

การศึกษาเชิงตัวเลขของถังกวนแร่โลหะ Numerical Study of Agitation of Metal Slurry

นายคุณานนต์ มิดาแก้ว รหัสนิสิต 59360587 นายพงศ์ศิริ กิจเจริญชีพชัย รหัสนิสิต 59363465 นางสาวพิชชารีย์ เอบศรี รหัสนิสิต 59363724

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร ปีการศึกษา 2562



# ใบรับรองโครงงาน

ชื่อหัวข้อโครงงาน	การศึกษาเชิงตัวเลขของถังกวนแร่โลหะ			
	Numerical Study	of Agitation	of Metal Sl <b>urry</b>	
ผู้ดำเนินโครงงาน	นายคุณานนต์	มิดาแก้ว	รหัสนิสิต 59 <b>360587</b>	
	นายพงศ์ศิริ	กิจเจริญชีพชัย	รหัสนิสิต 59363465	
	นางสาวพิชชารีย์	เอบศรี	รหัสนิสิต 59 <b>363724</b>	
ที่ปรึกษาโครงงาน	รศ.ดร.กุลยา กน	กจารุวิจิตร		
สาขาวิชา	วิศวกรรมเครื่องกล			
ภาควิชา	วิศวกรรมเครื่องกล			
ปีการศึกษา	2562			
1 1 1 2				

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร อนุมัติให้โครงงานวิจัยฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของ การศึกษาตามหลักสูตร วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเครื่องกล

**คณ**ะกรรมการสอบโครงงาน

หาง พี่ปรึกษาโครงงาน

(รศ.ดร.กุลยา กนกจารุวิจิตร)

Or. ....กรรมการ

(ผศ.ดร.อนันต์ชัย อยู่แก้ว) 21 A M.กรรมการ

(รศ.ดร.ปฐมศก วิไลพล)

ชื่อหัวข้อโครงงาน	การศึกษาเชิงตัวเลขของถังกวนแร่โลหะ			
ผู้ดำเนินโครงงาน	นายคุณานนต์	มิดาแก้ว	รหัสนิสิต	59360587
	นายพงศ์ศิริ	กิจเจริญชีพชัย	รหัสนิสิต	59363465
	นางสาวพิชชารีย์	เอบศรี	รหัสนิสิต	59363724
ที่ปรึกษาโครงงาน	รศ.ดร.กุลยา กน	กจารุวิจิตร		
สาขาวิชา	วิศวกรรมเครื่องกล			
ภาควิชา	วิศวกรรมเครื่องกล			
ปีการศึกษา	2562			

#### บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาเชิงตัวเลขของการกวนในถังกวน Slurry ของแรโลหะ และหารูปทรง เรขาคณิตที่เหมาะสมในการติดตั้งใบพัดภายในถังกวน เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพการกวนภายในถังกวน โดยอาศัยระเบียบวิธีทางไฟในต์เอลิเมนต์ในการคำนวณ กำหนดโดเมนการคำนวณของถังกวนแบบ สามมิติ เป็นการไหลแบบราบเรียบที่สภาวะคงที่ เป็นสารละลายเนื้อเดียว ค่าความหนาแน่นเท่ากับ 2600 kg/m<sup>3</sup> ที่ผนังของถังกวนไม่มีการลื่นไถล และแสดงผลลัพธ์ในรูปแบบของสัมประสิทธิ์ความเร็ว ( $\eta = V / (P/(pD_t^2))^{1/3}$ ) และอัตราเฉือน ( $\dot{\gamma}$ ) พบว่า ผลกระทบของความหนืดของ Slurry ที่ความ เข้มข้น 40, 50 และ 60% solids ไม่มีผลต่อค่าสัมประสิทธิ์ความเร็ว ส่วนอัตราเฉือนที่ความเข้มข้น 60 % solids ให้ค่าสูงที่สุด การติดตั้งใบพัดชนิด Narrow-Blade Hydrofoil และใบพัดชนิด Pitch-Blade Turbine พบว่า ใบพัดชนิด Narrow-Blade Hydrofoil ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเร็ว และอัตรา เฉือนสูงกว่าใบพัดชนิด Pitch-Blade Turbine กรณีที่ติดตั้ง Baffles และกรณีที่ไม่ติดตั้ง Baffles ไม่ มีผลต่อค่าสัมประสิทธิ์ความเร็ว ส่วนอัตราเฉือน กรณีที่ติดตั้ง Baffles และกรณีที่ไม่ติดตั้ง Baffles ไม่ เวิลานสูงกว่าใบพัดชนิด Pitch-Blade Turbine กรณีที่ติดตั้ง Baffles และกรณีที่ไม่ติดสั้ง Baffles ไม่ มผลต่อค่าสัมประสิทธิ์ความเร็ว ส่วนอัตราเฉือน กรณีที่ติดตั้ง Baffles และกรณีที่ไม่ติดตั้ง Baffles ไม่ เกิลางกวดบางระยะความสูงของการติดตั้งใบพัดที่วัดจากก้นถึงแบ่งเป็น 4 กรณี ได้แก่ 0.1, 1.3950, 2.0925 และ 3 m พบว่า ที่ระยะ 2.0925 m ซึ่งเป็นระยะกึ่งกลางถัง เป็นระยะที่ เหมาะสมกับการติดตั้งภายในถังที่สุด

Project Title	Numerical Study of Agitation of Metal Slurry		
Name	Kunanon	Midakaew	ID. 59360587
	Pongsiri	Kitcharoenchipchai	ID. 59363465
	Pichcharee	Ebsri	ID. 59363724
Project advisor	Assoc. Prof. D	r. Koonlaya Kanokjaruv	ʻijit
Major	Mechanical Er	ngineering	
Department	Mechanical Engineering		
Academic year	2562		

#### Abstract

The objectives of this research were to study the numerical agitation of metal slurry, and to study the appropriate geometry for installing an impeller on the inner side of the mechanically stirred tank in order to increase the agitating efficiency by using finite element methodology. The boundary conditions of the computational domain of the tank were steady-state laminar flow, the homogenous slurry, no-slip condition at all surfaces. The slurry of viscosities of 40, 50 and 60% solids are used. The results are presented in terms of velocity coefficient (  $\eta =$  V / (P/ ( $\rho D_{_{+}}^{^{2}}$ ))<sup>1/3</sup>) and shear rate ( $\dot{\gamma}$ ). The results show that the viscosity of the slurry does not affect velocity coefficient, but influences the shear rate at consistency of 60 % solids led to the highest. The installation of a Narrow-blade hydrofoil and Pitch-blade turbine indicated that Narrow-blade hydrofoil led to a higher velocity coefficient and shear rate than Pitch-blade turbine. In case of the mechanically stirred tank with baffles and without baffles, they did not affect the velocity coefficient. However, the mechanically stirred tank with baffles was higher than the turbine without baffles in case of shear rate. Finally, the effect of low off-bottom impeller clearance divided into 4 cases: 0.1, 1.3950, 2.0925, and 3 m. Therefore, the result showed that the distance of 2.0925 m which was the middle-distance of the tank was the most appropriate distance for the internal installation.

## กิตติกรรมประกาศ

โครงงานฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความกรุณาจาก รองศาสตราจารย์ ดร.กุลยา กนกจารุวิจิตร ซึ่ง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาโครงงาน ที่ได้ให้ความรู้ คำแนะนำ เสนอแนวคิด ตรวจสอบแก้ไขข้อบกพร่อง ต่าง ๆ ด้วยความเอาใจใส่จนโครงงานเล่มนี้เสร็จสมบูรณ์ ผู้ศึกษาจึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณกรรมการสอบ รองศาสตราจารย์ ดร.ปฐมศก วิไลพล และ ผู้ช่วย ศาสตราจารย์ ดร.อนันต์ชัย อยู่แก้ว ที่ได้ให้ความรู้ คำแนะนำและแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆของโครงงาน

สุดท้ายนี้ผู้ศึกษาขอขอบพระคุณครอบครัว เพื่อนๆ และบุคคลอีกหลายท่านที่ไม่อาจจะ กล่าวถึงได้ทั้งหมด ที่ให้โอกาสทางการศึกษา ให้ความช่วยเหลือ ให้คำแนะนำและคอยให้กำลังใจผู้ ศึกษาเสมอมา ผู้ศึกษาใคร่ขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้



คณะผู้จัดทำโครงงาน

# สารบัญ

ใบรับรองโครงงาน	ก
บทคัดย่อ	ข
Abstract	ନ
กิตติกรรมประกาศ	٩
สารบัญ	ବ
สารบัญตาราง	ฉ
สารบัญรูป	গ
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ที่มาและความสำคัญของโครงงาน	1
1.2 วัตถุประสงค์	1
1.3 ขอบเขตของโครงงาน	1
1.4 ขั้นตอนการดำเนินงาน	2
1.5 ผลที่คาดว่าจะได้รับ	8
1.6 รายระเอียดงบประมาณตลอดโครงการ	8
<b>บทที่ 2 ท</b> ฤษฎีและวรรณกรรมปริทัศน์	9
2.1 ทฤษฎี	9
2.1.1 ของไหลนิวทอเนียน (Newtonian Fluid)	9
2.1.2 ของไหลนอนนิวทอเนียน (Non-Newtonian Fluid)	9
2.1.3 การกวน (Agitation)	12
2.1.4 สมการที่เกี่ยวข้อง (Governing Equations)	18
2.2 วรรณกรรมปริทัศน์	19

# สารบัญ (ต่อ)

บทที่ 3 ขั้นตอนการคำนวณ	26
3.1 โดเมนการคำนวณ (Computational Domain)	27
3.2 สมการสำหรับการไหล (Governing Equations)	29
3.3 การสร้างเมช	31
3.3.1 ขั้นตอนในการสร้างเมช	31
3.3.2 ผลกระทบของความหนาแน่นของเมชที่มีต่อคำตอบ	32
3.4 การเปรียบเทียบผลการคำนวณกับผลการทดลอง (Validation)	34
บทที่ 4 ผลการคำนวณ	36
4.1 ผลกระทบของความหนีดของ Slurry	36
4.2 การเปรียบเทียบชนิดของใบพัด	38
4.3 ผลกระทบของการติดตั้ง Baffles และไม่ติดตั้ง Baffles	40
4.4 ผลกระทบของระยะการติดตั้งใบพัด	42
บทที่ 5 สรุปผลการทดลอง	44
เอกสารอ้างอิง	46

# สารบัญตาราง

ตารางที่	1.1	ขนาดของส่วนประกอบของถังกวนที่ใช้ในเหมืองแร่	2
ตารางที่	1.2	ขนาดของส่วนประกอบของถังกวนที่ปรับขนาดลง 1/4 เท่าจากขนาดจริง	2
ตารางที่	1.3	สมบัติของ Slurry ของแร่	3
ตารางที่	1.4	ความเร็วรอบการหมุนของแกนเพลา ในแต่ละช่วงความหนืดของ Slurry	3
ตารางที่	1.5	นิยามของตัวแปรไร้หน่วยสำหรับการกวน	4
ตารางที่	1.6	ขั้นตอนการดำเนินงาน	7
ตารางที่	2.1	อัตราส่วนของส่วนประกอบในถังกวน	12
ตารางที่	<b>2</b> .2	Power number ของใบพัด	19
ตารางที่	3.1	การเปรียบเทียบคำตอบเมื่อความหนาแน่นของเมชในโดเมนการคำนว <b>ณเปลี่ยนไป</b>	34



