผลหรือตกแต่งรายละเอียดของการแก้ปัญหาที่แต่ละกลุ่มได้นำเสนอสมาชิกในแต่ละกลุ่มช่วยกันประเมินผลสิ่งที่สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มได้ร่วมกันทำหลังจากได้นำเสนอปัญหาและ-ผลการแก้ปัญหาที่ผ่านการสะท้อนผลหรือผ่านการพิจารณาแล้ว

ในการวิจัยครั้งนี้ จะใช้ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้เป็นฐานที่ค้นพบในงานเขียนของพระพันธุวัฒน์ ธมมวฑฒโน (2565) ซึ่งประกอบไปด้วย 5 ขั้นตอนดังที่ได้กล่าวมาแล้ว

3.5 บทบาทของผู้เรียนในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

วัลลี สัตยาศัย (2547, อ้างถึงใน รุสดา จะปะเกีย , 2558) ได้สรุปบทบาทหน้าที่ของผู้เรียนไว้ดังนี้

- 1.) เป็นผู้ริเริ่มหรือนำการอภิปราย
- 2.) กระตุ้นให้สมาชิกภายในกลุ่มทุกคนได้แสดงความคิดเห็นและอภิปรายร่วมกัน
- 3.) ควบคุมดูแลให้กระบวนการอภิปรายเป็นไปตามขั้นตอนที่ได้วางไว้
- 4.) คอยจับประเด็นที่สมาชิกกลุ่มอภิปราย
- 5.) ควบคุมและรักษาเวลาให้เป็นไปตามที่ได้กำหนดไว้

6.) ดูแลให้ผลของกระบวนการกลุ่มเป็นไปตามวัตถุประสงค์

สำนักมาตรฐานการศึกษาและพัฒนาระบบการเรียนรู้ (2550, อ้างถึงใน ศุภฤกษ์ บัวเสนา , 2563) ได้กล่าวถึงบทบาทของนักเรียนในการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ดังนี้

1) ผู้เรียนต้องปรับทัศนคติในบทบาทหน้าที่และการเรียนรู้ของตนเอง

2) ผู้เรียนต้องมีคุณลักษณะด้านการใฝ่รู้ ใฝ่เรียน มีความรับผิดชอบสูง รู้จักการทำงานร่วมกันอย่างเป็นระบบ

3) ผู้เรียนต้องได้รับการวางพื้นฐาน และฝึกทักษะที่จำเป็นในการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ เช่น กระบวนการคิด การสืบค้นข้อมูล การทำงานกลุ่ม การอภิปราย การสรุป การนำเสนอผลงานและการประเมินผล

4) ผู้เรียนต้องมีทักษะการสื่อสารที่ดีพอ

3.6 บทบาทของผู้สอนในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

ผู้สอนควรมีบทบาทในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานดังต่อไปนี้ (วิระสิทธิ์ มาตอำพร, 2563)

1.) ใช้คำถามนำและคำถามปลายเปิด

2.) ช่วยผู้เรียนสะท้อนประสบการณ์ที่ผู้เรียนมีอยู่

3.) เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เรียนรู้อย่างอิสระ

4.) เป็นผู้เล็งดูแลให้ผู้เรียนมีความก้าวหน้าและในการอภิปรายอยู่ในกรอบที่กำลังศึกษา

5.) ตั้งประเด็นที่จำเป็นในการพิจารณาและอภิปรายร่วมกัน

6.) ให้แนวทางในการค้นคว้าหาความรู้ตลอดจนกระบวนการเรียนอย่างระมัดระวัง

7.) กระตุ้นและให้การสนับสนุนผู้เรียน

8.) จัดสิ่งแวดล้อมให้ผู้เรียนรู้สึกอบอุ่นปลอดภัยให้ผู้เรียนแต่ละคนมีความพอใจและไม่กลัวต่อการแลกเปลี่ยนประสบการณ์และความคิดเห็น

3.7 การวัดและประเมินผลการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

วัลลี สัตยาศัย (2547, อ้างถึงใน รุสตา จะปะเกีย, 2558) กล่าวว่า การวัดผลและประเมินผล การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน จะต้องวัดและประเมินให้ครอบคลุมทุกด้าน ทั้งในส่วนของ กระบวนการและผลงานทั้งด้านความรู้ ทักษะการทำงานทุกด้านตลอดจนเจตคติโดยการประเมิน จะต้องมีการประเมินความก้าวหน้าระหว่างเรียน และการประเมินตัดสินผลหลังจากการเรียนรู้เสร็จสิ้น ซึ่งผู้สอนอาจแบ่งขั้นตอน การประเมินเพื่อการวางแผนที่ดีได้ดังนี้

1.) กำหนดวัตถุประสงค์และเป้าหมายของการประเมิน

2.) พิจารณาขอบเขต เกณฑ์วิธีการและสิ่งที่จะประเมิน เช่น ประเมินพัฒนาการด้านการนำเสนอความรู้ ต้องมีการกำหนดวัตถุประสงค์ให้ครอบคลุมจุดมุ่งหมายทางการศึกษาทั้ง 3 ด้าน คือ ความรู้ เจตคติ และทักษะกลไก

3.) กำหนดผู้ประเมินว่ามีใครบ้างที่จะเป็นผู้ประเมิน โดยผู้ประเมินควรครอบคลุมทุกด้านของกิจกรรม เช่น นักเรียนนักศึกษาประเมินตนเอง เพื่อนประเมิน ครูอาจารย์ประเมินผู้ปกครอง ประเมิน เจ้าหน้าที่และบุคคลที่ร่วมปฏิบัติงาน เช่น กรณีของนักศึกษาแพทย์ที่ปฏิบัติงานบนหอ ผู้ป่วยก็อาจใช้พยาบาลและผู้ป่วยร่วมประเมินด้วย

4.) เลือกใช้เทคนิคและเครื่องมือในการประเมินที่หลากหลาย โดยต้องสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของหลักสูตรและวัตถุประสงค์รายวิชา รวมไปถึงสอดคล้องกับเกณฑ์การประเมิน เช่น ใช้การทดสอบ ใช้การสัมภาษณ์ ใช้การสังเกตพฤติกรรม ใช้แบบสอบถาม ใช้การบันทึกจากผู้เกี่ยวข้อง ใช้แบบประเมินตนเอง ใช้แฟ้มสะสมผลงาน (Portfolio) เป็นต้น

5.) กำหนดเวลาและสถานที่ที่จะประเมิน เช่น การประเมินระหว่างการทำกิจกรรมกลุ่ม การประเมินระหว่างทำโครงการ

6.) วิเคราะห์ผลและจัดการข้อมูลการประเมิน โดยนำเสนอรายการกระบวนการ แฟ้มสะสมผลงาน การบันทึกข้อมูล ผลการสอบ

7.) สรุปผลการประเมินเพื่อปรับปรุงข้อบกพร่องของการเรียนรู้และพัฒนาผู้เรียนรวมทั้งปรับปรุงกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ และในกรณีที่เป็นการประเมินผลสรุปรวมเพื่อตัดสินผลการเรียน ควรพิจารณาใช้เกณฑ์ที่กำหนด และนำผลการประเมินระหว่างเรียนมาประกอบการพิจารณาด้วยเสมอ

#### 4. ความสัมพันธ์ระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานกับการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้แสดงการเปรียบเทียบองค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่ส่งเสริมการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ทั้งหมด 3 ด้าน ดังตาราง 5

ตาราง 5 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานกับการนำเสนอการ  
แสดงแทนทางคณิตศาสตร์

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน	การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ ที่วัดและประเมินผล		
	การเขียน	การแสดง	การใช้
	ข้อความ	แทนภาพ	สัญลักษณ์
1. การระบุถึงปัญหาที่พบ	✓		
2. การวิเคราะห์ปัญหาและเรียนรู้ประเด็นปัญหา	✓	✓	✓
3. การค้นพบและรายงานผล	✓	✓	✓
4. การนำเสนอคำตอบของปัญหาและสะท้อนผล	✓	✓	✓
5. การแสดงความคิดเห็นและการประเมินผล	✓		

## 5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### 5.1 งานวิจัยในประเทศ

#### 5.1.1 งานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

รุ่งทิwa คนการณั (2564) ได้วิจัยเชิงคุณภาพโดยใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดเพื่อสำรวจลักษณะของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การคูณ โดยมีกลุ่มเป้าหมายคือนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 30 คน วิเคราะห์ข้อมูลในรูปแบบภาพนิ่ง ผลงาน/ใบกิจกรรมของนักเรียน และแบบบันทึกการถอดข้อความจากวิดีโอ วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้กรอบการแสดงผลทางคณิตศาสตร์ของ Lesh ผลการวิจัยพบว่านักเรียนแสดงแทนโดยใช้การวาดรูปบล็อก สิ่งที่อยู่ในชีวิตประจำวันของตนเองตามประสบการณ์ของนักเรียนเพื่อแสดงแทนจำนวนสมาชิกในแต่ละกลุ่มและการแสดงแทนการคูณด้วยการวาดวงกลมล้อมรอบรูปภาพหรือวาดสิ่งของติดกันเป็นกลุ่ม

ธนินท์ วตศิธิศักดิ์ และเอื้อจิตร พัฒนจักร (2565) ได้วิจัยเชิงคุณภาพเพื่อวิเคราะห์ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนผ่านการแสดงแทนในลำดับกิจกรรมการสอนการแก้สถานการณ์ปัญหาปลายเปิดในชั้นเรียนที่สอนด้วยวิธีการแบบเปิด กลุ่มวิจัยคือนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยเครื่องมือวิจัยคือแผนการจัดการเรียนรู้และแบบบันทึกภาคสนาม ผลการวิจัยพบว่านักเรียนสามารถแสดงแนวคิดเกี่ยวกับความเป็นรูปธรรมเพื่อนำเสนอและสื่อความหมายเข้าใจลักษณะความเป็นนามธรรมได้อย่างต่อเนื่องใน 3 ประเด็น คือ 1. การแสดงแทนโลกจริงโดยใช้ภาพ ทำทาง และภาษาถิ่นเพื่ออธิบายแทนแนวคิดในชีวิตประจำวันที่สุดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา 2. สื่อถึงรูปธรรม (บล็อกไม้ ตาราง

จำนวน จุดบนลูกเต๋า แปลงดอกไม้) อธิบายแนวคิดความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและแก้ปัญหาด้วยตนเองแล้วนำไปสู่สิ่งที่เป็นคณิตศาสตร์ 3. การแสดงแทนโลกคณิตศาสตร์ ใช้ตัวเลข สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อธิบายแนวคิดที่สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เช่น ตัวเลข แผนภูมิ โดยนักเรียนสามารถอธิบาย อภิปรายหาข้อสรุปร่วมกัน นำสิ่งต่าง ๆ แปลงเป็นสิ่งกิจกรรมแล้วนำมาเชื่อมโยงเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

มนสิชา โพธิ์เสนา และสัมพันธ์ ถิ่นเวียงทอง (2566) ได้วิจัยเชิงคุณภาพเพื่อศึกษาการแสดงแทนของนักเรียนในลำดับกิจกรรมการสอนในชั้นเรียนที่ใช้วิธีแบบเปิด โดยวิจัยกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 6 คน โดยมีเครื่องมือที่ใช้เก็บรวบรวมข้อมูล คือแผนการจัดการเรียนรู้ แบบบันทึกภาคสนาม เครื่องบันทึกเสียง ภาพนิ่ง วิดิทัศน์ โดยผลการวิจัยพบว่า 1.) การสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ร่วมกับทีมการศึกษาชั้นเรียนโดยวิเคราะห์แนวคิดของนักเรียนผ่านการแสดงแทน ได้คาดการณ์แนวคิดนักเรียนเป็นการแสดงแทนโลกจริง สื่อกิจกรรม และโลกคณิตศาสตร์ 2.) การสังเกตการณ์สอนร่วมกัน นักเรียนใช้ประสบการณ์จริงทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา ได้ลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเอง มีการแสดงโลกจริงเปรียบเทียบกับสถานการณ์ปัญหากับประสบการณ์ของตน แล้วลงมือแก้ปัญหา มีการใช้สื่อกิจกรรมก่อนนำไปสู่โลกคณิตศาสตร์ที่อยู่ในรูปแบบการเขียนสมการ แล้วอภิปรายแนวคิดร่วมกัน ใช้สื่อกิจกรรมแสดงแนวคิดที่มีความเป็นนามธรรมทางคณิตศาสตร์ให้อยู่ในรูปแบบการแสดงแทนโลกคณิตศาสตร์ เกิดการเชื่อมโยงแนวคิดเป็นการแสดงแทนโลกคณิตศาสตร์ในทุกแผนการจัดการเรียนรู้ 3.) การสะท้อนบทเรียนหลังการวิจัย มีการสะท้อนผลในประเด็นการแสดงแทนของนักเรียนและพิจารณาปรับปรุงการสอนที่ส่งเสริมให้นักเรียนมีแนวคิดแก้ปัญหาที่หลากหลาย ผู้วิจัยสรุปว่าการสอนด้วยวิธีการแบบเปิดทำให้เกิดการแสดงแทนที่หลากหลายในชั้นเรียน ซึ่งช่วยอธิบายแนวคิดและความเข้าใจของนักเรียนผ่านรูปแบบต่าง ๆ จากสิ่งที่อยู่ในชีวิตจริงของนักเรียนไปยังสิ่งที่มีความเป็นนามธรรมทางคณิตศาสตร์

5.1.2 งานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน อุบลวรรณ วรพันธุ์ และดวงหทัย กาศวิบูลย์ (2564) ได้วิจัยการคิดเชิงความน่าจะเป็นและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน จำนวน 33 คน มีเครื่องมือในการวิจัยคือ 1) แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน 2) ผลงานเดี่ยวและผลงานกลุ่มของนักเรียน 3) แบบสะท้อนคิดนักเรียน 4) แบบบันทึกหลังการสอน 5) แบบวัดการคิดเชิงความน่าจะเป็น และ 6) แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ใช้สถิติเชิงพรรณนาในการวิเคราะห์ ผลการวิจัยสรุปว่า 1) นักเรียนมีแนวคิดการคิดเชิงความน่าจะเป็นอยู่ในระดับดีถึงดีมาก 2) ผลการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนเรื่องความน่าจะเป็น มีนักเรียนร้อยละ 75.75 ผ่านเกณฑ์การประเมินของนักเรียนร้อยละ 60

พรทิพา เมืองโคตร และคณะ (2559) ได้วิจัยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการจัดการเรียนรู้ โดยใช้ปัญหาเป็นฐานของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน และเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระหว่างการจัดการเรียนรู้ โดยใช้ปัญหาเป็นฐานกับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ โดยศึกษากับกลุ่มวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 48 คน โดยแบ่งออกเป็น 2 ห้องเรียน โดยมีแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน แผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร เป็นแบบทดสอบชนิดแสดงวิธีทำ ใช้สถิติเชิงพรรณนาในการวิเคราะห์ พบว่านักเรียนร้อยละ 83.33 ของนักเรียนที่เรียนโดยการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม และนักเรียนที่เรียนโดยการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยการจัดการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

วริศรา อันเกษ (2559) ได้วิจัยเพื่อสร้างและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ความสำเร็จในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยเปรียบเทียบก่อนเรียนและหลังเรียน และศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน โดยมีกลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 16 คน เป็นการวิจัยเชิงปริมาณ ใช้การวิเคราะห์ข้อมูลแบบสถิติเชิงพรรณนา โดยมีเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน และแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสำเร็จในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า 1.) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานมีความเหมาะสมอยู่ในระดับมากและมีประสิทธิภาพ เท่ากับ 77.27/76.17 2.) นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสำเร็จในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.01 และ 3.) นักเรียนมีความพึงพอใจต่อกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานโดยภาพรวมอยู่ในระดับมากที่สุด

## 5.2 งานวิจัยต่างประเทศ

### 5.2.1 งานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

Yuliyardi et al., (2021) ได้วิจัยเกี่ยวกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์บนแอปพลิเคชันในระบบปฏิบัติการแอนดรอยด์เพื่อแก้ปัญหาทักษะการเป็นตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่ต่ำของนักเรียน โดยใช้วิธีการวิจัยเชิงคุณภาพ มีกลุ่มวิจัยเป็นนักเรียนระดับเกรด 10 ผ่านการสำรวจการเรียนรู้ของนักเรียนในชั้นเรียน ในเนื้อหาของสมการรากที่สอง (เสิร์ด) เรืองดัชนี และเรืองลอการิทึม ซึ่งได้ผลการวิจัยว่าการใช้วิธีการเรียนรู้ผ่านแอปพลิเคชันส่งผลดีต่อความสามารถในการแสดงแทนของ



นักเรียน นักเรียนมีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และแสดงให้เห็นถึงการแก้ปัญหาและการตีความของ โจทย์ที่ไม่ถูกต้อง สามารถแก้ปัญหาได้ด้วยเทคโนโลยีที่พัฒนาทักษะและความจำเป็นของครูเพื่อเป็น พื้นฐานสำหรับกระบวนการคิดของนักเรียนในการเรียนรู้เรื่องดังกล่าว

Escarez D. and Ching D. (2022) ได้วิจัยสหสัมพันธ์เชิงพรรณนาเพื่อออกแบบว่าความ กลัวของคณิตศาสตร์ส่งผลต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างไร โดยทดสอบกับนักเรียนเกรด 7 จำนวน 42 คนในช่วงปีการศึกษา 2563 ถึงปีการศึกษา 2564 โดยใช้แบบสอบถามที่ผู้วิจัยจัดทำเพื่อตรวจสอบ ความวิตกกังวล และทดสอบการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์โดยใช้การทดสอบ โดยเน้นไปที่ องค์ประกอบของการแทนค่าทางคณิตศาสตร์ เช่น รูปภาพ แบบจำลอง สัญลักษณ์ สถานการณ์ และ ภาษาพูด ซึ่งพบว่านักเรียนมีความวิตกกังวลในระดับสูง แต่การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ที่กำลังพัฒนา ดังนั้นความวิตกกังวลและการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์จึงไม่มีความสัมพันธ์กัน

Adnan S. et al. (2019) ได้วิจัยการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการใช้ปัญหาเป็น ฐานในเรื่องเรขาคณิต โดยมีปัจจัยเพิ่มคือความแตกต่างทางเพศ โดยใช้วิธีการวิจัยเชิงคุณภาพเพื่อ ศึกษาและเปิดเผยปรากฏการณ์ของกิจกรรม โดยใช้นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ในวิธีการ แก้ปัญหาเป็นฐานในเรื่องของความแตกต่างทางเพศ ผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่าหัวข้อที่ใช้ในการแสดง แทนทางคณิตศาสตร์ที่อธิบายแนวคิดโดยใช้แนวคิดของโพลยาตามขั้นตอนคือ 1.) เข้าใจปัญหา 2.) ออกแบบแผนการแก้ปัญหา 3.) ดำเนินวิธีการแก้ปัญหา และ 4.) ทบทวน สำหรับการแสดงแทนทาง คณิตศาสตร์ในเพศหญิงคือเข้าใจข้อมูล สอบถามและใช้สัญลักษณ์ ดำเนินการแก้ปัญหาโดยใช้สูตร ทางเรขาคณิตและทบทวนโดยการใช้สัญลักษณ์แทนอีกครั้ง ในขณะที่เพศชายอธิบายโดยใช้คำพูด ออกแบบการแก้ปัญหาโดยใช้รูปภาพ แล้วสร้างสูตรออกมา ดำเนินการโดยใช้โมเดลทางคณิตศาสตร์ และทบทวนโดยการคำนวณซ้ำแล้วเขียนสรุปออกมา

Hidayati D.W. and Wahyuni A. (2021) ได้วิจัยเกี่ยวกับความสามารถในการแสดงแทน ทางคณิตศาสตร์ โดยอิงจากความสนใจในการอ่านของหลักสูตรเรขาคณิต เป็นการวิจัยเชิงคุณภาพ โดยมีผู้เข้าร่วมวิจัยเป็นนักเรียนในสาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษาของมหาวิทยาลัย Ivet โดยเก็บข้อมูล เป็นระดับความสนใจ การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างแบบจำลองและตีความ และแบบการ สัมภาษณ์ โดยได้ข้อสรุปจากการวิจัยคือนักเรียนที่มีระดับการอ่านสูงและปานกลางจะมีความสามารถ แสดงแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาเพื่อเชื่อมโยงแนวคิดได้ ส่วนนักเรียนที่มีระดับการอ่านต่ำจะ ขาดความสามารถในการแสดงแทน ทำให้ไม่สามารถใช้การแสดงแทนเพื่อเชื่อมโยงแนวคิดและ แก้ปัญหาได้

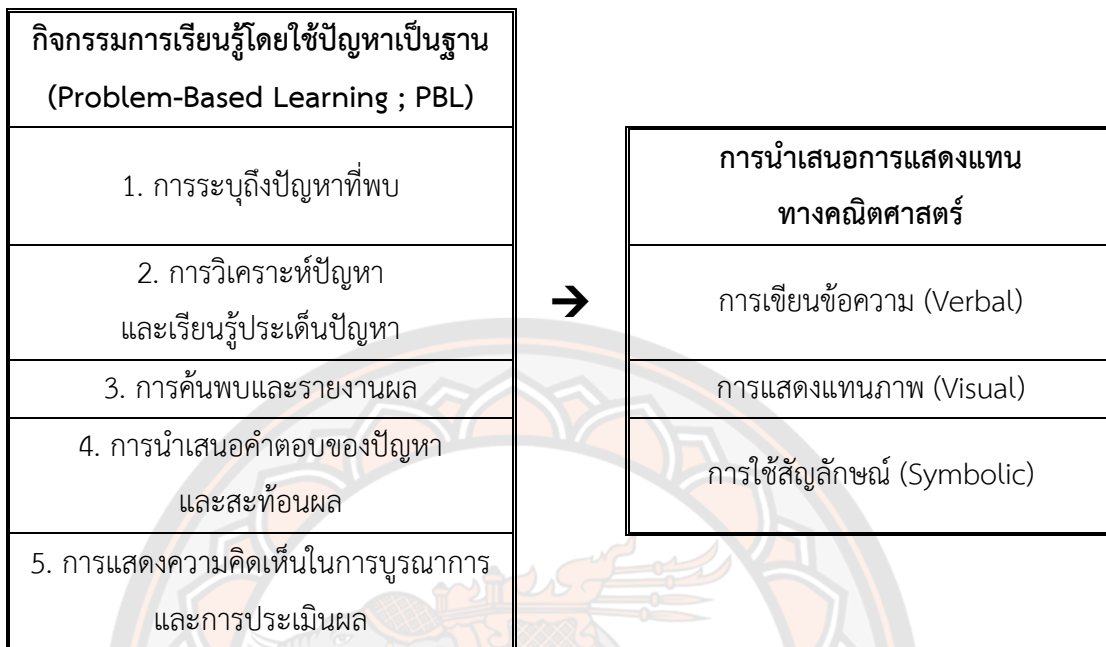
5.2.2 งานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็น ฐาน

Ojaleye O. and Awofala A.O.A. (2018) ได้วิจัยการเรียนรู้แบบผสมผสานโดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเป็นปัจจัยของเป้าหมายของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายในเรื่องพีชคณิตในรัฐลากอส ทางตะวันตกเฉียงใต้ของประเทศไนจีเรีย เปรียบเทียบกับวิธีการสอนแบบปกติ โดยใช้การทดสอบแบบควอซี โดยมีผู้เข้าร่วมวิจัย 388 คน เป็นการวิจัยเชิงปริมาณ ที่มีความเชื่อมั่น 95% ได้ผลลัพธ์ออกมาว่าการจัดการเรียนการสอนแบบปัญหาเป็นฐานแตกต่างกับการจัดการเรียนการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญโดยปัจจัยทางเพศมีความแตกต่างอย่างไม่มีนัยสำคัญ

Hendriana H., Johanto H., and Sumarno U. (2018) ได้วิจัยโดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนและความมั่นใจในตนเอง โดยเป็นการวิจัยเชิงปริมาณ มีการเปรียบเทียบระหว่างวิธีการสอนแบบปกติ โดยวัดทักษะในการแก้ปัญหาและความมั่นใจในตนเอง โดยมีนักเรียนระดับชั้นเกรด 10 จำนวน 66 คน โดยใช้วิธีทดสอบการแก้ปัญหา ระดับความมั่นใจในตนเองทางคณิตศาสตร์และแนวคิดวิธีของการใช้ปัญหาเป็นฐาน ซึ่งนักเรียนทั้งหมดได้เกรดดีกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ และมีความสัมพันธ์ระดับสูงระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาและความมั่นใจในตนเอง และนักเรียนแสดงออกที่ดีถึงวิธีการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

Fatade A.O., Mogari D. and Arigbabu A. A. (2013) ได้วิจัยเกี่ยวกับผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ของเป้าหมายนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ในคณิตศาสตร์ชั้นสูง ในประเทศไนจีเรีย โดยมีการแบ่งออกเป็นกลุ่มทดลอง 42 คนและกลุ่มควบคุม (วิธีการสอนแบบปกติ) 54 คน แบ่งการวิจัยออกเป็นสองระดับ คือระดับครุดำเนินการวิจัย และระดับนักวิจัยออกแบบการวิจัยเพื่อวิเคราะห์โดยใช้สถิติเชิงพรรณนา เพื่อทดสอบสมมติฐาน โดยใช้กลุ่มตัวอย่างอิสระ t-test ผลการวิจัยพบว่าคะแนนทดสอบหลังเรียนมีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญ ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานควรนำมาประยุกต์ใช้เพื่อพัฒนาการจัดการเรียนรู้อย่างมีความหมาย และนำมาบูรณาการกับหลักสูตรเพื่อเตรียมพร้อมในสถาบันของประเทศตนเอง

### กรอบแนวคิดในการทำวิจัย



ภาพ 12 แสดงกรอบแนวคิดของงานวิจัย

## บทที่ 3

### วิธีดำเนินงานวิจัย

ในการศึกษาค้นคว้าอิสระ เรื่อง การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเพื่อส่งเสริมทักษะการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้ใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการโดยใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงปฏิบัติการ (Action Research) มีวิธีการดำเนินการวิจัยดังนี้

1. รูปแบบการวิจัย
2. ผู้เข้าร่วมวิจัย
3. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล

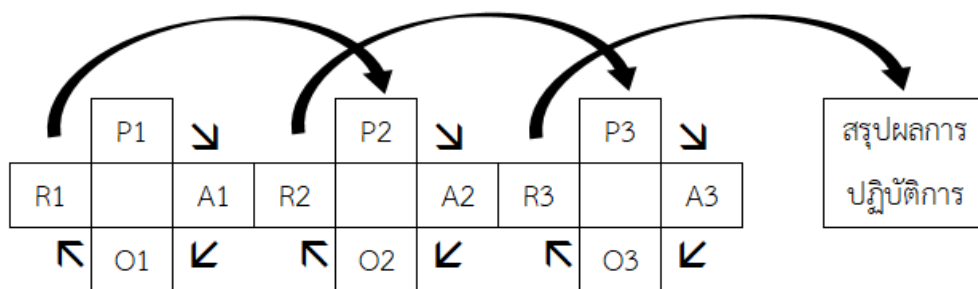
#### รูปแบบการวิจัย

การวิจัยเชิงปฏิบัติการโดยใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงปฏิบัติการ (Action Research) ดำเนินการเป็นวงจรปฏิบัติการที่ต่อเนื่องกัน ตามแนวคิดของ Kemmis (1996) ประกอบด้วย 4 ขั้นตอนในแต่ละวงจร ประกอบด้วย 4 ขั้นตอนแต่ละวิจัย ประกอบด้วย

- 1.) ขั้นวางแผน (Plan)
- 2.) ขั้นปฏิบัติการ (Act)
- 3.) ขั้นสังเกตการณ์ (Observe)
- 4.) ขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect)

โดยเมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้มาถึงขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ ผู้วิจัยจะนำข้อมูลที่ได้จากขั้นนี้มาสรุปเป็นแนวทางการจัดการเรียนรู้ในขั้นวางแผนของวงจรการปฏิบัติการถัดไปจนครบวงจรปฏิบัติการที่กำหนดทั้งหมด 3 วงจร ดังนี้

- วงจรที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง คู่อันดับและกราฟ
  - วงจรที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง กราฟและการนำไปใช้
  - วงจรที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ความสัมพันธ์เชิงเส้น
- ลักษณะของวงจรทั้ง 3 ทั้งแสดงดังภาพ 13



ภาพ 13 แสดงวงจรการวิจัยเชิงปฏิบัติการ

(ปรับจากแนวคิดของ Kemmis & McTaggart , 2000)

การวิจัยในครั้งนี้เป็นการวิจัยในชั้นเรียนตามแบบของ Kemmis (1998, อ้างอิงใน สุวิมล ว่องวานิช, 2557) ซึ่งดำเนินการเป็นวงจรปฏิบัติการที่ต่อเนื่องกัน แต่ละวงจร ประกอบด้วยขั้นวางแผน (Plan) ขั้นปฏิบัติการ (Act) ขั้นสังเกตการณ์ (Observe) และขั้นสะท้อนผล (Reflect) ตามลำดับ โดยดำเนินการวิจัยทั้งหมด 3 วงจรปฏิบัติการ โดยเมื่อดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ถึงขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ ผู้วิจัยจะนำข้อมูลที่ได้นำมาสรุปเป็นแนวทางการจัดการเรียนรู้ในขั้นวางแผนของวงจรปฏิบัติการถัดไปจนครบจำนวนวงจรปฏิบัติการที่กำหนด มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

