



การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชัน
ปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบ
สมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

จิราภรณ์ วงษ์ทัน

การค้นคว้าอิสระเสนอบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยนเรศวร
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา
ปีการศึกษา 2567
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยนเรศวร

การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชัน
ปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบ
สมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3



การค้นคว้าอิสระเสนอบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยนเรศวร
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา
ปีการศึกษา 2567
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยนเรศวร

การค้นคว้าอิสระ เรื่อง "การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับ
แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบ
สมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3"
ของ จิราภรณ์ วงษ์ทัน
ได้รับการพิจารณาให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

(ดร.อาทร นกแก้ว)

อาจารย์ที่ปรึกษาการค้นคว้าอิสระ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรีย์พร สว่างเมฆ)

หัวหน้าภาควิชาการศึกษา

ชื่อเรื่อง	การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
ผู้วิจัย	จิราภรณ์ วงษ์ทัน
ประธานที่ปรึกษา	ดร.อาทร นกแก้ว
ประเภทสารนิพนธ์	การค้นคว้าอิสระ กศ.ม. คณิตศาสตร์ศึกษา, มหาวิทยาลัยนเรศวร, 2567
คำสำคัญ	ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์, การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา, แอปพลิเคชัน ปัญญาประดิษฐ์

บทคัดย่อ

งานวิจัยเชิงปฏิบัติการนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาแนวทางและผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ผู้เข้าร่วมวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 36 คน ของโรงเรียนแห่งหนึ่งในจังหวัดอุดรธานี โดยเครื่องมือวิจัย ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ ใบกิจกรรม แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การวัดคะแนนเพิ่มขึ้นสัมพัทธ์ การวิเคราะห์เชิงเนื้อหา ผลการวิจัย พบว่า 1.แนวทางจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ควรมีแนวปฏิบัติใน 3 ประเด็น ดังนี้ 1) เลือกแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ที่เหมาะสมกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แต่ละระยะ 2) ออกแบบกิจกรรมโดยส่งเสริมให้มีการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม ใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้เกิดการให้เหตุผลและการถกเถียงอภิปราย และออกแบบการใช้งานแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ร่วมกันเพื่อพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และ 3) ถ่ายโอนความสามารถในการแก้ปัญหาโดยสอนการใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยตนเอง 2.นักเรียนมีพัฒนาการด้านความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้านการคิด/แปลงปัญหาสูงสุด คะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์ เป็น 79.17 รองลงมาคือ ด้านการใช้ ด้านการให้เหตุผลและด้านการตีความ คะแนนเพิ่มสัมพัทธ์เฉลี่ย เป็น 56.86, 42.52 และ 32.96 ตามลำดับ

Title THE DEVELOPMENT OF LEARNING ACTIVITIES
USING POLYA'S PROBLEM-SOLVING PROCESS
COMBINED WITH ARTIFICIAL INTELLIGENCE APPLICATIONS
TO ENHANCE THE ABILITY TO SOLVE MATHEMATICAL
PROBLEMS ON SYSTEMS OF LINEAR EQUATIONS IN TWO
VARIABLES FOR GRADE 9 STUDENTS

Author Jiraporn Wongthun

Advisor Artorn Nokkaew, Ph.D.

Academic Paper M.Ed. Independent Study in Mathematics Education,
Naresuan University, 2024

Keywords Mathematical Problem Solving Skills, Polya's Problem
Solving Learning Activities, Artificial Intelligence
Applications

ABSTRACT

This action research aimed to investigate the approaches and outcomes of implementing a Polya's problem-solving process-based learning activity integrated with artificial intelligence (AI) applications to enhance the mathematical problem-solving ability of Grade 9 students in solving systems of two linear equations. The research participants were 36 Grade 9 students from a school in Uttaradit Province, Thailand. Action research methodology was employed, and the research instruments included lesson plans, worksheets, reflection forms, and a mathematical problem-solving ability test. Data were analyzed using relative gain scores and content analysis. 1. The results indicated that the learning activity design guidelines should encompass three key aspects:

Selecting AI applications appropriate for each step of the mathematical problem-solving process; Designing activities that promote collaborative problem-solving, utilizing questions to stimulate reasoning and discussion, and incorporating AI applications to develop mathematical process skills; Transferring problem-solving

skills by gradually withdrawing AI support, encouraging students to solve problems independently. 2. The findings revealed that students demonstrated the greatest improvement in their problem-solving thinking/transformation skills, with a relative gain score of 79.17 Moderate improvements were observed in their application reasoning skills and Interpretation skills, with average relative gain scores of 56.86, 42.52 and 32.96 respectively.



ประกาศคุณูปการ

การศึกษาค้นคว้าอิสระฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยดีเนื่องจากได้รับความกรุณาอย่างยิ่งจาก ดร.อาทร นกแก้ว ประธานที่ปรึกษาการค้นคว้าอิสระและคณะกรรมการทุกท่าน ที่ได้เสียสละเวลาเพื่อให้คำปรึกษา คำแนะนำตลอดจนตรวจแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ด้วยความเอาใจใส่เป็นอย่างยิ่ง ทั้งยังช่วย เป็นแรงผลักดันให้ผู้วิจัยสามารถก้าวข้ามผ่านอุปสรรคต่างๆ ที่เกิดขึ้นในตลอดระยะเวลาที่ทำการศึกษาค้นคว้าด้วยตนเองฉบับนี้จนการค้นคว้าอิสระประสบความสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณท่านอาจารย์เป็นอย่างสูง

ขอขอบคุณผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่านได้แก่ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ดร.วรินทร์ พูนไพบูลย์พิพัฒน์ อาจารย์ประจำภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์มหาวิทยาลัยราชภัฏวชิรเวศน์ ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ศึกษา นางสาววรินทร์ คุณศรี ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนบ้านโคกวิทยาคม จังหวัดอุดรธานี นางสาวปิยะธิดา หาเหล็ก ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาน้อมเกล้า อุดรดิตถ์ จังหวัดอุดรธานี ที่กรุณาให้ คำแนะนำ แก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ และตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการค้นคว้าอิสระ จนทำให้การค้นคว้าอิสระครั้งนี้มีความถูกต้องและสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

กราบขอบพระคุณผู้อำนวยการ คณะครูและขอขอบคุณนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/1 ปีการศึกษา 2566 โรงเรียนบ้านโคกวิทยาคม จังหวัดอุดรธานี ที่ให้ความร่วมมือและช่วยเหลือในการเก็บข้อมูลการค้นคว้าอิสระครั้งนี้เป็นอย่างดี

กราบขอบพระคุณ บิดา มารดา ครอบครัว นายกิตติศักดิ์ หาเสนและเพื่อนร่วมชั้นเรียนที่คอยเป็นกำลังใจสำคัญ และคอยส่งเสริมสนับสนุนในทุกๆ ด้านเสมอมา ตลอดจนขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ภาควิชา การศึกษาทุกท่านและขอใจเพื่อนนิสิตปริญญาโทที่เป็นส่วนหนึ่งในการให้ความช่วยเหลือและเป็น กำลังใจที่ดีตลอดมา คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากการค้นคว้าอิสระฉบับนี้ผู้วิจัยขออุทิศแด่ผู้มี พระคุณทุกๆ ท่าน หวังเป็นอย่างยิ่งว่าการค้นคว้าอิสระฉบับนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาการจัดการเรียนรู้ต่อไป

จิราภรณ์ วงษ์ทัน

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ค
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
ประกาศคุุณูปการ.....	ช
สารบัญ.....	ซ
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญภาพ.....	ฉ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
คำถามของการวิจัย.....	6
จุดมุ่งหมายของการวิจัย.....	6
ขอบเขตการวิจัย.....	7
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	7
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	11
หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของโรงเรียน (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551.....	12
ความสามารถในการปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	16
การจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา.....	42
แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ (AI).....	55
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	62

บทที่ 3 ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย.....	68
รูปแบบการวิจัย.....	68
กลุ่มเป้าหมายงานวิจัย	70
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	70
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	77
การวิเคราะห์ข้อมูล	78
บทที่ 4 ผลการวิจัย.....	80
ตอนที่ 1 ผลการศึกษาแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของ โพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3.....	80
ตอนที่ 2 ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการ แก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ (AI) เรื่อง ระบบสมการ เชิงเส้นสองตัวแปรของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.....	134
บทที่ 5 บทสรุป.....	139
สรุปผลการวิจัย.....	139
อภิปรายผลการวิจัย.....	143
ข้อเสนอแนะ	148
บรรณานุกรม.....	150
ภาคผนวก.....	155
ประวัติผู้วิจัย	222

สารบัญตาราง

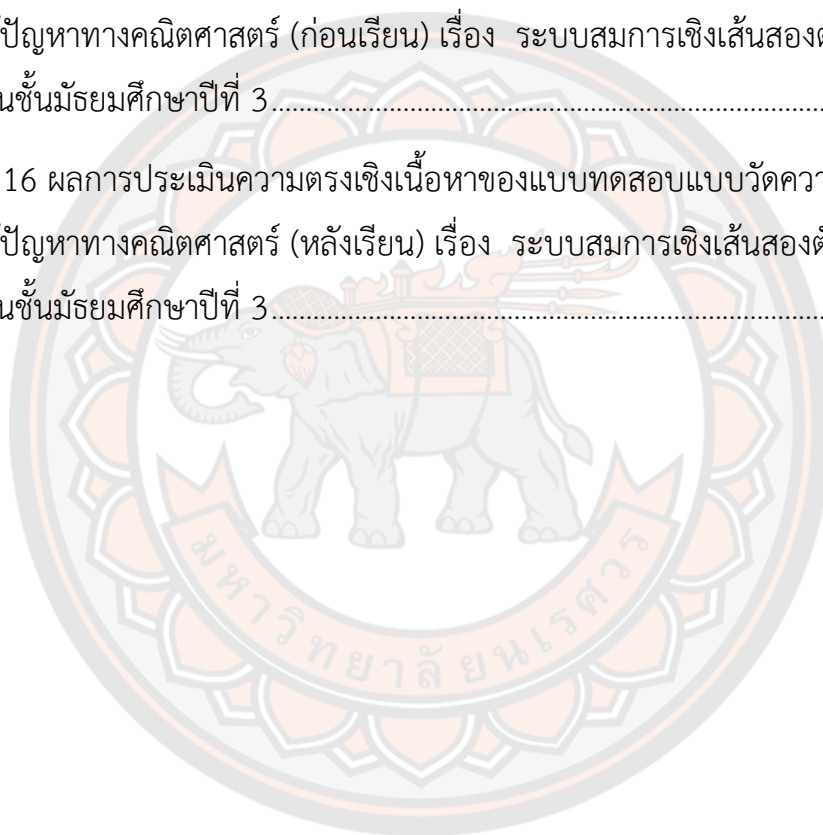
	หน้า
ตาราง 1 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางคณิตศาสตร์.....	14
ตาราง 2 เกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	36
ตาราง 3 เกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ องค์ประกอบที่ 1 การคิด/แปลงปัญหา.....	37
ตาราง 4 เกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ องค์ประกอบที่ 2 การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา.....	39
ตาราง 5 เกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	41
ตาราง 6 พฤติกรรมนักเรียนที่สามารถสังเกตได้ตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาวิธี สอนแบบโพลยา (Polya).....	52
ตาราง 7 ความสัมพันธ์ระหว่างจุดประสงค์ของการวิจัยกับเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	72
ตาราง 8 คะแนนการตอบคำถามทบทวนความรู้เรื่องคำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	86
ตาราง 9 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละชั้นการปฏิบัติการ จัดการเรียนรู้วงจรปฏิบัติการที่ 1.....	94
ตาราง 10 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละชั้นการปฏิบัติการ จัดการเรียนรู้วงจรปฏิบัติการที่ 2.....	111
ตาราง 11 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละชั้นการปฏิบัติการ จัดการเรียนรู้วงจรปฏิบัติการที่ 3.....	121
ตาราง 12 สรุปภาพรวมแนวปฏิบัติการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหา ของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์	129

ตาราง 13 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียนและหลังเรียน.....	134
--	-----

ตาราง 14 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร.....	157
---	-----

ตาราง 15 ผลการประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน) เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.....	165
---	-----

ตาราง 16 ผลการประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน) เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.....	167
---	-----



สารบัญภาพ

หน้า

ภาพ 1 ความสัมพันธ์ระหว่างการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ กระบวนการแก้ปัญหา เนื้อหา คณิตศาสตร์ บริบท และทักษะแห่งศตวรรษที่ 21 ตามกรอบการประเมินคณิตศาสตร์ PISA 2022	35
ภาพ 2 วงจรกระบวนการคิดแก้ปัญหา	46
ภาพ 3 วงจรปฏิบัติการ 3 วงจร	70
ภาพ 4 กิจกรรมทบทวนความรู้ของนักเรียน เรื่อง คำตอบของระบบสมการ	83
ภาพ 5 กิจกรรมการอภิปรายเพื่อทบทวนความรู้ของนักเรียน	87
ภาพ 6 ตัวอย่างใบกิจกรรมดูกราฟทราบคำตอบของนักเรียนที่ทำได้ถูกต้องครบถ้วน.....	93
ภาพ 7 ตัวอย่างใบกิจกรรมดูกราฟทราบคำตอบของนักเรียนที่ทำได้ถูกต้องบางส่วน เนื่องจากนักเรียนหาพิกัดของสมการ $y - 2x = -7$ ไม่ถูกต้อง.....	93
ภาพ 8 ตัวอย่างใบกิจกรรมดูกราฟทราบคำตอบของนักเรียนที่ทำได้ถูกต้องครบถ้วนแต่ นักเรียนเขียนตัวเลขไม่ชัดเจน	94
ภาพ 9 ตัวอย่างนักเรียนเขียนกราฟบนโปรแกรม GeoGebra เพื่อพิจารณา.....	98
ภาพ 10 ตัวอย่างขั้นตอนการแก้โจทย์ระบบสมการด้วยวิธีที่หลากหลาย	99
ภาพ 11 ตัวอย่างนักเรียนเรียนรู้จากแอปพลิเคชัน Photomath ร่วมกับ Graspable Math.....	99
ภาพ 12 ตัวอย่างการร่วมอภิปรายถึงคำตอบของการแก้ระบบสมการหลายที่นักเรียน เรียนรู้จากแอปพลิเคชัน Photomath ร่วมกับ Graspable Math.....	100
ภาพ 13 ตัวอย่างใบงานการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรของนักเรียน	101
ภาพ 14 ครูอธิบายนักเรียนที่ยังไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้	102
ภาพ 15 อธิบายคำตอบที่ได้จากแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ Photomath.....	102

ภาพ 16 ตัวอย่างนักเรียนแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีแทนที่	103
ภาพ 17 ตัวอย่างนักเรียนแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีกำจัดตัวแปร	103
ภาพ 18 ตัวอย่างคำตอบที่ในแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์	105
ภาพ 19 ตัวอย่างใบกิจกรรมที่นักเรียนสามารถเรียนรู้วิธีการแก้ระบบสมการได้ 3 วิธี...	107
ภาพ 20 ตัวอย่างใบกิจกรรมที่นักเรียนสามารถเรียนรู้วิธีการแก้ระบบสมการได้ 1 วิธี...	107
ภาพ 21 ตัวอย่างภาพนักเรียนใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ Photomath	108
ภาพ 22 ตัวอย่างนักเรียนทำกิจกรรมการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วย Graspable Math ด้วยตนเอง	109
ภาพ 23 นักเรียนใช้แอปพลิเคชัน Photomath สแกนคำตอบแล้วพบว่าคำตอบไม่ถูกต้อง นักเรียนเรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาที่ถูกต้องและแก้ไขคำตอบของนักเรียน	110
ภาพ 24 พบนักเรียนแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลายในการอภิปราย	110
ภาพ 25 ตัวอย่างภาพหน้าจอคำตอบแอปพลิเคชัน Alisa Ai	114
ภาพ 26 คำตอบที่ได้จากแอปพลิเคชัน QANDA และ Alisa Ai	116
ภาพ 27 ตัวอย่างคำตอบในแอปพลิเคชัน Alisa Ai	117
ภาพ 28 นักเรียนที่ใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ในการตรวจสอบคำตอบ	117
ภาพ 29 ตัวอย่างใบงานนักเรียนที่สามารถเขียนสมการได้ถูกต้อง	120
ภาพ 30 ตัวอย่างใบงานนักเรียนแสดงวิธีแก้ปัญหาได้ถูกต้อง	120
ภาพ 31 ตัวอย่างใบงานของนักเรียนในการตรวจคำตอบ	121
ภาพ 32 ตัวอย่างภาพหน้าจอ Alisa Ai และ Gemini ที่ระบบสมการต่างกัน	125
ภาพ 33 ตัวอย่างนักเรียนแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปสมการได้ถูกต้องและตรวจสอบจาก แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ได้ตรงกัน	125
ภาพ 34 ตัวอย่างภาพทางขวาแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปสมการได้ไม่ถูกต้องและเรียนรู้ การเขียนสมการจากแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์	125

ภาพ 35 ตัวอย่างนักเรียนแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปสมการได้ไม่ถูกต้องและเรียนรู้คำตอบจากแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์และแก้ไขการกำหนดตัวแปรหลังจากการอภิปราย	126
ภาพ 36 นักเรียนเรียนรู้วิธีการดำเนินการแก้ระบบสมการในแอปพลิเคชัน Photomath และลองปฏิบัติในแอปพลิเคชัน Graspable Math.....	128
ภาพ 37 แผนภูมิแสดงความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน.....	135
ภาพ 38 แผนภูมิแสดงความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนแยกตามองค์ประกอบ.....	136
ภาพ 39 แผนภูมิแสดงความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแยกตามองค์ประกอบ.....	137
ภาพ 40 แผนภูมิแสดงความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนาเชิงสัมพัทธ์	138

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์มีบทบาทที่สำคัญอย่างยิ่งต่อการศึกษาและค้นคว้าวิทยาการความรู้ใหม่ ๆ ทั้งทางด้านวิทยาศาสตร์และสังคมศาสตร์ทุกสาขา ความเจริญก้าวหน้าของแขนงวิชาต่าง ๆ ก่อให้เกิดความต้องการหลักการทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ ตลอดเวลา (คณิตศาสตร์แผนใหม่, 2562) คณิตศาสตร์จึงมีบทบาทสำคัญในการพัฒนาประเทศเป็นอย่างยิ่ง โดยผู้ที่มีความสามารถทางด้านคณิตศาสตร์จะเป็นผู้ที่ได้เปรียบสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ (relation) ของสิ่งต่าง ๆ ให้อยู่ในรูปแบบ (model) ทางคณิตศาสตร์ และนำรูปแบบนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาต่อไป (บทความวิชาการเรื่องคณิตศาสตร์กับการพัฒนาประเทศ, 2022) และคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีระบบ เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจแก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560) ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นสาระหนึ่งในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เนื่องจากนักการศึกษาคณิตศาสตร์ตระหนักถึงความสำคัญและจำเป็น ไม่เพียงแต่ประเทศไทยเท่านั้นที่หันมาใส่ใจส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในทุกระดับชั้นของหลักสูตรคณิตศาสตร์ ยังมีประเทศอื่น ๆ อีกทั่วโลกที่สนใจส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้วยเช่นกัน เช่นออสเตรเลีย สิงคโปร์ และสหรัฐอเมริกา สภาครูคณิตศาสตร์ของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics หรือ NCTM) เด็ก ๆ และเยาวชนในยุคไอทีเติบโตมาพร้อมกับอุปกรณ์ดิจิทัลและอินเทอร์เน็ต ทำให้ลักษณะการสื่อสารที่รวดเร็ว และอิสระ ไร้พรมแดน ทำให้การรับรู้ข้อมูลข่าวสารและการใช้ชีวิตของเด็กในปัจจุบันมีลักษณะแตกต่างจากรุ่นก่อน ๆ มาก เกิดทักษะชีวิตใหม่ ๆ ต้องได้รับการเรียนรู้และฝึกฝนเพื่อที่

เดิมโตมาในยุคที่เต็มไปด้วยข้อมูลข่าวสารและเทคโนโลยีสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน (สำนักงานกองทุนสนับสนุนการสร้างเสริมสุขภาพ, 2563)

ดังที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สำคัญต่อการดำรงชีวิตแต่ในสภาพปัจจุบันนั้นการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในประเทศไทยยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควรดังจะเห็นได้จากการประเมินนักเรียนระดับนานาชาตินับตั้งแต่การประเมินครั้งแรกใน PISA 2000 แม้ว่าประเทศไทยมีคะแนนคณิตศาสตร์น้อยกว่าค่าเฉลี่ย OECD แต่ก็เป็นคะแนนคณิตศาสตร์ที่นักเรียนไทยทำได้สูงสุดตั้งแต่ที่มีการประเมินมาหลังจากนั้นตลอดระยะเวลาเกือบ 20 ปี ความรู้และทักษะด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยไม่ได้มีการพัฒนาขึ้นซึ่งพบว่า แนวโน้มการเปลี่ยนแปลงของคะแนนตั้งแต่การประเมินรอบแรกจนถึงปัจจุบัน ผลการประเมินด้านคณิตศาสตร์ของไทยไม่เปลี่ยนแปลง (PISA Thailand, 2564) และเมื่อพิจารณาผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินัยพื้นฐาน (O-NET) ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของสถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน) พบว่าผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินัยพื้นฐาน (O-NET) ในปีการศึกษา 2565 มีคะแนนเฉลี่ยรายวิชา คณิตศาสตร์ ร้อยละ 24.39 จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน กล่าวคือ คะแนนส่วนใหญ่อยู่ในเกณฑ์ที่ ต่ำมาก นอกจากนี้เมื่อพิจารณาผลการประเมินคุณภาพการจัดการศึกษาระดับชาติ O-NET ของสถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในระดับโรงเรียน พบว่ามีคะแนนเฉลี่ยรายวิชาคณิตศาสตร์อยู่ที่ร้อยละ 23.58 ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ยระดับประเทศและสาระที่โรงเรียนควรเร่งพัฒนาเนื่องจากคะแนนเฉลี่ยของโรงเรียนต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยระดับประเทศได้แก่ จำนวนและพีชคณิต (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2566) การที่นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องจำนวนและพีชคณิตอยู่ในระดับต่ำอาจเกิดจากหลายสาเหตุ ซึ่งสาเหตุหนึ่งคือกระบวนการวิธีคิดวิชาคณิตศาสตร์สาระจำนวนและพีชคณิตที่เป็นนามธรรมจึงทำให้เกิดปัญหาในระหว่างการเรียนรู้และเกิดจากการที่นักเรียนประสบปัญหาในกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนจะประสบผลสำเร็จได้นั้นจะต้องอาศัยกระบวนการแก้ปัญหาซึ่งถือได้ว่ามีความสำคัญสำหรับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากปัญหาข้างต้นสะท้อนให้เห็นถึงการสอนของครูที่ผ่านมา ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบบรรยาย ทำให้ไม่สามารถพัฒนาผู้เรียนให้เกิดความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ดีเท่าที่ควร จากการวิเคราะห์เนื้อหาสาระจำนวนและพีชคณิตตามมาตรฐาน ค 1.3 เป็นเนื้อหาสาระใช้เงินพจน์ สมการ อสมการ อธิบายความสัมพันธ์ หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้ ในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 6 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร นอกจากนี้ยังพบว่าผลการเรียนเฉลี่ยรวมในรายวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบ้านโคกวิทยาคม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 รหัสวิชา

ค 23102 มีระดับผลการเรียนเฉลี่ยต่ำกว่าค่าเป้าหมายที่ทางโรงเรียนกำหนดไว้ เมื่อพิจารณาเนื้อหา คณิตศาสตร์ที่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้คะแนนค่อนข้างต่ำ พบว่าเป็นเนื้อหา เรื่อง ระบบ สมการเชิงเส้นสองตัวแปร ซึ่งเป็นเนื้อหาที่มีลักษณะเป็นการแก้โจทย์ปัญหาและแก้ปัญหาคือเป็น นามธรรม อีกทั้งจากประสบการณ์การสอนของผู้วิจัยที่เป็นครูมา 7 ปี ปัญหาที่พบคือทักษะการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน นักเรียนส่วนใหญ่มักจะทำโจทย์ปัญหาไม่ได้ อ่านโจทย์ไม่เข้าใจ ทำให้เขียนประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง ทำให้แก้โจทย์ปัญหาไม่ได้ ดังนั้นครูผู้สอนจึงหาวิธีการจัดการ กิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และยกระดับ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ให้สูงขึ้น

ทักษะที่จำเป็นในศตวรรษที่ 21 ทักษะหนึ่งคือทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณและการ แก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์การแก้ปัญหาคือกระบวนการที่ผู้เรียน ควรจะเรียนรู้ ผึกฝน และพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตนเอง เพื่อสร้างองค์ความรู้ใหม่ เพื่อให้ผู้เรียนมี แนวทางในการคิดที่หลากหลาย รู้จักประยุกต์และปรับเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหามาให้เหมาะสม รู้จัก ตรวจสอบและสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหามีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ รวมถึงมีความมั่นใจในการ แก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน นอกจากนี้การแก้ปัญหายังเป็นทักษะพื้นฐานที่ ผู้เรียนสามารถนำไปใช้ในชีวิตรจริงได้ การส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหามี ประสิทธิภาพ ควรใช้สถานการณ์หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กระตุ้น ดึงดูดความสนใจ ส่งเสริมให้มี การประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหามา และยุทธวิธีแก้ปัญหาคือ หลายหลาย โดยเฉพาะความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะที่สำคัญยิ่งที่ จะต้องพัฒนาให้เกิดในตัวผู้เรียน ดังนั้นการแก้โจทย์ปัญหาคือเป็นสิ่งสำคัญ จากที่ศึกษาเอกสารที่ เกี่ยวข้องกระบวนการแก้ปัญหามีหลายรูปแบบ เช่น กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตาม แนวคิดของโพลยา, กระบวนการแก้ปัญหามา DAPIC , เทคนิค KWDL ,รูปแบบเอสเอสซีเอส เป็นต้น แต่ การแก้ปัญหาคือได้รับความนิยมอย่างแพร่หลาย คือกระบวนการแก้ปัญหามาของโพลยา จากกระโพลยา (Polya, 1957) ได้เสนอขั้นตอนวิธีสอน แก้ปัญหามา 4 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหามา (Understanding the problem) ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหามา (Devising a plan) ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหามา (Carrying out the plan) และขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ (Looking back) จะเห็นได้ว่ากระบวนการแก้ปัญหามาของโพลยาเป็นลำดับขั้นตอนอย่างชัดเจนสามารถนำมาช่วย พัฒนาการแก้ปัญหามาของนักเรียนได้ ปานพระจันทร์ จันทร์พรหม (2565) ได้ศึกษาความสามารถใน การแก้ปัญหามาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหามาตาม แนวคิดของโพลยา พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหามาทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์อย่างมี

นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และสรณจิต อ้นพา (2561) ได้พัฒนาแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคKWDL ร่วมกับแนวคิด Flipped Classroom เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 พบว่า ผลการเปรียบเทียบผลการเรียนรู้ก่อนและหลังใช้แบบฝึกทักษะ พบว่าผลการเรียนรู้หลังใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.05

การเรียนรู้ในปัจจุบันนักเรียนได้นำแอปพลิเคชันต่าง ๆ มาใช้เป็นเครื่องมือที่ช่วยในการเรียน การทำแบบฝึกหัดและการบ้าน ในรายวิชาคณิตศาสตร์นักเรียนใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ในการช่วยแก้โจทย์ปัญหา ศุภณัฐ เต็มชัยอนันต์และณัฐวัตร สุพรรณกุล (2566) กล่าวว่าเรากำลังใช้เอไอในชีวิตประจำวันเป็นปกติอยู่แล้ว จึงไม่แปลกใจหากจะมีการนำเอไอมาใช้ในการด้านการศึกษาบ้าง เมื่อเรามีการวางรั้วป้องกันที่ดี เอไอจะเป็นสิ่งที่เข้ามาช่วยวงการการศึกษาให้พัฒนาไปได้ดียิ่งขึ้นผ่านการสร้างประโยชน์ต่างๆ มากมาย ไม่ว่าจะเป็นทั้งตัวเตอร์ส่วนตัวและผู้ช่วยครู เอไอไม่ใช่สิ่งที่จะมาทำลายวงการการศึกษาอย่างที่สื่อหลายๆ พาดหัวกัน การใช้เอไอทำให้นักเรียนได้ลงมือ ‘สืบสวนสอบสวน’ ข้อมูลด้วยตัวเอง นักเรียนได้ค้นหาข้อมูลในมุมมองต่างๆ เกิดการตั้งคำถามปลายเปิด พร้อมทั้งไตร่ตรองว่าข้อมูลเหล่านั้นน่าเชื่อถือหรือไม่ ซึ่งทั้งหมดนี้เป็นส่วนสำคัญของการพัฒนาการคิดเชิงวิพากษ์ และ Sal Khan ผู้ก่อตั้งและซีโอโอของ Khan Academy องค์การการศึกษาที่ไม่แสวงหากำไร ได้กล่าวใน TED (2023) ว่า “ผมเชื่อว่าเรามาถึงจุดสูงสุดของการใช้เอไอสำหรับการเปลี่ยนแปลงเชิงบวกที่ใหญ่ที่สุดเท่าที่วงการการศึกษาเคยมีมา วิธีที่เราจะทำได้คือให้นักเรียนทุกคนบนโลกได้มีตัวเตอร์ส่วนตัวที่แม้ว่าจะเป็นปัญญาประดิษฐ์แต่น่าทึ่งมากเช่นกัน และเราก็จะให้ครูทุกคนบนโลกได้มีครูผู้ช่วยที่เป็นปัญญาประดิษฐ์ที่สุดยอด” แอปพลิเคชันมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่องและได้นำแอปพลิเคชันมาเป็นส่วนหนึ่งของการเรียนการสอน อำนวยความสะดวกให้ครูในการจัดการเรียนการสอนให้มีความสนุก รวมถึงช่วยให้ครูมีปฏิสัมพันธ์กับนักเรียนมากขึ้น (คณะกรรมการการจัดการเรียนรู้, 2562) การใช้งานแอปพลิเคชันถูกใช้อย่างแพร่หลายและเป็นที่ยอมรับมากก็คือ ระบบ iOS และ Android จึงทำให้เกิดการพัฒนา Application ลงบนสมาร์โฟนเป็นอย่างมาก ปัจจุบันแอปพลิเคชันมีการนำเทคโนโลยี AI ไปประยุกต์ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลและทำให้ผู้ใช้งานหรือ User ติดอกติดใจ และสร้างประสบการณ์ส่วนบุคคลให้เกิดขึ้นได้ โดยการนำเทคโนโลยี AI มาใช้งานกับแอปพลิเคชันในปัจจุบันช่วยยกระดับประสบการณ์ของผู้ใช้งานให้ดียิ่งขึ้น (รวบรวม 10 แอปพลิเคชันชื่อดังที่มีเทคโนโลยี AI อยู่เบื้องหลัง, 2021) โดยปัจจุบันแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ที่สามารถช่วยในการ

แก้ปัญหาที่มีอยู่หลายแอป เช่น Photomath , QANDA , Socratic , Mathway , Chat GPT , Alisa Ai เป็นต้น ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นนักเรียนได้ใช้ตัวช่วยเพื่อแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยในอดีตนักเรียนได้ใช้ “กฏแจกคณิตศาสตร์” ซึ่งเป็นการจัดทำเฉลยแบบฝึกหัดในแบบเรียนอย่างละเอียดทุกข้อ ปัจจุบันนักเรียนได้ใช้แอปพลิเคชันเพื่อช่วยแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งทั้งกฏแจกคณิตศาสตร์หรือแอปพลิเคชันที่ช่วยในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จะมีการแนะนำเทคนิคการคิดโจทย์แต่ละข้อ หากนักเรียนใช้ประโยชน์จากตัวช่วยดังกล่าวจะทำให้นักเรียนสามารถเรียนคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจจากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาโดยการใช้แอปพลิเคชันของนักการศึกษาหลายท่าน ได้แก่ Kartigeyan Saundarajan , Shairfah Osman , Mohd Fadzil Daud , Mohd Salleh Abu และ Mohamad Rasidi Pairan, (2020) ได้ศึกษาผลกระทบของแอปพลิเคชันมือถือ Photomath ต่อความสำเร็จและทัศนคติของการเรียนรู้สมการพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นในประเทศมาเลเซีย ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น 33 คน ผ่านการทดสอบก่อนและหลังและแบบสอบถาม ข้อมูลจากแบบทดสอบก่อนและหลังใช้เพื่อตรวจสอบประสิทธิภาพของนักเรียนหลังการใช้ Photomath มีการทดสอบคะแนนเฉลี่ยที่แตกต่างกันสำหรับการทดสอบก่อนและหลังการทดสอบ และใช้การทดสอบสมมติฐานโดยใช้การทดสอบที วิเคราะห์ข้อมูลจากแบบสอบถามโดยใช้สถิติเชิงพรรณนา การศึกษานี้พบว่า การประยุกต์ใช้โฟโตแมธช่วยเพิ่มการเรียนรู้สมการพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 อย่างมีนัยสำคัญ ส่วนความเชื่อและความพร้อมของผู้เข้าร่วมต่อ Photomath ยังอยู่ในระดับปานกลางและผลการศึกษาลักษณะการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้บาร์โมเดลร่วมกับแอปพลิเคชัน Photomath สูงกว่าก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับ (กรอบความรู้ทางคณิตศาสตร์ของ PISA 2021,2018) กรอบความรู้ทางคณิตศาสตร์ของ PISA 2021 และกรอบความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนหน้านี้ยังคงความสอดคล้องกัน โลกมีการเปลี่ยนแปลงและความต้องการให้พลเมืองที่รู้หนังสือทางคณิตศาสตร์ต้องใช้เหตุผลในทางคณิตศาสตร์มากกว่าการใช้เทคนิคการทำซ้ำทางคณิตศาสตร์

วิชาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาจะเป็นส่วนใหญ่นี้อาจจะมีลักษณะเป็นนามธรรม นักเรียนมักจะบ่นว่ายาก มักจะใช้วิธีลอกการบ้าน แต่ปัจจุบันเป็นยุคของสมาร์ตโฟนนักเรียนมีการใช้แอปพลิเคชันในการเฉลยแบบฝึกหัดและการบ้านโดยที่นักเรียนคัดลอกเฉลยโดยที่นักเรียนไม่ได้ทำความเข้าใจ ซึ่งจะส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและการเรียนรู้ในระดับชั้นที่สูงขึ้น ปัจจุบันนักเรียนมีการนำโทรศัพท์มาใช้ในการเรียนรู้ในโรงเรียน ทางโรงเรียนได้สนับสนุนการเรียนรู้นักเรียนโดยการติด

wifi ในทุกอาคารเรียนเพื่อสนับสนุนให้นักเรียนได้มีการสืบค้นข้อมูลในอินเทอร์เน็ต จึงหลีกเลี่ยงไม่ได้ที่นักเรียนจะใช้แอปพลิเคชันในการคัดลอกแบบฝึกหัดและการบ้าน

จากความสำคัญและปัญหาที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยผู้วิจัยหวังว่ากระบวนการดังกล่าวจะสามารถทำให้นักเรียนเกิดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สามารถเลือกแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นได้อย่างเหมาะสม นักเรียนสามารถนำแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ไปใช้ในเรื่องอื่นๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และสามารถพัฒนาการจัดการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพได้ดียิ่งขึ้น

คำถามของการวิจัย

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ควรมีวิธีการหรือแนวทางการจัดการเรียนรู้อย่างไร
2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ (AI) ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 อย่างไร

จุดมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ขอบเขตการวิจัย

1. ตัวแปรที่ศึกษา

1.1 ตัวแปรต้น ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์

1.2 ตัวแปรตาม ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มเป้าหมาย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ห้อง 1 ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 ของโรงเรียนขนาดกลางในจังหวัดอุดรธานี จำนวน 36 คน จำนวน 1 ห้องเรียน ที่ได้รับการคัดเลือกแบบเจาะจง (Purposive sampling)

3. ขอบเขตของเนื้อหา

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 12 ชั่วโมง ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) ของกระทรวงศึกษาธิการ โดยมีหัวข้อย่อยดังนี้

- | | |
|--|-----------------|
| 3.1 แนะนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร | จำนวน 2 ชั่วโมง |
| 3.2 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร | จำนวน 5 ชั่วโมง |
| 3.3 การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร | จำนวน 5 ชั่วโมง |

4. สิ่งที่ศึกษา

- 4.1 กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา
- 4.2 แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์
- 4.3 ความสามารถในการปัญหาทางคณิตศาสตร์

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่นำกระบวนการแก้ปัญหามาตามแนวคิดของโพลยามาใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจปัญหาอย่างถ่องแท้ในชั้นการสอน โดยผู้เรียนใช้ความรู้และประสบการณ์วางแผนและดำเนินการแก้ปัญหายอย่างเป็นระบบและมีประสิทธิภาพ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Polya 1957,P.16, อ้างอิงใน คณิตศร

พานิชและปรียา บุญญสิริ ,หน้า 6) ซึ่งมีขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) เป็นขั้นการวิเคราะห์ โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการมองไปที่ตัวปัญหาโดยพิจารณาว่าโจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง มีข้อมูลเพียงพอสำหรับการแก้ปัญหานั้นหรือไม่ และคำตอบของปัญหาจะอยู่ในรูปแบบใด จนกระทั่งสามารถสรุปปัญหาออกมาเป็นภาษาของตนเองได้ ถ้าหากยังไม่ชัดเจนในโจทย์ อาจใช้วิธีการต่าง ๆ ช่วย เช่น การวาดรูป เขียนแผนภูมิ หรือแยกแยะสถานการณ์โดยเขียนสาระของปัญหาด้วยถ้อยคำของนักเรียนเองแล้วแบ่งเงื่อนไขในโจทย์ออกเป็นส่วน ๆ ซึ่งจะช่วยให้เข้าใจโจทย์ปัญหามากขึ้น แล้วใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์โดยใช้แอปพลิเคชันสนทนา (AI chatbot) ในการตรวจสอบข้อมูลที่นักเรียนสร้างขึ้น ศึกษารูปแบบการนำเสนอการทำความเข้าใจในแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์

ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a Plan) เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาวัยวิธีใด จะแก้ปัญหายังไร นักเรียนต้องมองเห็นความสำคัญของข้อมูลต่าง ๆ ในโจทย์ปัญหาอย่างชัดเจนมากขึ้น จะต้องใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ แอปพลิเคชันใดในการช่วยเรียนรู้วิธีการหาคำตอบ แล้วพิจารณาข้อมูลหรือคำตอบที่ได้ว่ามีความสัมพันธ์กับโจทย์ที่กำหนดให้หรือไม่ หากไม่มีความสัมพันธ์กับโจทย์ที่กำหนดให้จะใช้แอปพลิเคชันใดที่มีความสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาเพื่อให้ได้ผลตามเป้าหมายของปัญหาของแอปพลิเคชันแบบต่าง ๆ

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the Plan) เป็นขั้นตอนที่ใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ในการเรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาแบบต่าง ๆ เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาแล้วนักเรียนทำความเข้าใจขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหาโดยอาศัยความรู้พื้นฐาน วิธีการคิด คำนวณ กฎ หรือสูตรที่เหมาะสม และตรวจสอบความเป็นไปได้คำตอบได้หรือค้นพบวิธีการแก้ปัญหาใหม่ และใช้แอปพลิเคชัน ปัญญาประดิษฐ์ในการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียนในแต่ละขั้นตอน

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล (Looking Back) เป็นขั้นตอนที่ผู้เรียนตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ เป็นการตรวจสอบเพื่อให้แน่ใจว่าผลลัพธ์ที่ได้ถูกต้องสมบูรณ์โดยพิจารณาและตรวจสอบดูว่าผลลัพธ์ถูกต้องและมีเหตุผลที่น่าเชื่อถือได้หรือไม่ โดยตรวจสอบเพื่อดูผลลัพธ์ที่ได้ตรงกันหรือไม่ โดยใช้การแทนค่าคำตอบ แล้วพิจารณาวิธีการแก้ปัญหาให้กะทัดรัดชัดเจนเหมาะสมขึ้นเพื่อนำมาพูดคุยแลกเปลี่ยนแนวคิด ขั้นตอนนี้ครอบคลุมถึงการมองไปข้างหน้าโดยใช้ประโยชน์จากวิธีการแก้ปัญหาที่ผ่านมาขยายแนวคิดในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการอื่น ๆ

2. แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ หมายถึง โปรแกรมหรือกลุ่มของโปรแกรมที่มีการผสมผสานปัญญาประดิษฐ์ ได้แก่ Photomath, Graspable Math, QANDA ,Gemini (Google brad) และ Alisa Ai โดยครูใช้ตัวอย่างในแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ในการนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาและใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ในการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ นักเรียนศึกษาตัวอย่างในแอปพลิเคชันควบคู่กับการทำแบบฝึกหัดจนทำให้บรรลุผลลัพธ์ ตอบโจทย์ของผู้เรียนในการช่วยแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ มาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่ผู้แก้ปัญหานำความรู้ความเข้าใจและประสบการณ์ที่ศึกษาจากแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์มาประยุกต์ในการหาวิธีการดำเนินการ การหาคำตอบของปัญหาในสถานการณ์ใหม่ ๆ ในการทำความเข้าใจปัญหา ระบุนิยามที่เกี่ยวข้องกับปัญหา เลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม นำวิธีที่เลือกมาปฏิบัติหาคำตอบและนำผลการดำเนินการมาวิเคราะห์ สรุปและสื่อสาร วัดได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และใบกิจกรรม ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยมุ่งวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยมีองค์ประกอบ 3 องค์ประกอบ ดังนี้

องค์ประกอบที่ 1 การคิด/แปลงปัญหา นักเรียนสามารถอ่าน ถอดความ ทำความเข้าใจคำถาม ภาระงาน รวมทั้งสามารถระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของสถานการณ์ปัญหาและระบุตัวแปรที่มีความสำคัญ โดยสามารถจัดรูปอย่างง่ายหรือแยกย่อยสถานการณ์หรือปัญหา โดยสามารถทำสถานการณ์หรือปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่าย สามารถวิเคราะห์และแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของการนำเสนอทางคณิตศาสตร์โดยใช้เครื่องหมายแทนลักษณะจำเพาะให้กับสถานการณ์ปัญหา ซึ่งสามารถให้เหตุผลและเข้าถึงข้อจำกัดและสมมติฐานในปัญหา ประกอบไปด้วยกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่

1.1 สามารถระบุประเด็นปัญหา คือ นักเรียนสามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการจากสถานการณ์ปัญหา

1.2 ทำสถานการณ์หรือปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่ายหรือแยกย่อยสถานการณ์เพื่อทำให้การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ง่ายขึ้น คือ นักเรียนสามารถเลือกส่วนสำคัญจากสถานการณ์ปัญหาเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา

1.3 ระบุตัวแปรที่สำคัญ พร้อมทั้งแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของการนำเสนอทางคณิตศาสตร์หรือการแสดงแทน คือ นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาและเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหาหรือนำเสนอทางคณิตศาสตร์หรือเขียนแสดงแทนได้

1.4 ให้เหตุผลสำหรับการระบุประเด็น ระบุตัวแปรที่สำคัญ หรือนำเสนอปัญหาในรูปแบบต่าง ๆ และสำหรับการแสดงแทนสถานการณ์ปัญหา คือ นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลว่าเพราะเหตุใดจึงกำหนดตัวแปรเช่นนั้นเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหาจากสถานการณ์

องค์ประกอบที่ 2 การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
นักเรียนเลือกวิธีการในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมและสอดคล้องกับสถานการณ์ นักเรียนสามารถแสดงวิธีการคำนวณ เพื่อหาผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์โดยสามารถนำเสนอวิธีการ ลำดับขั้นตอนในระหว่างการหาผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้ข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ ประกอบไปด้วยกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่

2.1 คิดและนำกลยุทธ์ในการหาวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปใช้ คือ นักเรียนสามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาอย่างเหมาะสม คิดและนำกลยุทธ์ในการหาวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สอดคล้องกับสถานการณ์ โดยนำตัวแปรทางคณิตศาสตร์มาจัดทำเป็นรูปแบบที่มีความสัมพันธ์กัน

2.2 นำกฎเกณฑ์ ขั้นตอน วิธีการ กระบวนการที่หลากหลายและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา คือ นักเรียนสามารถดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาผลลัพธ์

2.3 ให้เหตุผลสำหรับกระบวนการและขั้นตอนที่ใช้ในการกำหนดผลลัพธ์หรือวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ นักเรียนเรียนสามารถให้เหตุผลว่าเหตุใดจึงเลือกใช้กระบวนการหรือขั้นตอนดังกล่าวในการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้ผลลัพธ์

องค์ประกอบที่ 3 ติความและประเมิน นักเรียนสามารถตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ว่าคำตอบที่ได้มีความสมเหตุสมผลหรือไม่ และสามารถประเมินความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบไปด้วยกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่

3.1 ตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ของสถานการณ์ปัญหา คือ นักเรียนสามารถอธิบายผลลัพธ์ของสถานการณ์

3.2 ประเมินความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีการแก้ปัญหาในการแก้ปัญหา คือนักเรียนสามารถอธิบายความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีการแก้ปัญหา

3.3 อธิบายและให้เหตุผลว่า เหตุใดผลลัพธ์หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์จึงสมเหตุสมผลหรือไม่สมเหตุสมผลกับสถานการณ์ปัญหา

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัย เรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ต่อความสามารถในการปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของโรงเรียน (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551
 - 1.1 วิสัยทัศน์ หลักการ และจุดมุ่งหมายของหลักสูตรโรงเรียน
 - 1.2 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 1.3 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางคณิตศาสตร์
 - 1.4 คำอธิบายรายวิชา
2. ความสามารถในการปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.1 ความหมายของความสามารถในการปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.2 องค์ประกอบของความสามารถในการปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.3 การสอนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.4 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.5 กลวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.6 การส่งเสริมความสามารถในการปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.7 การประเมินความสามารถในการปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. การจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วม
 - 3.1 ความหมายของการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา
 - 3.2 หลักการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา
 - 3.3 บทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา
 - 3.4 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา
4. แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ (AI)
 - 4.1 ความหมายปัญญาประดิษฐ์ (AI)

- 4.2 แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ (AI)
- 4.3 การจัดการเรียนรู้โดยใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ (AI)
- 5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 5.1 งานวิจัยในประเทศ
 - 5.2 งานวิจัยในต่างประเทศ

หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของโรงเรียน (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551

1. วิสัยทัศน์ หลักการ และจุดหมายของหลักสูตรโรงเรียน

1.1 วิสัยทัศน์

บริหารจัดการด้วยระบบคุณภาพสู่มาตรฐานสากลบนพื้นฐานความพอเพียง

1.2 หลักการ

หลักสูตรโรงเรียนพุทธศักราช 2562 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2564) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มีหลักการที่สำคัญ ดังนี้

1. เป็นหลักสูตรการศึกษาเพื่อเป็นเอกภาพของชาติ มีจุดหมายและมาตรฐานการเรียนรู้เป็นเป้าหมายสำหรับพัฒนาเด็กและเยาวชนให้มีความรู้ ทักษะเจตคติ และคุณธรรม บนพื้นฐานของความเป็นไทยควบคู่กับความเป็นสากล
2. เป็นหลักสูตรการศึกษาเพื่อปวงชนที่ทุกคนมีโอกาสดำเนินการศึกษาอย่างเสมอภาคและมีคุณภาพ
3. เป็นหลักสูตรการศึกษาที่สนองการกระจายอำนาจให้สังคมมีส่วนร่วมในการจัดการศึกษาให้สอดคล้องกับสภาพและความต้องการของท้องถิ่น
4. เป็นหลักสูตรการศึกษาที่มีโครงสร้างยืดหยุ่นทางด้านสาระการเรียนรู้ เวลาและการจัดการเรียนรู้
5. เป็นหลักสูตรการศึกษาที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ
6. เป็นหลักสูตรการศึกษาสำหรับการศึกษาในระบบ นอกกระบบ และตามอัธยาศัย ครอบคลุมทุกกลุ่มเป้าหมายสามารถเทียบโอนผลการเรียนรู้และประสบการณ์

1.3 จุดหมาย

หลักสูตรโรงเรียนพุทธศักราช 2562 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2564) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มุ่งพัฒนาผู้เรียนให้เป็นคนดี มีปัญญา มีความสุข มีศักยภาพ

ในการศึกษาต่อและประกอบอาชีพ จึงกำหนดเป็นจุดหมายเพื่อให้เกิดกับผู้เรียนเมื่อจบการศึกษาขั้นพื้นฐาน ดังนี้

1. มีคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมที่พึงประสงค์ เห็นคุณค่าของตนเองมีวินัยและปฏิบัติตนตามหลักธรรมของพระพุทธศาสนาหรือศาสนาที่ตนนับถือหรือยึดหลักปรัชญาของเศรษฐกิจพอเพียง
2. มีความรู้ ความสามารถในการสื่อสาร การคิด การแก้ปัญหา การใช้เทคโนโลยีและมีทักษะชีวิต
3. มีสุขภาพกายและสุขภาพจิตที่ดี มีสุขนิสัย และรักการออกกำลังกาย
4. มีความรักชาติมีจิต ไทยและพลเมืองโลกยึดมั่นในวิถีชีวิตและการปกครองตามระบบประชาธิปไตยอันมีพระมหากษัตริย์ทรงเป็นประมุข
5. มีจิตสำนึกในการอนุรักษ์วัฒนธรรมและภูมิปัญญาไทย การอนุรักษ์และพัฒนาสิ่งแวดล้อมมีจิตสาธารณะมุ่งทำประโยชน์และสร้างสิ่งที่ดีงามในสังคมและอยู่ร่วมกันในสังคมอย่างมีความสุข

2. สาระและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กระทรวงศึกษาธิการ (2560, หน้า 2) ได้กำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 3 สาระ ดังนี้

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ อธิบายความสัมพันธ์ หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตและทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติ และใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

3. ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางคณิตศาสตร์

ตาราง 1 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางคณิตศาสตร์

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต		
มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์	ม.3/3 ประยุกต์ใช้ระบบสมการ	ระบบสมการ
สมการ อสมการ อธิบาย	เชิงเส้น สองตัวแปร ในการ	- ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
ความสัมพันธ์ หรือช่วย	แก้ปัญหาคณิตศาสตร์	- การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
แก้ปัญหาที่กำหนดให้		- การนำความรู้เกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปใช้ในการแก้ปัญหา

4. คำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คำอธิบายรายวิชาพื้นฐาน

รหัสวิชา ค23102 คณิตศาสตร์พื้นฐาน 6

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 เวลา 60 ชั่วโมง จำนวน 1.5 หน่วยกิต

ศึกษา วิเคราะห์ อธิบาย ฝึกทักษะการแก้ปัญหาในสาระต่อไปนี้

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร แนะนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร การแก้ระบบ

สมการเชิงเส้นสองตัวแปร การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

วงกลม มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม คอร์ดของวงกลม เส้นสัมผัสวงกลม

พีระมิด กรวย และทรงกลม ปริมาตรและพื้นที่ผิวของพีระมิด ปริมาตรและพื้นที่ผิวของ

กรวย ปริมาตรและพื้นที่ผิวของทรงกลม

ความน่าจะเป็น โอกาสของเหตุการณ์ ความน่าจะเป็น

อัตราส่วนตรีโกณมิติ ความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติ อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลมและการนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการแก้ปัญหา

โดยนำความรู้ ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายมาใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆได้อย่างเหมาะสม มีเหตุผลประกอบในการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอได้อย่างถูกต้อง ชัดเจนเชื่อมโยงความรู้ต่างๆในคณิตศาสตร์และนำความรู้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆและมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

เพื่อให้เกิดคุณลักษณะอันพึงประสงค์ สามารถทำงานอย่างมีระบบระเบียบ รอบคอบ รับผิดชอบมีวิจารณ์ญาณ มีความเชื่อมั่นในตนเอง มีความซื่อสัตย์สุจริตมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน รักความเป็นไทย มีจิตสาธารณะ พร้อมทั้งตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

ตัวชี้วัด

- ค 1.3 ม.3/3 ประยุกต์ใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- ค 2.1 ม.3/1 ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องพื้นที่ผิวของพีระมิด กรวย และทรงกลมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง
- ค 2.1 ม.3/2 ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องปริมาตรของพีระมิด กรวย และทรงกลมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง
- ค 2.2 ม.3/2 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง
- ค 2.2 ม.3/3 เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- ค 3.2 ม.3/1 เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่มและนำผลที่ได้ไปหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

รวมทั้งหมด 6 ตัวชี้วัด

ความสามารถในการปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. ความหมายของความสามารถในการปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นมาตรฐานหนึ่งในทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนควรจะเรียนรู้ ฝึกฝน และพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียน ได้มีนักวิชาการหลายท่านได้ให้ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (2551:24-27) ได้กล่าวถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่าความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์โจทย์ วางแผนและดำเนินการในการแก้โจทย์ปัญหา ตลอดจนหาคำตอบที่ถูกต้องของปัญหาที่กำหนดให้โดยใช้ทักษะการในการคิดคำนวณ ซึ่งประกอบไปด้วยความสามารถด้านต่าง ๆ ดังนี้

1. การทำความเข้าใจโจทย์ หมายถึง การแปลความจากโจทย์แล้วแยกแยะองค์ประกอบของโจทย์ เช่น สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ สิ่งที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอต่อการที่จะหาคำตอบหรือไม่ ข้อมูลใดบ้างที่ต้องการหาเพิ่ม
2. การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของโจทย์ หมายถึง การตั้งคำถามให้นักเรียนพิจารณาขั้นตอนการแก้โจทย์ เช่น ต้องทำขั้นตอนใดก่อน ใช้วิธีการใดหาคำตอบ เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างไร
3. การคำนวณหาคำตอบ หมายถึง การคำนวณหาคำตอบในแต่ละขั้นตอนและหน่วยของคำตอบ
4. การสรุปและรายงานผล หมายถึง การย้อนกลับไปตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของวิธีการหาคำตอบ

National Council of Teachers of Mathematics (2000) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ว่าเป็นการทำงานที่ยังไม่รู้วิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบในทันทีซึ่งการหาคำตอบของนักเรียนต้องนำความรู้ที่มีอยู่ไปเข้าสู่กระบวนการแก้ปัญหา ทำให้เกิดความรู้ใหม่ ๆ การแก้ปัญหาไม่ได้มีเป้าหมายเพียงแค่การหาคำตอบ แต่อยู่ที่วิธีการได้มาซึ่งคำตอบ นักเรียนควรได้รับการฝึกฝน ได้แก้ปัญหาที่ซับซ้อน และได้มีการสะท้อนความคิดในการแก้ปัญหาออกมาด้วย

Polya (1980) กล่าวไว้โดยสรุปว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการหาวิธีการ หรือทางออกในสิ่งที่เป็นอุปสรรค ยุ่งยาก ซึ่งไม่สามารถที่จะคิดหาคำตอบได้ในทันที การแก้ปัญหาเป็นสำเร็จของสติปัญญาซึ่งเป็นความสามารถเฉพาะของบุคคล

ทิสนา เขมมณี (2550 : 124-125) กล่าวว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การสังเกต ให้นักเรียนได้ศึกษาข้อมูล รับรู้และทำความเข้าใจในปัญหาจนสามารถสรุปและตระหนักในปัญหานั้น

2. การวิเคราะห์ ให้ผู้เรียนได้อภิปรายหรือแสดงความคิดเห็น เพื่อแยกแยะประเด็นปัญหา สภาพ สาเหตุ และลำดับความสำคัญของปัญหา

3. สร้างทางเลือก ให้ผู้เรียนแสวงหาทางเลือกในการแก้ปัญหาอย่างหลากหลาย ซึ่งอาจมีการทดลอง คำนวณ ตรวจสอบ เพื่อเป็นข้อมูลประกอบการทำกิจกรรมกลุ่ม และควรมีการกำหนดหน้าที่ในการทำงานให้แก่ผู้เรียน

4. เก็บข้อมูลประเมินทางเลือก ผู้เรียนปฏิบัติตามแผนงานและบันทึกการปฏิบัติงานเพื่อรายงานและตรวจสอบความถูกต้องของทางเลือก

5. สรุป ผู้เรียนสรุปความด้วยตนเองซึ่งอาจทำให้อารมณ์ของรายงานจากการค้นคว้าเอกสารข้างต้นสรุปได้ว่า กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย การทำความเข้าใจปัญหา การวิเคราะห์และวางแผนการแก้ปัญหา การดำเนินการตามแผนที่ได้วางไว้และการตรวจสอบ เพื่อค้นหาข้อสรุปของปัญหา

แอนเดอร์สันและพิงกรี (Andetson and Pingry, 1973 : 228) ให้คำจำกัดความว่า เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการวิธีการแก้ปัญหาหรือหาคำตอบ ซึ่งผู้ตอบจะทำได้ดีต้องมีวิธีการที่เหมาะสม ใช้ความรู้ประสบการณ์และการตัดสินใจโดยพร้อมมูล

สุวิทย์ มูลคำ (2554) กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหา คือ ความสามารถทางสมองที่จะคิดพิจารณาไตร่ตรองอย่างพินิจพิเคราะห์ถึงสิ่งต่าง ๆ ในการจัดภาวะที่ไม่สมดุลที่เกิดขึ้น โดยพยายามปรับตัวเอง หาหนทางคลี่คลาย ขจัดปัดเป่าประเด็นสำคัญให้กลับเข้าสู่ภาวะสมดุล

จากความหมายข้างต้นสรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหา คือ ความสามารถโดยการนำความรู้ ขั้นตอน/กระบวนการปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหาและประสบการณ์ที่มีอยู่มาใช้ในการคิดพิจารณาไตร่ตรองอย่างพินิจพิเคราะห์ถึงสิ่งต่าง ๆ เพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง

2. องค์ประกอบของความสามารถในการปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544, หน้า 31-33) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่สำคัญของการพัฒนาทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหาและส่งผลโดยตรงต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ปัจจัยสำคัญที่ส่งผลโดยตรงต่อความสามารถด้านนี้ คือ ทักษะการอ่าน และการฟัง เนื่องจากนักเรียนจะรับรู้ปัญหาได้จากการอ่าน และการฟัง เมื่อพบปัญหานักเรียนจะต้องทำความเข้าใจกับปัญหา ซึ่งต้องอาศัยองค์ความรู้เกี่ยวกับ ศัพท์ บทนิยาม มโนมติ และข้อเท็จจริงต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา ซึ่งแสดงถึงศักยภาพทางสมองของนักเรียนในการระลึกถึงและความสามารถนำมาเชื่อมโยงกับปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่ปัจจัยสำคัญอีกประการหนึ่งซึ่งช่วยให้การทำความเข้าใจปัญหาเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ คือ การรู้จักเลือกใช้กลวิธีมาช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การขีดเส้นใต้ข้อความสำคัญ การแบ่งวรรคตอน การจดบันทึกเพื่อแยกแยะประเด็นสำคัญ การเขียนภาพหรือแผนภูมิ การสร้างแบบจำลอง การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา การเขียนปัญหาใหม่ด้วยคำพูดของตนเอง

2. ทักษะในการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนได้ฝึกคิดแก้ปัญหาอยู่เสมอ นักเรียนมีโอกาสรู้พบปัญหาต่าง ๆ หลายรูปแบบซึ่งอาจจะมีโครงสร้างของปัญหาที่คล้ายคลึงกัน หรือแตกต่างกัน นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการเลือกใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อนำไปใช้ได้เหมาะสมกับปัญหา เมื่อเผชิญกับปัญหาใหม่ก็จะสามารถนำประสบการณ์เดิมมาเทียบเคียง พิจารณาว่าปัญหาใหม่นั้นมีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาที่ตนเองคุ้นเคยมาก่อนบ้างหรือไม่ ปัญหาใหม่นั้นสามารถแยกเป็นปัญหาย่อย ๆ ที่มีโครงสร้างของปัญหาลักษณะคล้ายคลึงกับปัญหาที่เคยแก้มาแล้วหรือไม่ สามารถใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหาใหม่นี้ได้บ้าง นักเรียนที่มีทักษะในการแก้ปัญหาก็จะสามารถวางแผนเพื่อกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็ว และเหมาะสม

3. ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการให้เหตุผล หลังจากที่ทำให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาและวางแผนในการแก้ปัญหาเรียบร้อยแล้ว ขั้นตอนต่อไปคือ การลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ ซึ่งในขั้นตอนนี้ปัญหาบางปัญหาก็จะต้องใช้การคิดคำนวณและในบางปัญหาก็จะต้องใช้กระบวนการให้เหตุผล การคิดคำนวณนับว่าเป็นองค์ประกอบที่สำคัญของการแก้ปัญหา เพราะถึงแม้ว่าจะทำความเข้าใจปัญหาได้อย่างแจ่มชัด และวางแผนแก้ปัญหาได้เหมาะสม แต่เมื่อลงมือแก้ปัญหาแล้วคิดคำนวณไม่ถูกต้อง การแก้ปัญหานั้นก็ถือว่าไม่ประสบผลสำเร็จ สำหรับปัญหาที่ต้องการคำอธิบายให้เหตุผล นักเรียนจะต้องอาศัยทักษะพื้นฐานในการเขียนและการพูด นักเรียนจะต้องมีความเข้าใจกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เท่าที่จำเป็นและเพียงพอในการนำไปใช้แก้ปัญหาในแต่ละระดับชั้น