# สารบัญรูป

	หน้า
รูปที่ 1.1 ขั้นตอนการดำเนินงานของโครงงาน	5
รูปที่ 1.2 ส่วนประกอบของถังกวน	6
รูปที่ 2.1 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือน และอัตราเฉือนของของไหลนิวทอเนียน	9
รูปที่ 2.2 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือน และอัตราเฉือนของของไหล	11
รูปที่ 2.3 ถังกวน	12
รูปที่ 2.4 Propeller	13
รูปที่ 2.5 Paddle	13
รูปที่ 2.6 turbine	14
รูปที่ 2.7 Circulatory Flow	15
รูปที่ 2.8 Axial Flow	15
รูปที่ 2.9 Radial Flow	15
รูปที่ 2.10 โดเมนการคำนวณของ Liu และคณะ [10]	21
รูปที่ 2.11 ใบพัดที่ติดตั้งในถังกวน	21
รูปที่ 2.12 ตัวอย่างการติดตั้งของใบพัดของถังกวนทั้งสองถัง	22
รูปที่ 2.13 ผลของมุมของแกนเพลา	23
รูปที่ 2.14 พื้นที่ที่เป็นบริเวณหยุดนิ่ง	23
รูปที่ 3.1 ขั้นตอนในการคำนวณโจทย์ในการศึกษาเชิงตัวเลขของถังกวน	26
รูปที่ 3.2 ขนาดของถังกวน	27
รูปที่ 3.3 ชนิดของใบพัด	28
รูปที่ 3.4 โดเมนการคำนวณ	28
รูปที่ 3.5 Node ในพีระมิดไร้ระเบียบ	32
รูปที่ 3.6 การสร้างเมชที่ความหนาแน่นของเมชภายในถังกวนต่างกัน	33

# สารบัญรูป (ต่อ)

	หน้า
รูปที่ 3.7 การเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเร็วจากการคำนวณกับจากการทดลอง ของ Wu และคณะ[11] ที่ Reynolds Number ต่างๆ	35
รูปที่ 3.8 การเปรียบเทียบอัตราเฉือนที่บริเวณทางออกของใบพัดจากการคำนวณ กับการทดลองของ Wu และคณะ[13] ที่ Reynolds Number ต่างๆ	35
รูปที่ 4.1 ค่าสัมประสิทธิ์ความเร็วของใบพัด A310 ที่ความเข้มข้นต่างๆ เปรียบเทียบกับ Reynolds Number	37
ร <b>ูปที่ 4.2</b> ค่าอัตราเฉือนของใบพัด A310 ที่ความเข้มข้นต่างๆ เปรียบเทียบกับ Reynolds Number	37
ร <b>ูปที่ 4.3</b> ค่าสัมประสิทธิ์ความเร็วของใบพัดทั้ง 2 ชนิด เปรียบเทียบกับ Reynolds Number	39
ร <b>ูปที่ 4.4</b> ค่าอัตราเฉือนของใบพัดทั้ง 2 ชนิด เปรียบเทียบกับ Reynolds Number	39
รูปที่ 4.5 ค่าสัมประสิทธิ์ความเร็วจากการติดตั้งและไม่ติดตั้ง Baffles เปรียบเทียบกับ Reynolds Number	41
ร <b>ูปที่ 4.6</b> ค่าอัตราเฉือนจากการติดตั้งและไม่ติดตั้ง Baffles เปรียบเทียบกับ <b>Reynold</b> s Number	41
รูปที่ 4.7 ค่าสัมประสิทธิ์ความเร็วของระยะการติดตั้งใบพัด เปรียบเทียบที่ระยะความสูง ของถังจากกันถัง (m)	43
รูปที่ 4.8 ค่าอัตราเฉือนจากระยะการติดตั้งใบพัดจากก้นถังเปรียบเทียบกับ Reynolds Number	43

# บทที่ 1

### บทนำ

## 1.1 ที่มาและความสำคัญของโครงงาน

ปัจจุบันเหมืองแร่โลหะในประเทศไทยถูกระงับการปฏิบัติงานและในระหว่างนี้เหมืองจำเป็น ต้องมีการปรับปรุงและซ่อมบำรุงอุปกรณ์เพื่อให้พร้อมใช้งานอยู่เสมอ ถังกวนเป็นอุปกรณ์ที่ถูกใช้ใน กระบวนการชะละลายด้วยไซยาไนด์ [1] ซึ่งเป็นขั้นตอนหนึ่งในการผลิตทองคำ ในขั้นตอนการกวน ใบพัดภายในถังกวนมีผลต่อประสิทธิภาพของการกวนสารภายในถัง การวิเคราะห์ วางแผนปรับปรุง ถังกวน เพื่อเพิ่มความเร็ว อัตราเฉือน และลดการเกิดบริเวณหยุดนิ่ง (Stagnant Zone) ภายในถัง กวน ทำให้เกิดการกวนอย่างทั่วถึงภายในถังโดยใช้กำลังเท่าเดิม เป็นการเพิ่มประสิทธิภาพการทำงาน ของถังกวน โครงงานนี้เป็นการศึกษาแนวโน้มการเพิ่มประสิทธิภาพการกวนภายในถังกวนแร่โลหะ โดยพิจารณาจากชนิดของใบพัด ระยะการติดตั้งใบพัด การติดตั้ง Baffles และไม่ติดตั้ง Baffles ภายในถังกวน

#### 1.2 วัตถุประสงค์ของโครงงาน

- 1.2.1 ศึกษาเชิงตัวเลขของการกวน (Agitation) ในถังกวน Slurry ของแร่โ**ลหะ**
- 1.2.2 หารูปทรงเรขาคณิตที่เหมาะสมในการติดตั้งใบพัดในถังกวน Slurry ของแร่โลหะ

#### 1.3 ขอบเขตของโครงงาน

- 1.3.1 สภาวะคงที่ (Steady State)
- 1.3.2 กำหนดให้เป็นสารละลายเนื้อเดียว (Homogeneous)

1.3.3 ความหนืดเป็นไปตามข้อมูลของเหมืองแร่ [1] : ค่าเฉลี่ยของความหนืดที่ความเข้มข้น 40%, 50% และ 60% solids เป็น 0.185, 0.725 และ 3.15 Pa.s ตามลำดับ

1.3.4 ความหนาแน่นของ Slurry ภายในถังกวนมีค่าคงที่เท่ากับ 2600 kg/m<sup>3</sup> ซึ่งคิดจาก ความหนาแน่นเฉลี่ย จากข้อมูลเหมืองแร่ [1] 1.3.5 ใบพัดที่ทำการทดสอบได้แก่ A310 (Narrow-Blade Hydrofoil) และ Pitched-Blade Turbine

1.3.6 ที่ถังกวนมีการติดตั้ง Baffles และไม่มีการติดตั้ง Baffles

1.3.7 เลข Reynolds อยู่ระหว่าง 50 ถึง 500 และเป็นการไหลแบบราบเรียบ (Laminar flow)

## 1.4 ขั้นตอนการดำเนินงาน

รูปที่ 1.1 แสดงขั้นตอนการดำเนินงานของโครงงาน โดยเริ่มจากการศึกษาหลักการและ ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องและจัดทำวรรณกรรมปริทัศน์ สร้างโดเมนการคำนวณซึ่งพิจารณาเป็น 3 มิติ ใน ระบบพิกัด (x, y, z) เนื่องจากขนาดของส่วนประกอบของถังกวนของจริงที่ใช้ในเหมือง (ดังแสดงใน ตารางที่ 1.1) มีขนาดใหญ่มาก เราจึงต้องปรับขนาดให้เล็กลงเป็น 1/4 เท่าของของจริงเพื่อความ เหมาะสมกับ Lab scale และการคำนวณเชิงตัวเลขโดยยังคงเป็นไปตามอัตราส่วนด้านล่างของตาราง ที่ 1.1 และสามารถคำนวณขนาดต่าง ๆ ในถังกวนดังตารางที่ 1.2 โดยที่สัญลักษณ์ต่าง ๆ แสดง รายละเอียดในรูปที่ 1.2

ตารางที่ 1.1 ขนาดของส่วนประกอบของถังกวนที่ใช้ในเหมืองแร่ [1]

ส่วนประกอบ	Dt	Da	Н		J
ขนาด (m)	15	4.81	16.74	14.13	1.14

อัตราส่วน	D <sub>a</sub> /D <sub>t</sub>	H/D <sub>t</sub>	J/D <sub>t</sub>	E/D <sub>t</sub>	W/D <sub>a</sub> *	L/D <sub>a</sub> *
ค่า	0.321	1.116	0.076	0.327	0.2	0.25

หมายเหตุ \* หมายถึง ค่าที่ใช้โดยทั่วไป (McCabe และคณะ [2])

ตารางที่ 1.2 ขนาดของส่วนประกอบของถังกวนที่ปรับขนาดลง 1/4 เท่าจากขนาดจริง

ส่วนประกอบ	Dt	Da	Н	С	J
ขนาด (m)	3.75	1.203	4.185	3.533	0.285

สมบัติของ Slurry ของแร่ทองคำได้มาจากการสอบถามวิศวกรที่ดูแลการทำงานของถังกวนดังแสดงใน ตารางที่ 1.3 ในโครงงานนี้เราจะใช้ค่าเฉลี่ยของความหนาแน่นซึ่งเท่ากับ 2600 kg/m<sup>3</sup> และค่าเฉลี่ย ของความหนืดที่ความเข้มข้น 40, 50 และ 60% solids เป็น 0.185, 0.725 และ 3.15 Pa.s ตามลำดับ

ตารางที่ 1.3 สมบัติของ Slurry ของแร่ [1]

สมบัติ	ค่าเชิงตัวเลข
ความหนาแน่น (kg/m³)	2560 - 2640
<b>ความหน</b> ึด (μ) , Pa.s	
<b>ความหนึ</b> ดแร่ที่ 40% solids, อัตราเฉือน 4.2 s <sup>-1</sup>	0.1 - 0.27
<b>ความหนึ</b> ดแร่ที่ 50% solids, อัตราเฉือน 4.2 s <sup>-1</sup>	0.35 – 1.1
<b>ความหนึ</b> ดแร่ที่ 60% solids, อัตราเฉือน 4.2 s <sup>-1</sup>	1 - 5.3

สำหรับสมการที่เกี่ยวข้อง (Governing Equations) กับการคำนวณสำหรับถังกวนได้แก่ Continuity Equation และ Momentum Equation ในระบบพิกัด (x, y, z) โดยมีสภาวะขอบเขต ดังนี้ ที่ผนังของถังกวนเป็น No-Slip Condition และกำหนดความเร็วรอบการหมุนของแกนเพลา เพื่อให้ได้ค่าเลข Reynolds อยู่ระหว่าง 50 ถึง 500 แสดงในตารางที่ 1.4

ตารางที่ 1.4 ความเร็วรอบการหมุนของแกนเพลา ในแต่ละช่วงความหนืดของ Slurry

<b>Reynol</b> ds number	N (rps)						
	ที่ 40 % Solids	ที่ 50 % Solids	พี่ 60 % Solids				
50	0.0025	0.0096	0.0419				
100	0.0049	0.0193	0.0837				
200	0.0098	0.0385	0.1674				
300	0.0147	0.0578	0.2511				
400	0.0197	0.0771	0.3349				
500	0.0246	0.0963	0.4186				

จากนั้นทำการสร้างเมชภายในโดเมนการคำนวณด้วย Delaunay Algorithm โดยอาศัย โปรแกรมเชิงพาณิชย์ COMSOL ซึ่งใช้ระเบียบวิธีทางไฟในต์เอลิเมนต์ในการคำนวณหาคำตอบในรูป ขององค์ประกอบความเร็ว u, v, w จากนั้นเราจะสามารถคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ความเร็ว (Velocity Coefficient,  $\eta$ ) และค่าอัตราเฉือน (Shear Rate,  $\tau$ ) สุดท้ายเราจะคำนวณเลขไร้หน่วย และหาความสัมพันธ์ระหว่าง Power Number (N<sub>p</sub>) กับ Reynolds Number (N<sub>Re</sub>) โดยนิยามของ เลขไร้หน่วยที่เกี่ยวข้องกับการกวน แสดงในตารางที่ 1.5

ตารางที่ 1.5 นิยามของตัวแปรไร้หน่วยสำหรับการกวน

เลขไร้หน่วย	ນີຍາມ
Reynolds Number, N <sub>Re</sub>	$N_{Re} \equiv \frac{\rho D_a^2 N}{\mu}$
Flow Number, N <sub>Q</sub>	$N_{Q} \equiv \frac{Q}{ND_{a}^{3}}$
Froude Number, N <sub>Fr</sub>	$N_{Fr} \equiv \frac{N^2 D_a}{g}$
Power Number, N <sub>p</sub>	$N_{p} \equiv \frac{P}{N^{3} D_{a}^{5} \rho}$