#### ขั้นที่ 1 ขั้นวางแผน

- 1.) ผู้วิจัยสำรวจสภาพปัญหาในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ควรได้รับการแก้ไข โดยผู้วิจัยได้สังเกตความสามารถในการเรียนรู้ของนักเรียนและปรึกษาปัญหาร่วมกับครูผู้สอนในระดับชั้นเดียวกัน โดยวิเคราะห์ถึงปัญหาและสาเหตุ
- 2.) ผู้วิจัยศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) และเอกสารที่เกี่ยวข้อง เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์ให้ตอบสนองต่อการเปลี่ยนแปลงในยุคปัจจุบัน
- 3.) ผู้วิจัยศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องเพื่อเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน
- 4.) ผู้วิจัยวางแผนและสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่ส่งเสริมทักษะการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 3 แผนการเรียนรู้ แบบสะท้อนผลการเรียนรู้ ใบกิจกรรม และแบบวัดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์
- 5.) ผู้วิจัยเตรียมการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ได้แก่ การจัดเตรียมสถานที่ รวมถึงเครื่องมือวัดผลและประเมินผล

### ขั้นที่ 2 ขั้นปฏิบัติการ (Act)

ดำเนินการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยผู้วิจัยจะดำเนินการในวงจรปฏิบัติการครึ่งหนึ่งแผนการจัดการเรียนรู้ จนครบทั้ง 3 แผนการเรียนรู้ (3 วงจรปฏิบัติการ)

### ขั้นที่ 3 ขั้นสังเกตการณ์ (Observe)

ในระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้จะบันทึกผลการจัดการเรียนรู้ลงในแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ มอบหมายให้นักเรียนทำใบกิจกรรมในทุกแผนการจัดการเรียนรู้ เมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้ครบทุกแผนแล้ว นักเรียนทำแบบทดสอบเพื่อวัดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ ด้วยการทำแบบวัดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

### ขั้นที่ 4 ขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect)

ผู้วิจัยจะนำข้อมูลที่ได้จากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ มาทำการวิเคราะห์ถึงปัญหาและอุปสรรคที่เกิดขึ้นระหว่างการดำเนินการจัดการเรียนรู้ เพื่อนำไปปรับปรุงและพัฒนาการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการต่อไปให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น โดยผู้วิจัยจะดำเนินการจัดการเรียนรู้และวิเคราะห์ผลเพื่อนำไปปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้แบบเป็นวงจร โดยทำซ้ำไปจนครบ 3 แผนการเรียนรู้ (วงจรปฏิบัติการ) หลังจากการจัดกิจกรรมเรียนรู้ครบทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้แล้ว ผู้วิจัยนำผลที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งหมดไปวิเคราะห์ข้อมูลและสรุปผลการวิจัยในลำดับต่อไป

### กลุ่มเป้าหมาย/ผู้เข้าร่วมวิจัย

ผู้วิจัยเลือกผู้เข้าร่วมวิจัยแบบสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) โดยการจับฉลากห้อง จากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 5 ห้อง ได้เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1/1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 โรงเรียนสาธิตกวีวิทยา อำเภอสาธิต จังหวัดพิจิตร จำนวน 35 คน

### เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยที่สอดคล้องกับจุดประสงค์แสดงได้ดังตาราง 6

ตาราง 6 แสดงเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การวิจัย

จุดประสงค์การวิจัย	เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
1. เพื่อศึกษาและพัฒนาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่ส่งเสริมการนำเสนอการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1	- แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น - แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้
2. เพื่อศึกษาและส่งเสริมการนำเสนอการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน	- แบบวัดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ - ใบกิจกรรม - แบบสัมภาษณ์

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน และเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บข้อมูล ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

### 1.แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น จำนวน 3 แผน 12 คาบ ใช้เวลาในการสอน 12 สัปดาห์ โดยมีการดำเนินงานดังนี้

1.1) ศึกษาแนวคิดที่เกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน จากตำรา บทความวิจัย บทความวิชาการ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศ รวมถึงตัวอย่างการนำไปใช้

1.2) ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน กรุงเทพมหานคร อิงตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1.3) ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ รายละเอียดของสาระการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล แล้วแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาดำเนินการสอน

1.4) เขียนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน จำนวน 3 แผน ซึ่งประกอบด้วยหัวข้อดังต่อไปนี้ สาระสำคัญ มาตรฐานและตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการจัดการเรียนรู้ สื่อและแหล่งเรียนรู้ การวัดและประเมินผล และบันทึกหลังสอน

1.5) นำแผนการจัดการเรียนรู้ให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบพิจารณาความถูกต้องเหมาะสม และให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข

1.6) นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ตรวจสอบแล้วมาปรับปรุงแก้ไขพัฒนาให้ดีขึ้นตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบให้ข้อเสนอแนะความเหมาะสมขององค์ประกอบของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วย

1.6.1) ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ศึกษา เป็นอาจารย์ประจำภาควิชาการศึกษา สาขาวิทยาศาสตร์ศึกษา (คณิตศาสตร์ศึกษา) คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร ที่มีความรู้ ความเชี่ยวชาญและประสบการณ์การสอนเกี่ยวกับหลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์

1.6.2) ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ เป็นอาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร ที่มีความรู้ความเชี่ยวชาญและประสบการณ์การสอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษา

1.6.3) ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เป็นครูประจำการกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่มีการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาไม่ต่ำกว่า 10 ปี

พิจารณาและประเมินความเหมาะสมขององค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ทั้ง 5 ด้าน ดังนี้

ด้านที่ 1 จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านที่ 2 สารการเรียนรู้

ด้านที่ 3 กิจกรรมการเรียนรู้

ด้านที่ 4 สื่อและแหล่งการเรียนรู้

ด้านที่ 5 ด้านการวัดและประเมินผล

โดยที่ผู้วิจัยใช้แบบประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบมาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ (Rating Scale) ตามแบบของ Likert ให้ผู้เชี่ยวชาญลงความเห็นในแบบประเมิน โดยตรวจให้คะแนนความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ดังนี้

เหมาะสมมากที่สุด	ให้คะแนน 5 คะแนน
เหมาะสมมาก	ให้คะแนน 4 คะแนน
เหมาะสมปานกลาง	ให้คะแนน 3 คะแนน
เหมาะสมน้อย	ให้คะแนน 2 คะแนน
เหมาะสมน้อยที่สุด	ให้คะแนน 1 คะแนน



แล้วนำมาหาค่าเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) และค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) โดยแปลความหมายของค่าเฉลี่ยดังนี้ (รัตนะ บัวสนธ์, 2556)

ค่าเฉลี่ย 4.50 – 5.00 หมายถึง มีความเหมาะสมมากที่สุด

ค่าเฉลี่ย 3.50 – 4.49 หมายถึง มีความเหมาะสมมาก

ค่าเฉลี่ย 2.50 – 3.49 หมายถึง มีความเหมาะสมปานกลาง

ค่าเฉลี่ย 1.50 – 2.49 หมายถึง มีความเหมาะสมน้อย

ค่าเฉลี่ย 1.00 – 1.49 หมายถึง มีความเหมาะสมน้อยที่สุด

เกณฑ์เพื่อตัดสินผลพิจารณา คือ ใช้เกณฑ์ค่าเฉลี่ยไม่ต่ำกว่า 3.50 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานไม่เกิน 1.00 คะแนน ถือว่าเป็นแผนการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสม

1.7) นำแผนการจัดการเรียนรู้มาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ จากนั้นนำไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

1.8) จัดทำแผนการเรียนรู้ฉบับสมบูรณ์

## 2. แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้

แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ โดยให้ผู้ร่วมสังเกตการณ์ซึ่งเป็นครูเชี่ยวชาญด้านหลักสูตรและการสอน จะบันทึกประเด็น ปัญหา อุปสรรค ลักษณะของคำถามที่เหมาะสม และข้อเสนอแนะในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของผู้วิจัยแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ ว่าสามารถช่วยส่งเสริมการนำเสนอการแสดงแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหรือไม่ อย่างไร เพื่อนำข้อมูลมาปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยในวงจรปฏิบัติการถัดไป มีขั้นตอนในการสร้างแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ดังนี้

2.1) ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้

2.2) กำหนดขอบเขตการบันทึกการสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้

2.3) สร้างแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ โดยมีลักษณะแบบเขียนบันทึกประเด็นตามขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ปัญหาและอุปสรรค แนวทางในการแก้ไขปรับปรุง และบันทึกพฤติกรรมของนักเรียนด้านการนำเสนอการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ด้านการทำความเข้าใจปัญหา กระบวนการแก้ปัญหา และสรุปปัญหาเกิดจากบทบาทด้านใดของครู

2.4) นำแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมานำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาการศึกษาค้นคว้าอิสระ และผู้เชี่ยวชาญในข้อ 1.6)

2.5) นำแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้มาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ จากนั้นนำไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาการศึกษาค้นคว้าอิสระตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

2.6) จัดทำแบบสะท้อนผลการเรียนรู้ฉบับสมบูรณ์

**3. แบบวัดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์เชิงเส้น** ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ ซึ่งผู้วิจัยมีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

3.1) ศึกษาเนื้อหา เรื่อง ความสัมพันธ์เชิงเส้น จากหลักสูตรสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่ม สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) พุทธศักราช 2551

3.2) ศึกษาเอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีการสร้างแบบวัดการแสดงแทนทาง คณิตศาสตร์เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัด

3.3) กำหนดกรอบการสร้างแบบวัดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ ตามนิยามศัพท์เฉพาะที่ ใช้ในการวิจัย

3.4) สร้างแบบวัดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยจำนวน 3 ข้อ โดยในแบบทดสอบได้ให้โจทย์ปัญหาแล้วให้นักเรียนเขียน ตอบ

3.5) สร้างเกณฑ์ในการตรวจให้คะแนนแบบวัดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ ตามกรอบ การวัดและประเมินผลการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ตามตารางที่ 2

3.6) นำแบบวัดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ และเกณฑ์เสนออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อตรวจ พิจารณาความเหมาะสม ให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไขแบบวัดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

3.7) นำแบบวัดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการปรับปรุงตามคำแนะนำของ อาจารย์ที่ปรึกษาไปให้ผู้เชี่ยวชาญชุดเดียวกับแผนการจัดการเรียนรู้ ข้อที่ 1.6) เพื่อตรวจสอบให้ ข้อเสนอแนะ ความตรงตามเนื้อหา ความถูกต้องของภาษา ความเหมาะสมของปัญหาในชีวิตจริงและ ข้อคำถาม

8.) นำแบบวัดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการปรับปรุงจากผู้เชี่ยวชาญให้อาจารย์ ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

9.) จัดทำแบบวัดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ฉบับสมบูรณ์

#### 4. ใบบัณฑิตกรรม

ใบบัณฑิตกรรมสร้างขึ้นเพื่อเก็บข้อมูลการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งเป็นส่วน หนึ่งในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน โดยในแต่ละชั้นจะระบุว่าการศึกษาค้นคว้า การแสดง แทนทางคณิตศาสตร์ประเด็นใด ในบางขั้นตอนระบุสิ่งที่ต้องการศึกษามากกว่า 1 ประเด็น ออกแบบ ใบบัณฑิตกรรมให้นักเรียนทำงานรายกลุ่ม เพื่อใช้ฝึกการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ในระหว่างเรียน ทั้งหมด 6 ใบบัณฑิตกรรม โดยสำหรับแนวการประเมินการทำกิจกรรมของนักเรียน จะประเมินโดยใช้ เกณฑ์การประเมินการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ โดยที่ใบบัณฑิตกรรมมีขั้นตอนการสร้างและหาคุณภาพ ดังนี้

4.1) ศึกษาวิธีสร้างใบกิจกรรม จากเอกสาร ตำราที่เกี่ยวข้องกับวิธีการและหลักการสร้าง แล้วกำหนดแนวทางในการออกแบบใบกิจกรรม

4.2) สร้างใบกิจกรรม เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ให้สอดคล้องกับแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานในชั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

4.3) นำใบกิจกรรมเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อตรวจพิจารณาความเหมาะสม ให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข

4.4) นำใบกิจกรรมที่ผ่านการปรับปรุงจากอาจารย์ที่ปรึกษาไปให้ผู้เชี่ยวชาญชุดเดียวกับแผนการจัดการเรียนรู้ ข้อที่ 6.) เพื่อตรวจสอบให้ข้อเสนอแนะ ความตรงตามเนื้อหา ความถูกต้องของภาษา ความเหมาะสมของปัญหาในชีวิตจริงและข้อความถาม

4.5) นำใบกิจกรรมที่ผ่านการปรับปรุงจากผู้เชี่ยวชาญให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

4.6) จัดทำใบกิจกรรมฉบับสมบูรณ์

ความสอดคล้องกันของแผนการจัดการเรียนรู้ ใบกิจกรรม และแบบทดสอบแสดงได้ดังตาราง 7 ข้างล่าง

ตาราง 7 แสดงความสอดคล้องระหว่างหัวข้อของแผนการจัดการเรียนรู้ ใบกิจกรรม และข้อสอบ ในแบบวัดการแสดงผลแทนทางคณิตศาสตร์

ลำดับที่แผนการจัดการเรียนรู้	รายละเอียดของใบกิจกรรมที่ตรงตามแผนการจัดการเรียนรู้	ลำดับที่ของข้อสอบในแบบวัดการแสดงผลแทนทางคณิตศาสตร์
1. คู่อันดับและกราฟของคู่อันดับ	ใบกิจกรรมที่ 1 “จงที่นิ่ง” ใบกิจกรรมที่ 2 “อยู่ที่ไหนดี”	ข้อที่ 1
2. กราฟและการนำไปใช้	ใบกิจกรรมที่ 3 “บริษัทขนส่งพัสดุ” ใบกิจกรรมที่ 4 “เก็บมะม่วงสองไร่”	ข้อที่ 2
3. ความสัมพันธ์เชิงเส้น	ใบกิจกรรมที่ 5 “ตรงนั้นหนาวเท่ากันไหม” ใบกิจกรรมที่ 6 “ชิปนาวุธเชิงเส้น”	ข้อที่ 3

5. แบบสัมภาษณ์ เป็นแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง คำถามที่ใช้มีความสอดคล้องกับคำถามในแบบวัดการแสดงผลแทนทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแบบสัมภาษณ์นี้ได้ใช้หลังจากที่นักเรียนทำแบบวัดการ

แสดงแทนทางคณิตศาสตร์แล้ว ซึ่งผู้วิจัยจะสัมภาษณ์นักเรียนเพิ่มเติมในประเด็นที่นักเรียนตอบคำถามคลุมเครือหรือได้คำตอบไม่ชัดเจน โดยการสัมภาษณ์จะมีการบันทึกเสียงด้วย ซึ่งมีขั้นตอนในการสร้างและหาคุณภาพดังนี้

5.1) วิเคราะห์องค์ประกอบการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างประเด็นหรือข้อความที่ใช้ในการสัมภาษณ์ให้สอดคล้องกับองค์ประกอบของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

5.2) สร้างแบบสัมภาษณ์ กำหนดกรอบหรือประเด็นที่จะถาม (แนวคำถาม) เพื่อให้ทราบถึงการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากการแก้ปัญหาในแบบวัดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

5.3) นำแนวคำถามที่ใช้ในการสัมภาษณ์เสนออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบพิจารณาความเหมาะสมให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข

5.4) นำแนวคำถามที่ผ่านการปรับปรุงจากคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาไปให้ผู้เชี่ยวชาญชุดเดียวกับแผนการจัดการเรียนรู้ ข้อที่ 1.6) เพื่อตรวจสอบให้ข้อเสนอแนะ ความตรงตามเนื้อหา ความถูกต้องของภาษา ความเหมาะสมของปัญหาในชีวิตจริงและข้อความ

5.5) นำแบบสัมภาษณ์ที่ผ่านการปรับปรุงจากผู้เชี่ยวชาญให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

5.6) จัดทำแบบสัมภาษณ์ฉบับสมบูรณ์

### การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้ของนักเรียนจากการทำแบบวัดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ ใบกิจกรรม และการสัมภาษณ์ มาวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ โดยมีรายละเอียดในการวิเคราะห์ดังต่อไปนี้

1.) ศึกษาการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคล จากแบบวัดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ โดยตรวจให้คะแนนจากแบบวัดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนแต่ละคนตามเกณฑ์ที่สร้างขึ้น จากนั้นจำแนกข้อความและรูปภาพที่ปรากฏในแบบวัดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ที่ได้ ออกเป็น 3 ด้าน ได้แก่ 1.) การเขียนข้อความ 2.) การแสดงแทนภาพ 3.) การอธิบายเชิงคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลด้วยการนับจำนวนความถี่ของข้อความและรูปภาพที่ปรากฏ และคำนวณหาค่าร้อยละ เพื่ออ้างอิงไปยังพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน เพื่อให้เห็นการเปลี่ยนแปลงของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

2.) ศึกษาการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์จากใบกิจกรรม โดยผู้วิจัยตรวจให้คะแนนจากใบกิจกรรมตามเกณฑ์ที่อ้างอิง จากนั้นจำแนกออกเป็น 3 ด้าน ได้แก่ 1.) การเขียนข้อความ 2.) การ

แสดงแทนภาพ 3.) การอธิบายเชิงคณิตศาสตร์ วิเคราะห์คำตอบของนักเรียนว่าแสดงออกถึงการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ได้หรือไม่ พร้อมทั้งเขียนพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกเป็นความเรียง

3.) การวิเคราะห์ข้อมูลจากการสัมภาษณ์ กระทำในช่วง 2 เวลา คือ ก่อนเรียนและหลังเรียน โดยทั้งสองช่วงเวลาจะสัมภาษณ์นักเรียนหลังจากตรวจให้คะแนนการทำแบบวัดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ โดยผู้วิจัยนำผลที่ได้จากแบบสัมภาษณ์มาสนับสนุนข้อความที่ปรากฏในแบบวัดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ตอบคำถามได้คลุมเครือหรือได้คำตอบไม่ชัดเจน เพื่อให้เห็นการเปลี่ยนแปลงของพัฒนาการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

### สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าร้อยละ ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้ (บุญชม ศรีสะอาด, 2554)

ค่าร้อยละ คำนวณได้จากสูตร

$$P = \frac{f}{N} \times 100$$

เมื่อ P หมายถึง ร้อยละ

f หมายถึง ความถี่ที่ต้องการแปลงเป็นร้อยละ

N หมายถึง จำนวนความถี่ทั้งหมด

## บทที่ 4

### ผลการวิจัย

การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเพื่อส่งเสริมทักษะการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีจุดมุ่งหมายการวิจัยดังนี้

1. เพื่อศึกษาและพัฒนาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่ส่งเสริมการนำเสนอการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

2. เพื่อศึกษาและส่งเสริมการนำเสนอการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

จากจุดมุ่งหมายการวิจัย จึงแบ่งผลการวิจัยออกตามวัตถุประสงค์การวิจัยดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1 แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่ส่งเสริมการนำเสนอการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ตอนที่ 2 ผลการนำเสนอการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

**ตอนที่ 1 แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่ส่งเสริมการนำเสนอการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1**

ในการวิจัยครั้งนี้ใช้รูปแบบการวิจัยการปฏิบัติการในชั้นเรียน ดำเนินการตามแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน จำนวน 3 แผนการจัดการเรียนรู้ แผนการจัดการเรียนรู้ละหนึ่งวงจร รวมทั้งสิ้น 3 วงจรปฏิบัติการ โดยที่แต่ละวงจรประกอบไปด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ 1.) ขั้นวางแผน (Plan) 2.) ขั้นปฏิบัติการ (Act) 3.) ขั้นสังเกตการณ์ (Observe) และ 4.) ขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect) รวมเวลาทั้งหมด 12 ชั่วโมง สำหรับแต่ละวงจรปฏิบัติการมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

**1. วงจรปฏิบัติการที่ 1 เรื่อง คู่อันดับและกราฟ**

**1.1 ขั้นวางแผน (Plan)**

ผู้วิจัยค้นพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนเรื่องคู่อันดับและกราฟ มีปัญหาในเรื่องของกระบวนการถ่ายทอดข้อความเพื่อแสดงการแก้ปัญหา การแสดงแทนทางสัญลักษณ์ การเขียนข้อความ และการแสดงแทนออกมาทางรูปภาพ เมื่อนักเรียนพบโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่ไม่

คุ้นเคย จึงไม่สามารถแปลความหมายจากสถานการณ์หรือโจทย์ปัญหาได้ ด้วยเหตุผลดังกล่าวทำให้ การนำเสนอการแสดงแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนพัฒนาไปได้ช้า เนื่องจากความรู้ เดิมของนักเรียนมีไม่เพียงพอในการจัดการเรียนรู้ ทำให้ผู้วิจัยต้องใช้เวลารวบรัดเพื่อให้สอดคล้องกับ เวลาและบริบทของนักเรียนและโรงเรียน ทำให้นักเรียนไม่มีโอกาสได้ทำความเข้าใจ เรียนรู้และลอง ผิดลองถูกด้วยตนเอง

จากสภาพปัญหาดังกล่าว ผู้วิจัยได้ออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็น ฐานเพื่อส่งเสริมทักษะการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง คู่อันดับและกราฟ ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งหมด 3 แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 12 ชั่วโมง โดยแต่ละแผนจะมีการจัดการ เรียนรู้โดยใช้ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาเป็นฐาน 5 กระบวนการ ดังนี้

กระบวนการที่ 1 การระบุถึงปัญหาที่พบ

กระบวนการที่ 2 การวิเคราะห์ปัญหาและเรียนรู้ประเด็นปัญหา

กระบวนการที่ 3 การค้นพบและรายงานผล

กระบวนการที่ 4 การนำเสนอคำตอบของปัญหา

กระบวนการที่ 5 การแสดงความคิดเห็นในการบูรณาการและการประเมินผล

โดยมีแผนการจัดการเรียนรู้ดังต่อไปนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง คู่อันดับและกราฟ จำนวน 4 ชั่วโมง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง กราฟและการนำไปใช้ จำนวน 4 ชั่วโมง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ความสัมพันธ์เชิงเส้น จำนวน 4 ชั่วโมง

แต่ละแผนการจัดการเรียนรู้มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

**1) แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง คู่อันดับและกราฟ** เป็นกิจกรรมที่มีการสอนเกี่ยวกับ เนื้อหาของคู่อันดับและกราฟ ในเรื่องของการพบเห็นพิกัด การรู้จักกับพิกัดทางคณิตศาสตร์ และการ นำไปใช้ โดยได้กำหนดปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการพบเห็นพิกัดโดยทั่วไป แล้วเชื่อมโยงสู่การรู้จักพิกัด ในทางคณิตศาสตร์ ผ่านการจัดการเรียนรู้ในใบกิจกรรมที่ 1 “จองที่นั่ง” ซึ่งเป็นปัญหาในเรื่องของการ เลือที่นั่งโดยอิงกับระบบพิกัดสมมติ โดยให้นักเรียนระบุปัญหา วิเคราะห์ แก้ปัญหา รายงานผลของ ปัญหา นำเสนอคำตอบแล้วเปรียบเทียบคำตอบของเพื่อนในแต่ละกลุ่ม โดยสังเกตการแสดงแทนทาง คณิตศาสตร์ด้วยข้อความในทุกขั้นตอน และเน้นการสังเกตการณ์แสดงแทนด้วยรูปภาพหรือ สัญลักษณ์ในขั้นตอนของการแก้ปัญหา และในกิจกรรมที่ 2 “อยู่ที่ไหนดี” ซึ่งเป็นปัญหาสมมติ โดย อ้างอิงจากการใช้คู่อันดับระบุพิกัดตามนิยามทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ขั้นตอนแก้ปัญหาคงเดิม แต่ใช้ ความรู้ที่ได้เรียนรู้จากเรื่องของระบบพิกัดฉากนำไปใช้การแก้ปัญหาและอธิบายเหตุผล

**2) แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง กราฟและการนำไปใช้** เป็นกิจกรรมที่มีเนื้อหาเพื่อให้นักเรียนนำระบบพิกัดฉากไปเพื่อสังเกตค่าที่ได้ในชีวิตประจำวัน โดยมีลักษณะเป็นจุดและเส้นตรง ใน

การแสดงข้อมูลและแปลความหมายออกมาผ่านตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม โดยใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ตั้งที่กำหนดในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ซึ่งประกอบไปด้วยกิจกรรมที่ 3 “บริษัทขนส่งพัสดุ” เป็นตัวอย่างของการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักของสินค้าและค่าบริการโดยใช้กราฟ โดยให้นักเรียนใช้ข้อมูลจากกราฟมาระบุข้อมูล และใบกิจกรรมที่ 4 “เก็บมะม่วงสองไร่” โดยที่เป็นการเปรียบเทียบข้อมูลสองชุดที่ต่างกันโดยใช้กราฟเพื่อตัดสินใจ โดยให้นักเรียนระบุปัญหา วิเคราะห์แก้ปัญหา รายงานผลของปัญหา นำเสนอคำตอบแล้วเปรียบเทียบคำตอบของเพื่อนในแต่ละกลุ่ม โดยสังเกตการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ด้วยข้อความในทุกขั้นตอน และเน้นการสังเกตการณ์แสดงแทนด้วยรูปภาพหรือสัญลักษณ์ในขั้นตอนของการแก้ปัญหาและใช้ความรู้ที่ได้เรียนรู้จากเรื่องของกราฟนำไปใช้การแก้ปัญหาและอธิบายเหตุผล

**3) แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ความสัมพันธ์เชิงเส้น** เป็นกิจกรรมที่มีเนื้อหาเพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสองตัวแปร นำมาเขียนเป็นความสัมพันธ์ในรูปแบบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยให้นักเรียนระบุปัญหา วิเคราะห์ แก้ปัญหา รายงานผลของปัญหา นำเสนอคำตอบแล้วเปรียบเทียบคำตอบของเพื่อนในแต่ละกลุ่ม โดยสังเกตการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ด้วยข้อความในทุกขั้นตอน และเน้นการสังเกตการณ์แสดงแทนด้วยรูปภาพหรือสัญลักษณ์ในขั้นตอนของการแก้ปัญหาและใช้ความรู้ที่ได้เรียนรู้จากความสัมพันธ์เชิงเส้นนำไปใช้การแก้ปัญหาและอธิบายเหตุผล ประกอบด้วยกิจกรรมที่ 5 “ตรงนั้นหนาวเท่ากันไหม” เป็นปัญหาที่พบเจอได้ในชีวิตประจำวันในเรื่องของการเปลี่ยนหน่วยอุณหภูมิจากองศาเซลเซียสเป็นองศาฟาเรนไฮต์ โดยใช้ความสัมพันธ์เชิงเส้นสองตัวแปรที่กำหนดให้ และให้แก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่มีอยู่จริงรอบตัว และกิจกรรมที่ 6 “ชิปนาวูธเชิงเส้น” ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มวางเรือสมมติในระบบพิกัดฉาก แล้วจึงให้นักเรียนเขียนกราฟจากความสัมพันธ์เชิงเส้นที่กำหนดให้แบบสุ่ม เพื่อทำลายเรือชิปนาวูธ

### 1.2 ชั้นปฏิบัติการ (Act)

เป็นการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ใช้เวลากิจกรรมละ 2 ชั่วโมง รวมเป็น 4 ชั่วโมง โดยมีรายละเอียดในแต่ละกระบวนการดังต่อไปนี้

กระบวนการที่ 1 การระบุถึงปัญหาที่พบ

ผู้วิจัยคัดเลือกสถานการณ์ที่เหมาะสมกับบริบทและวัยเกี่ยวกับคู่อันดับและกราฟของคู่อันดับ (พิกัด พิกัดทางคณิตศาสตร์ และการลงพิกัดในระนาบพิกัดฉาก) ที่อาศัยความรู้ความเข้าใจ และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คาดเดาสิ่งที่จะเกิดขึ้นในชั้นเรียน และสิ่งที่นักเรียนจะเขียนลงไป ในขั้นตอนนี้ว่าในปัญหาหรือสถานการณ์ดังกล่าวได้ระบุประเด็นใดที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาไว้บ้าง

กระบวนการที่ 2 การวิเคราะห์ปัญหาและเรียนรู้ประเด็นปัญหา



ผู้วิจัยสังเกตและกระตุ้นการวิเคราะห์ปัญหาของนักเรียนที่ได้ระบุไว้ในประเด็นของปัญหาที่พบว่าเกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาในสถานการณ์นั้นหรือไม่ เช่น จากสิ่งที่ปัญหาให้มา ปัญหาต้องการคำตอบเป็นอย่างไร และจะแก้ปัญหาได้อย่างไร

กระบวนการที่ 3 การค้นพบและรายงานผล

ผู้วิจัยสังเกตและให้คำแนะนำเกี่ยวกับการแก้ปัญหาของนักเรียน โดยให้ใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาเพื่อนำมาแก้ปัญหา โดยที่นักเรียนใช้ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์มาช่วยหาที่นั้งที่ถูกที่สุด โดยแสดงได้จากภาพ 14

2. ทาทางแก้ปัญห (A, B, C)

B04	ราคา 600 บาท	ราคาทั้งหมด 2,400 บาท
J05	ราคา 600 บาท	
A06	ราคา 500 บาท	
I07	ราคา 500 บาท	
ที่นั้งทั้งหมดไม่เกินงบ 3,000 บาท		

ภาพ 14 แสดงถึงตัวอย่างการใช้ความรู้เดิมของการแก้ปัญหามาใช้ในกิจกรรมที่ 1

2. ทาทางแก้ปัญห (A, B, C)

เลือกจุดสามเรื่องจากใจทง

พบบ่าจุด -1, -6 นังจากโรงเรียน 8 นังน 1 ทาเทาทัง

(-1, -6)