4. แรงขับ เนื่องจากปัญหาเป็นสถานการณ์ที่แปลกใหม่ ซึ่งนักเรียนผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคย และไม่สามารถหาวิธีการหาคำตอบได้ในทันทีทันใด นักเรียนจะต้องคิดวิเคราะห์อย่างเต็มที่ เพื่อที่จะให้ได้คำตอบ นักเรียนผู้แก้ปัญหาจะต้องมีแรงขับที่จะสร้างพลังในการคิด ซึ่งแรงขับนี้เกิดขึ้นจากปัจจัยต่างๆ เช่น เจตคติ ความสนใจ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ความสำเร็จ ตลอดจนความซาบซึ้งในการแก้ปัญหา ซึ่งปัจจัยต่าง ๆ เหล่านี้ จะต้องใช้ระยะเวลาในการปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน โดยผ่านทางกิจกรรมต่าง ๆ ในการเรียนการสอน

5. ความยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาที่ดีจะต้องมีความยืดหยุ่นในการคิด คือ ไม่ติดยึดในรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย แต่จะยอมรับรูปแบบและวิธีการใหม่ ๆ อยู่เสมอ ความยืดหยุ่นเป็นความสามารถในการปรับกระบวนการคิดแก้ปัญหาโดยบูรณาการความเข้าใจ ทักษะ และความสามารถในการแก้ปัญหา ตลอดจนแรงขับที่มีอยู่เชื่อมโยงเข้ากับสถานการณ์ของปัญหาใหม่ สร้างองค์ความรู้ที่สามารถปรับใช้เพื่อแก้ปัญหาใหม่ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

6. ความรู้พื้นฐาน ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีความเชื่อมโยงกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ผู้แก้ปัญหาต้องมีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ดีพอและสามารถนำความรู้นั้นมาใช้อย่างสอดคล้องกับสาระของปัญหา จึงจะทำให้แก้ปัญหาได้

7. ระดับสติปัญญา มีความสัมพันธ์ทางบวกกับความสามารถในการแก้ปัญหา นักเรียนที่มีระดับสติปัญญาสูงมีความสามารถในการแก้ปัญหามากกว่านักเรียนที่มีระดับสติปัญญาต่ำ

8. การอบรมเลี้ยงดู นักเรียนที่มาจากครอบครัวซึ่งมีการอบรมเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตย เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น คิดและตัดสินใจด้วยตนเอง มีแนวโน้มที่จะมีความสามารถในการแก้ปัญหามากกว่านักเรียนที่มาจากครอบครัวที่เลี้ยงดูแบบปล่อยปละละเลยและแบบเข้มงวดกวดขัน

9. วิธีสอนของครู กิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นตัวนักเรียนโดยเปิดโอกาสให้นักเรียนคิดอย่างอิสระ มีเหตุผล ให้ความสำคัญกับความคิดของนักเรียน ย่อมจะส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหามากกว่ากิจกรรมการเรียนการสอนแบบที่ครูเป็นผู้บอกให้รู้

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้ และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในที่นี้ เน้นที่ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น และต้องการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน ได้แก่ความสามารถต่อไปนี้

1. การแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา คิดวิเคราะห์วางแผน แก้ปัญหา และเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม โดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ พร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง

2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการใช้รูป ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย สรุปผล และนำเสนอได้อย่าง ถูกต้อง ชัดเจน

3. การเชื่อมโยง เป็นความสามารถในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการ เรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื้อหาต่าง ๆ หรือศาสตร์อื่น ๆ และนำไปใช้ในชีวิตจริง

4. การให้เหตุผล เป็นความสามารถในการให้เหตุผล รับฟังและเหตุผลสนับสนุนหรือ โต้แย้งเพื่อนำไปสู่การสรุป โดยมีข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์รองรับ

5. การคิดสร้างสรรค์ เป็นความสามารถในการขยายแนวคิดที่มีอยู่เดิม หรือสร้างแนวคิด ใหม่เพื่อปรับปรุง พัฒนาองค์ความรู้

3. การสอนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สุวร กาญจนมยุร (2533 : 3 - 4) ได้กล่าวถึง เทคนิคการสอนทักษะการแก้โจทย์ปัญหาว่า ครูผู้สอนจะต้องฝึกนักเรียนให้มีความสามารถในเรื่องต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. ภาษา ได้แก่

1.1 ทักษะการอ่าน หมายถึง อ่านได้คล่อง ชัดเจน รู้จักแบ่งวรรคตอนได้ถูกต้องไม่ ว่าจะอ่านในใจหรืออ่านออกเสียงทักษะในการเก็บใจความ หมายถึง เมื่ออ่านข้อความของโจทย์ปัญหา แล้วสามารถแบ่งข้อความของโจทย์ได้ว่า ตอนใดเป็นข้อความของสิ่งที่กำหนดให้และข้อความตอนใด เป็นสิ่งที่โจทย์ถามหรือสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

1.2 รู้จักเลือกใช้ความหมายของคำถูกต้องตามเจตนาของโจทย์ปัญหานั้นผู้สอน จำเป็นต้องอธิบายความหมายของคำต่าง ๆ ให้นักเรียนทราบอย่างชัดเจนตลอดเวลาที่สอนคำใหม่และ ทบทวนความหมายของคำที่เรียนไปแล้วเสมอ

2. ความเข้าใจ ได้แก่

2.1 ทักษะจับใจความ กล่าวคือ อ่านโจทย์ปัญหาหลาย ๆ ครั้งแล้วสามารถจับ ใจความได้ว่า เรื่องอะไร โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง โจทย์ต้องการทราบอะไร

2.2 ทักษะตีความ คือ อ่านโจทย์ปัญหาแล้วสามารถตีความและแปลความได้ เช่น แปลความในใจโจทย์มาเป็นประโยคสัญลักษณ์ การบวก การลบ การคูณ การหารได้

2.3 ทักษะแปลความ คือ จากประโยคสัญลักษณ์ที่แปลความมาจากโจทย์ปัญหานั้นสามารถสร้างโจทย์ปัญหาใหม่ในลักษณะเดียวกันได้อีกหลายโจทย์ปัญหา

3. การคิดคำนวณ ได้แก่

3.1 ทักษะการบวกจำนวน

3.2 ทักษะการลบจำนวน

3.3 ทักษะการคูณจำนวน

3.4 ทักษะการหารจำนวน

3.5 ทักษะการยกกำลัง

3.6 ทักษะการแก้สมการ

นักเรียนจะต้องมีทักษะต่าง ๆ ดังกล่าวนี้อย่างดี คือ สามารถบวกจำนวนได้ถูกต้อง ลบจำนวนได้แม่นยำ และคูณ หาร ยกกำลังจำนวนต่าง ๆ ได้รวดเร็ว

4. การย่อความและสรุปความได้ครบถ้วนชัดเจน คือ ขั้นตอนแสดงวิธีทำ นักเรียนจำเป็นต้องฝึกทักษะ ดังต่อไปนี้

4.1 ทักษะในการย่อความ เพื่อเขียนข้อความจากโจทย์ปัญหาในลักษณะย่อความ ได้รัดกุม ชัดเจน ครบถ้วนตามประเด็นสำคัญ

4.2 ทักษะในการสรุปความ หมายถึง สามารถสรุปความจากสิ่งกำหนดให้มาเป็นความรู้ใหม่ได้ถูกต้อง

5. ฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา ได้แก่

5.1 ฝึกทักษะจากการแปลความ

5.2 ฝึกทักษะตามตัวอย่าง

5.3 ฝึกทักษะจากหนังสือ

เนอร์โบฟวิง และคลอสเมเยอร์ (Nerboving and Klausmeier. 1974 : 238 - 241) กล่าวว่าวิธีการสอนคณิตศาสตร์ที่พัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหา พอสรุปได้ 4 วิธีคือ

1. วิธีสอนแบบค้นพบ (Discovery Teaching) เป็นวิธีที่เน้นให้นักเรียนมีอิสระที่จะซักถามเลือกข้อมูลที่เป็นเมื่อตอบคำถามโดยไม่จำเป็นต้องมีครูสอน จุดเด่นของวิธีนี้คือก่อให้เกิดแรงจูงใจมาก

2. วิธีสอนโดยการอธิบาย (Expository Teaching) เป็นวิธีที่ครูเป็นผู้ควบคุมการสอนมุ่งป้อนความรู้ในเรื่องของมโนคติหรือทักษะโดยที่ครูจะอธิบายว่าจะค้นหาคำตอบได้อย่างไรและครูเป็นผู้ประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน

3. วิธีสอนแบบค้นพบโดยครูเป็นผู้ชี้แนะ (Directed Discovery Teaching) เป็นวิธีสอนที่ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกโดยจัดโครงสร้างและลำดับของประสบการณ์ในการเรียนรู้ให้นักเรียน ครูอาจสร้างปัญหาต่าง ๆ ซึ่งช่วยให้นักเรียนพัฒนาเทคนิคการแก้ปัญหาของตนเอง

4. วิธีผสมผสาน (Combination Method) เป็นวิธีที่ผสมผสานวิธีการสอนทั้งสามวิธีข้างต้น

4. กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

โพลยา (Polya.1973:40) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่พิจารณาถึงสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้และข้อมูลต่าง ๆ ที่จำเป็นต้องใช้ในการหาคำตอบ จะทำให้ผู้แก้ปัญหามีเป้าหมายที่ชัดเจน

2. ขั้นวางแผนในการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหามีต้องพิจารณาข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดมาให้แล้วใช้ความรู้ประกอบกับประสบการณ์ของผู้แก้ปัญหามาในการวางแผนเพื่อให้ได้วิธีการในการหาคำตอบของปัญหา

3. ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นขั้นที่ลงมือกระทำตามแผนที่วางไว้จนได้คำตอบของปัญหา

4. ขั้นตรวจสอบ เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหามีพิจารณาขั้นตอนต่าง ๆ ที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาว่าครบถ้วน ถูกต้องทุกขั้นตอนหรือไม่ และคำตอบที่ได้นั้นถูกต้องหรือไม่

ครูลิค และเรย์ (Krulik and Reys. 1980 : 280 - 281) ได้เสนอขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่พิจารณาว่า ข้อมูลและเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดมาให้ นั้นมีอะไรบ้าง สิ่งที่โจทย์บอกมานั้นเพียงพอสำหรับการแก้ปัญหาหรือไม่ และสิ่งที่โจทย์ถามนั้นคืออะไร

2. วางแผนในการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่หาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์บอกกับสิ่งที่โจทย์ถาม ค้นหาทฤษฎี กฎ สูตร นิยาม เพื่อนำมาใช้ในการวางแผนในการแก้ปัญหา

3. ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นที่ดำเนินการตามแผนไว้

4. ตรวจสอบ เป็นขั้นที่ตรวจสอบการดำเนินการแก้ปัญหาทั้งหมด และได้ผลเป็นไปตามที่ต้องการครบถ้วนหรือไม่

ทรูทแมน และลิชเทินเบิร์ก (Troutman and Lichtenberg. 1995:4-7) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหา 6 ขั้นตอน ซึ่งได้แนวคิดพื้นฐานจากกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ของโพลยา ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา ผู้แก้ปัญหาไม่เพียงแต่ทำความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ที่ปรากฏในปัญหาเท่านั้น แต่ต้องมีความรู้เกี่ยวกับสิ่งต่าง ๆ ในปัญหา สิ่งหนึ่งที่สำคัญในการทำทำความเข้าใจปัญหา คือการตั้งคำถามถามตนเองเพื่อให้เข้าใจปัญหาอย่างลึกซึ้ง

2. กำหนดแผนในการแก้ปัญหา โดยกำหนดอย่างน้อยที่สุดหนึ่งแผน การกำหนดแผนในการแก้ปัญหามากมาย ๆ แผน เป็นสิ่งที่มีประโยชน์เพราะสามารถเปรียบเทียบและเลือกใช้แผนที่คิดว่าน่าจะมีประสิทธิภาพมากที่สุด การกำหนดแผนเป็นการกำหนดยุทธวิธีที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา

3. ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาลงมือทำตามแผนที่กำหนดไว้ ซึ่งมีข้อเสนอแนะให้ทำงานเป็นกลุ่ม เพราะถ้าแต่ละคนดำเนินการตามแผนของตน คำตอบที่ได้สามารถนำมาตรวจสอบเปรียบเทียบกัน และได้เรียนรู้สิ่งที่แปลกใหม่จากเพื่อน ๆ ถ้าทุกคนในกลุ่มใช้แผนการแก้ปัญหาเดียวกันทั้งกลุ่มก็จะได้มีโอกาสช่วยเหลือกันแก้ปัญหาย่างรอบคอบในปัญหาที่มีความซับซ้อน เมื่อสามารถวางแผนแบ่งงานได้เป็นส่วน ๆ ผู้แก้ปัญหสามารถแบ่งกันทำงานตามแผนคนละส่วนแล้วนำมาประกอบกันจะทำให้งานสำเร็จลุล่วงเร็วและมีความสมบูรณ์

4. ประเมินแผนและคำตอบในขั้นตอนนี้ดำเนินการ โดย

- 4.1 พิจารณาว่าคำตอบมีความเป็นไปได้หรือมีความสมจริงหรือไม่
- 4.2 ตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้มีความสอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหา
- 4.3 ลองแก้ปัญหาใหม่โดยวางแผนใช้วิธีการอื่นแล้วเปรียบเทียบผลที่ได้
- 4.4 เปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับคำตอบของเพื่อน

5. ขยายปัญหา ผู้แก้ปัญหจะต้องค้นหารูปแบบทั่วไปของคำตอบของปัญหา ซึ่งต้องเข้าใจโครงสร้างของปัญหาอย่างชัดเจนจึงจะสามารถขยายปัญหาได้ การขยายปัญหาจะช่วยสร้างทักษะในการแก้ปัญหา การขยายปัญหาทำได้โดย

5.1 เขียนปัญหาที่คล้ายกับปัญหาเดิม

5.2 เสนอปัญหาใหม่ เพื่อที่ว่าผู้แก้ปัญหอาจจะค้นหารูปแบบทั่วไป กฎ หรือสูตรในการหาคำตอบ

6. บันทึกการแก้ปัญหา ผู้แก้ปัญหาที่ดีจะบันทึกการทำงานของเขไว้เพื่อที่จะได้สามารถรื้อฟื้นหรือทบทวนความพยายามของเขาได้ การจดบันทึกอาจเก็บข้อมูลจากการร่วมกันคิดร่วมกันทำ ซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาลงไป สิ่งที่ควรจดบันทึกได้แก่

6.1 แหล่งของปัญหา

6.2 ตัวปัญหาที่กำหนด

6.3 แนวคิดในการแก้ปัญหา หรือแบบแผนการคิดอย่างคร่าว ๆ

6.4 ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่จะนำมาใช้หรือสามารถ

6.5 ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการขยายผลการแก้ปัญหา

ทิสนา แหมมณี (2548 :46) ได้กล่าวถึงวิธีการแก้ปัญหาต่าง ๆ ว่า มีขั้นตอน

ขั้นที่ 1 สังเกต โดยให้นักเรียนได้ศึกษาข้อมูล รับรู้และทำความเข้าใจในปัญหาจนสามารถสรุป และตระหนักในปัญหานั้น ๆ

ขั้นที่ 2 วิเคราะห์ โดยให้นักเรียนได้อภิปราย หรือแสดงความคิดเห็นเพื่อแยกแยะประเด็นปัญหา สภาพ สาเหตุและลำดับความสำคัญของปัญหา

ขั้นที่ 3 สร้างทางเลือก โดยให้นักเรียนแสวงหาทางเลือกในการแก้ปัญหาอย่างหลากหลายซึ่งอาจมีการทดลอง ค้นคว้า ตรวจสอบ เพื่อเป็นข้อมูลประกอบการทำกิจกรรมกลุ่มและควรมีการกำหนดหน้าที่ในการทำงานให้นักเรียนด้วย

ขั้นที่ 4 เก็บข้อมูลประเมินทางเลือก โดยนักเรียนปฏิบัติตามแผนงานและบันทึกการปฏิบัติงาน เพื่อรายงานและตรวจสอบความถูกต้องของทางเลือก

ขั้นที่ 5 สรุป โดยนักเรียนสังเคราะห์ความรู้ด้วยตนเองซึ่งอาจจัดทำในรูปของรายงาน

สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย (2538 : 55) กล่าวถึง กระบวนการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นการมองไปที่ตัวปัญหา พิจารณาว่าปัญหานั้นต้องการอะไร ปัญหาที่กำหนดอะไรให้บ้าง มีสาระความรู้ใดที่เกี่ยวข้องบ้าง คำตอบของปัญหาจะอยู่ในรูปแบบใด การทำความเข้าใจปัญหาอาจใช้วิธีการต่าง ๆ ช่วย เช่น การเขียนรูปภาพ หรือแผนภูมิ

2. ขั้นวางแผน เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหадด้วยวิธีใด จะแก้ อย่างไร ปัญหาที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กับปัญหาที่เคยมีประสบการณ์ในการแก้มาก่อนหรือไม่ ขั้นวางแผนเป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาพิจารณาความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ในปัญหานั้นผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา ที่ผู้แก้ปัญหามีอยู่ กำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา

3. ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนที่ลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผนเพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ของแผนให้ชัดเจนแล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้หรือค้นพบวิธีการแก้ปัญหาใหม่

4. ขั้นตรวจสอบ เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหามองย้อนกลับไปหาละขั้นตอนต่าง ๆ ที่ผ่านมา เพื่อพิจารณาความถูกต้องของคำตอบและวิธีการแก้ปัญหามีวิธีแก้ปัญหายังอื่นอีกหรือไม่ พิจารณาปรับปรุงแก้ไขวิธีแก้ปัญหาก็ให้กะทัดรัด ชัดเจน เหมาะสมดีขึ้นกว่าเดิม

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, หน้า.55) กล่าวว่า กระบวนการแก้ปัญหามองย้อนกลับทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอนที่สำคัญ คือ

1. ขั้นทำความเข้าใจ เป็นการมองไปที่ตัวปัญหา พิจารณาว่าปัญหาต้องการอะไร ปัญหาที่กำหนดอะไรให้บ้าง มีสาระความรู้ใดเกี่ยวข้องบ้าง คำตอบของปัญหามองอยู่ในรูปแบบใด การทำความเข้าใจปัญหามองใช้วิธีการต่าง ๆ ช่วย เช่น การเขียนรูป การเขียนแผนภูมิ การเขียนสาระของปัญหามองด้วยถ้อยคำของตนเอง

2. ขั้นวางแผน เป็นขั้นตอนสำคัญที่ต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหามองด้วยวิธีใดจะแก้ปัญหามองอย่างไร ปัญหามองที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กับปัญหามองที่เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามองมาก่อนหรือไม่ ขั้นวางแผนเป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหามองพิจารณาความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ในปัญหามองผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหามองที่ผู้แก้ปัญหามองมีอยู่ กำหนดแนวทางในการแก้ปัญหามอง

3. ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนการลงมือตามแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้มาแผนเพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ของแผนให้ชัดเจนแล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งหาคำตอบได้หรือค้นพบวิธีการแก้ปัญหามองใหม่

4. ขั้นตรวจสอบ เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหามองย้อนกลับไปหาละขั้นตอนต่าง ๆ ที่ผ่านมาเพื่อพิจารณาปรับปรุงแก้ไขวิธีแก้ปัญหามองให้กะทัดรัด ชัดเจน เหมาะสมดีขึ้นกว่าเดิม ขั้นตอนนี้ครอบคลุมไปถึงการมองไปข้างหน้า โดยใช้ประโยชน์จากการแก้ปัญหามองที่ผ่านมา ขยายแนวคิดในการแก้ปัญหามองให้กว้างขวางขึ้นกว่าเดิม

สรุปได้ว่า กระบวนการแก้ปัญหามองทางคณิตศาสตร์แบ่งได้เป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นการอ่านและวาดภาพทำความเข้าใจปัญหามอง
2. ขั้นวางแผนและเลือกยุทธวิธี
3. ขั้นดำเนินการตามแผน
4. ขั้นการตรวจสอบคำตอบ

สิริพร ทิพย์คง (2545 :96 -97) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหามอง ซึ่งมีอยู่ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. การทำความเข้าใจปัญหามองหรือวิเคราะห์ปัญหามอง ผู้เรียนต้องแยกแยะว่าปัญหามองกำหนดอะไรมาให้ ปัญหามองต้องการให้หาอะไรหรือโจทย์ถามอะไร หรือโจทย์ต้องการให้พิสูจน์อะไร

2. การวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุด ซึ่งผู้เรียนต้องอาศัยทักษะในการนำความรู้หลักการ กฎ สูตรหรือทฤษฎีที่เรียนรู้แล้วมาใช้ เช่น การเขียนภาพลายเส้น การเขียนตาราง แผนภาพ ช่วยในการแก้ปัญหาบางครั้งในบางปัญหาอาจใช้ทักษะในการประมาณค่า การคาดเดาคำตอบมาประกอบด้วย

3. การดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่ได้วางไว้ ซึ่งอาจใช้ทักษะการคิดคำนวณหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การพิสูจน์

4. การทดสอบโดยการมองย้อนกลับ มีวิธีการอื่นในการหาคำตอบอีกหรือไม่ตลอดจนการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ

สถาบันการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546 : 80-81) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา ผู้แก้ปัญหจะต้องทำความเข้าใจกับปัญหาที่พบในประเด็นต่างๆ คือ (1) ปัญหาถามว่าอย่างไร (2) ให้ข้อมูลใดมาแล้วบ้าง และ (3) มีเงื่อนไขหรือต้องการข้อมูลเพิ่มเติมอีกหรือไม่ การวิเคราะห์ปัญหาจะช่วยให้เข้าใจปัญหาและทำให้กระบวนการแก้ปัญหาดำเนินไปอย่างราบรื่น การประเมินความเข้าใจปัญหาสามารถทำได้ด้วยการเขียนแสดงประเด็นต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา

2. วางแผนแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้เป็นการคิดวางแผนเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้ข้อมูลจากปัญหาที่ได้วิเคราะห์ไว้แล้วในขั้นตอนที่ 1 ประกอบกับข้อมูลและความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้นมาใช้ประกอบการวางแผนแก้ปัญหา

3. ดำเนินการแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้จะเป็นการลงมือแก้ปัญหาตามที่ได้วางแผนไว้แล้ว และรวมถึงการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบที่หาได้อีกด้วย ถ้าคำตอบไม่ถูกต้องก็ดำเนินการแก้ปัญหาใหม่อีกครั้ง โดยผู้เรียนจะต้องมองย้อนกลับไปทำความเข้าใจอีกครั้งว่ามีข้อบกพร่องประการใด

4. การตรวจสอบการแก้ปัญหา เป็นการประเมินการแก้ปัญหาในภาพรวมของการแก้ปัญหาทั้งด้านวิธีการแก้ปัญหา ผลการแก้ปัญหา การตัดสินใจ และการนำไปประยุกต์ใช้ ตลอดจนการมองย้อนกลับไปยังขั้นตอนต่างๆ เพื่อตรวจสอบว่ามีคำตอบหรือวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่น เพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไขวิธีแก้ปัญหาให้ชัดเจนและเหมาะสมยิ่งขึ้น ตลอดจนการขยายผลการแก้ปัญหาให้อยู่ในรูปของหลักการทั่วไปด้วย

5. กลวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เรย์และคณะ (Reys and et al. 2004 : 112) ได้เสนอกลวิธีที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ไว้ 10 ประการคือ

1. ปฏิบัติเพื่อออกไปจากปัญหา (Act it Out) เป็นกลวิธีที่นักเรียนได้สัมผัสกับสถานการณ์ของโจทย์ปัญหา และนักเรียนได้เรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาจากสถานการณ์นั้น
2. ใช้ภาพหรือแผนภาพ (Make a Drawing or Diagram) เป็นการเขียนภาพหรือแผนภาพของข้อมูลตามที่โจทย์กำหนดให้
3. ค้นหาแบบรูป (Look for Pattern) เป็นการใช้แบบรูปของจำนวนหรือรูปภาพที่โจทย์กำหนดให้ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา
4. สร้างตาราง (Construct a Table) เป็นการจัดระเบียบของข้อมูลในรูปแบบของตารางช่วยให้ผู้แก้โจทย์ปัญหามองเห็นแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหาได้
5. จำแนกทุกกรณีที่เป็นไปได้ (Identify all Possibilities) กลวิธีนี้มักใช้ร่วมกับกลวิธีสร้างตาราง และค้นหาแบบรูป ทำให้นักเรียนรู้ว่าคำตอบของโจทย์ปัญหาเป็นอะไรได้บ้าง
6. เดาและตรวจสอบ (Guess and Check) เป็นการคาดเดาคำตอบและตรวจสอบคำตอบที่ได้ ผู้แก้ปัญหามั่นใจว่าคำตอบที่ได้จากการเดาถูกต้องหรือไม่ จะต้องตรวจสอบคำตอบว่าเป็นไปตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดหรือไม่
7. ทำย้อนกลับ (Work Backward) เป็นการหาคำตอบโดยพิจารณาจากข้อมูลสุดท้ายที่โจทย์กำหนดมาให้ ช่วยในการหาคำตอบที่โจทย์ถาม
8. เขียนประโยคเปิด (Write an Open Sentence) เป็นการศึกษาหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในประโยคคำถาม ซึ่งมีลักษณะเหมือนคำทนาย เพื่อใช้ในการหาคำตอบ
9. แก้ปัญหาที่ง่ายกว่าหรือปัญหาที่คล้ายกัน (Solve a Simpler or Similar Problem) เป็นการกำหนดปัญหาขึ้นมาใหม่ที่มีลักษณะที่ง่ายกว่า หรือคล้ายคลึงกัน โดยมีโครงสร้างของปัญหาเหมือนเดิม แล้วนำวิธีการที่ใช้แก้โจทย์ปัญหาที่ง่ายกว่าหรือคล้ายกันไปแก้โจทย์ปัญหาเดิม
10. เปลี่ยนจุดมุ่งหมายของปัญหา (Change Your Point of View) เป็นการแก้โจทย์ปัญหาทีละตอน ทำให้ได้คำตอบของโจทย์ปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550 : 47) ได้กล่าวถึงยุทธวิธีของการการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังนี้

1. ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบเป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหากำหนดให้ผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้องนำมาใช้เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหา แล้วตรวจสอบความถูกต้อง ถ้าไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่โดยอาศัยประโยชน์จากความไม่ถูกต้องของการเดาครั้งแรก ๆ ใช้เป็นข้อมูลในการสร้างกรอบในการเดาครั้งต่อไปที่มีความชัดเจนขึ้นและเข้าถึงคำตอบของปัญหาได้เร็วขึ้น การเดาต้องเดาอย่างมีเหตุผล มีทิศทางเพื่อให้สิ่งที่เดาเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด

2. ยุทธวิธีประมาณคำตอบ

ในปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการคิดคำนวณ เมื่อกำหนดแนวทางและวิธีการคิดคำนวณได้แล้ว ในการหาคำตอบอาจใช้การประมาณค่าจำนวนต่าง ๆ ให้มีค่าใกล้เคียงจำนวนเต็มหน่วย จำนวนเต็มสิบ จำนวนเต็มร้อย หรือจำนวนเต็มอื่น ๆ แล้วแต่กรณี แล้วประมาณคำตอบจากการคิดคำนวณอย่างคร่าว ๆ ซึ่งสามารถดำเนินการได้ค่อนข้างรวดเร็วกว่าการคิดคำนวณตรง ๆ บันทึกคำตอบที่ได้จากการประมาณนี้ไว้ คำตอบที่ได้จากการประมาณจะช่วยให้มองเห็นภาพของคำตอบที่ต้องการและสามารถนำมาเปรียบเทียบกับคำตอบที่ได้จากการคำนวณตามปกติเพื่อตรวจสอบความเป็นไปได้ของคำตอบ และในปัญหาบางปัญหา ผลจากการประมาณคำตอบสามารถนำมาใช้เป็นข้อมูลในการหาคำตอบที่ต้องการได้

3. ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ

ศักยภาพในการแก้ปัญหาของนักเรียนมีข้อจำกัดจนกระทั่งเมื่อนักเรียนคุ้นเคยกับภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เด็กเล็กค่อยข้างจะมีความยากลำบากในการใช้สัญลักษณ์เพื่อแก้ปัญหา ทางเลือกที่ดีทางหนึ่งที่เป็นรูปธรรมมากกว่า คือ การใช้ภาพและแผนภาพสำหรับเด็กเล็กสามารถใช้ภาษาที่แทนด้วยรูปภาพในการบันทึกข้อสนเทศเกี่ยวกับการแก้ปัญหา เมื่อเด็กมีวุฒิภาวะขึ้นสิ่งที่แทนด้วยรูปภาพและแผนภาพจะเปลี่ยนไปเป็นตัวเลขและนิพจน์อย่างอื่นทางคณิตศาสตร์ การเขียนภาพหรือแผนภาพช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และบางครั้งสามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากเขียนภาพหรือแผนภาพนั้น

4. ยุทธวิธีตัวแบบ

ตัวแบบพบอยู่มากมายในคณิตศาสตร์ ตัวแบบมีประโยชน์สำหรับการแก้ปัญหาที่คุ้นเคยและไม่คุ้นเคย นักเรียนควรจะได้รับการกระตุ้นให้ใช้ตัวแบบที่เหมาะสมในการทำความเข้าใจ

และกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหา เราสามารถใช้สิ่งต่าง ๆ ในการสร้างตัวแบบของสถานการณ์ปัญหา

5. ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ

การลงมือทำเป็นยุทธวิธีแก้ปัญหาประเภทหนึ่งที่เป็นไปตามธรรมชาติ โดยปกติอาจทำคร่าว ๆ ก่อน ไม่เน้นความละเอียดและประณีต เพื่อให้เห็นภาพรวมของงานที่ทำ เป็นยุทธวิธีที่ดีที่ทำให้นักเรียนได้คิดผ่านการกระทำและทำให้มองเห็นภาพของสถานการณ์ที่เป็นรูปธรรมเข้าใจง่าย

6. ยุทธวิธีแจกแจงรายการหรือการสร้างตาราง

การแจกแจงรายการเป็นการนำเสนอสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา ได้แก่ ข้อมูลที่กำหนดกรณีต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นจากข้อมูลที่กำหนด โดยนำเสนอให้เป็นระบบ มีระเบียบ ครบถ้วนเป็นหมวดหมู่ ป้องกันการเสนอซ้ำซ้อน อาจนำเสนอในรูปตาราง เพื่อให้การพิจารณาใช้ประโยชน์จากข้อมูลทำได้สมบูรณ์ การแจกแจงรายการอาจนำเสนออย่างครบถ้วนทุกประเด็น เมื่อมีกรณีต่าง ๆ ที่จะนำเสนอมีจำนวนจำกัดหรืออาจนำเสนอเพียงบางรายการที่จำเป็นและเพียงพอต่อการหาคำตอบของปัญหาก็ได้

7. ยุทธวิธีสร้างตาราง

เป็นการจัดกระทำกับข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้เป็นระบบมีระเบียบ โดยนำมาเขียนลงในตารางช่วยให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล ซึ่งนำไปสู่การหาคำตอบที่ต้องการการใช้ยุทธวิธีสร้างตารางในการแก้ปัญหามathematics มีประเด็นที่ควรพิจารณา ดังนี้

- 7.1 สร้างตารางเพื่อแสดงกรณีต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ทั้งหมด
- 7.2 สร้างตารางเพื่อแสดงกรณีที่เป็นไปได้บางกรณี
- 7.3 สร้างตารางเพื่อค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด (หรือมากกว่า)
- 7.4 สร้างตารางเพื่อค้นหานัยทั่วไปของความสัมพันธ์

8. ยุทธวิธีค้นหาแบบรูป

แบบรูปเป็นสิ่งที่ปรากฏอยู่ในธรรมชาติและเป็นเรื่องที่มนุษย์สร้างขึ้น แบบรูปเป็นสาระสำคัญที่เด่นชัดในคณิตศาสตร์ การค้นหาและการใช้แบบรูปสามารถประยุกต์ได้อย่างกว้างขวางในการแก้ปัญหามathematics ได้เล็ก ๆ สามารถค้นหาและพรรณนาแบบรูปได้จากการร้อยลูกปัด การเล่นไม้บล็อก ในระดับประถมศึกษาเด็กสามารถค้นหาและอธิบายแบบรูปของจำนวน เช่น 2, 4, 6, 8, ... ; 30, 27, 24, 21, ... นักเรียนที่มีวุฒิภาวะสูงกว่าจะทำกิจกรรมเกี่ยวกับแบบรูปที่เป็นนามธรรมและมีความซับซ้อนได้ดีกว่า

9. ยุทธวิธีเปลี่ยนมุมมอง

การเปลี่ยนมุมมองดูเหมือนจะเป็นแนวทางการคิดมากกว่าที่จะเป็นยุทธวิธียุทธวิธีนี้ บางทีเรียก “หยุดคิดก่อน” (Breaking Out) เพราะว่าผู้แก้ปัญหาต้องหยุดคิดมองปัญหาให้รอบด้าน หาวิธีหามุมมองของปัญหาใหม่ ซึ่งอาจแปลกแยกไปจากวิธีปกติธรรมดา

10. ยุทธวิธีนึกถึงปัญหาที่คล้ายกัน

เมื่อเผชิญกับปัญหา สิ่งหนึ่งที่ผู้แก้ปัญหาควรกระทำคือ การพิจารณาว่าปัญหานี้ คล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่ ถ้าเป็นปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อน หรือมีบางส่วน ของปัญหาคลายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อน ผู้แก้ปัญหาต้องคิดทบทวนถึงวิธีการหรือยุทธวิธีที่เคยใช้ แล้วพิจารณาเพื่อนำมาประยุกต์ใช้กับปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่

11. ยุทธวิธีทำปัญหาให้ง่ายหรือแบ่งปัญหาย่อย

ปัญหาบางปัญหามีเหมือนเป็นปัญหาใหม่ อาจเป็นด้วยขนาดของจำนวนหรือความ ซับซ้อนของปัญหา การทำปัญหาให้ง่ายลงจะช่วยให้สามารถกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาและนำ แนวคิดนั้นมาใช้แก้ปัญหาที่กำหนดได้ วิธีการหนึ่งในการทำปัญหาได้ง่าย คือการแบ่งปัญหออกเป็น ส่วน ๆ หรือเริ่มต้นด้วยปัญหาที่มีระดับความซับซ้อนน้อยลง การทำปัญหาให้ง่ายสามารถนำมาใช้ เพื่อให้สามารถค้นหาแบบรูปของคำตอบได้

12. ยุทธวิธีใช้ตัวแปร

การแก้ปัญหาด้วยวิธีนี้กระทำโดยสมมติตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า สร้าง ความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ตามเงื่อนไขที่ปัญหากำหนดกับตัวแปรที่สมมติขึ้น แล้วพิจารณาหา คำตอบของปัญหาจากความสัมพันธ์ที่สร้างขึ้น ปัญหาบางปัญหาสามารถสร้างความสัมพันธ์ในรูป สมการที่สอดคล้องกับปัญหาได้ การแก้ปัญหาลักษณะนี้ทำโดยแก้สมการแล้วพิจารณาความเป็นไปได้ จากคำตอบของสมการนั้น

13. ยุทธวิธีให้เหตุผล

การให้เหตุผลในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการใช้ข้อมูลต่าง ๆ ที่กำหนดใน ปัญหาผนวกกับข้อความรู้ที่ทราบมาก่อนเป็นเหตุบังคับไปสู่ผลซึ่งเป็นคำตอบของปัญหาและมักใช้ ร่วมกับยุทธวิธีอื่น ๆ

14. ยุทธวิธีทำย้อนกลับ

ยุทธวิธีทำย้อนกลับเป็นยุทธวิธีเฉพาะซึ่งสามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาบางปัญหา โดยที่การแก้ปัญหาเริ่มต้นจากสิ่งที่ปัญหากำหนดให้แล้วหาความเชื่อมโยงไปสู่สิ่งที่ปัญหาต้องการทำได้ ค่อนข้างยาก แต่ว่าการเริ่มต้นพิจารณาจากสิ่งที่ปัญหาต้องการแล้วหาความเชื่อมโยงย้อนกลับไปสู่สิ่ง

ที่ปัญหากำหนดให้ทำได้ง่ายกว่า เป็นยุทธวิธีที่มีคุณค่าสำหรับนักเรียนในการเรียนรู้เป็นวิธีการที่ชาญฉลาดในการช่วยให้นักเรียน ได้พัฒนาทักษะการให้เหตุผล เป็นยุทธวิธีที่ใช้การคิดวิเคราะห์จากผลไปหา

ในการแก้ปัญหานั้น ขั้นตอนที่ต้องถือว่ามีความสำคัญมากคือ การวางแผนเป็นขั้นตอนที่บุคคลผู้แก้ปัญหจะต้องใช้ทักษะ ความรู้ ความสามารถและประสบการณ์ที่มีอยู่ประมวลเข้ากับข้อมูลต่าง ๆ ที่กำหนดในสถานการณ์ปัญหา เพื่อกำหนดแนวทางหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญห ซึ่งถ้าบุคคลที่ได้รับการฝึกฝนอยู่เสมอจนมีทักษะในการแก้ปัญหเพียงพอ เมื่อเผชิญกับปัญหาก็จะสามารถนำประสบการณ์ที่สั่งสมออกมาปรับใช้ได้สอดคล้องกับสถานการณ์ของปัญหา

6. การส่งเสริมความสามารถในการโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคนอง (2553) กล่าวถึง ความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหาและวิเคราะห์แนวทางในการแก้ปัญห
2. ประเมินกระบวนการแก้ปัญหที่ใช้ว่าเหมาะสมและมีประสิทธิภาพเพียงใดและประเมินความสมเหตุสมผลหรือความถูกต้องของคำตอบที่ได้
3. พิสูจน์และแปลความหมายผลที่ได้จากการแก้ปัญหโดยคำนึงถึงปัญหาดั้งเดิม
4. พัฒนาและใช้กลวิธีแก้ปัญหที่หลากหลายโดยเน้นปัญหาหลายขั้นตอนและปัญหาที่ไม่คุ้นเคย
5. ปรับเปลี่ยนและขยายความเกี่ยวกับวิธีแก้ปัญหใช้แนวคิดในการหาคำตอบและกลวิธีแก้ปัญหากับปัญหาใหม่
6. บูรณาการกลวิธีแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหในและนอกห้องเรียน
7. สร้างปัญหาและสถานการณ์จากชีวิตประจำวันในและนอกห้องเรียน และตระหนักถึงความสำคัญของปัญหาเหล่านั้น
8. ใช้กระบวนการสร้างแบบจำลองหรือตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตจริง
9. มีความมั่นใจในการใช้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย

7. การประเมินความสามารถในการปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในการวัดผลคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะข้อสอบที่เป็นอัตนัย การตรวจคำตอบของนักเรียนว่าถูกต้องหรือไม่ ถ้าคำตอบถูกต้องจะได้คะแนนเต็ม แต่ถ้าไม่ถูกต้องจะให้ 0 คะแนน แม้ว่าวิธีทำจะมีส่วนถูกต้อง มีผลทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกที่ไม่ดี หรือมีทัศนคติในทางลบต่อวิชาคณิตศาสตร์ ดังนั้น การตรวจให้คะแนนควรเป็นไปตามความสามารถของนักเรียนในทุกขั้นตอนโดยเฉพาะการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ ซึ่งจำเป็นจะต้องให้นักเรียนแสดงขั้นตอนของการคิดคำนวณตั้งแต่เริ่มต้นจนแก้ปัญหาสำเร็จจะต้องให้คะแนนทุกขั้นตอน การที่นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้แม้จะได้คำตอบที่ไม่ถูกต้อง 100% ก็สมควรให้คะแนนตามความถูกต้องลดหลั่นไปตามความเหมาะสม

สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2547 : 22 - 25) ได้รวบรวมแนวทางการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ไว้ ซึ่งนำเสนอเกณฑ์การให้คะแนน 3 แบบ ดังนี้

แบบที่ 1 การให้คะแนนตามรูปแบบของ Waiter Szetele

ให้ 0 คะแนน	ถ้าเด็กไม่ได้แสดงวิธีคิดแก้ปัญหาได้เลย กระดาษคำตอบอาจว่างเปล่า ไม่มีการตอบคำถาม หรือแสดงวิธีการแก้ปัญหาเอาไว้เลย
ให้ 1 คะแนน	ถ้าเด็กได้พยายามตอบคำถาม แต่คำถามที่ให้ไม่มีเหตุผล หรือตอบไม่ตรงคำถาม
ให้ 2 คะแนน	ถ้าเด็กได้แสดงให้เห็นว่ามีความเข้าใจในตัวคำถาม สามารถตอบคำถามได้บ้างแต่ไม่สมบูรณ์ มีวิธีทำที่ยังมีความสับสนอยู่
ให้ 3 คะแนน	ถ้าเด็กเข้าใจคำถามได้ดี สามารถตอบคำถามได้ถูกต้อง มีเหตุผลสมควรการอ้างอิงถูกต้องแต่วิธีทำยังขาดความสมบูรณ์ ขาดความสัมพันธ์ระหว่างขั้นตอนต่าง ๆ หรือมีข้อผิดพลาดบกพร่องบ้าง
ให้ 4 คะแนน	ถ้าเด็กเข้าใจคำถามดี ตอบคำถามและแสดงวิธีทำในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ มีเหตุผลและอ้างอิงถูกต้อง

แบบที่ 2 การให้คะแนนตามรูปแบบของ Randall Charles ซึ่งเป็นเกณฑ์การให้คะแนน

แบบแยกส่วน ในแต่ละข้อมีคะแนนเต็ม 6 คะแนน ซึ่งแบ่งให้คะแนนออกเป็น 3 ตอน แต่ละตอนมีคะแนนเต็ม 2 คะแนน

ตอนที่ 1 การประเมินความเข้าใจปัญหา

ให้ 0 คะแนน	ถ้าไม่เข้าใจปัญหาเลย
ให้ 1 คะแนน	ถ้าเข้าใจปัญหาเพียงบางส่วน หรือเข้าใจไม่ถูกต้อง หรือแปลความหมายบางส่วนผิดพลาด

ให้ 2 คะแนน ถ้าเข้าใจปัญหาถูกต้องสมบูรณ์

ตอนที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา

ให้ 0 คะแนน ถ้าไม่มีความพยายามในการวางแผน หรือวางแผนไม่ถูกต้อง ไม่ได้มีแนวทางในการแก้ปัญหาได้เลย

ให้ 1 คะแนน ถ้าการวางแผนมีส่วนถูกต้องอยู่บ้าง สามารถนำปัญหามาบางส่วนมา กำหนดเป็นขั้นตอน เพื่อใช้วิธีแก้ปัญหาได้

ให้ 2 คะแนน ถ้าสามารถวางแผนแก้ปัญหาได้เหมาะสม นำไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่างสมบูรณ์

ตอนที่ 3 การได้คำตอบ

ให้ 0 คะแนน ถ้าไม่มีคำตอบหรือมีคำตอบที่ผิด ๆ หลงทางเนื่องจากการวางแผน ที่ผิดพลาดแต่แรก

ให้ 1 คะแนน ถ้ามีการเขียนคำตอบ หรือวิธีทำที่ผิด เนื่องจากการลอกใจหัดผิด คำนวนผิด ทำให้ได้คำตอบผิด แต่มีความเข้าใจถูกต้องอยู่บ้าง คำตอบบางส่วนมีความถูกต้อง

ให้ 2 คะแนน ถ้าคำตอบถูกต้อง เขียนอธิบายวิธีทำถูกต้องสมบูรณ์

แบบที่ 3 การให้คะแนนตามรูปแบบของ Charies, Lester และ O'Deffer เป็นการให้คะแนนแบบภาพรวม โดยกำหนดให้คะแนนเต็ม 4 คะแนน ถ้าสามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องอย่างน้อยต่าง ๆ กัน จะได้คะแนนลดหลั่นกันตามส่วน ดังนี้

ให้ 0 คะแนน ถ้านักเรียนไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้เลย แม้จะมีรอยขีดเขียน อยู่บ้างแต่ไม่ได้ใกล้เคียง หรือลู่ทางที่จะนำไปสู่การแก้ปัญหาได้

ให้ 1 คะแนน ถ้านักเรียนมีความเข้าใจในโจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง ได้แสดงการคิด คำนวนที่ถูกต้องบ้างเล็กน้อยแสดงให้เห็นว่าวิธีทำที่ถูกต้องแต่ไม่สามารถทำจนสำเร็จได้

ให้ 2 คะแนน ถ้ามีการคำนวณที่ถูกต้อง ได้แสดงวิธีทำไว้อย่างมีเหตุผล แต่ รายละเอียดของการคำนวณยังผิดอยู่ ส่วนใหญ่เป็นการผิดพลาด จากการเข้าใจผิดหรือมีความบกพร่องในขั้นตอนการคำนวณ

ให้ 3 คะแนน ถ้าสามารถสร้างโจทย์ปัญหาได้เกือบถูกต้องสมบูรณ์ วิธีการทำ ถูกต้องตามขั้นตอนต่าง ๆ แต่มีข้อผิดพลาดบกพร่องใน รายละเอียดบางประการ เช่น ไม่ระบุเงื่อนไขที่จะเป็นการประกอบ

คำอธิบาย หรือวิธีทำที่ถูกต้อง
ให้ 4 คะแนน ถ้าความถูกต้องทั้งวิธีทำ และรายละเอียดของการคิดคำนวณ
จากเกณฑ์การให้คะแนนข้างต้น จะพบว่าหากครูผู้สอนจะนำไปใช้
เป็นเกณฑ์พิจารณาประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ครู
เองก็จะมีมาตรฐานในการให้คะแนน มีเกณฑ์การให้คะแนนที่เป็น
รูปธรรมมากขึ้นและนักเรียนได้รับความเป็นธรรมมากขึ้น

ได้มีนักวิชาการหลายท่าน กล่าวถึง การวัดและประเมินผลของความสามารถในการ
แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

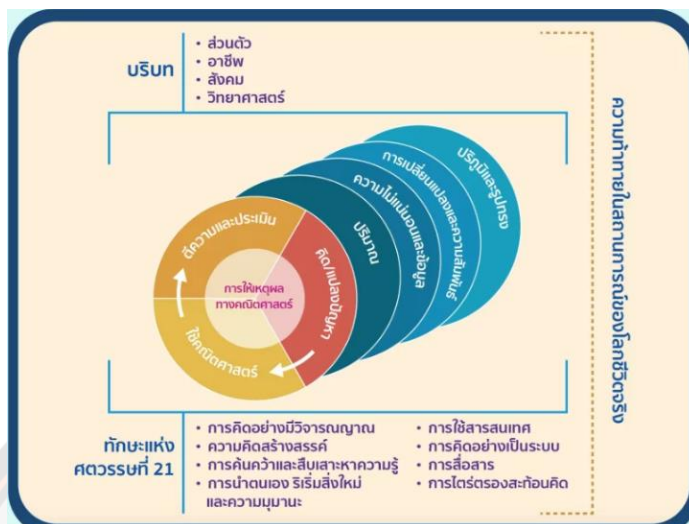
โพลยา (Polya, 1973) เสนอรูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์ประกอบด้วยขั้นตอนและรายละเอียด ดังต่อไปนี้

- 1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา หลังจากอ่านโจทย์แล้วจะต้องบอกได้ว่า โจทย์กำหนด
อะไรมาให้ ต้องการทราบอะไร และข้อเท็จจริงเป็นอย่างไร
- 2) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ใช้เงื่อนไขความเป็นจริงในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งลำดับ
ขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง
- 3) ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา ความสามารถในการสร้างตาราง เขียนไดอะแกรมเขียน
สมการหรือประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และทักษะการคำนวณ
- 4) ขั้นตรวจคำตอบ การพิจารณาความสมเหตุสมผล และการสรุปความหมายของ
คำตอบ

กรอบโครงสร้างการประเมินความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ PISA 2003 และ PISA 2012 มี
ขอบเขตการประเมิน 3 ด้าน ได้แก่ 1) กระบวนการทางคณิตศาสตร์ 2) เนื้อหาคณิตศาสตร์ และ 3)
สถานการณ์หรือบริบท (contexts) และในปี 2021 มีกรอบการประเมินคณิตศาสตร์ 3 องค์ประกอบ
ได้แก่

1. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Mathematical reasoning) และการแก้ปัญหา
(Problem solving) ที่บุคคลใช้เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาโดยใช้
ความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์
2. เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematical content) ที่บุคคลนำมาใช้ในการแก้ปัญหา
3. บริบท (Context) เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริงและทักษะที่สำคัญสำหรับ
ศตวรรษที่ 21 ซึ่งสัมพันธ์กับความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์

โดยแต่ละองค์ประกอบมีความสัมพันธ์กันดังนี้



ภาพ 1 ความสัมพันธ์ระหว่างการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ กระบวนการแก้ปัญหา
เนื้อหาคณิตศาสตร์ บริบท และทักษะแห่งศตวรรษที่ 21 ตามกรอบการประเมิน
คณิตศาสตร์ PISA 2022

ที่มา : PISA Thailand สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2565.

(<https://pisathailand.ipst.ac.th/infographics-pisa2022-math-framework/>)

จากรูปข้างต้น แสดงให้เห็นว่านักเรียนต้องสามารถนำความรู้จากเนื้อหาทางคณิตศาสตร์มาใช้แก้ปัญหาในบริบทที่ท้าทายหรือแก้ปัญหาที่พบเจอในชีวิตจริง เริ่มตั้งแต่การแปลงสถานการณ์ปัญหาให้อยู่ในรูปแบบที่สามารถใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ ใช้หลักการ วิธีการ และเลือกใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหานั้น จากนั้นตีความและประเมินผลลัพธ์ให้อยู่ในบริบทของชีวิตจริง ซึ่งในแต่ละกระบวนการแก้ปัญหามันต้องอาศัยการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น รวมถึงคิดอย่างไตร่ตรองถึงกระบวนการแก้ปัญหาและผลลัพธ์ที่ได้จากการประเมินและตัดสินใจที่น่าเชื่อถือของข้อมูล นอกจากนี้ ในการแก้ปัญหา นักเรียนยังต้องอาศัยแนวคิดเชิงคำนวณ (Computational thinking) มาประยุกต์ใช้ ซึ่งประกอบด้วย การพิจารณารูปแบบ การแบ่งปัญหาใหญ่เป็นปัญหาย่อย การเลือกใช้เครื่องมือคำนวณที่สามารถช่วยในการวิเคราะห์หรือแก้ปัญหา และการออกแบบขั้นตอนวิธีในการแก้ปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้เสนอเกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีขั้นตอนในการดำเนินการ 4 ขั้นตอนคือ การทำความเข้าใจปัญหาการวางแผน การดำเนินการแก้ปัญหา การตรวจสอบความถูกต้อง การประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยกำหนดเกณฑ์การประเมินผลแบบวิเคราะห์ที่แบ่งเป็นระดับคุณภาพเป็น 3 ระดับ คือ 1 ระดับดี 2 ระดับพอใช้ และ 3 ระดับต้องปรับปรุง ดังนี้

ตาราง 2 เกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เกณฑ์การประเมิน	คะแนน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
1. ความเข้าใจปัญหา	3	ดี	เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
	2	พอใช้	เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องเพียงบางส่วน
	1	ต้องปรับปรุง	เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา
2. การเลือกยุทธวิธี การแก้ปัญหา	3	ดี	เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง เหมาะสม และสอดคล้องกับปัญหา
	2	พอใช้	เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ ยังไม่เหมาะสมหรือไม่ครอบคลุมประเด็นของ ปัญหา
	1	ต้องปรับปรุง	เลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่ สามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้
3. การดำเนินการ แก้ปัญหา	3	ดี	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง และ แสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่าง ชัดเจน
	2	พอใช้	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง แต่ การแสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ ชัดเจน
	1	ต้องปรับปรุง	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ถูกต้อง หรือไม่ แสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา

เกณฑ์การประเมิน	คะแนน	ระดับ คุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
4. การสรุปคำตอบ	3	ดี	สรุปคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์
	2	พอใช้	สรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน หรือสรุปคำตอบไม่ครบถ้วน
	1	ต้อง ปรับปรุง	ไม่มีการสรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง

ตาราง 3 เกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
องค์ประกอบที่ 1 การคิด/แปลงปัญหา

เกณฑ์การประเมิน คิด/แปลงปัญหา	คะแนน	ระดับ คุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
1. สามารถระบุ ประเด็นปัญหา	2	ดีมาก	ระบุประเด็นปัญหาของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ สามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการจากสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้องสมบูรณ์
	1	ดี	ระบุประเด็นปัญหาของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ สามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการจากสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน
	0	ต้อง ปรับปรุง	ไม่สามารถระบุประเด็นปัญหาของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ไม่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการจากสถานการณ์ปัญหาได้
2. ทำสถานการณ์ หรือปัญหาให้อยู่ใน รูปอย่างง่ายและแยก ย่อยสถานการณ์	2	ดีมาก	เลือกส่วนสำคัญจากสถานการณ์ปัญหาเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา ทำสถานการณ์หรือปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่ายหรือแยกย่อยสถานการณ์ เพื่อให้การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ง่ายขึ้นได้ถูกต้องครบถ้วน

เกณฑ์การประเมิน คิด/แปลงปัญหา	คะแนน	ระดับ คุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
	1	ดี	เลือกส่วนสำคัญจากสถานการณ์ปัญหาเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา ทำสถานการณ์หรือปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่ายหรือแยกย่อยสถานการณ์ เพื่อให้การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ง่ายขึ้น ได้ถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน
	0	ต้อง ปรับปรุง	ไม่สามารถเลือกส่วนสำคัญจากสถานการณ์ปัญหาเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาและไม่สามารถทำสถานการณ์หรือปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่ายหรือแยกย่อยสถานการณ์เพื่อให้การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ได้
3. ระบุตัวแปรที่สำคัญ พร้อมทั้งแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของการนำเสนอทางคณิตศาสตร์หรือการแสดงแทน	2	ดีมาก	ระบุตัวแปรแทนประเด็นปัญหาได้ครบถ้วนทั้งสองตัวแปร หรือแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของการนำเสนอทางคณิตศาสตร์หรือการแสดงแทนได้อย่างถูกต้อง ครบถ้วน
	1	ดี	ระบุตัวแปรแทนประเด็นปัญหาได้บางส่วน หรือแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของการนำเสนอทางคณิตศาสตร์หรือการแสดงแทนได้อย่างถูกต้องบางส่วน
	0	ต้อง ปรับปรุง	ไม่สามารถระบุตัวแปรแทนประเด็นปัญหาได้บางส่วน หรือแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของการนำเสนอทางคณิตศาสตร์หรือการแสดงแทนได้อย่างถูกต้องบางส่วน
4. ให้เหตุผลสำหรับการระบุประเด็น ระบุตัวแปรที่สำคัญ หรือ นำเสนอปัญหาในรูปแบบต่าง ๆ และ สำหรับการแสดงแทนสถานการณ์ปัญหา	2	ดีมาก	ให้เหตุผลสำหรับการระบุประเด็น ระบุตัวแปรที่สำคัญหรือนำเสนอปัญหาในรูปแบบต่าง ๆ และหรือรับการแสดงแทนสถานการณ์ปัญหาได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล
	1	ดี	ให้เหตุผลสำหรับการระบุประเด็น ระบุตัวแปรที่สำคัญหรือนำเสนอปัญหาในรูปแบบต่าง ๆ และหรือรับการแสดงแทนสถานการณ์ปัญหา

เกณฑ์การประเมิน คิด/แปลงปัญหา	คะแนน	ระดับ คุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
	0	ต้อง ปรับปรุง	ได้ไม่ครบถ้วนและสมเหตุสมผลบางส่วน ไม่สามารถให้เหตุผลสำหรับการระบุประเด็น ระบุตัวแปรที่สำคัญหรือนำเสนอปัญหาใน รูปแบบต่าง ๆ และหวั่นไหวต่อการแสดงแทน สถานการณ์ปัญหาได้

ตาราง 4 เกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
องค์ประกอบที่ 2 การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา

เกณฑ์การประเมิน ใช้	คะแนน	ระดับ คุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
1. คิดและนำกลยุทธ์ ในการหาวิธีแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ไปใช้	2	ดีมาก	เลือกวิธีการแก้ปัญหอย่างเหมาะสมและ สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา คิดและนำกล ยุทธ์ในการหาวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไป ใช้ได้ถูกต้อง สามารถนำตัวแปรทาง คณิตศาสตร์มาจัดทำเป็นรูปแบบที่มี ความสัมพันธ์กันหรือแบบจำลองทาง คณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง ครบถ้วน
	1	ดี	เลือกวิธีการแก้ปัญหอย่างสอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา คิดและนำกลยุทธ์ในการ หาวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้ ถูกต้องบางส่วนแต่ไม่สอดคล้องกับปัญหา สามารถนำตัวแปรทางคณิตศาสตร์มาจัดทำ เป็นรูปแบบที่มีความสัมพันธ์กันหรือ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง บางส่วน
	0	ต้อง ปรับปรุง	ไม่สามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหอย่าง สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา ไม่สามารถ คิดและนำกลยุทธ์ในการหาวิธีแก้ปัญหาทาง

เกณฑ์การประเมิน ใช้	คะแนน	ระดับ คุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
			คณิตศาสตร์ไปใช้ได้ และไม่สามารถนำตัวแปรทางคณิตศาสตร์มาจัดทำเป็นรูปแบบที่มีความสัมพันธ์กันหรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้
2. นำกฎเกณฑ์ ขั้นตอน วิธี กระบวนการที่ หลากหลายและ โครงสร้างทาง คณิตศาสตร์ไปใช้ ในการแก้ปัญหา	2	ดีมาก	นำกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธี กระบวนการที่หลากหลายและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ชัดเจน และได้ผลลัพธ์ที่ถูกต้องทั้งสองตัวแปร
	1	ดี	นำกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธี กระบวนการที่หลากหลายและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ชัดเจน แต่ได้ผลลัพธ์ที่ถูกต้องหนึ่งตัวแปร
	0	ต้อง ปรับปรุง	ไม่สามารถนำกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธี กระบวนการที่หลากหลายและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ชัดเจน แต่ได้ผลลัพธ์ที่ถูกต้องหนึ่งตัวแปร
3. ให้เหตุผลสำหรับ กระบวนการและ ขั้นตอนที่ใช้ในการ กำหนดผลลัพธ์หรือ วิธีแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์	2	ดีมาก	ให้เหตุผลสำหรับกระบวนการและขั้นตอนที่ใช้ในการกำหนดผลลัพธ์หรือวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องสมเหตุสมผล
	1	ดี	ให้เหตุผลสำหรับกระบวนการและขั้นตอนที่ใช้ในการกำหนดผลลัพธ์หรือวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ไม่ครบถ้วนสมเหตุสมผล
	0	ต้อง ปรับปรุง	ไม่สามารถให้เหตุผลสำหรับกระบวนการและขั้นตอนที่ใช้ในการกำหนดผลลัพธ์หรือวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

ตาราง 5 เกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
องค์ประกอบที่ 3 ดีความและประเมินนักเรียนสามารถตีความผลลัพธ์

เกณฑ์การประเมิน ตีความ	คะแนน	ระดับ คุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
1 ตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ของสถานการณ์ปัญหา	2	ดีมาก	ตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ของสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้องและชัดเจน
	1	ดี	ตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ของสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ยังไม่ชัดเจน
	0	ต้องปรับปรุง	ไม่สามารถตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ของสถานการณ์ปัญหาได้
2. ประเมินความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีการแก้ปัญหาในการแก้ปัญหา	2	ดีมาก	ประเมินความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้องและชัดเจน
	1	ดี	ประเมินความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้องและชัดเจนบางส่วน
	0	ต้องปรับปรุง	ไม่สามารถประเมินความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ปัญหาได้
3. อธิบายและให้เหตุผลว่าเหตุใดผลลัพธ์หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์จึงสมเหตุสมผลหรือไม่สมเหตุสมผลกับสถานการณ์ปัญหา	2	ดีมาก	อธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์กับบริบทของปัญหาได้ถูกต้องและชัดเจน
	1	ดี	อธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์กับบริบทของปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน แต่ยังไม่ชัดเจน
	0	ต้องปรับปรุง	ไม่สามารถอธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์กับบริบทของปัญหาได้

การจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

การเรียนการสอนเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหา เป็นการฝึกให้นักเรียนมีวิธีการที่ดีในการแก้โจทย์ปัญหามากกว่าที่จะสอนให้รู้คำตอบของปัญหา โดยพยายามส่งเสริมให้นักเรียนค้นพบรูปแบบหรือวิธีการแก้ปัญหาต่าง ๆ ด้วยตนเอง ดังนั้น การเรียนการสอนเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาควรเน้นทักษะกระบวนการคิดของนักเรียน ถ้ามีกระบวนการสอนได้อย่างมีลำดับขั้นตอน และครูมีทักษะในการสอนจะทำให้นักเรียนมีความสามารถในการทำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ดี มีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอวิธีการหรือขั้นตอนในการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อที่จะสามารถนำไปดัดแปลงประยุกต์ใช้ในการสอน ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างมีระบบและถูกต้องมากยิ่งขึ้น

วิธีสอนแบบโพลยา (Polya) เป็นกระบวนการที่ถูกนำมาประยุกต์ใช้เพื่อการแก้ปัญหา โดยเฉพาะอย่างยิ่งการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เพราะเป็นขั้นตอนที่มีความเกี่ยวข้องที่ช่วยให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และการเรียนการสอนเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาเป็นการฝึกให้นักเรียนมีวิธีการที่ดีในด้านการแก้ปัญหามากกว่าที่จะสอนให้รู้คำตอบของปัญหา โดยพยายามส่งเสริมให้นักเรียนได้ค้นพบรูปแบบหรือวิธีการแก้ปัญหาต่าง ๆ ด้วยตนเอง ดังนั้น การเรียนการสอนเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาจึงควรเน้นทักษะกระบวนการคิดของนักเรียนโดยจัดกระบวนการการเรียนการสอนตามลำดับขั้นตอนของวิธีสอนแบบโพลยา

1. ความหมายของการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

จากการศึกษาความหมายของกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา มีนักวิชาการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึง ความหมายเป็นไปในแนวทางเดียวกันว่า เป็นกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการคิดแก้โจทย์ปัญหาที่เป็นระบบระเบียบ การใช้ข้อความที่เป็นรูปแบบการระบุเป็นขั้นตอนซึ่งมีการลำดับขั้นตอนจากง่ายไปหายาก โดยใช้ข้อความที่เป็นภาษาระบุเป็นขั้นตอนซึ่งมีการลำดับขั้นตอนจากง่ายไปหายาก โดยใช้ข้อความเป็นภาษาระบุถึงพฤติกรรมที่ต้องการให้ผู้เรียนแสดงออกได้อย่างชัดเจน เน้นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีอิสระในการคิดตามลำดับของกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาที่กำหนดเป็นขั้นตอนที่ชัดเจน ซึ่งไม่เพียงแต่จะสามารถดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาจนได้มาซึ่งคำตอบของคำถามจากสถานการณ์ในโจทย์ปัญหาแล้ว แต่ยังสามารถตรวจสอบถึงความเป็นเหตุเป็นผลของคำตอบที่ได้มาได้อีกด้วย ซึ่งการทำเช่นนี้จะสามารถใช้ในการคาดคะเนและเรียนรู้วิธีการที่จะสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์โจทย์ปัญหาอื่น ๆ ในอนาคตได้ อีกทั้งสามารถนำกระบวนการนี้มาใช้ในการดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาที่มีสถานการณ์ปัญหาที่มีความซับซ้อนมากขึ้นไปได้

จากการทบทวนวรรณกรรมเกี่ยวกับกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยาสามารถสรุปได้ว่า เป็นกระบวนการที่มีการดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาที่เป็นระบบ มีการระบุเป็นข้อคำถามที่สามารถทำให้ผู้เรียนแสดงออกถึงพฤติกรรมในการแก้โจทย์ปัญหาที่เป็นขั้นตอนที่ชัดเจนโดยมีการดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาไปพร้อมกับการตรวจสอบถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ จึงสามารถนำไปใช้กับการแก้โจทย์ปัญหาที่มีสถานการณ์ที่ซับซ้อนได้เป็นอย่างดี

2. หลักการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหของโพลยา

การจัดการเรียนการสอนตามวิธีสอนแบบโพลยา (Polya) มีหลักการดังนี้

1. ในการแก้ปัญหาหนึ่ง ๆ ไม่จำเป็นต้องใช้วิธีใดวิธีหนึ่งเพียงอย่างเดียว
 2. ไม่เร่งรัดนักเรียนมากเกินไปในการดำเนินการไปตามขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา
 3. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีโอกาสเรียนรู้ร่วมกันในรูปแบบวิธีการและการทำงานเป็นกลุ่ม
 4. ต้องเรียนรู้ตามขั้นตอนกระบวนการ (ไม่ลัดขั้นตอน) คือ ให้นักเรียนเข้าใจและทำได้ในขั้นตอนแรกก่อน ต่อไปจึงสามารถผ่านไปขั้นตอนอื่นได้
 5. สามารถนำวิธีการสอนต่าง ๆ มาใช้ในการจัดกิจกรรมการสอนในแต่ละขั้นตอน
- ผู้วางรากฐานความคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ คือ โพลยา กระบวนการ 4 ขั้นตอนการแก้ปัญห ได้แก่ 1) ทำความเข้าใจปัญหา 2) วางแผนแก้ปัญหา 3) ดำเนินการตามแผน 4) ตรวจสอบผล

โพลยาเขียนบทความเกี่ยวกับคณิตศาสตร์และหนังสือ 3 เล่ม ซึ่งกล่าวถึงคุณค่าของการแก้ปัญหา หนังสือที่มีชื่อเสียงที่สุดชื่อ How to Solve It ที่ถูกแปลเป็นภาษาต่าง ๆ 15 ภาษา หนังสือเล่มนี้กล่าวถึงกระบวนการ 4 ขั้นตอน และยุทธวิธีคิดที่ใช้ร่วมกับกระบวนการดังกล่าวการสอนแก้ปัญหา โพลยาได้บัญญัติ 10 ประการ สำหรับครูคณิตศาสตร์ในการสอนดังนี้

1. ครูต้องรักในวิชาที่สอน
2. ครูต้องมีความรู้และความเข้าใจอย่างลึกซึ้งในวิชาที่สอน
3. ครูต้องเข้าใจความคิดของผู้เรียน ครูต้องสามารถอ่านสีหน้าของผู้เรียน รู้ความคาดหวังและอุปสรรคของผู้เรียน
4. ครูต้องตระหนักว่าวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ คือการค้นพบด้วยตนเอง
5. ครูต้องเป็นแหล่งเรียนรู้ของผู้เรียนทั้งในด้านข้อมูล ด้านวิชาการ เจตคติและนิสัยในการทำงาน

6. ครูต้องให้อิสระกับผู้เรียนในการเรียนรู้ที่จะคาดเดาอย่างมีระบบ
7. ครูต้องสนับสนุนให้ผู้เรียนเรียนรู้การพิสูจน์ข้อค้นพบของพวกเขา
8. ครูต้องให้ผู้เรียนค้นหาแง่มุมต่าง ๆ ในปัญหาที่เขาเผชิญอยู่เพื่อนำมาใช้ให้เป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหา ส่งเสริมให้ผู้เรียนค้นหาแบบรูปในรูปทั่วไปจากสถานการณ์รูปแบบ
9. ครูอย่าใจร้อนบอกเคล็ดลับในการแก้ปัญหาหนึ่ง ๆ ให้กับผู้เรียนต้องเปิดโอกาสให้ผู้เรียนค้นหาวิธีการด้วยตัวเองให้มากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้
10. ครูต้องไม่บับคับหรือยึดเยียดความรู้ที่เกินความสามารถของผู้เรียนที่จะรับได้ทุ่มเทเวลาสอนมากในการสอนของท่านให้กับการส่งเสริมให้ผู้เรียนเป็นนักแก้ปัญหาที่มีคุณภาพ โดยใช้กระบวนการ 4 ขั้นตอน

ขั้นตอนที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหาการทำความเข้าใจปัญหาเป็นการพยายามหาคำตอบของคำถามต่อไปนี้

- ท่านเข้าใจคำถามในปัญหาหรือไม่
- ท่านสามารถเขียนหรือพูดปัญหานั้นโดยใช้ถ้อยคำของตนเองได้หรือไม่
- ท่านรู้หรือไม่ว่าสิ่งที่กำหนดให้ในปัญหามีอะไรบ้าง
- ท่านรู้หรือไม่ว่าเป้าหมายของปัญหาคืออะไร
- ในปัญหามีข้อมูลเพียงพอหรือไม่
- ในปัญหามีข้อมูลที่เกี่ยวข้องหรือไม่
- ปัญหานี้คล้ายคลึงกับปัญหาที่ท่านเคยทำได้มาแล้วหรือไม่

ขั้นตอนที่ 2 วางแผนแก้ปัญหาการวางแผนแก้ปัญหา เป็นการใช้ยุทธวิธีคิดต่าง ๆ เพื่อให้ได้ผลตามเป้าหมายของปัญหายุทธวิธีคิดแบบต่าง ๆ เช่น

1. เดาและตรวจสอบ (Guess and test)
2. วาดรูป (Draw a picture)
3. ใช้ตัวแปร (Use a variable)
4. ค้นหาแบบ (Look for a pattern)
5. แจงรายการ (Make a List)
6. แก้ปัญหาที่มีโครงสร้างเหมือนปัญหาที่กำหนดให้แต่ข้อมูลซับซ้อนน้อยกว่า (Solve a simpler problem)
7. เขียนแผนภาพ (Draw a diagram)
8. ให้เหตุผลทางตรง (Use direct reasoning)

9. ให้เหตุผลทางอ้อม (Use indirect reasoning)
10. ใช้สมบัติของจำนวน (Use properties of numbers)
11. แก้ปัญหาลักษณะเดียวกัน (Solve an equivalent problem)
12. คิดย้อนกลับ (Work backward)
13. แยกเป็นกรณีย่อย (Use case)
14. แก้สมการ (Solve an equation)
15. ค้นหาสูตร (Look for a formula)
16. ปฏิบัติกับสถานการณ์จำลอง (Do a simulation)
17. ใช้การจำลอง (Use model)
18. ใช้การวิเคราะห์เชิงมิติ (Use dimensional analysis)
19. ระบุเป้าหมายย่อย (Identify subgoals)
20. ใช้ระนาบพิภคฉาก (Use cardinals)
21. ใช้การสมมาตร (Use symmetry)

ขั้นตอนที่ 3 ดำเนินการตามแผนเมื่อบุคคลใช้วิธีคิดต่าง ๆ ในการทำความเข้าใจปัญหา และวางแผนแก้ปัญหา บางคนคิดย้อนกลับไปกลับมาระหว่างขั้นที่ 1 และขั้นที่ 2 จนแน่ใจว่าเห็น ลู่ทางในการแก้ปัญหาจึงลงมือปฏิบัติตามแนวทางที่วางไว้ในการดำเนินการแก้ปัญหา คำถามต่อไปนี้ จะมีประโยชน์ต่อผู้แก้ปัญหา เพื่อใช้กำกับตรวจสอบและควบคุมการคิดของตนเอง

- ยุทธวิธีคิดที่เลือกมานั้นทำให้สามารถแก้ปัญหาได้และได้คำตอบภายใต้เงื่อนไขของ ปัญหาหรือไม่หรือทำให้ได้ผลบางประการที่จะนำไปสู่การแก้ปัญหาได้

- เวลาที่ใช้ในการแก้ปัญหาควรจะสมเหตุสมผลถ้าบุคคลไม่ประสบผลสำเร็จในการ แก้ปัญหาหนึ่ง ๆ บุคคลสามารถหาคำแนะนำจากคนอื่นได้หรือวางปัญหานั้นไว้อีกก่อนแล้วลองหา คำตอบ

- ยุทธวิธีนี้ใช้ในการหาคำตอบถูกต้องหรือไม่ คำตอบที่สอดคล้องกับเงื่อนไขของปัญหา หรือไม่

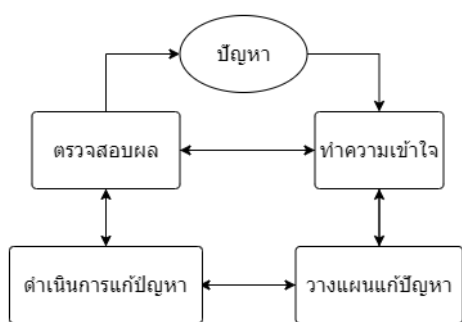
- ท่านสามารถนำยุทธวิธีคิดแก้ปัญหาที่ง่ายกว่าได้หรือไม่

- ท่านสามารถเห็นลู่ทางการใช้ยุทธวิธีคิดของท่านขยายคำตอบไปสู่กรณีทั่วไปได้หรือไม่

ในการนำกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยามาใช้ในการสอนคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่ มักจะเข้าใจกันผิดว่าต้องสอนไปตามลำดับที่ละขั้นโดยเริ่มต้นจากทำความเข้าใจปัญหา แล้วเรียงคำตอบตามลำดับลงมาข้ามขั้นไม่ได้ ธรรมชาติของการแก้ปัญหาของโพลยาเป็นกระบวนการ

คิดในสมองของบุคคลที่มีลักษณะเป็นวงจรและไม่ตายตัว กล่าวคือ วงจรการคิดแก้ปัญหาของแต่ละบุคคลจะไม่เหมือนกันเพราะแต่ละบุคคลใช้ยุทธวิธีคิดและการคาดเดาและตรวจสอบย้อนกลับไปกลับมาในวงจร 4 ขั้นตอน ตามแบบของเขาเอง

วิลสัน เพอร์มันเดซ และฮา ดาเวย์ (Wilson, Jamcs W., Fernandcz, Maria L., and Hadaway, N., 1993 ,pp 60-62)



ภาพ 2 วงจรกระบวนการคิดแก้ปัญหา

จากภาพที่ 2.2 อธิบายได้ว่า เมื่อบุคคลเผชิญปัญหาและเขามีความต้องการที่จะแก้ปัญหา นั้นในกระบวนการคิดของเขา เขาจะพยายามทำความเข้าใจปัญหา ในการทำความเข้าใจปัญหาแต่ละบุคคลจะใช้ยุทธวิธีคิดต่าง ๆ กันไป ส่วนมากใช้วิธีการวาดรูป แจงข้อมูลที่กำหนดให้ค้นหารูปแบบ เพื่อให้เห็นลู่ทางการแก้ปัญหา แล้วเลือกยุทธวิธีคิดที่จะใช้แก้ปัญหาขั้นตอนที่สำคัญที่สุดในการคิดแก้ปัญหา คือ ขั้นตอนทำความเข้าใจปัญหา บุคคลจึงใช้เวลาคิดย้อนกลับไปที่กลับมาระหว่างขั้นตอนทำความเข้าใจปัญหาและขั้นวางแผนบางคนเมื่อดำเนินการแก้ปัญหาแล้วไม่ได้ผลที่ต้องการอาจย้อนกลับไปที่คิดหายุทธวิธีใหม่หรือกลับไปทำความเข้าใจปัญหาใหม่

3. บทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

โพลยา (Polya, 1957: 87) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการแก้ปัญหาว่า งานสำคัญที่สุดของครู คือ การช่วยเหลือนักเรียนในขณะแก้ปัญหา และต้องการความช่วยเหลือในการแก้ปัญหา นักเรียนต้องการเวลาในการคิดพิจารณาวิเคราะห์คำถาม หาคำตอบ และตรวจสอบคำตอบบทบาทของครูในการแก้ปัญหาจึงเป็นเรื่องสำคัญ และข้อควรคำนึงในการสอนด้วยในการเตรียมการสอนการแก้ปัญหา มีดังนี้

1. ก่อนการแก้ปัญหา ควรอธิบายให้มองเห็นความสำคัญของการอ่านโจทย์ปัญหาอ่านอย่างระมัดระวัง คิดในขณะที่อ่าน และให้ความสนใจกับคำหรือข้อความที่สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ควรกระตุ้นให้นักเรียนสนใจกับข้อมูลต่าง ๆ ในโจทย์ปัญหา และพยายามทำความเข้าใจในแต่ละประโยคของโจทย์ เปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นว่าจะใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหา ในกรณีที่นักเรียนตอบผิด และครูควรให้กำลังใจ และให้เวลานักเรียนคิด

2. ระหว่างการแก้โจทย์ปัญหา ควรตระหนักในจุดอ่อนของนักเรียนในการแก้ปัญหาช่วยเสนอแนะวิธีการแก้ปัญหาในกรณีที่นักเรียนมีปัญหาทำไม่ได้ ให้ตรวจทานงานที่ทำหลังจากทำเสร็จแล้ว

3. หลังการแก้ปัญหา ควรเปิดโอกาสให้แสดงวิธีทำอธิบายแนวคิดตลอดจนบอกคำตอบ ควรถามว่านักเรียนใช้ความรู้อะไรบ้างในการแก้ปัญหานี้กรมวิชาการ (2541: 5-6) ได้เสนอแนะแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ดังนี้

1. ก่อนที่ครูจะสอนนักเรียนแก้ปัญหา ครูควรให้นักเรียนอ่านสถานการณ์ให้เข้าใจ สำหรับนักเรียนที่ยังอ่านหนังสือไม่คล่อง (ครูอาจอ่านให้นักเรียนฟัง) แล้วให้นักเรียน พิจารณาดูว่าสถานการณ์ให้รายละเอียดอะไรบ้าง แล้วจำแนกสถานการณ์เป็นสิ่งที่สถานการณ์ให้มาสิ่งที่ต้องการให้หาและในสถานการณ์มีการซ่อนเงื่อนไขในการแก้ปัญหาไว้หรือไม่ และนักเรียนสามารถเดาหรือคาดคะเนคำตอบที่เป็นไปได้หรือไม่

2. วางแผนแก้ปัญหาสถานการณ์ที่กำหนดให้ จะมีวิธีแก้ปัญหามากมาย ครูอาจนำเสนอตัวอย่างแสดงวิธีการแก้ปัญหาแต่ละวิธีให้นักเรียนดู เพื่อเป็นแนวทางให้นักเรียนบางคน อาจมีวิธีที่แตกต่างไปจากครูเสนอแนะก็ได้ ครูไม่ควรยึดติดกับคำตอบเท่านั้น ครูควรดูวิธีแก้ปัญหของนักเรียนในการสอนทุกครั้ง ควรมีการสรุปชี้แนะนักเรียนได้พิจารณาวิธีการแก้ปัญหา เพื่อสร้างนิสัยให้นักเรียนคิดวางแผนก่อนลงมือทำ และรู้จักเลือกวิธีแก้ปัญหที่ง่ายสั้นและสะดวกที่สุด ยุทธวิธีในการแก้ปัญหามีหลายวิธี เช่น เดาคำตอบ ทำปัญหาให้ง่ายลง ค้นหารูปแบบ วาดรูปหรือแผนภาพทำตารางแจงกรณีอย่างมีระบบ ทำย้อนกลับ ใช้หลักเหตุผล และการแสดงบทบาทสมมติ

3. แก้ไขตามแผนที่วางไว้ ครูควรให้นักเรียนเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมตามความสามารถของนักเรียนแต่ละคน ครูไม่ควรกำหนดว่านักเรียนใช้ยุทธวิธีนี้จึงจะถูกต้อง และในบางสถานการณ์อาจใช้หลายยุทธวิธีผสมกันก็ได้ ถ้านักเรียนยังคิดหายุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาไม่ได้ครูควรให้การเสริมแรงทางบวก เพื่อให้นักเรียนมีกำลังใจในการทำต่อไป สถานการณ์ที่มีการคิดคำนวณ ถ้านักเรียนวางแผนแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสมชัดเจน ในขั้นลงมือปฏิบัติตามแผนมักจะมีปัญหาอยู่ที่การคิดคำนวณเท่านั้น ซึ่งถ้านักเรียนได้รับการฝึกทักษะมาอย่างพอเพียงก็จะมีปัญหาแต่อย่างใด

สำหรับปัญหาที่ต้องการคำอธิบายการให้เหตุผล ครูสามารถสร้างกิจกรรมเพื่อปลูกฝัง และฝึกฝนการใช้ความคิดในการให้เหตุผลของนักเรียน เช่น การสร้างโจทย์ปัญหาที่มีคำตอบเป็นปริมาณ ครูควรฝึกให้นักเรียนตรวจสอบการวางแผนก่อนที่จะลงมือทำตามแผนโดยพิจารณาความเป็นไปได้ความถูกต้องของแผนที่วางไว้ว่าเหมาะสมกับการแก้ปัญหาหรือไม่ ปัญหาบางปัญหาในชีวิตจริงไม่สามารถนำวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้โดยตรง ครูควรฝึกให้นักเรียนพิจารณาและปรับปรุงวิธีการให้เหมาะสม

4. การตรวจคำตอบ ครูส่วนใหญ่จะมองข้ามความสำคัญของการตรวจสอบเนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในปัจจุบัน มักให้ความสำคัญของคำตอบที่ถูกต้องมากกว่าการคำนึงถึงกระบวนการในการคิด จึงมีแนวโน้มว่าครูจะหยุดทำการสอนทันทีเมื่อนักเรียนได้ผลลัพธ์แล้ว ครูไม่ควรปล่อยให้สภาพการจัดการเรียนการสอนมีลักษณะดังที่กล่าวมานี้ แต่ควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนมองย้อนกลับไปทบทวน และตรวจสอบขั้นตอนต่าง ๆ ที่ผ่านมาแล้วโดยพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ และพิจารณาว่า น่าจะมีคำตอบอื่นหรือวิธีการคิดอย่างอื่นอีกหรือไม่ โดยครูอาจใช้คำถามเพื่อช่วยให้นักเรียนมองย้อนกลับหรือตรวจสอบขั้นตอนต่าง ๆ ในลักษณะดังนี้

- 4.1 วิธีการที่ใช้แก้โจทย์ปัญหาสมเหตุสมผลหรือไม่
- 4.2 ใช้ข้อมูลทั้งหมดที่โจทย์อ้างถึงครบหรือไม่
- 4.3 สามารถพิสูจน์ผลลัพธ์ที่ได้ว่าเป็นความจริงหรือไม่
- 4.4 มีส่วนใดในวิธีการของนักเรียนที่น่าปรับให้ง่ายขึ้นบ้าง
- 4.5 สามารถใช้วิธีการอื่นในการแก้โจทย์ปัญหาข้อเดิมนี้อีกหรือไม่
- 4.6 วิธีการที่นักเรียนใช้จะสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาลักษณะอื่น ๆ ได้บ้างหรือไม่

หลังจากที่ครูให้นักเรียนแก้ปัญหาดังต่าง ๆ แล้วอาจจะมีการฝึกทักษะในการแก้ปัญห (มีตัวอย่างให้ในบางสถานการณ์) หรือฝึกการสร้างโจทย์ปัญหาโดยอาศัยสถานการณ์จากสภาพแวดล้อมจากกิจกรรมต่าง ๆ ในชีวิตจริง รวมทั้งดัดแปลงจากปัญหาเดิม เพื่อฝึกการมองไปข้างหน้า ความเคยชินจากกระบวนการเหล่านี้จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเป็นนักแก้ปัญหาที่มีความสามารถต่อไป

4. ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหของโพลยา

Polya (1957, pp. 5-40) อ้างอิงใน ศราวุธ พลราช ได้เสนอขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ว่าต้องอาศัยขั้นตอนต่าง ๆ 4 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจในปัญหา ผู้ที่แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จะต้องพยายามทำความเข้าใจในโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้น จะต้องวิเคราะห์ปัญหาว่าสิ่งที่ต้องการทราบคืออะไรข้อมูลที่กำหนดให้มานั้นมีอะไรบ้าง มีเงื่อนไขหรือไม่ อย่างไร มีการเกี่ยวข้อง สัมพันธ์กันอย่างไรเงื่อนไขหรือความสัมพันธ์ต่าง ๆ เหล่านี้เพียงพอที่จะนำไปใช้ในการหา คำตอบหรือไม่ หรือมีมากเกินไปในการ

ทำความเข้าใจในปัญหานี้ ถ้าใช้การวาดรูปการเขียน แผนภูมิ การใช้สัญลักษณ์ที่เหมาะสม การแบ่งเงื่อนไขต่าง ๆ ออกเป็นส่วน ๆ และเขียนสิ่งต่าง ๆ เหล่านี้ลงในกระดานจะช่วยให้เข้าใจมากยิ่งขึ้น

ขั้นที่ 2 การวางแผนเป็นขั้นตอนที่สำคัญในการวางแผนทางในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หรือหาแนวทางแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้ได้นั้น ผู้แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จะต้องหาความสัมพันธ์หรือความเกี่ยวข้องของข้อมูลที่มีอยู่กับสิ่งที่ต้องการทราบ ต้องถามตนเองว่าเคยเห็นปัญหาแบบนี้ หรือที่มีรูปแบบ หรือโครงสร้างเช่นนี้มาก่อนหรือไม่ เคยพบปัญหาที่เกี่ยวข้องทำนองนี้มาก่อนหรือไม่มีทฤษฎี หรือหลักเกณฑ์ใดที่เคยเรียนมาแล้ว จะนำมาใช้หากยังหาแนวทางแก้ปัญหไม่ได้ก็ต้องการทราบค่าและพยายามคิดถึงปัญหาที่เคยพบที่มีตัวที่ต้องการทราบค่าคล้ายคลึงกันพิจารณาว่าจะนำส่วนใดมาใช้ได้บ้างข้อมูลที่มีอยู่ สามารถปรับแปรความหรือขยายความเพิ่มเติมหรือเกี่ยวข้องสัมพันธ์กันได้ อย่างไร ผู้แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จะต้องมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลกับคำตอบที่ต้องการและ การกระทำต่าง ๆ ของข้อมูลเหล่านั้น

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผนเป็นขั้นลงมือปฏิบัติตามแผนในระหว่างทำควรได้มีการตรวจสอบการกระทำที่ละขั้น ๆ ว่าถูกต้องหรือไม่ สามารถพิสูจน์หรือให้เหตุผลได้ในแต่ละขั้นตอนจนได้คำตอบที่ต้องการ

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบย้อนกลับ พิจารณาคำตอบที่ได้ว่าถูกต้องหรือไม่มีเหตุผลหรือวิธีการตรวจสอบย้อนกลับอย่างไร นอกจากนั้นควรพิจารณาด้วยว่ามีวิธีการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่สั้นกะทัดรัดกว่านี้ หรือไม่ หรือมีวิธีอื่น ๆ หรือไม่ คำตอบที่ได้หรือกระบวนการที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นสามารถนำไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ ได้อีกหรือไม่ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามวิธีสอนแบบโพลยา (Polya) มีดังนี้

1. ขั้นเตรียม

- จัดเตรียมเอกสารประกอบการสอน/สื่อการสอน
- วางแผนในการจัดนักเรียนเป็นกลุ่มย่อย โดยศึกษาข้อมูลจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนจากแผนก่อนหน้า
- การจัดทำแบบประเมินและบันทึกผลรายบุคคล/รายกลุ่ม

2. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ก่อนทำการสอนครูผู้สอนควรจะศึกษาทำความเข้าใจในรูปแบบ เป้าหมายและหลักการในการจัดการเรียนการสอนตามกระบวนการของวิธีสอนแบบโพลยาให้เข้าใจเป็นอย่างดีแล้วจึงดำเนินการจัดกิจกรรมการสอน ดังนี้

1) ขั้นนำ เป็นขั้นของการเตรียมความพร้อมให้กับนักเรียนทำการสอนโดยใช้แรงจูงใจหลากหลายวิธี เช่น ใช้การทบทวนบทเรียนที่ผ่านมา ใช้การมีส่วนร่วมของนักเรียนโดยให้นักเรียนได้

แสดงความคิดเห็นที่หลากหลาย เช่น การให้นักเรียนได้สร้างโจทย์ปัญหาจากสถานการณ์สมมติหรือสถานการณ์ในชีวิตจริง

2) ขั้นสอน เป็นขั้นตอนที่สำคัญที่ครูผู้สอนต้องการให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยวัตถุประสงคที่ตั้งไว้ โดยดำเนินการตามขั้นตอนต่อไปนี้

- ครูนำเสนอสถานการณ์โจทย์
- เปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็นในการทำความเข้าใจ
- ครูใช้วิธีตั้งคำถามและถามนำ
- วางแผนในการแก้โจทย์ โดยครูและนักเรียนร่วมกันเสนอรูปแบบวิธีการในการแก้

โจทย์ปัญหาที่หลากหลาย

- เลือกรูปแบบวิธีการเหมาะสมและดำเนินการปฏิบัติตามแผน
- ตรวจสอบ โดยครูและนักเรียนร่วมกันพิจารณาคำตอบว่ามีความถูกต้องเหมาะสมหรือไม่วิธีในการตรวจสอบความถูกต้องอย่างไรบ้าง และลงมือตรวจสอบ

3) ขั้นสรุป เป็นการร่วมกันวิเคราะห์แสดงความคิดเห็น ถึงขั้นตอนกระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหาว่ามีขั้นตอนอย่างไรแล้วลงข้อสรุปร่วมกัน

4) กิจกรรมย่อย แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มย่อยโดยพิจารณาตามความเก่ง อ่อน ปานกลางและเพศของนักเรียนแล้วให้นักเรียนได้ร่วมกันสร้างโจทย์จากสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน แล้วร่วมกันแก้โจทย์ปัญหานั้น

ซึ่งกระบวนการเรียนรู้ตามแนวกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาของวิธีสอนแบบโพลยา (Polya) มีขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจโจทย์ (Understanding the Problem) หมายถึง ขั้นตอนที่ครูให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา โดยให้นักเรียนอ่านหรือพิจารณาปัญหา และบอกรายละเอียดทั้งหมดตามความเข้าใจของนักเรียน พิจารณาลักษณะของคำตอบและหาข้อมูลที่เกี่ยวข้อง การทำความเข้าใจโจทย์นี้ นักเรียนจำเป็นจะต้องมีทักษะการจับใจความ ดีความ และแปลความ ดังนั้น การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ควรฝึกให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาให้ถูกต้องตามวรรคตอนของโจทย์ และบอกได้ว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ทั้งหมดมีกี่ขั้นตอนอะไรบ้าง และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร เมื่อนักเรียนมีความเข้าใจโจทย์ปัญหาต่าง ๆ เป็นอย่างดีแล้วครูจึงจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามขั้นตอนต่อไป

ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา (Devising a Plan) หมายถึง ขั้นตอนที่นักเรียนร่วมกันเตรียมการแก้ปัญหาเป็นขั้นตอน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามขั้นตอนนี้ทำโดยครูนำโจทย์ปัญหา

ลักษณะต่าง ๆ ให้นักเรียนฝึกการเรียนรู้ ยุทธวิธีแก้ปัญหาอย่างหลากหลายเพื่อจะได้เป็นข้อมูลในการวางแผนแก้ปัญหานั้น ๆ เนื่องจากเป็นโจทย์ปัญหาที่มีบางส่วนอาจเลือกใช้วิธีแก้ปัญหาอย่างใด อย่างหนึ่งหรือหลายอย่างก็ได้ตามความเหมาะสมสำหรับวิธีที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหามีด้วยกันหลายวิธี เช่น

- 1) จำลองสถานการณ์หรือใช้ของจริงหรือของจำลอง
- 2) เขียนเป็นแผนภาพหรือใช้รูปภาพ
- 3) เคาและตรวจสอบ
- 4) จดรายการที่ได้ลองคิดไว้
- 5) จัดทำตารางหรือแผนภูมิ
- 6) เขียนเป็นสมการหรือประโยคสัญลักษณ์
- 7) ค้นหารูปแบบหรือหาความสัมพันธ์
- 8) นำไปสัมพันธ์กับปัญหาที่คล้ายกัน
- 9) คิดถอยหลัง
- 10) ใช้เหตุผล

ขั้นที่ 3 การปฏิบัติตามแผน (Carry Out the Plan) หมายถึง ขั้นตอนที่นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแผน โดยการคำนวณหาคำตอบและแสดงวิธีทำในการคิดคำนวณคำตอบนักเรียนจำเป็นต้องมีทักษะการคิดคำนวณ เช่น การบวก การลบ การคูณ การหาร เป็นต้น ในการเขียนแสดงวิธีทำก็เช่นเดียวกัน นักเรียนจำเป็นต้องมีทักษะในการย่อความและสรุปความจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้เพื่อนำมาเขียนข้อความแสดงวิธีทำ

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบ (Looking Back) หมายถึง ขั้นตอนสุดท้ายที่ครูจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มองย้อนกลับไปทบทวนและตรวจสอบขั้นตอนต่าง ๆ ที่ผ่านมาแล้ว โดยพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบและพิจารณาว่า น่าจะมีคำตอบอื่นหรือวิธีการคิดเป็นอย่างอื่นได้อีกหรือไม่ โดยครูอาจใช้คำถามเพื่อช่วยให้นักเรียนมองย้อนกลับหรือตรวจสอบขั้นตอนต่างๆ

ครูผู้สอนส่วนใหญ่มักจะมองข้ามความสำคัญของขั้นนี้เนื่องจากการจัดการเรียนการสอนที่เป็นอยู่ในปัจจุบัน มักจะให้ความสำคัญกับคำตอบที่ถูกต้องมากกว่าจะคำนึงถึงกระบวนการในการคิดหาวิธีที่ถูกต้อง จึงมีแนวโน้มว่าครูจะหยุดทำการสอนทันทีเมื่อได้ผลลัพธ์แล้ว ครูไม่ควรปล่อยให้สภาพการจัดเรียนการสอนมีลักษณะดังที่กล่าวนี้ แต่ควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มองย้อนกลับไปทบทวนและตรวจสอบขั้นตอนต่าง ๆ ที่ผ่านมาแล้วโดยพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ และพิจารณา

ว่าน่าจะมีคำตอบอื่นหรือวิธีการคิดเป็นอย่างอื่นได้อีกหรือไม่ โดยครูอาจใช้คำถามนำเพื่อช่วยให้นักเรียนมองย้อนกลับหรือตรวจสอบขั้นตอนในลักษณะต่อไปนี้ เช่น

- วิธีการที่ใช้แก้โจทย์ปัญหาสมเหตุสมผลหรือไม่
- ใช้ข้อมูลทั้งที่โจทย์อ้างอิงถึงครบหรือไม่ สามารถพิสูจน์ผลลัพธ์ที่ได้ว่าเป็นความจริงหรือไม่
- มีส่วนใดในวิธีการของนักเรียนที่น่าปรับปรุงขึ้นมาใช้ได้บ้าง
- สามารถใช้วิธีการอื่นในการแก้โจทย์ปัญหาข้อเดิมนี้อีกหรือไม่
- วิธีการที่นักเรียนใช้จะสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาลักษณะอื่น ๆ ได้บ้างหรือไม่

ในบางครั้งกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาของวิธีการสอนแบบโพลยา (Polya) เรียกว่า กระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งมี 4 ขั้นตอน ได้แก่ 1) การทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา 2) การวางแผนแก้ปัญหา 3) การดำเนินการตามแผน 4) การตรวจสอบกระบวนการและคำตอบ ซึ่งจัดเป็นกระบวนการหนึ่งจากหลายประการที่สอดคล้องกับวิชาคณิตศาสตร์

ดังนั้น กระบวนการแก้ปัญหาของวิธีสอนแบบโพลยาเป็นกระบวนการที่สามารถฝึกให้นักเรียนสามารถพัฒนาทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาอีกวิธีหนึ่ง ซึ่งพิจารณาจากพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออก (เกสร ทองเสน. 2539 : 47) ตามขั้นตอนกระบวนการต่อไปนี้ คือ

- 1) การทำความเข้าใจปัญหา
- 2) การวางแผนแก้ปัญหา
- 3) การดำเนินการตามแผน
- 4) การตรวจสอบกระบวนการและคำตอบ

นอกจากนี้สามารถสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนเพื่อพัฒนาทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาดังตารางต่อไปนี้

ตาราง 6 พฤติกรรมนักเรียนที่สามารถสังเกตได้ตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาวิธีสอนแบบโพลยา (Polya)

ขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหา	พฤติกรรม
1. การทำความเข้าใจปัญหา	- ระบุสิ่งที่ต้องการ - ระบุข้อมูลที่กำหนด - ระบุเงื่อนไขเชื่อมโยงสิ่งที่ต้องการกับข้อมูลที่กำหนด

ขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหา	พฤติกรรม
2. การวางแผนแก้ปัญหา	- ระบุข้อมูลที่จำเป็น ไม่จำเป็น สำหรับการได้มาซึ่งสิ่งที่ต้องการ - ระบุปัญหา - เลือกใช้ยุทธศาสตร์ที่เหมาะสมคือ สังเกตกระบวนการหรือรูปแบบ - คิดจากปลายเหตุย้อนมาสู่ต้นเหตุ - เคาและทดสอบ - ทดลองและสร้างสถานการณ์จำลอง - ลดความซับซ้อนของปัญหา - แบ่งปัญหาวออกเป็นส่วนย่อย ๆ - ใช้วิธีอนุมานทางตรรกวิทยา - รายงานแจกแจงสมาชิกทั้งหมด
3. การดำเนินการตามแผน	- ดำเนินการตามยุทธวิธีที่เลือก - คำนวนหาคำตอบ
4. การตรวจสอบกระบวนการและคำตอบ	- ระบุว่าคำตอบสมเหตุสมผลหรือไม่ - ตรวจสอบว่าคำตอบถูกต้องหรือไม่ - หาวิธีแก้ปัญหาที่ดีกว่า - ดัดแปลงเพิ่มเติมเงื่อนไขข้อมูลเพื่อสร้างปัญหาใหม่ - วางนัยทั่วไป

สสวท. (2555: 7- 9) อ้างอิงใน กัตติญา กลิ่นเกษร 2563 : 38 - 39 สรุปกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาว่า เป็นกระบวนการที่นักเรียนควรจะเรียนรู้ ผึกฝน และพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียน เพราะจะช่วยให้เด็กนักเรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายใน และภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้และกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาเป็นการมุ่งฝึกวิธีการแก้ปัญหามากกว่าจะสอนให้รู้คำตอบของปัญหา ดังนั้นครูควรมุ่งฝึกให้นักเรียนเกิดระบบในการคิดแก้ปัญหา โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ซึ่งเป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่ยอมรับกันโดยทั่วไป ประกอบด้วยขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจ เป็นการมองไปที่สาระของตัวปัญหาโดยพยายามเข้าใจปัญหา ต้องการทำอะไรชัดเจนหรือไม่ มีข้อตกลงอะไรอยู่เบื้องหลังบ้าง มีคำศัพท์เฉพาะที่ต้องแปลความหมาย หรือไม่มีข้อมูลอะไรบ้างเกี่ยวข้องกับข้อมูลที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันอย่างไรหากเกิดความกำกวมหรือสับสน ควรใช้การเขียนสรุปหรือเขียนปัญหาที่กำหนดให้ใหม่ด้วยถ้อยคำของผู้แก้ไขปัญหาเองก็จะทำให้เข้าใจ โจทย์ปัญหาดียิ่งขึ้น

2. ขั้นวางแผน เป็นขั้นตอนที่ค้นหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้กับสิ่งที่ ต้องการหาถ้าไม่สามารถแก้ปัญหาก็ ควรอาศัยการวางแผนว่าเป็นโจทย์ปัญหาที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่ รู้จัก ทฤษฎีที่จะใช้แก้หรือไม่ ถ้าไม่สามารถแก้ปัญหาก็ค้นหาก็ควรพยายามแก้ปัญหบบางส่วนที่ สัมพันธ์กันก่อนแล้ว จึงหาสิ่งที่ไม่ทราบค่าอื่น ๆ ถัดไป ในขั้นวางแผนนี้ผู้แก้ปัญหาก็ต้องใช้ประสบการณ์ เดิมที่มีอยู่ผสมผสานกันมากำหนดเป็นวิธีการ ซึ่งต้องพิจารณาว่าจะใช้วิธีการแก้ปัญหบบางแบบใดให้ เหมาะสมกับโจทย์ปัญหานั้น ๆ เนื่องจากโจทย์ปัญหบบางอย่างอาจจะเลือกใช้กลยุทธ์วิธีใดวิธีหนึ่งหรือ หลายวิธีด้วยกันได้ เช่น การเดาและตรวจสอบ การเขียนภาพและแผนภูมิ การสร้างตาราง เป็นต้น

3. ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นขั้นลงมือปฏิบัติตามแผนโดยการดำเนินการตามกลยุทธ์ที่ เลือกไว้ คิดคำนวณจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ ถ้าแก้ปัญหบบไม่สำเร็จตามแผนที่วางไว้ผู้แก้ปัญหบบ ต้องค้นหาสาเหตุแล้วใช้ประโยชน์จากความผิดพลาดครั้งแรก ๆ ในการแก้ปัญหบบครั้งใหม่

4. ขั้นตรวจสอบ เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหบบต้องมีย้อนกลับไปขั้นตอนต่าง ๆ ของ กระบวนการแก้ปัญหบบว่ามีความสมบูรณ์ถูกต้องเพียงใด เพื่อปรับปรุงแก้ไขให้ดีขึ้น และขยายวิธีการ แก้ปัญหบบไปใช้ให้กว้างขวางขึ้นกว่าเดิม

จากกระบวนการแก้ปัญหบบของโพลยาที่กล่าวมา สรุปได้ว่ากระบวนการแก้ปัญหบบของโพล ยา เป็นกระบวนการที่เน้นการสอนให้นักเรียนแก้ปัญหบบไป ตามลำดับขั้นตอนโดยมี 4 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) เป็นขั้นการ วิเคราะห์โจทย์ปัญหบบทางคณิตศาสตร์ เป็นการมองไปที่ตัวปัญหบบโดยพิจารณาว่าโจทย์ถามอะไร โจทย์ กำหนดอะไรมาให้บ้าง มีข้อมูลเพียงพอสำหรับการแก้ปัญหบบนั้นหรือไม่ และคำตอบของปัญหบบจะอยู่ ในรูปแบบใด จนกระทั่งสามารถสรุปปัญหบบออกมาเป็นภาษาของตนเองได้ ถ้าหากยังไม่ชัดเจนในโจทย์ อาจใช้วิธีการต่าง ๆ ช่วย เช่น การวาดรูป เขียนแผนภูมิ หรือแยกแยะสถานการณ์โดยเขียนสาระของ ปัญหบบด้วยถ้อยคำของนักเรียนเองแล้วแบ่งเงื่อนไขในโจทย์ออกเป็นส่วน ๆ ซึ่งจะช่วยให้เข้าใจโจทย์ ปัญหบบมากขึ้น แล้วใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์โดยใช้แอปพลิเคชันสนทนา (AI chatbot) ในการ ตรวจสอบข้อมูลที่นักเรียนสร้างขึ้น ศึกษาแบบการนำเสนอการทำความเข้าใจในแอปพลิเคชัน ปัญหบบประดิษฐ์

ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a Plan) เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใด จะแก้ปัญหายังไร นักเรียนต้องมองเห็นความสำคัญของข้อมูลต่าง ๆ ใน โจทย์ปัญหาย่างชัดเจนมากขึ้น จะต้องใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ แอปพลิเคชันใดในการช่วยเรียนรู้วิธีการหาคำตอบ แล้วพิจารณาข้อมูลหรือคำตอบที่ได้ว่ามีความสัมพันธ์กับโจทย์ที่กำหนดให้หรือไม่ หากไม่มีความสัมพันธ์กับโจทย์ที่กำหนดให้จะใช้แอปพลิเคชันใดที่มีความสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาเพื่อให้ได้ผลตามเป้าหมายของปัญหาของแอปพลิเคชันแบบต่าง ๆ

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the Plan) เป็นขั้นตอนที่ใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ในการเรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาแบบต่าง ๆ เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาแล้วนักเรียนทำความเข้าใจขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหาโดยอาศัยความรู้พื้นฐาน วิธีการคิด คำนวณ กฎ หรือสูตรที่เหมาะสม และตรวจสอบความเป็นไปได้คำตอบได้หรือค้นพบวิธีการแก้ปัญหาใหม่ และใช้แอปพลิเคชัน ปัญญาประดิษฐ์ในการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหานักเรียนในแต่ละขั้นตอน

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล (Looking Back) เป็นขั้นตอนที่ผู้เรียนตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ เป็นการตรวจสอบเพื่อให้แน่ใจว่าผลลัพธ์ที่ได้ถูกต้องสมบูรณ์โดยพิจารณาและตรวจสอบว่าผลลัพธ์ถูกต้องและมีเหตุผลที่น่าเชื่อถือได้หรือไม่ โดยตรวจสอบเพื่อดูผลลัพธ์ที่ได้ตรงกันหรือไม่ โดยใช้การแทนค่าคำตอบ แล้วพิจารณาวิธีการแก้ปัญหาให้กะทัดรัดชัดเจนเหมาะสมขึ้นเพื่อนำมาพูดคุยแลกเปลี่ยนแนวคิด ขั้นตอนนี้ครอบคลุมถึงการมองไปข้างหน้าโดยใช้ประโยชน์จากวิธีการแก้ปัญหาที่ผ่านมาขยายแนวคิดในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการอื่น ๆ

แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ (AI)

1. ความหมายปัญญาประดิษฐ์ (AI)

Thaiprogrammer (2018) อ้างอิงใน กมลชนก พูลสวัสดิ์ , รุ่งนภา วันเพ็ญ , ศศธร ห่มซ้าย และพงศ์ประพันธ์ พงษ์โสภณ (2018,หน้า C3) ปัญญาประดิษฐ์ หรือ Artificial Intelligence (AI) เป็นระบบประมวลผล ความฉลาดเทียมที่สร้างให้กับสิ่งไม่มีชีวิตให้เท่าเทียมกับมนุษย์ มีระบบประมวลผลคล้ายสมองของมนุษย์ ก่อให้เกิดผลลัพธ์ที่เป็นการกระทำ เช่น การจดจำคำพูด การแปลภาษา Chatbots การโต้ตอบอัตโนมัติ ระบบอัตโนมัติที่ใช้หุ่นยนต์ทำงาน เป็นต้น ปัญญาประดิษฐ์เป็นศาสตร์หนึ่งทางคอมพิวเตอร์ที่ประกอบไปด้วย ความรู้ทางด้านวิทยาศาสตร์ และวิศวกรรมศาสตร์ ซึ่งเป็นการใช้โปรแกรม คอมพิวเตอร์ ให้เรียนรู้และเข้าใจความสามารถของมนุษย์ และมีความตั้งใจ ที่จะทำให้คอมพิวเตอร์มีความสามารถคล้ายกับมนุษย์โดยใช้ซอฟต์แวร์ และฮาร์ดแวร์เพื่อสามารถทำงานได้แทนมนุษย์ หรือเพื่อส่งเสริมกิจกรรมต่าง ๆ ของมนุษย์ให้ได้ดียิ่งขึ้น

ปัญญาประดิษฐ์ คือ เครื่องจักร(Machine) ที่มีฟังก์ชันที่มีความสามารถในการทำความเข้าใจ เรียนรู้ องค์ความรู้ต่าง ๆ อาทิเช่น การรับรู้ การเรียนรู้ การให้เหตุผลและการแก้ปัญหาต่าง ๆ เครื่องจักรที่มีความสามารถในการให้เหตุผลก็ถือว่าเป็นปัญญาประดิษฐ์นั่นเอง (Thaiprogrammer,2018)

Mc Carthy, J (2007) อ้างอิงใน วรรณิ์ สุจิตร์จุล,นลินทิพย์ คชพงษ์,อุบลรัตน์ ตรีพงษ์ พันธุ์,กฤติยา คงแท่นและสุพจน์ เสงพระพรหม (2565 , หน้า 329) ได้ให้คำนิยามของปัญญาประดิษฐ์ ไว้ว่า “เป็นศาสตร์ทางด้านวิทยาศาสตร์และวิศวกรรมศาสตร์ในการสร้างความฉลาดให้กับเครื่องจักร” จึงอาจกล่าวได้ว่าปัญญาประดิษฐ์เป็นศาสตร์ที่ว่าด้วยการสร้างความฉลาดให้กับเครื่องจักร โดยเฉพาะอย่างยิ่งกับระบบคอมพิวเตอร์ เพื่อให้สามารถคำนวณ คิดหาเหตุผล มีการเรียนรู้ได้เสมือนกับสมองของมนุษย์

ศุภณัฐ เต็มชัยอนันต์และณัฐวัตร สุพรรณกุล (2566) ปัญญาประดิษฐ์ หรือ ‘เอไอ’ เป็นการพัฒนาระบบคอมพิวเตอร์ให้สามารถทำงานทั่ว ๆ ไปที่สิ่งมีชีวิตซึ่งมีสติปัญญาสามารถทำได้ โดยคำว่า ‘สติปัญญา’ (Intelligence) ในมุมของการพัฒนาเอไอมุ่งให้ความสนใจไปที่ความสามารถในการเรียนรู้ การใช้เหตุผล การแก้ปัญหา การรับรู้ และการใช้ภาษา

สรุปได้ว่า ปัญญาประดิษฐ์ หมายถึงระบบคอมพิวเตอร์ที่ถูกพัฒนาให้มีสติปัญญาที่มีระบบประมวลผลคล้ายกับสมองของมนุษย์ มีความฉลาดเทียมที่สร้างให้กับสิ่งไม่มีชีวิตให้เท่าเทียมกับมนุษย์ โดยสามารถเรียนรู้ ให้เหตุผล แก้ปัญหา รับรู้และการใช้ภาษาได้

2. แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ (AI)

ปัญญาประดิษฐ์ (AI) ในปัจจุบันไม่ได้เป็นเพียงแค่คอมพิวเตอร์ตั้งโต๊ะ แต่ได้พัฒนาสู่หลากหลายแพลตฟอร์ม รวมถึงการใช้ปัญญาประดิษฐ์ (AI) ในการศึกษาซึ่งจะทำให้ศักยภาพในการปฏิวัติวิธีที่เราสอนและเรียนรู้ทำให้การศึกษามีประสิทธิภาพ ประสิทธิผล และผู้เรียนเข้าถึงได้มากขึ้น ตั้งแต่การเรียนรู้ส่วนบุคคลไปจนถึงการจัดการงานโดยอัตโนมัติ โดยแอปพลิเคชัน ได้แก่

1. Photomath เป็นแอปอันดับสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มันสามารถอ่านและแก้ปัญหาต่าง ๆ ตั้งแต่เลขคณิตจนถึงแคลคูลัสได้ทันทีโดยใช้กล้องบนอุปกรณ์มือถือเรียนรู้วิธีการแก้ไขปัญหาคณิตศาสตร์ผ่านขั้นตอนแบบเคลื่อนไหวและคำแนะนำโดยละเอียดหรือตรวจสอบการบ้านของคุณสำหรับปัญหาที่พิมพ์หรือเขียนด้วยลายมือในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ให้เล็งกล้องไปที่ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อถ่ายรูปและ Photomath จะแสดงวิธีแก้ปัญหาเขียนด้วยลายมือที่เป็นระเบียบจะทำให้การสแกนเร็วขึ้น หากผลลัพธ์ไม่ปรากฏหลังจากสองถึงสามวินาทีแสดงว่าปัญหาคณิตศาสตร์ไม่ได้รับการสนับสนุนหรือแอปไม่สามารถจดจำข้อความได้อย่างเหมาะสม (ตัวอย่างเช่นเนื่องจากสภาพแสง

ไม่ดีหรือกลองไม่สะอาด) หลังจากที่คุณสแกนโจทย์คณิตศาสตร์ ผลลัพธ์จะปรากฏที่ด้านล่างของหน้าจอ และปุ่มแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาเพื่อดูแต่ละขั้นตอนโดยละเอียดยิ่งขึ้น

2. QANDA เป็นแพลตฟอร์มการเรียนรู้ที่ใช้ AI ถูกพัฒนาโดย Mathpresso Inc. ซึ่งเป็นใช้เทคโนโลยี Optical Character Recognition (OCR) เพื่อสแกนปัญหาทางคณิตศาสตร์และให้แนวทางแก้ไขปัญหารวมคำอธิบายเป็นขั้นเป็นตอน "QANDA" ซึ่งเป็นแอปมือถือที่ช่วยให้นักเรียนทุกระดับชั้นได้รับวิธีแก้โจทย์ทันทีและการช่วยเหลือแบบตัวต่อตัวโดยผู้สอนจากมหาวิทยาลัยชั้นนำของโลก ผู้ใช้สามารถถ่ายภาพโจทย์คณิตศาสตร์ อัปโหลดไปยังแอป จากนั้นระบบสแกนตัวหนังสือจากภาพที่ใช้ AI จะค้นหาและแก้โจทย์ภายใน 5 วินาที ซึ่งจะช่วยให้ผู้ใช้สามารถถามคำถามแบบเรียลไทม์ผ่านคอมเมนต์และจะได้รับคำตอบทันทีจากผู้ช่วยสอน โดยผู้สอนนั้นมีทั้งอาจารย์ที่ได้คะแนนสูงสุด เช่น ศิษย์เก่าจากจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยและมหาวิทยาลัยมหิดล และ ยูทูบเบอร์ด้านการศึกษาที่มีมียอดรับชมมากกว่า 2 ล้านครั้ง ซึ่งบุคลากรเหล่านี้ได้ร่วมมือ Mathpresso เพื่อส่งมอบชั้นเรียนที่มีคุณภาพผ่านแพลตฟอร์มมือถือ เพื่อให้นักเรียนทั่วประเทศสามารถเข้าถึงการศึกษาได้มากขึ้น

3. Alisa Ai เป็น AI Chatbot สัญชาติไทย พัฒนาโดยบริษัท Glory Forever PCL รับบทเป็นผู้ช่วยส่วนตัว ผู้เข้าใจภาษาไทยและสามารถพูดคุยผ่าน Official Line Account ถามตอบ-ช่วยทำงานได้ผ่าน LINE OA โดยเจ้า "Alisa (อลิสา)" สามารถถามตอบได้ทั่วไป หรือช่วยเหลือข้อมูลต่าง ๆ ได้ เช่น หาข้อมูล, ขอโอเคเดียวทางธุรกิจ, ช่วยเขียนโปรแกรม, ช่วยวางแผนทริปท่องเที่ยว, ทำรายงาน, วิเคราะห์ข้อมูลเชิงลึก รวมถึงค้นหาภาพหรือ Generate รูปภาพที่ต้องการได้ ปัจจุบันรองรับการใช้งานใน ภาษาอังกฤษ และ ภาษาไทย อีกจุดที่น่าสนใจตรงที่ Alisa สามารถการกำหนดจำนวนการส่งครั้งละหลาย ๆ คำสั่งได้ เช่น บทความจำนวน 500 คำ จากนั้น Alisa AI ก็จะพิมพ์บทความตามที่เรากำหนด ออกมาภายใน 1-2 นาทีและยังมีระบบกรองคำหยาบคาย และข้อความที่ไม่เหมาะสม ทั้งในด้านของการสร้างรูปภาพ และการตอบคำถาม เพื่อความปลอดภัยสำหรับผู้ที่เป็นเด็กอีกด้วย

4. BARD คือ AI หรือ ปัญญาประดิษฐ์ที่ Google กำลังจะเตรียมเปิดตัวให้ใช้ทั่วโลก จัดอยู่ในประเภท chatbot ที่มีความสามารถรอบด้านเหมือนกับ ChatGPT, BARD ถูกขับเคลื่อนด้วยโมเดลของ LaMDA (Language Model for Dialogue Applications) โมเดลภาษาขนาดเล็ก ของ Google ที่ใช้จำลองภาษาเพื่อใช้ในการสนทนา และได้มีการทดสอบภายในบริษัท รวมถึงบุคคลภายนอกจำนวนจำกัดเป็นเวลาหลายเดือน ก่อนจะเปิดให้คนบางกลุ่มได้ทดลองใช้งาน

ทีมบรรณาธิการ Smodin (2566) ได้กล่าวถึง 11 สุดยอดนักแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ AI ที่ดีที่สุดที่มีอยู่ในปัจจุบันที่เป็นเครื่องมือที่ใช้อัลกอริทึมขั้นสูง จัดการวิชาคณิตศาสตร์ต่างๆ และจัดทำกราฟแบบโต้ตอบ ดังนี้

1. Smodin Omni หรือ สโมดิน ออมนิ เป็นเครื่องมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ AI เป็นโซลูชันขั้นสูงสำหรับปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อน ออกแบบด้วยแนวทางอัลกอริทึมที่ซับซ้อน ช่วยประหยัดเวลาได้มากและเพิ่มประสิทธิภาพการเรียนรู้ด้วยการนำเสนอโซลูชันที่ถูกต้องอย่างสม่ำเสมอ Smodin Omni ช่วยเหลือให้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ทำหาย อัลกอริทึมขั้นสูงตีความและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยความเร็วและความแม่นยำ แทนที่ความยุ่งยากและความสับสนตามปกติที่เกี่ยวข้องกับการบ้านคณิตศาสตร์ Smodin Omni ช่วยให้นักเรียนได้ฝึกฝนการแก้ปัญหาและทบทวนแนวคิดที่สำคัญ เพื่อให้มั่นใจถึงการเตรียมพร้อมอย่างรอบด้านสำหรับการสอบ Smodin Omni เป็นมากกว่าแค่การนำเสนอโซลูชัน โดยจะให้คำแนะนำทีละขั้นตอน เพิ่มความเข้าใจในแนวคิดพื้นฐาน และนำความเข้าใจนี้ไปใช้ในงานมอบหมายในอนาคต Smodin Omni การให้โซลูชันที่รวดเร็วและแม่นยำ ช่วยให้การมอบหมายงานเสร็จสมบูรณ์อย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น ด้วยเหตุนี้จึงเอื้อต่อการจัดการเวลาที่ดีขึ้นและส่งเสริมนิสัยการเรียนรู้ที่ดียิ่งขึ้น Smodin Omni ใช้งานฟรีจำกัดจำนวนครั้ง 3 ครั้ง / สัปดาห์

2. Photomath แอปที่ขับเคลื่อนด้วย AI มอบแนวทางใหม่ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วยให้ผู้ใช้สามารถจับภาพปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากนั้นแอปจะให้วิธีแก้ปัญหาทีละขั้นตอนทันทีครอบคลุมหัวข้อทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายตั้งแต่เลขคณิตไปจนถึงแคลคูลัส เป็นแหล่งข้อมูลอันล้ำค่าสำหรับนักเรียน ผู้ปกครอง และครู ส่วนต่อประสานที่ใช้งานง่ายของ Photomath ทำให้เป็นตัวเลือกยอดนิยมสำหรับผู้ที่ต้องการความช่วยเหลือทางคณิตศาสตร์ สามารถใช้งานฟรีไม่จำกัดจำนวนครั้ง

3. Google (Socratic) ซึ่งขับเคลื่อนโดย Google เป็นแพลตฟอร์มที่สมบูรณ์สำหรับนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือในการบ้านจุดแข็งของแอปอยู่ที่การให้คำอธิบายทีละขั้นตอนสำหรับปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในหัวข้อต่างๆ ตั้งแต่เลขคณิตพื้นฐานไปจนถึงแคลคูลัสขั้นสูง นอกจากนี้ ยังมีวิดีโอ คำจำกัดความ และลิงก์ที่เป็นประโยชน์ ซึ่งนำเสนอเครื่องมือทางการศึกษารอบด้านที่ไม่เพียงแต่ช่วยแก้ปัญหาเท่านั้น แต่ยังช่วยให้นักเรียนเข้าใจกระบวนการอีกด้วย ใช้งานฟรีไม่จำกัดจำนวนครั้ง

4. Mathway พัฒนาโดย Chegg เป็นเครื่องมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ออนไลน์ที่ใช้ปัญญาประดิษฐ์ในการช่วยเหลือนักเรียนไม่ว่าจะเป็นพีชคณิต แคลคูลัส หรือตรีโกณมิติ ความสามารถ

ด้าน AI ของ Mathway นำเสนอวิธีแก้ปัญหาละขั้นตอน เพิ่มความเข้าใจในวิธีการแก้ปัญหาเป็นเครื่องมือที่เชื่อถือได้สำหรับนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือเพิ่มเติมเกี่ยวกับการบ้านวิชาคณิตศาสตร์ Mathway ใช้งานฟรีจำกัดจำนวนครั้ง หากต้องการขั้นตอนและคำอธิบายจะต้องสมัครสมาชิกแบบพรีเมียม

5. Wolfram Alpha เป็นเครื่องมือความรู้ด้านการคำนวณที่ครอบคลุมซึ่งใช้ปัญญาประดิษฐ์เพื่อตอบคำถามที่เป็นข้อเท็จจริงในหลายๆ วิชา รวมถึงคณิตศาสตร์มีความโดดเด่นในด้านความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนและฟังก์ชันกราฟ มอโซลูชันทีละขั้นตอนเพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดพื้นฐานด้วยการเข้าถึงพื้นที่เก็บข้อมูลแนวคิด สูตร และสมการทางคณิตศาสตร์จำนวนมาก Wolfram Alpha เป็นเครื่องมือที่ทรงคุณค่าสำหรับนักเรียนคณิตศาสตร์ที่ต้องการความเป็นเลิศในการเรียน หากต้องการขั้นตอนและคำอธิบายจะต้องอัปเดตเป็น Wolfram Alpha pro

6. Maple Calculator ใช้ประโยชน์จากพลังของ AI เพื่อแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนได้อย่างรวดเร็วออกแบบด้วยชุดฟังก์ชันขั้นสูง เครื่องมือสร้างกราฟ และโซลูชันทีละขั้นตอน โดยจัดการทุกอย่างตั้งแต่สมการพีชคณิตไปจนถึงแคลคูลัสและตรีโกณมิติเครื่องมือนี้ยังมีเกมการศึกษาและปริศนาที่น่าสนใจมากมายเพื่อเพิ่มประสบการณ์การเรียนรู้ เป็นเครื่องมือ AI ที่ยอดเยี่ยมสำหรับนักเรียนที่ต้องการพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์

7. CameraMath ซึ่งเป็นแอปมือถือที่ขับเคลื่อนด้วย AI นำเสนอโซลูชันที่ครอบคลุมสำหรับนักเรียนคณิตศาสตร์คุณสมบัติที่โดดเด่น ได้แก่ ถามผู้สอน ธนาการคณิตศาสตร์ เครื่องคิดเลข และโปรแกรมแก้โจทย์คณิตศาสตร์ ด้วยพีเจอร์ Math Solver แอปนี้ใช้ AI เพื่อแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนและเสนอวิธีแก้ปัญหาละขั้นตอน CameraMath เป็นเครื่องมือ AI ที่ยอดเยี่ยมสำหรับนักเรียนที่ต้องการความเป็นเลิศในการศึกษาคณิตศาสตร์

8. Brilliant ซึ่งเป็นแพลตฟอร์มการศึกษาคณิตศาสตร์ที่ขับเคลื่อนด้วย AI ช่วยนักเรียนในการเรียนรู้แนวคิดทางคณิตศาสตร์และกลยุทธ์การแก้ปัญหาวัยอัลกอริธึม AI Brilliant ให้ข้อเสนอแนะส่วนบุคคลตามความก้าวหน้าของนักเรียนแต่ละคน ทำให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้ตามต้องการ Brilliant มุ่งเน้นไปที่การสอนหลักการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแตกต่างจากเครื่องมือทั่วไป ทำให้เป็นเครื่องมือที่ทรงคุณค่าสำหรับนักเรียนคณิตศาสตร์ทุกคน

9. Microsoft Math Solver ใช้เทคโนโลยี AI เพื่อให้เป็นแพลตฟอร์มที่หลากหลายสำหรับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เสนอแนวทางแก้ไขทีละขั้นตอนและตัวช่วยด้านภาพเพื่อเพิ่มความเข้าใจและแก้ปัญหาดังแต่เลขคณิตพื้นฐานไปจนถึงแคลคูลัสขั้นสูงความสามารถในการจดจำ