**โดยที่** ρ คือ ความหนาแน่นของของเหลว (kg/m³)

- D<sub>a</sub> คือ เส้นผ่านศูนย์กลางของใบพัด (m)
- N คือ ความเร็วรอบของการหมุน (rps)
- μ คือ ความหนืดพลวัตของของไหล (Pa.s)
- Q คือ อัตราการไหล (m³/s)
- g คือ ความเร่งโน้มถ่วงของโลก (m/s²)
- P คือ กำลัง (W)



# รูปที่ 1.1 ขั้นตอนการดำเนินงานของโครงงาน



# **ตารางที่ 1.6** ขั้นตอนการดำเนินงาน

กิจกรรม	2562						2563		
	ก.ค.	ส.ค.	ก.ย.	ଡ଼.ค.	<b></b>	ธ.ค.	ม.ค.	ก.พ.	มี.ค.
1. ศึกษาหลักการและทฤษฎีที่									
เกี่ยวข้องและจัดทำวรรณกรรม									
ปริทัศน์									
2. สร้างโดเมนการคำนวณของถัง									
กวนในระบบพิกัด (x, y, z)									
2.1 หาสมการที่เกี่ยวข้องกับการ									
คำนวณ									
2.2 กำหนดขนาดต่างๆที่ใช้ใน	ar	D							
แบบจำลอง	M	X	D						
2.3 กำหนดสภาวะขอบเขต			~	Jh)					
3. สร้างเมชภายในโดเมน	-191	ac I	2						
3.1 ตรวจสอบผลของความ		See A	1.5k		5				
หนาแน่นของเมชที่มีต่อคำตอบ				F	$\mathbb{Z}$				
3.2 <b>เลื</b> อกความหนาแน่นของเมช		1	ß	E	么				
<b>เพื่อใช้ใน</b> การคำนวณ	YT	17	NN	11	$\mathbb{X}$				
<ol> <li>4. การตรวจสอบความถูกต้องของ</li> </ol>	62	603 8	ast	Jk	«II				
คำตอบ (Validation) ด้วยการ			12		۳//				
<b>เปรียบเท</b> ียบผลลัพธ์กับผลจาก	010	- 191	5%	AT I	1				
วรรณกรรม	ยาล	180		JP/					
5. <b>ศึกษา</b> แนวโน้มการเพิ่ม	仄	不	J						
<b>ประสิทธิ</b> ภาพของถังกวน	99	~							
5.1 <b>ศึ</b> กษาผลกระทบของความ									
หนืดของ Slurry									
5.1 ศึกษาเปรียบเทียบชนิดของ									
ใบพัด									
5.2 ศึกษาผลกระทบของการติดตั้ง									
Baffles และไม่ติดตั้ง Baffles									
5.3 ศึกษาผลกระทบของระยะการ									
ติดตั้งใบพัด									
6. สรุปผลการวิจัย									
7. จัดทำรูปเล่มปริญญานิพนธ์									

## 1.5 ผลที่คาดว่าจะได้รับ

เพื่อเป็นข้อมูลในการพิจารณาวางแผนปรับปรุงประสิทธิภาพถังกวนและเลือกใช้ใบพัดภายใน ถังกวนแร่โลหะได้อย่างเหมาะสม

## 1.6 รายละเอียดงบประมาณตลอดโครงการ

## 1.6.1 จัดทำรูปเล่ม 1,000 บาท

1.6.2 กระดาษ 1,000 บาท



# บทที่ 2

# ทฤษฎีและวรรณกรรมปริทัศน์

## 2.1 ทฤษฎี

#### 2.1.1 ของไหลนิวทอเนียน (Newtonian Fluid)

ของไหลนิวทอเนียน (Newtonian Fluid) คือ ของไหลที่มีความสัมพันธ์ระหว่าง ความเค้นเฉือน (Shear Stress) กับอัตราเฉือน (Shear Rate) เป็นเส้นตรง เส้นกราฟเริ่มต้นที่จุด กำเนิด (0,0) และค่าความชั้นของเส้นกราฟ คือ ความหนืดพลวัต หรือความหนืดปรากฏ (μ) ซึ่ง เป็นไปตามหลักของนิวตันดังแสดงในรูปที่ 2.1 ค่าความหนืดของของไหลนิวทอเนียนจะคงที่ ของไหล ประเภทนี้เป็นของเหลวที่เป็นเนื้อเดียว ไม่มีอนุภาคแขวนลอย



รูปที่ 2.1 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือน และอัตราเฉือนของของไหลนิวทอเนียน [3]

## 2.1.2 ของไหลนอนนิวทอเนียน (Non-Newtonian Fluid)

ของไหลนอนนิวทอเนียน (Non-Newtonian Fluid) คือ ของไหลที่ไม่เป็นไปตามกฏ ของไหลนิวทอเนียน สามารถแบ่งออกเป็น 3 ประเภท ดังแสดงในรูปที่ 2.2 โดยมีรายละเอียดดังนี้ 2.1.2.1 ของไหลประเภทที่ไม่ขึ้นกับเวลา (Time-Independent Fluid) ค่าความ หนืดของของไหลนี้จะขึ้นอยู่กับความเค้นเฉือนและอัตราเฉือน แต่จะไม่ขึ้นอยู่กับระยะเวลาที่ของไหล ได้รับความเค้นเฉือน แบ่งออกเป็น 4 ประเภท ดังนี้

 ก. Pseudoplastic Fluids หรือ Shear - Thinning เป็นของไหลที่มีค่าความหนืด ลดลงเมื่ออัตราเฉือนเพิ่มขึ้น ซึ่งของไหลนอนนิวทอเนียนโดยมากมักจะไหลในลักษณะนี้ ยกตัวอย่าง เช่น นม มายองเนส มัสตาด และเลือด เป็นต้น

$$\tau = \kappa \left(\frac{du}{dy}\right)^n$$
; (n<1) (2.1)

เมื่อ K คือ Consistency Index

n คือ ค่าดัชนีการไหล (Flow Behavior Index)

 บไลtant Fluids หรือ Shear - Thickening เป็นของใหลที่มีค่าความหนืดเพิ่มขึ้น เมื่ออัตราเฉือนเพิ่มขึ้น ลักษณะของการใหลประเภทนี้พบเห็นได้ยากกว่าประเภท Pseudoplastic ของใหลประเภทนี้จะพบเห็นได้ในของใหลหรืออาหารที่มีตะกอนเป็นชั้น ยกตัวอย่างเช่น น้ำแป้ง ข้าวโพด เป็นต้น

$$\tau = \kappa \left(\frac{du}{dy}\right)^n \quad ; (n>1) \tag{2.2}$$

เมื่อ K คือ Consistency Index n คือ ค่าดัชนีการไหล (Flow Behavior Index)

ค. Bingham Fluids มีพฤติกรรมเหมือนของแข็งในระยะเริ่มต้น เมื่อถูกความเค้น
 เฉือนกระทำจนกระทั่งถึงจุดคราก (Yield Stress) จะเปลี่ยนสมบัติคล้ายของไหลนิวทอเนียน
 ยกตัวอย่างเช่น ช็อกโกแลต ขี้ตั้ง สบู่ และยาสีฟัน เป็นต้น

$$\tau = \tau_{0} + \mu \left(\frac{du}{dy}\right)$$
 (2.3)

เมื่อ

 $au_{_0}$  คือ ความเค้นเฉือนที่จุดคราก (Yield Stress)

μ คือ ความหนืดพลวัตของของไหล (Pa.s)

ง. Plastic Fluids มีพฤติกรรมเหมือนของแข็งในระยะเริ่มต้น เมื่อถูกความเค้นเฉือน กระทำจนกระทั่งถึงจุดคราก (Yield Stress) ของไหลก็จะมีพฤติกรรมการไหลคล้ายกับ Pseudoplastic Fluids ยกตัวอย่างเช่น ซอสมะเขือเทศ และดินเหนียว

$$\tau = \tau_{o} + \mu \left(\frac{du}{dy}\right)$$
(2.4)

เมื่อ  $au_{_0}$  คือ ความเค้นเฉือนที่จุดคราก (Yield Stress)

μ คือ ความหนืดพลวัตของของไหล (Pa.s)



ร**ูปที่ 2.2** ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือน และอัตราเฉือนของของไหล [4]

2.1.2.2 ของไหลประเภทขึ้นกับเวลา (Time-dependent Fluid) ค่าความหนืดของ ของไหลนี้นอกจากจะขึ้นอยู่กับค่าความเค้นเฉือน และอัตราเฉือนแล้วยังขึ้นอยู่กับระยะเวลาที่ของไหล ได้รับความเค้นเฉือน แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

n. Rheopectic Fluids เป็นของไหลที่มีความหนืดเพิ่มขึ้นตามระยะเวลา ที่ให้ความ เค้นเฉือนอย่างต่อเนื่อง ลักษณะการไหลประเภทนี้ค่อนข้างพบได้ยาก

ข. Thixotropic Fluids เป็นของไหลที่มีความหนืดลดลงตามระยะเวลาที่ให้ความ เค้นเฉือนอย่างต่อเนื่อง ลักษณะการไหลประเภทนี้พบในประเภทน้ำหมึกสำหรับเครื่องพิมพ์ขนาดใหญ่

2.1.2.3 ของไหลประเภทยึดหยุ่นตัว (Viscoelastic Fluids) ของไหลชนิดนี้จะให้ สมบัติที่มีทั้งการยืดหยุ่น (Elastic) และมีความหนืด (Viscous) ในระหว่างการไหลจะมีการ เปลี่ยนแปลงรูปร่างในลักษณะยืดหยุ่นตัวเองได ตัวอย่างเช่น แป้งเปียก เป็นต้น

#### 2.1.3 การกวน (Agitation)

#### 2.1.3.1 ถังกวนและใบพัด

#### ถังกวน

ถังที่ใช้เป็นภาชนะบรรจุของเหลวที่ต้องการกวน มักจะเป็นถังทรงกระบอก ก้นถังมัก มีลักษณะโค้งมนเพื่อลด Stagnant Zone ด้านบนอาจเปิดสู่บรรยากาศ ขนาดของถังกวนแตกต่างกัน ขึ้นอยู่กับรูปแบบการกวนที่ต้องการ ดังแสดงในรูปที่ 2.3 ดังแสดงในรูปที่ 2.3



ในการออกแบบถังกวนนั้น ผู้ออกแบบต้องการออกแบบให้ทำงานได้ตาม วัตถุประสงค์ ตัวแปรในการออกแบบนี้มีผลต่อปัจจัยหลายอย่าง เช่น รูปแบบความเร็วของการไหล กำลังที่ต้องการใช้ในการกวน ในทางปฏิบัติได้กำหนดแบบมาตรฐานไว้เพื่อใช้ในการออกแบบถังกวน ให้ได้มาตรฐานแสดงได้โดยตารางที่ 2.1

ตารางที	2.1	อัตรา	าส่วนขอ	เงส่วนเ	ไระกอบ	ในถังกวน	(McCabe	และคณะ	[2]
---------	-----	-------	---------	---------	--------	----------	---------	--------	-----

อัตราส่วน	$D_a/D_t$	H/D <sub>t</sub>	J/D <sub>t</sub>	E/D <sub>t</sub>	W/D <sub>a</sub>	L/D <sub>a</sub>
ค่า	<u>1</u> 3	1	1 12	$\frac{1}{3}$	<u>1</u> 5	$\frac{1}{4}$

#### ใบพัด

Impeller ของถังกวนแบ่งออกเป็น 3 ประเภทดังนี้

 Propeller เป็นใบกวนที่มีการไหลในแนวแกนเหมาะที่จะใช้ใบกวนความเร็วสูง สำหรับใช้ในการกวนของเหลวที่มีความหนืดต่ำ (ไม่เกิน 3 Pa.s) ใบพัด Propeller ขนาดเล็กจะใช้ ความเร็วของมอเตอร์ประมาณ 1,150 ถึง 1,750 รอบต่อนาที ถ้าใบพัดขนาดใหญ่ขึ้นขนาดของ ความเร็วของมอเตอร์จะลดลงประมาณ 400 ถึง 800 รอบต่อนาที ตัวอย่างของใบพัดชนิดนี้แสดงใน รูปที่ 2.4