ภาพ 15 แสดงถึงตัวอย่างการใช้ความรู้เดิมของการแก้ปัญหามาใช้ในกิจกรรมที่ 2

กระบวนการที่ 4 การนำเสนอคำตอบของปัญหา

ผู้วิจัยให้นักเรียนนำเสนอคำตอบแต่ละกลุ่ม โดยให้ตัวแทนนักเรียนแลกเปลี่ยนกันในแต่ละกลุ่มเพื่อเรียนรู้แนวคิดของแต่ละกลุ่มเพื่อนำไปสู่กระบวนการในขั้นตอนต่อไป

กระบวนการที่ 5 การแสดงความคิดเห็นในการบูรณาการและการประเมินผล

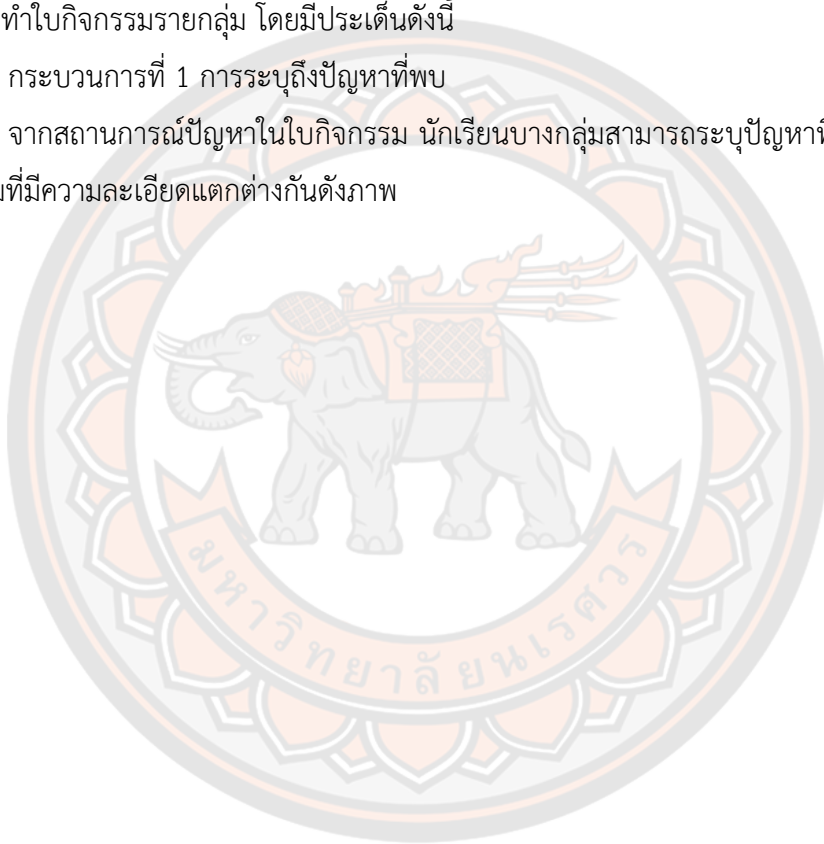
ผู้วิจัยให้ตัวแทนนักเรียนกลุ่มที่ไม่ได้นำเสนอสะท้อนแนวคิดของเพื่อนว่าแตกต่างจากของตนเองหรือไม่อย่างไร และให้คำแนะนำเพื่อแลกเปลี่ยนเรียนรู้กัน

### 1.3 ชั้นสังเกตการณ์ (Observe)

เป็นการเก็บรวบรวมข้อมูลระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเพื่อส่งเสริมทักษะการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยเก็บรวบรวมข้อมูลจากผลการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัย และเก็บรวบรวมข้อมูลจากการทำใบกิจกรรมรายกลุ่ม โดยมีประเด็นดังนี้

กระบวนการที่ 1 การระบุถึงปัญหาที่พบ

จากสถานการณ์ปัญหาในใบกิจกรรม นักเรียนบางกลุ่มสามารถระบุปัญหาที่เกิดขึ้นได้ โดยใช้ข้อความที่มีความละเอียดแตกต่างกันดังภาพ



## 1. ทำความเข้าใจปัญหา (A)

สิ่งที่มีค่ามากที่สุด ทำให้นั่ง ๖๖ ละเวลา ของ ๑ ชั่วโมง  
 สิ่งที่มีค่าต่อกองการ นักเรียนเลือกที่ นั่ง 4 ที่นั่ง โดย ใช้เงินน้อยที่สุดภายใน  
 งบ 3000 บาท

## 1. ทำความเข้าใจปัญหา (A)

งบ 3000 แต่ต้องการที่นั่งที่คุ้มค่าที่สุด

## 1. ทำความเข้าใจปัญหา (A)

ค่าเบย์ที่ นั่ง ๖๖ กติ ที่นั่ง

ภาพ 16 การแสดงแทนความคิดโดยใช้ข้อความ จากภาษาที่ชัดเจนที่สุดไปยังภาษาที่คลุมเครือที่สุด

กระบวนการที่ 2 การวิเคราะห์ปัญหาและเรียนรู้ประเด็นปัญหา

หลังจากที่ระบุปัญหาแล้ว ขั้นตอนต่อไปของนักเรียนคือการแสดงวิธีการแก้ปัญหาจากสิ่งที่ระบุไว้ให้ โดยสามารถแก้ปัญหาได้โดยใช้ความรู้เดิม ดังรูป

## 2. หาทางแก้ปัญหา (A, B, C)

A 01 ราคา 600 บาท  
 B 09 ราคา 600 บาท  
 C 01 ราคา 600 บาท  
 I 10 ราคา 600 บาท

## 2. หาทางแก้ปัญหา (A, B, C)

1. เลือก A01 6หน่วย ราคาถูก  
 2. เลือก B01 6หน่วย ราคาถูก  
 3. เลือก B02 6หน่วย ราคาถูก  
 4. เลือก C01 6หน่วย ราคาถูก

## 2. หาทางแก้ปัญหา (A, B, C)

คั้ง F (๐๑) ราคา 600 บาท คั้ง G (๐๑) ราคา 600 บาท  
 คั้ง H (๐๑) ราคา 600 บาท และคั้ง I (๐๑) ราคา 600 บาท  
 รวมทั้งหมดราคา 2400 บาท

ภาพ 17 แสดงวิธีการแก้ปัญหาจากสิ่งที่ระบุได้ โดยการใช้การแสดงแทนทางข้อความ  
 สำหรับในการจัดกิจกรรมทั้งสองกิจกรรม ไม่พบการแสดงแทนโดยใช้รูปภาพ  
 สำหรับกิจกรรมที่ 1 พบร่องรอยของการใช้ปากกาขีดสัญลักษณ์เพื่อเลือกที่นั่ง ดังแสดงในรูป

พิจารณาคำแห่งของที่นั่งในการแสดงละครที่ตั้งแสดงในรูป

	A	B	C	D	E	ทางเดิน	F	G	H	I	J	
01				X								X
02	X		X							X		
03								X				
04			X							X		
05					X			X				
ทางเดิน						เวที	ทางเดิน					
06			X		X	ทางเดิน	X		X			
07				X							X	
08		X										
09					X		X				X	
10	X	X	X						X	X		

ภาพ 18 แสดงร่องรอยของการเลือกที่นั่งก่อนนำมาคำนวณในกระบวนการดังกล่าว

กระบวนการที่ 3 การค้นพบและรายงานผล

ทั้งสองกิจกรรมนักเรียนได้รายงานผลเป็นคำตอบที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์จนได้คำตอบที่ถูกต้องแล้ว ในกิจกรรมที่ 2 นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง และอธิบายคำตอบได้ ดังภาพ 19

พิกัดที่นักเรียนตัดสินใจเลือก	เหตุผล
$(-1, -6)$	เพราะ มันใกล้บ้าน และ ใกล้ โรงเรียน และ อู่รถเมล์ ได้ รับ ไป โรงเรียน
พิกัดที่นักเรียนตัดสินใจเลือก	เหตุผล
$(5, 0)$	อยู่ใกล้วัด และ ใกล้ ใกล้ บ้าน ของ โรงเรียน สมบูรณ์ สอน วิชา ธรรม วิชา

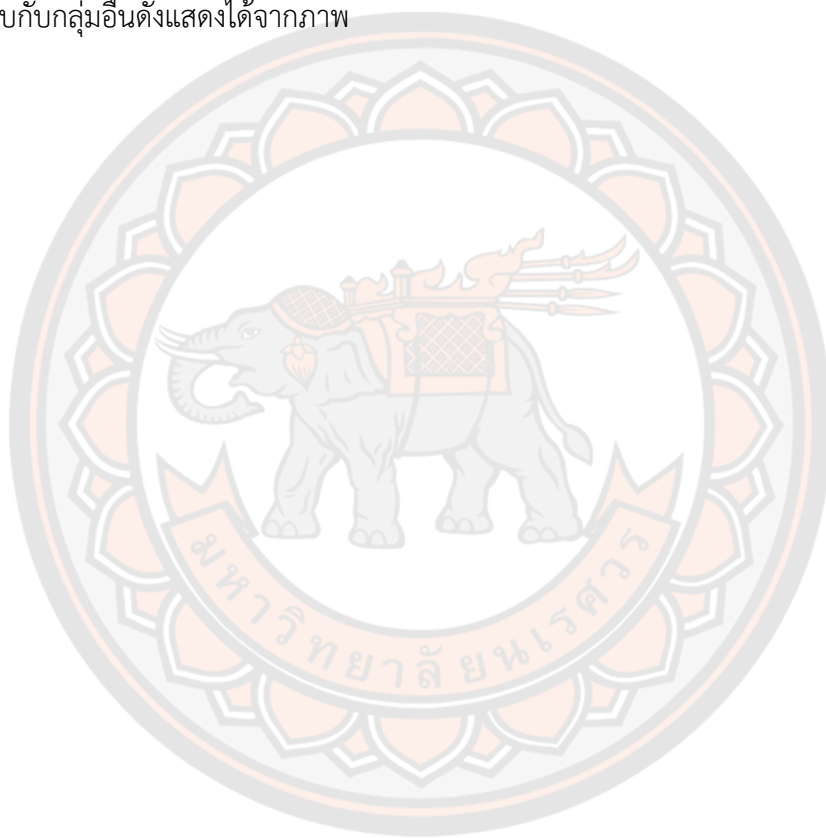
ภาพ 19 แสดงการอธิบายจุดและคำตอบจากใบงานที่กำหนดให้

กระบวนการที่ 4 การนำเสนอคำตอบของปัญหา

จากทั้งสองกิจกรรม นักเรียนส่วนใหญ่มีการนำเสนอคำตอบแบบความเรียง โดยเสนอตัวแทนแต่ละกลุ่มเพื่อนำเสนอหน้าชั้นเรียนแต่ละชั้น ในกระบวนการนี้มีนักเรียนในกลุ่มที่ไม่ได้นำเสนอช่วยกันจดรายละเอียดเพื่อนำไปเปรียบเทียบและบูรณาการผลลัพธ์ที่ได้ในกระบวนการที่ 5

กระบวนการที่ 5 การแสดงความคิดเห็นในการบูรณาการและการประเมินผล

นักเรียนบางกลุ่มจดรายละเอียดด้วยข้อความเพื่อเปรียบเทียบและแสดงลักษณะข้อดีข้อเสียเมื่อเทียบกับกลุ่มอื่นดังแสดงได้จากภาพ



## 3. สรุปและประเมินผลของคำตอบ (A)

ที่หนึ่งได้เลือกราคาแพงกว่าของเพื่อน  
 ราคาของกลุ่มเรา 2,850 บาท  
 ราคาของกลุ่มเพื่อน 2,400 บาท  
 กลุ่มของเราจะเหลือเงิน 150 บาท

## 3. สรุปและประเมินผลของคำตอบ (A)

ราคาที่เป็นราคาที่ถูกที่สุดแล้วเพราะที่หนึ่ง 60 บาท  
 ดึงไม้ตราสองที่หนึ่งที่ราคา 60 บาท และรวมกัน 4 ที่หนึ่งได้ 2,400 บาท

## 3. สรุปและประเมินผลของคำตอบ (A)

ไม้เขื่อนแต่มีค่าหนึ่งอันหนึ่ง A09, B10, J10, I9 วัตถุประสงค์  
 ไม้ขนาดที่เล็กคือ 2,400 บาท

ภาพ 20 แสดงการเปรียบเทียบรายละเอียดของกลุ่มอื่น ๆ ในกิจกรรมที่ 1

## 3. สรุปและประเมินผลของคำตอบ (A)

ตั้งศาลาพักผ่อนอยู่ใกล้รั้วห่างออกมา 8 หน่วย

ที่จุด  $(5, 0)$

เพื่อเข้าถึงที่จุด  $(-1, -6)$

## 3. สรุปและประเมินผลของคำตอบ (A)

ตั้งศาลาพักผ่อนอยู่ใกล้รั้วห่างออกมา 8 หน่วย  $(-1, -6)$

และพบที่ เพื่อเข้าถึงจุด  $(5, 0)$

## 3. สรุปและประเมินผลของคำตอบ (A)

สร้าง ~~วง~~ ศาลาพักผ่อนอยู่ใกล้ ~~รั้ว~~ ~~และ~~ ~~รั้ว~~ ~~โดย~~ ~~นำ~~ ~~จาก~~ ~~วง~~ ~~ที่~~ ~~มี~~ ~~จุด~~ ~~แต่~~ ~~ได้~~ ~~เกิน~~ ~~12~~ ~~จุด~~ ~~คือ~~ ~~8~~ ~~จุด~~

ภาพ 21 แสดงการเปรียบเทียบรายละเอียดของกลุ่มอื่น ๆ ในกิจกรรมที่ 2



#### 1.4 ชั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect)

ผู้วิจัยได้สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละกระบวนการจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 1 ดังแสดงในตารางที่ 8

ตาราง 8 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละกระบวนการในวงจรปฏิบัติการที่ 1

กระบวนการ	ปัญหาที่พบในชั้นเรียน	แนวทางการปรับปรุง
กระบวนการที่ 1 การระบุถึงปัญหาที่พบ	นักเรียนเข้าใจปัญหา แต่ไม่สามารถเขียนออกมาให้เป็นข้อความได้	ผู้วิจัยเข้าไปสอบถามนักเรียนว่าเข้าใจปัญหาในความคิดของตนเองในภาษาที่ตนเองเข้าใจ แล้วจึงขีดเกลากภาษาให้นักเรียนเขียนข้อความลงไป
กระบวนการที่ 2 การวิเคราะห์ปัญหาและเรียนรู้ประเด็นปัญหา	นักเรียนไม่เข้าใจปัญหาจากใบกิจกรรม	ผู้วิจัยอธิบายซ้ำ และขยายความจากปัญหาให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจมากขึ้น
	นักเรียนเขียนแสดงวิธีทำ หรือแสดงแนวคิดหรือวิธีการไม่เป็น ไม่กล้าเขียนแสดงวิธีคิดออกมา	ผู้วิจัยเข้าไปถามนักเรียนว่านักเรียนแสดงวิธีการคิดออกมาอย่างไร โดยให้พูดออกมา แล้วจึงขีดเกลากภาษาให้นักเรียนเขียนเข้าไป
กระบวนการที่ 3 การค้นพบและรายงานผล	นักเรียนไม่สามารถเขียนออกมาให้เป็นข้อความได้ หรือเขียนข้อความได้แต่ไม่สามารถสื่อสารออกมาให้เป็นภาษาได้	ผู้วิจัยเข้าไปสอบถามนักเรียนว่าเข้าใจปัญหาในความคิดของตนเองในภาษาที่ตนเองเข้าใจ แล้วจึงขีดเกลากภาษาให้นักเรียนเขียนข้อความลงไป

ตาราง 8 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละกระบวนการในวงจร  
ปฏิบัติการที่ 1 (ต่อ)

กระบวนการ	ปัญหาที่พบในชั้นเรียน	แนวทางการปรับปรุง
กระบวนการที่ 4 การนำเสนอคำตอบของ ปัญหา	นักเรียนในกลุ่มบางคนไม่ ช่วยเหลือเพื่อน ๆ ในการ อธิบายคำตอบที่ได้จากการ แก้ปัญหา	ผู้วิจัยกระตุ้นนักเรียนที่ไม่ ช่วยเหลือเพื่อนคนนั้นให้ ช่วยเหลืองานกลุ่ม โดยให้ พิจารณาปัญหาและมองใน มุมมองที่ต่างจากเพื่อนคน อื่น ๆ
กระบวนการที่ 5 การแสดงความเห็นใน การบูรณาการและการ ประเมินผล	นักเรียนไม่กระตือรือร้นในการ ฟังคำตอบจากเพื่อน ทำให้ไม่ ทราบว่คำตอบของเพื่อนๆ นั้น เป็นอย่างไร เมื่อเทียบกับ คำตอบของตนเอง	ผู้วิจัยกระตุ้นนักเรียนให้คอย ฟังอยู่เสมอ พร้อมกับสรุปสิ่ง ที่ได้ออกมาจากกลุ่มของ เพื่อน ๆ เพื่อให้ช่วยกันจด

## 2. วงจรปฏิบัติการที่ 2 เรื่อง กราฟและการนำไปใช้

จากผลการสะท้อนการปฏิบัติในวงจรปฏิบัติการที่ 1 ผู้วิจัยจึงนำแนวทางการปรับปรุงดังกล่าวมาพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเพื่อส่งเสริมการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์โดยมีรายละเอียดดังนี้

### 2.1 ขั้นวางแผน (Plan)

ผู้วิจัยนำผลการสะท้อนผลการปฏิบัติในวงจรปฏิบัติการที่ 1 มาปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง กราฟและการนำไปใช้ โดยเลือกกิจกรรมที่มีความชัดเจนและเน้นการให้นักเรียนใช้ความรู้เดิม มีการตรวจสอบว่าความรู้เดิมนั้นถูกต้องก่อนเริ่มจัดกิจกรรม

### 2.2 ขั้นปฏิบัติการ (Act)

กระบวนการที่ 1 การระบุถึงปัญหาที่พบ

หลังจากที่ผู้วิจัยได้ทบทวนความรู้เดิมในเรื่องของคู่อันดับและกราฟ แล้วจึงได้เริ่มสอนในเรื่องของคู่อันดับและกราฟต่อไป โดยใช้กิจกรรมที่ได้คัดเลือกและปรับปรุงแล้ว รวมถึงคาดการณ์พฤติกรรมการเรียนรู้และการตอบสนองของนักเรียนต่อกิจกรรม ทั้งกิจกรรมที่ 3 และกิจกรรมที่ 4 รวมถึงคาดการณ์ข้อความที่ถูกต้องและไม่ถูกต้องในการจัดกิจกรรมในกระบวนการนี้

### กระบวนการที่ 2 การวิเคราะห์ปัญหาและเรียนรู้ประเด็นปัญหา

ผู้วิจัยได้นำเสนอทั้งสองกิจกรรม และแนะนำถึงการระบุปัญหาของทั้งสองกิจกรรมว่าปัญหาที่พบคืออะไร ให้อะไรบ้าง แล้วจึงให้นักเรียนวิเคราะห์ปัญหาจากสิ่งที่เรียนไปแล้ว โดยใช้วิธีการที่น่าสนใจและท้าทาย มีการกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจประเด็นปัญหาต่าง ๆ โดยที่ผู้วิจัยได้อธิบายซ้ำอีกรอบ และขยายความเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากขึ้น มีการขัดเกลาภาษาในการเขียน เนื่องจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ยังสื่อสารได้ไม่ดีนัก

### กระบวนการที่ 3 การค้นพบและรายงานผล

ผู้วิจัยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มที่เรียนรู้ประเด็นปัญหาทั้งสองกิจกรรม ที่ได้คำตอบออกมาเรียบร้อยแล้ว เขียนร่างการรายงานผลโดยผ่านการเกลาภาษาของครูเพื่อให้สื่อสารได้ตรงตามหลักภาษา สำหรับนักเรียนที่ยังไม่ได้คำตอบ ผู้วิจัยกระตุ้นให้นักเรียนเขียนข้อค้นพบและรายงานผลตามภาษาที่ตนเองเข้าใจ

### กระบวนการที่ 4 การนำเสนอคำตอบของปัญหา

ผู้วิจัยตรวจสอบคำตอบของปัญหาของนักเรียนแต่ละกลุ่มว่าสามารถนำไปนำเสนอได้หรือไม่ โดยให้นักเรียนส่งตัวแทนกลุ่มละ 1 คนเพื่อนำเสนอ

### กระบวนการที่ 5 การแสดงความคิดเห็นในการบูรณาการและการประเมินผล

หลังจากนักเรียนนำเสนอครบทุกกลุ่มแล้ว ผู้วิจัยจึงสำรวจความเห็นของนักเรียนกลุ่มอื่น ๆ เกี่ยวกับแนวคิดของเพื่อน ๆ

## 2.3 ชั้นสังเกตการณ์ (Observe)

ผู้วิจัยสังเกตและจดบันทึกสิ่งที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนระหว่างการจัดการเรียนรู้ลงในแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ได้ผลการสังเกตดังต่อไปนี้

### กระบวนการที่ 1 การระบุถึงปัญหาที่พบ

นักเรียนเริ่มมีร่องรอยของการระบุถึงปัญหาที่พบลงในหน้าใบกิจกรรม ดังแสดงในภาพ 22 และภาพ 23

## 1. ทำความเข้าใจปัญหา (A)

บริษัทขนส่งมวลชนแห่งหนึ่งกำหนดจรรยาบรรณเริ่มต้นที่ 100 บาท  
 กิโลกรัมละ 50 บาท โดยที่ลูกค้าจะทวงส่งคืนได้อย่างน้อย 1 กิโลกรัมขึ้นไป

ภาพ 22 แสดงให้เห็นถึงการระบุปัญหาของนักเรียนในกิจกรรมที่ 3

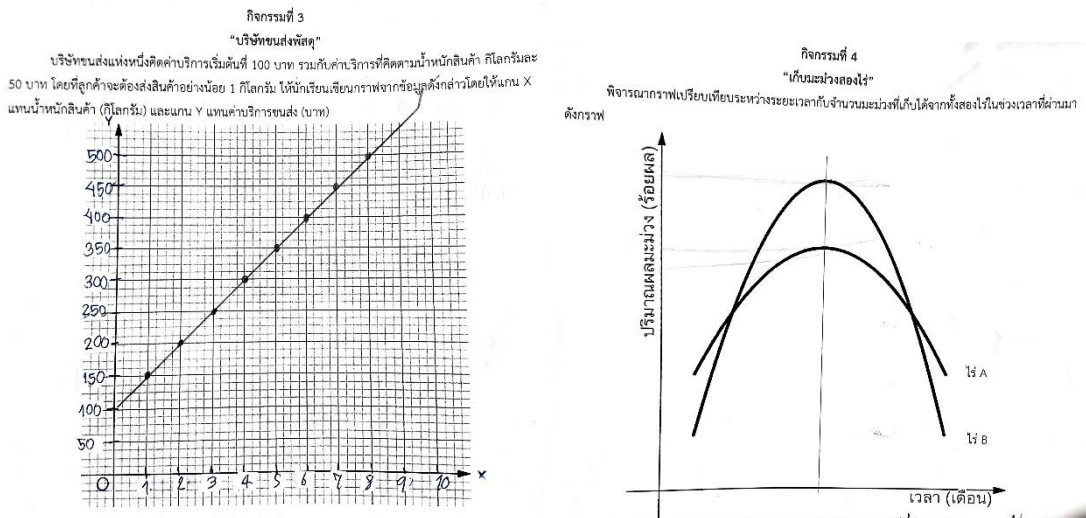
## 1. ทำความเข้าใจปัญหา (A)

สีน้ำตาลปริมาณของแสงสว่างที่เกิดขึ้นจากทั้ง 2 ไร่  
 และขนาดที่แตกต่างกันของแสงสว่าง

ภาพ 23 แสดงให้เห็นถึงการระบุปัญหาของนักเรียนในกิจกรรมที่ 4

กระบวนการที่ 2 การวิเคราะห์ปัญหาและเรียนรู้ประเด็นปัญหา

หลังจากที่นักเรียนระบุปัญหาดังกล่าวแล้ว นักเรียนมีการแสดงร่องรอยของการขีดเขียนในใบกิจกรรมทั้งกิจกรรมที่ 3 และกิจกรรมที่ 4 ดังแสดงในภาพ



ภาพ 24 แสดงร่องรอยการขีดเขียนเพื่อแสดงวิธีการแก้ปัญหาในกิจกรรมที่ 3 และกิจกรรมที่ 4 ตามลำดับ

หลังจากนั้นนักเรียนจึงใช้ข้อมูลที่ได้จากการขีดเขียนมาแก้ปัญหาจนได้คำตอบ ของทั้งสองกิจกรรม ดังแสดงในภาพที่ 25

ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

ข้อ	คำถาม	คำตอบ			
		น้ำหนัก	ค่าบริการ	น้ำหนักรวม	ค่าบริการรวม
1	ถ้านักเรียนส่งสินค้าที่มีน้ำหนักต่อไปนี้ นักเรียนจะต้องจ่ายเงินกี่บาท	2	3	7	4.5
		700	750	450	325
2	จากจำนวนเงินที่จ่ายค่าบริการไป นักเรียนคิดว่าสินค้านั้นหนักกี่กิโลกรัม	1.5	6	10	12.5
		175	300	500	625

1.) จงอธิบายปริมาณของมะม่วงที่เก็บได้จากทั้งสองไร่ ที่แตกต่างกันว่าเปลี่ยนแปลงไปอย่างไร	ไร่ B มีปริมาณการขยดที่เพิ่มขึ้นสูง ไร่ A มีปริมาณขยดน้อยกว่าไร่ B
2.) ในช่วงเวลาที่มีมะม่วงมากที่สุดของทั้งสองไร่ หากนักเรียนหยิบมะม่วงมาหนึ่งลูก (ถ้านำมาผสมกัน) มะม่วงลูกนั้นน่าจะมาจากไร่ใด เพราะเหตุใด	ไร่ B เพราะ มีปริมาณมาก

ภาพ 25 แสดงตัวอย่างคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหาในกิจกรรมที่ 3 และกิจกรรมที่ 4 ตามลำดับ

### กระบวนการที่ 3 การค้นพบและรายงานผล

ผู้วิจัยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มที่เรียนรู้ประเด็นปัญหาทั้งสองกิจกรรม ที่ได้คำตอบออกมาเรียบร้อยแล้ว เขียนร่างการรายงานผลโดยผ่านการেলাภาษาของครูเพื่อให้สื่อสารได้ตรงตามหลักภาษา สำหรับนักเรียนที่ยังไม่ได้คำตอบ ผู้วิจัยกระตุ้นให้นักเรียนเขียนข้อค้นพบและรายงานผลตามภาษาที่ตนเองเข้าใจ จากการสังเกตพบว่านักเรียนหลายคนยังคงมีปัญหาในเรื่องของการใช้ภาษา ผู้วิจัยจึงใช้วิธีเดิมคือถามในสิ่งที่นักเรียนเข้าใจแล้วผู้วิจัยจึงเกลาออกมาให้เป็นภาษาที่สามารถเขียนลงไปได้

### กระบวนการที่ 4 การนำเสนอคำตอบของปัญหา

ผู้วิจัยตรวจสอบคำตอบของปัญหาของนักเรียนแต่ละกลุ่มว่าสามารถนำไปนำเสนอได้หรือไม่ โดยให้นักเรียนส่งตัวแทนกลุ่มละ 1 คนเพื่อนำเสนอ จากการสังเกตพบว่านักเรียนในกลุ่มบางคนไม่ตั้งใจฟังเพื่อนนำเสนอ เนื่องจากมีคนที่ตั้งใจฟังอยู่แล้ว ครูจึงกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนทุกคนสนใจเพื่อนที่นำเสนออยู่ตรงกลุ่ม

### กระบวนการที่ 5 การแสดงความคิดเห็นในการบูรณาการและการประเมินผล

หลังจากนักเรียนนำเสนอครบทุกกลุ่มแล้ว ผู้วิจัยจึงสำรวจความเห็นของนักเรียนกลุ่มอื่น ๆ เกี่ยวกับแนวคิดของเพื่อน ๆ ซึ่งพบว่านักเรียนเขียนสะท้อนออกมาว่าคำตอบของเพื่อน ๆ ต่างก็เหมือนกับคำตอบของตนเอง

### 2.4 ชั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect)

ผู้วิจัยได้สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละกระบวนการจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 2 ดังแสดงในตารางที่ 9

ตาราง 9 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละกระบวนการในวงจร  
ปฏิบัติการที่ 2

กระบวนการ	ปัญหาที่พบในชั้นเรียน	แนวทางการปรับปรุง
กระบวนการที่ 1 การระบุถึงปัญหาที่พบ	-	-
กระบวนการที่ 2 การวิเคราะห์ปัญหาและ เรียนรู้ประเด็นปัญหา	นักเรียนไม่สามารถเขียนออกมา ให้เป็นข้อความได้ หรือเขียน ข้อความได้แต่ไม่สามารถสื่อสาร ออกมาให้เป็นภาษาได้	ผู้วิจัยเข้าไปสอบถามนักเรียน ว่าเข้าใจปัญหาในความคิด ของตนเองในภาษาที่ตนเอง เข้าใจ แล้วจึงขีดเกลากภาษา ให้นักเรียนเขียนข้อความลง ไป
กระบวนการที่ 3 การค้นพบและรายงานผล	นักเรียนไม่สามารถเขียนออกมา ให้เป็นข้อความได้ หรือเขียน ข้อความได้แต่ไม่สามารถสื่อสาร ออกมาให้เป็นภาษาได้	ผู้วิจัยเข้าไปสอบถามนักเรียน ว่าเข้าใจปัญหาในความคิด ของตนเองในภาษาที่ตนเอง เข้าใจ แล้วจึงขีดเกลากภาษา ให้นักเรียนเขียนข้อความลง ไป
กระบวนการที่ 4 การนำเสนอคำตอบของ ปัญหา	นักเรียนในกลุ่มบางคนไม่ ช่วยเหลือเพื่อน ๆ ในการ อธิบายคำตอบที่ได้จากการ แก้ปัญหา	ผู้วิจัยกระตุ้นนักเรียนที่ไม่ ช่วยเหลือเพื่อนคนนั้นให้ ช่วยเหลืองานกลุ่ม โดยให้ พิจารณาปัญหาและมองใน มุมมองที่ต่างจากเพื่อนคนอื่น ๆ
กระบวนการที่ 5 การแสดงความเห็นใน การบูรณาการและการ ประเมินผล	-	-