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เขียนด้วยลายมือช่วยให้นักเรียนสามารถตรวจงานด้วยตนเองได้ ทำให้เป็นเครื่องมือที่ใช้งานง่ายสำหรับนักเรียนคณิตศาสตร์

10. MyScript เป็นแอปนวัตกรรมใหม่ที่ใช้อัลกอริทึมการเรียนรู้ของเครื่องเพื่อตีความนิพจน์ทางคณิตศาสตร์ที่เขียนด้วยลายมือและให้ข้อเสนอแนะตามเวลาจริงแอปนี้รวมความสะดวกในการจดบันทึกดิจิทัลเข้ากับความแม่นยำในการแก้โจทย์คณิตศาสตร์ที่ขับเคลื่อนโดย AI MyScript เป็นเครื่องมือที่ขาดไม่ได้สำหรับนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือในการบ้านวิชาคณิตศาสตร์

11. Symbolab เป็นแอปแก้โจทย์คณิตศาสตร์ที่ขับเคลื่อนด้วย AI ซึ่งมีเครื่องคิดเลขและเครื่องมือแก้ปัญหาที่หลากหลายคุณสมบัติที่ครอบคลุมช่วยให้นักเรียนเชี่ยวชาญแนวคิดที่ยากและสร้างความมั่นใจในความสามารถทางคณิตศาสตร์ Symbolab เป็นเครื่องมือ AI ที่มีค่าสำหรับนักเรียนที่ต้องการเก่งคณิตศาสตร์

3. การจัดการเรียนรู้โดยใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ (AI)

การเรียนการสอนโดยใช้ปัญญาประดิษฐ์ เป็นการ จัดสภาพแวดล้อมทางการเรียน และเนื้อหาทางการเรียนให้เหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียนแต่ละคน นอกจากนี้ยัง ช่วยเหลือผู้เรียนในการจัดสื่อเพื่อการเรียนรู้ ติดตามและประเมินกิจกรรมการเรียนรู้ของผู้เรียนด้วยความสามารถ ทางปัญญาประดิษฐ์ การจัดการเรียนรู้ด้วยปัญญาประดิษฐ์ นับว่ามีประโยชน์หลายอย่างทีเดียว เพราะปัญญาประดิษฐ์เปลี่ยนวิธีเรียนและเปลี่ยนวิธีสอน บางอย่างที่เราอาจจะยังไม่เห็นในระบบการศึกษาของประเทศไทย ผลกระทบเชิงบวกของปัญญาประดิษฐ์ จะปรากฏให้เห็นตั้งแต่การเรียนรู้ของผู้เรียนชั้นปฐมวัยจนถึงการศึกษาชั้นสูง ทั้งจะมีการสร้างสรรค์เครื่องมือเพื่อการเรียนรู้อีกหลายอย่าง และบางอย่างจะสามารถปรับให้เข้ากับผู้เรียนเป็นรายบุคคลได้ (Personalized Tool) เพื่อให้ได้ผลด้านการเรียนสูงสุดปัญญาประดิษฐ์จะช่วยผู้สอนและผู้เรียนในการจัดการเรียนรู้ดังนี้

1. ปัญญาประดิษฐ์ในการจัดการเรียนรู้ ช่วยลดเวลาทำงานซ้ำ ๆ สำหรับคุณครู เช่น การตรวจการบ้าน ให้คะแนน และให้คำปรึกษาแก่นักเรียน ปัญญาประดิษฐ์ เพื่อให้ผู้สอนมีเวลาไปให้คำปรึกษาแบบตัวต่อตัวกับนักเรียนมาก

2. ปัญญาประดิษฐ์ ช่วยครูสร้างสรรค์เนื้อหาสำหรับสอน ปัจจุบันปัญญาประดิษฐ์สร้างเนื้อหาการสอน ที่ใช้ไวยากรณ์ถูกต้องได้อย่างยอดเยี่ยมเมื่อเทียบกับครูที่เป็นมนุษย์ปกติ อีกทั้งยังช่วยทำหนังสืออิเล็กทรอนิกส์ที่เหมาะสมแก่นักเรียนในช่วงอายุต่าง ๆ การพัฒนาของปัญญาประดิษฐ์ทำให้มีแอปพลิเคชันที่ช่วยให้นักเรียนไม่ต้องเดินทางมาถึงห้องเรียน เพียงแค่มีคอมพิวเตอร์หรือสมาร์ทโฟนก็สามารถเรียนได้จากทุกที่ทุกเวลา

3. ปัญญาประดิษฐ์ ช่วยเป็นติวเตอร์ประสิทธิภาพสูง มีความสามารถช่วยติวนักเรียนโดยคำนึงถึงปัญหาของผู้เรียนเป็นรายบุคคลได้ ช่วยลดข้อจำกัดหลายอย่างในการไปติวหรือขอความช่วยเหลือจากอาจารย์ เพื่อช่วยเหลือนักเรียนนักศึกษาให้เรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น จากการวิเคราะห์ข้อมูลส่วนตัวของเด็กๆ แต่ละคน

4. ปัญญาประดิษฐ์ เป็นผู้สอนเสมือนจริง ในอนาคตผู้สอนที่ยืนบรรยายอยู่หน้าห้อง อาจไม่ใช่มนุษย์อาจจะเป็นหุ่นยนต์ก็ให้ความรู้ได้ไม่ต่างจากคน และอาจารย์ที่เป็นคนจริง ๆ ต่างหากที่กำลังถูกท้าทายให้ต้องปรับเปลี่ยน หลายมหาวิทยาลัยได้พัฒนาสภาพแวดล้อมเสมือนจริงและเครื่องมือเสมือนจริง (Visual Environments and Platforms) ที่ชาญฉลาดโดยใช้ปัญญาประดิษฐ์ เช่น ระบบการเรียนรู้เสมือนจริง เกมเสมือนจริง (Virtual Game) และคอมพิวเตอร์แอนิเมชันเพื่อสร้างสภาพแวดล้อมดังกล่าวสำหรับการใช้ในการเรียน

4. แนวทางปฏิบัติที่ดีที่สุดสำหรับการใช้ Photomath

แนวทางปฏิบัติที่ดีที่สุดสำหรับการแก้ปัญหาและการวิเคราะห์เชิงปริมาณสำหรับการใช้ Photomath แนวคิดใหม่ การเรียนรู้แนวคิดใหม่ จากนั้นฝึกฝนแนวคิดที่เชี่ยวชาญโดยอธิบายแนวคิดใหม่โดยใช้ตัวอย่างผ่าน Photomath

1. แนะนำและอธิบายแนวคิดใหม่โดยเดินผ่านปัญหาใน Photomath ด้วยวิธีแก้ปัญหาทีละขั้นตอน ครูสามารถตรวจสอบปัญหาล่วงหน้าเพื่อเตรียมการได้การสอนบทเรียนการระบุนความเข้าใจผิดที่เป็นไปได้ ประเด็นที่ยาก และประเด็นต่างๆของการชี้แจงใช้เวลาอันน้อยลงในการเขียนขั้นตอนบนกระดานดำและมีเวลามากขึ้นในการหารือเกี่ยวกับสาเหตุ

2. พัฒนาการสังเกตโดยใช้ฟังก์ชันสร้างกราฟของ Photomath ครูสามารถสาธิตและ/หรือสอบถามเมื่อนักเรียนบวกลบส่วนต่างๆ (เช่น ค่าคงที่หรือโคไซน์) เข้ากับฟังก์ชัน Photomath เป็นการสังเกตภาพสำหรับครูผู้สอนเพื่อช่วยพัฒนานักเรียน

3. ส่งเสริมการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านกลุ่มย่อย ใช้ Photomath เพื่อสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนบูรณาการทรัพยากรนี้เพื่อปรับปรุงไม่ใช่แทนที่การคิดทางคณิตศาสตร์ของพวกเขาโดยเน้นไปที่การฝึกฝนไม่ได้เกี่ยวกับการหาคำตอบแต่เป็นการพัฒนาความสามารถในการมองเห็นโครงสร้างและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาในกลุ่มย่อยให้นักเรียนสแกนปัญหา ดูคำอธิบายทีละขั้นตอนที่ให้อ่าน แล้วถามนักเรียนว่าพวกเขาจะแก้สมการเดียวกันนี้ได้อย่างไร

4. ตรวจสอบคำตอบในการฝึกกลุ่มย่อย นักเรียนควรได้รับการสนับสนุนให้ใช้ Photomath เพื่อตรวจสอบคำตอบสำหรับฝึกแก้ปัญหา เปรียบเทียบวิธีแก้ปัญหา และระบุข้อผิดพลาดในการคำนวณขณะที่นักเรียนทำงานผ่านปัญหาตัวแทนในกลุ่มย่อย นักเรียนควร

เปรียบเทียบและทำความเข้าใจกลยุทธ์ที่เพื่อนร่วมงานก่อน เพื่อให้แน่ใจเพื่อให้นักเรียนมีความรับผิดชอบในการทำให้ผู้อื่นสามารถเข้าถึงกลยุทธ์ของตนได้ นักเรียนยังสามารถเปรียบเทียบโซลูชันของกลุ่มกับ Photomath

5. ตรวจสอบคำตอบที่บ้าน นักเรียนควรได้รับการสนับสนุนให้ใช้ Photomath เพื่อตรวจสอบคำตอบสำหรับปัญหาการบ้าน เปรียบเทียบวิธีแก้ปัญห และระบุข้อผิดพลาดในการคำนวณ สำหรับนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือเพิ่มเติมหรือทบทวนแนวคิดเดิม

6. การใช้ Photomath ในการคำนวณ คณิตศาสตร์อาจต้องอาศัยการฝึกฝนอย่างมาก จนกว่าจะเชี่ยวชาญแนวคิด ซึ่งเมื่อถึงจุดนั้น แง่มุมของการแก้ปัญหาก็จะกลายเป็นการดำเนินการคำนวณและการประยุกต์ใช้ที่ยากขึ้นทักษะและแนวคิด นักเรียนสามารถใช้ Photomath เพื่อฝึกฝนแนวคิดด้วยตนเองได้

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. งานวิจัยในประเทศ

งานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ (AI) มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

รัฐวัฒน์ หอมรื่น , สมวงษ์ แผลงประสพโชค และกฤษณะ โสขุมา (2566) ได้ทำวิจัยเรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้บาร์โมเดลร่วมกับแอปพลิเคชัน Photomath โดยการศึกษาครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อ 1) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้บาร์โมเดล ร่วมกับแอปพลิเคชัน Photomath และ 2) ศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้โดยใช้บาร์โมเดลร่วมกับแอปพลิเคชัน Photomath กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบ้านห้วยกระจะ (สวัสดิชัยอุปถัมภ์) จังหวัดจันทบุรีภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565 จำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียน 24 คน ได้มาโดยการเลือกแบบเจาะจง ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลองทั้งหมด 10 ชั่วโมง เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและแบบสอบถามความพึงพอใจต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้บาร์โมเดลร่วมกับแอปพลิเคชัน Photomath สถิติที่ใช้ในงานวิจัยคือ ความถี่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน การทดสอบที่แบบไม่เป็นอิสระต่อกัน ผลการศึกษาพบว่า 1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้บาร์โมเดลร่วมกับแอปพลิเคชัน Photomath สูงกว่าก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีพัฒนาการในระดับใช้ได้ 2) ผลการศึกษาความพึงพอใจต่อการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนมีความพึงพอใจในระดับมากที่สุด

สุรشنا ช่างขายวงศ์และธงชัย อรัญชัย (2565) ได้ทำวิจัยเรื่อง การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตามแนวคิดห้องเรียนกลับด้าน โดยใช้แอปพลิเคชันงานชั้นเรียน โดยการวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อ 1) พัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดห้องเรียนกลับด้านโดยใช้แอปพลิเคชันงานชั้นเรียน ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 75/75 2) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดห้องเรียนกลับด้าน และ 3) ศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดห้องเรียนกลับด้านโดยใช้แอปพลิเคชันงานชั้นเรียน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสหวิทย์ จังหวัดสุพรรณบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 จำนวน 34 คน ที่ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่มเครื่องมือในการวิจัยประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และแบบสอบถามความพึงพอใจ ค่าสถิติที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบทีแบบไม่อิสระ ผลการวิจัยพบว่า กิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดห้องเรียนกลับด้านโดยใช้แอปพลิเคชันงานชั้นเรียนมีประสิทธิภาพ 78.14/76.37 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 3) ความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดห้องเรียนกลับด้านโดยใช้แอปพลิเคชันงานชั้นเรียน โดยภาพรวมอยู่ในระดับมาก ($\bar{X}$ = 4.27 , S.D. = 0.80)

งานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

อำพร จุลพล (2550) ได้ทำวิจัยเรื่อง การสร้างแบบทดสอบอัตนัยเพื่อวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยการวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ คือ 1) เพื่อสร้างแบบทดสอบอัตนัยที่ใช้ในการวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีคุณภาพ 2) เพื่อศึกษาจุดบกพร่องของนักเรียนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในเขตพื้นที่การศึกษานครราชสีมา เขต 1 กลุ่มตัวอย่างที่

ทำการศึกษาคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2549 จำนวน 410 คน โดยการสุ่มแบบแบ่งชั้น (Stratified Random Damping) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบอัตนัยเพื่อวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยสามารถสรุปได้ดังต่อไปนี้

1. ด้านการสร้างแบบทดสอบ ประเด็นสำคัญของการสร้างได้ศึกษาเกี่ยวกับขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาทั้งในและต่างประเทศ รวมทั้งได้ศึกษาจากสภาพจริงในพื้นที่ ได้ใช้แนวคิดของสสวท. ในการกำหนดขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาและในการสร้างพฤติกรรมย่อย แบบทดสอบอัตนัยเพื่อวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหา มีจำนวน 6 ข้อ ซึ่งประกอบด้วยสถานการณ์โจทย์ที่ใช้วัดระดับพฤติกรรมการเรียนรู้ขั้นการนำไปใช้ จำนวน 3 ข้อ และวัดในขั้นการวิเคราะห์ จำนวน 3 ข้อ ในสถานการณ์โจทย์แต่ละข้อ จะประกอบด้วยคำสั่งย่อย 3 คำสั่ง คำสั่งย่อยที่ 1 เป็นขั้นการวิเคราะห์โจทย์ในสถานการณ์โจทย์แต่ละข้อ จะประกอบด้วยคำสั่งย่อย 3 คำสั่ง คำสั่งย่อยที่ 1 เป็นขั้นการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาที่ใช้วัดพฤติกรรมย่อยข้อที่ 1-2 คำสั่งย่อยที่ 2 เป็นขั้นการกำหนดขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาที่ใช้วัดพฤติกรรมย่อยข้อที่ 3-4 คำสั่งย่อยที่ 3 เป็นขั้นปฏิบัติตามขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาที่ใช้วัดพฤติกรรมย่อยข้อที่ 5-6 คำสั่งย่อยที่ 4 เป็นขั้นตรวจสอบความถูกต้องที่ใช้วัดพฤติกรรมย่อยข้อ 7-9 สร้างคู่มือในการให้คะแนน และมีการสร้างโมเดลคำตอบจากการรวบรวมคำตอบของนักเรียน ครูผู้สอน และจากที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเอง

หทัยกาญจน์ พลพันธ์ (2563) ได้ทำวิจัยเรื่อง การพัฒนาชุดกิจกรรมการเรียนรู้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดเมตาคอกนิชัน เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่1 โดยการวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อ 1) เพื่อพัฒนาชุดกิจกรรมการเรียนรู้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดเมตาคอกนิชัน เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ให้มีประสิทธิภาพ 75/75 2) เพื่อศึกษาดัชนีประสิทธิผลของการเรียนรู้โดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดเมตาคอกนิชัน เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 3) เพื่อศึกษาผลการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดเมตาคอกนิชัน เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ดังนี้ 3.1) เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของเมตาคอกนิชันกับเกณฑ์ร้อยละ 75 3.2) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดเมตาคอกนิชันกับเกณฑ์ร้อยละ 75 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 1 ห้องเรียน

จำนวน 40 คน ซึ่งได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่ 1) ชุดกิจกรรมการเรียนรู้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดเมตาคอนิชั่น จำนวน 3 ชุด ได้แก่ อัตราส่วน, สัดส่วน และร้อยละ มีความเหมาะสมระดับมากที่สุด โดยมีค่าเฉลี่ย 4.70 2) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.22 ถึง 0.58 และค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.90 3) แบบทดสอบวัดสมรรถนะในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นข้อสอบแบบอัตนัยเขียนตอบ จำนวน 5 ข้อ มีค่าความยากตั้งแต่ 0.21 ถึง 0.6 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ ตั้งแต่ 0.40 ถึง 0.75 และค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.81 สถิติที่ใช้ในการ วิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ร้อยละค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบสมมติฐานด้วย t-test

2. งานวิจัยในต่างประเทศ

งานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ (AI) มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

Fikri , Yulia and Putri (2023) จากภาควิชาคณิตศาสตร์ศึกษา จังหวัดจัมบิของประเทศอินโดนีเซีย ได้ทำการศึกษาเรื่องการประยุกต์ใช้โฟโต้แมทเพื่อการเรียนรู้การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ การศึกษานี้มีวัตถุประสงค์เพื่อกำหนดการวางแผน การนำไปปฏิบัติ การประเมิน และข้อจำกัดที่พบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้แอปพลิเคชันโฟโต้แมท การวิจัยประเภทนี้ใช้วิธีการวิเคราะห์เชิงพรรณนาเชิงคุณภาพ เทคนิคการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ การสังเกต การสัมภาษณ์ และการจัดทำเอกสาร ผลการศึกษาพบว่า การนำการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ได้รับความช่วยเหลือจากการประยุกต์ใช้โฟโต้แมทมาใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สามารถทำได้ 4 ขั้นตอน ได้แก่ (1) ขั้นตอนการวางแผน ซึ่งเริ่มต้นจากขั้นตอนการจดจำแอปพลิเคชันโฟโต้แมทแล้วดาวน์โหลดลงในอุปกรณ์ของครูและนักเรียน (2) ขั้นตอนการนำแอปพลิเคชันโฟโต้แมท ไปใช้ ซึ่งเป็นขั้นตอนที่เริ่มต้นจากการเขียนคำถาม ถ่ายภาพและสแกนคำถาม การตอบคำถามและแก้ไขขั้นตอนในแอปพลิเคชันโฟโต้แมท การคัดลอกคำถาม การทำงานคำถามฝึกหัด และการประเมินผล/การประเมิน (3) ผลการประเมินการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยความช่วยเหลือของแอปพลิเคชันโฟโต้แมทเป็นไปด้วยดี โดยเห็นได้จากนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 8 จำนวน 20 คนของ SMPN 3 Sungai Full ที่สามารถแก้ปัญหาได้มากถึง 15 คน (4) ข้อจำกัด/จุดอ่อนในการใช้แอปพลิเคชันโฟโต้แมทเป็นเรื่องยากสำหรับนักเรียนที่ไม่มีระบบปฏิบัติการ Android ซึ่งจะทำให้นักเรียนคัดลอกคำตอบเท่านั้น จากผลการวิจัยข้างต้น นักวิจัยแนะนำให้ใช้แอปพลิเคชันโฟโต้แมทเพื่อช่วยครูสอนนักเรียนให้ตอบคำถามตัวอย่างอย่างรวดเร็วและครบถ้วนตามขั้นตอน

Nurhayati , Rofiroh and Riski (2021) ได้ทำการศึกษาเรื่องการวิเคราะห์ความเข้าใจแนวคิดและการพึ่งพาตนเองในการเรียนรู้ของนักเรียนในยุคปกติใหม่ที่ได้รับความช่วยเหลือจากโฟโต้แมทหนังสือ SLETV การศึกษานี้มีวัตถุประสงค์เพื่อประเมินความเข้าใจแนวคิดของนักเรียนและการเรียนรู้การพึ่งพาตนเองในยุคปกติใหม่ที่ได้รับความช่วยเหลือจาก โฟโต้แมทหนังสือ SLETV การศึกษานี้ใช้แนวทางเชิงปริมาณของการออกแบบการทดลองกึ่งทดลองและการออกแบบการทดสอบก่อน-หลังการทดสอบกลุ่มเดียว ประชากรในการศึกษานี้คือนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 ทั้งหมดที่อยู่ใน SMPN 3 Jeumpa, Bireuen กลุ่มตัวอย่างได้รับการคัดเลือกโดยใช้การสุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 จำนวน 29 คนจากนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 ใน SMPN 3 Jeumpa, Bireuen ที่เข้าร่วมเมื่อทำการศึกษาครั้งนี้ เครื่องมือที่ใช้วัดระดับความเข้าใจของนักเรียนคือแบบทดสอบ ขณะเดียวกัน เพื่อพิจารณาการพึ่งพาตนเองในการเรียนรู้ของนักเรียน การศึกษาครั้งนี้ใช้แบบสอบถาม N-Gain คำนวณเพื่อทราบระดับความเข้าใจแนวความคิดของนักเรียน และใช้เทคนิคเปอร์เซ็นต์เพื่อกำหนดระดับการพึ่งพาตนเองของนักเรียนด้วย ผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่ากระบวนการสอนและการเรียนรู้ที่ได้รับความช่วยเหลือจาก Photomath บนสื่อ SLETV สามารถปรับปรุงความเข้าใจแนวความคิดของนักเรียนได้ แม้ว่าการปรับปรุงจะยังถือว่าอยู่ในประเภทต่ำก็ตาม นอกจากนี้ การปรับปรุงความเข้าใจแนวความคิดของนักเรียนยังทำให้ได้คะแนนระดับกลางอีกด้วย นอกจากนี้ นักเรียน 80% ยอมรับว่าการใช้ Photomath สามารถทำให้นักเรียนสามารถพึ่งพาตนเองได้มากขึ้นในกระบวนการสอนและการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในสื่อ SLETV

Zain , Setambah , Othman , Hanapi and Yusuf (2023) ได้ทำการศึกษาเรื่องการใช้แอปพลิเคชันโฟโต้แมทในการช่วยปรับปรุงผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ (พีชคณิต) ของนักเรียน การวิจัยเชิงปฏิบัติการนี้จัดทำขึ้นเพื่อช่วยให้นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 5 คนปรับปรุงผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ของตน โดยเฉพาะในด้านการพัฒนา Factoring และพีชคณิต กลุ่มตัวอย่างการศึกษาประกอบด้วยนักเรียน 5 คนที่มีผลการทดสอบก่อนสอบต่ำ การคัดเลือกผู้ตอบแบบสอบถามดำเนินการโดยการสุ่มตัวอย่างแบบเจาะจงซึ่งมีนักเรียนจำนวน 5 คนในโรงเรียนมัธยมศึกษาแห่งหนึ่ง การวิจัยเชิงปฏิบัติการนี้ยังเปิดโอกาสให้นักวิจัยปรับปรุงแนวทางการสอนและการเรียนรู้โดยใช้แอปพลิเคชันโฟโต้แมทข้อมูลสำหรับการศึกษานี้รวบรวมผ่านการสังเกต การทดสอบก่อน หลังการทดสอบ และแบบสอบถาม จากนั้นนำข้อมูลที่รวบรวมมาวิเคราะห์ในด้านความถี่และร้อยละ ผลการทดสอบหลังเรียนสำหรับผู้ตอบแบบสอบถามทั้งห้าคน แสดงให้เห็นถึงความสำเร็จทางคณิตศาสตร์ที่เพิ่มขึ้น และความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์มากขึ้น เมื่อพวกเขาสามารถอ้างถึงแอปพลิเคชันโฟโต้แมทนี้ตามการคำนวณที่พวกเขาทำ การใช้แอปพลิเคชันนี้สามารถใช้เป็นเครื่องมือ

อย่างกว้างขวางในการช่วยเหลือนักเรียนเมื่ออยู่ที่บ้านและไม่มีการอ้างอิงถึง ความหมายของการศึกษานี้แสดงให้เห็นถึงความสำเร็จและความสนใจในทัศนคติของผู้ตอบแบบสอบถามที่เพิ่มขึ้น

Kelecsényi , Osztényiné and Zita (2021) ได้ทำการศึกษาเรื่อง โฟโต้แมท : คำอวยพรหรือคำสาป จุดมุ่งหมายของการศึกษานี้คือเพื่อแสดงประสบการณ์เกี่ยวกับการใช้งาน Photomath อย่างเป็นธรรมชาติในชั้นเรียนการปรากฏตัวของโฟโต้แมทและแอปพลิเคชันที่คล้ายกันจะส่งผลกระทบต่องานของชั้นเรียนคณิตศาสตร์และการประเมินในอนาคตอย่างแน่นอน เราพบว่าพฤติกรรมทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเปลี่ยนไปในขณะที่ใช้โฟโต้แมท เนื่องจากพวกเขาจะตั้งคำถามกับผลลัพธ์ที่ได้รับจากความช่วยเหลือของแอปพลิเคชัน พวกเขาตรวจสอบวิธีแก้ปัญหาอย่างต่อเนื่องและตีความคำตอบที่ได้รับ การสำรวจผลกระทบของพฤติกรรมนี้ต่อการสอนและการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่น่าสนใจ



บทที่ 3

ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย

รูปแบบการวิจัย

การวิจัย เรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ (AI) ต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เป็นการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน (Classroom Action Research) แบบของ Schmuck, R.(2006) ซึ่งดำเนินการเป็นวงจรปฏิบัติการที่ต่อเนื่องกัน แต่ละวงจรประกอบไปด้วย ขั้นวางแผน(Plan) ขั้นปฏิบัติการ(Act) ขั้นสังเกต(Observe) และขั้นสะท้อนผล (Reflect) ตามลำดับ ในการวิจัยนี้จะดำเนินการทั้งหมด 3 วงจรปฏิบัติการ โดยเมื่อดำเนินการมาถึงขั้นสะท้อนผลแล้วผู้วิจัยจะนำข้อมูลที่ได้จากขั้นนี้มาสรุปเป็นแนวทางการจัดการเรียนรู้ในขั้นวางแผนของวงจรปฏิบัติการถัดไปจนครบจำนวนวงจรปฏิบัติการที่กำหนด โดยมีรายละเอียดดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นวางแผน (Plan)

1. สำรวจและวิเคราะห์สภาพปัญหาที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนวิชาคณิตศาสตร์
2. ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งศึกษาหลักสูตร ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระคณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์
3. วางแผนและสร้างเครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ (AI) ต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 3 แผน แบบบันทึกการสะท้อนผล ใบกิจกรรม แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และเครื่องมือการวัดผลและประเมินผล
4. นำแผนการจัดการเรียนรู้ และเครื่องมือวิจัยต่างๆที่สร้างขึ้น เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ และให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความถูกต้อง ความสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ และความเหมาะสมของเครื่องมือวิจัย จากนั้นทำการปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้และเครื่องมือวิจัยตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน

ขั้นที่ 2 ขั้นปฏิบัติ (Act)

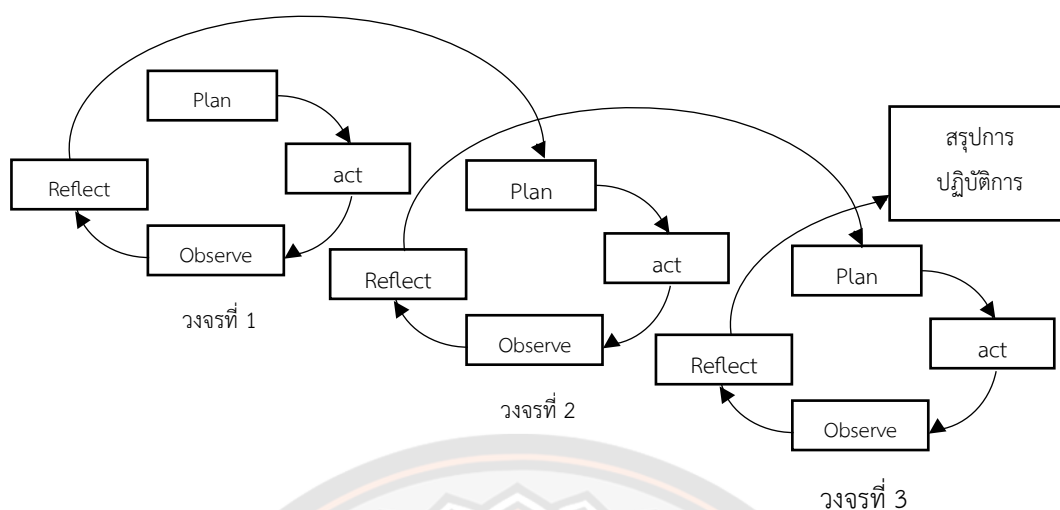
นำแผนการจัดการเรียนรู้มาใช้ในห้องเรียนโดยดำเนินการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้น ซึ่งมีขั้นตอนทั้งหมด 4 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ โดยจะดำเนินการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 3 แผน หรือ 3 วงจรปฏิบัติการ

ขั้นที่ 3 ขั้นสังเกต (Observe)

เป็นขั้นที่ผู้วิจัยสังเกตพฤติกรรมต่างๆ ของนักเรียนระหว่างการจัดการเรียนรู้ว่าได้ผลหรือไม่โดยจะทำการบันทึกผลการจัดการเรียนรู้ลงใบแบบสะท้อนผล พร้อมทั้งมีการบันทึกเทปการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เครื่องบันทึกวิดีโอ เพื่อใช้ประกอบการสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัย พร้อมกับมอบหมายให้นักเรียนทำใบกิจกรรมในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ เมื่อครบทุกแผนการจัดการเรียนรู้แล้วนักเรียนจะทำแบบทดสอบ เพื่อสังเกตและประเมินความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกับเป้าหมายที่กำหนดไว้ในขั้นที่ 1 โดยพยายามหาหลักฐาน ข้อมูลที่สนับสนุนและคัดค้าน เพื่อนำไปสู่การได้ข้อสรุปว่าวิธีการจัดการเรียนรู้ที่ปฏิบัตินั้นได้ผลหรือไม่ และควรทำการปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ในครั้งต่อไปอย่างไร

ขั้นที่ 4 ขั้นสะท้อนผล (Reflect)

ผู้วิจัยจะนำเอาข้อมูลที่ได้จากขั้นที่ 3 คือ แบบบันทึกการสะท้อนผล และเทปบันทึกการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มาทำการวิเคราะห์ถึงปัญหาและอุปสรรคเกิดขึ้นในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และนำผลทั้งหมดที่ได้มาวิเคราะห์ พูดคุย แลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับอาจารย์ที่ปรึกษาการศึกษาค้นคว้าอิสระ เพื่อปรับปรุงและพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการต่อไปให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น โดยผู้วิจัยจะดำเนินการจัดการเรียนรู้และวิเคราะห์ผล เพื่อนำไปปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้เป็นแบบวงจร โดยการทำซ้ำไปจนครบทั้ง 3 แผน หรือ 3 วงจรปฏิบัติการแล้วผู้วิจัยจะนำผลที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งหมดไปทำการวิเคราะห์ข้อมูลและสรุปผลการวิจัยในลำดับต่อไป



ภาพ 3 วงจรปฏิบัติการ 3 วงจร

กลุ่มเป้าหมายงานวิจัย

1. กลุ่มเป้าหมาย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ห้อง 1 ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 ของโรงเรียนขนาดกลางในจังหวัดอุดรดิตถ์ จำนวน 36 คน จำนวน 1 ห้องเรียน ที่ได้รับการคัดเลือกแบบเจาะจง (Purposive sampling)

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยนี้แบ่งออกเป็น 2 ส่วนคือ

1. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 12 แผน ใช้เวลาทั้งหมด 12 ชั่วโมง ประกอบด้วย

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-2 เรื่อง แนะนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 2 ชั่วโมง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3-7 เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 5 ชั่วโมง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8-12 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 5 ชั่วโมง

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

2.1 แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยบันทึกประเด็นปัญหา อุปสรรค และข้อเสนอแนะในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของผู้วิจัยแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ เพื่อนำข้อมูล มาปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยในวงจรปฏิบัติการ 3 วงจร

2.2 แบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน - หลังเรียน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เป็นข้อสอบแบบอัตนัยจำนวน 3 ข้อ โดยผู้วิจัยสร้างขึ้นให้มีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

2.3 การวิเคราะห์หาคะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์ของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการคำนวณหาคะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์หรือคะแนนร้อยละของพัฒนาการของนักเรียน (ศิริชัย กาญจนวาสี, 2557 อ้างอิงใน รัชกร เวชรนันท์และคณะ, 2562 ,1664) ดังนี้

$$GS(\%) = \frac{(Y-X)100}{(F-X)}$$

GS(%) = คะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์ หรือคะแนนร้อยละของพัฒนาการของนักเรียน

X = คะแนนก่อนเรียน

Y = คะแนนหลังเรียน

F = คะแนนเต็ม

โดยมีการแบ่งสัดส่วนคะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์ดังนี้

76 – 100	คะแนน	หมายถึง	พัฒนาการระดับสูงมาก
51 – 75	คะแนน	หมายถึง	พัฒนาการระดับสูง
26 – 50	คะแนน	หมายถึง	พัฒนาการระดับปานกลาง
1 – 25	คะแนน	หมายถึง	พัฒนาการระดับต้น
0	คะแนน	หมายถึง	ไม่มีพัฒนาการ
คะแนนติดลบ		หมายถึง	พัฒนาการลดลง

ผู้วิจัยแสดงเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อใช้ในการตอบจุดประสงค์ของการวิจัยทั้งสามข้อ ดังตารางที่ 7

ตาราง 7 ความสัมพันธ์ระหว่างจุดประสงค์ของการวิจัยกับเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

จุดประสงค์ของการวิจัย	เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล
1. เพื่อศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3	- แผนการจัดการเรียนรู้ - แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้
2. เพื่อศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3	- ใบกิจกรรม - แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน

การสร้างเครื่องมือการวิจัย

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เป็นไปตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีขั้นตอนการสร้างดังต่อไปนี้

1.1 ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษา กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยทำการศึกษาและทำความเข้าใจเนื้อหาสาระ มาตรฐานและสาระการเรียนรู้ คำอธิบายรายวิชา ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้แกนกลางและการวัดผลและประเมินผล เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรซึ่งอยู่ในสาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต แล้วกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้และออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ รวมทั้งหมด 12 ชั่วโมง โดยใช้เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งหมด 4 สัปดาห์

1.2 ศึกษาแนวทางและขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ และแนวทางพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

1.3 ทำความเข้าใจและกำหนดรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์

1.4 สร้างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 3 แผนการจัดการเรียนรู้ ใช้เวลาเรียนทั้งหมด 12 ชั่วโมง ในแต่ละแผนประกอบด้วย ส่วนหัวแผนการจัดการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด สารสำคัญ จุดประสงค์การเรียนรู้ สารการเรียนรู้แกนกลาง กระบวนการจัดการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ แหล่งเรียนรู้ การวัดและประเมินผล และบันทึกหลังแผนการจัดการเรียนรู้ โดยแบ่งเนื้อหาในการจัดการเรียนรู้ครั้งนี้ออกเป็น 3 วงจรปฏิบัติการ ดังนี้

1.4.1 วงจรการปฏิบัติการที่ 1 จำนวน 1 แผน คือ แผนการจัดการจัดการเรียนรู้ที่ 1 แนะนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

1.4.2 วงจรการปฏิบัติการที่ 2 จำนวน 1 แผน คือ แผนการจัดการจัดการเรียนรู้ที่ 2 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

1.4.3 วงจรการปฏิบัติการที่ 3 จำนวน 1 แผน คือ แผนการจัดการจัดการเรียนรู้ที่ 3 การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจำนวน 3 แผน เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อพิจารณาและประเมินความเหมาะสมขององค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ จากนั้นปรับแก้ตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษา แล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ประกอบด้วย

ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ จำนวน 1 ท่าน

ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์/คณิตศาสตร์ศึกษาจำนวน 1 ท่าน

ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน จำนวน 1 ท่าน

เพื่อพิจารณาและประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ทั้ง 5 ด้าน ได้แก่ ด้านจุดประสงค์การเรียนรู้ ด้านสารการเรียนรู้ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ด้านสื่อและแหล่งการเรียนรู้ และด้านการวัดผลและประเมินผล

โดยผู้วิจัยใช้แบบประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบมาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ (Rating Scale) ตามแบบของลิเคิร์ต (Likert) โดยให้ผู้เชี่ยวชาญลงความเห็นในแบบประเมิน มีเกณฑ์การให้คะแนนความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ ดังนี้

เหมาะสมมากที่สุด	ให้คะแนน 5 คะแนน
เหมาะสมมาก	ให้คะแนน 4 คะแนน
เหมาะสมปานกลาง	ให้คะแนน 3 คะแนน
เหมาะสมน้อย	ให้คะแนน 2 คะแนน

เหมาะสมน้อยที่สุด ให้คะแนน 1 คะแนน

หลังจากนั้นนำผลการประเมินความเหมาะสมของแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้มาคำนวณหา ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานในแต่ละด้านที่ประเมิน แล้วนำไปเทียบเกณฑ์การแปลความหมาย (รัตนะ บัวสนธ์, 2556) ดังนี้

- ค่าเฉลี่ย 4.50 - 5.00 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมากที่สุด
- ค่าเฉลี่ย 3.50 - 4.49 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมาก
- ค่าเฉลี่ย 2.50 - 3.49 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมปานกลาง
- ค่าเฉลี่ย 1.50 - 2.49 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมน้อย
- ค่าเฉลี่ย 1.00 - 1.49 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมน้อยที่สุด

เกณฑ์การตัดสินผลการประเมิน คือ ใช้เกณฑ์ค่าเฉลี่ยไม่ต่ำกว่า 3.50 และส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐานไม่เกิน 1.00 ถือว่าแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสม โดยผลการประเมินความ เหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสอง ตัวแปร พบว่า มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.82 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.13 ซึ่งถือว่าแผนการ จัดการเรียนรู้นี้มีความเหมาะสมและสามารถนำไปใช้ได้ โดยผลการประเมินความเหมาะสมของ แผนการจัดการเรียนรู้

1.6 ปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ

1.7 สร้างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอป พลิกชันปัญหาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับสมบูรณ์ เพื่อนำไปใช้ดำเนินการจัดการเรียนรู้ต่อไป

2 แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยบันทึกประเด็นปัญหา อุปสรรค และข้อเสนอแนะ ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของผู้วิจัยแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ เพื่อนำข้อมูล มาปรับปรุงการ จัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยในวงจรปฏิบัติการถัดไป โดยมีขั้นตอนในการสร้างแบบสะท้อนผลการจัดการ เรียนรู้ ดังนี้

2.1 ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้

2.2 กำหนดประเด็นการบันทึกการสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้

2.3 สร้างแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ โดยมีลักษณะเป็นแบบเขียนบันทึกประเด็น ตามขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิกชัน ปัญหาประดิษฐ์

2.4 นำแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษา

2.5 นำแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน เพื่อพิจารณาและตรวจสอบความเหมาะสมของภาษาที่ใช้กับประเด็นการสะท้อนผลตามขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ โดยผู้เชี่ยวชาญประกอบด้วย

ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ จำนวน 1 ท่าน

ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์/คณิตศาสตร์ศึกษาจำนวน 1 ท่าน

ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน จำนวน 1 ท่าน

โดยผลการพิจารณาและตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญ

2.6 สร้างแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ฉบับสมบูรณ์ เพื่อนำไปใช้ในการบันทึกข้อมูลจากการจัดการเรียนรู้ในแต่ละครั้งต่อไปนอกจากนี้ในการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ ผู้วิจัยได้บันทึกวิดีโอระหว่างการจัดการเรียนรู้ เพื่อเป็นข้อมูลเพิ่มเติมในการวิเคราะห์การจัดการเรียนรู้ ในกรณีที่เกิดการสังเกตและการสะท้อนผลไม่ครบถ้วนสมบูรณ์

3. การศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยมีเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

1. ใบงาน/ใบกิจกรรม เป็นส่วนหนึ่งของแผนการจัดการเรียนรู้ เพื่อใช้ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อเป็นเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล เกี่ยวกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา โดยแต่ละใบกิจกรรม มีขั้นตอนการสร้างดังต่อไปนี้

1. ศึกษากรอบโครงสร้างการประเมินความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา

2. ศึกษาลักษณะและขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ รวมถึงเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์

3. ศึกษาเนื้อหาสาระวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จากนั้นทำการวิเคราะห์และสังเคราะห์เพื่อสร้างเป็นกรอบแนวคิดซึ่งนำไปสู่การแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4. ออกแบบและสร้างใบกิจกรรมที่มีข้อคำถาม ที่สอดคล้องกับองค์ประกอบรายด้านของความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนทั้ง 4 องค์ประกอบ

5. พัฒนาเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก จำแนกตามระดับคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนทั้ง 4 องค์ประกอบ

6. นำใบกิจกรรมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ ทั้งหมด 3 ท่าน เพื่อประเมินความเหมาะสมของใบกิจกรรม ประกอบด้วย

ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ จำนวน 1 ท่าน

ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์/คณิตศาสตร์ศึกษา จำนวน 1 ท่าน

ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน จำนวน 1 ท่าน

7. ปรับปรุงแก้ไขใบกิจกรรมของนักเรียนตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

8. จัดทำใบกิจกรรมฉบับสมบูรณ์

2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เป็นข้อสอบแบบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ โดยผู้วิจัยสร้างขึ้นให้มีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ ซึ่งมีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

1. ศึกษาเอกสารและวิเคราะห์ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบจากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง แล้ว

กำหนดแนวทางในการสร้างข้อคำถามในแบบทดสอบ

3. สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 5 ข้อ

4. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด 3 ท่าน ประกอบด้วย

ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ จำนวน 1 ท่าน

ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์/คณิตศาสตร์ศึกษา จำนวน 1 ท่าน

ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน จำนวน 1 ท่าน

เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) ของแบบทดสอบโดยวิเคราะห์หาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Congruence: IOC) ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อข้อคำถามแต่ละข้อ โดยใช้เกณฑ์การพิจารณา (ไพศาล วรคำ, 2552) ดังนี้

คะแนน +1 ถ้าเห็นด้วยว่าแบบทดสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

คะแนน 0 ถ้าไม่แน่ใจว่าแบบทดสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

คะแนน -1 ถ้าไม่เห็นด้วยว่าแบบทดสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

พิจารณาข้อคำถามที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป มาสร้างแบบทดสอบวัด

5. ปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

6. จัดทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาแบบสมบูรณ์

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการเก็บข้อมูลจากการจัดการเรียนรู้ โดยมีขั้นตอนการดำเนินการ ดังนี้

1. เพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ซึ่งเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพและเป็นข้อมูลที่ได้จากผู้วิจัย ผู้ร่วมสังเกตการจัดการเรียนรู้และอาจารย์ที่ปรึกษา มาวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content Analysis) เมื่อสิ้นสุดการจัดการเรียนรู้ในแต่ละวงจรปฏิบัติการและวิเคราะห์ภาพรวมทั้งหมดอีกครั้ง เมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้ครบทั้ง 3 วงจรปฏิบัติการ มีรายละเอียดดังนี้

1. ผู้วิจัยรวบรวมข้อมูลที่ได้จากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ทำการตัดทอนหรือลดข้อมูลที่ไม่สำคัญ เพื่อคัดเลือกข้อมูลที่สำคัญที่สามารถตอบคำถามที่ผู้วิจัยต้องการวิเคราะห์ ได้แก่ 1) ปัญหาที่พบจากการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ 2) แนวทางการปรับปรุงแก้ไขสำหรับการจัดการเรียนรู้ครั้งต่อไป

2. ผู้วิจัยนำข้อมูลมาจัดกลุ่มเป็นกลุ่มเดียวกัน และหาลักษณะร่วมของข้อมูลเพื่อตีความข้อมูล เพื่อสรุปเป็นแนวทางการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสม

1.3 ผู้วิจัยเขียนสรุปการสะท้อนปัญหาและอุปสรรค และแนวทางแก้ไขปัญหาของแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เพื่อนำปรับปรุงและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ในวงจรถัดไปให้ดียิ่งขึ้น

1.4 ผู้วิจัยตรวจสอบความน่าเชื่อถือของข้อมูลเชิงคุณภาพด้วยวิธีการแบบสามเส้า (Triangulation) แบบใช้แหล่งข้อมูลมากกว่าหนึ่งชนิด (Resource Triangulation) โดยนำแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ที่ได้จากผู้วิจัย และผู้ร่วมวิจัยมาวิเคราะห์และสรุปผลการจัดการเรียนรู้ว่าให้ข้อมูลในประเด็นที่สอดคล้องและเป็นไปในทิศทางเดียวกันหรือไม่อย่างไร

2. เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1. ปฐมนิเทศและชี้แจงจุดประสงค์การเรียนรู้ให้กับนักเรียนที่เป็นผู้เข้าร่วมวิจัย

2. ดำเนินการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนในชั่วโมงปกติของโรงเรียน โดยใช้เวลาจัดการเรียนรู้ 12 ชั่วโมง

3. ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนแต่ละคนจะร่วมกันศึกษาข้อมูลในใบกิจกรรมที่กำหนดให้ และมอบหมายให้ทำใบกิจกรรม โดยระดมแนวคิดที่หลากหลาย และลงมือแก้ปัญหา ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการจัดการเรียนรู้จะสังเกตและจดบันทึกพฤติกรรมที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ลงในแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้

4. เมื่อนักเรียนแต่ละคนเขียนคำตอบหรือแสดงวิธีคิดลงในใบกิจกรรม (ในส่วนของคำถาม) และใบกิจกรรมเรียบร้อยแล้ว ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการจัดการเรียนรู้จะให้คะแนนใบกิจกรรมของนักเรียนแต่ละคน และผู้วิจัยจะทำการสะท้อนผลการทำกิจกรรมให้นักเรียนทราบในชั่วโมงสุดท้ายของแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้

5. เมื่อเสร็จสิ้นการจัดการเรียนรู้ในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยจะนำผลที่ได้จากการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดให้อาจารย์ที่ปรึกษาร่วมสะท้อนผล เพื่อนำผลที่ได้ไปปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ในครั้งต่อไป

6. หลังเสร็จสิ้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้ง 3 แผน หรือ 3 วงจรปฏิบัติการ ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล ซึ่งมีปัญหาทั้งหมด 5 ข้อ โดยใช้เวลาในการทดสอบ 1 ชั่วโมง

7. นำผลที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งหมดไปทำการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำข้อมูลจากการเก็บรวบรวมข้อมูลโดยใช้เครื่องมือต่าง ๆ มาวิเคราะห์ โดยมีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้

1. เพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ซึ่งเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพและเป็นข้อมูลที่ได้จากผู้วิจัย ผู้ร่วมสังเกตการจัดการเรียนรู้ และอาจารย์ที่ปรึกษา มาวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content Analysis) เมื่อสิ้นสุดการจัดการเรียนรู้ในแต่ละวงจรปฏิบัติการ และวิเคราะห์ภาพรวมทั้งหมดอีกครั้ง เมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้ครบทั้ง 3 วงจรปฏิบัติการ มีรายละเอียดดังนี้

1.1 ผู้วิจัยรวบรวมข้อมูลที่ได้จากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ทำการตัดทอนหรือลดข้อมูลที่ไม่สำคัญ เพื่อคัดเลือกข้อมูลที่สำคัญที่สามารถตอบคำถามในประเด็นที่ผู้วิจัยต้องการวิเคราะห์ได้แก่

1. ปัญหาที่พบจากการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์

2. แนวทางการปรับปรุงแก้ไขสำหรับการจัดการเรียนรู้ครั้งต่อไป

1.2 ผู้วิจัยนำข้อมูลมาจัดกลุ่มเป็นหมวดหมู่เดียวกัน และหาลักษณะร่วมของข้อมูลตีความข้อมูล เพื่อสรุปเป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสม

1.3 ผู้วิจัยเขียนสรุปการสะท้อนปัญหา อุปสรรค และแนวทางแก้ไขปัญหาของแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อนำไปปรับปรุงและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการถัดไปให้ดียิ่งขึ้น

1.4 ผู้วิจัยตรวจสอบความน่าเชื่อถือของข้อมูลเชิงคุณภาพด้วยวิธีการแบบสามเส้า (Triangulation) แบบใช้แหล่งข้อมูลมากกว่าหนึ่งชนิด (Resource Triangulation) โดยนำแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ที่ได้จากผู้วิจัย และผู้ร่วมสังเกตการจัดการเรียนรู้มาวิเคราะห์และสรุปผลการจัดการเรียนรู้ว่าให้ข้อมูลในประเด็นที่สอดคล้องและเป็นไปในทิศทางเดียวกันหรือไม่อย่างไรสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากใบกิจกรรม และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นข้อมูลที่ได้จากผู้เข้าร่วมวิจัย มาดำเนินการวิเคราะห์แบบอุปนัย (Analytic Induction) จะทำการวิเคราะห์เมื่อสิ้นสุดในแต่ละวงจรปฏิบัติการ และวิเคราะห์ภาพรวมทั้งหมดเมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้ครบทั้ง 3 วงจร จากนั้นนำผลการวิเคราะห์มาเปรียบเทียบกันเพื่อตรวจสอบความสอดคล้องของผลการวิเคราะห์ข้อมูล มีรายละเอียดดังนี้

2. ผู้วิจัยตรวจคำตอบ รวบรวมข้อมูลจากคำตอบของนักเรียน โดยให้คะแนนตามเกณฑ์ให้คะแนนแบบแบบรูปริก จำแนกตามระดับความสามารถในการแก้ปัญหาลักษณะของนักเรียน 4 องค์ประกอบ

บทที่ 4

ผลการวิจัย

การวิจัยนี้เป็นการวิจัยการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จากคำถามการวิจัยว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ควรมีวิธีการหรือแนวทางการจัดการเรียนรู้อย่างไรและการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ (AI) เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 อย่างไร ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิจัยโดยแบ่งการนำเสนอผลการวิจัยออกเป็น 2 ตอนตามวัตถุประสงค์ของการวิจัยดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการศึกษาแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ตอนที่ 2 คะแนนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ (AI) เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ตอนที่ 1 ผลการศึกษาแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ผู้วิจัยใช้รูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียนเพื่อการวิจัยการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งเป็นวิจัยเชิงคุณภาพและดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 3 วงจรปฏิบัติการ แต่ละวงจรปฏิบัติการประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ 1. ขั้นวางแผน (Plan) 2. ขั้นปฏิบัติการ (Action)

3. ขั้นสังเกตการณ์ (Observe) และ 4. ขั้นสะท้อนผล (Reflect) โดยแบ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เป็น 12 แผน ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 - 2 เรื่อง แนะนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 2 ชั่วโมง แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 - 7 เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 5 ชั่วโมง และแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 - 12 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 5 ชั่วโมง รวมทั้งสิ้น 12 ชั่วโมง โดยผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรของผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน พบว่า มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.82 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.13 ซึ่งถือว่าแผนการจัดการเรียนรู้นี้มีความเหมาะสมและสามารถนำไปใช้ได้ มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

วงจรปฏิบัติการที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ เรื่อง แนะนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 2 ชั่วโมง

1. ขั้นวางแผน (Plan)

1. การเตรียมแผนการจัดการเรียนรู้

ผู้วิจัยได้ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) และหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของโรงเรียนบ้านโคกวิทยาคมพุทธศักราช 2562 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2564) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ประกอบด้วยหัวข้อสำคัญได้แก่ แนะนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยผู้วิจัยนำหัวข้อที่สำคัญมาวางแผนการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ เรื่อง แนะนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจำนวน 12 แผนการจัดการเรียนรู้ ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 - 2 เรื่อง แนะนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 2 ชั่วโมง โดยแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้มีขั้นตอนในการจัดกิจกรรม 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem)

ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a Plan)

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the Plan)

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล (Looking Back)

2. การเตรียมแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์

ผู้วิจัยได้ศึกษาข้อมูลแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ที่เกี่ยวข้องกับรายวิชาคณิตศาสตร์ และมีความสอดคล้องกับหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ได้แก่ QANDA และ Alisa Ai ผู้วิจัยได้ศึกษาวิธีการใช้งานของแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์

3. การเตรียมเอกสาร

ผู้วิจัยได้จัดเตรียมเอกสารโดยจำแนกเป็น 3 ส่วน ได้แก่ ส่วนที่ 1 เอกสารสำหรับผู้วิจัย ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ แบบสังเกตพฤติกรรม และเกณฑ์การวัดผลและประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ส่วนที่ 2 เอกสารสำหรับผู้ร่วมสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ และส่วนที่ 3 เอกสารสำหรับผู้เข้าร่วมวิจัยหรือนักเรียน ประกอบด้วย แบบทดสอบก่อนเรียน ใบกิจกรรม ใบงานและแบบทดสอบหลังเรียน สำหรับใบกิจกรรมผู้วิจัยได้ออกแบบตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

4. การเตรียมสถานที่ ห้องเรียนหรืออุปกรณ์ในการใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาประสานขอใช้ห้องปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนดาวน์โหลดแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ QANDA เพิ่มเพื่อน Alisa Ai ใน Line และครูเตรียมสื่อการสอนใน Quizizz

2. ขั้นปฏิบัติการ (Action)

ขั้นปฏิบัติการให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนและจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ เรื่อง แนะนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 2 แผน โดยมีขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้ 3 ขั้นตอน ดังนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง แนะนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 1 ชั่วโมง

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

ผู้วิจัยทบทวนความรู้ของนักเรียนเรื่องคำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยให้นักเรียนตอบคำถามผ่าน Quizizz จำนวน 4 ข้อ พร้อมทั้งอภิปรายร่วมกันทีละข้อ พร้อมร่วมกันสรุปคำตอบของสมการที่ได้จากการตอบคำถาม ดังนี้ สังเกตกราฟเส้นตรงผ่านคู่อันดับ (x, y) กราฟของสมการ $3x + y + 3 = 0$ นักเรียนสามารถหาคู่อันดับ (x, y) ได้มากมายไม่จำกัด นักเรียนบอกว่าคู่อันดับใดอยู่บนกราฟของสมการ เขียนคู่อันดับแสดงคำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและบอกสรุปทั่วไปของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้



ภาพ 4 กิจกรรมทบทวนความรู้ของนักเรียน เรื่อง คำตอบของระบบสมการ
ผ่าน Quizizz

ชั้นสอน

ผู้วิจัยแนะนำแอปพลิเคชันสำหรับดูกราฟให้นักเรียนได้แก่ แอปพลิเคชัน GeoGebra และยกตัวอย่างสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 2 สมการ ดังนี้ $2x - y = 5$ และ $3x + y = 10$ แล้วตอบคำถาม 3 ข้อดังนี้ 1. ระบุพิกัดของจุดที่เป็นคำตอบของสมการ $2x - y = 5$ มา 2 พิกัด 2. ระบุพิกัดของจุดที่เป็นคำตอบของสมการ $3x + y = 10$ มา 2 พิกัด 2. ระบุพิกัดของจุดที่เป็นคำตอบของสมการ $3x + y = 10$ มา 2 พิกัด และ 3. ระบุพิกัดของจุดที่เป็นคำตอบของทั้งสมการ $2x - y = 5$ และ $3x + y = 10$ โดยให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาดังกล่าวโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) ผู้วิจัยให้นักเรียนบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบจากโจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 2 สมการ

ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a Plan) ผู้วิจัยสอบถามนักเรียนถึงแนวทางในการหาคำตอบของ สมการเชิงเส้นทั้งสองสมการพร้อมสรุปวิธีการหาคำตอบของโจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 2 สมการ

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the Plan) ผู้วิจัยให้นักเรียนแทนค่าหาคู่อันดับเพื่อหาคู่อันดับจากสมการคนคนละ 1 คำตอบเพื่อตอบคำถามในข้อที่ 1 และครูแนะนำ

วิธีการหาคำตอบโดยให้นักเรียนใช้แอปพลิเคชัน GeoGebra ในการสังเกตกราฟเพื่อดูคำตอบของ โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร ในคำตอบข้อที่ 2 - 3 ผู้วิจัยให้นักเรียนเลือกวิธีการแก้ปัญหาเองว่า นักเรียนจะใช้วิธีการแก้ปัญหาวิธีใดแล้วสรุปคำตอบร่วมกัน

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล (Looking Back) ผู้วิจัยให้นักเรียนแทนค่าตัวแปร x และ y ในสมการเชิงเส้นสองตัวแปรทั้งสองสมการ และให้นักเรียนใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ QANDA ในการตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าจากแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ QANDA และวิธีที่นักเรียนแสดงวิธี ทำเหมือนหรือต่างกันอย่างไร

ประเมินผลและขั้นสรุป

ผู้วิจัยให้นักเรียนทำกิจกรรม : ดูกราฟทราบคำตอบ แล้วสรุปผลที่ได้จากกิจกรรม ดังนี้ ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรอาจมีคำตอบเดียว มีคำตอบมากมายไม่จำกัด หรือไม่มีคำตอบ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง แนะนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 1 ชั่วโมง

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบและทบทวนความรู้เรื่องคำตอบของ สมการ โดยการยกตัวอย่างกราฟของระบบสมการเชิงเส้นแล้วให้นักเรียนตอบว่าระบบการดังกล่าว เป็นระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่มีคำตอบเดียว มีคำตอบมากมายไม่จำกัด หรือไม่มีคำตอบ จำนวน 4 ข้อ

ขั้นสอน

ครูกำหนดสถานการณ์การออมเงินของเบนโตะกับนานฟ้าและกราฟแสดงระบบสมการ สำหรับสถานการณ์ให้นักเรียนพิจารณา

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) ผู้วิจัยให้นักเรียน ทำความเข้าใจปัญหาของสถานการณ์และครูสอบถามนักเรียนถึงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ ต้องการทราบ

ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a Plan) ผู้วิจัยให้นักเรียนวางแผน แก้ปัญหาโดยให้นักเรียนพิจารณาจุด A แล้วสรุปบริบทของจุด A

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the Plan) ครูให้นักเรียนพิจารณา กราฟของระบบสมการสำหรับสถานการณ์แล้วให้ตีความสถานการณ์ปัญหาดังกล่าวร่วมกัน

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล (Looking Back) ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบโดยให้นักเรียนใช้แทนค่า จากนั้นให้นักเรียนใช้แอปพลิเคชัน ปัญญาประดิษฐ์ Alisa AI ในการตรวจสอบคำตอบของนักเรียนแล้วสรุปผลร่วมกัน

ประเมินผลและขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปว่า “ถ้ากำหนด a, b, c, d, e และ f เป็น จำนวนจริงใด ๆ โดยที่ a, b ไม่เท่ากับศูนย์พร้อมกัน และ d, e ไม่เท่ากับศูนย์พร้อมกัน

$$\text{เรียก} \quad ax + by = c$$

$$dx + ey = f$$

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และคำตอบของระบบสมการ คือ จำนวนที่แทน x และ y แล้วทำให้สมการเป็นจริงทั้งสองสมการ และนิยามเขียนคำตอบของระบบสมการในรูป (x, y)

3. ขั้นสังเกตการณ์ (Observe)

ขั้นสังเกตการณ์เป็นการเก็บรวบรวมข้อมูลระหว่างจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ เรื่อง แนะนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยร่วมสังเกตการจัดการเรียนรู้ และเก็บรวบรวมข้อมูลจากการทำใบกิจกรรมเป็นรายบุคคล ทำกิจกรรมเป็นคู่ จากการสังเกตของผู้วิจัยขณะทำการจัดการเรียนรู้สามารถบรรยายถึงสภาพบรรยากาศในชั้นเรียน รวมทั้งปัญหาและอุปสรรคที่พบจากการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ เรื่อง แนะนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยมีรายละเอียดแต่ละขั้น ดังนี้

1. ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

จากการสังเกตนักเรียนเมื่อผู้วิจัยให้นักเรียนทบทวนความรู้เรื่องคำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยให้นักเรียนตอบคำถามผ่าน Quizizz จำนวน 4 ข้อ พบว่า นักเรียนมีความสนใจกระตือรือร้นในการทำกิจกรรม โดยนักเรียนสามารถตอบคำถามได้ถูกต้อง 4 ข้อ คิดเป็น 34.09 เปอร์เซ็นต์ โดยมีนักเรียนที่สามารถเข้าตอบคำถามใน Quizizz ทั้งหมด 33 คน โดยมีนักเรียนที่อินเทอร์เน็ตไม่เสถียรจึงทำให้หลุดไป 3 คน และมีนักเรียนที่ไม่สามารถเข้า Quizizz ได้ 3 คน นักเรียนที่ไม่สามารถเข้าตอบคำถามได้ครูได้ให้นักเรียนช่วยเพื่อนตอบคำถาม โดยสามารถแสดงตารางคะแนนการตอบคำถาม เรื่องคำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ผ่าน Quizizz ของนักเรียนได้ดังนี้

ตาราง 8 คะแนนการตอบคำถามทบทวนความรู้เรื่องคำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ข้อ	จำนวน นักเรียนที่ ตอบถูก	จำนวน นักเรียนที่ ตอบผิด	จำนวน นักเรียนที่ ไม่ได้ตอบ	จำนวน นักเรียน ทั้งหมด	ร้อยละ นักเรียนที่ ตอบถูก
ข้อ 1	24	6	3	33	72.73
ข้อ 2	4	26	3	33	12.12
ข้อ 3	11	19	3	33	33.33
ข้อ 4	6	24	3	33	18.18
เฉลี่ย					34.09

ระหว่างทำกิจกรรมทบทวนความรู้โดยการตอบคำถาม เรื่องคำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ผ่าน Quizizz นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายที่ละข้อ พบว่า นักเรียนมีความสนใจและช่วยกันตอบ โดยสังเกตได้จากบทสนทนาของนักเรียนดังนี้

ผู้วิจัย : ข้อที่ 1 พร้อมเปิดโจทย์ ผ่าน Quizizz

นักเรียน : ตอบข้อแรก

นักเรียน 14 : ขวา

ผู้วิจัย : ทำไมถึงตอบข้อที่ 1 ค่ะ

นักเรียน 2 : แทนค่าครับ

ผู้วิจัย : โจทย์ถามว่า กำหนดให้ สมการ $3x + y + 3 = 0$ เมื่อ x, y เป็นจำนวนตรรกยะ

สามารถแสดงค่าของ x และ y บางค่า โดยโจทย์กำหนดค่า x และ y บางค่า ดังนี้

x เป็น -1 จะได้ ค่า y เป็น อะไรคะ

นักเรียน 17 : 0

ผู้วิจัย : x เป็น -1 จะได้ ค่า y เป็น 0 ค่า x เป็น 0 จะได้ ค่า y เป็น

นักเรียน : -3

ผู้วิจัย : -3 แล้วถ้า x เป็น 1 จะได้ ค่า y เป็น -6

ผู้วิจัย : ให้นักเรียนสังเกตกราฟแรกว่า x เป็น -1 คู่กับอะไรคะ

นักเรียน : 0



ภาพ 5 กิจกรรมการอภิปรายเพื่อทบทวนความรู้ของนักเรียน
เรื่อง คำตอบของระบบสมการผ่าน Quizizz

จากการทำกิจกรรมทบทวนความรู้เรื่องคำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยให้นักเรียนตอบคำถามผ่าน Quizizz และร่วมกันอภิปรายในแต่ละข้อนั้น พบว่านักเรียนทำได้ถูกต้องโดยส่วนหนึ่งมาจากการเดา ครูจึงจะต้องตั้งคำถามให้นักเรียนตอบและอธิบายเหตุผลของคำตอบในแต่ละข้อ ในระหว่างการอภิปรายนักเรียนส่วนใหญ่มีส่วนร่วมในการตอบคำถาม ด้วยห้องเรียนที่มีขนาดใหญ่ จึงทำให้นักเรียนบางคนไม่ได้มีส่วนร่วมในการอภิปรายครูจึงถามนักเรียนเป็นกลุ่มเพื่อให้นักเรียนมีส่วนร่วมและในการทำกิจกรรมใช้เวลาเกินเวลาที่กำหนด 10 นาทีเป็น 15 นาที

2. ขั้นสอน

นักเรียนทำกิจกรรมทบทวนความรู้เสร็จ ครูนำเข้าสู่เนื้อหาโดยครูอ่านโจทย์ให้นักเรียนทำความเข้าใจ มีนักเรียนบางคนที่ยุยกับเพื่อนโดยครูได้ให้นักเรียนปรบมือเพื่อให้นักเรียนสนใจในสิ่งที่ครูจะสอนและให้นักเรียนทบทวนโจทย์ที่กำหนดให้ และครูแนะนำการแก้ปัญหาด้วยขั้นตอนของโพลยา 4 ขั้นดังนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem)

ผู้วิจัยให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาของสถานการณ์และครูสอบถามนักเรียนถึงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

จากการสังเกตการทำความเข้าใจปัญหาของนักเรียนในขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา จะต้องรู้สิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบซึ่งครูได้ถามนักเรียนทีละกลุ่มโดยมีบางกลุ่มที่ตอบคำถามได้ไม่ครบถ้วนโดยครูได้ตั้งคำถามเพื่อให้ นักเรียนสามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่ โจทย์ต้องการทราบได้ครบถ้วน โดยสังเกตได้จากบทสนทนาของนักเรียนดังนี้

ผู้วิจัย : จากโจทย์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้างคะ

นักเรียนกลุ่ม 1 : สมการ $y + x = 8$ และ $y - 2x = -7$

ผู้วิจัย : สมการ $y + x = 8$ และ $y - 2x = -7$ ใช่ไหมคะหนุ่ม ๆ

นักเรียนกลุ่ม 3 : ใช่ครับ

ผู้วิจัย : สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบอะไรคะ นักเรียนกลุ่มที่ 5

นักเรียน : ต้องการทราบพิกัด

ผู้วิจัย : พิกัดอะไรคะ

นักเรียน : ของจุดที่เป็นคำตอบของสมการ

ผู้วิจัย : สมการอะไรคะ

นักเรียน : ระบุพิกัดที่เป็นคำตอบของสมการ $y + x = 8$ มาสองพิกัด

ผู้วิจัย : กลุ่มที่ 3 โจทย์ถามแค่นี้ไหมคะ

นักเรียน 12 : ไม่ครับ

ผู้วิจัย : มีอะไรอีกคะ

นักเรียนกลุ่ม 3 : $y - 2x = -7$

ผู้วิจัย : ข้อ 2 โจทย์ต้องการทราบอะไรคะ

นักเรียนกลุ่ม 3 : ระบุพิกัดของจุดที่เป็นคำตอบของสมการ

ผู้วิจัย : สมการอะไรคะ

นักเรียนกลุ่ม 3 : $y - 2x = -7$

ผู้วิจัย : กลุ่มข้างหน้า ข้อ 3 โจทย์ต้องการทราบอะไรคะ

นักเรียนกลุ่ม 2 : ระบุพิกัดของจุดที่เป็นคำตอบของสมการ $y + x = 8$ และ $y - 2x = -7$

ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a Plan)

การวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a Plan) ผู้วิจัยสอบถามนักเรียนถึงแนวทางในการหาคำตอบของ สมการเชิงเส้นทั้งสองสมการพร้อมสรุปวิธีการหาคำตอบของโจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 2 สมการ

จากการสังเกตการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียนในชั้นเรียน พบว่า นักเรียนมีส่วนร่วมในการตอบคำถาม โดยสังเกตได้จากบทสนทนาของนักเรียน

ผู้วิจัย : จากคำถามข้อที่ 1 ครูสามารถหาคำตอบของสมการ $y + x = 8$ ได้อย่างไร

นักเรียน 18 : ย้าย....