รูปที่ 2.4 Propeller [5]

2. Paddle ใบพัดชนิดนี้ใช้กวนของเหลวที่ต้องการความเร็วในการกวนต่ำหรือปาน กลาง ลักษณะใบพัดคล้ายใบพาย ส่วนมากจะมีใบพัด 2 ใบหรือ 4 ใบ ใบพัดมีทั้งแบบลาดเอียงหรือตั้ง ตรง (ส่วนมากจะเป็นแบบตั้งตรง) ใบพัดชนิดนี้ให้กระแสการกวนแบบการไหลในแนวรัศมีเป็นส่วน ใหญ่แทบจะไม่มีกระแสการกวนแบบในแนวตั้งตรง ยกเว้นใบพัดมีมุมที่เอียงจะทำให้เกิดกระแสการ กวนในแนวตั้งตรง ใบพัดชนิดนี้ใช้กับของเหลวที่มีค่าความหนืดค่อนข้างสูง และสารที่มีความเหนียว



**รูปที่ 2.5** Paddle [6]

3. Turbine มีลักษณะคล้ายการนำใบพายสั้นๆหลายตัวมาติดตั้งบนแกนของใบพัดที่ มีตำแหน่งเดียวกัน โดยที่ตัวใบ (Blade) อาจมีลักษณะตรงหรือโค้งงอ เส้นผ่านศูนย์กลางของใบพัด ของชนิดนี้เล็กกว่า Paddle โดยมีขนาด 30 ถึง 50 เปอร์เซ็นต์ของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของถังกวน ปกติใบพัดชนิดนี้จะมีใบ 4 ถึง 6 ใบ ติดอยู่บนแกนในตำแหน่งเดียวกัน ใบพัดชนิดนี้ใช้กับของเหลวที่มี ความหนืดต่ำ (น้อยกว่า 100 Pa.s) และสร้างการไหลแบบในแนวรัศมีหรือในแนวสัมผัส กระแสการ ไหลแบบนี้อาจทำให้เกิดการไหลวนซึ่งไม่ดีต่อการผสม ดังนั้นจึงจำเป็นต้องใช้ Baffle เพื่อช่วยให้ ของเหลวผสมกันได้ดีขึ้น

ร**ูปที่ 2.6** turbine [7]

#### 2.1.3.2 รูปแบบการไหลภายในถังกวน

รูปแบบการไหลภายในถังกวนขึ้นอยู่กับประเภทของ Impeller ลักษณะเฉพาะของ ของไหล ขนาดและอัตราส่วนต่าง ๆ ของถังกวน Baffles และชุดใบกวน เนื่องจากความเร็วแต่ละจุด ของของไหลในถังกวนมี 3 องค์ประกอบ ได้แก่ (1) ทิศ × (2) ทิศ y และ (3) ทิศ z สำหรับการทำงาน ทั่วไปของถังกวน และองค์ประกอบความเร็ว u, v และ w

ก. Circulatory Flow การไหลแบบหมุนวน โดยใบพัดจะสร้างความเร็วที่มีแรงพุ่ง ไปที่ผนังของถังกวน การไหลแบบหมุนสามารถทำลายความตึงผิวของส่วนผสมโดยการสร้างกระแสวน ดังแสดงในรูปที่ 2.7 กรณีที่มีของแข็งในกระแสการไหลแบบหมุนวนจะเหวี่ยงของแข็งออกไปด้านนอก แกน และ กระแสแบบ Circulatory Flow นั้นจะเกิดจากการใช้ Pitched-Blade Turbine หรือ Propeller



ร**ูปที่ 2.7** Circulatory Flow [8]

 a. Axial Flow การไหลตามแนวแกน เมื่อใบพัดหมุนแรงต่อเนื่องของใบพัดที่ เคลื่อนที่นั้นจะดันของเหลวจากข้างล่างถังไปที่ด้านข้างของถัง และจากนั้นก็เริ่มหมุนวนใหม่เมื่อใบพัด หมุนดึงของเหลวจากด้านบน ดังแสดงในรูปที่ 2.8 กระแสแบบ Axial Flow นั้นเกิดได้จาก Pitched-Blade Turbines with 45° Down-Thrusting Blades และ การติดตั้ง Baffle ให้ตั้งฉากกับผนังของ ถังกวนยังสามารถช่วยให้เกิดการไหลแบบ Axial flow อีกด้วย



ค. Radial Flow การไหลในแนวรัศมี ใบพัดสร้างความเร็วที่มีแรงพุ่งไปที่ผนังของถัง
 กวน ให้แรงเฉือนสูง ดังแสดงในรูปที่ 2.9 กระแสแบบ Radial Flow นั้นจะเกิดจากการใช้ใบพัดแบบ
 Paddle หรือ Flat-Blade Turbines และกระแสแบบ Radial Flow สามารถเกิดได้โดยติดตั้ง
 แกนเพลาให้ไม่อยู่ตรงจุดศูนย์กลางของถังกวนและมีการเอียงแกนเพลาให้ไม่ตั้งฉากกับก้นของถังกวน



**รูปที่ 2.9** Radial Flow [8]

#### 2.1.3.3 ตัวแปรไร้หน่วยที่เกี่ยวข้องกับการกวน

การทำงานที่มีประสิทธิภาพภายในถังกวน ของไหลที่ถูกกวนด้วยใบพัดจะต้องมี ปริมาตรมากพอที่จะกวาดไปทั่วทั้งถังในระยะเวลาที่นานพอ นอกจากนี้ความเร็วของกระแสของ ของเหลวที่ออกจากใบพัดต้องมากพอที่จะพากระแสให้ไปถึงส่วนที่ไกลที่สุดของถัง ความสัมพันธ์ ระหว่างกำลัง กับตัวแปรอื่น ๆ ในระบบ ได้แก่ เส้นผ่านศูนย์กลางของถังกวน (D<sub>t</sub>) เส้นผ่านศูนย์กลาง ของใบพัด (D<sub>a</sub>) ระยะห่างของใบพัดจากก้นถัง (E) ความลึกของของเหลว (H) ความหนืด (**μ**) ความ หนาแน่น (**ρ**) ความเร็วรอบ (N) และความเร่งโน้มถ่วงของโลก (g) ดังสมการที่ 2.5

$$P = f(N, D_a, g, \mu, \rho)$$
 (2.5)

เมื่อ P คือ กำลัง (W)

N คือ ความเร็วรอบของการหมุน (rps)

- D<sub>a</sub> คือ เส้นผ่านศูนย์กลางของใบพัด (m)
- g คือ ความเร่งโน้มถ่วงของโลก (m/s²)
- μ คือ ความหนืดพลวัตของของไหล (Pa.s)
- hoคือ ความหนาแน่นของของเหลว (kg/m³)

#### (1) Flow Number

เป็นค่าคงที่สำหรับ Impeller แต่ละประเภท เช่น Standard flat-blade turbine มี N<sub>Q</sub> = 1.3, Marine propeller มี N<sub>Q</sub> = 0.5, Four-blade 45° turbine มี N<sub>Q</sub> = 0.87 เป็นต้น โดย แสดงอัตราส่วนระหว่างอัตราการไหลกับโมเมนตัม นิยามโดย

$$N_{Q} \equiv \frac{Q}{ND_{a}^{3}}$$
(2.6)

เมื่อ Q คือ อัตราการไหลเชิงปริมาตรของของเหลวที่ออกจากใบพัด (m<sup>3</sup>/s) D<sub>a</sub> คือ เส้นผ่านศูนย์กลางของใบพัด (m) N คือ ความเร็วรอบของการหมุน (rps)

#### (2) Reynolds Number

เป็นตัวแปรไร้มิติที่แสดงอัตราส่วนของแรงเฉื่อยต่อแรงของความหนืด เป็นค่าที่ใช้ บอกลักษณะการไหล ได้แก่ การไหลแบบราบเรียบ (Laminar flow) หรือการไหลแบบปั่นป่วน (Turbulent flow) นิยามในรูปแบบของความเร็วรอบดังนี้

$$N_{\rm Re} \equiv \frac{\rho {\rm D_a}^2 N}{\mu} \tag{2.7}$$

เมื่อ ρ คือ ความหนาแน่นของของเหลว (kg/m<sup>3</sup>) D<sub>a</sub> คือ เส้นผ่านศูนย์กลางของใบพัด (m) N คือ ความเร็วรอบของการหมุน (rps) μ คือ ความหนืดพลวัตของของไหล (Pa.s)

#### (3) Froude Number

เป็นตัวแปรไร้มิติ ที่แสดงอัตราส่วนของโมเมนตัมกับแรงลอยตัว นิยามโดย



P คอ กาลง (W) ρคือ ความหนาแน่นของของเหลว (kg/m<sup>3</sup>) D<sub>a</sub> คือ เส้นผ่านศูนย์กลางของใบพัด (m) N คือ ความเร็วรอบของการหมุน (rps)

เนื่องจากถังกวนอยู่ในระบบพิกัดเชิงพื้นที่ของโดเมน x, y และ z ดังนั้น สมการที่ ้เกี่ยวข้องในการคำนวณด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลข จึงแสดงได้ดังต่อไปนี้

สมการ Continuity :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$
(2.10)

สมการโมเมนตัม :

ทิศ × :

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)$$
(2.11)

ทิศ y :

$$\rho\left(u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z}\right) = -\frac{\partial \rho}{\partial y} + \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) + g_y$$
(2.12)  
 $\hat{\mathbf{N}} \neq z$ :

$$\rho\left(u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right)$$
(2.13)

- น คือ องค์ประกอบของความเร็วในทิศทาง x เมื่อ v คือ องค์ประกอบของความเร็วในทิศทาง v w คือ องค์ประกอบของความเร็วในทิศทาง z ρ คือ ความหนาแน่นของของเหลว (kg/m³)
  - μ คือ ความหนืดพลวัตของของไหล (Pa.s)
  - p คือ ความดัน (Pa)
  - g<sub>y</sub> คือ แรงโน้มถ่วงของโลกในทิศทาง y

เมื่อใช้ระเบียบวิธีการทางตัวเลขแก้ Governing Equations ออกมา จะได้ค่าองค์ประกอบความเร็ว ในแต่ละแนวแกน u. v. w และนำความเร็วไปหาค่าสัมประสิทธิ์ความเร็ว และค่าอัตราเฉือน

#### 2.2 วรรณกรรมปริทัศน์

Grenvile และคณะ [9] ศึกษาสมรรถนะของใบพัดทั้ง 8 ชนิด ในถังกวนน้ำมันซิลิโคน ได้แก่ Narrow-blade hydrofoil, Wide-blade hydrofoil, Anti-ragging hydrofoil, Pitched-blade turbine, Flate-blade turbine, Rushton turbine, Smith turbine และ High-shear disperser blade โดยกำหนดจากลักษณะเฉพาะ ได้แก่ กำลัง ลักษณะการไหล ประสิทธิภาพไฮดรอลิกของ ใบพัด และแรงเฉือน เพื่อนำไปพิจารณาในการออกแบบหรือเลือกใช้ใบพัดในกระบวนการกวนใน อุตสาหกรรม นำใบพัดมาติดตั้งภายในถังกวนบรรจุน้ำมันซิลิโคนความหนืดต่ำ (โดยค่าความหนืดอยู่ที่ 0.65 cSt เมื่อเทียบกับน้ำที่มีความหนืด 0.89 cSt ที่อุณหภูมิ 25°C) โดยที่การทดสอบกำลังที่ใช้ใน การหมุนใบพัดหาได้จากความสัมพันธ์ดังต่อไปนี้

$$P_{\text{MEAN}} = N_{\text{P}} \times \rho \times N^{3} \times D_{\text{a}}^{5}$$
(2.14)

เมื่อ N<sub>P</sub> คือ Power number ของใบพัด ดังแสดงในตารางที่ 2.2
 ρ คือ ความหนาแน่นของของเหลว (kg/m<sup>3</sup>)
 N คือ ความเร็วรอบการหมุนของใบพัด (rps)
 D<sub>a</sub> คือ เส้นผ่านศูนย์กลางของใบพัด (m)