### 3. วงจรปฏิบัติการที่ 3 เรื่อง ความสัมพันธ์เชิงเส้น

จากผลการสะท้อนผลการปฏิบัติในวงจรปฏิบัติการที่ 2 เรื่อง กราฟและการนำไปใช้ ผู้วิจัยได้นำแนวทางการปรับปรุงและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่ส่งเสริมการแสดงผลทางคณิตศาสตร์ โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

#### 3.1 ขั้นวางแผน (Plan)

ผู้วิจัยนำผลการสะท้อนผลการปฏิบัติในวงจรปฏิบัติการที่ 2 มาปรับปรุงในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ความสัมพันธ์เชิงเส้น โดยครูจะต้องคอยสังเกตวิธีดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียนว่านักเรียนเขียนคำตอบในแต่ละขั้นตอนได้ถูกต้องหรือไม่ และให้คำแนะนำกับนักเรียนที่ขาดความรู้พื้นฐาน ทั้งทางด้านภาษาและทางด้านกรคำนวณ เพื่อให้นักเรียนแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ครบถ้วน และชัดเจน

#### 3.2 ขั้นปฏิบัติการ (Act)

กระบวนการที่ 1 การระบุถึงปัญหาที่พบ

หลังจากที่ผู้วิจัยได้ทบทวนความรู้เดิมในเรื่องของคู่อันดับและกราฟและการนำไปใช้ แล้วจึงได้เริ่มสอนในเรื่องของความสัมพันธ์เชิงเส้น ต่อไป โดยใช้กิจกรรมที่ได้คัดเลือกและปรับปรุงแล้ว รวมถึงคาดการณ์พฤติกรรมการเรียนรู้และการตอบสนองของนักเรียนต่อกิจกรรม ทั้งกิจกรรมที่ 5 และกิจกรรมที่ 6 รวมถึงคาดการณ์ข้อความที่ถูกต้องและไม่ถูกต้องในการจัดกิจกรรมในกระบวนการนี้

กระบวนการที่ 2 การวิเคราะห์ปัญหาและเรียนรู้ประเด็นปัญหา

ผู้วิจัยได้นำเสนอทั้งสองกิจกรรม และแนะนำถึงการระบุปัญหาของทั้งสองกิจกรรมว่าปัญหาที่พบคืออะไร ให้ทำอะไรบ้าง แล้วจึงให้นักเรียนวิเคราะห์ปัญหาจากสิ่งที่เรียนไปแล้ว โดยใช้วิธีการที่น่าสนใจและท้าทาย มีการกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจประเด็นปัญหาต่าง ๆ โดยที่ผู้วิจัยได้อธิบายซ้ำอีกรอบ และขยายความเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากขึ้น มีการขีดเกลาภาษาในการเขียน เนื่องจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ยังสื่อสารได้ไม่ดีนัก

กระบวนการที่ 3 การค้นพบและรายงานผล

ผู้วิจัยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มที่เรียนรู้ประเด็นปัญหาทั้งสองกิจกรรม ที่ได้คำตอบออกมาเรียบร้อยแล้ว เขียนร่างการรายงานผลโดยผ่านการเกลาภาษาของครูเพื่อให้สื่อสารได้ตรงตามหลักภาษา สำหรับนักเรียนที่ยังไม่ได้คำตอบ ผู้วิจัยกระตุ้นให้นักเรียนเขียนข้อค้นพบและรายงานผลตามภาษาที่ตนเองเข้าใจ

กระบวนการที่ 4 การนำเสนอคำตอบของปัญหา

ผู้วิจัยตรวจสอบคำตอบของปัญหาของนักเรียนแต่ละกลุ่มว่าสามารถนำไปนำเสนอได้หรือไม่ โดยให้นักเรียนส่งตัวแทนกลุ่มละ 1 คนเพื่อนำเสนอ



กระบวนการที่ 5 การแสดงความคิดเห็นในการบูรณาการและการประเมินผล

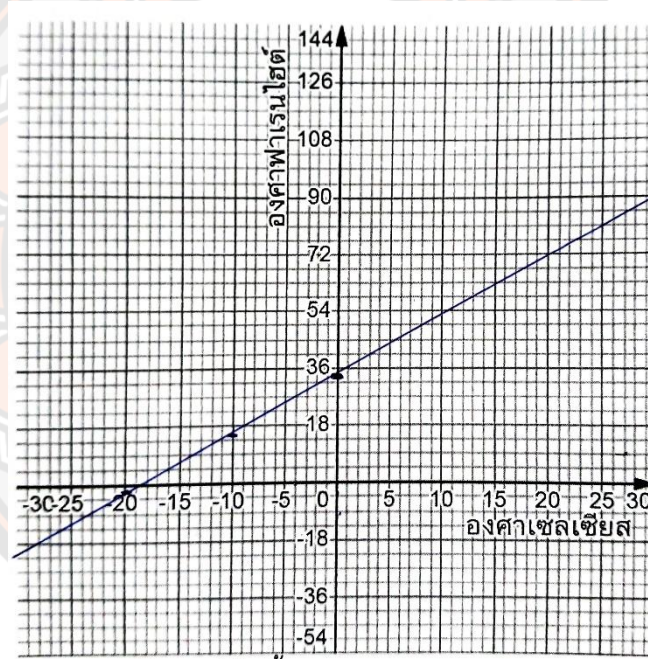
หลังจากนักเรียนนำเสนอครบทุกกลุ่มแล้ว ผู้วิจัยจึงสำรวจความคิดเห็นของนักเรียนกลุ่มอื่น ๆ เกี่ยวกับแนวคิดของเพื่อน ๆ

### 3.3 ขั้นสังเกตการณ์ (Observe)

ผู้วิจัยสังเกตและจดบันทึกสิ่งที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนระหว่างการจัดการเรียนรู้ลงในแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ได้ผลการสังเกตดังต่อไปนี้

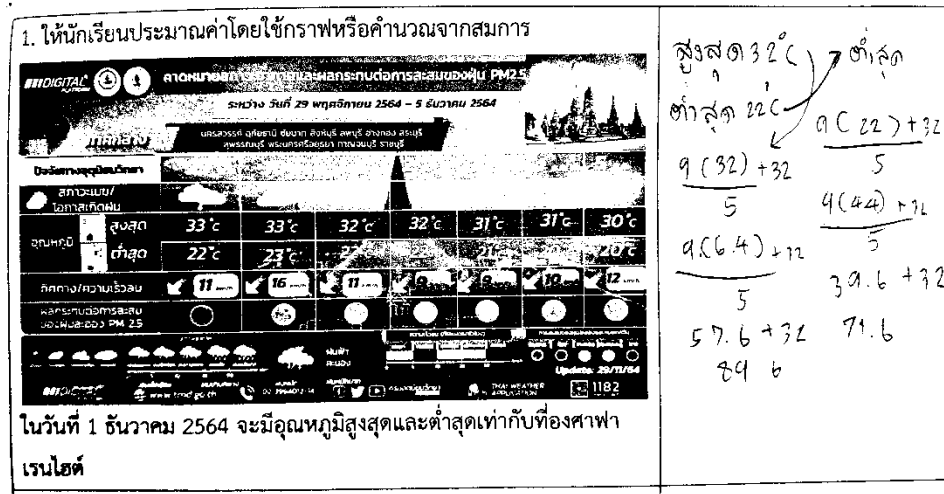
กระบวนการที่ 4 การนำเสนอคำตอบของปัญหา

ในการนำเสนอคำตอบของปัญหากิจกรรมที่ 5 “ตรงนั้นหนาวเท่ากันไหม” เนื่องจากระนาบพิกัดฉากของใบกิจกรรมไม่มีความละเอียดมากพอ ผู้วิจัยจึงแนะนำการเทียบมาตราวัดในแต่ละช่องเพื่อให้นักเรียนลงกราฟของความสัมพันธ์ได้ง่ายขึ้น ดังภาพ



ภาพ 26 แทนการเขียนกราฟจากสเกลที่ปรับแล้วของนักเรียน

ในกิจกรรมนี้ ส่วนใหญ่นักเรียนจะใช้วิธีการคำนวณจากสมการที่กำหนดให้ เนื่องจากไม่มีจำนวนองศาเซลเซียสที่ระบุไว้ให้ในโจทย์ ดังแสดงในภาพ



ภาพ 27 แสดงการคำนวณโดยใช้ความสัมพันธ์ที่กำหนดให้

กิจกรรมที่ 6 “ชิปนาวูตเชิงเส้น” เป็นกิจกรรมที่นำเนื้อหาเกี่ยวกับความสัมพันธ์เชิงเส้นมาเขียนในรูปแบบของกราฟ ผ่านสถานการณ์สมมติ โดยเป็นสถานการณ์ที่นักเรียนมีความตื่นเต้น และกระตือรือร้นในการทำกิจกรรม โดยนำความรู้ที่ได้จากการเขียนกราฟมาใช้ ทั้งสองกิจกรรมนี้ผู้วิจัยยังคงพบนักเรียนบางส่วนที่ไม่ช่วยเหลือเพื่อนในการทำงาน ผู้วิจัยจึงต้องกระตุ้นให้นักเรียนช่วยเหลือกันในการทำกิจกรรมทั้งสองกิจกรรม

### 3.4 ชั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect)

ผู้วิจัยยังคงพบปัญหาในชั้นเรียนเพียงอย่างเดียว คือการที่มีเพื่อนในกลุ่มไม่ช่วยเหลือกันในกระบวนการที่ 4 และกระบวนการที่ 5

จากผลการวิจัยทั้งหมด 3 วงจรปฏิบัติการ ผู้วิจัยพบว่าแนวทางที่เหมาะสมในการจัดกิจกรรมโดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุง รวมถึงประเด็นที่ควรเน้นนำมาสรุปรวมเป็นแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่ส่งเสริมการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ซึ่งจำแนกเป็นบทบาทครูและนักเรียนในแต่ละกระบวนการของการจัดการเรียนรู้เพื่อเป็นประโยชน์ต่อครูที่สนใจการจัดการเรียนรู้ดังกล่าว ดังตาราง

ตาราง 10 แสดงบทบาทครูและนักเรียนในแต่ละกระบวนการของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเพื่อส่งเสริมการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

กระบวนการ	บทบาทของครู	บทบาทของนักเรียน
กระบวนการที่ 1 การระบุถึงปัญหาที่พบ	ครูมอบหมายปัญหาที่สามารถนำความรู้เกี่ยวกับเรื่องที่จะสอน มีความน่าสนใจ มีความคิดที่หลากหลายและมีความท้าทายในการแก้ปัญหา คำถามที่ใช้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด	ระบุปัญหาที่ได้สืบเสาะหรือได้รับมอบหมายจากครู ว่าปัญหาคืออะไร สามารถแก้ปัญหาได้อย่างไร แล้วคำตอบที่ได้ออกมา นั้นควรมีลักษณะอย่างไร
กระบวนการที่ 2 การวิเคราะห์ปัญหาและเรียนรู้ประเด็นปัญหา	ครูกระตุ้นให้นักเรียนเรียนรู้และวิเคราะห์ว่าปัญหาที่พบเจอในสถานการณ์นี้สามารถนำความรู้ที่เข้ามาช่วยแก้ปัญหาได้อย่างไร และจะแก้ปัญหาโดยใช้การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ด้านไหนอย่างไร หากนักเรียนมีปัญหาเรื่องภาษาที่ใช้ ครูควรেলাภาษาให้ด้วย	นักเรียนวิเคราะห์ปัญหา พร้อมทั้งระบุว่าจะจากปัญหาที่ให้มานั้น เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่ได้เรียนมาอย่างไร และจะแก้ปัญหาได้อย่างไร มีการแสดงแทนใดบ้างที่สามารถใช้แก้ปัญหาได้บ้าง
กระบวนการที่ 3 การค้นพบและรายงานผล	ครูแนะนำและกระตุ้นให้นักเรียนหาคำตอบจากวิธีที่ได้เรียนรู้ว่าเหมาะสมหรือไม่	นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้วิธีที่เรียนรู้มา ผ่านกระบวนการคิดวิเคราะห์ โดยใช้การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมจนได้คำตอบ นำมาตรวจสอบคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหาดังกล่าวว่าถูกต้องเหมาะสมหรือไม่ อย่างไร หากได้คำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่เหมาะสม ควรแก้ปัญหาด้วยวิธีอื่น ๆ

ตาราง 10 (ต่อ)

กระบวนการ	บทบาทของครู	บทบาทของนักเรียน
กระบวนการที่ 4 การนำเสนอคำตอบของ ปัญหา	ครูแนะนำวิธีการนำเสนอกับ นักเรียนที่อยู่ต่างกลุ่มกันว่าใน การนำเสนอ ควรนำเสนอตั้งแต่ วิธีการแก้ปัญหา รายละเอียด การแก้ปัญหา คำตอบที่ได้ และ ความสมเหตุสมผลของคำตอบ เพื่อให้นักเรียนเรียบเรียงหัวข้อ ในการนำเสนอได้ดีขึ้น และครู ควรขีดเกลาภาษาพูดให้กับ นักเรียนด้วย	นำเสนอตามหัวข้อที่ครูได้แนะนำ โดยเรียงจาก วิธีการแก้ปัญหา รายละเอียดการแก้ปัญหา คำตอบที่ได้ และความ สมเหตุสมผลของคำตอบ และใช้ ภาษาที่เหมาะสมกับการสื่อสาร ในชั้นเรียน
กระบวนการที่ 5 การแสดงความเห็นใน การบูรณาการและการ ประเมินผล	ครูคอยกระตุ้นและชี้แนะให้ ผู้เรียนแลกเปลี่ยนเรียนรู้ใน ระหว่างที่นำเสนอ และซักถาม ผู้เรียนว่าแนวคิดของเรากับของ เพื่อนเหมือนหรือแตกต่างกัน อย่างไร	นักเรียนแลกเปลี่ยนเรียนรู้กับ เพื่อนกลุ่มอื่น ๆ ว่าวิธีของเพื่อน แตกต่างกันอย่างไร

ตอนที่ 2 ผลการนำเสนอการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

1. การนำเสนอการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น

ผู้วิจัยวิเคราะห์การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์จากเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ ใบกิจกรรมและแบบวัดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ โดยระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานในแต่ละวงจรปฏิบัติการ นักเรียนจะได้เรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาและทำใบกิจกรรมเป็นรายกลุ่ม และนำผลมาวิเคราะห์เชิงปริมาณเป็นร้อยละ หลังจากดำเนินการจัดกิจกรรมครบ 3 วงจร

ปฏิบัติการ นักเรียนจะได้ทำแบบวัดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคล และนำผลมาวิเคราะห์เชิงปริมาณเป็นร้อยละ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

### วงจรถับปฏิบัติกรที่ 1

ผู้วิจัยแสดงผลการวิเคราะห์ระดับคะแนนในการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ จากใบกิจกรรมของวงจรถับปฏิบัติกรที่ 1 เรื่อง คู่อันดับ ดังตาราง 11

ตาราง 11 แสดงจำนวนกลุ่มนักเรียนตามระดับคะแนนในเกณฑ์การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ จากใบกิจกรรมของวงจรถับปฏิบัติกรที่ 1

กิจกรรมที่	ขั้นตอนในการแก้ปัญหา	ประเด็นที่ประเมิน	จำนวนนักเรียนจำแนกระดับและประเภทการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์				
			4	3	2	1	0
กิจกรรมที่ 1 “จองที่นั่ง”	ทำความเข้าใจปัญหา	ข้อความ (A)	2	-	1	6	-
			(22.22)		(11.11)	(66.67)	
	หาคำทางแก้ปัญหา	ข้อความ (A)	4	-	2	3	-
			(44.44)		(22.22)	(33.33)	
	สรุปและประเมินผล	รูปภาพ (B)	-	-	-	-	9
(100)							
กิจกรรมที่ 2 “อยู่ที่ไหนดี”	ทำความเข้าใจปัญหา	สัญลักษณ์ (C)	1	-	-	-	8
			(11.11)				(88.89)
	หาคำทางแก้ปัญหา	ข้อความ (A)	2	1	1	5	-
			(22.22)	(11.11)	(11.11)	(55.56)	
	สรุปและประเมินผล	รูปภาพ (B)	1	1	4	3	-
(11.11)			(11.11)	(44.44)	(33.33)		
กิจกรรมที่ 2 “อยู่ที่ไหนดี”	หาคำทางแก้ปัญหา	ข้อความ (A)	1	1	2	5	-
			(11.11)	(11.11)	(22.22)	(55.56)	
	สรุปและประเมินผล	รูปภาพ (B)	-	-	-	-	9
			(100)				
หาคำทางแก้ปัญหา	สัญลักษณ์ (C)	-	-	-	-	9	
		(100)					
สรุปและประเมินผล	ข้อความ (A)	-	-	-	-	9	
		(100)					

จากตาราง 11 พบว่าในกิจกรรมที่ 1 ขั้นตอนการทำความเข้าใจปัญหา และในขั้นตอนของการสรุปและประเมินผลนักเรียนเขียนข้อความออกมาในระดับที่ 1 มากที่สุด นั่นคือนักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนอธิบายข้อความออกมาได้ถูกต้องเพียงบางส่วน สำหรับในขั้นตอนของการหาทางแก้ปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่เขียนข้อความออกมาได้อยู่ในระดับที่ 4 นั่นคือเขียนอธิบายได้ชัดเจน มีเหตุผลรองรับและเป็นไปในทางคณิตศาสตร์ แต่ไม่พบการแสดงแทนด้วยรูปภาพ และมีหนึ่งกลุ่มที่เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ในระดับที่ 4 (เขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แล้วคำนวณหรือแก้ปัญหาได้ถูกต้องสมบูรณ์)

สำหรับในกิจกรรมที่ 2 พบว่าระดับการเขียนข้อความแทนอยู่ในระดับที่ 1 นั่นคือนักเรียนเขียนอธิบายถูกต้องเพียงบางส่วน ทั้งในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหา โดยไม่พบการอธิบายแทนรูปภาพ และการใช้สัญลักษณ์ และไม่พบการอธิบายข้อความในขั้นตอนสรุปและประเมินผล

## วงจรถูกปฏิบัติที่ 2

ผู้วิจัยแสดงผลการวิเคราะห์ระดับคะแนนในการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ จากใบกิจกรรมของวงจรถูกปฏิบัติที่ 2 เรื่อง กราฟและการนำไปใช้ ดังตาราง 12



ตาราง 12 แสดงจำนวนกลุ่มนักเรียนตามระดับคะแนนในเกณฑ์การแสดงผลงานทางคณิตศาสตร์ จากใบกิจกรรมของวงจรปฏิบัติการที่ 2

กิจกรรมที่	ขั้นตอนในการแก้ปัญหา	ประเด็นที่ประเมิน	จำนวนนักเรียนจำแนกระดับและประเภทการแสดงผลงานทางคณิตศาสตร์				
			4	3	2	1	0
กิจกรรมที่ 3 “บริษัท ขนส่งพัสดุ”	ทำความเข้าใจ ปัญหา	ข้อความ (A)	1	5	2	1	-
			(11.11)	(55.56)	(22.22)	(11.11)	
	หาทางแก้ปัญหา	ข้อความ (A)	1	1	4	1	2
			(11.11)	(11.11)	(44.44)	(11.11)	(22.22)
		รูปภาพ (B)	-	1	1	1	6
				(11.11)	(11.11)	(11.11)	(66.67)
สัญลักษณ์ (C)	-	-	2	3	4		
			(22.22)	(33.33)	(44.44)		
สรุปและ ประเมินผล	ข้อความ (A)	-	-	3	4	2	
				(33.33)	(44.44)	(22.22)	
กิจกรรมที่ 4 “เก็บมะม่วง สองไร่”	ทำความเข้าใจ ปัญหา	ข้อความ (A)	-	-	4	5	-
					(44.44)	(55.56)	
	หาทางแก้ปัญหา	ข้อความ (A)	-	-	3	5	1
					(33.33)	(55.56)	(11.11)
		รูปภาพ (B)	-	-	-	-	9
							(100)
สัญลักษณ์ (C)	-	-	-	1	8		
				(11.11)	(88.89)		
สรุปและ ประเมินผล	ข้อความ (A)	-	-	3	3	3	
				(33.33)	(33.33)	(33.33)	

จากตาราง 12 พบว่าในกิจกรรมที่ 3 พบการเขียนแสดงผลงานทำความเข้าใจปัญหาในระดับคะแนนสูงสุดคือ 4 แต่พบมากในระดับ 3 นั่นคือในกิจกรรมนี้นักเรียนหลายกลุ่มเริ่มพัฒนาการเขียนข้อความในลักษณะของเขียนอธิบายได้ชัดเจน เป็นในทางคณิตศาสตร์ แต่ยังไม่เป็นเหตุเป็นผล หรือมีความคลาดเคลื่อนทางภาษา เริ่มมีการเขียนรูปภาพและอธิบายรูปภาพที่วาดมาได้ ในระดับที่ 3 คือ อธิบายแผนภาพ/รูปภาพ ได้สมบูรณ์ แต่ยังมีข้อผิดพลาดเล็กน้อย

สำหรับในเรื่องของสัญลักษณ์ พบว่าอยู่ในระดับ 2 นั่นคือใช้สัญลักษณ์เพื่อแก้ปัญหาได้ ถูกต้อง ดังแสดงในภาพ 28

2. หาทางแก้ปัญหา (A, B, C)

$$625 - 100 = 525$$

50 ส่องได้ 1 กิโลกรัม

1 บาท  $\frac{1}{50}$  กิโลกรัม

$$525 \times \frac{1}{50}$$

525 ส่องได้ 10.5 กิโลกรัม

ภาพ 28 แสดงการใช้สัญลักษณ์ในกิจกรรมที่ 3 ในระดับ 2

สำหรับในกิจกรรมที่ 4 ในทุกขั้นตอนมีการใช้ข้อความสูงสุดอยู่แค่ในระดับ 2 นั่นคือเขียนอธิบายในทางคณิตศาสตร์ได้เข้าใจ แต่ถูกต้องและสมบูรณ์เพียงบางส่วน ไม่พบการใช้รูปภาพเพื่ออธิบาย และพบการใช้สัญลักษณ์เพียงแค่กลุ่มเดียวเท่านั้น

**วงจรถอบปฏิบัติการที่ 3**

ผู้วิจัยแสดงผลการวิเคราะห์ระดับคะแนนในการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ จากใบกิจกรรมของวงจรถอบปฏิบัติการที่ 2 เรื่อง กราฟและการนำไปใช้ ดังตาราง



ตาราง 13 แสดงจำนวนกลุ่มนักเรียนตามระดับคะแนนในเกณฑ์การแสดงผลงานทางคณิตศาสตร์ จากใบกิจกรรมของวงจรปฏิบัติการที่ 3

กิจกรรมที่	ขั้นตอนในการ แก้ปัญหา	ประเด็นที่ ประเมิน	จำนวนนักเรียนจำแนกระดับและประเภท การแสดงผลงานทางคณิตศาสตร์				
			4	3	2	1	0
กิจกรรมที่ 5 “ตรงนั้น หนาวเท่ากัน ไหม”	ทำความเข้าใจ ปัญหา	ข้อความ (A)	-	1 (11.11)	2 (22.22)	3 (33.33)	3 (33.33)
	หาทางแก้ปัญหา	ข้อความ (A)	-	-	2 (22.22)	6 (66.67)	1 (11.11)
		รูปภาพ (B)	-	-	-	-	9 (100)
		สัญลักษณ์ (C)	-	-	1 (11.11)	2 (22.22)	6 (66.67)
	สรุปและ ประเมินผล	ข้อความ (A)	-	-	-	7 (77.78)	2 (22.22)
กิจกรรมที่ 6 “ชิปนาวุธเชิง เส้น”	ทำความเข้าใจ ปัญหา	ข้อความ (A)	-	1 (11.11)	4 (44.44)	2 (22.22)	2 (22.22)
	หาทางแก้ปัญหา	ข้อความ (A)	-	1 (11.11)	2 (22.22)	5 (55.55)	1 (11.11)
		รูปภาพ (B)	-	-	-	-	9 (100)
		สัญลักษณ์ (C)	-	-	-	2 (22.22)	7 (77.78)
	สรุปและ ประเมินผล	ข้อความ (A)	-	-	1 (11.11)	6 (66.67)	2 (22.22)

จากกิจกรรมที่ 5 นักเรียนส่วนใหญ่เขียนข้อความอยู่ในระดับ 0 และ 1 นั่นคืออาจจะไม่เขียนคำตอบ หรือเขียนอธิบายถูกต้องเพียงบางส่วน นักเรียนที่ได้คะแนนสูงสุดอยู่ในระดับที่ 3 ในเรื่องของการแก้ปัญหาเฉพาะขั้นตอนการทำความเข้าใจปัญหาทั้งสองกิจกรรม ทั้งสองกิจกรรมนี้ไม่พบการวาดรูปเพื่ออธิบายข้อความออกมา แต่มีระดับการใช้สัญลักษณ์ได้สูงสุดอยู่ในระดับที่ 2 นั่นคือเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แต่แก้ปัญหาไม่ถูกต้อง และในขั้นตอนสรุปและประเมินผลนักเรียนเขียนได้ถูกต้องเพียงบางส่วนเท่านั้น

## 2. ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่ส่งเสริมการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟ และความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่ส่งเสริมการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้ดำเนินการวัดการ แสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นรายบุคคล โดยแบ่งออกเป็น 3 ด้าน ได้แก่ 1.) การเขียน ข้อความ 2.) การแสดงแทนด้วยภาพ และ 3.) การใช้สัญลักษณ์ ได้ผลดังตาราง

ตาราง 14 แสดงจำนวนนักเรียนจำแนกระดับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เป็น ร้อยละ

ข้อที่	ประเภท	ระดับคะแนน					
		การแสดงแทน	4	3	2	1	0
1 (คู่อันดับและ กราฟ)	การเขียน		1	1	3	9	18
	ข้อความ		(3.13)	(3.13)	(9.38)	(28.13)	(56.25)
	การแสดงแทน		1		2	4	25
	ภาพ		(3.13)	-	(6.25)	(12.50)	(78.13)
	การใช้		1	1		1	29
	สัญลักษณ์		(3.13)	(3.13)	-	(3.13)	(90.63)
2 (กราฟและ การนำไปใช้)	การเขียน		1	2	1	9	19
	ข้อความ		(3.13)	(6.25)	(3.13)	(28.13)	(59.38)
	การแสดงแทน		1	4		3	24
	ภาพ		(3.13)	(12.50)	-	(9.38)	(75.00)
	การใช้		1	1	2		28
	สัญลักษณ์		(3.13)	(3.13)	(6.25)	-	(87.50)
3 (ความสัมพันธ์ เชิงเส้น)	การเขียน			1	1	9	21
	ข้อความ		-	(3.13)	(3.13)	(28.13)	(65.63)
	การแสดงแทน		1	3		2	26
	ภาพ		(3.13)	(9.38)	-	(6.25)	(81.25)
	การใช้		1		1	1	29
	สัญลักษณ์		(3.13)	-	(3.13)	(3.13)	(90.63)

จากตารางดังกล่าว พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีระดับคะแนนในการแสดงแทนอยู่ที่ระดับ 0 คือ ไม่มีคำตอบ หรือมีคำตอบแต่ขาดความเข้าใจแนวคิด/ข้อมูลที่ให้มาไม่มีความสำคัญ โดยที่ข้อที่ 1 นักเรียนส่วนใหญ่มีการเขียนข้อความให้อยู่ในระดับที่เขียนถูกต้องเพียงบางส่วน มีส่วนน้อยที่เขียนในทางคณิตศาสตร์ได้อย่างชัดเจน และมีเหตุผลรองรับในทางคณิตศาสตร์ ในด้านการแสดงแทนภาพ มีส่วนน้อยที่สามารถวาดรูปเพื่อแสดงออกมาโดยได้ทั้งคำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์ ไปจนถึงไม่แสดงรูปภาพใด ๆ เลย และในด้านการใช้สัญลักษณ์ นักเรียนใช้สัญลักษณ์ที่ได้มาไม่ถูกต้อง มีส่วนน้อยที่ใช้สัญลักษณ์ได้ถูกต้องแล้วนำไปแก้ปัญหาคำตอบที่สมบูรณ์

ในข้อที่ 2 มีนักเรียนส่วนน้อยที่สามารถเขียนอธิบายข้อความได้ชัดเจน มีการวาดรูปและแผนภาพได้สมบูรณ์/ถูกต้อง ไปจนถึงมีร่องรอยการวาดรูป และไม่มีรูปภาพเพื่ออธิบายแนวคิดของตนเอง ในด้านการใช้สัญลักษณ์ มีนักเรียนส่วนน้อยที่นำการแสดงสัญลักษณ์มาใช้เพื่อมองเห็นได้ชัดเจนมากขึ้น

ในข้อที่ 3 นักเรียนส่วนใหญ่เขียนข้อความอธิบายถูกต้องได้เพียงบางส่วน มีส่วนน้อยที่ใช้อธิบายทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แต่มีความคลาดเคลื่อนทางภาษาหรือไม่มีความเชื่อมโยงกันในประโยค มีการแสดงแทนภาพเป็นส่วนน้อย และสามารถอธิบายได้ถูกต้อง มีการใช้สัญลักษณ์ที่แก้ปัญหาก็ถูกต้อง