ผู้วิจัย : คำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คำตอบจะมีลักษณะเป็นอย่างไร

นักเรียน : คู่อันดับ

ผู้วิจัย : คู่อันดับอะไรคะ

นักเรียน : คู่อันดับ (x, y)

ผู้วิจัย : ดังนั้นนักเรียนต้องหาคู่อันดับ (x, y) ที่ทำให้สมการนี้เป็นจริง

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the Plan)

ผู้วิจัยให้นักเรียนแทนค่าหาคู่อันดับเพื่อหาคู่อันดับจากสมการคนคนละ 1 คำตอบเพื่อตอบคำถามในข้อที่ 1 และเนื่องจากครูต้องการให้นักเรียนดูกราฟเพื่อดูคำตอบครูแนะนำวิธีการหาคำตอบโดยใช้แอปพลิเคชัน GeoGebra ในการเขียนกราฟและสังเกตกราฟเพื่อดูคำตอบของโจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร ในคำตอบข้อที่ 2 ผู้วิจัยให้นักเรียนเลือกวิธีการแก้ปัญหาเองว่านักเรียนจะใช้วิธีการแก้ปัญหาวิธีใดแล้วสรุปคำตอบร่วมกัน

จากการสังเกตการดำเนินการตามแผนนักเรียนสามารถแทนค่าหาคู่อันดับได้แต่ครูจะต้องตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนได้คำตอบบางคนไม่สามารถดูกราฟได้ผู้วิจัยได้เดินดูนักเรียนและอธิบายให้นักเรียนดูหน้าชั้นเรียน ซึ่งนักเรียนไม่สามารถบอกคู่อันดับจากการดูกราฟได้ครูจึงจะต้องสอนวิธีการดูกราฟและเขียนกราฟคร่าวๆ โดยสังเกตได้จากบทสนทนาของนักเรียน

ผู้วิจัย : นักเรียนทราบไหมคะว่าคู่อันดับอะไรที่ทำให้ $x + y = 8$ เป็นจริง

นักเรียน 18 : $5 + 3 = 8$

ผู้วิจัย : ดังนั้นตอบเป็นคู่อันดับอะไรคะ

นักเรียน : คู่อันดับ $(5, 3)$

ผู้วิจัย : มีคู่อันดับอะไรอีกไหมคะ

นักเรียน 14 และ 19 : คู่อันดับ $(2, 6)$

ผู้วิจัย : ทำไมถึงได้คู่อันดับ $(2, 6)$ คะ

นักเรียน : เนื่องจาก $2 + 6 = 8$

ผู้วิจัย : นักเรียนสามารถหาคู่อันดับที่ทำให้ $x + y = 8$ เป็นจริง ได้หลายคู่อันดับไหมคะ

นักเรียน : มีหลายคู่อันดับค่ะ/ครับ

ผู้วิจัย : ให้นักเรียนเข้าโปรแกรม GeoGebra แล้วพิมพ์สมการเพื่อสังเกตกราฟโดยพิมพ์สมการ $y - 2x = -7$ โดยที่ผู้วิจัยเดินดูนักเรียนเพื่อให้ความช่วยเหลือนักเรียนที่ทำไม่ได้ จากนั้นให้นักเรียนสังเกตคู่อันดับจากกราฟ

ผู้วิจัย : จากกราฟให้นักเรียนบอกคู่อันดับมา 2 คู่

นักเรียน : คู่อันดับ $(0, -7)$

ผู้วิจัย : คู่อันดับอีก 1 คู่ ครูขอฟังของกลุ่ม 3 ค่ะ

นักเรียน : x เป็น 3 , y เป็น -4

ผู้วิจัย : ใช่รึป่าวคะ ผู้วิจัยให้นักเรียนสังเกตกราฟเส้นตรง ถ้า $x = 3$ จะได้ค่า y เท่ากับเท่าไรคะ พร้อมทั้งลงจุดให้นักเรียนสังเกตกราฟค่ะ

นักเรียน : -1

ผู้วิจัย : ได้สอนนักเรียนดูกราฟเพิ่มเติมโดยลากเส้นตั้งฉากกับแกน x เพื่อหาค่า x และลากเส้นตั้งฉากกับแกน y เพื่อหาค่า y จากนั้นให้นักเรียนหาคู่อันดับกลุ่มละ 1 คู่เพื่อตรวจสอบความเข้าใจโดยผู้วิจัยได้ตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนสังเกตกราฟ

นักเรียนกลุ่ม 3 : คู่อันดับ $(5, 3)$

นักเรียนกลุ่ม 4 : คู่อันดับ $(4, 1)$

นักเรียนกลุ่ม 2 : คู่อันดับ $(2, -3)$

นักเรียนกลุ่ม 1 : คู่อันดับ $(9, 7)$

ให้นักเรียนพิมพ์สมการ $x + y = 8$ ในโปรแกรม GeoGebra เพื่อให้นักเรียนสังเกตคู่อันดับที่อยู่บนกราฟของสมการ $x + y = 8$ และ $y - 2x = -7$

ผู้วิจัย : ให้นักเรียนสังเกตกราฟทั้งสอง โดยสังเกตว่ามีจุดที่อยู่บนกราฟของทั้งสองสมการ

นักเรียน : คู่อันดับ $(5, 3)$

ผู้วิจัย : นักเรียนจะสังเกตได้ว่าคู่อันดับ $(5, 3)$ กราฟของสมการ $x + y = 8$ และ $y - 2x = -7$ ดังนั้น คู่อันดับ $(5, 3)$ จะเป็นคำตอบของสมการ $x + y = 8$ และ $y - 2x = -7$

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล (Looking Back)

ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบโดยให้นักเรียนใช้แทนค่า จากนั้นให้นักเรียนใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ QANDA ในการตรวจสอบคำตอบของนักเรียนแล้วสรุปผลร่วมกัน

จากการสังเกตการการตรวจสอบผล (Looking Back) พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ได้ดาวน์โหลดแอปพลิเคชัน QANDA ไว้แล้ว นักเรียนจึงมีความคุ้นเคยกับการใช้แอปพลิเคชัน QANDA โดยสังเกตได้จากบทสนทนาของนักเรียน

ผู้วิจัย : ครูจะให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องโดยใช้แอปพลิเคชัน QANDA นักเรียนคนใดมีแอปพลิเคชัน QANDA แล้วบางยกมือขึ้น

นักเรียน : นักเรียนส่วนใหญ่ยกมือ

ผู้วิจัย : หากนักเรียนคนใดที่ยังไม่มีแอปพลิเคชัน QANDA ให้นักเรียนดาวน์โหลดด้วยนะคะ หากดาวน์โหลดเสร็จแล้วหรือนักเรียนที่มีแอปพลิเคชันแล้วให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบของนักเรียนได้เลยค่ะ

นักเรียน : ถ่ายรูปแล้วใช้แอปพลิเคชันตรวจคำตอบของตนเอง

ผู้วิจัย : นักเรียนหาคำตอบเจอไหมคะ

นักเรียน : เจอค่ะ

ผู้วิจัย : คำตอบที่ได้เหมือนกันไหมคะ

นักเรียน : เหมือนกันค่ะ/ไม่เหมือนกันค่ะ

ผู้วิจัย : ทำไมไม่ได้คำตอบไม่เหมือนกันคะ แล้วข้อไหนที่เหมือนกันบางคะ

นักเรียน : ข้อ 1 กับ ข้อ 2 ค่ะ/ครับ เพราะว่ามีคำตอบเยอะค่ะ

ผู้วิจัย : แล้วข้อ 3 คำตอบเหมือนกันไหมคะ

นักเรียน : เหมือนกันค่ะ/เหมือนกันครับ

3. ประเมินผลและขั้นสรุป

ผู้วิจัยให้นักเรียนทำกิจกรรม : ดูกราฟทราบคำตอบ เนื่องจากใช้เวลาในกิจกรรมชั้นสอนเกินเวลาที่กำหนด ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนทำกิจกรรมดูกราฟทราบคำตอบกลุ่มละ 1 ข้อ เพื่อพิจารณาคำตอบที่ได้ โดยครูได้เดินช่วยเหลือนักเรียนตามกลุ่ม จากนั้นให้นักเรียนร่วมอภิปรายคำตอบของแต่ละกลุ่ม โดยสังเกตได้จากบทสนทนาของนักเรียน

ผู้วิจัยให้นักเรียนทำกิจกรรมดูกราฟทราบคำตอบ โดยผู้วิจัยได้เดินให้คำแนะนำนักเรียน จากนั้นร่วมกันอภิปรายกับนักเรียนในห้องเรียน

ผู้วิจัย : นักเรียนกลุ่ม 1-3 ทำข้อที่ 2 และนักเรียนกลุ่ม 3-4 ทำข้อที่ 3 นะคะ

นักเรียน 25 : ครูคะ ทำไมมีแค่กราฟเดียวคะ

ผู้วิจัย : กราฟข้อ 2 เป็นกราฟที่ทับซ้อนกันค่ะ

ผู้วิจัย : กลุ่มที่ 1 ได้กราฟมีลักษณะอย่างไรคะ

นักเรียนกลุ่ม 1 : กราฟซ้อนทับกันค่ะ

ผู้วิจัย : กลุ่มที่ 2 ข้อ 1 ตอบอะไรคะ

นักเรียนกลุ่ม 2 : คู่อันดับ (3 , 1) และ (1 , 2)

ผู้วิจัย : กลุ่มที่ 2 ข้อ 2 ตอบอะไรคะ

นักเรียนกลุ่ม 2 : ตอบเหมือนกันครับ คู่อันดับ (3 , 1) และ (1 , 2)

ผู้วิจัย : กลุ่มที่ 3 ข้อ 3 พิกัดอะไรที่เป็นคำตอบของสมการทั้งสองคะ

นักเรียนกลุ่ม 3 : มีหลายคำตอบค่ะ/มีหลายคำตอบค่ะ

ผู้วิจัย : กลุ่มที่ 4 ได้กราฟมีลักษณะอย่างไรคะ

นักเรียนกลุ่ม 4 : กราฟขนานกันคะ

ผู้วิจัย : กลุ่มที่ 5 ข้อ 1 ตอบอะไรคะ

นักเรียนกลุ่ม 5 : คู่อันดับ (2 , 8) และ (0 , 5)

ผู้วิจัย : กลุ่มที่ 5 ข้อ 2 ตอบอะไรคะ

นักเรียนกลุ่ม 5 : คู่อันดับ (4 , 8) และ (2 , 5)

ผู้วิจัย : กลุ่มที่ 4 ข้อ 3 พิกัดอะไรที่เป็นคำตอบของสมการทั้งสองคะ

นักเรียนกลุ่ม 2 : ไม่มีพิกัดที่อยู่บนกราฟทั้งสองสมการค่ะ/ครับ

ผู้วิจัย : คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สามารถตอบได้กี่แบบคะ

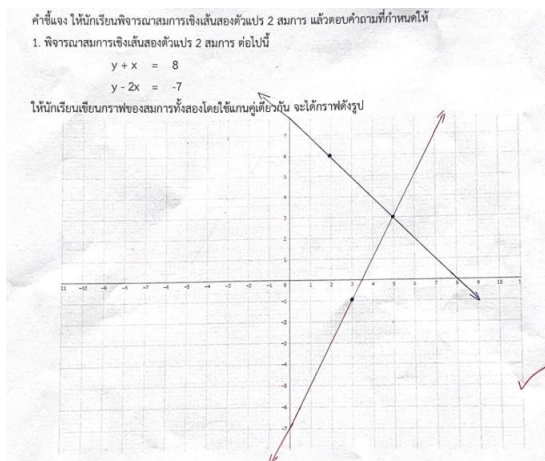
นักเรียน : 3 แบบค่ะ

ผู้วิจัย : มีอะไรบ้างคะ

นักเรียน : กราฟตัดกัน กราฟขนานกันและกราฟซ้อนทับกันค่ะ

ผู้วิจัย : กราฟตัดกันมีคำตอบเดียว กราฟขนานกันไม่มีคำตอบ และกราฟทับซ้อนกันมี

คำตอบมากมาย



จากกราฟของสมการทั้งสอง

1) ระบุมิติของจุดที่เป็นคำตอบของสมการ $y + x = 8$ มา 2 พิกัด

$(5, 3)$, $(2, 6)$

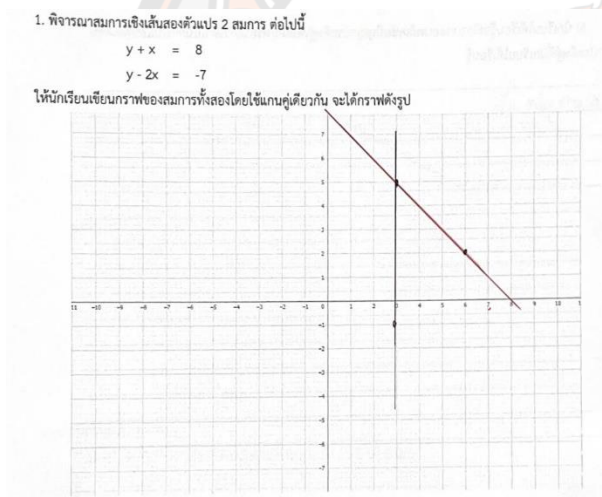
2) ระบุมิติของจุดที่เป็นคำตอบของสมการ $y - 2x = -7$ มา 2 พิกัด

$(5, 3)$, $(5, -1)$

3) ระบุมิติของจุดที่เป็นคำตอบของทั้งสมการ $y + x = 8$ และ $y - 2x = -7$

$(5, 3)$

ภาพ 6 ตัวอย่างใบกิจกรรมดูกราฟทราบคำตอบของนักเรียนที่ทำได้ถูกต้องครบถ้วน



จากกราฟของสมการทั้งสอง

1) ระบุมิติของจุดที่เป็นคำตอบของสมการ $y + x = 8$ มา 2 พิกัด

$(1, 2)$ X $(3, 5)$ ✓

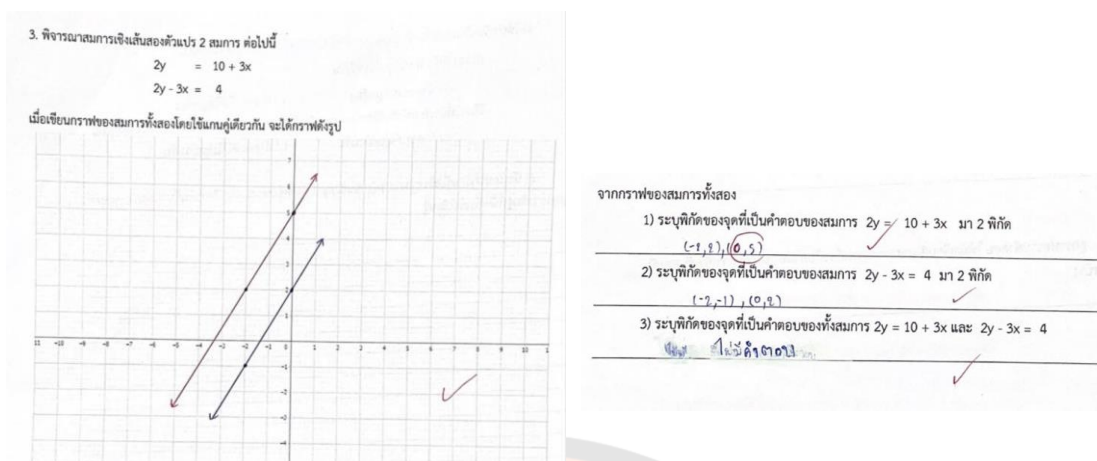
2) ระบุมิติของจุดที่เป็นคำตอบของสมการ $y - 2x = -7$ มา 2 พิกัด

$(3, 1)$ X $(5, 3)$ X

3) ระบุมิติของจุดที่เป็นคำตอบของทั้งสมการ $y + x = 8$ และ $y - 2x = -7$

$(3, 5)$ X

ภาพ 7 ตัวอย่างใบกิจกรรมดูกราฟทราบคำตอบของนักเรียนที่ทำได้ถูกต้องบางส่วน
เนื่องจากนักเรียนหาพิกัดของสมการ $y - 2x = -7$ ไม่ถูกต้อง



ภาพ 8 ตัวอย่างใบกิจกรรมดูกราฟทราบคำตอบของนักเรียนที่ทำได้ถูกต้องครบถ้วนแต่นักเรียนเขียนตัวเลขไม่ชัดเจน

4. ขั้นสะท้อนผล (Reflect)

ตาราง 9 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละชั้นการปฏิบัติการจัดการเรียนรู้วงจรปฏิบัติการที่ 1

ชั้นการปฏิบัติ	ปัญหาที่พบในชั้นเรียน	แนวทางการปรับปรุง	แนวทางการส่งเสริมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน	นักเรียนบางคนเข้าระบบของ Quizizz ไม่ได้ และมีนักเรียนที่อินเทอร์เน็ตไม่เสถียร จึงทำให้เข้าระบบแล้วหลุดออกจากโปรแกรม	ผู้วิจัยที่เข้าระบบ Quizizz ไม่ได้และนักเรียนที่เข้าแต่อินเทอร์เน็ตไม่เสถียร จับคู่ทำกับเพื่อนข้าง ๆ หรือให้นักเรียนที่เข้าระบบไม่ได้ตอบคำถามลงในกระดาษ	ในชั้นนี้ผู้วิจัยควรเลือกกิจกรรม หรือโจทย์ที่น่าสนใจเหมาะสมกับเวลา เพื่อทบทวนความรู้ก่อนเข้าสู่เนื้อหาการสอน

ขั้นการปฏิบัติ	ปัญหาที่พบในชั้นเรียน	แนวทางการปรับปรุง	แนวทางการส่งเสริมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
	ใช้เวลาในการทำกิจกรรมในโปรแกรม Quizizz เกินเวลาที่กำหนด	ผู้วิจัยควรปรับเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาและความสามารถของนักเรียน	
	นักเรียนกลุ่มใหญ่ทำให้ครูดูนักเรียนได้ไม่ทั่วถึง และนักเรียนไม่ได้มีส่วนร่วมในการอภิปรายทุกคน	ให้นักเรียนอภิปรายเป็นกลุ่มและ	
ขั้นสอน			
ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem)	นักเรียนบางคนยังไม่สามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ โดยเฉพาะโจทย์ที่มีเนื้อหายาวและนักเรียนยังไม่เข้าใจว่าจะต้องหาคำตอบอย่างไร	ผู้วิจัยตั้งคำถามนำไปสู่การตอบคำถามที่ครบถ้วน	ให้นักเรียนลองบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ จากนั้นให้นักเรียนลองถามแอปพลิเคชันปัญหาประดิษฐ์ที่เป็นแชทบอท แล้วนำข้อมูลที่ได้มาอภิปรายร่วมกัน
ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a Plan)	นักเรียนยังไม่เข้าใจว่าโจทย์ต้องการให้หาอะไรจึงทำให้นักเรียนไม่สามารถวางแผนแก้ปัญหาได้	ครูตั้งคำถามในการกระตุ้นเพื่อนำไปสู่คำตอบ	การเรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

ขั้นการปฏิบัติ	ปัญหาที่พบในชั้นเรียน	แนวทางการปรับปรุง	แนวทางการส่งเสริมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the Plan)	นักเรียนไม่สามารถเขียนกราฟได้และบอกคู่อันดับที่อยู่บนกราฟได้	ให้นักเรียนเขียนกราฟในโปรแกรม Geogebra แล้วลองลงพิกัดจุดบนกราฟ	นักเรียนศึกษาจากแอปพลิเคชัน ปัญหาประดิษฐ์ โดยครูสังเกตประเด็นในการอภิปราย
ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล (Looking Back)	นักเรียนบางคนยังไม่มีแอปพลิเคชัน QANDA และยังไม่คุ้นเคยกับแอปพลิเคชัน	ให้นักเรียนดาวน์โหลดแอปพลิเคชัน และแนะนำการใช้งานเบื้องต้นโดยให้เพื่อนที่เคยใช้ก่อนช่วยสอนเพื่อน	นักเรียนใช้แอปพลิเคชันในชั้นปัญหาประดิษฐ์ในการตรวจสอบความถูกต้องเพื่อเพิ่มความมั่นใจให้นักเรียน
ขั้นสรุป	นักเรียนไม่สามารถสรุปผลได้	ผู้วิจัยตั้งคำถามนำไปสู่ข้อสรุป	

จากตารางที่ 9 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนขณะจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกระบวนการโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญหาประดิษฐ์ และแนวทางการปรับปรุงแก้ไขปัญหาที่พบในแต่ละขั้นตอนสำหรับพัฒนาการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติที่ 2 ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความคิดเห็นตรงกันว่าควรปรับกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้ผู้เรียนได้มีการปฏิบัติ ได้เรียนรู้จากแอปพลิเคชันปัญหาประดิษฐ์ แล้วนำข้อมูลมาอภิปรายแลกเปลี่ยนกัน

วงจรปฏิบัติการที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญหาประดิษฐ์ เรื่อง แนะนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 5 ชั่วโมง

จากผลการสะท้อนผลการปฏิบัติในวงจรปฏิบัติการที่ 1 ทำให้ผู้วิจัยได้แนวทางการปรับปรุงและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญหาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยมีรายละเอียดกิจกรรมดังนี้

1. ขั้นวางแผน (Plan)

1. การเตรียมแผนการจัดการเรียนรู้

ผู้วิจัยนำผลการสะท้อนผลการปฏิบัติในวงจรปฏิบัติการที่ 1 มาทำการปรับแผนการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เพื่อให้แผนบรรลุวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ โดยผู้วิจัยได้ปรับกิจกรรมให้น่าสนใจ นักเรียนมีส่วนร่วมกับกิจกรรม ปรับให้สอดคล้องกับเวลาและระดับความสามารถของนักเรียน เพื่อให้ นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม และนักเรียนสามารถนำความรู้ที่ได้มาแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้อย่างเต็มที่และเต็มความสามารถของนักเรียน

2. การเตรียมแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์

ผู้วิจัยได้ศึกษาข้อมูลแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ที่เกี่ยวข้องกับรายวิชาคณิตศาสตร์ และมีความสอดคล้องกับหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ได้แก่ Photomath และ Graspable Math ผู้วิจัยได้ศึกษาวิธีการใช้งานของแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ และทดลองใช้งานแอปพลิเคชัน Graspable Math และเตรียมนักเรียนให้สามารถใช้งานแอปพลิเคชัน Graspable Math โดยให้นักเรียนทดลองใช้จำนวน 1 ชั่วโมง ในเรื่องการพหุนาม

3. การเตรียมสถานที่ ห้องเรียนหรืออุปกรณ์ในการใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาประสานขอใช้ห้องปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์ ศูนย์ดิจิทัลชุมชน และสร้างความคุ้นเคยกับอุปกรณ์การสอนได้แก่ กระดานอัจฉริยะ แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์และเตรียมสื่อการสอน

2. ขั้นปฏิบัติการ (Action)

ขั้นปฏิบัติการให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนและจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 5 แผน โดยมีขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

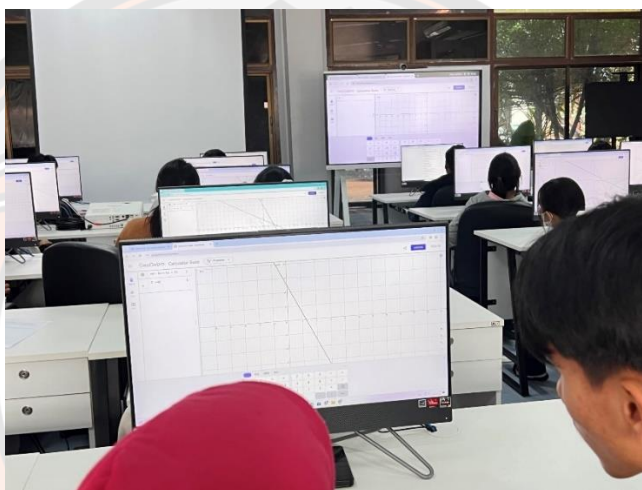
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 1 ชั่วโมง

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบและทบทวนสมบัติการเท่ากัน ดังนี้ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก สมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณ

ขั้นตอน

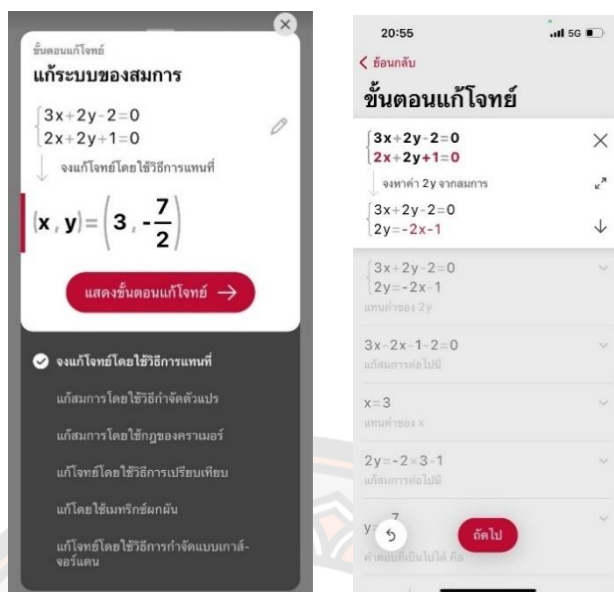
ผู้วิจัยได้ยกตัวอย่างระบบสมการให้นักเรียนพิจารณารูปของระบบสมการโดยการให้นักเรียนเขียนกราฟใน GeoGebra เพื่อพิจารณาคู่อันดับ (x, y) โดยโจทย์ที่กำหนดให้ไม่เป็นจำนวนเต็ม เพื่อให้นักเรียนเห็นถึงปัญหาในกรณีที่เขียนกราฟเพื่ออ่านคู่อันดับ ผู้วิจัยได้เสนอวิธีการแก้โจทย์ระบบสมการด้วยวิธีการแก้โจทย์โดยใช้วิธีการแทนที่, แก่สมการโดยใช้วิธีการกำจัดตัวแปรและแก้โจทย์โดยใช้วิธีการเปรียบเทียบ โดยให้นักเรียนได้เรียนรู้จากแอปพลิเคชัน Photomath และได้เรียนรู้ขั้นตอนการแก้ระบบสมการจากโปรแกรม Graspable Math



ภาพ 9 ตัวอย่างนักเรียนเขียนกราฟบนโปรแกรม GeoGebra เพื่อพิจารณาคู่อันดับ (x, y)

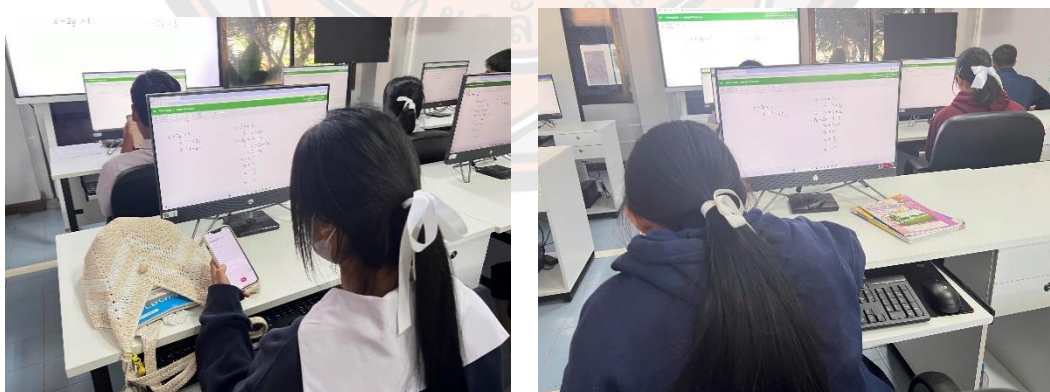
ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) ผู้วิจัยให้นักเรียนบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบจากโจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 2 สมการ

ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a Plan) ผู้วิจัยแนะนำการแก้ระบบสมการโดยสมการ ด้วยวิธีการแก้โจทย์โดยใช้วิธีการแทนที่, แก่สมการโดยใช้วิธีการกำจัดตัวแปรและแก้โจทย์โดยใช้วิธีการเปรียบเทียบโดยศึกษา ในแอปพลิเคชัน Photomath



ภาพ 10 ตัวอย่างขั้นตอนการแก้โจทย์ระบบสมการด้วยวิธีที่หลากหลาย

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the Plan) ผู้วิจัยให้นักเรียนแต่ละคน ศึกษาวิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรคนละ 1 วิธี (การแก้โจทย์โดยใช้วิธีการแทนที่, แก้สมการโดยใช้วิธีการกำจัดตัวแปรและแก้โจทย์โดยใช้วิธีการเปรียบเทียบ) ในแอปพลิเคชัน Photomath และใช้ Graspable Math



ภาพ 11 ตัวอย่างนักเรียนเรียนรู้จากแอปพลิเคชัน Photomath ร่วมกับ Graspable Math

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล (Looking Back) ผู้วิจัยให้ร่วมอภิปรายถึงคำตอบของการแก้ระบบสมการหลายวิธีแต่คำตอบที่ได้จะได้เท่ากันและตรวจคำตอบใน Graspable Math โดยศึกษาวิธีการตรวจคำตอบในแอปพลิเคชัน Photomath



ภาพ 12 ตัวอย่างการร่วมอภิปรายถึงคำตอบของการแก้ระบบสมการหลายที่นักเรียนเรียนรู้จากแอปพลิเคชัน Photomath ร่วมกับ Graspable Math

ประเมินผลและขั้นสรุป

ผู้วิจัยให้นักเรียนทำกิจกรรม : การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและร่วมกันอภิปรายผลที่ได้

ใบงาน เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

รหัสวิชา ค 23102 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566

ชื่อ น.ส.อริษาพร สมปิ่นวัง ชั้น 3/1 เลขที่ 24

คำชี้แจง : จงแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรต่อไปนี้โดยศึกษาวิธีการแก้ปัญหาจากแอปพลิเคชัน Photomath และ Graspable Math โดยให้นักเรียนทำอย่างน้อย 1 วิธี (การแทนที่ การกำจัดตัวแปรหรือการเปรียบเทียบ)

1. จงแก้ระบบสมการ

$$\begin{cases} 3x - 4y = 0 \\ 3x + 4y = -24 \end{cases}$$

วิธีทำ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ $3x - 4y = 0$

สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คู่อันดับ (x,y) เพื่อให้สมการเป็นจริง

ขั้นที่ 2 ขันวางแผนแก้ปัญหา

ใช้วิธีการแทนที่ การกำจัดตัวแปร และการเปรียบเทียบ

ขั้นที่ 3 ขันดำเนินการแก้ปัญหาตามแผน

- ให้นักเรียนบันทึกหน้าจอส Graspable Math

วิธีการแก้ระบบสมการของนักเรียนที่ได้เรียนรู้จากแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ Photomath

การแทนที่

$$\begin{aligned} (1) \quad 3x - 4y &= 0 & (2) \quad 3x + 4y &= -24 \\ \downarrow & & \text{ลบ (2) (1)} & \\ 3x + 4y - 4y &= 24 - 4y & -24 - 4y - 4y &= 0 \\ 3x + 4y - 4y &= -24 - 4y & -24 - 8y &= 0 \\ 3x + 0 &= -24 - 4y & -8y &= 24 \\ 3x &= -24 - 4y & y &= \frac{24}{-8} \\ & & y &= -3 \end{aligned}$$

แทนที่ y = -3

$$\begin{aligned} 3x - 4(-3) &= 0 \\ 3x - 4(-3) &= 0 \\ 3x + 12 &= 0 \\ 3x &= -12 \\ x &= -4 \end{aligned}$$

การกำจัดตัวแปร

$$\begin{aligned} (1) \quad 3x - 4y &= 0 & (2) \quad 3x + 4y &= -24 \\ 3x - 4y + 3x + 4y &= 0 - 24 & & \\ 6x &= -24 & & \\ x &= \frac{-24}{6} & & \\ x &= -4 & & \end{aligned}$$

การเปรียบเทียบ

$$\begin{aligned} (1) \quad 3x - 4y &= 0 & (2) \quad 3x + 4y &= -24 \\ 3x &= 4y & (3) \quad 3x &= -24 - 4y \\ 3x - 4y + 4y &= 0 + 4y & & \\ 3x &= 4y & & \\ x &= \frac{4y}{3} & & \end{aligned}$$

แทนที่ x = 4y/3

$$\begin{aligned} 3\left(\frac{4y}{3}\right) + 4y &= -24 \\ 4y + 4y &= -24 \\ 8y &= -24 \\ y &= \frac{-24}{8} \\ y &= -3 \end{aligned}$$

แทนที่ y = -3

$$\begin{aligned} 3x - 4(-3) &= 0 \\ 3x + 12 &= 0 \\ 3x &= -12 \\ x &= -4 \end{aligned}$$

โจทย์ข้อนี้ควรใช้วิธีการแก้ปัญหาวิธีใด _____ การเปรียบเทียบ _____

เพราะเหตุใดจึงเลือกวิธีดังกล่าว _____

ง่าย

ภาพ 13 ตัวอย่างใบงานการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรของนักเรียน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 1 ชั่วโมง

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

ทบทวนความรู้เรื่องการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรในคาบที่แล้วโดยพูดคุย

สอบถามนักเรียน

ขั้นสอน

ผู้วิจัยให้นักเรียนแก้โจทย์การแก้ระบบสมการ โดยกำหนดเงื่อนไขกับนักเรียนว่า “คาบนี้ จะยังไม่ให้ใช้โทรศัพท์ในการดูขั้นตอนการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรนะคะ”

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) ผู้วิจัยให้นักเรียน บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบจากโจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 2 สมการ

ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a Plan) นักเรียนกำหนดวิธีการแก้ระบบสมการด้วยตนเอง โดยให้นักเรียนได้ลองวิธีการแก้ปัญหาใน Graspable Math โดยกำหนดเงื่อนไขว่านักเรียนจะต้องใช้วิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่มีขั้นตอนน้อยที่สุด

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the Plan) ผู้วิจัยนักเรียนแต่ละคนแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรคนละ 1 วิธี (การแก้โจทย์โดยใช้วิธีการแทนที่, แก้สมการโดยใช้วิธีการกำจัดตัวแปรและแก้โจทย์โดยใช้วิธีการเปรียบเทียบ) และให้นักเรียนใช้ Graspable Math ในการแสดงการดำเนินการที่ละขั้นตอน โดยคอยให้ความช่วยเหลือนักเรียน



ภาพ 14 ครูอธิบายนักเรียนที่ยังไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล (Looking Back) สแกนดูคำตอบจากแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ Photomath และเปรียบเทียบกับวิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้ Graspable Math



ภาพ 15 อธิบายคำตอบที่ได้จากแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ Photomath

ประเมินผลและขั้นสรุป

ผู้วิจัยให้นักเรียนทำกิจกรรม : การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยให้นักเรียนเขียนลงในใบกิจกรรมและร่วมกันอภิปรายผลที่ได้

ขั้นที่ 2 ขีดวางแนบปัญหา (วิธีแก้ปัญห)

ขั้นที่ 3 ขีดดำเนินการแก้ปัญหาดตามแผน

ขั้นที่ 4 ขีดตรวจสอบคำตอบ

ขั้นที่ 5 ขีดสรุป

ภาพ 16 ตัวอย่างนักเรียนแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีแทนที่

ขั้นที่ 2 ขีดวางแนบปัญหา (วิธีแก้ปัญห)

ขั้นที่ 3 ขีดดำเนินการแก้ปัญหาดตามแผน

ขั้นที่ 4 ขีดตรวจสอบคำตอบ

ขั้นที่ 5 ขีดสรุป

ภาพ 17 ตัวอย่างนักเรียนแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีกำจัดตัวแปร

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 1 ชั่วโมง

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

ทบทวนความรู้เรื่องการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยพูดคุยสอบถามนักเรียนดังนี้

- การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร นักเรียนสามารถทำได้โดยใช้วิธีใดบ้าง
- วิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการแทนที่ มีวิธีการแก้สมการได้อย่างไร

- วิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการกำจัดตัวแปร มีวิธีการแก้สมการได้อย่างไร

- วิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการเปรียบเทียบ มีวิธีการแก้สมการได้อย่างไร

ขั้นสอน

ครูยกตัวอย่างโจทย์การแก้ระบบสมการโดยใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา 4 ขั้นตอน ดังนี้ จงแก้ระบบสมการต่อไปนี้

$$2x = 5y + 1$$

$$24 - 7x = 3y$$

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) ผู้วิจัยให้นักเรียนบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบจากโจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 2 สมการ

ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a Plan) ผู้วิจัยอภิปรายสอบถามเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the Plan) ผู้วิจัยให้นักเรียนแก้ปัญหาตามแผนที่นักเรียนวางแผนไว้

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล (Looking Back) ครูให้นักเรียนตรวจคำตอบโดยการแทนค่า

ประเมินผลและขั้นสรุป

ครูให้นักเรียนทำกิจกรรม : การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยครูเดินดูและคอยให้คำแนะนำนักเรียนในระหว่างที่นักเรียนทำกิจกรรม

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 - 7 เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร แผนการจัดการเรียนรู้ละ 1 ชั่วโมง โดยมีลักษณะการจัดการเรียนรู้ที่คล้ายกันดังนี้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

ทบทวนความรู้เรื่องการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ขั้นสอน

1. แบ่งกลุ่มนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4-5 คน โดยให้นักเรียนใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา 4 ขั้นตอนในการแก้ระบบสมการตามวิธีการแก้ระบบสมการด้วยวิธีการแทนที่

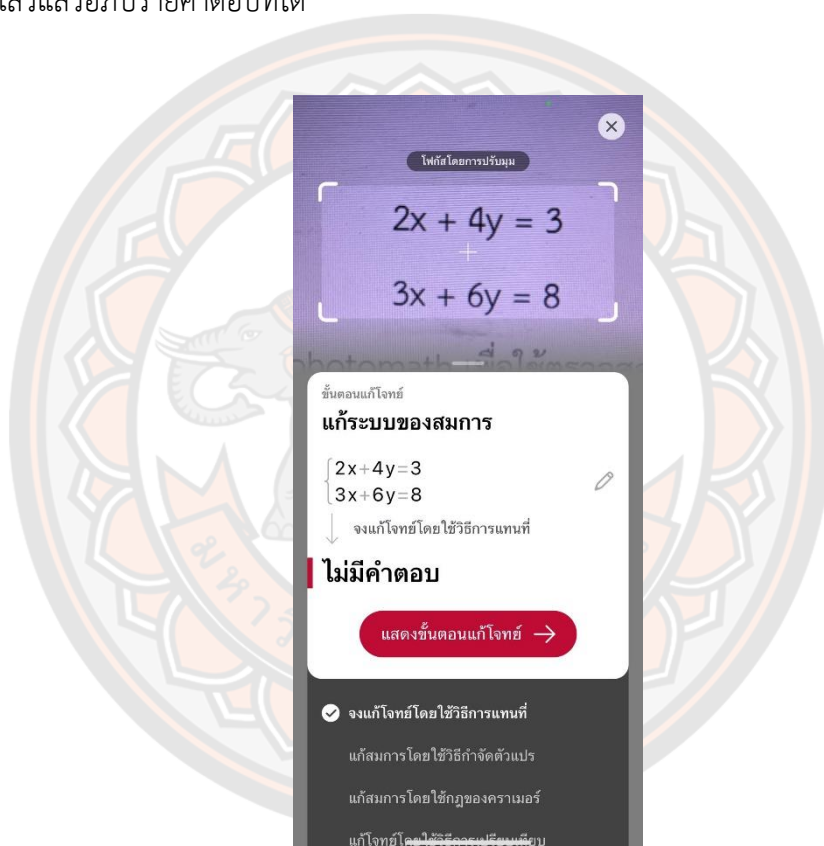
การแก้ระบบสมการวิธีการกำจัดตัวแปร หรือการแก้ระบบสมการวิธีการแทนที่ เพื่อสังเกตวิธีการแก้ปัญหาแต่ละวิธี ดังนี้

2. ครูยกตัวอย่างโจทย์การแก้ระบบสมการ ดังนี้ จงแก้ระบบสมการต่อไปนี้

$$2x + 4y = 3$$

$$3x + 6y = 8$$

3. ผู้วิจัยให้นักเรียนใช้แอปพลิเคชัน Photomath เพื่อใช้ตรวจสอบคำตอบของระบบสมการแล้วแล้วอภิปรายคำตอบที่ได้



ภาพ 18 ตัวอย่างคำตอบที่ในแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์

ครูยกตัวอย่างโจทย์การแก้ระบบสมการโดยการใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา 4 ขั้นตอน ดังนี้ จงแก้ระบบสมการต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem)

ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a Plan) ผู้วิจัยสอบถามนักเรียนว่า สามารถแก้ระบบสมการได้ด้วยวิธีใดบ้าง และให้นักเรียนวางแผนในการแก้ปัญหานักเรียนคิดว่าแก้ปัญหานี้ได้ง่ายที่สุด

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the Plan) ให้นักเรียนแก้ปัญหตามแผนที่นักเรียนแต่ละกลุ่มวางแผนไว้ และอธิบายวิธีการแก้ระบบสมการที่ได้ดังนี้ แก้ระบบสมการแล้ว สมการที่ได้มีลักษณะเป็นอย่างไร สมการที่ได้เป็นสมการที่ไม่เป็นจริงสามารถสรุปได้อย่างไร

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล (Looking Back) เปรียบเทียบวิธีการดำเนินการของนักเรียนกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ Photomath หากนักเรียนทำใบกิจกรรมยังไม่ถูกต้องให้แก้ไขให้ถูกต้องและพูดคุยแลกเปลี่ยนวิธีการแก้ระบบสมการ

ประเมินผลและขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปวิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรมีวิธีการระบบการเชิงเส้นสอง และให้นักเรียนสังเกตลักษณะของสมการทั้งสอง

3. ขั้นสังเกตการณ์ (Observe)

ขั้นสังเกตการณ์เป็นการเก็บรวบรวมข้อมูลระหว่างจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ เรื่อง แนะนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยร่วมสังเกตการจัดการเรียนรู้ และเก็บรวบรวมข้อมูลจากการทำใบกิจกรรมเป็นรายบุคคล ทำกิจกรรมเป็นคู่ จากการสังเกตของผู้วิจัยขณะทำการจัดการเรียนรู้สามารถบรรยายถึงสภาพบรรยากาศในชั้นเรียน รวมทั้งปัญหาและอุปสรรคที่พบจากการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหานักเรียนของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยมีรายละเอียดแต่ละขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) ในขั้นการทำความเข้าใจปัญหานักเรียนส่วนใหญ่สามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่ต้องการทราบได้

ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a Plan) การวางแผนแก้ปัญหานักเรียนจะเห็นวิธีการการปัญหาที่หลากหลายจากการเรียนรู้ผ่านแอปพลิเคชัน Photomath ร่วมกับ แอปพลิเคชัน Graspable Math โดยนักเรียนบางคนสามารถแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองได้ 3 วิธี นักเรียนบางคนก็ทำได้เพียงวิธีเดียวไม่ว่านักเรียนจะเจอโจทย์แบบใดนักเรียนก็ยังจะใช้วิธีที่นักเรียนถนัดในแก้แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

การแทนที่

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \quad 3x - 4y = 0 \\ \textcircled{2} \quad 3x + 4y = -24 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \quad 3x - 4y = 0 \\ \textcircled{2} \quad 3x + 4y = -24 \end{array} \quad \begin{array}{l} \textcircled{3} \quad 3x - 4y = 0 \\ \textcircled{4} \quad 3x + 4y = -24 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \quad 3x - 4y = 0 \\ \textcircled{2} \quad 3x + 4y = -24 \end{array} \quad \begin{array}{l} \textcircled{3} \quad 3x - 4y = 0 \\ \textcircled{4} \quad 3x + 4y = -24 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \quad 3x - 4y = 0 \\ \textcircled{2} \quad 3x + 4y = -24 \end{array} \quad \begin{array}{l} \textcircled{3} \quad 3x - 4y = 0 \\ \textcircled{4} \quad 3x + 4y = -24 \end{array}$$

การกำจัดตัวแปร

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \quad 3x - 4y = 0 \\ \textcircled{2} \quad 3x + 4y = -24 \end{array} \quad \begin{array}{l} \textcircled{3} \quad 3x - 4y = 0 \\ \textcircled{4} \quad 3x + 4y = -24 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \quad 3x - 4y = 0 \\ \textcircled{2} \quad 3x + 4y = -24 \end{array} \quad \begin{array}{l} \textcircled{3} \quad 3x - 4y = 0 \\ \textcircled{4} \quad 3x + 4y = -24 \end{array}$$

การเขียนเทียบ

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \quad 3x - 4y = 0 \\ \textcircled{2} \quad 3x + 4y = -24 \end{array} \quad \begin{array}{l} \textcircled{3} \quad 3x - 4y = 0 \\ \textcircled{4} \quad 3x + 4y = -24 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \quad 3x - 4y = 0 \\ \textcircled{2} \quad 3x + 4y = -24 \end{array} \quad \begin{array}{l} \textcircled{3} \quad 3x - 4y = 0 \\ \textcircled{4} \quad 3x + 4y = -24 \end{array}$$

โจทย์นี้ควรใช้วิธีการแก้ปัญหานี้ได้ _____ การเขียนเทียบ _____
เพราะเหตุใดจึงเลือกวิธีดังกล่าว _____

ภาพ 19 ตัวอย่างใบกิจกรรมที่นักเรียนสามารถเรียนรู้วิธีการแก้ระบบสมการได้ 3 วิธี

การแทนที่

การกำจัดตัวแปร

$$\begin{array}{l} (3x - 4y) - (3x + 4y) = 0 - (-24) \\ 3x - 4y - 3x - 4y = 0 - (-24) \\ 3x - 4y - 3x - 4y = 0 - (-24) \\ -4y - 4y = 0 - (-24) \\ -8y = 0 - (-24) \\ -8y = 0 - (-24) \\ -8y = 0 + 24 \\ -8y = 24 \\ y = \frac{24}{-8} \\ y = -3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3x + 4y = -24 \\ 3x + 4(-3) = -24 \\ 3x + -12 = -24 \\ 3x = -24 + 12 \\ 3x = -12 \\ x = \frac{-12}{3} \\ x = -4 \end{array}$$

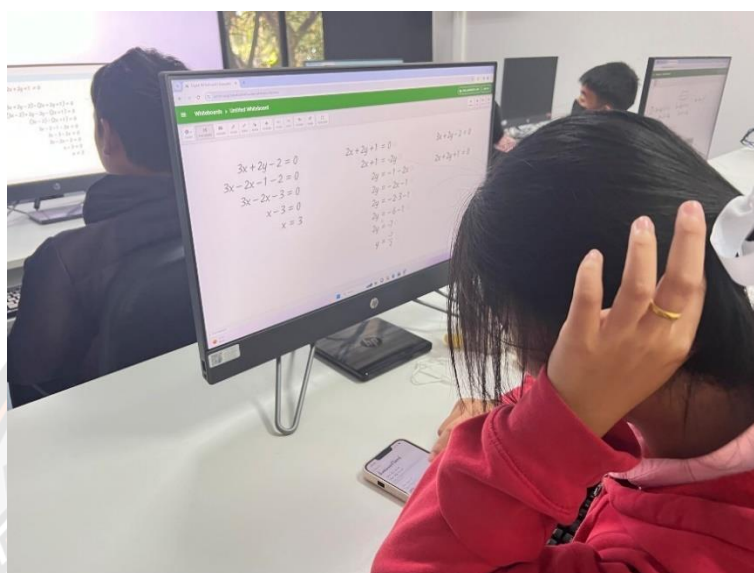
การเขียนเทียบ

โจทย์นี้ควรใช้วิธีการแก้ปัญหานี้ได้ _____ การเขียนเทียบ _____
เพราะเหตุใดจึงเลือกวิธีดังกล่าว _____

ภาพ 20 ตัวอย่างใบกิจกรรมที่นักเรียนสามารถเรียนรู้วิธีการแก้ระบบสมการได้ 1 วิธี

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the Plan) เป็นขั้นที่นักเรียนจะแก้ปัญหาตามการวางแผนการแก้ปัญหา ซึ่งครูได้กำหนดให้นักเรียนเริ่มเรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาจากแอปพลิเคชัน แต่อย่างไรก็ตามนักเรียนจะต้องแก้ปัญหานั้นได้ด้วยตนเองโดยไม่พึ่งพาแอปพลิเคชันมากเกินไป ครูจึงได้ออกแบบกิจกรรมที่ค่อยๆ ลดบทบาทของแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ลงโดยครูออกแบบกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ดังนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ผู้วิจัยใช้แอปพลิเคชัน Photomath ร่วมกับ Graspable Math โดยนักเรียนจะได้เรียนรู้ขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาจาก Photomath และทดลองดำเนินการแก้ปัญหาทางพีชคณิตด้วย Graspable Math



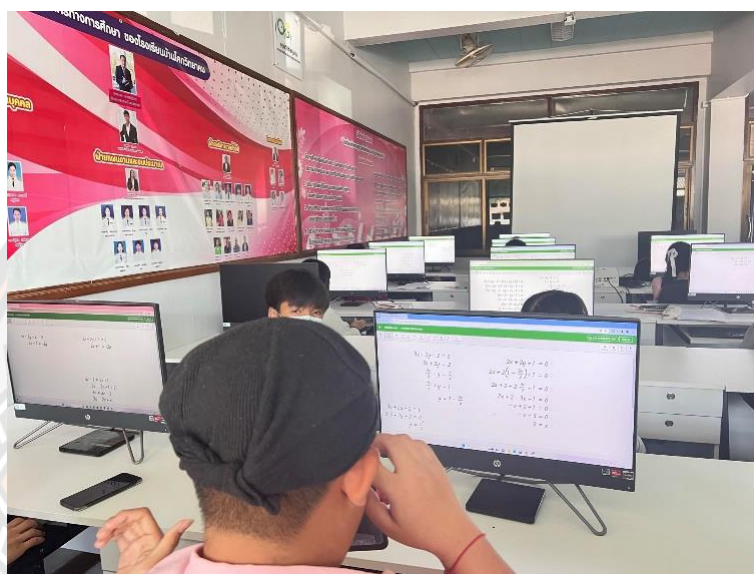
ภาพ 21 ตัวอย่างภาพนักเรียนใช้แอปพลิเคชันปัญหาประดิษฐ์ Photomath ร่วมกับ Graspable Math

โดยในแผนการจัดการเรียนรู้จะต้องใช้แอปพลิเคชันปัญหาประดิษฐ์ PhotoMath ร่วมกับ Graspable Math เนื่องจากครูต้องการให้นักเรียนได้ประสบการณ์ที่ครบถ้วนโดยได้เรียนรู้กระบวนการและได้ลงมือลองปฏิบัติเพื่อให้นักเรียนเข้าใจสิ่งที่เรียนรู้ในแอปพลิเคชัน PhotoMath มากยิ่งขึ้น

อย่างไรก็ตาม Graspable Math เป็นแอปพลิเคชันในการเรียนรู้และดำเนินการทางพีชคณิตโดยโปรแกรมจะมีลักษณะการใช้งานที่ผู้ใช้งานต้องเรียนรู้ก่อนจึงจะสามารถทำได้ มีเงื่อนไขในการใช้งานบางอย่างที่ต้องเรียนรู้ก่อนการปฏิบัติจริง ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนได้ลองใช้แอปพลิเคชันดังกล่าวในเรื่อง พหุนามกำลังสูงกว่าสอง ก่อนที่จะเรียนเรื่องการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัว

จากการสังเกตพบว่านักเรียนให้ความสนใจในกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนทุกคนสามารถใช้ Graspable Math ร่วมกับ Photomath ในการเรียนรู้ได้ดี

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ผู้วิจัยออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้นักเรียนได้ลองแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจาก Graspable Math จนนักเรียนได้คำตอบ จากนั้นครูให้นักเรียนตรวจคำตอบโดยใช้แอปพลิเคชัน Photomath ตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้ และให้นักเรียนเรียนทำใบงานที่จะต้องนำกระบวนการแก้ปัญหาใน Graspable Math มาเขียนลงบนใบงานเพื่อเพิ่มทักษะการสื่อสารผ่านการเขียนของนักเรียน



ภาพ 22 ตัวอย่างนักเรียนทำกิจกรรมการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วย Graspable Math ด้วยตนเอง

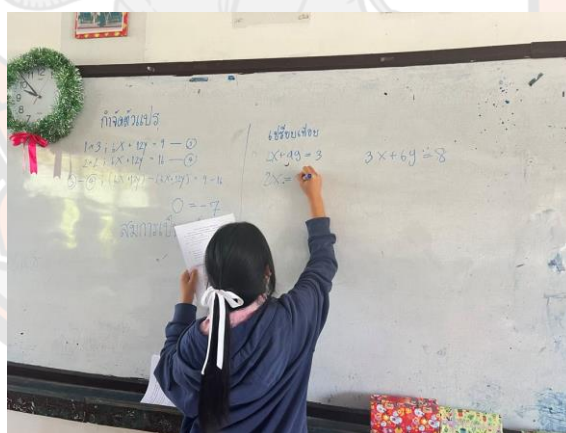
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 ผู้วิจัยออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้นักเรียนได้ลองแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยตนเอง โดยในแผนนี้นักเรียนยังไม่สามารถแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้ด้วยตนเอง ครูจึงให้นักเรียนใช้แอปพลิเคชัน Photomath เพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถเข้าใจกระบวนการแก้ปัญหา แล้วให้นักเรียนออกมาแนะนำเสนอวิธีการแก้ปัญหานักเรียนและอภิปรายร่วมกัน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 - 7 ผู้วิจัยออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้นักเรียนได้เจอปัญหาโดยให้นักเรียนใช้แอปพลิเคชัน Photomath ในการตรวจสอบคำตอบซึ่งจะพบว่า ไม่มีคำตอบหรือมีคำตอบมากมาย จากนั้นให้นักเรียนลองแก้ปัญหาตามวิธีที่นักเรียนได้เคยเรียนมาแล้วดูคำตอบที่ได้ว่ามีลักษณะเป็นอย่างไรจึงทำให้ระบบสมการนั้นไม่มีคำตอบหรือมีคำตอบมากมาย จากนั้นให้

นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อดูลักษณะของสมการทั้งสองสมการ และประเด็นในการเลือกวิธีการแก้ปัญหาลักษณะวิธี



ภาพ 23 นักเรียนใช้แอปพลิเคชัน Photomath สแกนคำตอบแล้วพบว่าคำตอบไม่ถูกต้อง นักเรียนเรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาลักษณะที่ถูกต้องและแก้ไขคำตอบของนักเรียน



ภาพ 24 พบนักเรียนแก้ปัญหาลักษณะที่แตกต่างในการอภิปราย

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล (Looking Back) ผู้วิจัยพบว่านักเรียนสามารถใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ในการตรวจสอบคำตอบได้ แต่ในวิธีการแทนค่าตัวแปรยังมีนักเรียนบางคนที่ยังไม่สามารถทำได้

ตาราง 10 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละชั้นการ
ปฏิบัติการจัดการเรียนรู้วงจรปฏิบัติการที่ 2

ชั้นการปฏิบัติ	ปัญหาที่พบในชั้นเรียน	แนวทางการปรับปรุง	แนวทางการส่งเสริม การแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์
ขั้นสอน			
ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจ ปัญหา (Understanding the Problem)	-	-	ให้นักเรียนลองใช้ แอปพลิเคชัน ปัญญาประดิษฐ์ด้าน การสนทนา ในการ ตรวจสอบการทำ ความเข้าใจปัญหา
ขั้นที่ 2 การ วางแผนการ แก้ปัญหา (Devising a Plan)	นักเรียนเรียนวิธีการ แก้ปัญหาที่หลากหลาย แต่นักเรียนจะถนัด วิธีการแก้ปัญหาวีเดียว โดยจะไม่สนใจวิธีการ แก้ปัญหาวีอื่น	จัดกิจกรรมที่ให้ นักเรียน 1 คน ได้ใช้ การแก้ปัญหาที่ หลากหลายวิธี	จัดกิจกรรมกลุ่ม โดย แบ่งกลุ่มให้นักเรียน ทำกิจกรรมที่ต่างกัน แล้วครุหาประเด็นใน การอภิปราย ถกเถียงวิธีการ แก้ปัญหา
ขั้นที่ 3 การ ดำเนินการตาม แผน (Carrying out the Plan)	ในแผนที่ 3 นักเรียนยัง ไม่สามารถแก้ปัญหา ระบบสมการเองได้ และมีนักเรียนบางคนที่ไม่ แอปใช้โทรศัพท์	ให้นักเรียนใช้แอป พลิเคชัน Photomath สแกนดูวิธีการ แก้ปัญหาเพื่อนำ วิธีการแก้ปัญหามา อภิปรายหน้าชั้นเรียน และบอกข้อตกลงให้ นักเรียนทราบ ตักเตือนนักเรียนที่ใช้ โทรศัพท์	ครุควรใช้แอป พลิเคชันร่วมกันเพื่อ ส่งเสริม ประสบการณ์ การเรียนรู้ของ นักเรียนให้ครบถ้วน ออกแบบกิจกรรมที่ ส่งเสริมการ แก้ปัญหาที่ หลากหลาย