ตารางที่ 2.2 Power number ของใบพัด

Impeller	Power number, N <sub>P</sub>	Flow number, N <sub>Q</sub>
Narrow-blade hydrofoil	0.30	0.52
Wide-blade hydrofoil	0.70	0.66
Pitched-blade turbine	1.50	0.80
Flat-blade turbine	3.00	0.80
Rushton turbine	5.00	0.65
HSD-Sawtooth	0.10	0.05

และหาอัตราการไหลที่เกิดจากใบพัดได้จาก

$$Q=N_{Q}\times N\times D_{a}^{3}$$
(2.15)

เมื่อ N<sub>Q</sub> คือ Flow number ของใบพัด ดังแสดงในตารางที่ 2.2 N คือ ความเร็วรอบการหมุนของใบพัด (rps) D<sub>a</sub> คือ เส้นผ่านศูนย์กลางของใบพัด (m) เมื่อได้ค่ากำลังที่ใช้ในการหมุนใบพัดและอัตราการไหล แล้วนำไปหาประสิทธิภาพไฮดรอลิก (Hydraulic Efficiency, **η**<sub>нурк</sub>) ของใบพัดได้จาก

$$\eta_{\text{HYDR}} = \frac{\rho \times Q}{P_{\text{MECH}}} = \frac{N_{\text{Q}}}{N_{\text{P}} (N \times D_{\text{a}})^2}$$
(2.16)

เมื่อ ρ คือ ความหนาแน่นของของเหลว (kg/m³) Q คือ อัตราการไหลที่เกิดจากใบพัด (m³/s) P<sub>MECH</sub> คือ กำลังที่ใช้ในการหมุนใบพัด (W)

เมื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพไฮดรอลิกของใบพัดแต่ละใบพัดพบว่า Narrow Hydrofoil ให้ ประสิทธิภาพไฮดรอลิกมากที่สุด และใบพัดที่ให้ประสิทธิภาพไฮดรอลิกน้อยที่สุด ได้แก่ High-Shear disperser sawtooth สำหรับการทดสอบหาอัตราเฉือนของใบพัด พบว่าอัตราเฉือนมีผลต่อการ กระจายตัวของอนุภาคของของเหลวภายในถังกวนโดยใบพัด Rushton turbine มีอัตราเฉือนสูงสุด เท่ากับ 24.4 และ Narrow-blade hydrofoil มีอัตราเฉือนต่ำสุด เท่ากับ 1.00 เมื่ออัตราการเฉือนสูง จะทำให้เกิดการกระจายตัวของอนุภาคของของเหลวภายในถังกวนได้ดี ซึ่งเป็นการเพิ่มพื้นที่ผิว สำหรับการถ่ายโอนมวลภายในถังกวน ทำให้กระบวนการกวนมีประสิทธิภาพที่ดี

Liu และคณะ [10] ศึกษาการการกระจายความเร็ว ค่าความเข้มข้นของการปั่นป่วน และค่า ความเข้มข้นของของแข็งภายในถังกวน แล้วเปรียบเทียบกับแบบจำลองของ Gidaspow ภายในถัง กวน 3 ถัง ที่ติดตั้งใบพัด 3 ชนิด ได้แก่ ใบพัด TXL (Down-Pumping Propeller) ใบพัด Rushton (Six Flat-Blade Disc Turbine) และใบพัด PBTD-6 (Down-Pumping Six 45° Pitched-Blade Turbine) ในระบบความหนิดที่ถูกจำลองขึ้นดังแสดงในรูปที่ 2.10 และ 2.11 ซึ่งการจำลองพลศาสตร์ ของไหลเชิงคำนวณ โดยใช้ซอฟต์แวร์เชิงพาณิชย์ FLUENT ในการจำลองการผสมของของแข็งและ ของเหลวของอนุภาคลอยตัว ผลการศึกษาพบว่า เกิดความเร็วในแนวสัมผัสและความเข้มข้นของการ ไหลแบบปั่นป่วนบนผิวของของเหลว โดยที่ใบพัด Rushton ให้ค่าสูงที่สุดจากทั้งสามใบพัดที่ความเร็ว รอบในการกวนเท่ากัน ความเข้มข้นบนมุมในแนวราบ 90° หลัง Baffles ใกล้เพลาบนผิวขอของเหลว ค่อนข้างใหญ่กว่าพื้นที่อื่นๆ เกิดความสม่ำเสมอของการกระจายตัวของของแข็งในถังกวนที่ติดตั้ง ใบพัด Rushton และใบพัด PBTD-6 นั้นดีกว่าแบบใบพัด TXL ที่ความเร็วเท่ากัน



Wu และคณะ [11] ศึกษาการปรับปรุงการออกแบบถังกวนในกระบวนการแปรรูปแร่ที่ เกี่ยวข้องกับของเหลวที่มีความหนืดสูงซึ่งส่งผลให้เลข Reynolds มีค่าลดลงและต้องใช้กำลังมากใน การกวน โดยพิจารณาจากสัมประสิทธิ์ความเร็ว (Velocity coefficient, **η**) นิยามโดย

$$\eta \equiv \frac{V}{(P/(\rho D_t^{2}))^{1/3}}$$
(2.17)

เมื่อ V คือ ความเร็วของ Slurry ที่ผนังของถังกวน (m/s)

P คือ กำลังของเพลา (W)

- ho คือ ความหนาแน่นของ Slurry (kg/m³)
- D<sub>t</sub> คือ เส้นผ่านศูนย์กลางของถังกวน (m)

ทั้งนี้ **η** มีบทบาทในการกำหนดการออกแบบปรับปรุงถังกวนอย่างมาก ยิ่ง **η** มีค่ามากจะทำให้ได้ กำลังที่กระทำภายในพื้นที่ถังกวนมากขึ้น ซึ่งทำให้การกวนมีประสิทธิภาพที่ดีมากขึ้นในการศึกษามี การกำหนดขอบเขตอยู่ที่ช่วงของเลข Reynolds 2 ช่วง ได้แก่ ช่วง 50 - 500 และช่วง มีค่า 500 -2000

ในช่วงเลข Reynolds ระหว่าง 50 ถึง 500 ได้ศึกษาผลกระทบต่างๆ ที่มีผลต่อค่าสัมประสิทธิ์ ความเร็วดังนี้

 ระยะห่างระหว่างชุดใบพัด ทดสอบโดยการติดตั้งใบพัด 2 ใบไว้ในถังกวนด้วยระยะ ตำแหน่งที่แตกต่างกันจำนวนสองถัง โดยใบพัดล่างอยู่ห่างจากก้นถัง 210 mm เท่ากันทั้งสองถัง ในถัง A ติดตั้งใบพัดบนให้อยู่ห่างจากก้นถัง 580 mm ส่วนถัง B ติดตั้งใบพัดบนให้อยู่ห่างจากก้นถัง 800 mm ดังรูปที่ 2.12 เมื่อปรับตำแหน่งระยะห่างของชุดใบพัดให้มากขึ้น พบว่าได้ค่าความเร็วและ สัมประสิทธิ์ความเร็วนั้นเพิ่มขึ้น



รูปที่ 2.12 ตัวอย่างการติดตั้งของใบพัดของถังกวนทั้งสองถัง [11]

 2) ผลกระทบจากการปรับมุมของใบพัด ได้มีการปรับมุมของใบพัดบิดลง -10 องศาจากแนว ระนาบของใบพัด เปรียบเทียบกับมุม 0 องศาของระนาบใบพัดปกติ พบว่า ที่เลข Reynolds เท่ากับ 58 จะทำให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเร็วที่มุม-10 องศามีค่าสูงกว่าที่มุม 0 องศา และเมื่อเลข Reynolds
 > 324 จะทำให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเร็วของทั้งสองมุมเพิ่มขึ้น โดยที่ค่าไม่ต่างกันนัก และกรณีที่ค่าเลข Reynolds < 324 การปรับมุมใบพัดลงให้ค่าติดลบ มีผลทำให้ได้ค่าสัมประสิทธิ์ความเร็วเพิ่มขึ้น</li> 3) มุมของแกนเพลาที่ทำต่อถังกวน โดยศึกษาแกนเพลาที่ 0 และ 20 องศา ที่ทำกับ แกนกลางของถังกวน โดยใช้กลีเซอรีนเป็นของเหลวทำงาน พบว่าที่แกนเพลาตั้ง 0 องศา ทำให้เกิด บริเวณที่การกวนไม่ทั่วถึงทั้งถัง เมื่อปรับมุมแกนเพลาให้เอียง 20 องศาพบว่าการกวนทั่วถึงทั้งถัง ดัง แสดงในรูปที่ 2.13



สำหรับในช่วงเลข Reynolds ระหว่าง 500 ถึง 2000 เป็นการศึกษาผลกระทบของการติดตั้ง และไม่ติดตั้ง Baffles ในถังกวน พบว่า เกิดบริเวณที่หยุดนิ่ง (stagnant zone) ที่ด้านบนและด้านล่าง ภายในถังกวน ดังแสดงในรูปที่ 2.14 โดยกรณีที่ติดตั้ง baffles ที่ความเร็วรอบและกำลังของเพลาต่ำ มีอัตราส่วนการเกิดบริเวณหยุดนิ่งต่อปริมาตรของของเหลวภายในถังกวนมากกว่าที่ไม่ติดตั้ง baffles และที่ความเร็วรอบและกำลังของเพลามาก ไม่ควรติดตั้ง baffles เพราะค่าอัตราส่วนการเกิดบริเวณ หยุดนิ่งต่อปริมาตรของของเหลวภายในถังกวนมีค่าใกล้เคียงกัน



**รูปที่ 2.14** พื้นที่ที่เป็นบริเวณหยุดนิ่ง [11]

Hansford และคณะ [12] ศึกษาการหาความสัมพันธ์สำหรับการหาความหนืดของ Slurry โดยการพิสูจน์สมการทางทฤษฎีที่แสดงความสัมพันธ์ของความหนืดสัมพัทธ์กับความเข้มข้นของ ปริมาตรของสารแขวนลอย สมการถูกแปลงเป็นสมการพื้นฐานร่วมกับ Taylor expansions โดย นิยามสมการได้ดังนี้

$$\pi_{\rm rel} = a_0 + a_1 \phi + a_2 \phi^2 + a_3 \phi^3 + ... + a_n \phi^n$$
(2.18)

เมื่อ  $\pi_{_{
m rel}}$  คือ ความหนืดสัมพัทธ์ (Viscosity Index) =  $-\frac{1}{1}$ ความหนืดของน้ำ

a คือ สัมประสิทธิ์การขยายตัว (Coefficients of Expantion)

Fraction)

สมการสำหรับความหนืดส่วนใหญ่ถูกปรับปรุงจากสมการดั้งเดิมของ Eintein แสดงดังสมการ 2.19

$$\pi_{\rm rel} = 1 + 2.5 \phi$$
 (2.19)

โดยกำหนดให้สัมประสิทธิ์การขยายตัวมีค่าแตกต่างกัน ขึ้นอยู่กับสมมติฐานของผู้เขียนที่ตั้งเพื่อให้ สอดคล้องกับสมการ เมื่อพิจารณาวัดค่าความหนืดของสารแขวนลอยใน Slurry ของแร่ พบว่า ค่าความหนืดสัมพัทธ์ขึ้นอยู่กับความเข้มข้นของสารแขวนลอย ซึ่งสอดคล้องกับสมการความสัมพันธ์ ของ Mooney โดยมีนิยามดังนี้

$$\pi_{\rm ret} = \exp\left(\frac{2.5\varphi}{1-K\varphi}\right) \text{ for } K=1.35$$
(2.20)

เมื่อ  $\pi_{_{
m rel}}$ คือ ความหนืดสัมพัทธ์ (Viscosity Index) =  $rac{-1}{-1}$ ความหนืดของน้ำ

K คือ Consistency index

igoplus คือ ความเข้มข้นในรูปของเศษส่วนเชิงปริมาตรของสารแขวนลอย (Volume

Fraction)

Wu และคณะ [13] ศึกษาการเปลี่ยนแปลงอัตราเฉือนของใบพัดภายในถังกวน โดยพิจารณา จากค่าสัมประสิทธิ์อัตราเฉือน (K<sub>s</sub>) ซึ่งนิยามโดย

$$K_{s} = \frac{\dot{\gamma}}{N}$$
(2.21)