เมื่อพิจารณาแล้วส่วนใหญ่ นักเรียนมีการแสดงแทนทางความคิดเป็นข้อความอยู่ในระดับที่อธิบายได้ถูกต้องเพียงบางส่วน มีส่วนน้อยที่สามารถเขียนข้อความได้ สามารถเขียนรูปภาพและอธิบายรูปภาพได้เป็นส่วนน้อย และเขียนสัญลักษณ์และอธิบายได้เป็นส่วนน้อย

จากผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้ เก็บรวบรวมข้อมูลจากใบกิจกรรมและแบบวัดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ แสดงให้เห็นว่าผลจากแบบวัดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมาย นักเรียนไม่แสดงการวาดรูปเพื่อแก้ปัญหาคำตอบ มีส่วนน้อยที่สามารถใช้ข้อความ สัญลักษณ์ในการอธิบายคำตอบได้ แต่ยังไม่ถูกต้อง

## บทที่ 5

### บทสรุป

ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเพื่อส่งเสริมการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีจุดมุ่งหมายในการศึกษา 1.) เพื่อศึกษาและพัฒนาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่ส่งเสริมการนำเสนอการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2.) เพื่อศึกษาและส่งเสริมการนำเสนอการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน โดยใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน (Classroom Action Research) สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 จำนวน 35 คน ดำเนินการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 3 แผน ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง คู่อันดับและกราฟ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง กราฟและการนำไปใช้ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ความสัมพันธ์เชิงเส้น ใช้เวลาจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 12 ชั่วโมง โดยมีเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยดังนี้ 1.) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น 2.) ใบกิจกรรม 3.) แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ และ 4.) แบบวัดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ โดยสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

#### สรุปผลการวิจัย

1.) แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่ส่งเสริมการนำเสนอการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น มีประเด็นที่ควรเน้น ดังต่อไปนี้

##### กระบวนการที่ 1 การระบุถึงปัญหาที่พบ

ครูมอบหมายปัญหาที่สามารถนำความรู้เกี่ยวกับเรื่องที่จะสอน มีความน่าสนใจ มีความคิดที่หลากหลายและมีความท้าทาย คำถามที่ใช้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด

##### กระบวนการที่ 2 การวิเคราะห์ปัญหาและเรียนรู้ประเด็นปัญหา

ครูกระตุ้นให้นักเรียนเรียนรู้และวิเคราะห์ว่าปัญหาที่พบเจอในสถานการณ์นี้ สามารถนำความรู้ที่ได้เรียนรู้มาช่วยแก้ปัญหาได้อย่างไร และจะแก้ปัญหาด้วยการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์แบบไหน อย่างไร

### กระบวนการที่ 3 การค้นพบและรายงานผล

ครูแนะนำวิธีการนำเสนอคำตอบที่เหมาะสม และให้นักเรียนหาคำตอบโดยใช้วิธีที่ได้เรียนรู้ว่ามีความเหมาะสมหรือไม่ หากได้คำตอบไม่ถูกต้อง หรือวิธีการแก้ปัญหาไม่เหมาะสม ครูควรแนะนำแนวทางอื่น ๆ เป็นทางเลือกให้กับนักเรียน

### กระบวนการที่ 4 การนำเสนอคำตอบของปัญหา

ครูให้นักเรียนนำเสนอหน้าชั้นเรียน หรือแลกเปลี่ยนเรียนรู้กับเพื่อนที่อยู่ต่างกลุ่ม ว่าเข้าใจปัญหาว่าอย่างไร ใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหา แก้ปัญหาอย่างไร ได้คำตอบเป็นอย่างไร และคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่

### กระบวนการที่ 5 การแสดงความคิดเห็นในการบูรณาการและการประเมินผล

ครูให้ตัวแทนนักเรียนกลุ่มอื่น ๆ ซักถามนักเรียนที่กำลังนำเสนอว่าแนวคิดของเพื่อนแตกต่างจากแนวคิดของกลุ่มตนเองอย่างไร อาจชี้ให้เห็นข้อสนับสนุน หรือข้อเสนอแนะ แล้วร่วมกันสรุปผลในชั้นเรียนว่าวิธีการคิดแบบนี้มีคุณค่าเป็นอย่างไร

## 2.) การนำเสนอการแสดงผลงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

### 2.1 การนำเสนอการแสดงผลงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

เมื่อเปรียบเทียบการนำเสนอการแสดงผลงานทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้านในระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน พบการแสดงผลงานทางข้อความมากที่สุด รองลงมาคือการใช้สัญลักษณ์ แต่ไม่พบการแสดงผลงานด้วยรูปภาพแล้วอธิบายออกมา โดยที่นักเรียนมีพัฒนาการในการแสดงผลงานที่มากขึ้น ตั้งแต่ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อยไป จนถึงใบกิจกรรมที่ 5 จากนั้นจึงลดลงในใบกิจกรรมที่ 6 ดังนั้นการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นยังไม่สามารถถึงความสามารถในการแสดงผลงานของนักเรียนออกมาใช้ได้

### 2.2 การนำเสนอการแสดงผลงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเพื่อส่งเสริมการแสดงผลงานทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

จากผลการวิจัย พบว่ามีนักเรียนที่สามารถเขียนการแสดงผลงานทางคณิตศาสตร์ที่มากขึ้น และมีนักเรียนหลายคนที่มีการแสดงผลงานแต่ละแบบอยู่ในระดับมากกว่า 1 โดยจะพบการแสดงผลงานแบบการเขียนข้อความมากที่สุด และพบการใช้สัญลักษณ์น้อยที่สุด

## อภิปรายผล

จากผลการวิจัยเชิงปฏิบัติการของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเพื่อส่งเสริมการ แสดงแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สามารถอภิปรายผลการวิจัยได้ดังนี้

### ตอนที่ 1 แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่ส่งเสริมการนำเสนอการแสดง แทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเพื่อส่งเสริมการแสดงผลแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น เป็นการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาที่เกิดขึ้นจริง หรือสถานการณ์ ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง เพื่อฝึกกระบวนการคิดวิเคราะห์ และศึกษาค้นคว้าจนค้นพบคำตอบ ด้วยตนเอง แล้วนำความรู้มารวมกันอภิปรายเพื่อให้เห็นถึงทางเลือกและวิธีการที่หลากหลายในการ แก้ปัญหา ทำให้ผู้เรียนเรียนรู้ผ่านกระบวนการคิดและการแก้ปัญหา โดยแต่ละขั้นตอนมีประเด็นใน เรื่องของปัญหาและอุปสรรคในกระบวนการจัดการเรียนรู้ดังต่อไปนี้

กระบวนการที่ 1 การระบุถึงปัญหาที่พบ ครูมอบหมายปัญหาที่สามารถนำความรู้เกี่ยวกับ เรื่องที่จะสอน มีความน่าสนใจ มีแนวคิดที่หลากหลายและมีความท้าทาย คำถามที่ใช้ควรเป็นปัญหา ปลายเปิด สอดคล้องกับ Allen, et al. (1996, อ้างถึงใน รุสดา จะปะเกีย, 2558) ว่าลักษณะของ ปัญหาที่ดีจะต้องเป็นปัญหาปลายเปิดที่ทำนายให้ทำ และแสดงเหตุผลอันสมควรในการวินิจฉัยและ การสันนิษฐาน และสอดคล้องกับงานวิจัยของรุสดา จะปะเกีย (2558) ว่าเป็นปัญหาที่เกิดจาก ประสบการณ์ของผู้เรียนที่พบบ่อย หรือเป็นปัญหาที่อยู่ในความสนใจ เป็นสิ่งที่อยากรู้แต่ไม่รู้ โดย แนวทางในการหาแสวงหาคำตอบสามารถทำได้หลายทาง ครอบคลุมการเรียนรู้ที่กว้างขวาง

กระบวนการที่ 2 การวิเคราะห์ปัญหาและเรียนรู้ประเด็นปัญหา ครูกระตุ้นให้นักเรียนเรียนรู้ และวิเคราะห์ว่าปัญหาที่พบในสถานการณ์นี้สามารถนำความรู้ที่ใช้มาช่วยแก้ปัญหาได้อย่างไร นักเรียนวิเคราะห์ปัญหา พร้อมทั้งระบุว่าจากปัญหาที่ให้นั้น เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่ได้เรียนมา อย่างไร และจะแก้ปัญหาได้อย่างไร โดยใช้การแสดงผลแทนใดบ้าง สอดคล้องกับงานวิจัยของรุสดา จะ ปะเกีย (2558) ว่าผู้สอนเป็นผู้กระตุ้นให้นักเรียนอยากเรียนรู้ จุดประกายความคิดและกระตุ้นให้ ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน รวมทั้งจัดบรรยากาศการเรียนรู้ให้เหมาะสม และคอยอำนวยความสะดวกให้ผู้เรียนดำเนินงานไปได้อย่างราบรื่น และคอยให้คำปรึกษาเมื่อผู้เรียนพบกับปัญหาที่ไม่ สามารถแก้ไขด้วยตนเอง สอดคล้องกับงานวิจัยของศุภฤกษ์ บัวเสนาะ (2563) ว่าผู้สอนมีบทบาทในการจัดการเรียนรู้ โดยสามารถกระตุ้นความสนใจของผู้เรียนได้ดี สามารถให้คำแนะนำ ช่วยเหลือ ผู้เรียนได้และคอยชี้แนะอยู่ห่าง ๆ และให้อิสระแก่นักเรียนในการศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติม และแนวทาง การส่งเสริมการแสดงผลแทนที่ได้สรุปมาว่าควรให้นักเรียนรู้จักการแสดงผลแทนทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบ

ต่าง ๆ ว่ามีอะไรบ้าง แล้วจึงสนับสนุนให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยวิธีดังกล่าว โดยรวมเข้าเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการหาคำตอบด้วย

กระบวนการที่ 3 การค้นพบและรายงานผล ครูแนะนำและกระตุ้นให้นักเรียนหาคำตอบจากวิธีที่ได้เรียนรู้ว่าเหมาะสมหรือไม่ นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้วิธีที่เรียนรู้มา ผ่านกระบวนการคิดวิเคราะห์จนได้คำตอบ นำมาตรวจสอบคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหาดังกล่าวว่าถูกต้องเหมาะสมหรือไม่อย่างไร หากได้คำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่เหมาะสม ควรแก้ปัญหาด้วยวิธีอื่น ๆ สอดคล้องกับขั้นตอนที่ 3 และ 4 ของสำนักมาตรฐานการศึกษาและพัฒนการเรียนรู้ (2550) ว่าผู้เรียนกำหนดสิ่งที่ต้องเรียนดำเนินการศึกษาค้นคว้าด้วยตนเองด้วยวิธีการที่หลากหลาย แล้วจึงนำความรู้ที่ได้มาค้นคว้าและแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกัน อภิปรายผลและสังเคราะห์ความรู้ที่ได้มาว่ามีความเหมาะสมหรือไม่ เพียงใด เช่นเดียวกันกับวัลลี สัตยาชัย (2547, อ้างถึงใน รุสดา จะปะเกีย, 2558) ว่าสมาชิกในกลุ่มจะช่วยกันวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้มาเพื่อพิสูจน์สมมติฐานที่วางไว้สรุปผลเรียนรู้ที่ได้มาจากการศึกษาปัญหา รวมทั้งแนวทางในการนำความรู้ หลักการไปใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ทั่วไป และรังสรรค์ ทองสุกนอก (2547) ว่านักเรียนจะสังเคราะห์ข้อมูลที่ได้ศึกษาค้นคว้ามาว่าเพียงพอกับการตรวจสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้หรือไม่ แล้วนำข้อมูลที่ได้ไปตรวจสอบสมมติฐานและการแก้ปัญหา ถ้าไม่เพียงพอกลุ่มจะต้องกำหนดสิ่งที่ต้องเรียนรู้เพิ่มเติม แผนการเรียนรู้ และแหล่งข้อมูลแล้วดำเนินการศึกษาอีกครั้งเพื่อให้ได้ข้อมูลที่สมบูรณ์ก่อน

กระบวนการที่ 4 การนำเสนอคำตอบของปัญหา ครูแนะนำวิธีการนำเสนอกับนักเรียนที่อยู่ต่างกลุ่มกันว่าในการนำเสนอ ควรนำเสนอตั้งแต่วิธีการแก้ปัญหา รายละเอียดการแก้ปัญหา คำตอบที่ได้ และความสมเหตุสมผลของคำตอบ เพื่อให้นักเรียนเรียบเรียงหัวข้อในการนำเสนอได้ดีขึ้น และครูควรขีดเกลาภาษาพูดให้กับนักเรียนด้วย นักเรียนนำเสนอตามหัวข้อที่ครูได้แนะนำ โดยเรียงจากวิธีการแก้ปัญหา รายละเอียดการแก้ปัญหา คำตอบที่ได้ และความสมเหตุสมผลของคำตอบ และใช้ภาษาที่เหมาะสมกับการสื่อสารในชั้นเรียน สอดคล้องกับขั้นการสะท้อนผลการเรียนรู้ของรังสรรค์ ทองสุกนอก (2547) ว่านักเรียนจะเสนอแผนงานดำเนินการกลุ่มทั้งหมดตั้งแต่กระบวนการแรกจนถึงกระบวนการสุดท้าย สอดคล้องกับงานวิจัยของวิริสิทธิ์ มาตอำพร (2563) ว่าขั้นตอนการสรุปและประเมินค่าของคำตอบ ผู้เรียนแต่ละกลุ่มสรุปผลงานของกลุ่มตัวเอง แล้วประเมินผลงานว่าข้อมูลที่ศึกษาค้นคว้ามีความเหมาะสมหรือไม่เพียงใด แล้วพยายามตรวจสอบแนวคิดภายในกลุ่มของตนเองอย่างอิสระ ทุกกลุ่มช่วยกันสรุปองค์ความรู้ในภาพรวมของปัญหาอีกครั้ง

กระบวนการที่ 5 การแสดงความคิดเห็นในการบูรณาการและการประเมินผล ครูคอยกระตุ้นและชี้แนะให้ผู้เรียนแลกเปลี่ยนเรียนรู้ในระหว่างที่นำเสนอ และซักถามผู้เรียนว่าแนวคิดของเรากับของเพื่อนเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร นักเรียนแลกเปลี่ยนเรียนรู้กับเพื่อนกลุ่มอื่น ๆ ว่าวิธีของเพื่อนแตกต่างกันอย่างไร สอดคล้องกับแนวคิดของสำนักมาตรฐานการศึกษาและพัฒนการเรียนรู้

(2550) ในชั้นที่ 6 นำเสนอและประเมินผลงาน ที่ผู้เรียนจะต้องนำข้อมูลที่ได้มาจัดระบบองค์ความรู้ และนำเสนอเป็นผลงานในรูปแบบที่หลากหลาย ผู้เรียนทุกกลุ่มรวมทั้งผู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาร่วมกัน ประเมินผลงาน และสอดคล้องกับแนวคิดจากงานวิจัยของรังสรรค์ ทองสุกนอก (2547) ที่กล่าวว่าใน ขั้นตอนเดียวกันกับกระบวนการที่ 4 จะเปิดโอกาสให้นักเรียนในชั้นเรียนได้ประเมินผลงานของกลุ่ม อื่น ๆ ด้วย นอกเหนือไปจากนั้น ครูและนักเรียนจะช่วยกันสรุปข้อมูลหรือความรู้ที่แต่ละกลุ่มได้ศึกษาค้นคว้าอีกครั้ง

## ตอนที่ 2 ผลการนำเสนอการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น

จากการวิเคราะห์ข้อมูลระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานจากใบกิจกรรมและแบบวัดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนใหญ่เลือกแสดงแทนทางคณิตศาสตร์โดยใช้ข้อความอยู่ในระดับที่ 1 นั่นคือเขียนอธิบายได้ถูกต้องเพียงบางส่วน มีส่วนน้อยที่สามารถเขียนข้อความได้มากกว่าระดับที่ 1 และมีการพัฒนาการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้นเรื่อย ๆ จนมีนักเรียนที่สามารถแสดงแทนทางข้อความ รูปภาพ และสัญลักษณ์อยู่ในระดับเริ่มต้น โดยวิเคราะห์เป็นประเด็นในแต่ละประเด็นได้ดังต่อไปนี้

1. การเขียนแสดงแทนข้อความ นักเรียนสามารถเขียนข้อความที่จะสื่อสารออกมาได้แต่ไม่ถูกหลักภาษา เนื่องจากประสบการณ์ในการใช้ภาษายังมีค่อนข้างน้อย และความรู้เดิมที่นักเรียนได้เรียนรู้ สอดคล้องกับ Acharya (2017) ที่ได้ระบุปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลต่อการเรียนคณิตศาสตร์คือความรู้เดิมของนักเรียน จะเป็นสิ่งที่ตัดสินว่านักเรียนจะสามารถพัฒนาความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ต่อไปได้หรือไม่ นักเรียนที่บกพร่องในความรู้เดิมก่อนเรียนรู้ จะทำให้นักเรียนไม่อยากเรียนรู้และไม่ประสบความสำเร็จในเนื้อหาที่ต้องใช้ความรู้เดิมในระดับที่สูงขึ้น นอกจากนี้ยังมีปัจจัยในเรื่องของความกลัวการเรียนรู้อคณิตศาสตร์ นักเรียนมักเข้าใจว่าเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่ยาก ทำให้ขาดความมั่นใจในการเรียนรู้ โดยที่ผู้วิจัยได้พบว่าในช่วงการจัดกิจกรรมในช่วงแรก ๆ นักเรียนเกือบทั้งหมดถามผู้วิจัยว่าในการเขียนคำตอบ ควรจะเขียนคำตอบอย่างไร จากปัจจัยดังกล่าว ทำให้แนวคิดเกี่ยวกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไม่ชัดเจน นอกเหนือจากนี้ ผู้วิจัยยังต้องมีการেলাภาษาที่นักเรียนจะต้องเขียนตอบลงในใบกิจกรรม เนื่องจากนักเรียนยังมีประสบการณ์ในการใช้คำเพื่อเรียบเรียงภาษาในการเขียนตอบในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาไม่มากพอ

2. การเขียนแสดงแทนด้วยรูปภาพ เกือบทุกกิจกรรมจะไม่พบการแสดงแทนด้วยรูปภาพ เนื่องจากเหตุผลเดียวกันกับการเขียนแสดงแทนข้อความดังที่กล่าวมาแล้ว สอดคล้องกับปัญหาที่ Syahputra et al., (2016) วิจัยแล้วพบว่านักเรียนในระดับเกรด 8 มีระดับการแสดงแทนที่ยังคงอยู่ในระดับต่ำ โดยเฉพาะการใช้สิ่งเปรียบเทียบ แม้ว่าจะเคยเรียนเรื่องนี้มาตั้งแต่ในระดับเกรด 5 และ



ระดับเกรด 6 แต่นักเรียนก็ลืมความรู้เหล่านี้ไปหมดแล้ว นอกจากนี้การวาดรูปเพื่อแก้ปัญหาอาจไม่เหมาะสมกับโจทย์ปัญหาบางประเภท โดยผู้วิจัยพบจากใบกิจกรรมว่านักเรียนไม่กล้าที่จะวาดรูปเพื่ออธิบายแนวคิดของตนเอง เมื่อไม่มีรูป นักเรียนก็ไม่สามารถอธิบายแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหาออกมา เนื่องจากนักเรียนไม่คุ้นเคยกับการแก้ปัญหาโดยการวาดรูป สอดคล้องกับแนวทางของอรชร ภูบุญเดิม (2550) ว่าครูจะต้องให้นักเรียนรู้จักตัวแทนทางคณิตศาสตร์ว่ามีอะไรบ้าง ก่อนที่จะสอนให้นักเรียนนำตัวแทนความคิดเหล่านั้นไปใช้แก้ปัญหาต่าง ๆ โดยส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดเพื่อหาวิธีการนำเสนอตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา รวบรวมข้อมูล สื่อสารความเข้าใจกับผู้อื่น และสามารถเลือก ประยุกต์ใช้ด้วยความเข้าใจ และสอดคล้องกับแนวคิดของ Lesh (1979, อ้างถึงใน ญัฐกานต์ อารีรัตนเวช, 2565) ว่ารูปภาพจะช่วยสะท้อนแนวคิดความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ การแสดงแทนด้วยรูปภาพจะช่วยกระตุ้นให้นักเรียนได้อธิบายแนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

3. การเขียนแสดงแทนด้วยสัญลักษณ์ มีนักเรียนที่ใช้สัญลักษณ์ในการอธิบายวิธีการทำได้ถูกต้องและสมบูรณ์ โดยมีการพัฒนาเพิ่มมากขึ้นในช่วงท้าย ๆ ของโดยนักเรียนใช้สัญลักษณ์เพื่อแทนความหมายทางคณิตศาสตร์บางอย่างเพื่ออธิบายแนวคิดของตนเอง สอดคล้องกับแนวคิดของ Lesh (1979, อ้างถึงใน ญัฐกานต์ อารีรัตนเวช, 2565) ว่าสัญลักษณ์ทางการเขียนจะทำให้แนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ชัดเจนมากยิ่งขึ้น สำหรับนักเรียนที่ไม่พบการใช้สัญลักษณ์ก็ด้วยปัจจัยเดียวกันกับการเขียนแสดงแทนด้วยข้อความดังกล่าวมาแล้ว

### ข้อเสนอแนะ

ผู้วิจัยได้สรุปแนวคิดและข้อเสนอแนะจากการวิจัยเพื่อพัฒนาการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ด้วยการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่ส่งเสริมการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

#### 1. ข้อเสนอแนะในการนำข้อมูลวิจัยไปใช้

1.1 ครูควรออกแบบและเลือกปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับนักเรียน หากนักเรียนมีความสามารถทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับกลางลงไป งานทางคณิตศาสตร์ควรใช้ภาษาให้เหมาะสมกับวัยของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรม สถานการณ์มีความเชื่อมโยงกับเหตุการณ์ปัจจุบัน หรือสิ่งของในชีวิตประจำวันที่ต้องนำไปใช้จริง ๆ และกิจกรรมควรมีความน่าดึงดูดใจ เช่น กิจกรรมที่ 6 ชีปนาวุธเชิงเส้น เป็นกิจกรรมที่นำมาประยุกต์ใช้กับการวาดกราฟจากความสัมพันธ์เชิงเส้นที่กำหนดให้โดยจับฉลาก และเชื่อมโยงกับการวาดเรือที่สมมติจากช่องสองช่อง

1.2 ครูควรฝึกฝนให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาด้วยตนเอง แสดงแนวคิดในการดำเนินการแก้ปัญหาโดยเขียนออกมาเป็นข้อความ ใช้สัญลักษณ์ หรือวาดรูปเพื่อแก้ปัญหา และใช้ความรู้เดิมใน

การแก้ปัญหาเพื่อให้นักเรียนสามารถค้นพบ เรียนรู้ และแก้ปัญหาที่หลากหลายและเชื่อมโยงไปสู่ การบูรณาการในการแก้ปัญหา และควรเปิดโอกาสให้นักเรียนสามารถใช้ดินสอเพื่อวาดรูปได้ด้วย

## 2. ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเป็นวิธีการจัดการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียน เชื่อมโยงชีวิตจริงกับโลกของคณิตศาสตร์ได้ และทำให้เห็นความสำคัญของคณิตศาสตร์ ในการวิจัย ครั้งต่อไปควรนำรูปแบบกิจกรรมการเรียนรู้นี้ไปใช้ เนื่องจากในทุกกระบวนการของการจัดการเรียนรู้ โดยใช้ปัญหาเป็นฐานนั้นสามารถส่งเสริมการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ได้ทุกด้าน และควรศึกษา วิธีการแก้ปัญหาที่เป็นไปได้ทั้งหมดนอกเหนือจากการแสดงแทนทั้งข้อความ รูปภาพ และสัญลักษณ์ เช่น การใช้สิ่งของ การใช้กราฟ การใช้ตาราง เพื่อแนะนำให้นักเรียนรู้จักวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย





บรรณานุกรม

มหาวิทยาลัยบูรรัมย์

## บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. (2560). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กุลนิดา ปลื้มปิติวิริยะเวช. (2559) *การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น (ปริญญาานิพนธ์ปริญญาคุชฎีบัณฑิต)*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- งานพัฒนาหลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนสาทเหล็กวิทยา. (2566). *หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนสาทเหล็กวิทยา พุทธศักราช ๒๕๖๖ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑ (ปรับปรุง ๒๕๖๐)*.  
<https://drive.google.com/file/d/1xMP06Cc5mWYQe3yin7Zs76Z1qijfF316/view>
- ชนิสรา เมธภัทรหิรัญ. (2563). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Representation) และการนิกภาพทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Visualization). *นิตยสาร สลวท*, 48(224) , 22-28.
- ชมพูนุท ชาวบ้านเกาะ. (2554). *ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทน (Representation) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต)*. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์. (2554). *การจัดการเรียนรู้ตามสภาพจริง. นนทบุรี. สหมิตรพรินติ้งเดนต์พับลิชชิง*.
- ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์. (2558). *80 นวัตกรรมจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ (พิมพ์ครั้งที่ 6)*. นนทบุรี: พี บาลานซ์ดีไซน์แอนพริ้นติ้ง.
- ณัฐกานต์ อาริรัตน์เวช. (2565). *การวิจัยปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น ที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 (การค้นคว้าอิสระปริญญามหาบัณฑิต)*. พิษณุโลก: มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- ดวงมณี ยะอัมพันธ์. (2565). โมเดลการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อออกแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. *วารสารวิชาการธรรมทรรคน์*, 22(3), 423-436.

- ทิตินา แคมมณี. (2561). *ศาสตร์การสอน* (พิมพ์ครั้งที่ 22). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ธนินท์ วดีศิริศักดิ์, และเอื้อจิตร พัฒนจักร. (2565). การวิเคราะห์ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนผ่านการแสดงแทนในลำดับกิจกรรมการสอนการแก้ปัญหาสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด. *วารสาร มจร สังคมศาสตร์ปริทรรศน์*, 11(6), 140-154.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2554). *การวิจัยเบื้องต้น* (พิมพ์ครั้งที่ 9). กรุงเทพฯ: สุริยสาส์น.
- พรทิพา เมืองโคตร, นงลักษณ์ วิริยะพงษ์, และมนชยา เจียงประดิษฐ์. (2559) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร. *วารสารศึกษาศาสตร์*, 27(3). 122-132.
- พรรณทิภา ทองนวล. (2554). ผลของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารบัณฑิต). กรุงเทพฯ. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- พันธวัฒน์ ธรรมวาทมน, พระ, และวิทยา ทองดี. (2565). การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน. *วารสาร มจร อุบลปริทรรศน์*. 7(1), 967-976.
- พิชญ์สินี ชมภูคำ. (2547). *การจัดกระบวนการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*, เชียงใหม่: สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาเชียงใหม่ เขต 1.
- แพรวไหม สามารถ. (2555). *การพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์* (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารบัณฑิต). กรุงเทพฯ. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- มนลีชา โพธิ์เสนา, และสัมพันธ์ ถิ่นเวียงทอง. (2566). การสำรวจการแสดงแทนของนักเรียนในลำดับกิจกรรมการสอนในชั้นเรียนที่ใช้วิธีการแบบเปิด. *วารสารวิจัยวิชาการ*, 6(1). 63-78.
- รังสรรค์ ทองสุกนอก. (2547). *ชุดการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นฐานในการเรียนรู้ (Problem-Based Learning) เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4* (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารบัณฑิต). กรุงเทพฯ. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- รัตนะ บัวสนธ์. (2556). *วิจัยเชิงคุณภาพทางการศึกษา*. (พิมพ์ครั้งที่ 4). กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- รุ่งทิวา คนการณ. (2564). *การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์เรื่องการคูณของนักเรียนในชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด* (รายงานผลการวิจัย). เชียงใหม่: มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่.

- รุสตา จะปะเกีย. (2558). ผลของการจัดการเรียนรู้แบบใช้ปัญหาเป็นฐาน ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนชีววิทยาและความพึงพอใจในการจัดการเรียนรู้ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). ปัตตานี. มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี.
- วิศรดา อ้นเกษ. (2560). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). พิษณุโลก. มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- วารุณี เพ็ชรสุวรรณ. (ไม่ทราบปีที่พิมพ์). การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยใช้การแสดงแทนที่หลากหลายสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (การศึกษาค้นคว้าอิสระปริญญาโทมหาบัณฑิต). เชียงใหม่. มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- วิระสิทธิ์ มาตอำพร. (2563). การพัฒนาการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL) ร่วมกับแนวคิดการศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study) เรื่องการประยุกต์ร้อยละ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). มหาสารคาม. มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- ศุภฤกษ์ บัวเสนา. (2563). ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เพื่อพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (การศึกษาค้นคว้าอิสระปริญญาโทมหาบัณฑิต). พิษณุโลก. มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- ศูนย์ดำเนินงาน PISA แห่งชาติ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2564). ผลการประเมิน PISA 2018 การอ่าน คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์. สสวท.
- สายัณห์ พลแพน. (2556). ผลของการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซีพลีซีฟที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สาวิตรี มูลสุวรรณ. (2557). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สำนักมาตรฐานการศึกษาและพัฒนาการเรียนรู้. (2550). การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน. กรุงเทพฯ. ชุมชนสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.
- สิริพร ทิพย์คง. (2562). เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์. วารสารคณิตศาสตร์ปริมา, 64(699), 6-24.