ขั้นการปฏิบัติ	ปัญหาที่พบในชั้นเรียน	แนวทางการปรับปรุง	แนวทางการส่งเสริม
			การแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์
ขั้นที่ 4 การ ตรวจสอบผล (Looking Back)	นักเรียนไม่สามารถแทน ค่าตัวแปรได้	ให้เพื่อนช่วยเพื่อนและ เรียนรู้วิธีการตรวจ คำตอบจากแอปพลิเคชัน ชั้นปัญญาประดิษฐ์	ออกแบบการเรียนรู้ ที่ศึกษาวิธีการตรวจ คำตอบจากแอป พลิเคชัน ปัญญาประดิษฐ์และ ส่งเสริมให้นักเรียนได้ อภิปราย
ขั้นสรุป	ใช้เวลาในการทำ กิจกรรมนานจึงทำให้ เวลาในการอภิปรายมี น้อย	นำไปปรับแก้ในวงจร ปฏิบัติการที่ 3	ออกแบบกิจกรรมให้ เหมาะสมกับเวลา

จากตารางที่ 10 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนขณะจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกระบวนการ
โพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ และแนวทางการปรับปรุงแก้ไขปัญหาที่พบในแต่ละ
ขั้นตอนสำหรับพัฒนาการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติที่ 3 ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น โดยเฉพาะ
อย่างยิ่งผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความคิดเห็นตรงกันว่าควรใช้การเรียนรู้ด้วย
กิจกรรมกลุ่ม ส่งเสริมได้เรียนรู้จากแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์หลายแอปพลิเคชันเพื่อให้เห็นถึง
ความหลากหลายในการแก้ระบบสมการ แล้วนำสิ่งที่เรียนรู้จากแอปพลิเคชันมาอภิปรายประเด็นที่
น่าสนใจ

วงจรปฏิบัติการที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 5 ชั่วโมง

จากผลการสะท้อนผลการปฏิบัติในวงจรปฏิบัติการที่ 2 ทำให้ผู้วิจัยได้แนวทางการปรับปรุงและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยมีรายละเอียดกิจกรรมดังนี้

1. ขั้นวางแผน (Plan)

1. การเตรียมแผนการจัดการเรียนรู้

ผู้วิจัยนำผลการสะท้อนผลการปฏิบัติในวงจรปฏิบัติการที่ 2 มาทำการปรับแผนการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 3 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรเพื่อให้แผนบรรลุวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ โดยผู้วิจัยได้ปรับกิจกรรมที่น่าสนใจ นักเรียนมีส่วนร่วมกับการทำกิจกรรมและนักเรียนสามารถนำความรู้ที่ได้มาแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้อย่างเต็มที่และเต็มความสามารถของนักเรียน

2. การเตรียมแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์

ผู้วิจัยได้ศึกษาข้อมูลแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ที่เกี่ยวข้องกับรายวิชาคณิตศาสตร์ และมีความสอดคล้องกับหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์กลุ่ม Ai แชทบอท ผู้วิจัยได้ศึกษาวิธีการใช้งานของแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ และทดลองใช้งานแอปพลิเคชัน Alisa Ai , QANDA และ Gemini เนื่องจากเป็นแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ที่เปิดให้ใช้ฟรี

2. ขั้นปฏิบัติการ (Action)

ขั้นปฏิบัติการให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนและจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 5 แผน โดยมีขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 1 ชั่วโมง

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ทบทวนวิธีการแก้ปัญหของ โพลยา 4 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่ 2 ขั้ววางแผนแก้ปัญห ขั้วที่ 3 ขั้วดำเนินการแก้ปัญหตามแผน และขั้วที่ 4 ขั้วตรวจสอบคำตอบ

ขั้นสอน

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) ผู้วิจัยให้นักเรียนบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบจากโจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญห (Devising a Plan) ให้นักเรียนแต่ละคนวางแผนในการแก้โจทย์ปัญหาจากสิ่งที่โจทย์กำหนดว่าสามารถแก้ปัญหโดยวิธีใดได้บ้าง กำหนดตัวแปรของโจทย์ปัญหาข้างต้นได้อย่างไร และสามารถสร้างสมการความสัมพันธ์ของโจทย์ได้อย่างไร



ภาพ 25 ตัวอย่างภาพหน้าจอคำตอบแอปพลิเคชัน Alisa Ai

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the Plan) ครูให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาโดยการคำนวณหาคำตอบของระบบสมการให้ถูกต้อง

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล (Looking Back) ตรวจสอบคำตอบโดยการแทนค่าตัวแปรและให้นักเรียนใช้แอปพลิเคชัน Photomath ในการตรวจวิธีการแก้โจทย์ปัญหาข้างต้น

ประเมินผลและขั้นสรุป

การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยที่ครูเดินดูนักเรียนเพื่อคอยช่วยเหลือนักเรียนและดูวิธีที่นักเรียนแก้สมการของนักเรียนและเพื่อร่วมกันสรุปวิธีการแก้ปัญหในใบงาน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 1 ชั่วโมง

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มเลือกเปิดแถบโจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรครั้งละ 2 ใบ แล้วให้แต่ละกลุ่มช่วยกันหาคำตอบของระบบสมการด้วยวิธีของกลุ่มตนเอง กลุ่มที่หาคำตอบของระบบสมการได้ถูกต้อง จะได้รับคะแนนสะสม 1 คะแนน

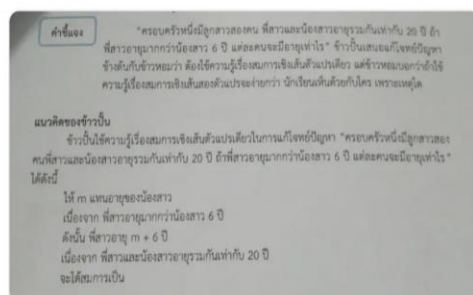
ขั้นสอน

ครูให้นักเรียนช่วยกันคิดโจทย์ปัญหาสถานการณ์ที่ครูกำหนดให้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) ผู้วิจัยให้นักเรียนบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบจากโจทย์ปัญหา แล้วใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ในการตรวจสอบคำตอบว่าถูกต้องสมบูรณ์หรือไม่

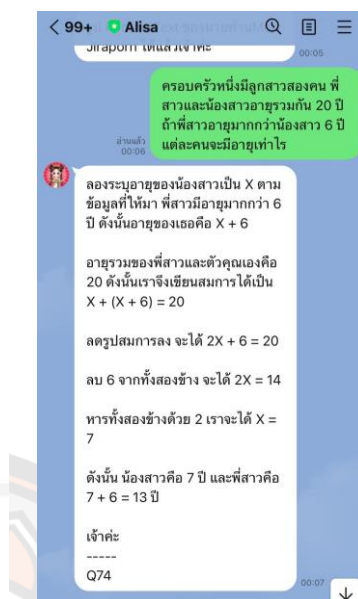
ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a Plan) นักเรียนแต่ละคนวางแผนในการแก้โจทย์ปัญหาและนำคำตอบมาพูดคุยกับเพื่อนในกลุ่ม จากนั้นใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ในการตรวจสอบความถูกต้อง

โจทย์ปัญหา



คุณครู QANDA

คำอธิบายทั่วไป



ภาพ 26 คำตอบที่ได้จากแอปพลิเคชัน QANDA และ Alisa Ai

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the Plan) เมื่อนักเรียนได้ระบบสมการมาแล้วนักเรียนแก้ระบบสมการด้วยตนเอง จากนั้นใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์สแกนเพื่อดูวิธีการดำเนินการนาแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล (Looking Back) นักเรียนลองแทนค่าตัวแปรที่ได้แล้วตรวจสอบผลลัพธ์และวิธีการตรวจคำตอบจากแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์

ประเมินผลและขั้นสรุป

นักเรียนทำใบกิจกรรม เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร แล้วสรุปวิธีการแก้ปัญหาในใบกิจกรรม

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 -11 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร แผนการจัดการเรียนรู้ละ 1 ชั่วโมง

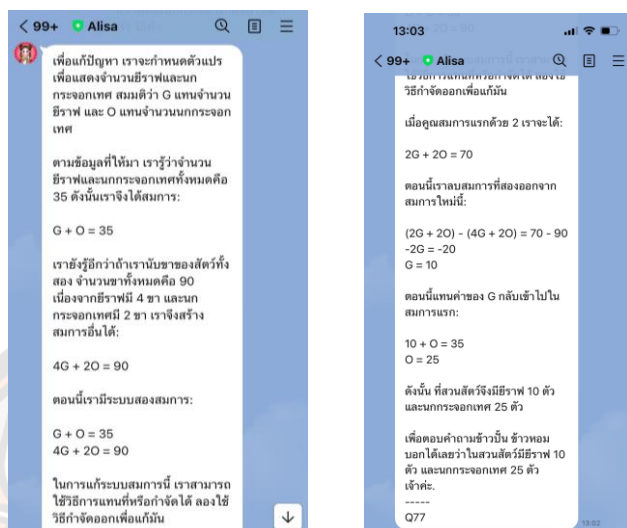
ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน

ใช้โจทย์สถานการณ์ปัญหาในการตั้งเป็นคำถามเพื่อให้นักเรียนเกิดความสนใจ

ขั้นสอน

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) ผู้วิจัยให้นักเรียนบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบจากโจทย์โจทย์ปัญหา แล้วใช้แอปพลิเคชัน

ปัญญาประดิษฐ์ในการตรวจสอบคำตอบว่าถูกต้องสมบูรณ์หรือไม่และใช้แอปพลิเคชัน QANDA หรือ Alisa ในการตรวจสอบแนวคิดในการแก้โจทย์ปัญหา



ภาพ 27 ตัวอย่างคำตอบในแอปพลิเคชัน Alisa Ai

ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a Plan) นักเรียนแต่ละกลุ่มวางแผนในการแก้โจทย์ปัญหาและให้ตัวแทนนักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่นักเรียนแสดงวิธีทำพร้อมอภิปรายร่วมกัน

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the Plan) ผู้วิจัยให้นักเรียนให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาตามแผนที่วางไว้และตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากแอปพลิเคชัน



ภาพ 28 นักเรียนที่ใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ในการตรวจสอบคำตอบ

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล (Looking Back) ให้นักเรียนตรวจคำตอบโดยนำคำตอบแทนได้ลองแทนในตัวแปรแล้วใช้แอปพลิเคชัน QANDA หรือ Alisa ในการตรวจสอบแนวคิดในการแก้โจทย์ปัญหา

ประเมินผลและขั้นสรุป

ใบกิจกรรม เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ครูเดินดูนักเรียนเพื่อคอยช่วยเหลือนักเรียนและดูวิธีที่นักเรียนแก้สมการของนักเรียนแต่ละกลุ่มแล้วสรุปร่วมกัน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 1 ชั่วโมง

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

พูดคุยปัญหาเกี่ยวกับระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา และอภิปรายร่วมกัน

ขั้นสอน

จับคู่เพื่อช่วยกันคิดโจทย์ปัญหาสถานการณ์

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) ผู้วิจัยให้นักเรียนบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบจากโจทย์ปัญหา แล้วแยกย่อยสถานการณ์ปัญหาดังกล่าวเพื่อให้ง่ายต่อการคิดจากนั้นให้สรุปออกมาในรูปแบบที่นักเรียนเข้าใจโดยนักเรียนอาจวาดรูป วาดบาร์โมเดล สร้างตารางความสัมพันธ์ หรือ เขียนประโยคสัญลักษณ์

ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a Plan) แต่ละคู่ช่วยกันวางแผนในการแก้โจทย์ปัญหาจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ว่าต้องการแก้ปัญหาโดยวิธีใดช่วยกันระดมความคิดแล้วตีความในโจทย์ปัญหาเพื่อสร้างระบบสมการคุยกับเพื่อนถึงแนวคิดในการวางแผนแก้ปัญหา โดยให้นักเรียนกำหนดตัวแปรเพื่อสร้างระบบสมการ ใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ในการตรวจสอบการนำเสนอวิธีแก้ปัญหาดังกล่าวเพื่อให้นักเรียนมั่นใจในคำตอบ

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the Plan) แต่ละคู่ช่วยกันแก้ระบบสมการที่นักเรียนได้มา ช่วยกันตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบและใช้แอปพลิเคชัน AI ในการยืนยันคำตอบ ซึ่งนักเรียนอาจจะพบวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่น หากนักเรียนพบการแก้ปัญหาแบบอื่นครูให้นักเรียนทำความเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่นแล้วเปรียบเทียบกับวิธีคิดของนักเรียนหรือใน

แอปพลิเคชันสามารถแก้ปัญหาดังกล่าวได้ง่ายกว่ากัน จะทำให้นักเรียนได้เรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย หรือหากนักเรียนแก้ปัญหาดังกล่าวไม่ถูกต้องให้นักเรียนแก้ไขให้ถูกต้องและเรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาดังกล่าว

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล (Looking Back) ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ โดยการแทนค่าตัวแปร

ประเมินผลและขั้นสรุป

นักเรียนร่วมกันสรุปวิธีการแก้ปัญหาในใบกิจกรรมวิธีในการแก้ปัญหาและผลลัพธ์ที่ได้

3. ขั้นสังเกตการณ์ (Observe)

ขั้นสังเกตการณ์เป็นการเก็บรวบรวมข้อมูลระหว่างจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยร่วมสังเกตการจัดการเรียนรู้และเก็บรวบรวมข้อมูลจากการทำใบกิจกรรมเป็นรายบุคคล ทำกิจกรรมเป็นคู่ จากการสังเกตของผู้วิจัยขณะทำการจัดการเรียนรู้สามารถบรรยายถึงสภาพบรรยากาศในชั้นเรียน รวมทั้งปัญหาและอุปสรรคที่พบจากการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยมีรายละเอียดแต่ละขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) นักเรียนสามารถสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้

ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a Plan) นักเรียนจะต้องแยกย่อยสถานการณ์ปัญหาออกวิเคราะห์เพื่อให้ง่ายในการกำหนดตัวแปรและสร้างสมการการแก้ปัญหาง่ายขึ้น และมีนักเรียนบางคนที่ไม่สามารถแยกย่อยสถานการณ์ได้ ครูและเพื่อนช่วยอธิบายเพิ่มเติม และให้นักเรียนตรวจคำตอบโดยถามเขทบทวนของแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ในการตรวจสอบความถูกต้องของระบบสมการที่ได้

ชั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

1. ให้นักเรียนกำหนดตัวแปรของข้อมูลจากสถานการณ์เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา

เลข $\times$ เงิน ออกบัญชี

๖๖ ๖๖ ๖๖ ๖๖

2. เพราะเหตุใดนักเรียนจึงเลือกข้อมูลดังกล่าวในการกำหนดเป็นตัวแปรในการแก้ปัญหา

สื่อการหาจำนวนเงินและเงิน

3. ให้นักเรียนเขียนสมการเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหา

$x - y = 2$ $y - \frac{x}{2} = 1$

ภาพ 29 ตัวอย่างใบงานนักเรียนที่สามารถเขียนสมการได้ถูกต้อง

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the Plan) นักเรียนใช้ความรู้เรื่องการแก้ระบบสมการเชิงเส้นมาแก้ไขปัญหาซึ่งพบว่าหากนักเรียนสามารถเขียนสมการได้ถูกต้องนักเรียนก็ได้คำตอบที่ถูกต้อง

ชั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาตามแผน

1. ให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามแผน กระบวนการทางคณิตศาสตร์และดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาผลลัพธ์

$x - y = 2$ — (1)

$y - \frac{x}{2} = 1$ — (2)

(1) $\times 2$; $2y - x = 2$ — (3)

(2) $\times 2$; $2y - x = 2$ — (4)

ลบ (3) - (4); $0 = 0$

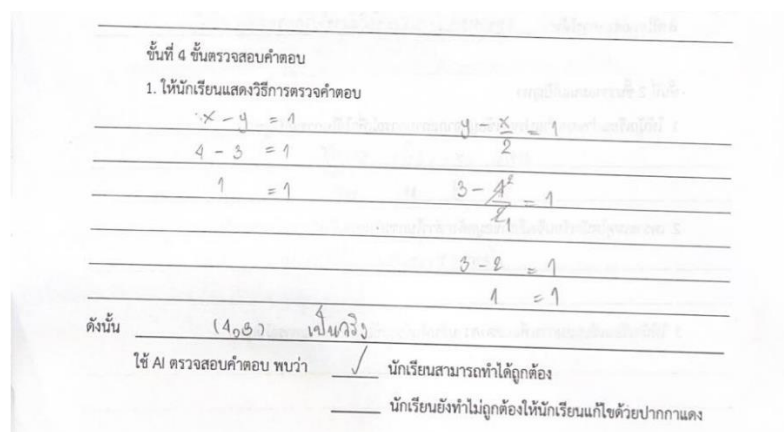
จาก (1) $x - y = 2$

จาก (2) $y - \frac{x}{2} = 1$

$x = 4$

ภาพ 30 ตัวอย่างใบงานนักเรียนแสดงวิธีแก้ปัญหาได้ถูกต้อง

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล (Looking Back) ในขั้นนี้นักเรียนสามารถตรวจสอบคำตอบโดยใช้แอปพลิเคชันได้ทุกคนและส่วนใหญ่สามารถตรวจสอบคำตอบโดยการแทนค่าได้



ภาพ 31 ตัวอย่างใบงานของนักเรียนในการตรวจคำตอบ

ตาราง 11 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละชั้นการ
ปฏิบัติการจัดการเรียนรู้วงจรปฏิบัติการที่ 3

ชั้นการปฏิบัติ	ปัญหาที่พบในชั้นเรียน	แนวทางการปรับปรุง	แนวทางการส่งเสริมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ขั้นสอน			
ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem)	นักเรียนบางคนเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่ต้องการทราบไม่ครบถ้วน	ครูแนะนำนักเรียนให้เขียนเพิ่มให้ครบ	ใช้แอปพลิเคชันปัญหาประดิษฐ์ในการตรวจสอบความถูกต้อง
ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a Plan)	นักเรียนบางคนไม่สามารถแยกย่อยสถานการณ์ และนักเรียนเขียนสมการจากโจทย์ปัญหาไม่ได้	ศึกษาการแยกย่อยสถานการณ์จากแอปพลิเคชัน ปัญหาประดิษฐ์และนำประเด็นที่ได้มาอภิปรายถกเถียงข้อสรุป	การเรียนรู้จากแอปพลิเคชัน ปัญหาประดิษฐ์ที่หลากหลายเพื่อให้เห็นการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และควรอภิปรายถึงความสมเหตุสมผล

ขั้นการปฏิบัติ	ปัญหาที่พบในชั้นเรียน	แนวทางการปรับปรุง	แนวทางการส่งเสริมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ขั้นสอน			
ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the Plan)	ในกรณีที่นักเรียนเขียนสมการได้ถูกต้อง นักเรียนสามารถแสดงวิธีการดำเนินการได้	นักเรียนเขียนไม่ได้ครูให้นักเรียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหาแทน	นักเรียนสามารถเรียนรู้การแก้ระบบสมการได้จากแอปพลิเคชันปัญญประดิษฐ์ได้
ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล (Looking Back)	นักเรียนไม่สามารถตีความและประเมินคำตอบของตนเองได้	ครูตั้งคำถามในการอภิปรายผล	จัดกิจกรรมที่ควบคู่กับปัญญาประดิษฐ์ในการส่งเสริมการตีความและประเมินผล

จากตารางที่ 11 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนขณะจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกระบวนการโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ และเพื่อเป็นแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยเฉพาะอย่างยิ่งผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความคิดเห็นตรงกันว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ควรใช้การเรียนรู้ด้วยกิจกรรมกลุ่ม ส่งเสริมได้เรียนรู้จากแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์หลายแอปพลิเคชันเพื่อให้เห็นถึงความหลากหลายในการแก้ระบบสมการ และส่งเสริมการอภิปรายของนักเรียน

แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1. การเลือกแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ที่เหมาะสมกับแต่ละกระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่าแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์แต่ละแอปพลิเคชันมีความสามารถในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่ต่างกันและมีบทบาทที่แตกต่างกันในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขณะที่แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์บางแอปพลิเคชันอาจจะไม่เหมาะสมหรือช่วยส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากการศึกษาวิจัยนี้ พบว่า แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์มี 3 ประเภทที่สามารถนำมาใช้ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย แอปพลิเคชันสนทนา (AI chatbot) แอปพลิเคชันแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแอปพลิเคชันตรวจคำตอบ

แอปพลิเคชันสนทนา (AI chatbot) ประกอบด้วย Alisa Ai และ Gemini (Bard)

Alisa Ai เป็นตัวช่วยในการวิเคราะห์โจทย์ทางคณิตศาสตร์ ได้ทั้งในรูปแบบการคณิตศาสตร์และ โจทย์ที่เป็นข้อความ จุดเด่นของ Alisa Ai คือ ผู้เรียนสามารถถามแบบต่อเนื่อง หรือ ถามแบบแยกส่วนได้ Alisa Ai มีความสามารถในการเข้าใจภาษาที่มีลักษณะไม่เป็นทางการของนักเรียนได้ดี Alisa Ai จึงเหมาะสมสำหรับการเป็นตัวช่วยในกระบวนการแก้ปัญหาแบบโพลยา ในขั้น ทำความเข้าใจปัญหา ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา ขั้นการดำเนินการตามแผนและขั้นการตรวจสอบผล

Gemini (Bard) เป็นตัวช่วยในการวิเคราะห์โจทย์ทางคณิตศาสตร์ ได้ทั้งในรูปแบบสมการทางคณิตศาสตร์และโจทย์ที่เป็นข้อความ Gemini มีประโยชน์ในการใช้ควบคู่ไปกับ Alisa Ai เนื่องจากแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ทั้งสองตัวจะให้คำตอบที่แตกต่างกัน ซึ่งจะช่วยเปิดกระตุ้นให้เกิดการให้เหตุผล การอภิปรายเพื่อแลกเปลี่ยนความคิด และหาข้อสรุปในชั้นเรียน Gemini มีความเหมาะสมสำหรับการเป็นตัวช่วยในกระบวนการแก้ปัญหาแบบโพลยา ในขั้น ทำความเข้าใจปัญหา ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา ขั้นการดำเนินการตามแผนและขั้นการตรวจสอบผล

แอปพลิเคชันแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย photomath

photomath เป็นแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ที่โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วยหาคำตอบ อธิบายและแสดงขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาทีละขั้นตอน โดย photomath นำเสนอวิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่หลากหลาย โดยนักเรียนสามารถถ่ายรูปโจทย์คณิตศาสตร์เพื่อให้

Photomath แสดงวิธีการแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร Photomath ควรถูกใช้ร่วมกับ Graspable math เพื่อให้นักเรียนได้ลองทำตาม ลองแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรของระบบสมการ

แอปพลิเคชันตรวจคำตอบ ประกอบ QANDA

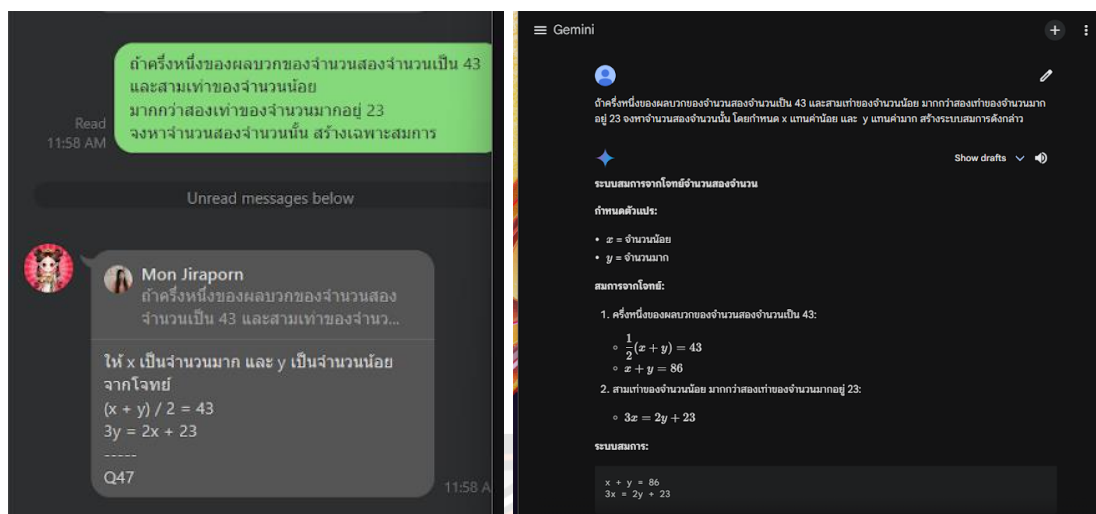
QANDA เป็นแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ที่ช่วยหาคำตอบโจทย์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักเรียนสามารถป้อนในรูปแบบข้อความ สมการคณิตศาสตร์ หรือ เป็นรูปภาพ QANDA จะช่วยหาคำตอบหรือวิธีการแสดงคำตอบที่เคยมีคนสร้างไว้ในระบบมาแสดงให้นักเรียนดู ในมุมมองของการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร QANDA อาจจะไม่ใช่วิธีการที่เหมาะสมเนื่องจาก QANDA ให้คำตอบที่ตายตัวตามที่ผู้ใช้เคยนำเข้าสู่ระบบและ QANDA สามารถใช้เป็นเครื่องมือตรวจสอบคำตอบได้ ซึ่งนักเรียนต้องใช้วิจารณญาณในการพิจารณาคำตอบจาก QANDA เช่นกัน

2. ออกแบบกิจกรรมให้ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร การมีแนวปฏิบัติในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ ดังนี้

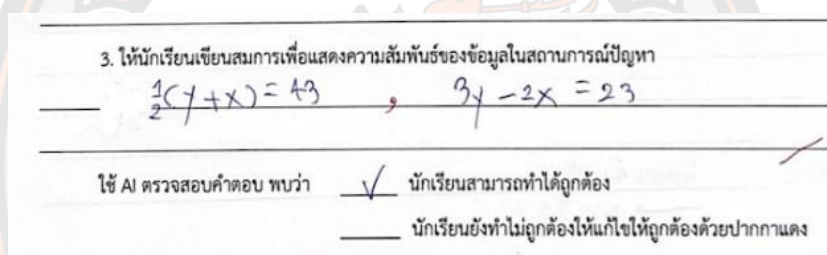
2.1 ออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ให้มีการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม โดยอาจมอบหมายการเรียนรู้ที่แตกต่างกันให้นักเรียนแต่ละคน เช่น สมาชิกในกลุ่มรับผิดชอบใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ที่แตกต่างกันหรือสมาชิกแต่ละคนรับผิดชอบแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีการที่ต่างกัน และ นำคำตอบและวิธีการมาเปรียบเทียบและอภิปรายกัน

2.2 การออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้และใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้เกิดการให้เหตุผลและการถกเถียงอภิปราย ครูตั้งคำถามให้เกิดการอภิปรายแลกเปลี่ยน เช่น ได้คำตอบเหมือนกันหรือไม่ คำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ วิธีการหาคำตอบแบบใดมีประสิทธิภาพมากกว่ากันจากมุมมองของนักเรียน และหากนักเรียนต้องแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรในลักษณะเดิมอีก นักเรียนจะเลือกใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรเพราะเหตุใด

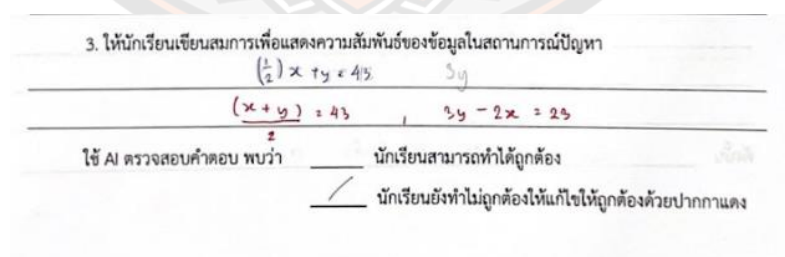
ตัวอย่างเช่น ในวงจรที่ 3 แผนการสอนที่ 8 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ครูกำหนดปัญหา “ถ้าครึ่งหนึ่งของผลบวกของจำนวนสองจำนวนเป็น 43 และสามเท่าของจำนวนน้อย มากกว่าสองเท่าของจำนวนมากอยู่ 23 จงหาจำนวนสองจำนวนนั้น” นักเรียนถูกมอบหมายให้ใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ที่แตกต่างกัน ประกอบด้วย Alisa Ai และ Gemini ในการหาคำตอบ ผลการใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์แสดงดังรูป จากรูปด้านซ้าย ใช้ Alisa Ai รูปทางขวามือใช้ Gemini จะเห็นได้ว่าปัญญาประดิษฐ์แต่ละตัวจะให้คำตอบที่ต่างกัน ซึ่งเป็นโอกาสที่ให้ครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนอภิปรายกันในชั้นเรียน



ภาพ 32 ตัวอย่างภาพหน้าจอ Alisa Ai และ Gemini ที่ระบบสมการต่างกัน



ภาพ 33 ตัวอย่างนักเรียนแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปสมการได้ถูกต้องและตรวจสอบจากแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ได้ตรงกัน



ภาพ 34 ตัวอย่างภาพทางขวาแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปสมการได้ไม่ถูกต้องและเรียนรู้การเขียนสมการจากแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์

ชั้นที่ 2 ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

1. ให้นักเรียนกำหนดตัวแปรของข้อมูลจากสถานการณ์เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา

กำหนดให้ x แทน จำนวน y แทน จำนวน

2. เพราะเหตุใดนักเรียนจึงเลือกข้อมูลดังกล่าวในการกำหนดเป็นตัวแปรในการแก้ปัญหา

เพราะ จำนวน x และ y เป็นข้อมูลที่จำเป็น

3. ให้นักเรียนเขียนสมการเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหา

$\frac{1}{2}$ จำนวนทั้งหมด $\frac{1}{2} \times x = 13$ $\frac{x+y}{2} = 13$ $9x - 2y = 26$

ใช้ AI ตรวจสอบคำตอบ พบว่า _____ นักเรียนสามารถทำได้ถูกต้อง

☒ นักเรียนยังทำไม่ถูกต้องให้แก้ไขให้ถูกต้องด้วยปากกาแดง

ภาพ 35 ตัวอย่างนักเรียนแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปสมการได้ไม่ถูกต้องและเรียนรู้คำตอบจากแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์และแก้ไขการกำหนดตัวแปรหลังจากการอภิปราย

ข้อความต่อไปนี้เป็นตัวอย่างของบทสนทนาในชั้นเรียน ที่เป็นการอภิปรายเกี่ยวกับการใช้ผลลัพธ์จากแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์

ผู้วิจัย : นักเรียนที่เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของโจทย์เสร็จแล้วให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องจากแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ โดยนักเรียนสามารถเลือกใช้แอปพลิเคชันใดก็ได้

ผู้วิจัย : นักเรียนได้คำตอบตรงกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ไหมคะ

นักเรียน : ตรงค่ะ/ตรงครับ

นักเรียน : ไม่ตรง

ผู้วิจัย : ทำไมนักเรียนถึงได้คำตอบไม่ตรงกับแอปพลิเคชันคะ

นักเรียน : แปลงเป็นสมการผิด

นักเรียน : กำหนดตัวแปร x และ y ไม่เหมือนในแอปพลิเคชันคะ

ผู้วิจัย : นักเรียนกำหนดจำนวนมากคืออะไร และจำนวนน้อยคืออะไรคะ

นักเรียน : กำหนดแปร x แทนจำนวนน้อย และ y แทนจำนวนมากคะ แต่ในแอปพลิเคชัน

กำหนด y เป็นจำนวนมากและ x เป็นจำนวนน้อยคะ

ผู้วิจัย : นักเรียนที่ยังไม่ถูกให้นักเรียนแก้ไขด้วยปากกาแดงนะคะ

ผู้วิจัย : นักเรียนเขียนสมการได้อย่างไรคะ

นักเรียน 18 : $\frac{1}{2}(x + y) = 43$ กับ $3x - 2y = 23$

ผู้วิจัย : นักเรียนได้คำตอบเป็นอะไรคะ

นักเรียน 35 : หนูได้ $\frac{(x+y)}{2} = 43$ ค่ะ

ผู้วิจัย : นักเรียนมีความคิดเห็นอย่างไรกับสองสมการนี้คะ

นักเรียน 10 :

ผู้วิจัย : สมการสองสมการนี้เหมือนกันคะ แต่เขียนคนละแบบ

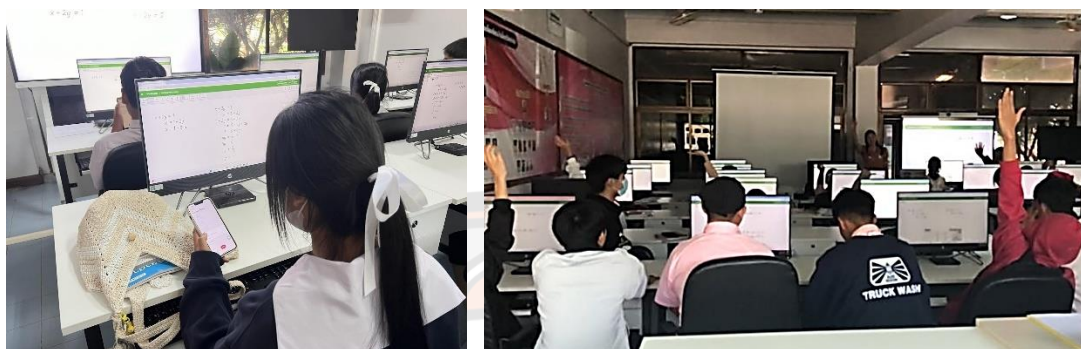
จากสถานการณ์ข้างต้น การใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ที่แตกต่างกัน อาจจะสร้างสมการทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน ซึ่งเป็นโอกาสให้ครูเปิดการอภิปรายเกี่ยวกับความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของสมการทางคณิตศาสตร์ การใช้และการตีความผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณทางคณิตศาสตร์อย่างถูกต้อง นอกจากนี้ในบางกรณีแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ยังอาจจะให้คำตอบที่คลาดเคลื่อน ซึ่งครูต้องสังเกตจังหวะและใช้คำถามที่เหมาะสมเพื่อกระตุ้นให้เหตุผล การถกเถียง อภิปรายกันเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปในการเรียนรู้ที่สมเหตุสมผล

2.3. การออกแบบการใช้งานแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ร่วมกันเพื่อพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์เนื่องจากแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ถูกสร้างมา มีวัตถุประสงค์แตกต่างกัน การหาคำตอบจากแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์อย่างเดียวอาจทำให้นักเรียนไม่ได้ฝึกฝนทักษะกระบวนการบางอย่าง ในกรณีการเรียนรู้เรื่องการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร การให้นักเรียนหาคำตอบจากแอปพลิเคชันเพียงอย่างเดียว อาจทำให้นักเรียนขาดประสบการณ์ในการแก้ปัญหาเชิงพีชคณิต ดังนั้น ครูต้องหาแอปพลิเคชันที่เหมาะสมเข้าให้นักเรียนใช้งานร่วมกันเพื่อให้นักเรียนได้มีประสบการณ์การลงมือทำ การลองผิดลองถูกและการเรียนรู้จากประสบการณ์ ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้แอปพลิเคชัน Graspable math ซึ่งเป็นแอปพลิเคชันออนไลน์ที่เป็นสภาพแวดล้อมที่ช่วยให้นักเรียนเรียนรู้เกี่ยวกับการดำเนินการทางตัวเลขและการดำเนินการทางพีชคณิต ซึ่งผู้วิจัยออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ที่หลากหลาย

ในวงจรที่ 2 แผนที่ 3 ผู้วิจัยให้นักเรียนใช้ photomath หาคำตอบของระบบสมการและเรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยการแทนที่ การกำจัดตัวแปร การเปรียบเทียบ และกราฟ ให้นักเรียนดำเนินการตามวิธีการแทนที่ การกำจัดตัวแปรและการเปรียบเทียบใน Graspable math เพื่อให้นักเรียนได้มีประสบการณ์การลงมือปฏิบัติ

ในวงจรที่ 2 แผนที่ 4 ผู้วิจัยให้นักเรียนใช้ Graspable math ในการลองแก้ปัญหาตามวิธีที่นักเรียนได้เรียนรู้จากคาบที่ผ่านมา แล้วจึงนำคำตอบที่ได้ไปตรวจสอบโดยใช้แอปพลิเคชัน photomath หากคำตอบไม่ตรงกัน ให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องของการดำเนินการอีกครั้ง

หากนักเรียนได้คำตอบเหมือนกัน ให้นักเรียนเปรียบเทียบขั้นตอนการดำเนินการที่นักเรียนใช้กับขั้นตอนการดำเนินการที่แสดงใน Photomath เพื่อหาว่าวิธีการใดเป็นวิธีการที่มีประสิทธิภาพมากกว่ากัน และอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน ดังแสดงในภาพ



ภาพ 36 นักเรียนเรียนรู้วิธีการดำเนินการแก้ระบบสมการในแอปพลิเคชัน Photomath และลองปฏิบัติในแอปพลิเคชัน Graspable Math

3. การถ่ายโอนความสามารถในการแก้ปัญหา

ในวงจรที่ 2 แผนการเรียนรู้ที่ 5 ครูให้นักเรียนแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรในใบงานด้วยตัวเองโดยไม่ใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ ให้นักเรียนหาคำตอบโดยใช้วิธีการที่นักเรียนมั่นใจ หากติดปัญหาให้นักเรียนปรึกษาเพื่อนในกลุ่ม พบว่า ยังมีนักเรียนบางส่วนที่สามารถอธิบายวิธีการหาคำตอบระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรของเพื่อนได้แต่ไม่สามารถเขียนวิธีการแก้ปัญหของตัวเองอย่างเป็นระบบได้อย่างถูกต้อง ครูให้นักเรียนที่ทำได้มาแสดงวิธีการหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรหน้ากระดาน และอธิบายวิธีที่นักเรียนทำให้เพื่อนฟัง ในกรณียังมีนักเรียนที่ยังไม่สามารถแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้ให้นักเรียนกลับมาแก้ปัญหาคำถามโดยใช้เครื่องมือแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ Photomath อีกครั้ง โดยให้นักเรียนสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหใน Photomath เป็นภาษาของตนเอง โดยที่ครูคอยประกบเพื่อให้นักเรียนสอบถามเวลามีปัญหาหรือไม่เข้าใจ และครูช่วยให้ผลสะท้อนการปฏิบัติของนักเรียน

ตาราง 12 สรุปภาพรวมแนวปฏิบัติการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการ
แก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมทักษะการ
แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กระบวนการ	แอปพลิเคชัน	การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	แนวปฏิบัติที่ส่งเสริมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (คิด ใช้ ตีความ)	สิ่งที่ควรระวัง
แก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์	ปัญญาประดิษฐ์ / บทบาทของแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์			
ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem)	 Alisa  Bard Alisa AI / Gemini(Bard) ตรวจสอบการวิเคราะห์โจทย์	คิด	- ใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ให้ช่วยวิเคราะห์การตีโจทย์ปัญหาหรือตรวจสอบการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา	
ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a Plan)	 Alisa  Bard Alisa AI / Gemini(Bard) แสดงการแทนด้วยสมการ	คิด	- ใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์สร้างสมการทางคณิตศาสตร์	นักเรียนมักยึดติดกับวิธีที่นักเรียนเข้าใจแล้ว แม้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์จะแสดงวิธีการที่แตกต่างกันหลากหลายหรือเพื่อน

กระบวนการ แก้ปัญหของ โพลยาร่วมกับ แอปพลิเคชัน ปัญญาประดิษฐ์	แอปพลิเคชัน ปัญญาประดิษฐ์ / บทบาทของแอปพลิเคชัน ปัญญาประดิษฐ์	การแก้ปัญหา ทาง คณิตศาสตร์	แนวปฏิบัติที่ ส่งเสริมการ แก้ปัญหทาง คณิตศาสตร์ (คิด ใช้ ตีความ)	สิ่งที่ควรระวัง
 photomath smart camera calculator เรียนรู้วิธีการแก้ปัญห ที่หลากหลาย			- ใช้แอปพลิเคชัน ปัญญาประดิษฐ์ใน การค้นพบวิธีการ แก้ปัญหที่ หลากหลาย	เสนอวิธีการที่ หลากหลาย แต่นักเรียนจะ ใช้วิธีเดิม
			ให้ เหตุผล แอปพลิเคชัน ปัญญาประดิษฐ์ สร้างสมการที่ แตกต่างกัน นำมา สู่การให้เหตุผล และ การอภิปราย	
ขั้นที่ 3 การ ดำเนินการตาม แผน (Carrying out the Plan)	Photomath ควบคู่กับ Graspable Math  photomath smart camera calculator เรียนรู้ขั้นตอน กระบวนการการแก้ ระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปร	ใช้	- เรียนรู้ขั้นตอน กระบวนการแก้ ระบบสมการเชิง เส้นสองตัวแปรที่ หลากหลาย	

กระบวนการ แก้ปัญหาของ โพลยาร่วมกับ แอปพลิเคชัน ปัญญาประดิษฐ์	แอปพลิเคชัน ปัญญาประดิษฐ์ / บทบาทของแอปพลิเคชัน ปัญญาประดิษฐ์	การแก้ปัญหา ทาง คณิตศาสตร์	แนวปฏิบัติที่ ส่งเสริมการ แก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ (คิด ใช้ ตีความ)	สิ่งที่ควรระวัง
	 Graspable Math www.graspablemath.com ฝึกปฏิบัติการ ดำเนินการการแก้ ระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปร		- ปฏิบัติการแก้ ระบบสมการเชิง เส้นสองตัวแปรโดย ใช้ Graspable Math ตรวจสอบ ขั้นตอนการแก้ ระบบสมการเชิง เส้นสองตัวแปร เทียบกับขั้นตอนที่ แสดงใน Photomath	
ขั้นที่ 4 การ ตรวจสอบผล (Looking Back)	 Alisa AI /  Gemini(Bard)/  Photomath	ตีความ	ใช้ ai app เพื่อ ตรวจสอบการ ดำเนินการทาง คณิตศาสตร์	

กระบวนการ แก้ปัญหาของ โพลยาร่วมกับ แอปพลิเคชัน ปัญญาประดิษฐ์	แอปพลิเคชัน ปัญญาประดิษฐ์ / บทบาทของแอปพลิเคชัน ปัญญาประดิษฐ์	กรณีปัญหา ทาง คณิตศาสตร์	แนวปฏิบัติที่ ส่งเสริมการ แก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ (คิด ใช้ ตีความ)	สิ่งที่ควรระวัง
ขั้นที่ 4 การ ตรวจสอบผล (Looking Back)	 Alisa  Bard  photomath Alisa AI / Gemini(Bard)/ Photomath เรียนรู้ขั้นตอน กระบวนการตรวจ คำตอบและตรวจสอบ คำตอบ	ตีความ	การใช้แอปพลิเคชัน ปัญญาประดิษฐ์ มากกว่า 1 ตัวเพื่อ สร้างความ หลากหลายของ วิธีการในชั้นเรียน เพื่อให้นักเรียนได้ อภิปรายเกี่ยวกับ การใช้และการ ตีความผลลัพธ์จาก การคำนวณทาง คณิตศาสตร์	

กระบวนการ	แอปพลิเคชัน	กรณีปัญหา	แนวปฏิบัติที่	สิ่งที่ควรระวัง
แก้ปัญหาของ	ปัญญาประดิษฐ์ /	ทาง	ส่งเสริมการ	
โพลยาร่วมกับ	บทบาทของแอปพลิเคชัน	คณิตศาสตร์	แก้ปัญหาทาง	
แอปพลิเคชัน	ชั้นปัญญาประดิษฐ์		คณิตศาสตร์	
ปัญญาประดิษฐ์			(คิด ใช้ ติความ)	
ขั้นที่ 4 การ	 Alisa	ให้		ครูควรกระตุ้น
ตรวจสอบผล	 Bard	เหตุผล		ให้นักเรียน
(Looking Back)	 photomath smart camera calculator			ตรวจสอบ
	Alisa AI /			คำตอบของ
	Gemini(Bard)/			แอปพลิเคชัน
	Photomath			ปัญหา
	เรียนรู้ขั้นตอน			ประดิษฐ์แบบ
	กระบวนการตรวจ			มีวิจารณ์ญาณ
	คำตอบและตรวจสอบ			เพราะคำตอบ
	คำตอบ			จากแอป
				พลิเคชัน
				ปัญหา
				ประดิษฐ์
				อาจจะเป็น
				คำตอบที่ผิด
				และไม่
				สมเหตุสมผล
				ได้

การใช้ในแต่ละขั้นตอนจะพบว่านักเรียนใช้งานแอปพลิเคชันที่หลากหลาย ซึ่งแอปพลิเคชันแต่ละแอปพลิเคชันจะมีข้อดีและข้อจำกัดในแต่ละเนื้อหา และจากการวิจัยพบว่านักเรียนทุกคนสามารถเข้าใจการใช้งานแอปพลิเคชันได้ และการเรียนรู้ของนักเรียนในแต่ละแอปพลิเคชันพบว่าส่งผลให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

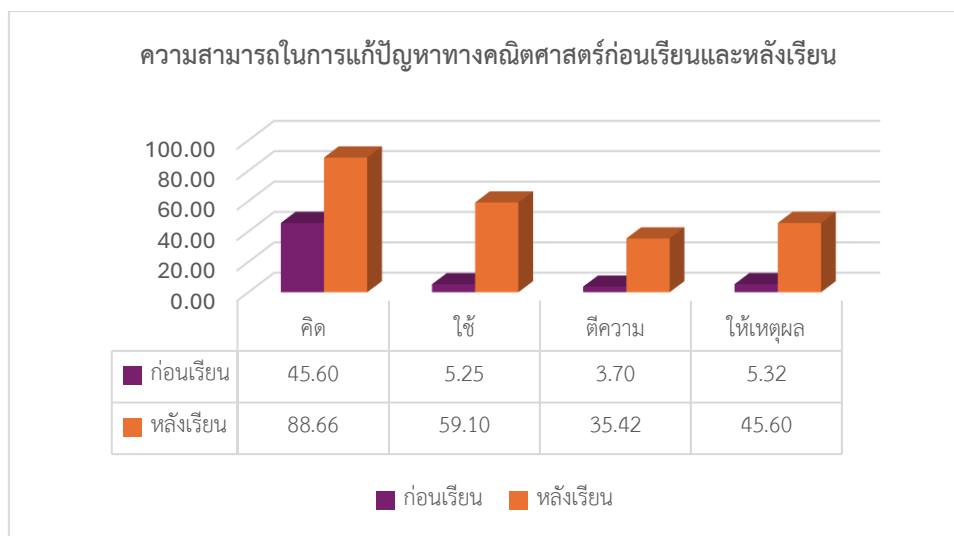
ตอนที่ 2 ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ (AI) เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ผู้วิจัยวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากเครื่องมือในการวิจัย ได้แก่ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยได้ออกแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียนและหลังเรียน ดังรายละเอียดดังนี้

ตาราง 13 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียนและหลังเรียน

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	คะแนนเฉลี่ยก่อนเรียน	คะแนนเฉลี่ยหลังเรียน	คะแนนเต็ม	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน	คะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์	S.D.
คิด/แปลงปัญหา	45.60	88.66	12	5.47	10.64	79.17	0.20
ใช้	5.25	59.10	18	0.94	10.64	56.86	0.26
ตีความ	3.70	35.42	12	0.44	4.25	32.96	0.08
ให้เหตุผล	5.32	45.60	12	0.64	5.47	42.52	0.19

สามารถแสดงแผนภูมิแท่งคะแนนเฉลี่ยก่อนเรียนและคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียนและหลังเรียนได้ดังนี้

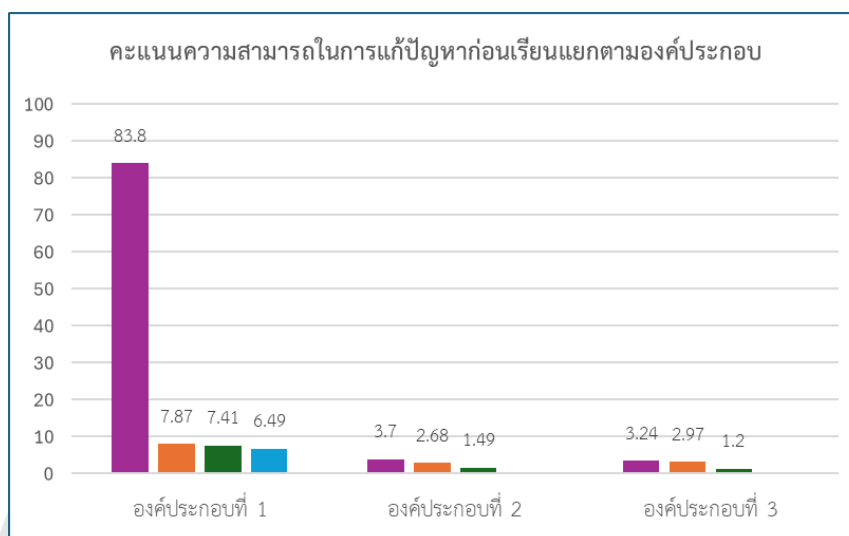


ภาพ 37 แผนภูมิแสดงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน
และหลังเรียน

การวัดทักษะการแก้ปัญหา ก่อนและหลังเรียน ไม่ได้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบ แต่กราฟแสดงให้เห็นธรรมชาติของคะแนนทักษะการแก้ปัญหาก่อนการจัดการเรียนรู้ที่ ผู้เรียนมีทักษะการแก้ปัญหา ด้านการคิดในระดับสูง คะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 45.60 ในขณะที่ทักษะการแก้ปัญห ในด้านอื่นๆ อยู่ในระดับที่ต่ำมาก ทั้งนี้เนื่องจากการแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรต้องการความรู้ในวิธีการแก้ปัญหอย่างเป็นระบบ พอนักเรียนแก้ปัญหไม่ได้ทำให้ไม่สามารถตอบคำถามในข้ออื่นๆ ได้ คะแนนด้านการใช้ การตีความและการให้เหตุผลจึงมีคะแนนต่ำในทิศทางเดียวกัน อย่างไรก็ตามมีนักเรียนบางคนที่สามารถประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องสมการเชิงเส้นในการตอบคำถามได้เล็กน้อย หลังการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์พบว่า ทักษะการแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรของนักเรียนโดยเฉลี่ยเพิ่มขึ้นในทุกด้านในสัดส่วนที่แตกต่างกัน คะแนนด้านทักษะการคิดเพิ่มขึ้นสูงที่สุด คะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 88.66 รองลงมาคือคะแนนเฉลี่ยด้านการใช้ การให้เหตุผลและการตีความ ได้คะแนนเฉลี่ยเป็นร้อยละ 59.10, 45.60 และ 35.42 ตามลำดับ

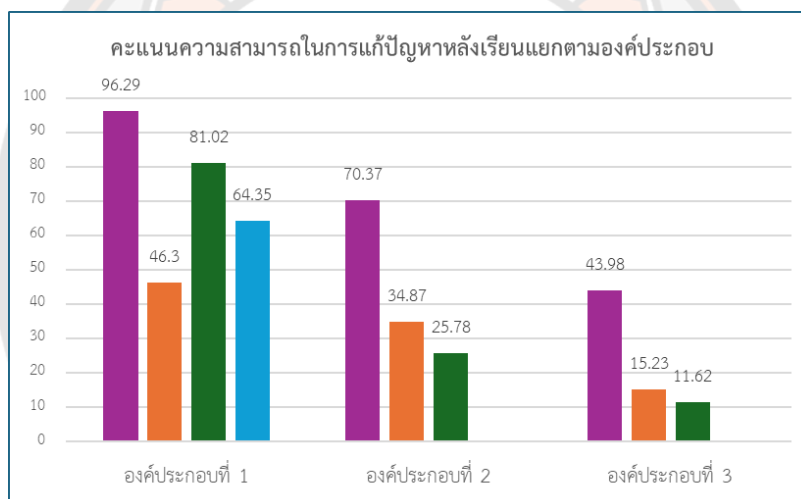
จากการพิจารณาความสามารถการแก้ปัญหาแยกตามองค์ประกอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนแยกตามองค์ประกอบ พบว่า องค์ประกอบที่ 1 การคิด/แปลงปัญหา มีค่าเฉลี่ยมากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 83.8 โดยค่าเฉลี่ยมากที่สุดได้แก่ข้อย่อยที่ 1 สามารถระบุประเด็นปัญหา คือ นักเรียนสามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการจากสถานการณ์

ปัญหา โดยมีค่า แต่ช้อย่อยที่ 2 , 3 และ 4 นักเรียนมีค่าเฉลี่ยต่ำมาก โดยมีค่าเฉลี่ย 7.87 , 7.41 และ 6.49 ตามลำดับ องค์ประกอบที่ 2 และองค์ประกอบที่ 3 มีค่าเฉลี่ยที่สุด แสดงแผนภูมิแท่งได้ดังนี้



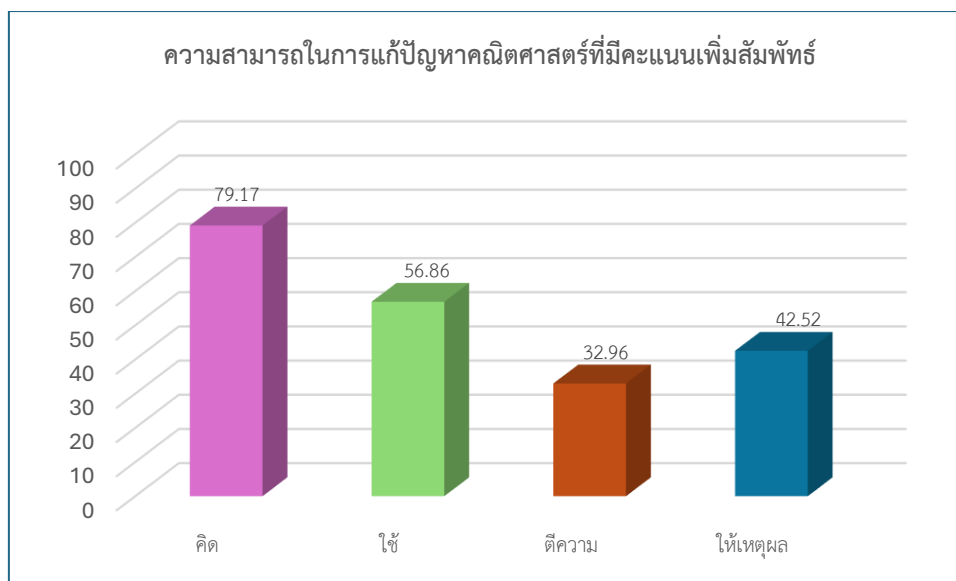
ภาพ 38 แผนภูมิแสดงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนแยกตามองค์ประกอบ

จากการพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาแยกตามองค์ประกอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแยกตามองค์ประกอบ พบว่า นักเรียนมีค่าเฉลี่ยหลังเรียนแยกตามองค์ประกอบทุกองค์ประกอบมีคะแนนเฉลี่ยสูงขึ้นทุกองค์ประกอบ โดยองค์ประกอบที่ 1 การคิด/แปลงปัญหา มีค่าเฉลี่ยมากที่สุด โดยมีคะแนนเฉลี่ยในข้อย่อยที่ 1 มากที่สุด 96.29 รองลงมาได้แก่องค์ประกอบย่อยที่ 3 , 4 และ 2 ตามลำดับ โดยมีคะแนนเฉลี่ย 81.02 , 64.35 และ 46.3 ตามลำดับ องค์ประกอบที่ 2 มีคะแนนเฉลี่ยในข้อย่อยที่ 1 มากที่สุด มีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 70.37 รองลงมาได้แก่ว้อยย่อยที่ 2 และ 3 มีคะแนนเฉลี่ย 34.87 และ 25.78 ตามลำดับ และในองค์ประกอบที่ 3 มีคะแนนเฉลี่ยน้อยที่สุด โดยหัวข้อย่อยที่ 1 มีคะแนนเฉลี่ยสูงสุด มีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 43.98 รองลงมาได้แก่ว้อยย่อยที่ 2 และ 3 ตามลำดับ มีคะแนนเฉลี่ย 15.23 และ 11.62 ตามลำดับ



ภาพ 39 แผนภูมิแสดงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแยกตามองค์ประกอบ

เมื่อพิจารณาร้อยละคะแนนเพิ่มสัมพัทธ์เฉลี่ยโดยเทียบกับคะแนนเดิมของนักเรียน นักเรียนมีคะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์สูงสุด คือ ด้านการคิดสูงสุด ร้อยละคะแนนเพิ่มสัมพัทธ์เฉลี่ย เป็น 79.17 รองลงมาคือ ด้านการใช้ ด้านการให้เหตุผลและด้านการตีความ คะแนนเพิ่มสัมพัทธ์เฉลี่ยเป็น 56.86, 42.52 และ 32.96 ดังนั้น การจัดการเรียนรู้ กระบวนการแก้ปัญหาแบบโพลยาร่วมกับการใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ช่วยพัฒนาให้นักเรียนพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาได้ในด้านการคิด ด้านการใช้ และด้านการให้เหตุผล แต่ยังพัฒนาด้านการตีความได้น้อยที่สุด ดังแสดงในกราฟ



ภาพ 40 แผนภูมิแสดงความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่พัฒนาเชิงสัมพัทธ์

ดังนั้น การจัดการเรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาแบบโพลยาร่วมกับการใช้แอปพลิเคชัน ปัญญาประดิษฐ์ช่วยพัฒนาให้นักเรียนพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาได้ในการคิด ด้านการใช้ และด้านการให้เหตุผล แต่ยังพัฒนาด้านการดีความได้น้อยที่สุด

บทที่ 5

บทสรุป

การส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ (AI) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เป็นวิจัยเชิงปฏิบัติการ (Action Research) มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และเพื่อศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้รูปแบบการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 จำนวน 36 คน ของโรงเรียนขนาดกลางแห่งหนึ่งในจังหวัดอุดรธานี โดยดำเนินการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 12 แผนการจัดการเรียนรู้ ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง แนะนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 2 ชั่วโมง แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 5 ชั่วโมงและแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 5 ชั่วโมง รวมทั้งหมด 12 ชั่วโมง โดยมีเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยดังนี้ แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ใบกิจกรรม และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยมีผลการวิจัยดังนี้

สรุปผลการวิจัย

1. แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ทั้งนี้ผู้วิจัยได้อธิบายแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามลำดับขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ มีแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 3 ประเด็นดังนี้

1. การเลือกแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ที่เหมาะสมกับแต่ละกระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่าแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์แต่ละแอปพลิเคชันมีความสามารถในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่ต่างกันและมีบทบาทที่แตกต่างกันในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขณะที่แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์บางแอปพลิเคชันอาจจะไม่เหมาะสมหรือช่วยส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากการศึกษาวิจัยนี้พบว่า แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์มี 3 ประเภทที่สามารถนำมาใช้ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย แอปพลิเคชันสนทนา (AI chatbot) แอปพลิเคชันแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแอปพลิเคชันตรวจคำตอบ ดังนี้

1. แอปพลิเคชันสนทนา (AI chatbot) ประกอบด้วย Alisa Ai และ Gemini (Bard)

1.1 Alisa Ai เป็นตัวช่วยในการวิเคราะห์โจทย์ทางคณิตศาสตร์ ได้ทั้งในรูปแบบการคณิตศาสตร์ และโจทย์ที่เป็นข้อความ ผู้เรียนสามารถถามแบบต่อเนื่อง หรือ ถามแบบแยกส่วนได้ Alisa Ai มีความสามารถในการเข้าใจภาษาที่มีลักษณะไม่เป็นทางการของนักเรียนได้ดี ดังนั้น Alisa Ai จึงเหมาะสมสำหรับการเป็นตัวช่วยในกระบวนการแก้ปัญหาแบบโพลยา ในขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา ขั้นการดำเนินการตามแผนและขั้นการตรวจสอบผล

1.2 Gemini (Bard) เป็นตัวช่วยในการวิเคราะห์โจทย์ทางคณิตศาสตร์ ได้ทั้งในรูปแบบสมการทางคณิตศาสตร์และโจทย์ที่เป็นข้อความ Gemini มีประโยชน์ในการใช้ควบคู่ไปกับ Alisa Ai เนื่องจากแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ทั้งสองตัวจะให้คำตอบที่แตกต่างกัน ซึ่งจะช่วยเปิดกระตุ้นให้เกิดการให้เหตุผล การอภิปรายเพื่อแลกเปลี่ยนความคิด และหาข้อสรุปในชั้นเรียน Gemini มีความเหมาะสมสำหรับการเป็นตัวช่วยในกระบวนการแก้ปัญหาแบบโพลยา ในขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา ขั้นการดำเนินการตามแผนและขั้นการตรวจสอบผล

2. แอปพลิเคชันแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย Photomath

2.1 Photomath เป็นแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ที่โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วยหาคำตอบ อธิบายและแสดงขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาทีละขั้นตอน โดย Photomath นำเสนอวิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่หลากหลาย โดยนักเรียนสามารถถ่ายรูปโจทย์คณิตศาสตร์เพื่อให้ photomath แสดงวิธีการแก้ปัญหาของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร photomath ควรถูกใช้ร่วมกับ Graspable math เพื่อให้นักเรียนได้ลองทำตาม ลองแก้ปัญหาทางพีชคณิตเพื่อหาคำตอบของระบบสมการ

2.2 แอปพลิเคชันตรวจคำตอบ ประกอบ QANDA

QANDA เป็นแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ที่ช่วยหาคำตอบโจทย์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักเรียนสามารถป้อนในรูปแบบข้อความ สมการคณิตศาสตร์ หรือ เป็นรูปภาพ QANDA จะช่วยหาคำตอบ หรือวิธีการแสดงคำตอบที่เคยมีคนสร้างไว้ในระบบมาแสดงให้นักเรียนดู ในมุมมองของการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ QANDA อาจจะไม่ใช่วิธีเครื่องมือที่เหมาะสมเนื่องจาก QANDA ให้คำตอบที่ตายตัวตามที่ผู้ใช้เคยนำเข้าระบบและ QANDA สามารถใช้เป็นเครื่องมือตรวจสอบคำตอบได้ ซึ่งนักเรียนต้องใช้วิจารณญาณในการพิจารณาคำตอบจาก QANDA เช่นกัน

2. ออกแบบกิจกรรมให้ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ควรมีแนวปฏิบัติในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ ดังนี้

2.1 ออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ให้มีการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม โดยอาจมอบหมายการเรียนรู้ที่แตกต่างกันให้นักเรียนแต่ละคน เช่น สมาชิกในกลุ่มรับผิดชอบใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ที่แตกต่างกันหรือสมาชิกแต่ละคนรับผิดชอบแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีการที่ต่างกัน และนำคำตอบและวิธีการมาเปรียบเทียบและอภิปรายกัน

2.2 การออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้และใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้เกิดการให้เหตุผลและการถกเถียงอภิปราย ครูตั้งคำถามให้เกิดการอภิปรายแลกเปลี่ยน เช่น ได้คำตอบเหมือนกันหรือไม่ คำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ วิธีการหาคำตอบแบบใดมีประสิทธิภาพมากกว่ากันจากมุมมองของนักเรียน และหากนักเรียนต้องแก้ปัญหาในลักษณะเดิมอีก นักเรียนจะเลือกใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาเพราะเหตุใด

2.3 การออกแบบการใช้งานแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ร่วมกันเพื่อพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์เนื่องจากแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ถูกสร้างมามีวัตถุประสงค์แตกต่างกัน การหาคำตอบจากแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์อย่างเดียวอาจทำให้นักเรียนไม่ได้ฝึกฝนทักษะกระบวนการบางอย่าง ในกรณีการเรียนรู้เรื่องการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร การให้นักเรียนหาคำตอบจากแอปพลิเคชันเพียงอย่างเดียว อาจทำให้นักเรียนขาดประสบการณ์ในการแก้ปัญหาเชิงพีชคณิต ดังนั้น ครูต้องหาแอปพลิเคชันที่เหมาะสมเข้าให้นักเรียนใช้งานร่วมกันเพื่อให้นักเรียนได้มีประสบการณ์การลงมือทำ การลองผิดลองถูกและการเรียนรู้จากประสบการณ์ ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้แอปพลิเคชัน Graspable math ซึ่งเป็นแอปพลิเคชันออนไลน์ที่เป็นสภาพแวดล้อมที่ช่วยให้นักเรียนเรียนรู้เกี่ยวกับการดำเนินการทางตัวเลขและการดำเนินการทางพีชคณิต ซึ่งผู้วิจัยออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ที่หลากหลาย

3. การถอดบทเรียนการการใช้เทคโนโลยี

การถ่ายโอนความสามารถในการแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรนั้นสามารถทำได้โดยการค่อยๆ ลดบทบาทของแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ จนนักเรียนสามารถทำใบงานของตัวเองโดยไม่ใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์และทำให้นักเรียนหาคำตอบโดยใช้วิธีการที่นักเรียนมั่นใจ หากติดปัญหาให้นักเรียนปรึกษาเพื่อนในกลุ่ม ในกรณียังมีนักเรียนที่ยังไม่สามารถแก้ปัญหา ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้ให้นักเรียนกลับมาแก้ปัญหาใช้เครื่องมือแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ photomath อีกครั้ง โดยให้นักเรียนสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาใน photomath เป็นภาษาของนักเรียนเอง โดยที่ครูคอยประกบเพื่อให้นักเรียนสอบถามเวลามีปัญหา หรือไม่เข้าใจ และครูช่วยให้ผลสะท้อนการปฏิบัติของนักเรียน

2. ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ผู้วิจัยสรุปความสามารถในการแก้ปัญหาจากแบบทดสอบก่อนเรียน ใบกิจกรรมระหว่างการจัดการเรียนรู้และจากแบบทดสอบหลังการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาคำประกอบที่ 1 การคิด/แปลงปัญหา จากการวิเคราะห์แบบทดสอบหลังเรียนพบว่านักเรียนมีทักษะ การคิด/แปลงปัญหาถูกต้องร้อยละ 88.66 องค์ประกอบที่ 2 การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนมีทักษะการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาถูกต้องร้อยละ 59.10 และองค์ประกอบที่ 3 ติความและการประเมินผล พบว่านักเรียนมีทักษะการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาถูกต้องร้อยละ 35.42 นอกจากนี้ผู้วิจัยได้รวบรวมข้อมูลนักเรียนให้ด้านการให้เหตุผล พบว่านักเรียนมีทักษะด้านการให้เหตุผลถูกต้องร้อยละ 46.60 นักเรียนมีความสามารถด้านตีความผลลัพธ์น้อยที่สุด จากการวิเคราะห์แบบทดสอบหลังการจัดการเรียนรู้พบว่านักเรียนมีด้านทักษะการการคิด/แปลงปัญหา ถูกต้องร้อยละ 88.66 พบว่า ผลการวิเคราะห์ข้อมูลมีความสอดคล้องกับวิจัยของเบญจรัตน์ ขวัญคง และวรินทร์ พูนไพบูลย์พิพัฒน์ (2565) ที่ว่านักเรียนส่วนใหญ่มีระดับความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีเยี่ยม เมื่อพิจารณาตามกระบวนการทั้ง 3 กระบวนการ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถพัฒนาการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ได้ดีที่สุด รองลงมา คือ การ

ใช้หลักการ ข้อเท็จจริง กระบวนการและให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา และกระบวนการที่พัฒนาน้อยที่สุด คือ การตีความประยุกต์ใช้และประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

จากการวิเคราะห์ข้อมูลของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา พบว่า หลังการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรของนักเรียนโดยเฉลี่ยเพิ่มขึ้นในทุกด้านในสัดส่วนที่แตกต่างกัน คะแนนด้านทักษะการคิดเพิ่มขึ้นสูงที่สุด คะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 88.66 รองลงมาคือคะแนนเฉลี่ยด้านการใช้ การให้เหตุผลและการตีความ ได้คะแนนเฉลี่ยเป็นร้อยละ 59.10, 45.60 และ 35.42 ตามลำดับ เมื่อพิจารณาคะแนนเพิ่มสัมพัทธ์เฉลี่ยโดยเทียบกับคะแนนเดิมของนักเรียน นักเรียนมีการพัฒนาเชิงสัมพัทธ์สูงสุด คือ ด้าน การคิด/แปลงปัญหาสูงสุด

อภิปรายผลการวิจัย

1. แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ใช้แผนการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังจากการจัดการเรียนรู้พบปัญหาและอุปสรรคในการนำทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์มาใช้ในการปรับปรุงแนวทางการจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับบริบทของชั้นเรียนจนได้แนวทางการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ มีขั้นตอนแนวทางการจัดการเรียนรู้ ซึ่งสามารถอภิปรายได้ดังนี้

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สิ่งสำคัญอย่างแรกควรเริ่มจากครูศึกษาแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ที่มีความสอดคล้องกับเนื้อหาที่ต้องการทำการวิจัย จากนั้นครูจะต้องทำความเข้าใจวิธีการใช้แอปพลิเคชันดังกล่าวเพื่อให้มีความชำนาญเพื่อให้สามารถช่วยเหลือนักเรียนในกรณีที่นักเรียนเกิดปัญหาจากการใช้แอปพลิเคชัน จากนั้นกำหนดสถานการณ์ปัญหาที่สอดคล้องกับบริบท หรือสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนสนใจ ส่งผลให้นักเรียนมีความมุ่งมั่นจดจ่อสอดคล้องกับวิจัยของ พิริยพงษ์ พงษ์ศรี, หล้า ภาณุตานนท์, นิศากร บุญเสนา (2565 หน้า 6) พบว่า

นักเรียนมีความมุ่งมั่นจดจ่อจากการใช้สถานการณ์ปัญหาที่มีบริบท และเงื่อนไขอยู่ในรูปของคำสั่ง นอกจากนี้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ต้องคำนึงถึงความรู้เดิมของผู้เรียนเป็นการทบทวนความรู้ให้นักเรียนให้พร้อมที่จะนำไปสู่เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 3 ประเด็น ดังนี้

1. การเลือกแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ที่เหมาะสมกับแต่ละกระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่าแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์แต่ละแอปพลิเคชันมีความสามารถในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่ต่างกันและมีบทบาทที่แตกต่างกันในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ครูควรมีการศึกษาการทำงานของแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์แต่ละตัว เพื่อให้มีความสอดคล้องกับเนื้อหาและความสามารถของนักเรียน โดยแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์บางแอปพลิเคชันมีลักษณะการทำงานที่คล้ายกัน แต่อาจมีข้อจำกัดบางอย่างที่ไม่สามารถนำมาใช้ในบริบทของนักเรียนและแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์บางแอปพลิเคชันอาจจะไม่เหมาะสมหรือช่วยส่งเสริมทักษะที่ต้องการพัฒนา จากการศึกษาวิจัยนี้ พบว่า แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์มี 3 ประเภทที่สามารถนำมาใช้ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย แอปพลิเคชันสนทนา (AI chatbot) แอปพลิเคชันแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแอปพลิเคชันตรวจคำตอบ

2. ออกแบบกิจกรรมให้ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ควรมีแนวปฏิบัติในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ ดังนี้ ออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ให้มีการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม โดยอาจมอบหมายการเรียนรู้ที่แตกต่างกันให้นักเรียนแต่ละคน เช่น สมาชิกในกลุ่มรับผิดชอบใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ที่แตกต่างกันหรือสมาชิกแต่ละคนรับผิดชอบแก้ปัญหา ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีการที่ต่างกัน และนำคำตอบและวิธีการมาเปรียบเทียบและอภิปรายกัน โดยนักเรียนจะได้เรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายส่งผลให้นักเรียนมีวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย สามารถเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมกับสถานการณ์ปัญหา ส่งเสริมการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้และใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้เกิดการให้เหตุผลและการถกเถียงอภิปราย ครูตั้งคำถามให้เกิดการอภิปรายแลกเปลี่ยน เช่น ได้คำตอบเหมือนกันหรือไม่ คำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ วิธีการหาคำตอบแบบใดมีประสิทธิภาพมากกว่ากันจากมุมมองของนักเรียน และหากนักเรียนต้องแก้ปัญหาในลักษณะเดิมอีก นักเรียนจะเลือกใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาเพราะเหตุใด ทั้งนี้ในการจัดกิจกรรมครูควรให้เวลานักเรียนในการมีส่วนร่วมในการอภิปราย การรอคำตอบของนักเรียนและการออกแบบกิจกรรมเปิดโอกาสให้นักเรียนทุกคนได้มีส่วนร่วมในการอภิปราย รวมทั้งการออกแบบการใช้งานแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ร่วมกันเพื่อพัฒนาทักษะกระบวนการทาง

คณิตศาสตร์เนื่องจากแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ถูกสร้างมามีวัตถุประสงค์แตกต่างกัน การหาคำตอบจากแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์อย่างเดียวอาจจะทำให้นักเรียนไม่ได้ฝึกฝนทักษะกระบวนการบางอย่าง ในกรณีการเรียนรู้เรื่องการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร การให้นักเรียนหาคำตอบจากแอปพลิเคชันเพียงอย่างเดียว อาจจะทำให้นักเรียนขาดประสบการณ์ในการแก้ปัญหาเชิงพีชคณิตและการคาดการณ์คำตอบของนักเรียน ดังนั้น ครูต้องหาแอปพลิเคชันที่เหมาะสมทำให้นักเรียนใช้งานร่วมกันเพื่อให้นักเรียนได้มีประสบการณ์การลงมือทำ การลองผิดลองถูกและการเรียนรู้จากประสบการณ์ ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัย ใช้แอปพลิเคชัน Graspable math ซึ่งเป็นแอปพลิเคชันออนไลน์ที่เป็นสภาพแวดล้อมที่ช่วยให้นักเรียนเรียนรู้เกี่ยวกับการดำเนินการทางตัวเลขและการดำเนินการทางพีชคณิต ซึ่งผู้วิจัยออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ที่หลากหลาย โดยใช้แอปพลิเคชันดังกล่าว ผู้วิจัยควรมีการศึกษาวิธีการใช้งาน ข้อจำกัดของการดำเนินการทางพีชคณิตบนแอปพลิเคชัน Graspable math และโดยครูต้องมีการสอนนักเรียนใช้โปรแกรมดังกล่าวก่อนการใช้งานจริง

3. การถอดบทเรียนการใช้เทคโนโลยี

การถ่ายโอนความสามารถในการแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรนั้นสามารถทำได้โดยการค่อยๆ ลดบทบาทของแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ จนนักเรียนสามารถทำใบงานของตัวเองโดยไม่ใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ ในขั้นตอนการถ่ายโอนความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนจะต้องอาศัยเวลาในการเรียนรู้ การทำความเข้าใจกระบวนการแก้ปัญหาดังนั้นควรมีการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียนและควรมีเวลาที่เหมาะสมในการอภิปราย จนทำให้นักเรียนหาคำตอบได้อย่างมั่นใจตามวิธีการแก้ปัญหานักเรียนสนใจ ทั้งนี้ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้เรียนรู้วิธีการแก้ปัญหามากมายและมีความมั่นใจในการแก้ปัญห ในกรณียังมีนักเรียนที่ยังไม่สามารถถ่ายโอนความสามารถในการแก้ปัญหาก็ควรตรวจสอบว่าไม่สามารถแก้ปัญหานั้นได้เป็นเพราะเหตุใด เช่น นักเรียนอาจเขียนวิธีการแก้ปัญหไม่ได้ นักเรียนไม่เข้าใจวิธีการแก้ปัญหาก็ทำให้อธิบายปัญหานั้นไม่ได้ หรือนักเรียนไม่เข้าใจวิธีการแก้ปัญหในแอปพลิเคชันเพื่อที่ครูจะได้วางแผนเพื่อแก้ปัญหานั้นได้ทันถ่วงที หากนักเรียนยังแก้ปัญหไม่ได้ครูควรช่วยเหลือนักเรียนโดยให้นักเรียนกลับมาแก้ปัญหใช้เครื่องมือแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ photomath อีกครั้ง โดยให้นักเรียนสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหใน photomath เป็นภาษาของนักเรียนเอง โดยที่ครูคอยประกบเพื่อให้นักเรียนสอบถามเวลามีปัญหา หรือไม่เข้าใจ และครูช่วยให้ผลสะท้อนการปฏิบัติของนักเรียน

2. ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชัน ปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

การวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากเครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัย ผู้วิจัยได้อภิปรายผลจากการจัดการเรียนรู้จำแนกตามองค์ประกอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

องค์ประกอบที่ 1 การคิด/แปลงปัญหา

หลังจากการจัดการเรียนรู้นักเรียนตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ ความสามารถในการคิด/แปลงปัญหา นักเรียนสามารถทำได้ถูกต้องร้อยละ 88.66 และคะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์เฉลี่ยเพิ่มขึ้นสูงสุด 79.17 โดยส่วนหนึ่งนักเรียนมีพื้นฐานที่ดีในด้านการคิด/แปลงปัญหา โดยเฉพาะเมื่อได้ทำกิจกรรมตามกระบวนการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์จึงทำให้มีคะแนนที่สูงขึ้น โดยครูสามารถใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ในการสนทนาเพื่อเพิ่มความสามารถในด้านนี้ โดยครูให้นักเรียนได้คิดแปลงปัญหาแล้วใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ที่ใช้ในการสนทนาตรวจสอบความถูกต้องแบบแยกส่วน จะส่งผลต่อความมั่นใจของนักเรียนในด้านการคิด/แปลงปัญหาและส่งผลทำให้มั่นใจในการแก้ปัญหาในลำดับถัดไป

องค์ประกอบที่ 2 การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา

หลังจากการจัดการเรียนรู้นักเรียนตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ นักเรียนมีความสามารถด้านการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาถูกต้อง ร้อยละ 59.10 และคะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์เฉลี่ยเพิ่มขึ้นสูงสุดร้อยละ 56.86 โดยนักเรียนการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหานั้นจะเริ่มตั้งแต่ที่นักเรียนสามารถสร้างระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้ถูกต้อง โดยการจัดการเรียนรู้ในขั้นนี้ครูสามารถนำแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ใช้ในการสนทนาใช้ในการจัดการเรียนรู้โดยให้นักเรียนได้เรียนรู้จากการแปลงโจทย์ปัญหาเป็นระบบสมการโดยให้นักเรียนใช้แอปพลิเคชันหลายแอปพลิเคชันคำตอบที่ปัญญาประดิษฐ์ให้คำตอบอาจไม่เหมือนกัน หรือสามารถถามวิธีที่แตกต่างไปจากเดิมจากแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ดังกล่าวและสามารถใช้เป็นเครื่องมือในการตรวจสอบการเขียนสมการของนักเรียน ทั้งนี้ ครูควรระวังการสร้างระบบสมการที่ไม่ถูกต้องโดยครูต้องมีการอภิปรายถึงคำตอบของนักเรียนหรือมีกิจกรรมที่ใช้ตรวจสอบคำตอบของนักเรียนก่อนให้นักเรียนดำเนินการแก้สมการในขั้นถัดไป โดยในขั้นแสดงวิธีการคำนวณหาผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์โดยนักเรียนสามารถ

เรียนรู้ขึ้นดังกล่าวจากการแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ในการดำเนินการและแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ที่ใช้สนทนา โดยแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์จะนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย มีการอธิบายการแก้ปัญหาที่เป็นลำดับขั้นตอน และนักเรียนควรได้ลงมือปฏิบัติ ลองผิดลองถูกในการแก้ระบบสมการเพื่อเพิ่มทักษะในการแก้ปัญหา นักเรียนสามารถเดาคำตอบและสามารถประเมินคำตอบที่ไม่สมเหตุผลได้ โดยในขั้นการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นขั้นตอนที่สำคัญในการนำไปสู่ผลลัพธ์ ซึ่งอาจจะกังวลเรื่องที่นักเรียนใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์จนไม่สามารถแก้ปัญหาเองได้จะต้องพึ่งการคำนวณของแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ตลอดเวลา ผู้วิจัยก็ได้คำนึงถึงเหตุผลนี้เช่นกันจึงทำการวิจัยเรื่องแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ขึ้นมา เนื่องจากใช้เป็นแนวทางการสอนที่นักเรียนได้เรียนรู้จากแอปพลิเคชันให้เกิดประสิทธิภาพสูงสุด และเนื่องจากนักเรียนส่วนใหญ่ในปัจจุบันสามารถเข้าถึงแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ได้ง่าย และเพื่อคลายความกังวลดังกล่าวผู้วิจัยจึงทำการวิจัยนี้ขึ้นเพื่อพัฒนาทักษะการใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ในให้นักเรียนสามารถนำไปเรียนรู้ในเนื้อหาต่อไป

องค์ประกอบที่ 3 ดีความและประเมินผล

หลังจากการจัดการเรียนรู้นักเรียนตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ พบว่า นักเรียนมีคะแนนด้านดีความและประเมินผลน้อยที่สุดโดยแทบจะไม่มีเปลี่ยนแปลง คิดเป็นร้อยละ 35.42 และคะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์เพิ่มขึ้นสูงที่สุดร้อยละ 32.96 นักเรียนมีคะแนนการดีความเพิ่มขึ้นน้อยที่สุด พบว่า องค์ประกอบดีความและประเมินผลนักเรียนได้คะแนนน้อยที่สุด เนื่องใช้เวลาในการจัดกิจกรรมนานเกินกว่ากำหนด จึงทำให้นักเรียนไม่ได้อภิปรายผลลัพธ์หรือความสมเหตุผลได้เพียงพอ จึงทำให้คะแนนองค์ประกอบนี้น้อยกว่าคะแนนองค์ประกอบอื่นๆสาเหตุหนึ่งมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูที่ใช้เวลาทำกิจกรรมอื่นมากเกินไป จนนักเรียนไม่มีเวลาเพียงพอในการดีความและประเมินผล ดังนั้นในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในครั้งถัดไปควรจัดกิจกรรมที่ส่งเสริมความสามารถด้านการดีความและประเมินผล รวมทั้งเวลาในการใช้ทำกิจกรรมควรมีความเหมาะสมมีเวลาเพียงพอที่นักเรียนได้ร่วมอภิปรายและส่งเสริมอภิปรายผลลัพธ์ที่ได้ นอกจากนี้ครูอาจตั้งคำถามเกี่ยวกับการดีความและประเมินผลลัพธ์ก่อนหมดเวลาในการสอนเพื่อให้นักเรียนสามารถไปศึกษาเพิ่มเติมจากแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ แล้วนำความรู้ที่ได้มาอภิปรายต่อในคาบถัดไป

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะในการนำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้

1.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ (AI) ที่เน้นบรรยากาศให้นักเรียนได้ศึกษาเรียนรู้จากแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เป็นส่วนใหญ่ โดยผู้วิจัยจะทำหน้าที่ในการเดินสำรวจและให้คำแนะนำนักเรียนนักเรียนเป็นรายบุคคลและรายกลุ่มเป็นส่วนใหญ่ ดังนั้นการจัดบรรยากาศภายในห้องเรียนจึงควรจัดกิจกรรมเป็นกลุ่ม ควรจัดกลุ่มให้เหมาะสมกับการเรียนรู้และควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พูดคุยในกลุ่มย่อยแล้วนำองค์ความรู้จากกลุ่มย่อยมาอภิปรายกับกลุ่มใหญ่

1.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ (AI) อาจมีข้อก้ำกัวในการที่นักเรียนอาจจะไม่ได้ทำแบบฝึกหัดเองและคัดลอกคำตอบจากแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ ดังนั้นในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาโพลยาร่วมกับปัญญาประดิษฐ์ (AI) ครูควรมีข้อตกลงในการใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์และเพื่อให้ครูมั่นใจว่านักเรียนเข้าใจวิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรควรให้นักเรียนได้อภิปรายวิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และครูควรส่งเสริมให้นักเรียนได้มีการอภิปรายร่วมกันและให้เวลาในการอภิปราย

1.3 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ (AI) นักเรียนมีวิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่หลากหลาย แต่นักเรียนจะมีความถนัดในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรวิธีเดียว ดังนั้น ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนได้มีวิธีการแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่หลากหลาย สามารถเลือกใช้วิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เหมาะสมกับโจทย์แต่ละข้อ

1.4 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ ควรมีการเรียนรู้วิธีการใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์แต่ละแอปพลิเคชัน เรียนรู้ข้อดี ข้อจำกัดของแต่ละแอปพลิเคชันเพื่อให้ครูสามารถวางแผนการใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์สอดคล้องกับเนื้อหาที่สอน และในการเลือกใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ที่ใช้ AI ในการโต้ตอบครูควรศึกษาคำถามที่ใช้ในการถาม และวิธีการใช้คำถามที่ต่อเนื่องกับคำถามก่อนหน้า

2. ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ศึกษาความคงทนในการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ (AI)

2.2 พัฒนาการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมด้านการตีความและให้เหตุผล



บรรณานุกรม



บรรณานุกรม

- กมลชนก พูลสวัสดิ์,รุ่งนภา วันเพ็ญ,ศศธร ห่มซ้ายและพงศ์ประพันธ์ พงษ์โสภณ. (2565).
ปัญญาประดิษฐ์กับการจัดการเรียนการสอนวิทยาศาสตร์. วารสารครุศาสตร์ อดสาหกรรม,
21(1) C1-C8.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*
(ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช
2551. (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย
จำกัด.
- กิตติพงษ์ ยานุกุลและวรินทร์ พูลไพบูลย์พัฒน์. (2564). การพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ด้วยการ
จัดการเรียนรู้โดยวิธีการแบบเปิดกรณีศึกษาการสอนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง
หลักการนับเบื้องต้น. วารสารมหาวิทยาลัยราชภัฏยะลา. ปีที่ 16 (ฉบับที่ 2). หน้า 211.
- คณะกรรมการการจัดการความรู้. (2562). *การใช้เทคโนโลยีเพื่อส่งเสริมการเรียนรู้ในแนวทางที่*
หลากหลาย. http://www.edu.ru.ac.th/images/edu_KM/km-poster-2562-03.pdf.
สืบค้น 19 สิงหาคม 2566.
- จุฑารัตน์ บุญช่วงค์, พรสิน สุภวาลย์และเดช บุญประจักษ์. (8-9 กรกฎาคม 2564). ผลการจัดการ
เรียนรู้ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้แอปพลิเคชัน Photomath สำหรับนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. *การประชุมวิชาการระดับชาติ ครั้งที่ 13 มหาวิทยาลัยราชภัฏ*
นครปฐม. มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม.
- เดียนนี แอดลาวัน. (1 ธันวาคม 2566). *ข้อดีและข้อเสียของ AI ในการศึกษาและผลกระทบต่อครูใน*
ปี 2566. <https://blog.classpoint.io/th/ข้อดีและข้อเสียของ-ai-ในก/>.
- นภารัตน์ แร่นาค (2019). “การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างความรู้ด้วยตนเองเพื่อ
เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปี
ที่ 1”.*Journal of Education Naresuan University*, Vol.21 No.3 July September.
- นิวัฒน์ สาระขันธ. (2564). *สอนอย่างไรให้นักเรียนเกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*.
<https://so02.tcithaijo.org/index.php/JRKSA/article/view/247700>. สืบค้น 31
สิงหาคม 2566.
- เบญจรัตน์ ขวัญคง , วรินทร์ พูนไพบูลย์พัฒน์.(2565).การพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์
ด้วยการจัดการเรียนรู้โดยใช้ ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วน สำหรับนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 1 (บทความวิจัย). *วารสารวิทยาศาสตร์และวิทยาศาสตร์ศึกษา(JSSE)*.

- ประวิทย์ การินทร์. (2562). การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ร่วมกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) และเฟซบุ๊ก เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. *วารสารศึกษาศาสตร์ปริทัศน์*, ปีที่ 34 (3). หน้า 113.
- ปริญญา ชมนกและสิรินภา กิจเกื้อกูล. (2557). การส่งเสริมความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาท้าทายการนำเป็นฐาน เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. *วารสารมหาวิทยาลัยราชภัฏยะลา*.ปีที่ 19 (ฉบับที่ 1). หน้า 17.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537). การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. นนทบุรี:มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ปานพระจันทร์ จันทร์พรหม. (2565). *การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา(บทความวิจัย)*. วารสารมนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชพฤกษ์.
- ปาริชาติ ประเสริฐสังข์และจิตรศนา ผลาจิต (2562) <https://so05.tci-thaijo.org/index.php/rmu/article/view/248571/168733>
- พิริยพงษ์ พงษ์ศรี , หล้า ภาณุตานนท์ , นิศากร บุญเสนา. (2565).การใช้สถานการณ์ปัญหาเพื่อส่งเสริมความมุ่งมั่นจดจ่อของนักเรียน.วารสาร บจว สังคมศาสตร์ปริทรรศน์.
- รวบรวม 10 แอปพลิเคชันชื่อดังที่มีเทคโนโลยี AI อยู่เบื้องหลัง. (1 ธันวาคม 2566). <https://aigencorp.com/famous-application-using-ai/>. สืบค้น 31 สิงหาคม 2566
- รัชกร เวชรนันท์ , เอกรัตน์ ทานาค , ชาตรี ฝ่ายคำตาและสุรเดช ศรีทา, (2562). การพัฒนาทักษะการสร้างคำอธิบายเชิงวิทยาศาสตร์ผ่านการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้โดยใช้เกมเป็นฐานของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. *การประชุมวิชาการเสนอผลงานวิจัยระดับบัณฑิตศึกษาแห่งชาติ ครั้งที่ 20*. มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- รัฐวัฒน์ หอมรีน, สมวงษ์ แปลงประสพโชคและกฤษณะ โสขุมา. (2566). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้บาร์โมเดลร่วมกับแอปพลิเคชัน Photomath. *วารสารวไลยอลงกรณ์ปริทัศน์ (มนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์)*, ปีที่ 13 (1). หน้า 234.
- รัตนารณณ์ เขยชิดและอรนุช ลิมตศิริ. (2565). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความพึงพอใจต่อรายวิชาภาษาอังกฤษด้วยระบบตอบกลับข้อความอัตโนมัติ (Chatbot). *วารสารการบริหารนิติบุคคลและนวัตกรรมท้องถิ่น*. ปีที่ 8 (11). หน้า 1.

วรรณิ์ สุจิตร์จุล, นลินทิพย์ คชพงษ์, อุบลรัตน์ ตรีพงษ์พันธ์, กฤติยา คงแท่นและสุพจน์ เสงพะพรหม (2565). ผลการใช้นวัตกรรมการเรียนรู้ด้านปัญญาประดิษฐ์สำหรับเด็กประถมศึกษา.

วารสารสังคมศาสตร์และมานุษยวิทยาเชิงพุทธ ปีที่ 7 (10).

วีรพงษ์ วงศ์พินิจและจอน เมฆสว่าง. (2562). คณิตศาสตร์แผนใหม่. วารสารวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม, ปีที่ 2 (1). หน้า 22-24.

ศุภณัฐ เต็มชัยอนันต์และณัฐวัตร สุพรรณกุล. (3 สิงหาคม 2566). AI กับอนาคตการศึกษา: ตัวช่วยที่ทำให้ได้เก่งขึ้นหรือตัวการขัดขวางการเรียนรู้ ทำลายอาชีพครู.

<https://thepotential.org/knowledge/ai-future-education/>.

ศูนย์ดำเนินงาน PISA แห่งชาติ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2564). ผลการประเมิน PISA 2018 การอ่าน คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์.

สโมติน. (2 กรกฎาคม 2566). 11 สุดยอดนักแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ AI.

<https://smodin.io/th/blog/best-ai-math-solvers/>. สืบค้น 24 ตุลาคม 2566.

สมวงศ์ แปลงประสพโชค. (2558). ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์. สืบค้น 16 สิงหาคม 2566, จาก <http://mathprocess2558.blogspot.com/2015/05/blog-post.html>.

สรายุจิต อ้นพา. (2561). การพัฒนาแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคKWDL ร่วมกับแนวคิด Flipped Classroom เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น ประถมศึกษาปีที่ 4. วารสารศึกษาศาสตร์มหาวิทยาลัยศิลปากร. ปีที่ 17(2).

สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). แนวทางการพัฒนาการวัดและประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ : สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

สำนักงานสภาพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ. (2565). แผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่สิบสาม พ.ศ. 2566-2570.

สุวิทย์ มูลคำ. (2547). กลยุทธ์-การสอนคิดแก้ปัญหา (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์

Kartigeyan Saundarajan, Sharifah Osman, Mohd Fadzil Daud, Mohd Salleh Abu, OECD. (2018), PISA 2021 Mathematics Framework (Second Draft)
EDU/PISA/GB(2018)19, Directorate for Education and Skills, Programme for International Student Assessment.

Krulik, S. (1980). *Problem solving in school Mathematics: Yearbook of the national council of teacher of Mathematics*. NCTM.

Mohamad Rasidi Pairan. (2020). *Learning Algebra Using Augmented Reality A Preliminary Investigation on the Application of Photomath for Lower*.

Polya, George. (1957). *How to Solve it*. Garden City, New York: Double Anchor Book.

Secondary Education. (2020). *Learning Algebra Using Augmented Reality A Preliminary Investigation on the Application of Photomath for Lower Secondary Education*. vol15,No.16, <https://online-journals.org/index.php/ijet/article/view/10540/7697>.





ภาคผนวก

ภาคผนวก ก รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

ผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยการค้นคว้าอิสระ เรื่อง การพัฒนา
กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลาร์ร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อ
ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีรายชื่อผู้เชี่ยวชาญ ดังนี้

1. ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วรินทร์ พูนไพบูลย์พัฒน์

อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

2. ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์/คณิตศาสตร์ศึกษา

นางวรินทร์ คุณศรี

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ

โรงเรียนบ้านโคกวิทยาคม

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาพิษณุโลก อุตรดิตถ์

3. ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษา

นางสาวปิยะธิดา ทาเหล็ก

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ

โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาน้อมเกล้า อุตรดิตถ์

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาพิษณุโลก อุตรดิตถ์

ภาคผนวก ข ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้
กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้น
สองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ตาราง 14 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ เรื่อง
ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น			ผลการประเมิน		
	ความจริงที่ 1	ความจริงที่ 2	ความจริงที่ 3	$\bar{x}$	S.D.	ระดับความเหมาะสม
1. มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด						
1.1 ถูกต้องตามหลักสูตร	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด
1.2 สอดคล้องสัมพันธ์กับสาระการเรียนรู้	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด
1.3 สอดคล้องสัมพันธ์กับจุดประสงค์การเรียนรู้ตามหลักสูตร	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด
2. สาระสำคัญ						
2.1 แสดงความคิดรวบยอดของเนื้อหา	5.00	5.00	4.83	4.94	0.10	มากที่สุด
2.2 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	4.00	4.50	4.75	4.42	0.38	มาก
2.3 สอดคล้องกับเนื้อหา	4.00	4.58	4.67	4.42	0.36	มาก
2.4 มีความชัดเจนเข้าใจง่าย	4.00	4.67	4.67	4.44	0.38	มาก

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น			ผลการประเมิน		
	ข จริงที่ 1	ข จริงที่ 2	ข จริงที่ 3	$\bar{x}$	S.D.	ระดับความ เหมาะสม
3. สารการเรียนรู้						
3.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด
3.2 สอดคล้องกับเนื้อหา	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด
3.3 ถูกต้องตามหลักวิชาคณิตศาสตร์	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด
3.4 กำหนดสารการเรียนรู้เนื้อหา เหมาะสมกับเวลาเรียน	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด
3.5 เนื้อหามีความชัดเจนและเข้าใจ ง่าย	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด
4. จุดประสงค์การเรียนรู้						
4.1 จุดประสงค์การเรียนรู้สามารถ ประเมินได้	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด
4.2 ข้อความชัดเจนเข้าใจง่าย	5.00	4.92	4.92	4.94	0.05	มากที่สุด
4.3 สามารถสอนให้บรรลุตาม จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม	4.00	4.00	5.00	4.33	0.58	มาก
4.4 ครอบคลุมการจัดกิจกรรมการ เรียนการสอน	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด
5. กิจกรรมการเรียนรู้						
5.1 สอดคล้องกับมาตรฐานการ เรียนรู้/ตัวชี้วัด	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด
5.2 สอดคล้องกับเนื้อหาและ จุดประสงค์การเรียนรู้	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น			ผลการประเมิน		
	ขจ.ที่ 1	ขจ.ที่ 2	ขจ.ที่ 3	$\bar{x}$	S.D.	ระดับความเหมาะสม
5.3 เนื้อหามีความเหมาะสมกับเวลา ที่สอน	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด
5.4 กิจกรรมการเรียนรู้มีการ เรียงลำดับกิจกรรมได้ถูกต้องและ เหมาะสม	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด
5.5 กิจกรรมการเรียนรู้สอดคล้องกับ รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดย ใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์	4.00	4.25	5.00	4.42	0.52	มาก
5.6 กิจกรรมการเรียนรู้ช่วยให้ ผู้เรียนกระตือรือร้นในการเรียนและ ร่วมกิจกรรม	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด
5.7 กิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริม ความรู้ ความสามารถ และทักษะการ แก้ปัญหานักเรียน	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด
5.8 กิจกรรมการเรียนรู้เป็นกิจกรรม ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด
5.9 กิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมการมี ส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอน ทำให้ผู้เรียนกล้าคิด กล้าแสดงออก	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด
5.10 กิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสม กับเนื้อหาและเวลาเรียน	4.00	4.00	4.00	4.00	0.00	มาก
5.11 เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ แลกเปลี่ยนความรู้และยอมรับความ คิดเห็นของผู้อื่น	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น			ผลการประเมิน		
	ขจจที่ 1	ขจจที่ 2	ขจจที่ 3	$\bar{x}$	S.D.	ระดับความเหมาะสม
6. สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้						
6.1 สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้ สอดคล้องกับเนื้อหาและกิจกรรมการเรียนรู้	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด
6.2 สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้ เหมาะกับวัย ความสนใจ และ ความสามารถของผู้เรียน	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด
6.3 สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้สนอง จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด
6.4 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการใช้สื่อ การเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด
6.5 สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้ช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจในกิจกรรม	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด
7. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้						
7.1 วิธีวัดและเครื่องมือวัดสอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง	4.00	4.08	4.92	4.33	0.51	มาก
7.2 วิธีวัดและเครื่องมือวัดสอดคล้องกับกิจกรรมการเรียนรู้	4.00	4.08	5.00	4.36	0.55	มาก
7.3 วิธีวัดและเครื่องมือวัดสอดคล้องกับวิธีการวัด	4.00	5.00	4.92	4.64	0.55	มากที่สุด
7.4 กำหนดเกณฑ์การวัดและ ประเมินผลที่เข้าใจง่ายและเหมาะสม	4.00	4.00	5.00	4.33	0.58	มาก
เฉลี่ย	4.72	4.81	4.94	4.82	0.13	มากที่สุด

ตัวอย่างแบบประเมินความเหมาะสมของกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับ
แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
(สำหรับผู้เชี่ยวชาญ)

คำชี้แจง

โปรดพิจารณาแผนการจัดการเรียนรู้ที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้ใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ฉบับนี้สำหรับผู้เชี่ยวชาญประเมินเพื่อพิจารณาความเหมาะสมตามองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้เครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของท่านซึ่งระดับความคิดเห็นมี 5 ระดับ ดังต่อไปนี้

เหมาะสมในระดับมากที่สุด	ให้คะแนน 5 คะแนน
เหมาะสมในระดับมาก	ให้คะแนน 4 คะแนน
เหมาะสมในระดับปานกลาง	ให้คะแนน 3 คะแนน
เหมาะสมในระดับน้อย	ให้คะแนน 2 คะแนน
เหมาะสมในระดับน้อยที่สุด	ให้คะแนน 1 คะแนน

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น				
	5	4	3	2	1
1. มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด					
1.1 ถูกต้องตามหลักสูตร					
1.2 สอดคล้องสัมพันธ์กับสาระการเรียนรู้					
1.3 สอดคล้องสัมพันธ์กับจุดประสงค์การเรียนรู้ตามหลักสูตร					
2. สาระสำคัญ					
2.1 แสดงความคิดรวบยอดของเนื้อหา					
2.2 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้					

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น				
	5	4	3	2	1
2.3 สอดคล้องกับเนื้อหา					
2.4 มีความชัดเจนเข้าใจง่าย					
3. สารการเรียนรู้					
3.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้					
3.2 สอดคล้องกับเนื้อหา					
3.3 ถูกต้องตามหลักวิชาคณิตศาสตร์					
3.4 กำหนดสาระการเรียนรู้เนื้อหาเหมาะสมกับเวลาเรียน					
3.5 เนื้อหามีความชัดเจนและเข้าใจง่าย					
4. จุดประสงค์การเรียนรู้					
4.1 จุดประสงค์การเรียนรู้สามารถประเมินได้					
4.2 ข้อความชัดเจนเข้าใจง่าย					
4.3 สามารถสอนให้บรรลุตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม					
4.4 ครอบคลุมการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน					
5. กิจกรรมการเรียนรู้					
5.1 สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด					
5.2 สอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้					
5.3 เนื้อหาเหมาะสมกับเวลาที่สอน					
5.4 กิจกรรมการเรียนรู้มีการเรียงลำดับกิจกรรมได้ถูกต้องและเหมาะสม					

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น				
	5	4	3	2	1
5.5 กิจกรรมการเรียนรู้สอดคล้องกับรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์					
5.6 กิจกรรมการเรียนรู้จูงใจให้ผู้เรียนกระตือรือร้นในการเรียนและร่วมกิจกรรม					
5.7 กิจกรรมการเรียนรู้สร้างเสริมความรู้ความสามารถและทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียน					
5.8 กิจกรรมการเรียนรู้เป็นกิจกรรมที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ					
5.9 กิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมการมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอนทำให้ผู้เรียนกล้าคิดกล้าแสดงออก					
5.10 กิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมกับเนื้อหาและเวลาเรียน					
5.11 เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แลกเปลี่ยนความรู้และยอมรับความคิดเห็นของผู้อื่น					
6. สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้					
6.1 สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้สอดคล้องกับเนื้อหาและกิจกรรมการเรียนรู้					
6.2 สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้เหมาะกับวัยความสนใจ และความสามารถของผู้เรียน					
6.3 สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้สนองจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม					

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น				
	5	4	3	2	1
6.4 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการใช้สื่อการเรียนรู้/ แหล่งเรียนรู้					
6.5 สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้ช่วยให้ผู้เรียน เข้าใจในกิจกรรม					
7. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้					
7.1 วิธีวัดและเครื่องมือวัดสอดคล้องกับผลการ เรียนรู้ที่คาดหวัง					
7.2 วิธีวัดและเครื่องมือวัดสอดคล้องกับกิจกรรม การเรียนรู้					
7.3 วิธีวัดและเครื่องมือวัดสอดคล้องกับวิธีการ วัด					
7.4 กำหนดเกณฑ์การวัดและประเมินผลที่เข้าใจ ง่ายและเหมาะสม					

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

.....

.....

.....

โดยภาพรวมคุณภาพแผนการจัดการเรียนรู้อยู่ในระดับ

☐ ดีมาก

☐ ดี

☐ ปานกลาง

☐ ปรับปรุง

ลงชื่อ

ผู้เชี่ยวชาญ

(.....)

ตำแหน่ง.....

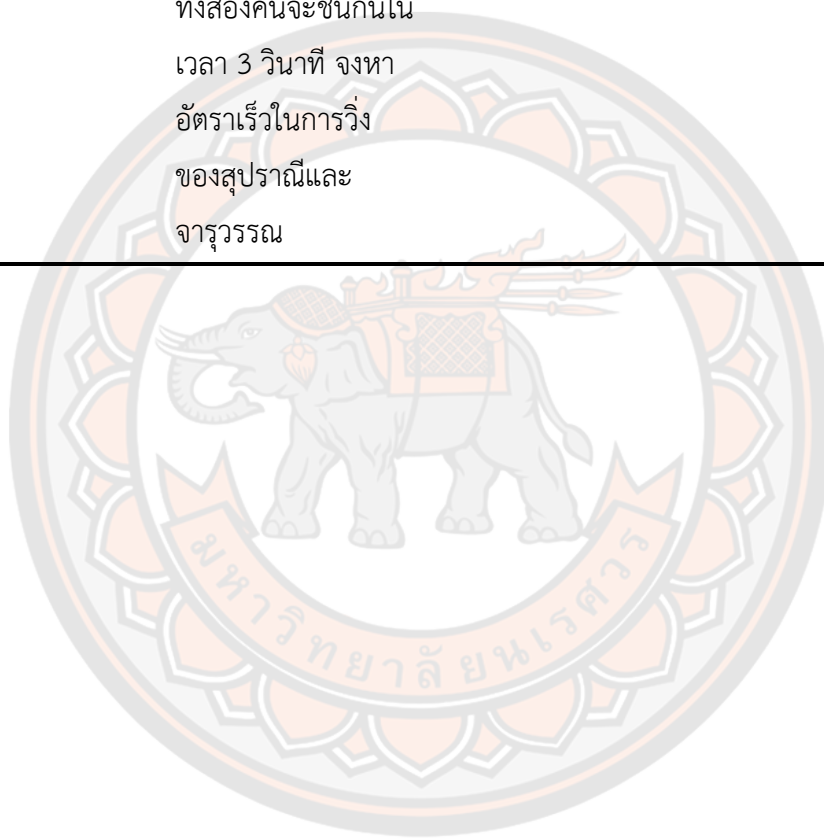
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.

ภาคผนวก ค ผลการประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบแบบวัดความสามารถใน
การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ตาราง 15 ผลการประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบแบบวัดความสามารถ
ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน) เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ที่	จุดประสงค์	ข้อสอบ	ความคิดเห็นของ			รวม	ค่า IOC	สรุปผล
			ผู้เชี่ยวชาญ					
			คนที่ ที่1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	แก้ระบบ สมการเชิง เส้นสองตัว แปร	ผลบวกของจำนวน สองจำนวนเท่ากับ 15 ถ้าจำนวนหนึ่ง น้อยกว่าอีกจำนวน หนึ่งอยู่ 3 จงหาจำนวนสอง จำนวนนั้น	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
2	นำความรู้ เกี่ยวกับ ระบบสมการ เชิงเส้นสอง ตัวแปรไปใช้ ในการ แก้ปัญหา	ในฟาร์มแห่งหนึ่ง เลี้ยงไก่และหมู ซึ่งนับ ขาได้ 132 ขา และ นับหัวได้ 49 หัว จงหาจำนวนของไก่ และหมูว่ามีอย่างละ เท่าใด	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
3	นำความรู้ เกี่ยวกับ ระบบสมการ เชิงเส้นสอง ตัวแปรไปใช้	สุปราณีวิ่งแข่งกับ จารุวรรณโดยสุปราณี ต่อระยะทางให้ จารุวรรณ 30 เมตร เมื่อเริ่มออกวิ่งไปใน	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง

ในการ	ทิศทางเดียวกัน
แก้ปัญหา	สุปราณีวิ่งตาม
	จารุวรรณทันในเวลา
	5 วินาที แต่ถ้าทั้งสอง
	คนวิ่งเข้าหากัน โดย
	จารุวรรณเริ่มออกวิ่ง
	ที่จุดต่อระยะทางให้
	ทั้งสองคนจะชนกันใน
	เวลา 3 วินาที จงหา
	อัตราเร็วในการวิ่ง
	ของสุปราณีและ
	จารุวรรณ



ตาราง 16 ผลการประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน) เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ที่	จุดประสงค์	ข้อสอบ	ความคิดเห็นของ			รวม	ค่า IOC	สรุปผล
			ผู้เชี่ยวชาญ					
			คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
			1	2	3			
1	แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	ข้อ 1 ถ้าผลต่างของจำนวนสองจำนวนเป็น 70 และสองเท่าของจำนวนที่มีค่ามากเป็นสี่เท่าของจำนวนที่มีค่าน้อย จงหาจำนวนทั้งสอง	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
2	นำความรู้เกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปใช้ในการแก้ปัญหา	ข้อ 2 ออมและอ้อยซื้อสินค้าจากร้านสะดวกซื้อเอเอ็มมาร์ท ดังนี้ อมซื้อนมสด 1 ขวด และไข่ไก่ 3 กล่อง จ่ายเงิน 65 บาท อ้อยซื้อนมสด 3 ขวด และไข่ไก่ 2 กล่อง จ่ายเงิน 90 บาท จงหาว่าอมและอ้อยซื้อนมสดขวดละเท่าไรและไข่ไก่กล่องละเท่าไร	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง

ที่	จุดประสงค์	ข้อสอบ	ความคิดเห็นของ			รวม	ค่า IO C	สรุปผล
			ผู้เชี่ยวชาญ					
			คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
3	นำความรู้เกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปใช้ในการแก้ปัญหา	ข้อ 3 วิชัษรถยนต์จากตำบล ก และแวนซ์รถยนต์จากตำบล ข ไปพบกันที่ห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่ง ซึ่งอยู่กึ่งกลางระหว่างตำบล ก และตำบล ข ถ้าวิชัษรถยนต์ด้วยอัตราเร็วกว่าแวนซ์ 24 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และใช้เวลาในการเดินทางเพียง 10 นาที ก็ถึงจุดนัดพบ ส่วนแวนซ์ไปถึงช้ากว่า 5 นาที จงหาว่า อัตราเร็วของรถยนต์ทั้ง 2 คัน มีค่าเท่าใด และถ้าแวนซ์เพิ่มอัตราเร็วจากเดิมอีก 18 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ใครจะถึงจุดนัดพบก่อนกัน	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง

ตัวอย่างแบบประเมินคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ฉบับก่อนเรียน
คำชี้แจง ขอให้ท่านผู้เชี่ยวชาญโปรดพิจารณาความสอดคล้องของข้อคำถามกับจุดประสงค์การเรียนรู้
ตามตัวชี้วัดในแบบประเมินคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน) ต่อไปนี้ โดยทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็น
ของท่าน มี 3 ระดับ ดังนี้

- 1 คือ แน่ใจว่าข้อสอบนั้นไม่สอดคล้องกับตัวชี้วัด/ผลการเรียนรู้ที่กำหนด
0 คือ ไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้องกับตัวชี้วัด/ผลการเรียนรู้ที่กำหนดหรือไม่
+1 คือ แน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้องกับตัวชี้วัด/ผลการเรียนรู้ที่กำหนดให้

จุดประสงค์	ข้อสอบ	ระดับความคิดเห็น			ข้อเสนอแนะ
		(+1)	(0)	(-1)	
1. แก่ระบบ สมการเชิงเส้น สองตัวแปร	ข้อ 1 ผลบวกของจำนวนสองจำนวน เท่ากับ 15 ถ้าจำนวนหนึ่งน้อยกว่าอีก จำนวนหนึ่งอยู่ 3 จงหาจำนวนสองจำนวนนั้น				
2. นำความรู้ เกี่ยวกับระบบ สมการเชิงเส้น สองตัวแปรไป ใช้ในการ แก้ปัญหา	ข้อ 2 ในฟาร์มแห่งหนึ่งเลี้ยงไก่และหมู ซึ่งนับขาได้ 132 ขา และนับหัวได้ 49 หัว จงหาจำนวนของไก่และหมูว่ามี อย่างละเท่าใด ข้อ 3 สุปรานีวิ่งแข่งกับจารุวรรณโดย สุปรานีต่อระยะทางให้จารุวรรณ 30 เมตร เมื่อเริ่มออกวิ่งไปในทิศทาง เดียวกันสุปรานีวิ่งตามจารุวรรณทันใน เวลา 5 วินาที แต่ถ้าทั้งสองคนวิ่งเข้า หากัน โดยจารุวรรณเริ่มออกวิ่งที่จุด ต่อระยะทางให้ทั้งสองคนจะชนกันใน เวลา 3 วินาที จงหาอัตราเร็วในการวิ่ง ของสุปรานีและจารุวรรณ				

ลงชื่อ

ผู้เชี่ยวชาญ

(.....)

ตำแหน่ง.....

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.

ตัวอย่างแบบประเมินคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ฉบับหลังเรียน

คำชี้แจง ขอให้ท่านผู้เชี่ยวชาญโปรดพิจารณาความสอดคล้องของข้อคำถามกับจุดประสงค์การเรียนรู้
ตามตัวชี้วัดในแบบประเมินคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์ (หลังเรียน) ต่อไปนี้ โดยทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของ
ท่าน มี 3 ระดับ ดังนี้

- 1 คือ แน่ใจว่าข้อสอบนั้นไม่สอดคล้องกับตัวชี้วัด/ผลการเรียนรู้ที่กำหนด
0 คือ ไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้องกับตัวชี้วัด/ผลการเรียนรู้ที่กำหนดหรือไม่
+1 คือ แน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้องกับตัวชี้วัด/ผลการเรียนรู้ที่กำหนดให้

จุดประสงค์	ข้อสอบ	ระดับความคิดเห็น			ข้อเสนอแนะ
		(+1)	(0)	(-1)	
1. แก่ระบบ สมการเชิงเส้น สองตัวแปร	ข้อ 1 ถ้าผลต่างของจำนวนสอง จำนวนเป็น 70 และสองเท่าของ จำนวนที่มีค่ามาก เป็นสี่เท่าของ จำนวนที่มีค่าน้อย จงหาจำนวนทั้ง สอง				
2. นำความรู้ เกี่ยวกับระบบ สมการเชิงเส้น สองตัวแปรไป ใช้ในการ แก้ปัญหา	ข้อ 2 ออมและอ้อยซื้อสินค้าจากร้าน สะดวกซื้อเอเอ็มมินิมาร์ท ดังนี้ อมซื้อนมสด 1 ขวด และไข่ไก่ 3 กล่อง จ่ายเงิน 65 บาท อ้อยซื้อนมสด 3 ขวด และไข่ไก่ 2 กล่อง จ่ายเงิน 90 บาท จงหาว่าอมและอ้อยซื้อนมสด ขวดละเท่าไรและไข่ไก่กล่องละเท่าไร				

จุดประสงค์	ข้อสอบ	ระดับความคิดเห็น			ข้อเสนอแนะ
		(+1)	(0)	(-1)	
2. นำความรู้เกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปใช้ในการแก้ปัญหา	ข้อ 3 วิถีขั้วรถยนต์จากตำบล ก และแวนขั้วรถยนต์จากตำบล ข ไปพบกันที่ห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่ง ซึ่งอยู่กึ่งกลางระหว่างตำบล ก และตำบล ข ถ้าวิถีขั้วรถยนต์ด้วยอัตราเร็วมากกว่าแวน 24 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และใช้เวลาในการเดินทางเพียง 10 นาที ก็ถึงจุดนัดพบ ส่วนแวนไปถึงช้ากว่า 5 นาที จงหาว่า อัตราเร็วของรถยนต์ทั้ง 2 คัน มีค่าเท่าใด และถ้าแวนเพิ่มอัตราเร็วจากเดิมอีก 18 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ใครจะถึงจุดนัดพบก่อนกัน				

ลงชื่อ

ผู้เชี่ยวชาญ

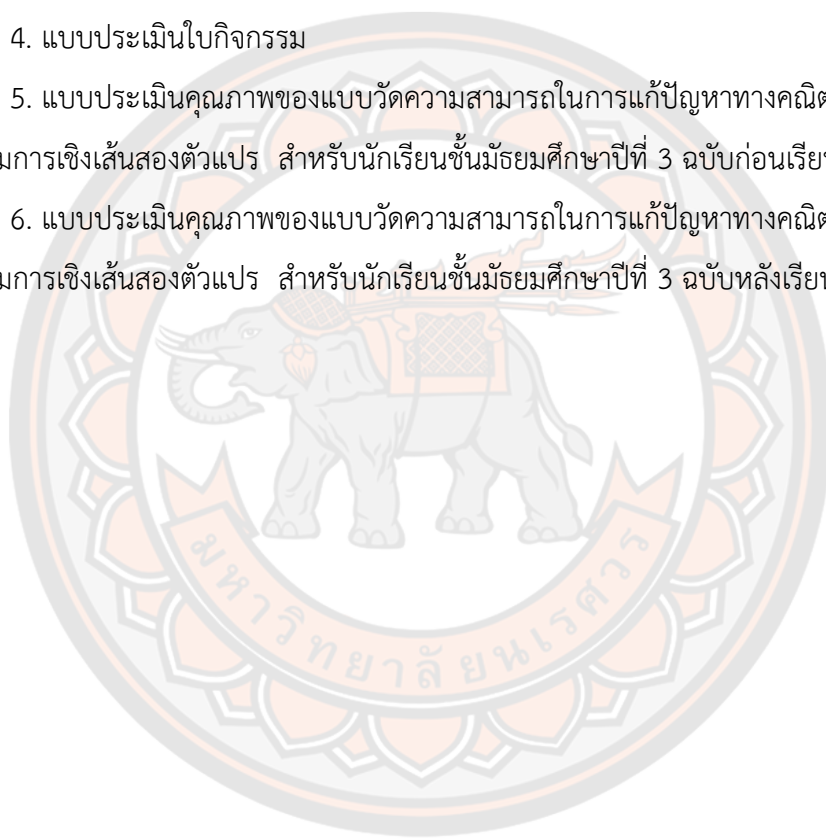
(.....)

ตำแหน่ง.....

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.

ภาคผนวก ง เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. ตัวอย่างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้
3. ใบกิจกรรม
4. แบบประเมินใบกิจกรรม
5. แบบประเมินคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ฉบับก่อนเรียน
6. แบบประเมินคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ฉบับหลังเรียน



ตัวอย่างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับ
แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

รหัสวิชา 23102	รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 6	กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3		ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร		เวลา 12 ชั่วโมง
เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร		เวลา 1 ชั่วโมง
ชื่อผู้สอน นางสาวจิราภรณ์ วงษ์ทัน	สอนวันที่.....	

1. มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

มาตรฐาน

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

ตัวชี้วัด

ค 1.3 ม.3/3 ประยุกต์ใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

2. สาระสำคัญ

การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรเป็นวิธีการหา คำตอบของระบบสมการ โดยสามารถแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน เช่น สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก และสมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณ มาช่วยในการหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรชุดใหม่จะสมมูลกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่กำหนดให้ หรือการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยการแทนค่าโดยจัดรูปสมการใดสมการหนึ่งให้เป็น x ในรูปของ y หรือ y ในรูปของ x

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1) นักเรียนสามารถแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน (K)
- 2) นักเรียนสามารถแสดงวิธีหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้ (P)

3) นักเรียนสามารถเรียนรู้วิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่หลากหลายได้จากแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ Photomath ได้

4) นักเรียนมีความมุ่งมั่นตั้งใจเรียน (A)

4. สาระการเรียนรู้

การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ด้านทักษะ/กระบวนการ (Process)

ทักษะการแก้ปัญหา

5. ชิ้นงาน/ภาระงาน

ใบกิจกรรม เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

6. กิจกรรมการเรียนรู้

แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์

ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูกล่าวทักทายกับนักเรียน แล้วแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

2. ทบทวนสมบัติการเท่ากัน โดยให้นักเรียนเรียนรู้จาก ดังนี้

สมบัติสมมาตร

- ถ้า $a = b$ แล้ว $b = a$ เมื่อ a และ b แทนจำนวนจริง

เช่น $4 = 4$, $6 = 6$

สมบัติถ่ายทอด

- ถ้า $a = b$ และ $b = c$ แล้ว $a = c$ เมื่อ a , b และ c แทนจำนวนจริง

เช่น ถ้า $m = n$ และ $n = 8$ แล้วจะสรุปได้ว่า $m = 8$

ถ้า $y = 3x + 2$ และ $3x + 2 = 5$ แล้วจะสรุปได้ว่า $y = 5$

สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก

- ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$ เมื่อ a , b และ c แทนจำนวนจริง

เช่น $a = b$ แล้ว $a + 9 = b + 9$

$b = c$ แล้ว $b + 1 = c + 1$

สมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณ

- ถ้า $a = b$ แล้ว $ac = bc$ เมื่อ a, b และ c แทนจำนวนจริง

เช่น $a = b$ แล้ว $a \times 3 = b \times 3$

$b = c$ แล้ว $b \times 4 = c \times 4$

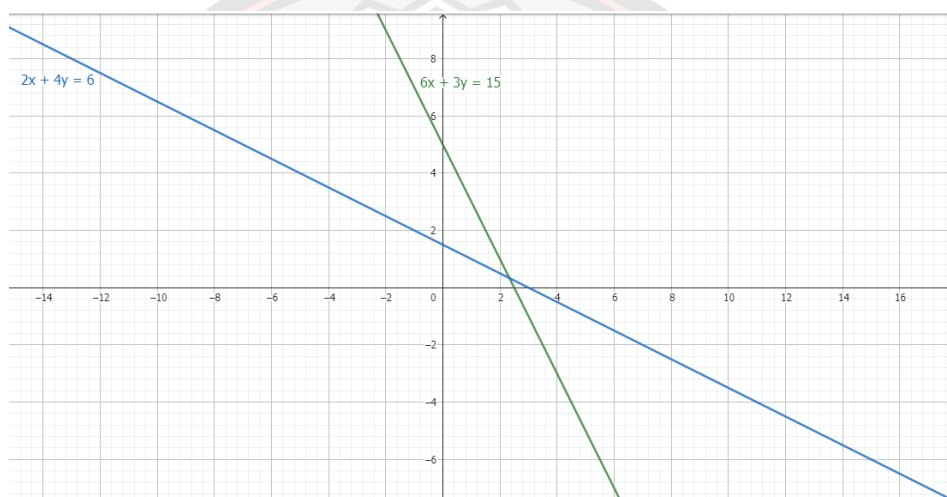
ชั้นสอน

3. ครูยกตัวอย่างกราฟของระบบสมการต่อไปนี้

ระบบสมการ

$$6x + 3y = 15$$

$$2x + 4y = 6$$



4. ให้นักเรียนดูกราฟเพื่อหาคำตอบของระบบสมการ

[แนวคำตอบ เนื่องจากจุดตัดไม่ใช่จำนวนเต็มคำตอบของระบบที่ได้จะเป็นค่าประมาณ]

5. ครูเสนอวิธีการแก้โจทย์ระบบสมการด้วยวิธีการแก้โจทย์โดยใช้วิธีการแทนที่, แก้มสมการ โดยใช้วิธีการกำจัดตัวแปรและแก้โจทย์โดยใช้วิธีการเปรียบเทียบ

6. ครูยกตัวอย่างโจทย์การแก้ระบบสมการ โดยใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา 4 ขั้นตอน ดังนี้

จงแก้ระบบสมการต่อไปนี้

$$x + 2y = 1$$

$$x - 2y = 5$$

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

7. ครูสอบถามนักเรียนถึงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

- จากระบบสมการ $x + 2y = 1$ และ $x - 2y = 5$ สิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง
สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ $x + 2y = 1$ และ $x - 2y = 5$
- ในการแก้ระบบสมการ $x + 2y = 1$ และ $x - 2y = 5$ นักเรียนจะต้องหาค่าอะไรบ้าง
สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คู่อันดับ (x,y) ที่ทำให้สมการทั้งสองเป็นจริง
คู่อันดับ (x,y) ที่อยู่บนกราฟของสมการเชิงเส้นทั้งสองสมการ

ขั้นที่ 2 ขั้ววางแผนแก้ปัญหา

8. ครูสอบถามนักเรียนว่านักเรียนสามารถหาคำตอบของระบบสมการ $x + 2y = 1$ และ $x - 2y = 5$ ได้อย่างไร

- จากโจทย์ที่กำหนดให้นักเรียนสามารถแก้ระบบสมการได้ด้วยวิธีใด
(แนวการตอบ เขียนกราฟของสมการเชิงเส้นทั้งสองสมการ เพื่อสังเกตคำตอบจากกราฟ)
- ครูแนะนำนักเรียนว่าในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรสามารถหาคำตอบได้หลายวิธี โดยครูจะให้นักเรียนศึกษาเพิ่มเติม ในแอปพลิเคชัน Photomath ในการแก้ระบบสมการ ด้วยวิธีการแก้โจทย์โดยใช้วิธีการแทนที่, แก้สมการโดยใช้วิธีการกำจัดตัวแปรและแก้โจทย์โดยใช้วิธีการเปรียบเทียบ

ขั้นที่ 3 ขั้วดำเนินการแก้ปัญหาตามแผน

9. ครูให้นักเรียนแต่ละคนศึกษาวิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรคนละ 1 วิธี (การแก้โจทย์โดยใช้วิธีการแทนที่, แก้สมการโดยใช้วิธีการกำจัดตัวแปรและแก้โจทย์โดยใช้วิธีการเปรียบเทียบ) ในแอปพลิเคชัน Photomath และใช้ Graspable Math ในการแสดงการดำเนินการที่ละขั้นตอน

วิธีการแทนที่ ใน Photomath

ขั้นตอนการแก้โจทย์

ขั้นตอนอย่างละเอียด

ระบบสมการ $x + 2y = 1$ และ $x - 2y = 5$

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ x - 2y = 5 \end{cases}$$

↓ จงหาค่า x จากสมการ

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ x = 5 + 2y \end{cases}$$

×

$$x - 2y = 5$$

↓ ย้ายตัวแปรไปฝั่งขวาโดยการเพิ่มค่าตรงข้ามของตัวแปรเข้าไปทั้งสองข้าง

$$x - 2y + 2y = 5 + 2y$$

↖ ↗

↓

√

$$x - 2y + 2y = 5 + 2y$$

↑

↓ เนื่องจากคู่ตรงข้ามบวกกันเป็น 0 ดังนั้นให้เอามันออกจาสมการ

$$x = 5 + 2y$$

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ x = 5 + 2y \end{cases}$$

↓ แทนค่า x ในสมการ $x + 2y = 1$

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ x = 5 + 2y \end{cases}$$

$$5 + 2y + 2y = 1$$

×

↶

↓

$$5 + 2y + 2y = 1$$

$$5 + 2y + 2y = 1$$

↓ จงหาค่า y จากสมการ

$$y = -1$$

×

↖ ↗

↓

$$5 + 2y + 2y = 1$$

↓ ดึงตัวร่วม แล้วรวมสัมประสิทธิ์เข้าด้วยกัน

$$5 + 4y = 1$$

√

ขั้นตอนการแก้โจทย์	ขั้นตอนอย่างละเอียด
	$5 + 4y = 1$ ↑ ↓ ย้ายค่าคงที่ไปฝั่งขวาและแก้ไขเครื่องหมายค่าคงที่ $4y = 1 - 5$ ↓
	$4y = 1 - 5$ ↑ ↓ คำนวณหาผลต่าง $4y = -4$ ↓
	$4y = -4$ ↑ ↓ ทหารทั้งสองข้างของสมการด้วย 4 $y = -1$
$y = -1$ × ↓ แทนค่า y ในสมการ $x = 5 + 2y$ $x = 5 + 2 \times (-1)$ ↓	
$x = 5 + 2 \times (-1)$ × ↓ จงหาค่า x จากสมการ $x = 3$ ↓	$x = 5 + 2 \times (-1)$ ↓ พจน์ใดก็ตามที่คูณกับ -1 จะมีค่าเท่ากับจำนวนตรงข้ามของพจน์นั้น ๆ $x = 5 - 2$ ↓
	$x = 5 - 2$ ↑ ↓ ลบจำนวนที่อยู่ในฝั่งเดียวกัน $x = 3$

ขั้นตอนการแก้โจทย์	ขั้นตอนอย่างละเอียด
$x=3$ ↓ คำตอบของสมการจะเป็นคู่อันดับ (x, y) $(x, y)=(3, -1)$	$\times$ $\downarrow$
$(x, y)=(3, -1)$ ↓ ตรวจสอบคำตอบโดยการนำคำตอบที่ได้แทนกลับลงในสมการ $\begin{cases} 3+2 \times (-1)=1 \\ 3-2 \times (-1)=5 \end{cases}$	$\times$ $\downarrow$
$\begin{cases} 3+2 \times (-1)=1 \\ 3-2 \times (-1)=5 \end{cases}$ ↓ ทำให้สมการอยู่ในรูปอย่างง่าย $\begin{cases} 1=1 \\ 5=5 \end{cases}$	$\times$ $\swarrow$ $\downarrow$
	$\begin{cases} 3+2 \times (-1)=1 \\ 3-2 \times (-1)=5 \end{cases}$ ↓ ทำให้อยู่ในรูปอย่างง่ายแล้วตรวจสอบการ $\begin{cases} 1=1 \\ 3-2 \times (-1)=5 \end{cases}$ $\rightarrow$
	$\begin{cases} 3+2 \times (-1)=1 \\ 3-2 \times (-1)=5 \end{cases}$ ↓ ทำให้อยู่ในรูปอย่างง่ายแล้วตรวจสอบการ $\begin{cases} 1=1 \\ 5=5 \end{cases}$ $\leftarrow$
$\begin{cases} 1=1 \\ 5=5 \end{cases}$ ↓ คำตอบนั้นจะต้องหากแทนค่าคำตอบที่หาได้แล้วสมการเป็นจริง $(x, y)=(3, -1)$	$\times$ $\downarrow$

ขั้นตอนการแก้โจทย์

ขั้นตอนอย่างละเอียด

วิธีทำ

$$(x, y) = (3, -1)$$

ตัวอย่างการแสดงวิธีการดำเนินการใน Graspable Math

The screenshot shows a web browser window with the URL activities.graspablemath.com/whiteboards/new. The interface includes a toolbar with various drawing and editing tools. The whiteboard contains the following handwritten steps:

$$\begin{aligned} x + 2y &= 1 \\ 5 + 2y + 2y &= 1 \\ 2y + 2y &= 1 - 5 \\ 4y &= 1 - 5 \\ 4y &= -4 \\ y &= \frac{-4}{4} \\ y &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x - 2y &= 5 \\ x &= 5 + 2y \\ x &= 5 + 2 \cdot -1 \\ x &= 5 + -2 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

วิธีการกำจัดตัวแปร ใน Photomath

ขั้นตอนการแก้โจทย์

ขั้นตอนอย่างละเอียด

ระบบสมการ $x + 2y = 1$ และ $x - 2y = 5$

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ x - 2y = 5 \end{cases}$$

นำสมการทั้งสองมาบวกกันเพื่อกำจัดตัวแปร
ตัวใดตัวหนึ่ง

$$2x = 6$$

×

↗

↓

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ x - 2y = 5 \end{cases}$$

ใส่สมการที่สองของระบบสมการลงในสมการ
แรก

$$x + 2y + x - 2y = 1 + 5$$

↓

ขั้นตอนการแก้โจทย์	ขั้นตอนอย่างละเอียด
	$x+2y+x-2y=1+5$ ↓ เนื่องจากคู่ตรงข้ามบวกกันเป็น 0 ดังนั้นให้เอามันออกจากรูป $x+x=1+5$ • • •
	$x+2y+x-2y=1+5$ ↓ ดึงตัวร่วม แล้วรวมสัมประสิทธิ์เข้าด้วยกัน $2x=1+5$ ← • •
	$x+2y+x-2y=1+5$ ↓ บวกจำนวนต่อไป $2x=6$ ← • •
$2x=6$ ↓ หารทั้งสองข้างของสมการด้วย 2 $x=3$	✕ ↗ $2x=6$ ↓ หารทั้งสองข้างของสมการด้วย 2 $2x \div 2 = 6 \div 2$ ↓
	$2x \div 2 = 6 \div 2$ ↓ จำนวนใดก็ตามที่หารด้วยตัวมันเองจะมีค่าเท่ากับ 1 เสมอ $x=6 \div 2$ • •

ขั้นตอนการแก้โจทย์	ขั้นตอนอย่างละเอียด
	$2x \div 2 = 6 \div 2$ ↓ คำนวณหาผลหารต่อไปนี้ $x = 3$ ←
$x = 3$ ↓ แทนค่า x ในสมการ $x + 2y = 1$ $3 + 2y = 1$	×
$3 + 2y = 1$ ↓ จงหาค่า y จากสมการ $y = -1$	$3 + 2y = 1$ ↓ ย้ายค่าคงที่ไปฝั่งขวาและแก้ไขเครื่องหมายค่าคงที่ $2y = 1 - 3$
	$2y = 1 - 3$ ↓ คำนวณหาผลต่าง $2y = -2$
	$2y = -2$ ↓ หารทั้งสองข้างของสมการด้วย 2 $y = -1$
$y = -1$ ↓ คำตอบของสมการจะเป็นคู่อันดับ (x, y) $(x, y) = (3, -1)$	×

ขั้นตอนการแก้โจทย์	ขั้นตอนอย่างละเอียด
$y = -1$ ↓ คำตอบของสมการจะเป็นคู่อันดับ (x, y) $(x, y) = (3, -1)$	$\times$ ↓
$\begin{cases} 3 + 2 \times (-1) = 1 \\ 3 - 2 \times (-1) = 5 \end{cases}$ ↓ ทำให้สมการอยู่ในรูปอย่างง่าย $\begin{cases} 1 = 1 \\ 5 = 5 \end{cases}$	$\times$ $\begin{cases} 3 + 2 \times (-1) = 1 \\ 3 - 2 \times (-1) = 5 \end{cases}$ ↓ ทำให้อยู่ในรูปอย่างง่ายแล้วตรวจสอบการ $\begin{cases} 1 = 1 \\ 3 - 2 \times (-1) = 5 \end{cases}$ ↓
$\begin{cases} 1 = 1 \\ 5 = 5 \end{cases}$ ↓ คำตอบนั้นจะต้องหากแทนค่าคำตอบที่หา ได้แล้วสมการเป็นจริง $(x, y) = (3, -1)$	$\begin{cases} 3 + 2 \times (-1) = 1 \\ 3 - 2 \times (-1) = 5 \end{cases}$ ↓ ทำให้อยู่ในรูปอย่างง่ายแล้วตรวจสอบการ $\begin{cases} 1 = 1 \\ 5 = 5 \end{cases}$ ←
วิธีทำ $(x, y) = (3, -1)$	$\times$

ตัวอย่างการแสดงวิธีการดำเนินการใน Graspable Math

The screenshot shows the Graspable Math interface with a whiteboard titled "การแก้ระบบสมการเส้นที่ 1". The equations $x + 2y = 1$ and $x - 2y = 5$ are displayed. The solution process is shown in two columns:

Left Column (Elimination):

$$\begin{aligned} x + 2y &= 1 \\ (x + 2y) + (x - 2y) &= 1 + 5 \\ x + 2y + x - 2y &= 1 + 5 \\ x + 2y + x - 2y &= 6 \\ x + x &= 6 \\ 2x &= 6 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Right Column (Substitution):

$$\begin{aligned} x - 2y &= 5 \\ x + 2y &= 1 \\ y &= \frac{-2}{2} \\ y &= -1 \\ x - 2y &= 5 \\ 3 - 2y &= 5 \\ -2y &= 5 - 3 \\ -2y &= 2 \\ -2y &= 2 \\ y &= \frac{2}{-2} \\ y &= -1 \end{aligned}$$

วิธีการเปรียบเทียบ ใน Photomath

The screenshot shows the Photomath interface with a system of linear equations: $x + 2y = 1$ and $x - 2y = 5$. The solution process is shown in two columns:

Left Column (Comparison Method):

$$\begin{aligned} \begin{cases} x + 2y = 1 \\ x - 2y = 5 \end{cases} \\ \text{ย้ายตัวแปรไปฝั่งขวาและแก้ไขเครื่องหมายตัวแปร} \\ \begin{cases} x = 1 - 2y \\ x - 2y = 5 \end{cases} \end{aligned}$$

Right Column (Comparison Method):

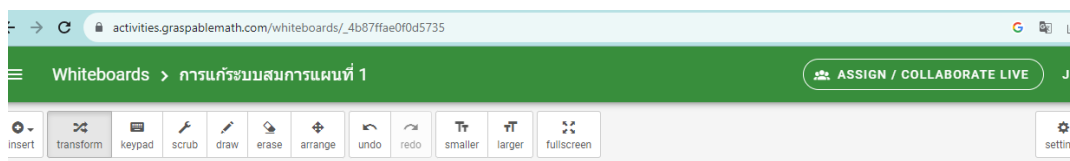
$$\begin{aligned} \times \quad x + 2y &= 1 \\ \text{ย้ายตัวแปรไปฝั่งขวาโดยการเพิ่มค่าตรงข้ามของตัวแปรเข้าไปทั้งสองข้าง} \\ x + 2y - 2y &= 1 - 2y \\ \rightarrow \quad x + 2y - 2y &= 1 - 2y \\ \text{เนื่องจากคู่ตรงข้ามบวกกันเป็น 0 ดังนั้นให้อำมันออกจากนิพจน์} \\ x &= 1 - 2y \end{aligned}$$

ขั้นตอนการแก้โจทย์	ขั้นตอนอย่างละเอียด
$\begin{cases} x+2y=1 \\ x-2y=5 \end{cases}$ ย้ายตัวแปรไปฝั่งขวาและแก้ไขเครื่องหมายตัวแปร $\begin{cases} x=1-2y \\ x=5+2y \end{cases}$	$\begin{aligned} &\times \quad 1-2y=5+2y \\ &\downarrow \text{ย้ายตัวแปรไปฝั่งซ้าย และแก้ไขเครื่องหมายของตัวแปร} \\ &1-2y-2y=5 \end{aligned}$
←	→
↓	$\begin{aligned} &\times \quad \begin{cases} x+2y=1 \\ x-2y=5 \end{cases} \\ &\downarrow \text{ย้ายตัวแปรไปฝั่งขวาและแก้ไขเครื่องหมายตัวแปร} \\ &\begin{cases} x=1-2y \\ x=5+2y \end{cases} \end{aligned}$
←	→
↓	↓
$\begin{cases} x=1-2y \\ x=5+2y \end{cases}$ เนื่องจากสมการ $1-2y$ และ $5+2y$ เท่ากับ x จึงจับให้สองสมการเท่ากันแล้วแก้สมการ y $1-2y=5+2y$	$\begin{aligned} &\times \quad 1-2y=5+2y \\ &\downarrow \text{ย้ายตัวแปรไปฝั่งซ้าย และแก้ไขเครื่องหมายของตัวแปร} \\ &1-2y-2y=5 \end{aligned}$
←	→
↓	↓
$1-2y=5+2y$ ↓ จงหาค่า y จากสมการ $y=-1$	$\begin{aligned} &\times \quad 1-2y=5+2y \\ &\downarrow \text{ย้ายค่าคงที่ไปฝั่งขวาและแก้ไขเครื่องหมายค่าคงที่} \\ &-2y-2y=5-1 \end{aligned}$
←	→
↓	↓
	$-2y-2y=5-1$ ↑ ↓ ดึงตัวร่วม แล้วรวมสัมประสิทธิ์เข้าด้วยกัน $-4y=5-1$
	→

ขั้นตอนการแก้โจทย์	ขั้นตอนอย่างละเอียด
	$-2y - 2y = 5 - 1$ ↓ ลบจำนวนที่อยู่ในฝั่งเดียวกัน $-4y = 4$ ← ↓
	$-4y = 4$ ↓ หารทั้งสองข้างของสมการด้วย -4 $y = -1$ ↑
$y = -1$ ↓ แทนค่า y ในสมการ $x = 5 + 2y$ $x = 5 + 2 \times (-1)$	× ↓
$x = 5 + 2 \times (-1)$ ↓ จงหาค่า x จากสมการ $x = 3$	× ↗ ↓ $x = 5 + 2 \times (-1)$ ↓ พจน์ใดก็ตามที่คูณกับ -1 จะมีค่าเท่ากับจำนวนตรงข้ามของพจน์นั้น ๆ $x = 5 - 2$ ↓
	$x = 5 - 2$ ↓ ลบจำนวนที่อยู่ในฝั่งเดียวกัน $x = 3$ ↑
$x = 3$ ↓ คำตอบของสมการจะเป็นคู่อันดับ (x, y) $(x, y) = (3, -1)$	× ↓
$(x, y) = (3, -1)$ ↓ ตรวจสอบคำตอบโดยการนำคำตอบที่ได้แทนกลับลงในสมการ $\begin{cases} 3 + 2 \times (-1) = 1 \\ 3 - 2 \times (-1) = 5 \end{cases}$	× ↓

ขั้นตอนการแก้โจทย์	ขั้นตอนอย่างละเอียด
$\begin{cases} 3+2 \times (-1)=1 \\ 3-2 \times (-1)=5 \end{cases}$ ↓ ทำให้สมการอยู่ในรูปอย่างง่าย $\begin{cases} 1=1 \\ 5=5 \end{cases}$	$\begin{cases} 3+2 \times (-1)=1 \\ 3-2 \times (-1)=5 \end{cases}$ ↙ ↗ ↓ ทำให้อยู่ในรูปอย่างง่ายแล้วตรวจสอบการ $\begin{cases} 1=1 \\ 3-2 \times (-1)=5 \end{cases}$ →
$\begin{cases} 1=1 \\ 5=5 \end{cases}$ ↓ คำตอบนั้นจะต้องหาแทนค่าคำตอบที่หาได้แล้วสมการเป็นจริง $(x, y)=(3, -1)$	$\begin{cases} 3+2 \times (-1)=1 \\ 3-2 \times (-1)=5 \end{cases}$ ↓ ทำให้อยู่ในรูปอย่างง่ายแล้วตรวจสอบการ $\begin{cases} 1=1 \\ 5=5 \end{cases}$ ←
วิธีทำ $(x, y)=(3, -1)$	$(x, y)=(3, -1)$

ตัวอย่างการแสดงวิธีการดำเนินการใน Graspable Math



$$\begin{array}{ll}
 x + 2y = 1 & x - 2y = 5 \\
 x = 1 - 2y & x = 5 + 2y \\
 5 + 2y = 1 - 2y & x = 5 + 2 \cdot -1 \\
 2y = 1 - 2y - 5 & x = 5 + -2 \\
 2y + 2y = 1 - 5 & x = 5 - 2 \\
 y = \frac{-4}{4} & x = 3 \\
 y = -1 &
 \end{array}$$

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบคำตอบ

10. ครูสอบถามคำตอบของนักเรียนว่าคำตอบของระบบสมการ ระบบสมการ $x + 2y = 1$ และ $x - 2y = 5$

[ตอบ คู่อันดับ (3,-1)]

11. ครูสอบถามนักเรียนว่าในแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรสามารถแก้โจทย์ได้หลายวิธี นักเรียนเลือกใช้วิธีต่างกันนักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้ของแต่ละวิธีจะมีลักษณะเป็นอย่างไร

[ตอบ คำตอบที่ได้จะได้เท่ากัน]

12. ครูแนะนำในขั้นตรวจสอบคำตอบนักเรียนสามารถตรวจสอบคำตอบได้โดยการแทน x เพื่อพิจารณาค่า y ในแต่ละสมการ หากสมการเชิงเส้นสองตัวแปรเป็นจริงทั้งสองสมการ คู่อันดับ (x, y) ดังกล่าวเป็นคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ขั้นตอนการแก้โจทย์

ขั้นตอนอย่างละเอียด

ตรวจคำตอบของระบบสมการ $x + 2y = 1$ และ $x - 2y = 5$

$$(x, y) = (3, -1)$$

✕

↓
ตรวจสอบคำตอบโดยการนำคำตอบที่ได้
แทนกลับลงในสมการ

$$\begin{cases} 3 + 2 \times (-1) = 1 \\ 3 - 2 \times (-1) = 5 \end{cases}$$

↓

$$\begin{cases} 3 + 2 \times (-1) = 1 \\ 3 - 2 \times (-1) = 5 \end{cases}$$

✕

↓
ทำให้สมการอยู่ในรูปอย่างง่าย

↗

$$\begin{cases} 1 = 1 \\ 5 = 5 \end{cases}$$

↓

$$\begin{cases} 3 + 2 \times (-1) = 1 \\ 3 - 2 \times (-1) = 5 \end{cases}$$

↓
ทำให้อยู่ในรูปอย่างง่ายแล้วตรวจสอบการ

$$\begin{cases} 1 = 1 \\ 3 - 2 \times (-1) = 5 \end{cases}$$

• •

→

$$\begin{cases} 3 + 2 \times (-1) = 1 \\ 3 - 2 \times (-1) = 5 \end{cases}$$

↓
ทำให้อยู่ในรูปอย่างง่ายแล้วตรวจสอบการ

$$\begin{cases} 1 = 1 \\ 5 = 5 \end{cases}$$

←

• •

$$\begin{cases} 1 = 1 \\ 5 = 5 \end{cases}$$

✕

↓
คำตอบนั้นจะต้องหาค่าคำตอบที่หา
ได้แล้วสมการเป็นจริง

$$(x, y) = (3, -1)$$

↓

วิธีทำ

✕

$$(x, y) = (3, -1)$$

วิธีการตรวจคำตอบ ใน Photomath

ตัวอย่างการตรวจคำตอบใน Graspable Math

The screenshot shows the Graspable Math interface with a whiteboard titled "Whiteboards > การแก้ระบบสมการแบบที่ 1". The whiteboard contains the following equations and steps:

$$\begin{array}{rcl} x + 2y & = & 1 \\ 3 + 2y & = & 1 \\ 3 + 2 \cdot -1 & = & 1 \\ 3 + -2 & = & 1 \\ 1 & = & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} x - 2y & = & 5 \\ 3 - 2y & = & 5 \\ 3 - 2 \cdot -1 & = & 5 \\ 3 - -2 & = & 5 \\ 3 + 2 & = & 5 \\ 5 & = & 5 \end{array}$$

ประเมินผลและขั้นสรุป

13. ครูให้นักเรียนทำกิจกรรม : การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยครูเดินดูและคอยให้คำแนะนำนักเรียนในระหว่างที่นักเรียนทำกิจกรรม

14. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปวิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรมีวิธีการระบบการเชิงเส้นสองตัวแปรวิธีใดบ้าง

[แนวการตอบ เขียนกราฟเพื่อพิจารณาคำตอบ, ด้วยวิธีการแก้โจทย์โดยใช้วิธีการแทนที่, แก้มการโดยใช้วิธีการกำจัดตัวแปรและแก้โจทย์โดยใช้วิธีการเปรียบเทียบ]

15. ครูนำตัวอย่างการแก้สมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการแทนที่ วิธีการกำจัดตัวแปรและเปรียบเทียบมาพูดคุยแลกเปลี่ยนดังนี้

- วิธีการแก้ปัญหาของแอปพลิเคชัน Photomath เป็นการแก้ปัญหาในรูปแบบใด

[แนวตอบ การจัดรูปเพื่อแก้สมการ]

- นอกจากวิธีการแก้ปัญหามาตาม Photomath ข้างต้นแล้วสามารถแก้แบบอื่นได้อีกหรือไม่อย่างไร

- จากการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรข้างต้น นักเรียนคิดว่าวิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยการแทนที่เป็นการจัดรูปสมการในการแก้โจทย์ปัญหาอย่างไร

[แนวตอบ จัดรูปให้ตัวแปร x หรือ y อยู่ทางซ้ายของเครื่องหมายเท่ากับ เพียงตัวเดียวแล้วนำ พหุนามทางขวาไปแทนค่า x หรือ y ในอีกสมการ]

- จากการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรข้างต้น นักเรียนคิดว่าวิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยการกำจัดตัวแปรเป็นการจัดรูปสมการในการแก้โจทย์ปัญหาอย่างไร

[แนวตอบ ทำสัมประสิทธิ์ของตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งให้เท่ากันหรือเป็นจำนวนตรงข้ามกัน โดยการคูณหรือการหารด้วยค่าคงตัวแล้วนำสมการมาบวกหรือลบกัน โดยพิจารณาสัมประสิทธิ์ของตัวแปรมีค่าเท่ากัน ให้นำสมการมาลบกัน หากสัมประสิทธิ์ของตัวแปรเป็นจำนวน ตรงข้ามกันให้นำสมการมาบวกกัน]

- จากการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรข้างต้น นักเรียนคิดว่าวิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยการเปรียบเทียบเป็นการจัดรูปสมการในการแก้โจทย์ปัญหาอย่างไร

[แนวตอบ จัดรูปให้ตัวแปร x อยู่ทางซ้ายของเครื่องหมายเท่ากับโดยสัมประสิทธิ์หน้า x ต้องมีค่าเท่ากัน เนื่องจากสองสมการเท่ากันจึงนำสองสมการมาเท่ากันเพื่อแก้สมการ]

- นักเรียนคิดว่าในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรในข้อนี้ควรแก้สมการโดยใช้วิธีใด เพราะเหตุใด

- นักเรียนคิดว่าในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจะต้องพิจารณาโจทย์แล้วเลือกวิธีการแก้ปัญหาหรือไม่อย่างไร

16. คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจะอยู่ในรูปแบบใด

[ตอบ คู่อันดับ (x, y) , คำตอบมากมาย, ไม่มีคำตอบ]

7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1. นักเรียนสามารถแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน (K)	ตรวจใบงาน	- ใบงาน	ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
2. นักเรียน สามารถแสดงวิธี หาคำตอบของ ระบบสมการเชิง เส้นสองตัวแปร ได้ (P)	ตรวจใบงาน	- ใบงาน	ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
3. นักเรียน สามารถเรียนรู้ วิธีการแก้ระบบ สมการเชิงเส้น สองตัวแปรที่ หลากหลายได้ จากแอป พลิเคชัน ปัญญาประดิษฐ์ Photomath ได้	- ตรวจใบงานและ แบบประเมิน ความสามารถในการ ใช้แอปพลิเคชัน ปัญญาประดิษฐ์	- ใบงานและสังเกตการ ตอบคำถาม	ระดับคุณภาพ 2 ขึ้นไป
4. นักเรียนมี ความมุ่งมั่นตั้งใจ เรียน (A)	สังเกตการส่งงาน ของนักเรียน	- แบบบันทึกการส่งงาน ของนักเรียน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

8.1 สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.1 เล่ม 2
- 2) ใบงาน เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 1) แอปพลิเคชัน AI
- 2) ห้องศูนย์ดิจิทัลชุมชน

ตัวอย่างแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้

แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้

สะท้อนครั้งที่..... วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่..... เรื่อง.....

ครูผู้สอน.....นางสาวจิราภรณ์ วงษ์ทันสอนในระดับชั้น.....ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.....จำนวน.....1.....ชั่วโมง

ภาคเรียนที่.....2.....ปีการศึกษา.....2566.....ช่วงเวลาสังเกตตั้งแต่เวลา.....ถึงเวลา.....

ชื่อผู้สังเกต.....

ผู้สังเกต ☐ ผู้วิจัย ☐ ผู้เชี่ยวชาญ ☐ ที่ปรึกษาวิจัย

วิธีการสังเกต ☐ โดยตรง ☐ โดยวิธีทัศนบันทึกภาพและเสียง

คำชี้แจง

1. แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ฉบับนี้ ใช้สำหรับการสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้
คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ เพื่อส่งเสริม
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งมีทั้งหมด 4 ชั้นได้แก่

ชั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem)

เป็นขั้นการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการมองไปที่ตัวปัญหาโดย
พิจารณาว่าโจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง มีข้อมูลเพียงพอสำหรับการแก้ปัญหานั้น
หรือไม่ และคำตอบของปัญหาจะอยู่ในรูปแบบใด จนกระทั่งสามารถสรุปปัญหาออกมาเป็นภาษาของ
ตนเองได้ ถ้าหากยังไม่ชัดเจนในโจทย์อาจใช้วิธีการต่าง ๆ ช่วย เช่น การวาดรูป เขียนแผนภูมิ หรือ
แยกแยะสถานการณ์โดยเขียนสาระของปัญหาด้วยถ้อยคำของนักเรียนเองแล้วแบ่งเงื่อนไขในโจทย์
ออกเป็นส่วน ๆ ซึ่งจะช่วยให้เข้าใจโจทย์ปัญหามากขึ้น แล้วใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ในการ
ตรวจสอบข้อมูลที่นักเรียนสร้างขึ้น ศึกษารูปแบบการนำเสนอการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแอป
พลิเคชันปัญญาประดิษฐ์

ชั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a Plan)

เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาวัยวิธีใด จะแก้ปัญหายังไร
นักเรียนต้องมองเห็นความสำคัญของข้อมูลต่าง ๆ ใน โจทย์ปัญหายังชัดเจนมากขึ้น จะต้องใช้แอป
พลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ แอปพลิเคชันใดในการช่วยเรียนรู้วิธีการหาคำตอบ แอปพลิเคชันดังกล่าวมี
ความสัมพันธ์กับโจทย์ที่กำหนดให้หรือไม่ หากไม่มีความสัมพันธ์กับโจทย์ที่กำหนดให้จะใช้

แอปพลิเคชันใดที่มีความสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาเพื่อให้ได้ผลตามเป้าหมายของปัญหาของแอปพลิเคชันแบบต่างๆ

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the Plan)

เป็นขั้นตอนที่ใช้แอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์ในการเรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาแบบต่าง ๆ เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาแล้วนักเรียนทำความเข้าใจขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหาโดยอาศัยความรู้พื้นฐาน วิธีการคิด คำนวณ กฎ หรือสูตรที่เหมาะสม และตรวจสอบความเป็นไปได้คำตอบได้ หรือค้นพบวิธีการแก้ปัญหาใหม่ และใช้แอปพลิเคชัน ปัญญาประดิษฐ์ในการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียนในแต่ละขั้นตอน

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล (Looking Back)

เป็นขั้นตอนที่ผู้เรียนตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ เป็นการตรวจสอบเพื่อให้แน่ใจว่าผลลัพธ์ที่ได้ถูกต้องสมบูรณ์โดยพิจารณาและตรวจดูว่าผลลัพธ์ถูกต้องและมีเหตุผลที่น่าเชื่อถือได้หรือไม่ โดยตรวจสอบเพื่อดูผลลัพธ์ที่ได้ตรงกันหรือไม่ โดยใช้การแทนค่าคำตอบ แล้วพิจารณาวิธีการแก้ปัญหาให้กะทัดรัดชัดเจนเหมาะสมขึ้นเพื่อนำมาพูดคุยแลกเปลี่ยนแนวคิด ขั้นตอนนี้ครอบคลุมถึงการมองไปข้างหน้าโดยใช้ประโยชน์จากวิธีการแก้ปัญหาที่ผ่านมาขยายแนวคิดในการแก้ปัญห ด้วยวิธีการอื่น ๆ

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ มาประยุกต์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่ผู้แก้ปัญหานำความรู้ ความเข้าใจและประสบการณ์ที่ศึกษาจากแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์มาประยุกต์ในการหาวิธีการดำเนินการ การหาคำตอบของปัญหาในสถานการณ์ใหม่ ๆ ในการทำความเข้าใจปัญหา ระบุนข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา เลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม นำวิธีที่เลือกมาปฏิบัติหาคำตอบและนำผลการดำเนินการมาวิเคราะห์ สรุป และสื่อสาร วัดได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และใบกิจกรรม ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยมุ่งวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมีองค์ประกอบ 3 องค์ประกอบ ดังนี้

องค์ประกอบที่ 1 การคิด/แปลงปัญหา นักเรียนสามารถอ่าน ถอดความ ทำความเข้าใจคำถาม ภาระงาน รวมทั้งสามารถระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของสถานการณ์ปัญหาและระบุตัวแปรที่มีความสำคัญ โดยสามารถจัดรูปอย่างง่ายหรือแยกย่อยสถานการณ์หรือปัญหา โดยสามารถทำสถานการณ์หรือปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่าย สามารถวิเคราะห์และแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของการนำเสนอทางคณิตศาสตร์โดยใช้เครื่องหมายแทนลักษณะจำเพาะให้กับสถานการณ์ปัญหา ซึ่งสามารถ

ให้เหตุผลและเข้าถึงข้อจำกัดและสมมติฐานในปัญหา ประกอบไปด้วยกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่

1.1 ระบุประเด็นปัญหา คือ นักเรียนสามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการจากสถานการณ์ปัญหา

1.2 ทำสถานการณ์หรือปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่ายหรือแยกย่อยสถานการณ์เพื่อทำให้การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ง่ายขึ้น คือ นักเรียนสามารถเลือกส่วนสำคัญจากสถานการณ์ปัญหาเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา

1.3 ระบุตัวแปรที่สำคัญ พร้อมทั้งแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของการนำเสนอทางคณิตศาสตร์หรือการแสดงแทน คือ นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาและเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหาหรือนำเสนอทางคณิตศาสตร์หรือเขียนแสดงแทนได้

1.4 ให้เหตุผลสำหรับการระบุประเด็น ระบุตัวแปรที่สำคัญ หรือนำเสนอปัญหาในรูปแบบต่าง ๆ และสำหรับการแสดงแทนสถานการณ์ปัญหา คือ นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลว่าเพราะเหตุใดจึงกำหนดตัวแปรเช่นนั้นเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหาจากสถานการณ์

องค์ประกอบที่ 2 การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
นักเรียนเลือกวิธีการในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมและสอดคล้องกับสถานการณ์ นักเรียนสามารถแสดงวิธีการคำนวณ เพื่อหาผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์โดยสามารถนำเสนอวิธีการ ลำดับขั้นตอนในระหว่างการหาผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้ข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ ประกอบไปด้วยกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่

2.1 คิดและนำกลยุทธ์ในการหาวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปใช้ คือ นักเรียนสามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาอย่างเหมาะสม คิดและนำกลยุทธ์ในการหาวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สอดคล้องกับสถานการณ์ โดยนำตัวแปรทางคณิตศาสตร์มาจัดทำเป็นรูปแบบที่มีความสัมพันธ์กันหรือสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

2.2 นำกฎเกณฑ์ ขั้นตอน วิธีการ กระบวนการที่หลากหลายและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา คือ นักเรียนสามารถดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาผลลัพธ์

2.3 ให้เหตุผลสำหรับกระบวนการและขั้นตอนที่ใช้ในการกำหนดผลลัพธ์หรือวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ นักเรียนเรียนสามารถให้เหตุผลว่าเหตุใดจึงเลือกใช้กระบวนการหรือขั้นตอนดังกล่าวในการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้ผลลัพธ์

องค์ประกอบที่ 3 ดีความและการประเมิน นักเรียนสามารถตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ว่าคำตอบที่ได้มีความสมเหตุสมผลหรือไม่ และสามารถประเมินความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบไปด้วยกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่

3.1 ดีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ของสถานการณ์ปัญหา คือ นักเรียนสามารถอธิบายผลลัพธ์ของสถานการณ์และนำตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ปัญหา

3.2 ประเมินความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีการแก้ปัญหาในการแก้ปัญหา คือ นักเรียนสามารถอธิบายความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีการแก้ปัญหาและความเป็นไปได้ของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

3.3 อธิบายและให้เหตุผลว่า เหตุใดผลลัพธ์หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์จึงสมเหตุสมผลหรือไม่สมเหตุสมผลกับสถานการณ์ปัญหา

1. ขอให้ผู้สะท้อนสังเกตพฤติกรรมการจัดการเรียนการสอนของครูผู้สอนภายในชั้นเรียน และบันทึกรายละเอียด ข้อดี ข้อที่ควรปรับปรุง สภาพปัญหา ข้อคิดเห็น และข้อเสนอแนะ ในแต่ละขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ เพื่อที่จะนำข้อมูลที่ได้ไปใช้ในการปรับปรุง และพัฒนาการจัดการเรียนรู้ในครั้งต่อไป.....

1. การจัดการเรียนรู้แต่ละขั้นสอดคล้องกับนิยามของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับแอปพลิเคชันปัญญาประดิษฐ์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หรือไม่

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem)

1.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้บรรลุตามจุดประสงค์ของขั้น หรือไม่ อย่างไร

☐ บรรลุ

☐ ไม่บรรลุ

.....

.....

1.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหาและส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หรือไม่ อย่างไร

☐ ส่งเสริม

☐ ไม่ส่งเสริม

☐ ไม่แน่ใจ

.....

.....

1.3 จุดเด่น

1.4 ปัญหาและอุปสรรค

1.5 แนวทางแก้ปัญหา

ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a Plan)

2.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้บรรลุตามจุดประสงค์ของชั้น หรือไม่ อย่างไร

☐ บรรลุ

☐ ไม่บรรลุ

2.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความสามารถในการทำความเข้าใจการวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a Plan) และส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือไม่ อย่างไร

☐ ส่งเสริม

☐ ไม่ส่งเสริม

☐ ไม่แน่ใจ

2.3 จุดเด่น

2.4 ปัญหาและอุปสรรค

2.5 แนวทางแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the Plan)

3.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้บรรลุตามจุดประสงค์ของชั้น หรือไม่ อย่างไร

☐ บรรลุ ☐ ไม่บรรลุ

3.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความสามารถในการดำเนินการตามแผน และส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หรือไม่ อย่างไร

☐ ส่งเสริม ☐ ไม่ส่งเสริม ☐ ไม่แน่ใจ

3.3 จุดเด่น

3.4 ปัญหาและอุปสรรค

3.5 แนวทางแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล (Looking Back)

4.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้บรรลุตามจุดประสงค์ของชั้น หรือไม่ อย่างไร

☐ บรรลุ ☐ ไม่บรรลุ

4.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความสามารถในการการตรวจสอบผล และส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หรือไม่ อย่างไร

☐ ส่งเสริม ☐ ไม่ส่งเสริม ☐ ไม่แน่ใจ

4.3 จุดเด่น

.....

.....

4.4 ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

4.5 แนวทางแก้ปัญหา

.....

.....

สรุปภาพรวมของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

2.1 จุดเด่นในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

.....

.....

.....

2.2 จุดที่ควรปรับปรุง (พร้อมแนวทางการปรับปรุง)

.....

.....

2.3 ข้อคิดเห็นและข้อเสนอแนะอื่น ๆ

.....

.....

ลงชื่อ.....

(.....)

ผู้รับการสังเกต

ลงชื่อ.....

(.....)

ผู้สังเกต

ตัวอย่างใบกิจกรรม

ใบกิจกรรม เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

รหัสวิชา ค 23102 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2566

ชื่อ _____ ชั้น _____ เลขที่ _____

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำให้ถูกต้อง พร้อมตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

- ถ้าครึ่งหนึ่งของผลบวกของจำนวนสองจำนวนเป็น 43 และสามเท่าของจำนวนน้อย มากกว่าสองเท่าของจำนวนมากอยู่ 23 จงหาจำนวนสองจำนวนนั้น

วิธีทำ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ _____

สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา _____

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

- ให้นักเรียนกำหนดตัวแปรของข้อมูลจากสถานการณ์เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา

- เพราะเหตุใดนักเรียนจึงเลือกข้อมูลดังกล่าวในการกำหนดเป็นตัวแปรในการแก้ปัญหา

- ให้นักเรียนเขียนสมการเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหา

ใช้ AI ตรวจสอบคำตอบ พบว่า _____ นักเรียนสามารถทำได้ถูกต้อง

_____ นักเรียนยังทำไม่ถูกต้องให้แก้ไขให้ถูกต้องด้วยปากกาแดง

หากนักเรียนทำไม่ถูกต้องให้นักเรียนสามารถแก้ไขให้ถูกต้องได้ดังนี้



ตัวอย่างแบบประเมินคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ฉบับก่อนเรียน

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน)

รายวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
ชื่อ _____ ชั้น _____ เลขที่ _____

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้ เป็นแบบวัดชนิดอัตนัยเพื่อศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 3 ข้อ
2. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบฉบับนี้ทุกข้อ ตอบคำถาม และแสดงวิธีหาคำตอบอย่างเต็มความสามารถ
3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ฉบับนี้มีคะแนนเต็มข้อละ 20 คะแนน โดยพิจารณาจากความถูกต้องในแต่ละขั้นตอนของการแก้โจทย์ปัญหาจากพฤติกรรมย่อยที่ทำให้เกิดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้
 - 1) การคิด/แปลงปัญหา ได้แก่
 - 1.1 สามารถระบุประเด็นปัญหา
 - 1.2 ทำสถานการณ์หรือปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่ายหรือแยกย่อยสถานการณ์เพื่อทำให้การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ง่ายขึ้น
 - 1.3 ระบุตัวแปรที่สำคัญ
 - 1.4 ให้เหตุผลสำหรับการระบุประเด็น
 - 2) การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ได้แก่
 - 2.1 คิดและนำกลยุทธ์ในการหาวิธีแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไปใช้
 - 2.2 นำกฎเกณฑ์ ขั้นตอน วิธีการ กระบวนการที่หลากหลายและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา
 - 2.3 ให้เหตุผลสำหรับกระบวนการและขั้นตอนที่ใช้ในการกำหนดผลลัพธ์หรือวิธีแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 3) การประเมินผล ได้แก่
 - 3.1 ตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ของสถานการณ์ปัญหา
 - 3.2 ประเมินความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีการแก้ปัญหาในการแก้ปัญหา
 - 3.3 อธิบายและให้เหตุผลว่า เหตุใดผลลัพธ์หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์จึงสมเหตุสมผลหรือไม่สมเหตุสมผลกับสถานการณ์ปัญหาและการให้คะแนนในแต่ละข้อนั้นจะยึดเกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นหลัก
4. ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 60 นาที

ชื่อ _____ ชั้น _____ เลขที่ _____

ข้อ 1 ผลบวกของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 15 ถ้าจำนวนหนึ่งน้อยกว่าอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 3 จงหาจำนวนสองจำนวนนั้น

วิธีทำ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจ

1. สิ่ง โจทย์กำหนดให้.....

.....

2. สิ่ง โจทย์ต้องการทราบ.....

ขั้นที่ 2 ขั้ววางแผนแก้ปัญหา

3. ให้นักเรียนกำหนดตัวแปรของข้อมูลจากสถานการณ์เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา

.....

.....

4. เพราะเหตุใดนักเรียนจึงเลือกข้อมูลดังกล่าวในการกำหนดเป็นตัวแปรในการแก้ปัญหา

.....

.....

5. ให้นักเรียนเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหา

.....

.....

ดังนั้น

9. นักเรียนคิดว่าผลลัพธ์ที่ได้มีความสมเหตุสมผลกับสถานการณ์ปัญหาหรือไม่ จงอธิบายพร้อมให้เหตุผลประกอบ

ข้อ 2 ในฟาร์มแห่งหนึ่งเลี้ยงไก่และหมู ซึ่งนับขาได้ 132 ขา และนับหัวได้ 49 หัว จงหาจำนวนของไก่และหมูว่ามีอย่างละเท่าใด

วิธีทำ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจ

1. สิ่งโจทย์กำหนดให้.....

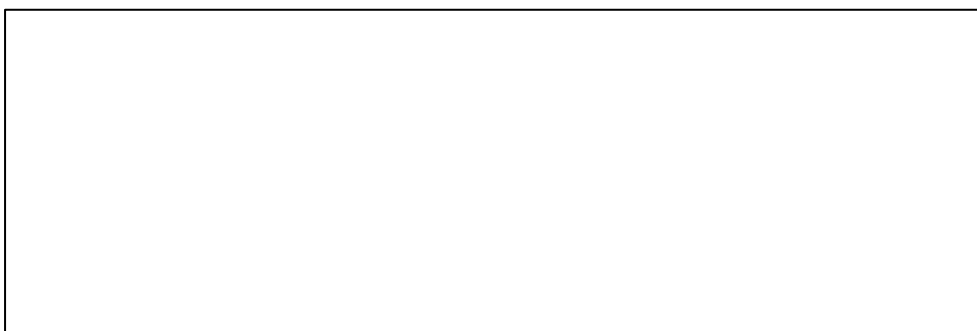
2. สิ่งโจทย์ต้องการทราบ.....

ขั้นที่ 2 ขั้ววางแผนแก้ปัญหา

3. ให้นักเรียนกำหนดตัวแปรของข้อมูลจากสถานการณ์เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา

4. เพราะเหตุใดนักเรียนจึงเลือกข้อมูลดังกล่าวในการกำหนดเป็นตัวแปรในการแก้ปัญหา

5. ให้นักเรียนเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหา



6. ให้นักเรียนเขียนสมการเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาตามแผน

7. ให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามแผน กระบวนการทางคณิตศาสตร์และดำเนินการ
แก้ปัญหาเพื่อหาผลลัพธ์

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบคำตอบ

8. ให้นักเรียนแสดงวิธีการตรวจคำตอบ

.....

.....

.....

ดังนั้น

9. นักเรียนคิดว่าผลลัพธ์ที่ได้มีความสมเหตุสมผลกับสถานการณ์ปัญหาหรือไม่ จงอธิบายพร้อมให้เหตุผลประกอบ

.....

.....

.....

ข้อ 3 สุปราณีวิ่งแข่งกับจารุวรรณโดยสุปราณีต่อระยะทางให้จารุวรรณ 30 เมตร เมื่อเริ่มออกวิ่งไปในทิศทางเดียวกันสุปราณีวิ่งตามจารุวรรณทันในเวลา 5 วินาที แต่ถ้าทั้งสองคนวิ่งเข้าหากัน โดยจารุวรรณเริ่มออกวิ่งที่จุดต่อระยะทางให้ทั้งสองคนจะชนกันในเวลา 3 วินาที จงหาอัตราเร็วในการวิ่งของสุปราณีและจารุวรรณ

วิธีทำ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจ

1. สิ่ง โจทย์กำหนดให้

.....

.....

.....

2. สิ่ง โจทย์ต้องการทราบ.....

.....

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

3. ให้นักเรียนกำหนดตัวแปรของข้อมูลจากสถานการณ์เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา

4. เพราะเหตุใดนักเรียนจึงเลือกข้อมูลดังกล่าวในการกำหนดเป็นตัวแปรในการแก้ปัญหา

5. ให้นักเรียนเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหา



ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบคำตอบ

8. ให้นักเรียนแสดงวิธีการตรวจคำตอบ

.....

.....

.....

.....

ดังนั้น

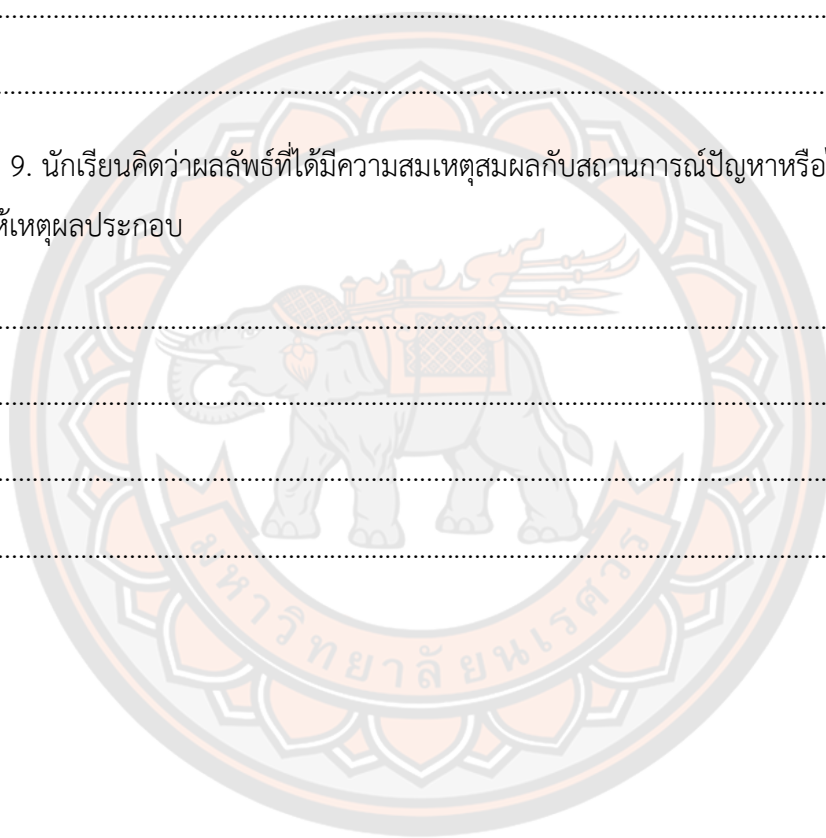
9. นักเรียนคิดว่าผลลัพธ์ที่ได้มีความสมเหตุสมผลกับสถานการณ์ปัญหาหรือไม่ จงอธิบาย
พร้อมให้เหตุผลประกอบ

.....

.....

.....

.....



ตัวอย่างแบบประเมินคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ฉบับหลังเรียน

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน)

รายวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ชื่อ _____ ชั้น _____ เลขที่ _____

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้ เป็นแบบวัดชนิดอัตนัยเพื่อศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 3 ข้อ

2. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบฉบับนี้ทุกข้อ ตอบคำถาม และแสดงวิธีหาคำตอบอย่างเต็มความสามารถ

3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ฉบับนี้มีคะแนนเต็มข้อละ 20 คะแนน โดยพิจารณาจากความถูกต้องในแต่ละขั้นตอนของการแก้โจทย์ปัญหาจากพฤติกรรมย่อยที่ทำให้เกิดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1) การคิด/แปลงปัญหา ได้แก่

1.1 สามารถระบุประเด็นปัญหา

1.2 ทำสถานการณ์หรือปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่ายหรือแยกย่อยสถานการณ์เพื่อทำให้การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ง่ายขึ้น

1.3 ระบุตัวแปรที่สำคัญ

1.4 ให้เหตุผลสำหรับการระบุประเด็น

2) การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ได้แก่

2.1 คิดและนำกลยุทธ์ในการหาวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปใช้

2.2 นำกฎเกณฑ์ ขั้นตอน วิธีการ กระบวนการที่หลากหลายและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา

2.3 ให้เหตุผลสำหรับกระบวนการและขั้นตอนที่ใช้ในการกำหนดผลลัพธ์หรือวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3) การประเมินผล ได้แก่

3.1 ตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ของสถานการณ์ปัญหา

3.2 ประเมินความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีการแก้ปัญหาในการแก้ปัญหา

3.3 อธิบายและให้เหตุผลว่า เหตุใดผลลัพธ์หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์จึงสมเหตุสมผลหรือไม่สมเหตุสมผลกับสถานการณ์ปัญหาและการให้คะแนนในแต่ละข้อนั้นจะยึดเกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นหลัก

4. ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 60 นาที

ชื่อ _____ ชั้น _____ เลขที่ _____

ข้อ 1 ถ้าผลต่างของจำนวนสองจำนวนเป็น 70 และสองเท่าของจำนวนที่มีค่ามาก เป็นสี่เท่าของจำนวนที่มีค่าน้อย จงหาจำนวนทั้งสอง

วิธีทำ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจ

1. สิ่งโจทย์กำหนดให้.....

2. สิ่งโจทย์ต้องการทราบ.....

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

3. ให้นักเรียนกำหนดตัวแปรของข้อมูลจากสถานการณ์เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา

4. เพราะเหตุใดนักเรียนจึงเลือกข้อมูลดังกล่าวในการกำหนดเป็นตัวแปรในการแก้ปัญหา

5. ให้นักเรียนเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหา



6. ให้นักเรียนเขียนสมการเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาตามแผน

7. ให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามแผน กระบวนการทางคณิตศาสตร์และดำเนินการ
แก้ปัญหาเพื่อหาผลลัพธ์

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบคำตอบ

8. ให้นักเรียนแสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ดังนั้น

9. นักเรียนคิดว่าผลลัพธ์ที่ได้มีความสมเหตุสมผลกับสถานการณ์ปัญหาหรือไม่ จงอธิบาย
พร้อมให้เหตุผลประกอบ

.....

.....

ข้อ 2 ออมและอ้อยซื้อสินค้าจากร้านสะดวกซื้อเอเอ็มมาร์ท ดังนี้

ออมซื้อนมสด 1 ขวด และไข่ไก่ 3 ก่อ่ง จ่ายเงิน 65 บาท

อ้อยซื้อนมสด 3 ขวด และไข่ไก่ 2 ก่อ่ง จ่ายเงิน 90 บาท

จงหาว่าออมและอ้อยซื้อนมสดขวดละเท่าไร และไข่ไก่ก่อก่อ่งละเท่าไร

วิธีทำ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจ

วิธีทำ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจ

1. สิ่งโจทย์กำหนดให้.....

.....

.....

.....

2. สิ่งโจทย์ต้องการทราบ.....

.....

ขั้นที่ 2 ขั้ววางแผนแก้ปัญห

3. ให้นักเรียนกำหนดตัวแปรของข้อมูลจากสถานการณ์เพื่อใช้ในการแก้ปัญห

.....

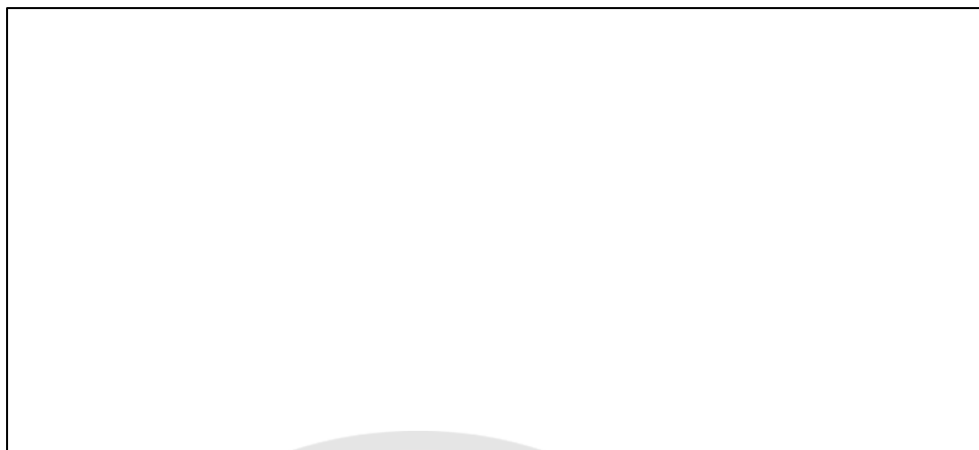
.....

4. เพราะเหตุใดนักเรียนจึงเลือกข้อมูลดังกล่าวในการกำหนดเป็นตัวแปรในการแก้ปัญห

.....

.....

5. ให้นักเรียนเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหา



6. ให้นักเรียนเขียนสมการเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาตามแผน

7. ให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามแผน กระบวนการทางคณิตศาสตร์และดำเนินการ
แก้ปัญหาเพื่อหาผลลัพธ์

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

8. ให้นักเรียนแสดงวิธีการตรวจคำตอบ

ดังนั้น

9. นักเรียนคิดว่าผลลัพธ์ที่ได้มีความสมเหตุสมผลกับสถานการณ์ปัญหาหรือไม่ จงอธิบาย
พร้อมให้เหตุผลประกอบ

.....

.....

.....

.....

ข้อ 3 วิถีขบวนรถจากตำบล ก และแนวขบวนรถจากตำบล ข ไปพบกันที่ห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่งซึ่งอยู่กึ่งกลางระหว่างตำบล ก และตำบล ข ถ้าวิถีขบวนรถด้วยอัตราเร็วมากกว่าแนว 24 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และใช้เวลาในการเดินทางเพียง 10 นาที ก็ถึงจุดนัดพบ ส่วนแนวไปถึงช้ากว่า 5 นาที จงหาว่าอัตราเร็วของขบวนรถทั้ง 2 คัน มีค่าเท่าใด และถ้าแนวเพิ่มอัตราเร็วจากเดิมอีก 18 กิโลเมตร ต่อชั่วโมง ใครจะถึงจุดนัดพบก่อนกัน

วิธีทำ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจ

1. สิ่งโจทย์กำหนดให้.....

.....

2. สิ่งโจทย์ต้องการทราบ.....

.....

ขั้นที่ 2 ขั้ววางแผนแก้ปัญหา

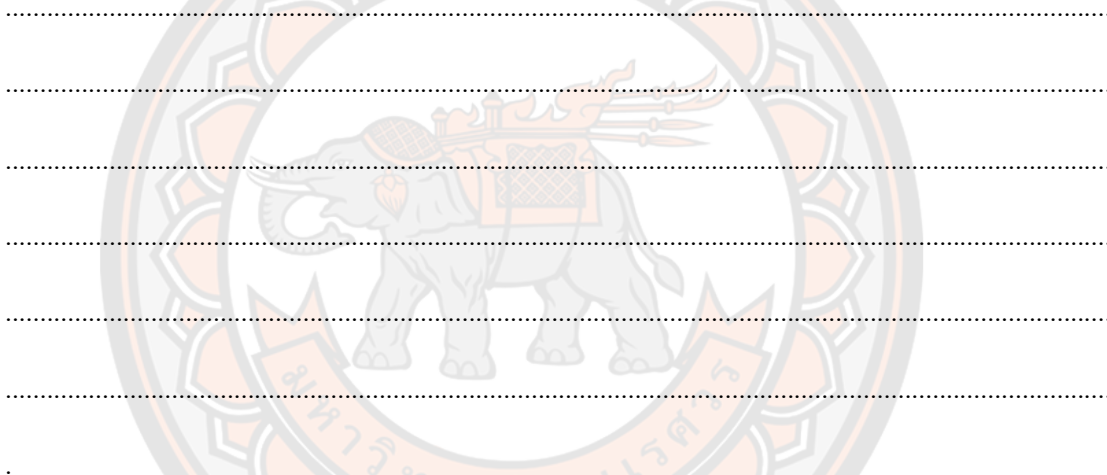
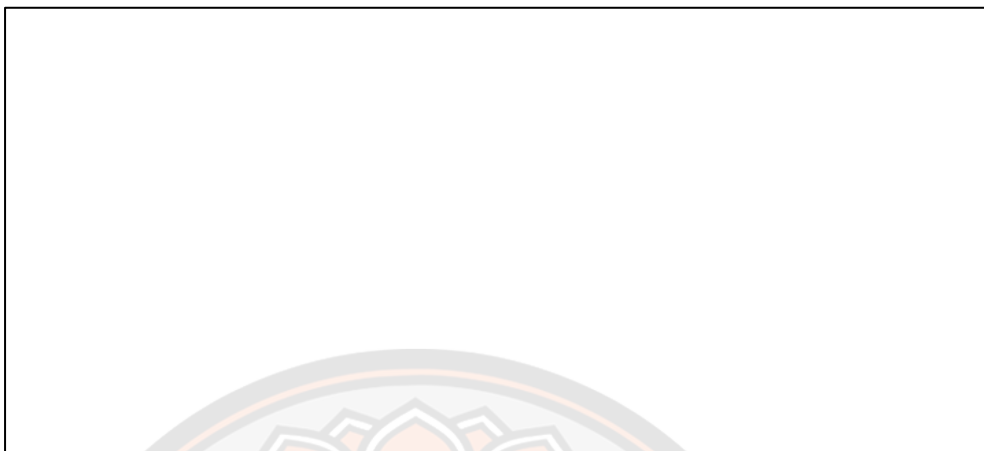
3. ให้นักเรียนกำหนดตัวแปรของข้อมูลจากสถานการณ์เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา

.....

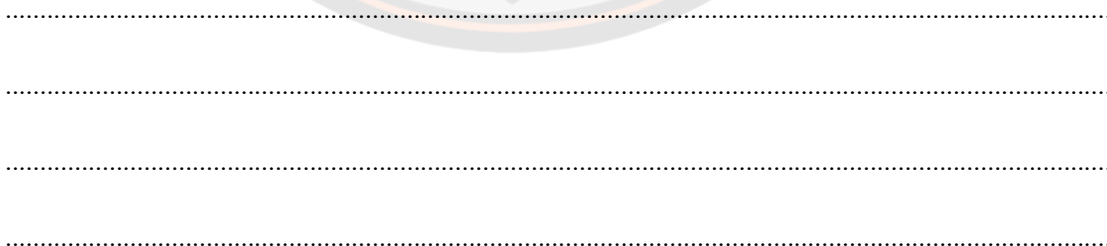
4. เพราะเหตุใดนักเรียนจึงเลือกข้อมูลดังกล่าวในการกำหนดเป็นตัวแปรในการแก้ปัญหา

.....

5. ให้นักเรียนเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหา



6. ให้นักเรียนเขียนสมการเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหา



ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาตามแผน

7. ให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามแผน กระบวนการทางคณิตศาสตร์และดำเนินการ
แก้ปัญหาเพื่อหาผลลัพธ์

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบคำตอบ

8. ให้นักเรียนแสดงวิธีการตรวจคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ดังนั้น

9. นักเรียนคิดว่าผลลัพธ์ที่ได้มีความสมเหตุสมผลกับสถานการณ์ปัญหาหรือไม่ จงอธิบาย
พร้อมให้เหตุผลประกอบ

.....

.....