เมื่อ  $\dot{\gamma}$  คือ อัตราเฉือน (s<sup>-1</sup>)

N คือ ความเร็วรอบแกนเพลา (rps)

โดย K<sub>s</sub> มีผลต่อการกระจายของอัตราเฉือนที่พื้นผิวใบมีด ในการศึกษาการเปลี่ยนแปลงอัตราเฉือนได้ ศึกษา 2 กรณี ดังนี้

 แลกระทบจากความเร็วภายในถังกวน ทำการทดลองโดยการติดตั้งใบพัด Axial Hydrofoil (A310), Rushton Turbine และPitched-Blade Hydrofoil (30PBT4) ลงภายในถังกวน ที่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 390 mm และ 1000 mm ภายในถังติดตั้งBaffles 4 แผ่น ของเหลวที่ใช้ ในการทดสอบคือ น้ำและกลีเซอรอล ทำการวัดความเร็วด้วยวิธี Laser Doppler Velocimetry (LDV) จากการศึกษาพบว่า ที่ค่าความเร็วเพิ่มขึ้น ทำให้อัตราการกระจายตัวของอัตราเฉือนสูงขึ้น และมีค่าสูงสุดที่บริเวณปลายใบพัด

 2. ผลกระทบจากการปรับขนาดใบพัด ศึกษาโดยการจำลองการกวนโดยปรับขนาดเส้นผ่าน ศูนย์กลางของใบพัด Pitched-Blade Hydrofoil (30PBT4) จากเดิม 1 m เป็นขนาด 10 m ของเหลว ที่ใช้ในการกวนคือ น้ำ ที่ความเร็วรอบ 30 rpm พบว่า เมื่อปรับขนาดของใบพัดให้ใหญ่ขึ้น อัตราเฉือน ที่บริเวณปลายใบพัดมีค่าลดลง ในขณะเดียวกันอัตราเฉือนที่ผิวของใบพัดกลับมีค่าเพิ่มขึ้น



# บทที่ 3

# ขั้นตอนการคำนวณ

งานวิจัยนี้อาศัยโปรแกรมทางไฟในต์เอลิเมนต์ ซึ่งในที่นี้เราใช้ซอฟแวร์เชิงพาณิชย์ COMSOL ในการศึกษาเชิงตัวเลขของถังกวน รูปที่ 3.1 แสดงขั้นตอนการคำนวณ โดยกำหนดโดเมนการคำนวณ กำหนดสมบัติของ Slurry และสภาวะขอบเขต สร้างเมชสามมิติแบบ Quadratic Element ในการ คำนวณ เราจะหาคำตอบในรูปของความเร็วของของไหลภายในถังกวน จากระบบสมการ Navier-Stokes จากนั้นจึงแปลงให้อยู่ในรูปของอัตราเฉือนและสัมประสิทธิ์ความเร็ว เพื่อใช้ในการพิจารณา ผลกระทบของความหนืดของ Slurry ชนิดของใบพัดและการติดตั้งและไม่ติดตั้ง Baffles



รูปที่ 3.1 ขั้นตอนในการคำนวณโจทย์ในการศึกษาเชิงตัวเลขของถังกวน

#### 3.1 โดเมนการคำนวณ (Computational Domain)

รูปที่ 3.2 แสดงโดเมนการคำนวณของถังกวนแบบสามมิติ ที่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 3.75 m ความสูงเท่ากับ 4.185 m เส้นผ่านศูนย์กลางของใบพัดเท่ากับ 1.203 m ติดตั้งสูงจากก้นถัง เป็นระยะเท่ากับ 1.395 m โดยที่รูปร่างและขนาดของใบพัดแสดงในรูปที่ 3.3 ในที่นี้เราเลือกใช้ใบพัด 2 ชนิด ได้แก่ Narrow-Blade Hydrofoil (A310) และ Pitched-Blade Turbine เนื่องจาก Narrow-Blade Hydrofoil เป็นใบพัดที่เราต้องการศึกษาเทียบกับ Pitched-Blade Turbine ซึ่งเป็น ใบพัดมาตรฐานที่ใช้ในอุตสาหกรรมเหมืองแร่ และสำหรับการติดตั้ง Baffles นั้นกำหนดขนาดความ กว้างของ Baffles เท่ากับ 0.285 m จำนวน 4 Baffles ดังนั้นเราจึงมีโดเมนการคำนวณ 4 แบบ ได้แก่ (1) Narrow-Blade Hydrofoil มี Baffles (2) Narrow-Blade Hydrofoil ไม่มี Baffles (3) Pitched-Blade Turbine มี Baffles และ (4) Pitched-Blade Turbine ไม่มี Baffles ดังแสดงในรูป ที่ 3.4 กำหนดให้ที่ผนังของถังกวนเป็นผนังเรียบไม่มีการลื่นโถล (No Slip)





(a) Narrow-Blade Hydrofoil With Baffles (b) Narrow-Blade Hydrofoil Without Baffles



(c) Pitched-Blade Turbine With Baffles (d) Pitched-Blade Turbine Without Baffles รูปที่ 3.4 โดเมนการคำนวณ

สมบัติของของเหลวทำงานกำหนดให้เป็นสารละลายเนื้อเดียว (Homogeneous) มีค่าเฉลี่ย ของความหนาแน่นเท่ากับ 2600 kg/m<sup>3</sup> ซึ่งหาได้จากค่าความหนาแน่นของ Slurry ที่มีค่าสูงที่สุด เท่ากับ 2640 kg/m<sup>3</sup> และค่าต่ำที่สุดเท่ากับ 2560 kg/m<sup>3</sup> ค่าเฉลี่ยของความหนืดพลวัตที่ความเข้มข้น 40%, 50% และ 60% solids เป็น 0.185, 0.725 และ 3.15 Pa.s ตามลำดับ กำหนดให้การไหลเป็น แบบราบเรียบ ที่เลข Reynolds (Re) มีค่าระหว่าง 50-500 โดยนิยามดังสมการต่อไปนี้

$$N_{\rm Re} \equiv \frac{\rho {\rm D_a}^2 N}{\mu} \tag{3.1}$$

เมื่อ ρ คือ ความหนาแน่นของของเหลว (kg/m³) D<sub>a</sub> คือ เส้นผ่านศูนย์กลางของใบพัด (m) N คือ ความเร็วรอบของการหมุน (rps) μ คือ ความหนืดพลวัตของของไหล (Pa.s)

#### 3.2 สมการสำหรับการไหล (Governing Equations)

สำหรับการวิเคราะห์ปัญหาการไหลนั้นจะเริ่มพิจารณาจากสมการ Continuity และสมการ โมเมนตัม ที่มีตัวแปรอิสระ 3 ตัว ได้แก่ ระบบพิกัดเชิงพื้นที่ของโดเมน x, y และ z และยังมีตัวแปร ตามอยู่ 4 ตัว ได้แก่ความดัน (p) และมีองค์ประกอบของความเร็ว 3 องค์ประกอบ ได้แก่ u, v และ w ดังนั้น สมการที่เกี่ยวข้องที่ใช้ในการคำนวณด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลข จึงแสดงได้ดังต่อไปนี้

สมการ Continuity :  

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \qquad (3.2)$$

สมการโมเมนตัม :

ทิศ x :

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)$$
(3.3)

ทิศ y :

$$\rho\left(u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) + g_y \qquad (3.4)$$

ทิศ z :

$$\rho\left(u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right)$$
(3.5)

เมื่อ u คือ องค์ประกอบของความเร็วในทิศทาง x v คือ องค์ประกอบของความเร็วในทิศทาง y w คือ องค์ประกอบของความเร็วในทิศทาง z ρ คือ ความหนาแน่นของของเหลว (kg/m<sup>3</sup>) μ คือ ความหนืดพลวัตของของไหล (Pa.s) p คือ ความดัน (Pa) <sub>Sy</sub> คือ แรงโน้มถ่วงของโลกในทิศทาง y

หลังจากได้องค์ประกอบของความเร็ว (u, v, w) แล้วนำค่าที่ได้มาแทนในสมการที่ 3.6 เพื่อหาค่าของ ความเร็ว

$$V = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$$
(3.6)

หลังจากได้ค่าของความเร็วแล้ว นำค่าที่ได้แทนในสมการที่ 3.7 เพื่อที่จะคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ ความเร็ว (Velocity coefficient, η) ของของเหลวภายในถังกวน ซึ่ง ๆ มีบทบาทในการกำหนดการ ออกแบบและปรับปรุงถังกวนอย่างมาก กล่าวคือ ยิ่ง ๆ มีค่าสูงจะทำให้ได้กำลังที่กระทำต่อพื้นที่ถัง กวนมากขึ้น ซึ่งทำให้การกวนมีประสิทธิภาพที่ดีมากขึ้น

$$\eta \equiv \frac{V}{\left(P / \left(\rho D_{t}^{2}\right)\right)^{1/3}}$$
(3.7)

เมื่อ

o V คือ ความเร็วของ Slurry ที่ผนังของถังกวน (m/s) P คือ กำลังของเพลา (W)

ho คือ ความหนาแน่นของ Slurry (kg/m³)

D<sub>t</sub> คือ เส้นผ่านศูนย์กลางของถังกวน (m)

เราจะแสดงผลลัพธ์ในรูปของอัตราเฉือน เนื่องจากอัตราเฉือนแสดงถึงการกระจายตัวของอนุภาคของ ของเหลวภายในถังกวน เมื่ออัตราการเฉือนสูง จะทำให้เกิดการกระจายตัวของอนุภาคของของเหลว ภายในถังกวนได้ดี ซึ่งเป็นการเพิ่มพื้นที่ผิวสำหรับการถ่ายโอนมวลภายในถังกวน นิยามดังสมการ ดังต่อไปนี้

$$\dot{\gamma} = -\mu \frac{du}{dy} \tag{3.8}$$

#### เมื่อ μ คือ ความหนืดพลวัตของของไหล (Pa.s) du/dy คือ Velocity Gradient

3.3 การสร้างเมช

#### 3.3.1 ขั้นตอนในการสร้างเมช

หลังจากกำหนดโดเมนการคำนวณเป็นแบบ 3 มิติ เราจะทำการสร้างเมชแบบพีระมิดไร้ ระเบียบ (Tetrahedrons) โดยอาศัย Delaunay Algorithm แนวคิดของวิธีดังกล่าวคือ เริ่มจากการ สร้างทรงกลม แล้วสร้างเมชแบบพีระมิดขึ้นมาภายในทรงกลม โดยเลือกพีระมิดที่ให้ปริมาตรมากที่สุด แล้วสร้างไปเรื่อยๆ จนครบโดเมนการคำนวณในโปรแกรม COMSOL เมชที่ใช้เป็น Lagrange Elements สำหรับระบบสมการ Navier-Stokes เพื่อคำนวณหาองค์ประกอบความเร็ว u, v, w และ ความดัน (p) โดยที่ในการหา u, v, w โปรแกรมจะกำหนดเมชเป็น Quadratic Element และในการ หา p โปรแกรมจะกำหนดเมชเป็น Linear Element ดังแสดงในรูปที่ 3.5 กล่าวคือ node ที่มุมของ พีระมิด (1, 2, 3, 4) และ node ที่กึ่งกลางของแต่ละด้านของพีระมิด (5, 6, 7, 8, 9, 10) โดยกำหนด ตำแหน่งทวนเข็มนาฬิกา ซึ่ง Shape Functions ของ Quadratic Element คือ

$$S_a = L_a(2L_a-1)$$
 เมื่อ  $a = 1, 2, 3, 4$  (3.9)

$$S_{a+4} = 4L_aL_b$$
เมื่อ  $a = 1, 2, 3$  และ  $b = 1, 2, 3$ (3.10) $S_{a+7} = 4L_aL_b$ เมื่อ  $a = 1, 2, 3$  และ  $b = 4$ (3.11)

และ Shape Functions ของ Linear Element คือ

เมื่อ L<sub>a</sub> และ L<sub>b</sub> คือ ระบบพิกัดของปริมาตร (Volume Coordinates)