- สุรางค์ ไคว่ตระกูล. (2559). *จิตวิทยาการศึกษา* (พิมพ์ครั้งที่ 12). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุวิมล ว่องวานิช. (2557). *การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน* (พิมพ์ครั้งที่ 17). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- อัมพร ม้าคนอง. (2558). *คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2559). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อุบลวรรณ วรพันธุ์, และดวงหทัย กาศวิบูลย์. (2564). การศึกษาการคิดเชิงความน่าจะเป็นและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้การจัดการเรียนรู้ที่เน้นปัญหาเป็นฐาน. *วารสารศึกษาศาสตร์ปริทัศน์*, 36(2), 167-179.
- อรชร ภูบุญเต็ม. (2550). *การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์สมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการใช้ตัวแทน (Representation)*. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- อารีย์ เมฆวิไลย์. (2552). *การศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน*. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Adnan, S., Juniati, D., & Sulaiman, R. (2019). The Students' Mathematical Representation in Geometry Problem Solving Based Sex Differences. *International Journal of Trends in Mathematics Education Research*, 2(4), 184-187. doi:10.33122/ijtmer.v2i4.94
- Acharya, B.R. (2017). Factors Affecting Difficulties in Learning Mathematics by Mathematics Learners. *International Journal of Elementary Education*, 6(2), 8-15. doi:10.11648/j.ijeedu.20170602.11
- Escarez, Y.D., & Ching, Delon A. (2022). Math Anxiety and Mathematical Representations of Grade 7 Students. *International Journal of Educational Management and Development Studies*. 2(4), 148-162. doi:10.53378/352868
- Fatade, A. O., Mogari, D., & Arigbabu, A. A. (2013). Effect of Problem-Based Learning on Senior Secondary School Students' Achievements in Further Mathematics. *Acta Didactica Napocensia*, 6(3), 27-44.

- Goldin, G. A. (2003). Representation in school mathematics: A unifying research perspectives. In J. Kilpatrick, W.G. Martin & D. Schifter (Eds.), *A Research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 275-285). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Hendriana, H., Johanto, T., & Sumarmo, U. (2018). The Role of Problem Based Learning to Improve Students' Mathematical Problem-Solving Ability and Self Confidence. *Journal on Mathematics Education*, 9(2), 291-300.
- Hidayati, D. W. & Wahyuni, A. (2021). Analysis of Mathematical Representation Ability Based on Level of Reading Interest in Geometry Course. *Journal of Medives: Journal of Mathematics Education IKIP Veteran Semarang*, 5(2), 271-279. doi:10.31331/medivesveteran.v5i2.1671
- Hmelo, C. E., & Lin, X. (2000). Becoming self-directed learners: Strategy development in problem-based learning. In D. H. Evensen & C. E. Hmelo (Eds.), *Problem-based learning: A research perspective on learning interactions* (pp. 227-250). Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Lestari, I., Kesumawati, N., & Ningsih, Y. L. (2020). Mathematical representation of grade 7 students in set theory topic through problem-based learning. *Infinity*, 9(1), 103-110. doi:10.22460/infinity.v9i1.p103-110
- Mainali B. (2021). Representation in Teaching and Learning Mathematics. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology (IJEMST)*, 9(1), 1-21.
- Ojaleye, O. & Awofala, A.O.A. (2018). Blended learning and problem-based learning instructional strategies as determinants of senior secondary school students' achievement in algebra. *International Journal of Research in Education and Science (IJRES)*, 4(2), 486-501. doi:10.21890/ijres. 428286
- O'Brien, T. C., Wallach, C., & Mash-Duncan, C. (2011). Problem-based learning in mathematics. *The Mathematics Enthusiast*, (8)1, 147-159.
- Pape, S. J., & Tchoshanov, M. A. (2001). The Role of Representation(s) in Developing Mathematical Understanding. *Theory Into Practice*, 40(2), 118-127. [https://doi.org/10.1207/s15430421tip4002\\_6](https://doi.org/10.1207/s15430421tip4002_6)



- Schmidt, H.G. (1983). "Problem-Based Learning: Rationale and Description". *Medical Education*. 17 (January 1983) , 11-16.
- Schultz, J. E. & Waters M. S. (2000). Why Representations?. *The Mathematics Teacher*. 93(6), 448-453. <http://www.jstor.org/stable/27971448>
- Supandi, S., Waluya, B., Rochmad, R., Suyitno, H., & Dewi, K. (2018). Think-Talk-Write Model for Improving Students' Abilities in Mathematical Representation. *International Journal of Instruction*, 11(3), 77-90. doi:10.12973/iji.2018.1136a
- Syahputra, E., & Marpaung, R. I. T. (2016). Students' mathematics representation and the alternative solutions. In *Proceedings of the 1 St Annual International Seminar on Transformative Education and Educational Leadership (AISTEEL)* (pp. 260-266).
- Utami, P. R., Junaedi, I., & Hidayah, I. (2018). Mathematical representation ability of students' grade X in mathematics learning on problem based learning. *Unnes Journal of Mathematics Education*, 7(3), 164-171. doi:10.15294/ujme.v7i1.25486
- Yuliardi, R., Juandi, D., Maizora, S., & Mahpudin, A. (2021). Analysis of the Impact of Android Applications-based Mathematics Learning on Increasing Students' Mathematical Representation Skills. *Jurnal Matematika Kreatif-Inovatif*, 12(1) , 178-188. doi: 10.15294/kreano.v12i1.28667



ภาคผนวก

### ภาคผนวก ก รายนามผู้เชี่ยวชาญในการตรวจคุณภาพเครื่องมือวิจัย

ผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยการศึกษาค้นคว้าอิสระ เรื่อง ผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเพื่อส่งเสริมการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีรายชื่อผู้เชี่ยวชาญ ดังนี้

#### 1. ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ศึกษา

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วรินทร์ พูนไพบูลย์พิพัฒน์

ตำแหน่ง ผู้ช่วยศาสตราจารย์ สาขาวิชาวิทยาศาสตร์ศึกษาและคณิตศาสตร์ศึกษา

ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

#### 2. ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์

รองศาสตราจารย์ ดร.จักรกฤษ กลิ่นเอี่ยม

ตำแหน่ง รองศาสตราจารย์

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

#### 3. ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

นางสุธาร์ตน์ จุลญาติ

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะชำนาญการพิเศษ

โรงเรียนอุตรดิตถ์ดรุณี

ภาคผนวก ข ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่ส่งเสริมการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ตาราง 15 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่ส่งเสริมการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น			$\bar{X}$	S.D.	ระดับความเหมาะสม
	แผน ที่ 1	แผน ที่ 2	แผน ที่ 3			
<b>ด้านที่ 1 จุดประสงค์การเรียนรู้</b>						
1.1 สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด	4.67	4.67	4.67	4.67	0.00	มากที่สุด
1.2 ครอบคลุมด้านความรู้ ทักษะกระบวนการ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์	5.00	4.67	5.00	4.89	0.16	มากที่สุด
1.3 ครอบคลุมด้านทักษะการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์	4.67	4.33	4.33	4.44	0.16	มากที่สุด
<b>ด้านที่ 2 สารการเรียนรู้</b>						
2.1 มีความถูกต้อง	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด
2.2 สอดคล้องกับชื่อเรื่อง	4.67	4.33	4.33	4.44	0.16	มากที่สุด

ตาราง 15 (ต่อ)

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น			$\bar{X}$	S.D.	ระดับความเหมาะสม
	แผน ที่ 1	แผนที่ 2	แผนที่ 3			
<b>ด้านที่ 3 กิจกรรมการเรียนรู้</b>						
3.1 กิจกรรมสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	4.67	4.67	4.67	4.67	0.00	มากที่สุด
3.2 กิจกรรมมีความน่าสนใจ	4.67	4.67	4.67	4.67	0.00	มากที่สุด
3.3 กิจกรรมเหมาะสมกับวัยของผู้เรียน	4.67	4.67	4.67	4.67	0.00	มากที่สุด
3.4 กิจกรรมสามารถนำไปใช้สอนได้จริง	4.67	4.33	4.33	4.44	0.16	มากที่สุด
3.5 กิจกรรมมีความเหมาะสมกับเวลา	4.33	4.33	4.33	4.33	0.00	มากที่สุด
3.6 กิจกรรมส่งเสริมให้เกิดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์	4.67	4.67	4.67	4.67	0.00	มากที่สุด
<b>ด้านที่ 4 สื่อและแหล่งการเรียนรู้</b>						
4.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	4.67	4.67	4.67	4.67	0.00	มากที่สุด
4.2 สอดคล้องกับกิจกรรมการเรียนรู้	4.67	4.33	4.33	4.44	0.16	มากที่สุด
4.3 ช่วยให้ผู้เรียนเกิดทักษะการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์	4.33	4.33	4.33	4.33	0.00	มากที่สุด

ตาราง 15 (ต่อ)

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น			$\bar{X}$	S.D.	ระดับความเหมาะสม
	แผน ที่ 1	แผนที่ 2	แผน ที่ 3			
<b>ด้านที่ 5 การวัดและประเมินผล</b>						
5.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	4.67	4.67	4.67	4.67	0.00	มากที่สุด
5.2 สอดคล้องกับกิจกรรมการเรียนรู้	4.33	4.33	4.33	4.33	0.00	มากที่สุด
5.3 มีวิธีการวัดผลที่หลากหลาย	4.33	4.33	4.33	4.33	0.00	มากที่สุด
5.4 เกณฑ์การประเมินมีความชัดเจน	4.33	4.33	4.33	4.33	0.00	มากที่สุด
<b>ค่าเฉลี่ยทุกด้าน</b>				<b>4.56</b>	<b>0.22</b>	<b>มากที่สุด</b>

#### ข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ ตามประเด็นต่อไปนี้

- 1.) สารระสำคัญควรเป็นหัวเรื่องสั้น ๆ ส่วนสารระสำคัญตัวเดิม ควรเปลี่ยนเป็นสาระการเรียนรู้
- 2.) เปลี่ยน “หน่วยการเรียนรู้ย่อย” ให้เป็นคำว่า “แผนการจัดการเรียนรู้”
- 3.) ตรวจสอบขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ว่าตรงกับในเอกสารอ้างอิงหรือไม่
- 4.) เมื่อนำตัวแปรตาม (การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์) เป็นจุดประสงค์ด้านทักษะและกระบวนการ ต้องพิจารณาคำตอบว่าอยู่ในเกณฑ์การประเมินหรือไม่
- 5.) คาดการณ์การกระทำของนักเรียนในแผนด้วย และพิจารณาขั้นตอนตามความเหมาะสม
- 6.) เพิ่มเติมเครื่องมือการวัดคุณลักษณะอันพึงประสงค์
- 7.) ปรับบางกิจกรรมให้มีลักษณะที่ทำทายนานี้
- 8.) ควรพิมพ์เครื่องหมายวรรคตอน และใช้สัญลักษณ์ให้ถูกต้อง อาจใช้ MathType กำหนดสมการให้เหมือนกัน

## ตัวอย่างแบบประเมิน

แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเพื่อส่งเสริมการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง คู่อันดับและกราฟของคู่อันดับ

**คำชี้แจง** แบบประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเพื่อส่งเสริมการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ใช้สำหรับผู้เชี่ยวชาญประเมินเพื่อพิจารณาความเหมาะสมขององค์ประกอบของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใส่เครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของท่าน ซึ่งมีระดับความคิดเห็น 5 ระดับ ดังต่อไปนี้

เหมาะสมมากที่สุด	ให้คะแนน 5 คะแนน
เหมาะสมมาก	ให้คะแนน 4 คะแนน
เหมาะสมปานกลาง	ให้คะแนน 3 คะแนน
เหมาะสมน้อย	ให้คะแนน 2 คะแนน
เหมาะสมน้อยที่สุด	ให้คะแนน 1 คะแนน

รายการ	ระดับความคิดเห็น					ข้อเสนอแนะ
	5	4	3	2	1	
<b>ด้านที่ 1 จุดประสงค์การเรียนรู้</b>						
1.1 สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด						
1.2 ครอบคลุมด้านความรู้ ทักษะ กระบวนการ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์						
1.3 ครอบคลุมด้านทักษะการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์						
<b>ด้านที่ 2 สารการเรียนรู้</b>						
2.1 มีความถูกต้อง						
2.2 สอดคล้องกับชื่อเรื่อง						
<b>ด้านที่ 3 กิจกรรมการเรียนรู้</b>						
3.1 กิจกรรมสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้						
3.2 กิจกรรมมีความน่าสนใจ						

รายการ	ระดับความคิดเห็น					ข้อเสนอแนะ
	5	4	3	2	1	
3.3 กิจกรรมเหมาะสมกับวัยของผู้เรียน						
3.4 กิจกรรมสามารถนำไปใช้สอนได้จริง						
3.5 กิจกรรมมีความเหมาะสมกับเวลา						
3.6 กิจกรรมส่งเสริมให้เกิดการแสดงแทนทาง คณิตศาสตร์						
ด้านที่ 4 สื่อและแหล่งการเรียนรู้						
4.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้						
4.2 สอดคล้องกับกิจกรรมการเรียนรู้						
4.3 ช่วยให้ผู้เรียนเกิดทักษะการแสดงแทนทาง คณิตศาสตร์						
ด้านที่ 5 การวัดและประเมินผล						
5.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้						
5.2 สอดคล้องกับกิจกรรมการเรียนรู้						
5.3 มีวิธีการวัดผลที่หลากหลาย						
5.4 เกณฑ์การประเมินมีความชัดเจน						

บันทึกความเห็นเพิ่มเติม

---



---



---



---

ลงนาม.....ผู้เชี่ยวชาญ

(.....)

ตำแหน่ง.....

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....



ภาคผนวก ค ผลการประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัดการสังเกตแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ตาราง 16 แสดงผลการประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัดการสังเกตแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ข้อสอบ	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC	สรุปผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
ข้อที่ 1	+1.00	+1.00	+1.00	3.00	1.00	สอดคล้อง
ข้อที่ 2	+1.00	+1.00	+1.00	3.00	1.00	สอดคล้อง
ข้อที่ 3	+1.00	+1.00	+1.00	3.00	1.00	สอดคล้อง

ค่า IOC มากกว่า 0.6 ขึ้นไป ถือว่าวัดการสังเกตแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น มีความตรงเชิงเนื้อหาที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ สามารถนำไปใช้ได้

**แบบประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัดการสังเกตแทนทางคณิตศาสตร์  
เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1  
(สำหรับผู้เชี่ยวชาญ)**

**คำชี้แจง** แบบประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัดการสังเกตแทนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ฉบับนี้ใช้สำหรับผู้เชี่ยวชาญประเมินเพื่อพิจารณาคำถามต่อไปนี้สอดคล้องกับจุดประสงค์หรือไม่ โดยใส่เครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของท่าน ดังต่อไปนี้

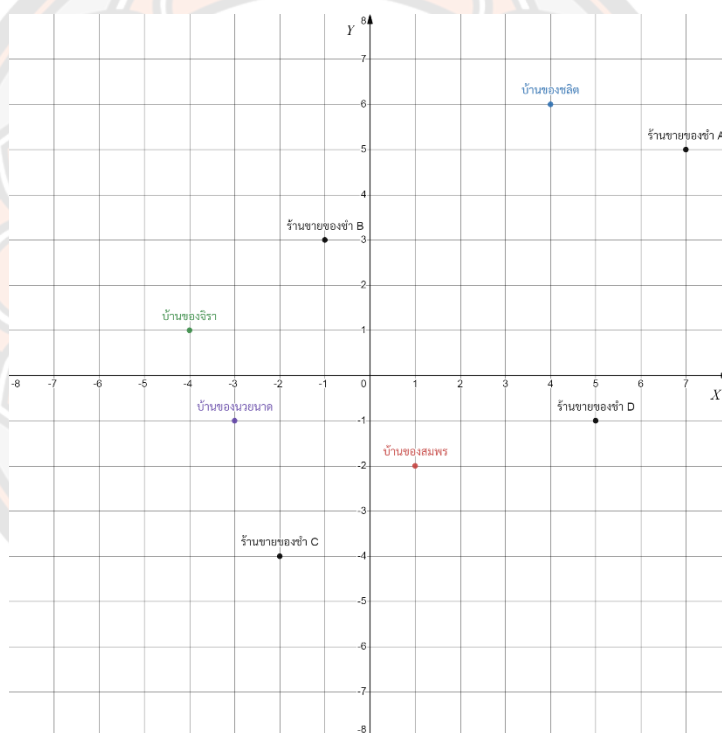
- |          |   |
|----------|---|
| คะแนน +1 | ถ้าเห็นด้วยว่าแบบทดสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้    |
| คะแนน 0  | ถ้าไม่แน่ใจว่าแบบทดสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้    |
| คะแนน -1 | ถ้าไม่เห็นด้วยว่าแบบทดสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ |



1. ในคืนหนึ่งเกิดเหตุการณ์โจรกรรมขึ้นในชุมชน โดยผู้ร้ายได้เริ่มขโมยของจากร้านขายของชำ A แล้ววิ่งไปทางทิศตะวันตก 8 หน่วย ทางทิศใต้ 2 หน่วย จนถึงร้านขายของชำ B แล้ววิ่งลงไปทางทิศใต้ 7 หน่วย ทิศตะวันออก 1 หน่วยจนถึงร้านขายของชำ C แล้ววิ่งไปทางทิศตะวันออก 7 หน่วย ทางทิศเหนือ 3 หน่วย ถึงร้านขายของชำ D แล้วโจรจึงวิ่งกลับเข้าบ้านของตนเองที่อยู่ทางทิศตะวันตก 8 หน่วย ถ้าให้พิกัดของบ้านของผู้ต้องสงสัยทั้ง 4 คน คือ จิรา ชลิต นวนาดา สมพร และร้านขายของชำ A ดังตารางข้างล่าง

รายละเอียด	จิรา	ชลิต	นวนาดา	สมพร	ร้านขายของชำ A
พิกัด	(-4, 1)	(4, 6)	(-3, -1)	(1, -2)	(7, 5)

ให้นักเรียนค้นหาพิกัดของร้านขายของชำที่เหลือ รวมถึงใช้เบาะแสด้านบนหาตัวโจรที่ขโมยของในร้านขายของชำโดยใช้พิกัดฉากด้านล่าง



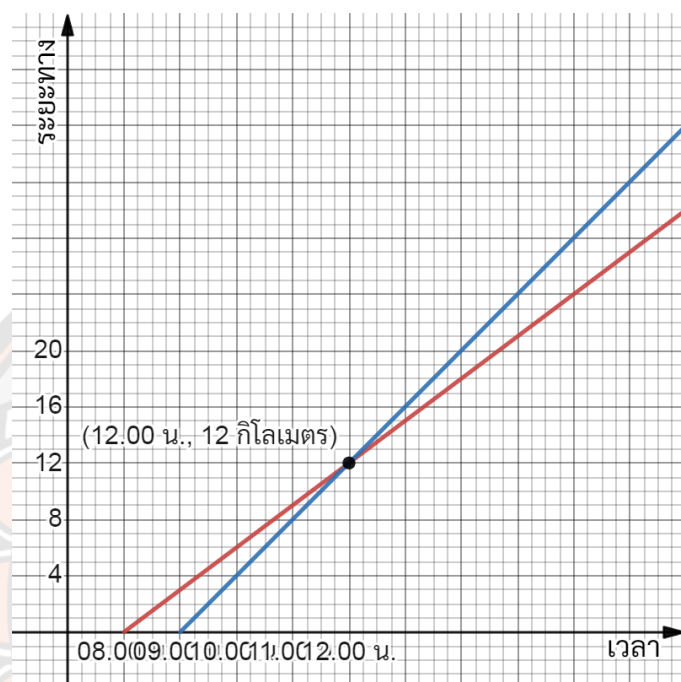
คนร้ายคือ ..... นวนาดา .....

ให้นักเรียนอธิบายรูปภาพดังกล่าว เพื่อสนับสนุนว่าคนร้ายคือบุคคลที่เลือก (A, B, C)

จากพิกัดร้านขายของชำ A วิ่งไปทางทิศตะวันตก 8 หน่วย ทางทิศใต้ 2 หน่วย จนถึงร้านขายของชำ B จะได้พิกัด  $(7-8, 5-2) = (-1, 3)$  แล้ววิ่งลงไปทางทิศใต้ 7 หน่วย ทิศตะวันออก 1 หน่วยจนถึงร้านขายของชำ C จะได้พิกัด  $(-1+1, 3-7) = (-2, -4)$  แล้ววิ่งไปทางทิศตะวันออก 7 หน่วย ทางทิศเหนือ 3 หน่วย ถึงร้านขายของชำ D จะได้พิกัด  $(-2+7, -4+3) = (5, -1)$  แล้วโจรจึงวิ่งกลับเข้าบ้านของตนเองที่อยู่ทางทิศตะวันตก 8 หน่วย จะได้พิกัด  $(5-8, -1) = (-3, -1)$  เมื่อพิจารณาจากข้อมูลที่ให้มา พิกัดนี้ตรงกับบ้านของนวนาดา ดังนั้นคนร้ายก็คือนวนาดา

จุดประสงค์	รายการประเมิน	ระดับความสอดคล้อง			ข้อเสนอแนะ
		-1	0	+1	
<p><b>ด้านความรู้ (K)</b></p> <p>1.) สามารถเขียนและอ่านกราฟของคู่อันดับบนระนาบในระบบพิกัดฉาก</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ (P)</b></p> <p>1.) สามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับคู่อันดับและกราฟของคู่อันดับในระบบพิกัดฉากได้</p> <p>2.) สามารถนำเสนอแสดง สัญลักษณ์ แผนภาพ รูปภาพ กราฟ หรือข้อความในการทำ ความเข้าใจปัญหา การแก้ปัญหา และการสรุปคำตอบ</p>	ข้อที่ 1				

2. เรือกับรถต้องพายเรือไปเที่ยว แต่ไปคนละเวลากัน ถ้าเรือต้องออกจากบ้านเวลา 8.00 น. และรถต้องออกจากบ้านอีกหนึ่งชั่วโมงให้หลัง ถ้าในหนึ่งชั่วโมง เรือพายเรือได้ 3 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และรถพายเรือได้ 4 กิโลเมตรต่อชั่วโมง แล้วทั้งคู่จะมาพบกันในเวลาเท่าใด ที่ระยะทางกี่กิโลเมตร (นักเรียนสามารถใช้ระนาบพิกัดฉากเพื่อช่วยหาคำตอบได้) (B)



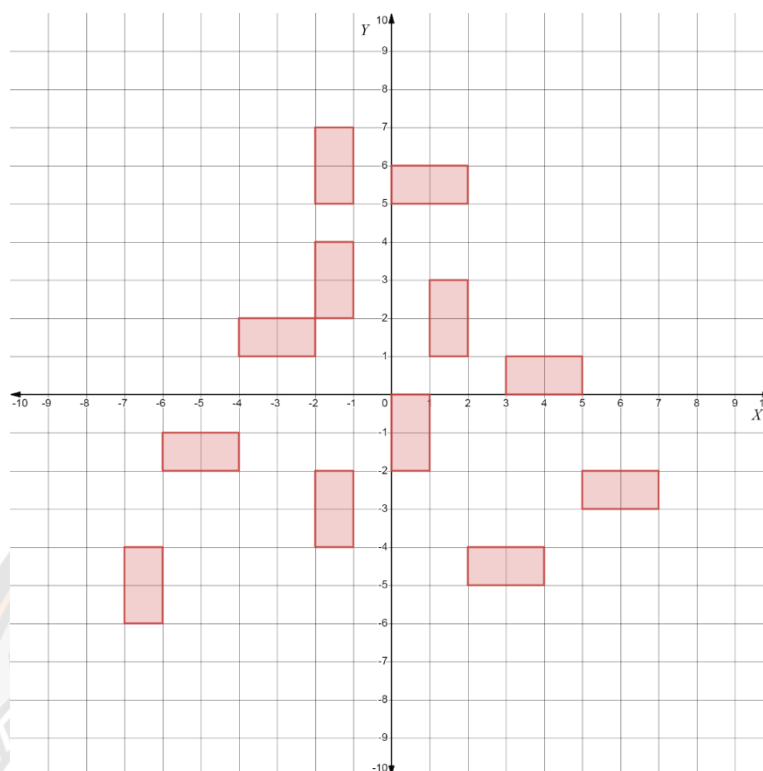
เรือกับรถจะไปพบกันที่เวลา 12.00 น. ที่ระยะทางห่างจากบ้าน 12 กิโลเมตร  
ให้นักเรียนบรรยาย/แสดงวิธีการหาคำตอบลงในกรอบด้านล่าง (A, B, C)

จากข้อมูลดังกล่าว สามารถเขียนกราฟได้ออกเป็น 2 เส้น

1. เส้นของเรือ เริ่มออกจากบ้าน เวลา 8.00 น. โดยในชั่วโมงแรก เดินทางได้ 3 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ดังนั้นในแต่ละชั่วโมงจะต้องเดินทางเพิ่มขึ้น 3 กิโลเมตร ได้ร่างจุดแล้วลากเส้น
2. เส้นของรถ เริ่มออกจากบ้านเวลา 9.00 น. โดยในชั่วโมงแรก เดินทางได้ 4 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ดังนั้นในแต่ละชั่วโมงจะต้องเดินทางเพิ่มขึ้น 4 กิโลเมตร ได้ร่างจุดแล้วลากเส้น โดยเลือกสีปากกาที่แตกต่างกัน
3. จากกราฟ พบว่าทั้งคู่พบเจอกันที่ระยะทาง 12 กิโลเมตร ในเวลา 12.00 น. จึงเลือกเป็นคำตอบ

จุดประสงค์	รายการประเมิน	ระดับความสอดคล้อง			ข้อเสนอแนะ
		-1	0	+1	
<b>ด้านความรู้ (K)</b> 1.) สามารถอ่านและแปล ความหมายของกราฟที่ กำหนดให้ <b>ด้านทักษะและ            กระบวนการ (P)</b> 1.) สามารถนำเสนอ แสดง สัญลักษณ์ แผนภาพ รูปภาพ กราฟ หรือ ข้อความในการทำความเข้าใจปัญหา การ แก้ปัญหา และการสรุป คำตอบ	ข้อที่ 2				

3. จากกิจกรรมเรื่อบ ในทะเลแห่งหนึ่งมีการวางเรือรบดังนี้



ให้นักเรียนใช้ความรู้เรื่องกราฟของสมการเชิงเส้นแทนแนวยิงขีปนาวุธจัดการเรือรบตามผังนี้ให้หมด โดยใช้สมการขีปนาวุธเพียง 4 สมการเท่านั้น โดยให้เขียนสมการ และจุดที่สอดคล้องกับสมการเพื่อสร้างเป็นกราฟในรูป

สมการ ที่	รูปแบบของสมการ $y = ax + b$	จุดที่สอดคล้องกับสมการ	ทำไมจึงเลือกสมการนี้ (A, B, C)
1			
2			
3			
4			

จุดประสงค์	รายการประเมิน	ระดับความสอดคล้อง			ข้อเสนอแนะ
		-1	0	+1	
<p><b>ด้านความรู้ (K)</b></p> <p>1.) สามารถเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองชุดที่มีความสัมพันธ์เชิงเส้น</p> <p><b>ด้านทักษะและ</b></p> <p><b>กระบวนการ (P)</b></p> <p>1.) สามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับกราฟความสัมพันธ์เชิงเส้นในระบบพิกัดฉาก และนำไปใช้ประโยชน์ได้</p> <p>2.) สามารถนำเสนอ แสดงสัญลักษณ์ แผนภาพรูปภาพ กราฟ หรือข้อความในการทำความเข้าใจปัญหา การแก้ปัญหา และการสรุปคำตอบ</p>	ข้อที่ 3				



### ภาคผนวก ง เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น
2. ใบกิจกรรม
3. แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้
4. แบบวัดการนำเสนอการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์



## ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

รหัสวิชา ค20202

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ภาคเรียนที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น

เวลา 12 ชั่วโมง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ความสัมพันธ์เชิงเส้น

เวลา 4 ชั่วโมง

ชื่อผู้สอน นายลิขิต เสนรังสี

สอนวันที่.....

## มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

## ตัวชี้วัด

ค 1.3 ม.1/3 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์เชิงเส้นในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

**สาระสำคัญ** – สมการเชิงเส้นและการเขียนกราฟจากสมการเชิงเส้น

## สาระการเรียนรู้

สมการของความสัมพันธ์เชิงเส้นที่แสดงความเกี่ยวข้องระหว่างปริมาณสองปริมาณ จะเรียกว่า สมการเชิงเส้นสองตัวแปร สามารถเขียนได้ในรูปทั่วไปเป็น  $Ax + By + C = 0$  เมื่อ  $x$  และ  $y$  เป็นตัวแปร  $A$ ,  $B$  และ  $C$  เป็นค่าคงตัว โดยที่  $A$  และ  $B$  ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

ลักษณะสำคัญของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรดังกล่าว คือมีตัวแปรสองตัว และไม่มีการคูณกันของตัวแปร เลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวต้องเป็นหนึ่ง  $A$  และ  $B$  ตัวใดตัวหนึ่งเป็นศูนย์ก็ได้ แต่จะเป็นศูนย์พร้อมกันไม่ได้

ตัวอย่างของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร แสดงดังตาราง

สมการ $Ax + By + C = 0$	A	B	C
$5x + y + 3 = 0$	5	1	3
$2x - 3y + 10 = 0$	2	-3	10
$y - 1.5x - 3 = 0$	-1.5	1	-3
$y = -5$	0	1	5
$2x - 7 = 0$	2	0	-7

กรณีที่กำหนดสมการเชิงเส้นสองตัวแปรในรูป  $Ax + By + C = 0$  ถ้าไม่ระบุเงื่อนไขของ  $x$  หรือ  $y$  ให้ถือว่า  $x$  และ  $y$  แทนจำนวนใด ๆ และกราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรนี้จะเป็นเส้นตรงที่เรียกว่า กราฟเส้นตรง

ในกรณีทั่ว ๆ ไป เราสามารถเขียนกราฟของสมการ  $Ax + By + C = 0$  เมื่อ  $B \neq 0$  โดยจัดสมการให้อยู่ในรูปที่สะดวกต่อการแทนค่า  $x$  เพื่อหาค่า  $y$  ได้ในรูปของ  $y = mx + b$  เมื่อ  $m$  และ  $b$  เป็นค่าคงตัว และอาจเรียก  $x$  ว่าตัวแปรอิสระหรือตัวแปรต้น และเรียก  $y$  ว่าตัวแปรตาม

เช่น ในการเขียนกราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร  $3x - y = 5$  เรานิยมจัดสมการให้อยู่ในรูปที่สะดวกต่อการแทนค่า  $x$  เพื่อหาค่า  $y$  ซึ่งจะจัดได้เป็น  $y = 3x - 5$

จากสมการ  $y = 3x - 5$  เราสามารถกำหนดค่า  $x$  บางค่า และหาค่า  $y$  จากสมการ เพื่อสร้างตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า  $x$  และ  $y$  จากนั้นนำคู่อันดับที่ได้จากค่าในตารางไปเขียนกราฟต่อไป

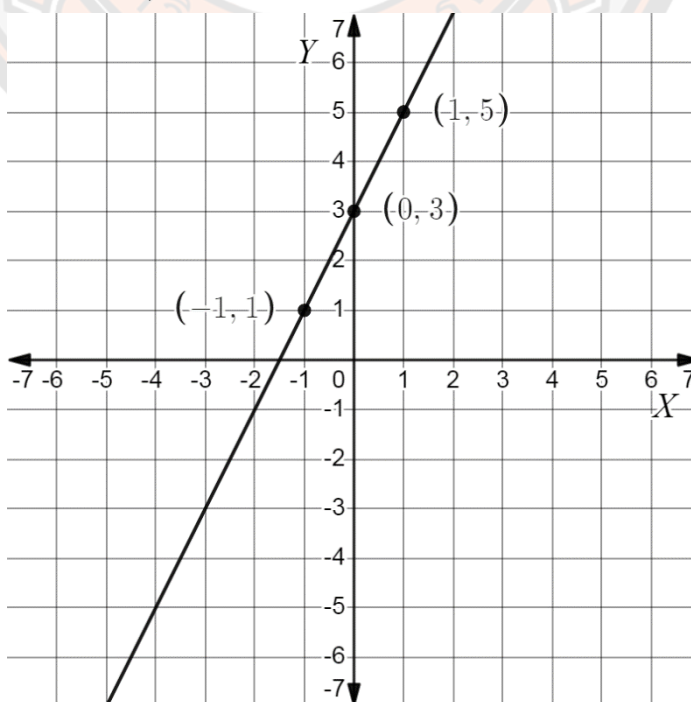
**ตัวอย่างที่ 1** จงเขียนกราฟของสมการ  $y = 2x + 3$

**วิธีทำ** กำหนดค่า  $x$  และค่า  $y$  จากสมการ  $y = 2x + 3$  ได้ดังตาราง

$x$	-1	0	1
$y = 2x + 3$	1	3	5

จากตาราง จะได้คู่อันดับ  $(-1, 1)$ ,  $(0, 3)$  และ  $(1, 5)$

จะได้กราฟของสมการ  $y = 2x + 3$  ดังนี้



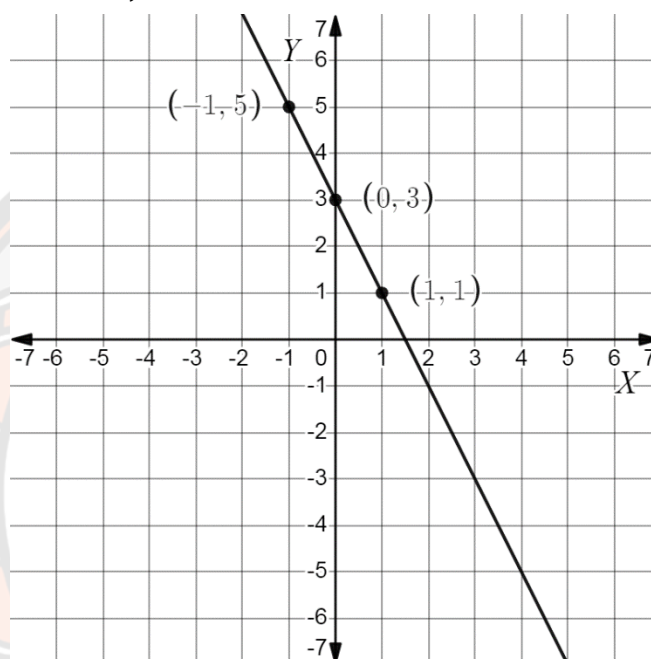
ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนกราฟของสมการ  $y = -2x + 3$

วิธีทำ กำหนดค่า  $x$  และค่า  $y$  จากสมการ  $y = -2x + 3$  ได้ดังตาราง

$x$	-1	0	1
$y = -2x + 3$	5	3	1

จากตาราง จะได้คู่อันดับ  $(-1, 5)$ ,  $(0, 3)$  และ  $(1, 1)$

จะได้กราฟของสมการ  $y = -2x + 3$  ดังนี้



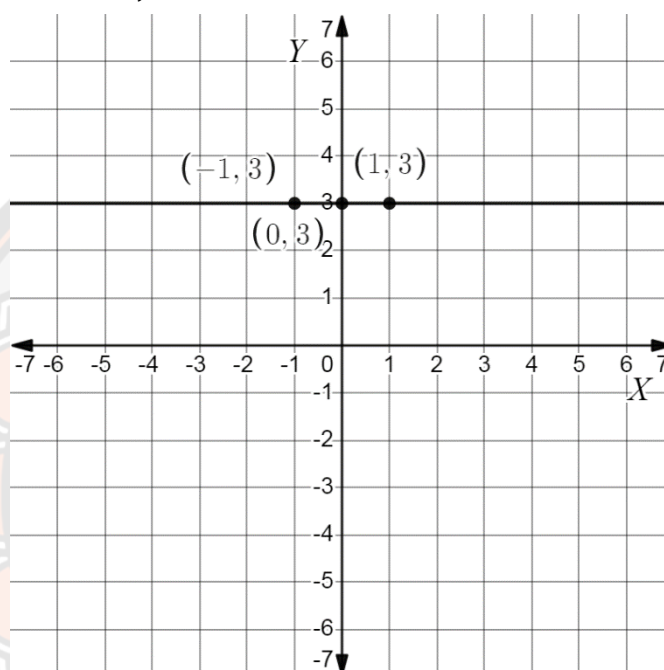
ตัวอย่างที่ 3 จงเขียนกราฟของสมการ  $y = 3$

วิธีทำ กำหนดค่า  $x$  และค่า  $y$  จากสมการ  $y = -2x + 3$  ได้ดังตาราง

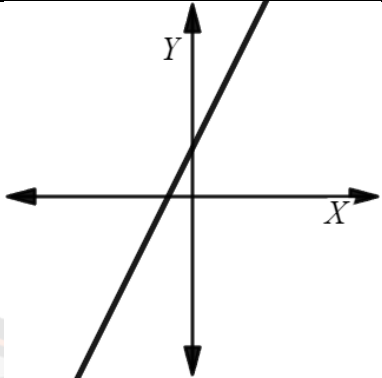
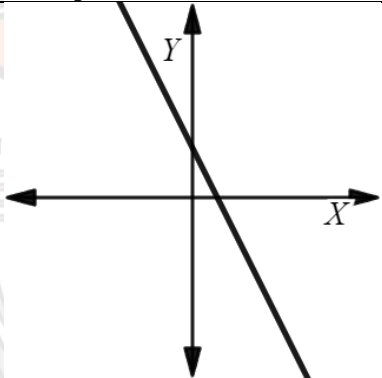
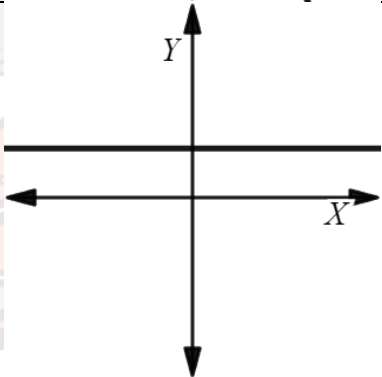
$x$	-1	0	1
$y = 3$	3	3	3

จากตาราง จะได้คู่อันดับ  $(-1, 3)$ ,  $(0, 3)$  และ  $(1, 3)$

จะได้กราฟของสมการ  $y = 3$  ดังนี้



จากตัวอย่างทั้งสามข้างต้นจะเห็นว่าสมการอยู่ในรูป  $y = mx + b$  ซึ่งมีค่า  $m$  และกราฟดังนี้

สมการ $y = mx + b$	$m$	กราฟ
$y = 2x + 3$	2	
$y = -2x + 3$	-2	
$y = 3$	0	

จากลักษณะของกราฟ จะเห็นว่า

เมื่อ  $m > 0$  กราฟจะเป็นเส้นตรงทำมุมแหลมกับแกน  $X$  โดยวัดจากแกน  $X$  ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา

เมื่อ  $m < 0$  กราฟจะเป็นเส้นตรงทำมุมป้านกับแกน  $X$  โดยวัดจากแกน  $X$  ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา

เมื่อ  $m = 0$  กราฟจะมีลักษณะเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน  $X$

สมการที่อยู่ในรูป  $y = mx + b$  เมื่อ  $x$  และ  $y$  เป็นตัวแปรที่แทนจำนวนใด ๆ โดยที่  $m$  และ  $b$  เป็นค่าคงตัว จะมีกราฟเป็นเส้นตรง และเรียก  $m$  ว่าความชันของเส้นตรง

เช่น สมการ $y = 2x + 3$	มีกราฟเป็นเส้นตรงที่มีค่าความชันเท่ากับ 2
สมการ $y = -2x + 3$	มีกราฟเป็นเส้นตรงที่มีค่าความชันเท่ากับ -2
สมการ $y = 3$	มีกราฟเป็นเส้นตรงที่มีค่าความชันเท่ากับ 0

### จุดประสงค์การเรียนรู้

#### ด้านความรู้ (K)

- 1.) สามารถเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองชุดที่มีความสัมพันธ์เชิงเส้น

#### ด้านทักษะและกระบวนการ (P)

- 1.) สามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับกราฟความสัมพันธ์เชิงเส้นในระบบพิกัดฉาก และนำไปใช้ประโยชน์ได้

- 2.) สามารถนำเสนอ แสดง สัญลักษณ์ แผนภาพ รูปภาพ กราฟ หรือข้อความในการทำ ความเข้าใจปัญหา การแก้ปัญหา และการสรุปคำตอบ

#### ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)

สามารถทำงานเป็นกลุ่มได้

### กิจกรรมการเรียนรู้ (การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน)

ชั่วโมงที่ 1 - 2

1. ครูทบทวนการลงพิกัดจุดและการอ่านกราฟให้กับนักเรียน จากนั้นจึงแนะนำให้นักเรียน รู้จักกับสมการเชิงเส้น
2. ครูแนะนำส่วนประกอบของสมการเชิงเส้น จากนั้นจึงให้นักเรียนจำแนกส่วนประกอบและ พิจารณากราฟที่ได้จากสมการเชิงเส้นและความชันออกมา
3. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน เพื่อทำใบกิจกรรมที่ 5 “ตรงนั้นหนาวเท่ากัน ไหม”

#### ขั้นตอนที่ 1 กำหนดปัญหา

1. ให้นักเรียนรู้จักกับความสัมพันธ์ของการบอกอุณหภูมิระหว่างหน่วยอุณหภูมิองศา เซลเซียสและองศาฟาเรนไฮต์โดยใช้สมการ  $F = \frac{9C}{5} + 32$  เมื่อแทน C ด้วยอุณหภูมิในหน่วยองศา เซลเซียส และ F แทนหน่วยในองศาฟาเรนไฮต์ จากนั้นจึงให้นักเรียนเขียนกราฟในกระดาษกราฟ เปล่าที่กำหนดให้

2. ครูยกสถานการณ์ 2 สถานการณ์ โดยสถานการณ์หนึ่งเป็นรูปพยากรณ์อากาศจาก สหรัฐอเมริกา และอีกรูปหนึ่งเป็นพยากรณ์อากาศจากประเทศไทย (หรือประเทศที่ใช้หน่วยองศา

เซลเซียสเพื่อให้เห็นความสากล) จากนั้นจึงตั้งสถานการณ์ให้นักเรียนใช้กราฟหรือคำนวณเพื่อเปลี่ยน  
อุณหภูมิซึ่งกันและกัน

### ขั้นตอนที่ 2 ทำความเข้าใจปัญหา

นักเรียนแต่ละกลุ่มทำความเข้าใจปัญหาและพิจารณาปัญหาร่วมกันเพื่อวางแผนและหาแนว  
ทางการแก้ปัญหา

### ขั้นที่ 3 หาทางแก้ปัญหา

พิจารณาข้อมูลที่ได้ศึกษาค้นคว้าและประเมินความเป็นไปได้และความเหมาะสมของแนวคิด  
เกี่ยวกับปัญหาที่กำหนดไว้ อภิปรายข้อดี ข้อเสีย จุดเด่น จุดด้อยของวิธีแก้ปัญหาแต่ละวิธี

### ขั้นที่ 4 สรุปและประเมินผลของคำตอบ

ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปและอภิปรายเกี่ยวกับแนวคิดของแต่ละกลุ่มที่ครูได้จัดบันทึกไว้ว่า  
แนวคิดใดที่ง่ายและนำไปใช้การแก้ปัญหาสถานการณ์

### ขั้นที่ 5 นำเสนอและประเมินผลงาน

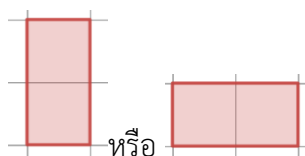
ครูและนักเรียนอภิปรายร่วมกันว่าหากเรามีความสัมพันธ์ที่แตกต่างกัน เราสามารถเขียนให้  
อยู่ในรูปของความสัมพันธ์ได้ ซึ่งจะเรียกว่าเป็นสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

#### ชั่วโมงที่ 3 - 4

1. ครูทบทวนการเขียนกราฟจากสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จากนั้นให้นักเรียนสุ่มสมการเชิง  
เส้นสองตัวแปรเพื่อเขียนกราฟทดสอบความเข้าใจ
2. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่ม 4 คน จากนั้นจึงแจกใบกิจกรรมที่ 6 “ชิปนาวุธเชิง  
เส้น

#### ขั้นตอนที่ 1 กำหนดปัญหา

1. ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหา โดยให้นักเรียนสมมติสถานการณ์นักเรียนมีเรือรบทั้งหมด  
15 ลำ ลอยตัวอยู่ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ในระบบพิกัดฉาก (สมมติว่าเป็นกลางมหาสมุทร) โดยกำหนดให้  
เรือรบหนึ่งลำแทนด้วยรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด  $1 \times 2$  ตารางหน่วย ตามแนวตั้งหรือแนวนอนก็ได้ดัง  
รูป

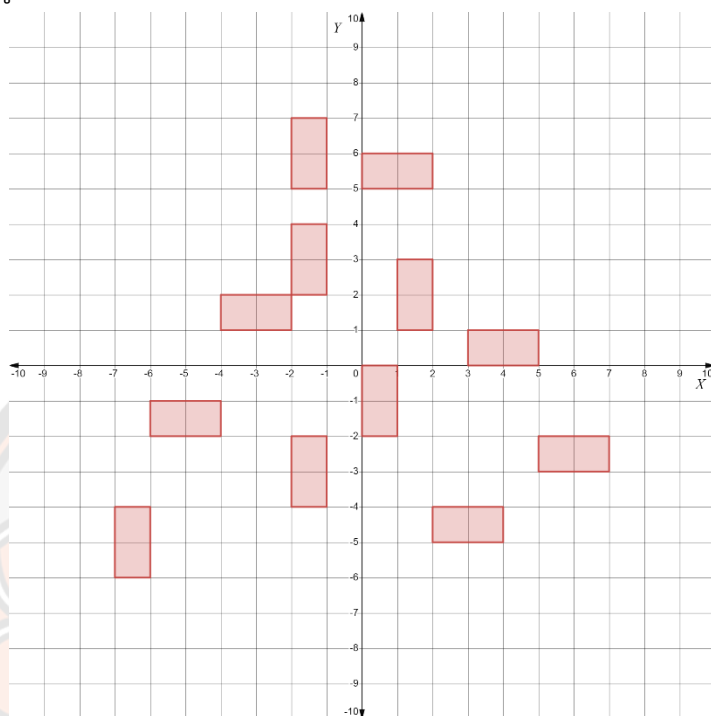


ตัวอย่างการวางเรือ



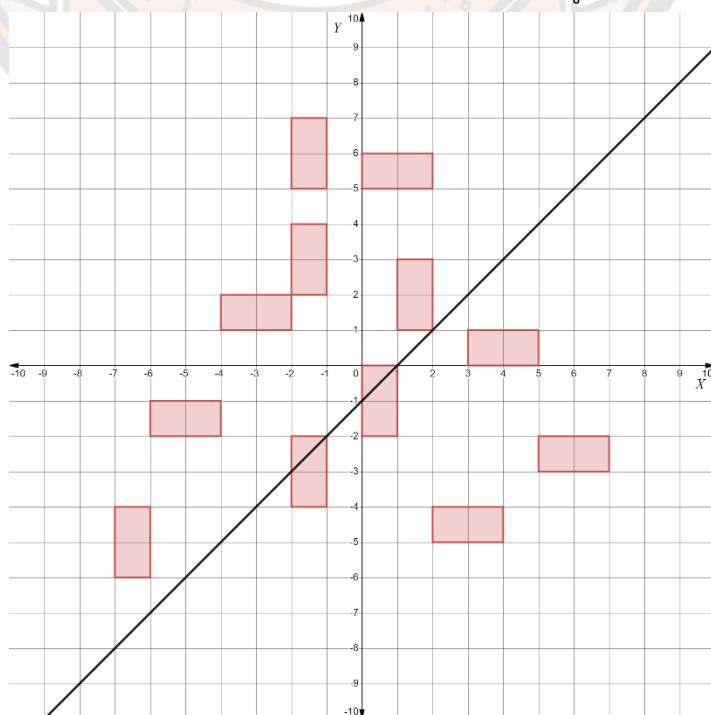
## ขั้นตอนที่ 2 ทำความเข้าใจปัญหา

ให้นักเรียนปรึกษากันในกลุ่มเพื่อเลือกตำแหน่งของเรือทั้ง 15 ลำ โดยสามารถลอยติดกันได้ แต่ห้ามทับกัน ดังรูป



## ขั้นที่ 3 หาทางแก้ปัญหา

1. ครูประกาศแนวยิงของซีปนาวุธเชิงเส้นด้วยสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปที่ละสมการ เมื่อประกาศแล้ว ให้นักเรียนเขียนกราฟเส้นตรงจากสมการนั้น ซึ่งจะได้ดังรูป



2. จากรูปดังกล่าว พบว่าชิปนาวุธนี้มีแนวที่ยิงถูกเรือ 3 ลำ ชิปนาวุธหนึ่งแนว (หนึ่งสมการ) สามารถระเบิดจำนวนเรือรบได้ไม่จำกัด แม้ว่าโดนแค่เฉียด ๆ ให้ถือว่าจมลงทันที

3. นักเรียนเปรียบเทียบกับกลุ่มอื่น ๆ ว่ามีใครที่ถูกยิงมากที่สุด จะได้เป็นคนประกาศสมการเชิงเส้นที่เป็นแนวยิงต่อไป

4. ครู (หรือนักเรียนกลุ่มที่ถูกแนวชิปนาวุธยิงเรือมากที่สุด) จะประกาศไปเรื่อย ๆ จนถึงสมการที่ 6

#### ขั้นที่ 4 สรุปและประเมินผลของคำตอบ

นักเรียนในกลุ่มนับจำนวนเรือที่เหลืออยู่

#### ขั้นที่ 5 นำเสนอและประเมินผลงาน

นักเรียนส่งตัวแทนในกลุ่มมาเพื่อนำเสนอและเปรียบเทียบกับกลุ่มใดมีเรือเหลือน้อยที่สุด ไปยังกลุ่มที่มีเรือมากที่สุด

#### สื่อ / แหล่งการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 5 “ตรงนั้นหนาวเท่ากันไหม”
2. ใบกิจกรรมที่ 6 “ชิปนาวุธเชิงเส้น”
3. หนังสือเรียนพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่มที่ 2

#### ภาระงาน / ชิ้นงาน

1. ใบกิจกรรมที่ 5 “ตรงนั้นหนาวเท่ากันไหม”
2. ใบกิจกรรมที่ 6 “ชิปนาวุธเชิงเส้น”

## การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

จุดประสงค์	วิธีการวัด	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
ด้านความรู้ (K) 1.) สามารถเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองชุดที่มีความสัมพันธ์เชิงเส้น	วัดจากใบกิจกรรม	ใบกิจกรรมที่ 5 “ตรงนั้นหนาวเท่ากันไหม” ใบกิจกรรมที่ 6 “ซีปนาวุธเชิงเส้น”	ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ระดับ 1 ขึ้นไป
ด้านทักษะและกระบวนการ (P) 1.) สามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับกราฟความสัมพันธ์เชิงเส้นในระบบพิกัดฉาก และนำไปใช้ประโยชน์ได้	วัดจากใบกิจกรรม	ใบกิจกรรมที่ 5 “ตรงนั้นหนาวเท่ากันไหม” ใบกิจกรรมที่ 6 “ซีปนาวุธเชิงเส้น”	ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ระดับ 1 ขึ้นไป
2.) สามารถนำเสนอแสดง สัญลักษณ์ แผนภาพ รูปภาพ กราฟ หรือข้อความในการทำความเข้าใจปัญหา การแก้ปัญหา และการสรุปคำตอบ	วัดจากใบกิจกรรม	ใบกิจกรรมที่ 5 “ตรงนั้นหนาวเท่ากันไหม” ใบกิจกรรมที่ 6 “ซีปนาวุธเชิงเส้น”	ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ระดับ 1 ขึ้นไป (ใช้เกณฑ์การให้คะแนนสำหรับการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์)
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A) สามารถทำงานเป็นกลุ่มได้	วัดโดยใช้แบบประเมินการทำงานเป็นกลุ่ม	แบบประเมินการทำงานเป็นกลุ่ม	ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ในระดับ “ดี” เป็นต้นไป

## เกณฑ์การให้คะแนนสำหรับการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

คะแนน	การเขียนข้อความ (Verbal;A)	การแสดงแทนภาพ (Visual;B)	การใช้สัญลักษณ์ (Symbolic;C)
4	เขียนอธิบายได้ชัดเจน มี เหตุผลรองรับและเป็น ในทางคณิตศาสตร์	อธิบายแผนภาพ/รูปภาพได้ สมบูรณ์ ถูกต้อง	เขียนสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แล้ว คำนวณหรือแก้ปัญหาได้ ถูกต้องสมบูรณ์
3	เขียนอธิบายได้ชัดเจน เป็น ในทางคณิตศาสตร์ แต่ยังไม่ เป็นเหตุเป็นผล หรือมีความ คลาดเคลื่อนทางภาษา	อธิบายแผนภาพ/รูปภาพ มี ข้อผิดพลาดเล็กน้อย	เขียนสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง และ เลือกวิธีแก้ปัญหาได้ แต่ใช้ สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง
2	เขียนอธิบายในทาง คณิตศาสตร์ได้เข้าใจ แต่ ถูกต้องและสมบูรณ์เพียง บางส่วน	อธิบายแผนภาพ/รูปภาพ มี ข้อผิดพลาด/ไม่สมบูรณ์	เขียนสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แต่ แก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
1	เขียนอธิบายถูกต้องเพียง บางส่วน	มีร่องรอยการพยายาม อธิบายแผนภาพ/รูปภาพ	เขียนสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเพียง บางส่วน
0	ไม่มีคำตอบ หรือมีคำตอบแต่ขาดความเข้าใจแนวคิด/ข้อมูลที่ให้มาไม่มีความสำคัญ		

แบบประเมินการทำงานกลุ่มกิจกรรมที่.....

กลุ่มที่.....

สมาชิก 1..... 2.....  
3..... 4.....

คำชี้แจง ให้ผู้ประเมินทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความเป็นจริงตามเกณฑ์การให้คะแนน

ประเด็นในการประเมิน	คะแนน			
	4	3	2	1
1. ความร่วมมือในการทำงาน				
2. ความตั้งใจในการทำงาน				
3. ความรับผิดชอบ				
4. มีขั้นตอนในการทำงานอย่างเป็นระบบ				
5. ใช้เวลาทำงานอย่างเหมาะสม				
<b>รวม</b>				

เกณฑ์การตัดสินคะแนน

คะแนนรวม 17 – 20 คะแนน อยู่ในระดับ ดีมาก  
 คะแนนรวม 13 – 16 คะแนน อยู่ในระดับ ดี  
 คะแนนรวม 9 – 12 คะแนน อยู่ในระดับ ผ่าน  
 คะแนนรวม 0 – 8 คะแนน อยู่ในระดับ ควรปรับปรุง

## เกณฑ์การให้คะแนนแบบประเมินการทำงานกลุ่ม

ประเด็นในการประเมิน	ระดับคะแนน			
	4	3	2	1
1. ความร่วมมือในการทำงาน	สมาชิกในกลุ่มร่วมมือทำงานทุกคน	สมาชิกในกลุ่มร่วมมือทำงานเป็นส่วนใหญ่	สมาชิกในกลุ่มร่วมมือทำงานบางคน	สมาชิกในกลุ่มไม่ร่วมมือทำงาน (ทำเพียงคนเดียว)
2. ความตั้งใจในการทำงาน	มีการวางแผนในการทำงานร่วมกัน และปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ครบถ้วน	มีการวางแผนในการทำงานร่วมกัน แต่ปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ไม่ครบถ้วน	มีความตั้งใจในการทำงานแต่ไม่มีการวางแผนในการทำงาน	ไม่มีความตั้งใจในการทำงาน และไม่มีการวางแผน
3. ความรับผิดชอบ	มีการแบ่งหน้าที่อย่างชัดเจน และปฏิบัติตามหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย	มีการแบ่งหน้าที่อย่างชัดเจน แต่มีสมาชิกบางคนไม่ปฏิบัติตามหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย	สมาชิกส่วนใหญ่ช่วยกันทำงาน แต่แบ่งหน้าที่ไม่ชัดเจน	ไม่มีการแบ่งหน้าที่ และไม่ช่วยกันทำงาน
4. มีขั้นตอนในการทำงานอย่างเป็นระบบ	มีขั้นตอนในการทำงานอย่างเป็นระบบชัดเจน	มีขั้นตอนในการทำงานอย่างเป็นระบบ มีข้อบกพร่องเล็กน้อย	มีขั้นตอนในการทำงานอย่างเป็นระบบ มีข้อบกพร่องบางส่วน	ทำงานไม่เป็นระบบ และมีความบกพร่องมาก
5. ใช้เวลาทำงานอย่างเหมาะสม	ส่งงานภายในชั่วโมงเรียน	ส่งงานภายในวันที่มีคาบเรียน	ส่งงานภายในวันสุดท้ายของสัปดาห์ที่เรียน	ส่งงานตั้งแต่สัปดาห์ถัดไป

### กิจกรรมที่ 5

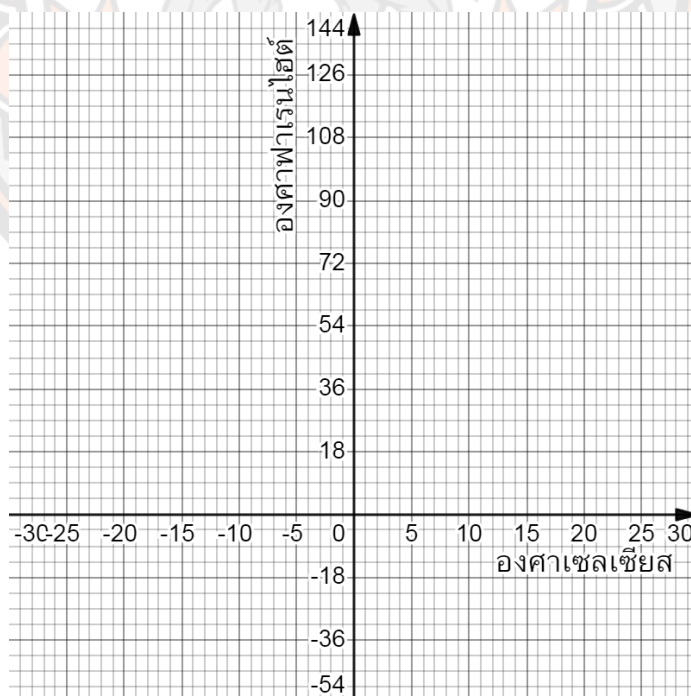
#### “ตรงนั้นหนาวเท่ากันไหม”

การบอกอุณหภูมิในประเทศไทยและหลายประเทศนิยมบอกโดยใช้หน่วยเป็นองศาเซลเซียส (°C) แต่ก็มีบางประเทศ เช่น สหรัฐอเมริกา นิยมบอกอุณหภูมิโดยใช้หน่วยเป็นองศาฟาเรนไฮต์ (°F) ความสัมพันธ์ทั้งสองหน่วยแสดงดังสมการ

$$F = \frac{9C}{5} + 32$$

เมื่อ C แทนอุณหภูมิในหน่วยองศาเซลเซียส และ F แทนอุณหภูมิในหน่วยองศาฟาเรนไฮต์ ให้นักเรียนเขียนกราฟจากความสัมพันธ์ดังกล่าว โดยแกนแนวนอนแทนค่า C และแกนแนวตั้งแทนค่า F

C	-20	-10	0	10	20
$F = \frac{9C}{5} + 32$					



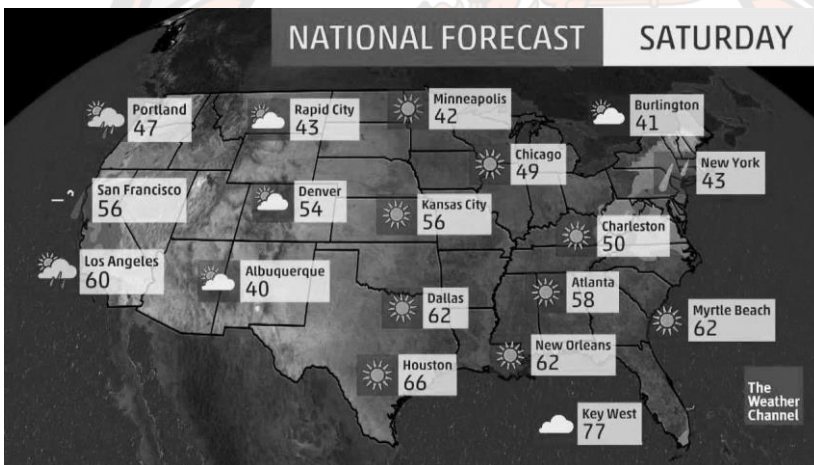
จากนั้นใช้กราฟดังกล่าวตอบคำถามต่อไปนี้

1. ให้นักเรียนประมาณค่าโดยใช้กราฟหรือคำนวณจากสมการ



ในวันที่ 1 ธันวาคม 2564 จะมีอุณหภูมิสูงสุดและต่ำสุดเท่ากับที่องค์การ  
เรนไฮต์

2. ให้นักเรียนประมาณค่าโดยใช้กราฟหรือคำนวณจากสมการ



เมือง Charleston มีอุณหภูมิที่องค์การเซลเซียส

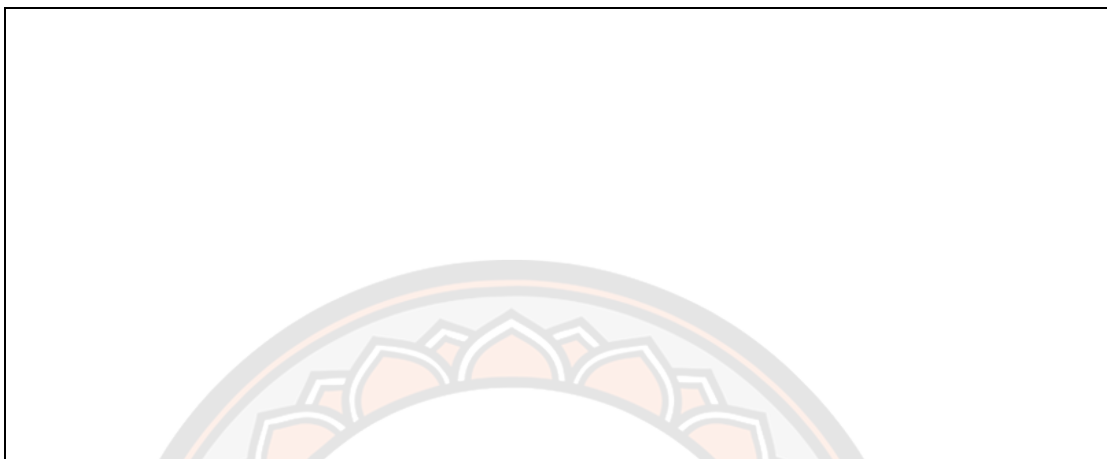
สมาชิกกลุ่ม

- 1.).....ชั้น ม.1/.....เลขที่.....
- 2.).....ชั้น ม.1/.....เลขที่.....
- 3.).....ชั้น ม.1/.....เลขที่.....
- 4.).....ชั้น ม.1/.....เลขที่.....