#### 3.3.2 ผลกระทบของความหนาแน่นของเมชที่มีต่อคำตอบ

สำหรับระเบียบวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์ในการคำนวณโดเมนสามมิติ ความหนาแน่นของเมชที่ มีค่าสูงน่าจะนำไปสู่คำตอบที่มีความถูกต้องสูงด้วย ดังนั้นความหนาแน่นของเมชยังอาจส่งผลต่อ คำตอบที่ได้ นอกจากนี้ข้อจำกัดของคอมพิวเตอร์ เช่น ความเร็วของ CPU และหน่วยความจำ ซึ่งเป็น ขีดจำกัดของความละเอียดของเมช ดังนั้นจึงต้องมีการตรวจสอบเพื่อหาค่าความหนาแน่นของเมชที่ เหมาะสมก่อนที่จะทำการคำนวณต่อไป

การทดสอบผลของความหนาแน่นของเมชในที่นี้ เราทำการเปรียบเทียบค่าอัตราเฉือน (Shear Rate, γ) ที่ปลายใบพัดภายในถังกวน โดยเป็นค่าเฉลี่ยที่ได้จากบริเวณปลายใบพัดทั้ง 3 ใบพัด โดยใช้ใบพัดชนิด Narrow blade Hydrofoil (A310) และมีการติดตั้ง Baffles จำนวน 4 Baffles โดยมีน้ำเป็นของเหลวทำงาน จำลองการเป็นการไหลแบบราบเรียบ โดยกำหนดความ หนาแน่นของเมชเป็น 3 แบบจำลอง ดังแสดงในรูปที่ 3.6 ได้แก่ แบบจำลอง A, B และ C มีความ หนาแน่นของเมชเป็น 3,967.20, 4,322.18 และ 10,279.49 เมช/m<sup>3</sup> ตามลำดับ



ตารางที่ 3.1 แสดงผลกระทบของความหนาแน่นของเมชที่มีต่อคำตอบในรูปของอัตราเฉือน โดยพิจารณาปริมาณของหน่วยความจำที่ใช้ในการคำนวณ เวลาที่ใช้ในการคำนวณและคุณภาพของ เมชประกอบไปด้วย การตรวจสอบจะแบ่งความหนาแน่นของเมชเป็น 3 แบบจำลองตามความ หนาแน่นทั้งหมดจากหยาบไปหาละเอียด ดังนี้ (1) แบบจำลอง A มีความหนาแน่นของเมช 3,967.20 เมช/m<sup>3</sup> Mesh Quality = 0.1746 ใช้หน่วยความจำในการคำนวณ 1.7 GB และใช้เวลาในการ คำนวณ 554 s (ประมาณ 9 นาที) (2) แบบจำลอง B ที่มีความหนาแน่นของเมช 4,322.18 เมช/m<sup>3</sup> ได้ Mesh Quality = 0.1823 ใช้หน่วยความจำในการคำนวณ 1.93 GB และใช้เวลาในการคำนวณ 721 s (ประมาณ 12 นาที) (3) แบบจำลอง C ที่มีความหนาแน่นของเมช 10,279.49 เมช/m<sup>3</sup> ได้ Mesh Quality = 0.1884 ใช้หน่วยความจำในการคำนวณ 2.94 GB และใช้เวลาในการคำนวณ 3,772 s (ประมาณ 1 ชั่วโมง 2 นาที) ซึ่งแบบจำลอง C มีความหนาแน่นของเมชมากที่สุด และให้ Mesh Quality สูงสุด แบบจำลอง C จึงน่าจะให้คำตอบที่น่าเชื่อถือที่สุด และเมื่อเปรียบเทียบความ คลาดเคลื่อนของคำตอบของแบบจำลอง A และ B เมื่อเทียบกับแบบจำลอง C พบว่า แบบจำลอง B มีความคลาดเคลื่อนจากแบบจำลอง C น้อยที่สุด และในการเลือกแบบจำลองจะต้องคำนึงถึงขีดจำกัด ของคอมพิวเตอร์ด้วย จึงเลือกใช้แบบจำลอง B ซึ่งให้ค่าอัตราเฉือนเฉลี่ยต่างจากแบบจำลอง C ประมาณ 4.40 % แต่ใช้เวลาและหน่วยความจำในการคำนวณน้อยกว่า

Model	ขนาด ของ เมช	จำนวน เมช	ปริมาตร (m³)	ความ หนาแน่น เฉลี่ยของ เมช (เมช/m <sup>3</sup> )	Mesh Quality	<b>Ý</b> (1/s)	RAM (GB)	เวลาที่ ใช้ (s)	ผลต่าง จาก C (%)
А	0.50	183,364	46.22	3,967.20	0.1746	0.625	1.7	554	37.36
В	0.25	199,771	46.22	4,322.18	0.1823	0.475	1.93	721	4.40
С	0.10	475,118	46.22	10,279.49	0.1884	0.455	2.94	3,772	0.00

ตารางที่ 3.1 การเปรียบเทียบคำตอบเมื่อความหนาแน่นของเมชในโดเมนการคำนวณเปลี่ยนไป

## 3.4 การเปรียบเทียบผลการคำนวณกับผลการทดลอง (Validation)

รูปที่ 3.7 แสดงการเปรียบเทียบผลลัพธ์ในรูปของสัมประสิทธิ์ความเร็ว ซึ่ง**นิยามในสมการท**ี่ 3.7 จากการคำนวณกับผลการทดลองของ Wu และคณะ [11] โดยในที่นี้เราทำการวัดความเร็วที่ ตำแหน่ง 60 mm ห่างจากผนังที่กึ่งกลางความสูงของถัง (y = 520 mm) ในการทดลอง [11] ถังกวน มีเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 1000 mm ความสูงเท่ากับ 1040 mm และมีการติดตั้งใบพัด 2 ชุดแบบ Narrow-Blade Hydrofoil โดยแบ่งการศึกษาออกเป็น 2 กรณี ได้แก่ กรณีที่ 1 ใบพัดมีเส้นผ่าน ศูนย์กลางเท่ากับ 480 mm ทั้ง 2 ชุด ใบพัดชุดที่ 1 ติดตั้งสูงจากกันของถังกวนขึ้นมาเป็นระยะ 210 mm และใบพัดชุดที่ 2 ติดตั้งสูงจากก้นของถังกวนขึ้นมาเป็นระยะ 580 mm และ กรณีที่ 2 ใบพัดชุด ที่ 1 มีเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 430 mm ปรับมุมพิทช์ของใบพัด -10 องศา และติดตั้งสูงจากก้นของ ถังกวนขึ้นมาเป็นระยะ 210 mm ใบพัดชุดที่ 2 มีเส้นผ่านศูนย์กลางของใบพัดเท่ากับ 480 mm และ ติดตั้งสูงจากก้นของถังกวนขึ้นมาเป็นระยะ 800 mm โดยของเหลวที่ใช้ ได้แก่ Carbopol ความ หนาแน่นเท่ากับ 1860 kg/m<sup>3</sup> ความหนืดเท่ากับ 34 Pa.s ที่อุณหภูมิ 20 องศา ในช่วงเลข Reynolds ระหว่าง 58-324 พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเร็วที่ได้จากการคำนวณแตกต่างจากผลการทดลอง ซึ่งหา ได้จากผลต่างระหว่างการคำนวณกับผลการทดลองหารด้วยผลการทดลอง ในกรณีที่ 1 แตกต่างจาก การทดลองที่ Re = 58, 105, 188 และ 324 อยู่ที่ 9.15%, 3.26%, 8.98% และ 1.42% ตามลำดับ และกรณีที่ 2 แตกต่างจากการทดลองที่ Re = 58, 105, 188 และ 324 อยู่ที่ 5.72%, 3.18%, 4.86% และ 2.92% ตามลำดับ ซึ่งทั้ง 2 กรณีที่ Re = 324 มีค่าความแตกต่างที่น้อยที่สุด และที่ Re = 58 มี ้ค่าความแตกต่างที่มากที่สุด เนื่องจากในการเปรียบเทียบเราใช้ระเบียบทางไฟไนต์เอลิเมนต์ในการ แก้ปัญหา ซึ่งค่าที่ Re = 58 นั้น มีค่าสัมประสิทธิ์ความเร็วที่น้อย และผลต่างระหว่างการคำนวนกับผล การทดลองมีค่าน้อย ในขณะที่ตัวหารมีค่าน้อยด้วย จึงทำให้เปอร์เซ็นต์ความแตกต่างมีค่าสูง





รูปที่ 3.8 แสดงการเปรียบเทียบผลลัพธ์ในรูปของอัตราเฉือนที่ได้จากการคำนวณกับผลการ ทดลองของ Wu และคณะ [13] ซึ่งใกล้เคียงกันมาก โดยที่ถังกวนมีเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 1 m ความสูงเท่ากับ 1 m และภายในถังกวนติดตั้งใบพัดแบบ Pitched blade turbine (มุมใบพัด 30°) เส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 0.333 m และติดตั้ง baffles 4 ชุด มีความกว้างของ baffle เท่ากับ 0.083 m โดยของเหลวที่ใช้ ได้แก่ น้ำ ที่ความหนาแน่นเท่ากับ 1000 kg/m<sup>3</sup> ความหนืดเท่ากับ 1x10<sup>-3</sup> Pa.s ที่อุณหภูมิ 20 องศา ที่เลข Reynolds ระหว่าง 17-5000 พบว่า ผลต่างของอัตราเฉือนมีค่าน้อยที่สุด เท่ากับ 0.69% ที่เลข Reynolds เท่ากับ 2000 และมากที่สุดเท่ากับ 2.70% ที่เลข Reynolds เท่ากับ 17



**รูปที่ 3.8** การเปรียบเทียบอัตราเฉือนที่บริเวณทางออกของใบพัดจากการคำนวณ กับการทดลองของ Wu และคณะ[13] ที่ Reynolds Number ต่างๆ

# บทที่ 4

#### ผลการคำนวณ

บทนี้กล่าวถึงผลการคำนวณโดยแสดงผลในรูปของสัมประสิทธิ์ความเร็ว (Velocity Coefficient, **η**) และอัตราเฉือน (Shear Rate, γ) ที่เกิดขึ้นภายในถังกวน กำหนดโดเมนการ คำนวณ ดังแสดงในบทที่ 3 ในงานวิจัยนี้ใช้ Narrow-Blade Hydrofoil (A310) และ Pitch-Blade Turbine เป็นใบพัดที่ใช้ในการศึกษาผลกระทบต่างๆที่มีผลต่อสัมประสิทธิ์ความเร็วภายในถังกวน ดังนี้

#### 4.1 ผลกระทบของความหนีดของ Slurry

ในหัวข้อนี้เราจะพิจารณาความหนืดของ Slurry ที่ความเข้มข้น 40, 50 และ 60% solids ซึ่ง คิดเป็น 0.185, 0.725 และ 3.150 Pa.s ตามลำดับ ในการจำลองการกวนติดตั้งใบพัดชนิด Narrow-Blade Hydrofoil (A310) ติดตั้ง Baffles จำนวน 4 Baffles โดยกำหนดค่าความหนาแน่นเท่ากับ 2600 kg/m<sup>3</sup> เลข Reynolds มีค่าเท่ากับ 50-500 ผลลัพธ์ที่ได้เป็นค่าความเร็วที่วัดที่ตำแหน่ง 40 cm ห่างจากผนังที่กึ่งกลางความสูงของถัง (y = 2.0925 m) คำนวณออกมาเป็นสัมประสิทธิ์ความเร็ว และได้อัตราเฉือนเฉลี่ยที่วัดบริเวณปลายใบพัด

รูปที่ 4.1 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเร็วเปรียบเทียบที่เลข Reynolds ต่างๆ พบว่า ที่แต่ละ ความเข้มข้นมีเส้นแนวโน้มของค่าสัมประสิทธิ์ความเร็วเป็นแบบ Polynomial อันดับ 2 มีรูปร่าง คล้ายคลึงกัน ดังนั้นความเข้มข้นที่แตกต่างกันจึงไม่ส่งผลกระทบต่อสัมประสิทธิ์ความเร็ว และเมื่อเลข Reynolds มีค่าสูงทำให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเร็วมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากที่เลข Reynolds ที่เพิ่มขึ้น ความเร็วรอบในการหมุนจะเพิ่มมากขึ้น จึงส่งผลให้ค่าความเร็วภายในกวนมีค่าเพิ่มขึ้น