กิจกรรมที่ 5  
“ตรงนั้นหนาวเท่ากันไหม”

1. ทำความเข้าใจปัญหา (A)



2. หาทางแก้ปัญหา (A, B, C)



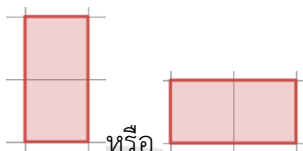
3. สรุปและประเมินผลของคำตอบ (A)



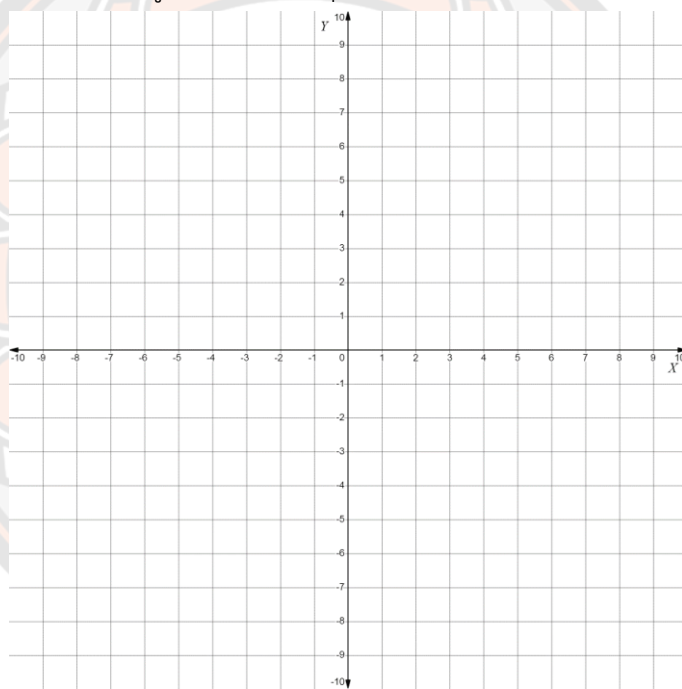
## กิจกรรมที่ 6

### “ชิปนาวุธเชิงเส้น”

ณ กลางทะเลกว้างใหญ่แห่งหนึ่งมีพิภักตั้งตาราง กลางสงครามที่มีชิปนาวุธยิงอยู่ และนักเรียนจะต้องเป็นผู้บัญชาการกองทัพเรือ เพื่อวางเรือขนาด  $1 \times 2$  ตารางหน่วย ในแนวตั้งหรือแนวนอนก็ได้



ให้นักเรียนวางเรือ 15 ลำเพื่อรอการประกาศแนวชิปนาวุธซึ่งมีทั้งหมด 6 ลูก เขียนสมการข้างล่าง และจำนวนเรือที่เหลืออยู่หลังจากชิปนาวุธหมดแล้ว



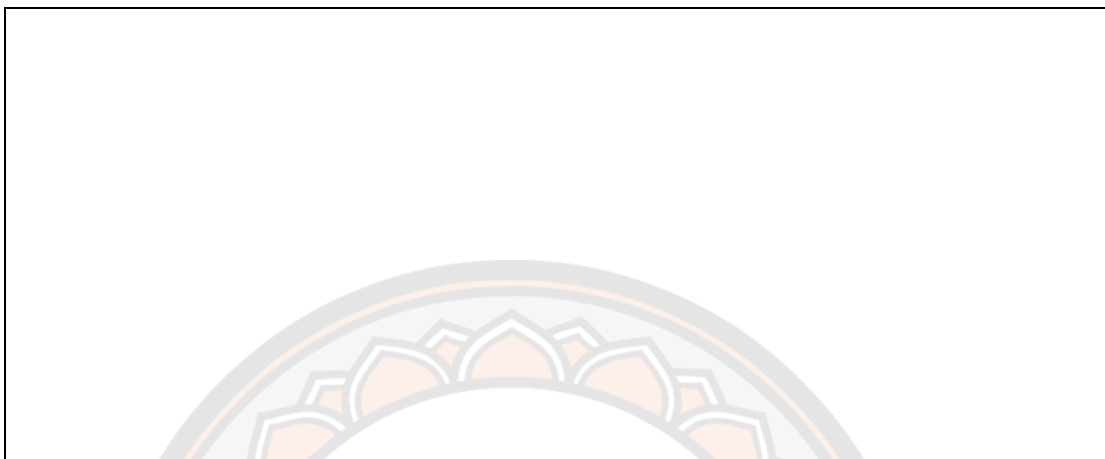
สมการชิปนาวุธ

จำนวนเรือที่เหลืออยู่


1.)	4.)	
2.)	5.)	
3.)	6.)	
<b>สมาชิกกลุ่ม</b>		
1.).....		ชั้น ม.1/.....เลขที่.....
2.).....		ชั้น ม.1/.....เลขที่.....
3.).....		ชั้น ม.1/.....เลขที่.....
4.).....		ชั้น ม.1/.....เลขที่.....

กิจกรรมที่ 6  
“ชิปนาวุธเชิงเส้น”

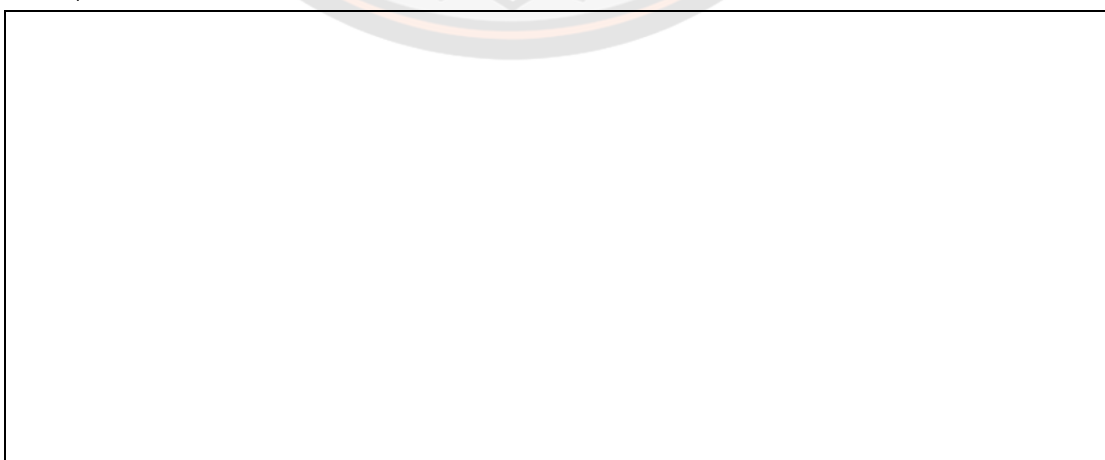
1. ทำความเข้าใจปัญหา (A)



2. หาทางแก้ปัญหา (A, B, C)



3. สรุปและประเมินผลของคำตอบ (A)



### แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้

สังเกตครั้งที่.....วันที่.....ช่วงเวลาสังเกต ตั้งแต่เวลา.....ถึงเวลา.....น.

แผนการจัดการเรียนรู้ที่.....เรื่อง.....

จำนวน.....คาบ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566

ชื่อผู้สังเกต.....ช่วงเวลาสังเกตตั้งแต่เวลา.....ถึงเวลา.....น.

ผู้วิจัย

ผู้เชี่ยวชาญ.....

ช่วงเวลาสังเกต ตั้งแต่เวลา.....น. ถึงเวลา.....น.

คำชี้แจง

1. แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ฉบับนี้ ใช้สำหรับสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเพื่อส่งเสริมการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ มีทั้งหมด 5 ขั้นตอน ดังนี้
 

เป็นการเรียนรู้ที่เริ่มต้นด้วยปัญหาที่เกิดขึ้นจริงหรือสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง เป็นตัวกระตุ้นให้ผู้เรียนอยากรู้ สนใจ ซึ่งอยู่บนความต้องการพื้นฐานของผู้เรียน และศึกษาค้นคว้าจนพบคำตอบด้วยตนเองโดยใช้กระบวนการกลุ่มนำความรู้ที่ได้ค้นคว้ามาร่วมกันอภิปราย ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ผ่านกระบวนการคิด การแก้ปัญหา โดยครูผู้สอนเป็นผู้ให้คำแนะนำ ช่วยเหลือและสนับสนุนในการเรียน มีทั้งหมด 5 กระบวนการ คือ

  1. การระบุถึงปัญหาที่พบ หรือการสร้างปัญหาที่เกิดจากการอ่าน การสะท้อนปัญหาหรือการได้ถามของนักเรียนแต่ละคน การมอบหมายบทบาทและหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่ม การร่วมกันระดมสมองและตกแต่งรายละเอียดของประเด็นปัญหาที่น่าจะเกิดขึ้น
  2. การวิเคราะห์ปัญหาและเรียนรู้ประเด็นปัญหา ระดมสมองและวิเคราะห์ปัญหาที่พบ การระบุประเด็นการเรียนรู้และกำหนดวัตถุประสงค์ในการเรียนรู้ การมอบหมายงานที่ส่งเสริมการเรียนรู้ด้วยตนเองและการสอนโดยเพื่อนร่วมชั้น
  3. การค้นพบและรายงานผล นักเรียนแต่ละคนรายงานข้อค้นพบที่ได้จากการไปศึกษาค้นคว้ามาให้กลุ่มทราบ การแบ่งปันข้อมูลหรือสารสนเทศใหม่ ๆ ที่แต่ละคนได้ไปศึกษามา การวิเคราะห์สังเคราะห์บททวนและประเมินคำตอบหรือข้อค้นพบที่ได้เพื่อเตรียมนำเสนอต่อไป
  4. การนำเสนอคำตอบของปัญหาและสะท้อนผล แต่ละกลุ่มนำเสนอข้อค้นพบหรือคำตอบของปัญหา การเรียนรู้ร่วมกันกับกลุ่มอื่นผ่านการอภิปราย สะท้อนผลและประเมินผล

5. การแสดงความคิดเห็นในการบูรณาการและการประเมินผล ครูผู้สอนและนักเรียน ร่วมกันแสดงความคิดเห็น สรุปลผลหรือตกแต่งรายละเอียดของการแก้ปัญหาที่แต่ละกลุ่มได้นำเสนอ สมาชิกในแต่ละกลุ่มช่วยกันประเมินผลสิ่งที่สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มได้ร่วมกันทำหลังจากได้นำเสนอ ปัญหาและผลการแก้ปัญหาที่ผ่านการสะท้อนผลหรือผ่านการพิจารณาแล้ว

การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์หมายความว่า เป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ ถ่ายทอดออกมาในรูปแบบต่าง ๆ มานำเสนอใหม่เพื่อให้เข้าใจง่าย เป็นรูปธรรม เพื่อสื่อสารแนวคิด ทางคณิตศาสตร์ของตนให้ผู้อื่นรับรู้และเข้าใจผ่านการแสดงออกในรูปแบบต่าง ๆ เช่น รูปภาพ ตาราง สัญลักษณ์ ตัวแปร ข้อความภาษา นำไปใช้ในการแก้ปัญหาและอธิบายปรากฏการณ์ทางคณิตศาสตร์ และทางสังคม

คะแนน	การเขียนข้อความ (Verbal)	การแสดงแทนภาพ (Visual)	การใช้สัญลักษณ์ (Symbolic)
4	เขียนอธิบายได้ชัดเจน มีเหตุผลรองรับและเป็น ในทางคณิตศาสตร์	อธิบายแผนภาพ/ รูปภาพได้สมบูรณ์ ถูกต้อง	เขียนสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แล้วคำนวณหรือ แก้ปัญหาได้ถูกต้อง สมบูรณ์
3	เขียนอธิบายได้ชัดเจน เป็นในทางคณิตศาสตร์ แต่ยังไม่เป็นเหตุเป็นผล หรือมีความ คลาดเคลื่อนทางภาษา	อธิบายแผนภาพ/ รูปภาพ มีข้อผิดพลาด เล็กน้อย	เขียนสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง และเลือกวิธีแก้ปัญหาได้ แต่ใช้สัญลักษณ์ไม่ ถูกต้อง
2	เขียนอธิบายในทาง คณิตศาสตร์ได้เข้าใจ แต่ถูกต้องและสมบูรณ์ เพียงบางส่วน	อธิบายแผนภาพ/ รูปภาพ มีข้อผิดพลาด/ ไม่สมบูรณ์	เขียนสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แต่แก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
1	เขียนอธิบายถูกต้อง เพียงบางส่วน	มีร่องรอยการพยายาม อธิบายแผนภาพ/ รูปภาพ	เขียนสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง เพียงบางส่วน
0	ไม่มีคำตอบ หรือมีคำตอบแต่ขาดความเข้าใจแนวคิด/ข้อมูลที่ให้มาไม่มี ความสำคัญ		

2. ขอให้ผู้สะท้อนสังเกตพฤติกรรมการจัดการเรียนรู้ของครูผู้สอนในชั้นเรียนและบันทึก รายละเอียด ข้อคิดเห็นและข้อเสนอแนะในแต่ละขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แต่ละขั้นตอนสอดคล้องกับนิยามของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ ปัญหาเป็นฐานที่ส่งเสริมการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์หรือไม่

1.1 การระบุถึงปัญหาที่พบ หรือการสร้างปัญหาที่เกิดจากการอ่าน การสะท้อนปัญหาหรือ การไต่ถามของนักเรียนแต่ละคน การมอบหมายบทบาทและหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่ม การร่วมกัน ระดมสมองและตกแต่งรายละเอียดของประเด็นปัญหาที่น่าจะเกิดขึ้น

1.) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้บรรลุตามจุดประสงค์ของชั้นหรือไม่ อย่างไร

บรรลุ

ไม่บรรลุ

2.) พัฒนาให้นักเรียนเกิดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์หรือไม่ อย่างไร

การเขียนข้อความ

การแสดงแทนภาพ

การใช้สัญลักษณ์

1.2 การวิเคราะห์ปัญหาและเรียนรู้ประเด็นปัญหา ระดมสมองและวิเคราะห์ปัญหาที่พบ การระบุประเด็นการเรียนรู้และกำหนดวัตถุประสงค์ในการเรียนรู้ การมอบหมายงานที่ส่งเสริมการเรียนรู้ด้วยตนเองและการสอนโดยเพื่อนร่วมชั้น

1.) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้บรรลุตามจุดประสงค์ของชั้นหรือไม่ อย่างไร

บรรลุ

ไม่บรรลุ

2.) พัฒนาให้นักเรียนเกิดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์หรือไม่ อย่างไร

การเขียนข้อความ

การแสดงแทนภาพ

การใช้สัญลักษณ์

1.3 การค้นพบและรายงานผล นักเรียนแต่ละคนรายงานข้อค้นพบที่ได้จากการไปศึกษาค้นคว้ามาให้กลุ่มทราบ การแบ่งปันข้อมูลหรือสารสนเทศใหม่ ๆ ที่แต่ละคนได้ไปศึกษามา การวิเคราะห์สังเคราะห์ทบทวนและประเมินคำตอบหรือข้อค้นพบที่ได้เพื่อเตรียมนำเสนอต่อไป

1.) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้บรรลุตามจุดประสงค์ของชั้นหรือไม่ อย่างไร

บรรลุ

ไม่บรรลุ

2.) พัฒนาให้นักเรียนเกิดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์หรือไม่ อย่างไร

การเขียนข้อความ

การแสดงแทนภาพ

การใช้สัญลักษณ์

1.4 การนำเสนอคำตอบของปัญหาและสะท้อนผล แต่ละกลุ่มนำเสนอข้อค้นพบหรือคำตอบของปัญหา การเรียนรู้ร่วมกันกับกลุ่มอื่นผ่านการอภิปราย สะท้อนผลและประเมินผล

1.) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้บรรลุตามจุดประสงค์ของชั้นหรือไม่ อย่างไร

บรรลุ

ไม่บรรลุ

2.) พัฒนาให้นักเรียนเกิดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์หรือไม่ อย่างไร

การเขียนข้อความ

การแสดงแทนภาพ

การใช้สัญลักษณ์

1.5 การแสดงความคิดเห็นในการบูรณาการและการประเมินผล ครูผู้สอนและนักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็น สรุปผลหรือตกแต่งรายละเอียดของการแก้ปัญหาที่แต่ละกลุ่มได้นำเสนอ สมาชิกในแต่ละกลุ่มช่วยกันประเมินผลสิ่งที่สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มได้ร่วมกันทำหลังจากได้นำเสนอปัญหาและผลการแก้ปัญหาที่ผ่านการสะท้อนผลหรือผ่านการพิจารณาแล้ว

1.) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้บรรลุตามจุดประสงค์ของชั้นหรือไม่ อย่างไร

บรรลุ

ไม่บรรลุ

2.) พัฒนาให้นักเรียนเกิดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์หรือไม่ อย่างไร

การเขียนข้อความ

การแสดงแทนภาพ

การใช้สัญลักษณ์

## 2. สรุปภาพรวมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

## 2.1 จุดเด่นในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

---



---



---



---



---



---

## 2.2 จุดที่ควรปรับปรุง (พร้อมทั้งแนวทางการปรับปรุงแก้ไข)

---



---



---



---



---



---

## 3. ข้อคิดเห็นและข้อเสนอแนะอื่น ๆ

---



---



---



---



---



---

ลงชื่อ.....

(.....)

ผู้รับการสังเกต

ลงชื่อ.....

(.....)

ผู้สังเกต



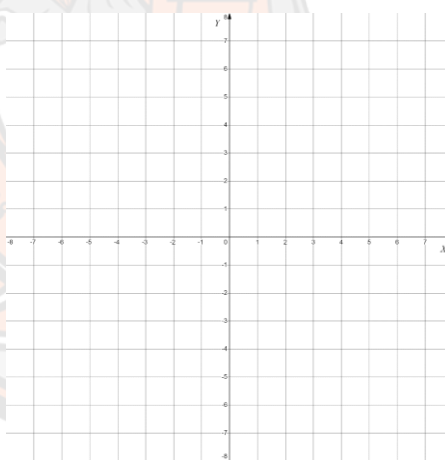
**แบบวัดการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์**  
**เรื่อง “คู่อันดับและความสัมพันธ์เชิงเส้น”**  
**ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1**

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนตอบคำถามจากสถานการณ์ต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

1. ในคืนหนึ่งเกิดเหตุการณ์โจรกรรมขึ้นในชุมชน โดยผู้ร้ายได้เริ่มขโมยของจากร้านขายของชำ A แล้ววิ่งไปทางทิศตะวันตก 8 หน่วย ทางทิศใต้ 2 หน่วย จนถึงร้านขายของชำ B แล้ววิ่งลงไปทางทิศใต้ 7 หน่วย ทิศตะวันออก 1 หน่วยจนถึงร้านขายของชำ C แล้ววิ่งไปทางทิศตะวันออก 7 หน่วย ทางทิศเหนือ 3 หน่วย ถึงร้านขายของชำ D แล้วโจรจึงวิ่งกลับเข้าบ้านของตนเองที่อยู่ทางทิศตะวันตก 8 หน่วย ถ้าให้พิกัดของบ้านของผู้ต้องสงสัยทั้ง 4 คน คือ จิรา ชลิต นวนาดา สมพร และร้านขายของชำ A ดังตารางข้างล่าง

รายละเอียด	จิรา	ชลิต	นวนาดา	สมพร	ร้านขายของชำ A
พิกัด	$(-4, 1)$	$(4, 6)$	$(-3, -1)$	$(1, -2)$	$(7, 5)$

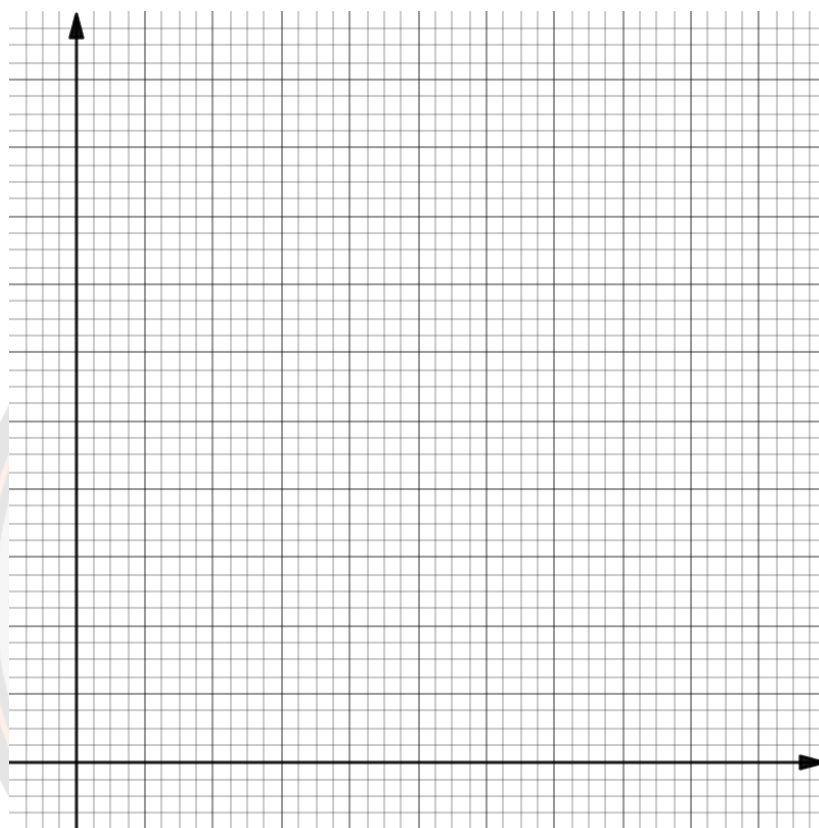
ให้นักเรียนค้นหาพิกัดของร้านขายของชำที่เหลือ รวมถึงใช้เบาะแสด้านบนหาตัวโจรที่ขโมยของในร้านขายของชำโดยใช้พิกัดจากด้านล่าง



**คนร้ายคือ.....** (อย่าลืมอธิบายเหตุผลข้างล่าง)

ให้นักเรียนอธิบายรูปภาพดังกล่าว เพื่อสนับสนุนว่าคุณคนร้ายคือบุคคลที่เลือก (A, B, C)

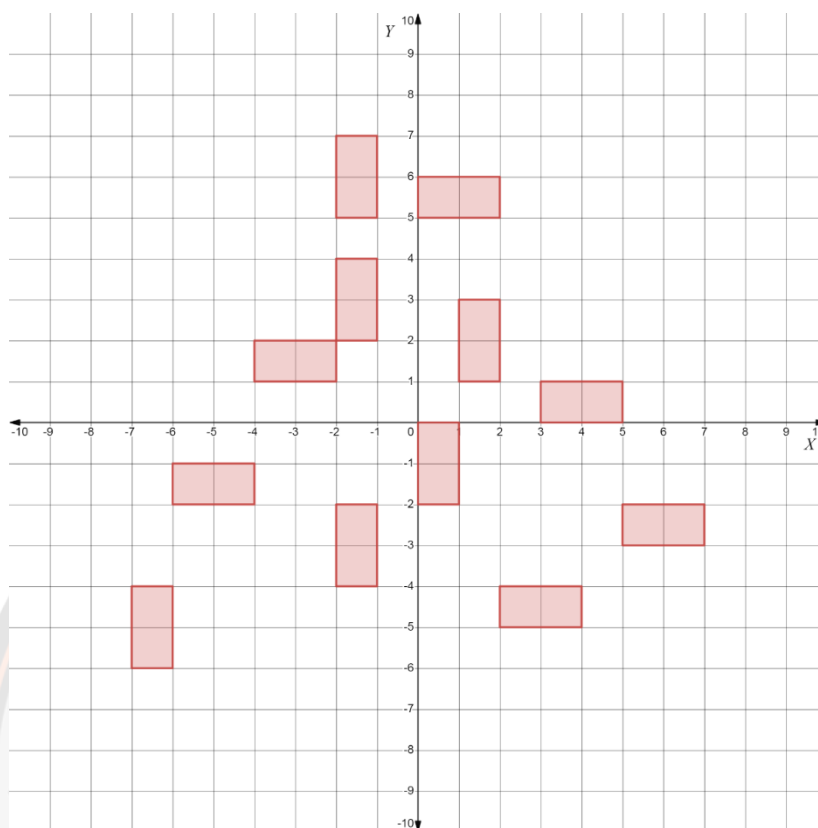
2. เรือกับรถต้องพายเรือไปเที่ยว แต่ไปคนละเวลากัน ถ้าเรือต้องออกจากบ้านเวลา 8.00 น. และรถต้องออกจากบ้านอีกหนึ่งชั่วโมงให้หลัง ถ้าในหนึ่งชั่วโมง เรือพายเรือได้ 3 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และรถพายเรือได้ 4 กิโลเมตรต่อชั่วโมง แล้วทั้งคู่จะมาพบกันในเวลาเท่าใด ที่ระยะทางกี่กิโลเมตร (นักเรียนสามารถใช้ระนาบพิกัดฉากเพื่อช่วยหาคำตอบได้) (B)



เรือกับรถจะไปพบกันที่เวลา.....น. ที่ระยะทางห่างจากบ้าน.....  
กิโลเมตร

ให้นักเรียนบรรยาย/แสดงวิธีการหาคำตอบลงในกรอบด้านล่าง (A, B, C)

3. จากกิจกรรมเรื่อบ ในทะเลแห่งหนึ่งมีการวางเรื่อบดังนี้



ให้นักเรียนใช้ความรู้เรื่องกราฟของสมการเชิงเส้นแทนแนวยิงชีพनावุ้จัดการเรื่อบตามผังนี้ให้หมด โดยใช้สมการชีพनावุ้เพียง 4 สมการเท่านั้น โดยให้เขียนสมการ และจุดที่สอดคล้องกับสมการเพื่อสร้างเป็นกราฟในรูป

สมการ ที่	รูปแบบของสมการ $y = ax + b$	จุดที่สอดคล้องกับสมการ	ทำไมจึงเลือกสมการนี้ (A, B, C)
1			
2			
3			
4			