รูปที่ 4.2 แสดงค่าอัตราเฉือนเปรียบเทียบที่เลข Reynolds ต่างๆ พบว่า ที่ความเข้มข้น 60% solids ให้อัตราเฉือนสูงที่สุด รองลงมาเป็นที่ 50% solids และ 40% solids ตามลำดับ ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเฉือนและเลข Reynolds เป็นแบบเชิงเส้นที่ทุกความเข้มข้น ที่ความ เข้มข้น 60 % solids ให้ความซันสูงสุด จึงให้อัตราเฉือนได้สูงที่สุด เนื่องจากความชันที่มีค่าสูง เกิด จากผลต่างความเร็วที่เกิดขึ้นภายในถังกวนมีค่าสูง จึงได้อัตราเฉือนสูง ซึ่งทำให้เกิดการกระจายตัวของ Slurry ภายในถังกวนได้อย่างทั่วถึง



ร**ูปที่ 4.1** ค่าสัมประสิทธิ์ความเร็วของใบพัด A310 ที่ความเข้มข้นต่างๆ เปรียบเทียบกับ Reynolds



**รูปที่ 4.2** ค่าอัตราเฉือนของใบพัด A310 ที่ความเข้มข้นต่างๆ เปรียบเทียบกับ Reynolds Number

#### 4.2 การเปรียบเทียบชนิดของใบพัด

หัวข้อนี้พิจารณาเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเร็วที่เกิดขึ้นภายในถังกวน โดยในที่นี้เราทำ การวัดความเร็วที่ตำแหน่ง 40 cm ห่างจากผนังที่กึ่งกลางความสูงของถัง (y = 2.0925 m) และค่า อัตราเฉือนเฉลี่ยที่ปลายใบพัด ซึ่งเกิดจากการติดตั้งใบพัด 2 ชนิด คือ Narrow-Blade Hydrofoil และ Pitch-Blade Turbine ติดตั้ง Baffles จำนวน 4 Baffles โดยกำหนดค่าความหนาแน่นเท่ากับ 2600 kg/m<sup>3</sup> และความหนืดเท่ากับ 0.185 Pa.s ซึ่งตรงกับ 40% solids ที่เลข Reynolds ระหว่าง 50-500

รูปที่ 4.3 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเร็วของใบพัดทั้ง 2 ชนิด กับเลข Reynolds ต่างๆ พบว่า ใบพัดทั้ง 2 ชนิดมีเส้นแนวโน้มของค่าสัมประสิทธิ์ความเร็วที่คล้ายคลึงกัน โดยที่เส้นแนวโน้มเป็นแบบ Polynomial อันดับ 2 ที่เลข Reynolds เท่ากับ 50, 100, 200, 300, 400 และ 500 มีความแตกต่างของค่าสัมประสิทธิ์ความเร็วเท่ากับ 0.1638, 0.3583, 0.6783, 0.9226, 1.1528 และ 1.2303 ตามลำดับ โดยเมื่อเลข Reynolds สูงๆ ใบพัดชนิด Narrow-Blade Hydrofoil ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเร็วสูงกว่าใบพัดชนิด Pitch-Blade Turbine ที่เลข Reynolds เท่ากัน เนื่องจากค่า Power Number ( $N_{\mu} \equiv P / N^3 D_s^5 \rho$ ) ของใบพัดชนิด Narrow-Blade Hydrofoil มีค่าเท่ากับ 0.30 และใบพัดชนิด Pitch-Blade Turbine มีค่าเท่ากับ 1.50 ซึ่งค่าของ Power Number นั้นส่งผลต่อกำลังที่ใช้ในการหมุนของใบพัด จึงทำให้ที่ความเร็วรอบเท่ากัน ค่า สัมประสิทธิ์ความเร็วของ Narrow-Blade Hydrofoil จึงมีค่าสูงกว่า

รูปที่ 4.4 แสดงการเปรียบเทียบค่าอัตราเฉือนของใบพัดทั้ง 2 ชนิด กับเลข Reynolds ต่างๆ พบว่า ที่เลข Reynolds เท่ากับ 50, 100, 200, 300, 400 และ 500 มีค่าความแตกต่างของค่าอัตรา เฉือนเท่ากับ 0.0171, 0.0442, 0.0880, 0.1305, 0.1800 และ 0.2300 1/s ตามลำดับ ซึ่งที่เลข Reynolds มากขึ้น ค่าความแตกต่างของค่าอัตราเฉือนของใบพัดทั้ง 2 ชนิดมีแนวโน้มเพิ่มมากขึ้น และใบพัดชนิด Narrow-Blade Hydrofoil ให้ค่าอัตราเฉือนสูงกว่าใบพัดชนิด Pitch-Blade Turbine ที่เลข Reynolds เท่ากัน เนื่องจากลักษณะของใบพัดชนิด Narrow-Blade Hydrofoil มีพื้นที่หน้าตัด ของใบพัดกว้างกว่าใบพัดชนิด Pitch-Blade Turbine จึงทำให้การกระจายตัวของอนุภาคของ ของเหลวภายในถังกวนดีกว่า ส่งผลทำให้อัตราเฉือนมีค่าสูงกว่า



ร**ูปที่ 4.3** ค่าสัมประสิทธิ์ความเร็วของใบพัดทั้ง 2 ชนิด เปรียบเทียบกับ Reynolds Number



ร**ูปที่ 4.4** ค่าอัตราเฉือนของใบพัดทั้ง 2 ชนิด เปรียบเทียบกับ Reynolds Number

# 4.3 ผลกระทบของการติดตั้ง Baffles และไม่ติดตั้ง Baffles

หัวข้อนี้พิจารณาเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเร็วที่เกิดขึ้นภายในถังกวน โดยในที่นี้เราทำ การวัดความเร็วที่ตำแหน่ง 40 cm ห่างจากผนังที่กึ่งกลางความสูงของถัง (y = 2.0925 m) และค่า อัตราเฉือนเฉลี่ยที่ปลายใบพัด ซึ่งพิจารณาในกรณีที่ติดตั้ง Baffles ที่มีความกว้าง 28.5 cm จำนวน 4 Baffles และกรณีที่ไม่ติดตั้ง Baffles โดยใช้ใบพัดชนิด Narrow-Blade Hydrofoil กำหนดค่าความ หนาแน่นเท่ากับ 2600 kg/m<sup>3</sup> และความหนืดเท่ากับ 0.185 Pa.s ที่เลข Reynolds ระหว่าง 50-500

รูปที่ 4.5 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเร็วจากการติดตั้งและไม่ติดตั้ง Baffles ที่เลข Reynolds ต่างๆ พบว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเร็วกรณีที่ติดตั้ง Baffles (บริเวณไกลออกจาก Baffles) ให้ค่าใกล้เคียงกับกรณีที่ไม่ติดตั้ง Baffles ส่วนกรณีที่ติดตั้ง Baffles (บริเวณ Baffles) ให้ค่า สัมประสิทธิ์ความเร็วน้อยที่สุด ที่เลข Reynolds เท่ากัน เนื่องจากเราวัดค่าสัมประสิทธิ์ความเร็วที่ ตำแหน่ง 40 cm ห่างจากผนังของถังกวน ซึ่งในกรณีที่มีการติดตั้ง Baffles ขนาดความกว้างเท่ากับ 28.5 cm ทำให้บริเวณตั้งแต่ผนังของถังกวนถึงปลาย Baffles มีค่าความเร็วเท่ากับ 0 (No-Slip Condition) ตำแหน่งที่เราวัดค่าความเร็วห่างจากปลายของ Baffles คิดเป็นระยะเท่ากับ 11.5 cm จึงทำให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเร็วที่ได้ออกมานั้นมีค่าน้อยที่สุด

รูปที่ 4.6 แสดงการเปรียบเพียบค่าอัตราเฉือนจากการติดตั้งและไม่ติดตั้ง Baffles กับเลข Reynolds ต่างๆ พบว่า ที่เลข Reynolds เท่ากับ 50, 100, 200, 300, 400 และ 500 มีค่าความ แตกต่างของค่าอัตราเฉือนเท่ากับ 0.0098, 0.0213, 0.0383, 0.0517, 0.0660 และ 0.0790 1/s ตามลำดับ ซึ่งที่เลข Reynolds มากขึ้น ค่าความแตกต่างของค่าอัตราเฉือนของการติดตั้งและไม่ติดตั้ง Baffles มีแนวโน้มเพิ่มมากขึ้น โดยที่การติดตั้ง Baffles ให้ค่าอัตราเฉือนมากกว่าการไม่ติดตั้ง Baffles ที่เลข Reynolds เท่ากัน เนื่องจากการติดตั้ง Baffles ช่วยเพิ่มการกระจายตัวของอนุภาคของ ของเหลวภายในถังกวนดีขึ้น และลดการเกิด Vortex



รูปที่ 4.5 ค่าสัมประสิทธิ์ความเร็วจากการติดตั้งและไม่ติดตั้ง Baffles เปรียบเทียบกับ Reynolds



รูปที่ 4.6 ค่าอัตราเฉือนจากการติดตั้งและไม่ติดตั้ง Baffles เปรียบเทียบกับ Reynolds Number

# 4.4 ผลกระทบของระยะการติดตั้งใบพัด

ในหัวข้อนี้พิจารณาระยะความสูงของการติดตั้งใบพัด โดยกำหนดระยะการติดตั้งจากบริเวณ ก้นถังแบ่งเป็น 4 กรณี ดังนี้ (1) ที่ความสูง 0.1 m ซึ่งเป็นระยะที่บริเวณก้นถัง (2) ที่ความสูง 1.3950 m ซึ่งเป็นระยะการติดตั้งที่เป็นค่าที่ใช้โดยทั่วไป (McCabe และคณะ [2]) (3) ที่ความสูง 2.0925 m ซึ่งเป็นระยะกึ่งกลางของถัง และ (4) ที่ความสูง 3 m ซึ่งเป็นระยะบริเวณส่วนบนของถัง ผลลัพธ์ที่ได้ เป็นค่าความเร็วที่วัดที่ตำแหน่ง 40 cm ห่างจากผนังของถัง คำนวณออกมาเป็นสัมประสิทธิ์ความเร็ว

รูปที่ 4.7 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเร็วที่เกิดขึ้นของแต่ละระยะของการ ติดตั้งใบพัด ที่ระดับความสูงของถังกวน สัมประสิทธิ์ความเร็วเป็นการบ่งบอกถึงการกระจายตัวของ Slurry ภายในถัง กล่าวคือ บริเวณที่มีสัมประสิทธิ์ความเร็วสูง จะทำให้เกิดการกระจายตัวของ Slurry ภายในถังกวนสูง พบว่า ที่ทุกระยะการติดตั้งใบพัดจะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเร็วสูงที่บริเวณใกล้ ตำแหน่งของใบพัด ค่าสัมประสิทธิ์ความเร็วเฉลี่ยที่ของระยะการติดตั้งใบพัด 2.0925 m เป็นค่าสูงสุด เท่ากับ 3.1510 รองลงมาคือ ที่ระยะ 3 m มีสัมประสิทธิ์ความเร็ว เท่ากับ 3.1342, ที่ระยะ 1.3950 m มีสัมประสิทธิ์ความเร็ว เท่ากับ 2.9883 และที่ระยะ 0.1 m มีสัมประสิทธิ์ความเร็ว เท่ากับ 1.6898 ตามลำดับ ดังนั้น การติดตั้งใบพัดที่ระยะ 2.0925 m เป็นระยะที่เหมาะสมกับการติดตั้งภายในถังที่สุด เนื่องจากมีสัมประสิทธิ์ความเร็วเฉลี่ยสูงที่สุด และเกิดการกระจายตัวของ Slurry ที่กึ่งกลางของถัง ลด การเกิด Vortex เนื่องจากการเกิด Vortex ในถังกวนทำให้ Slurry มีความเร็วที่แตกต่างกันน้อย ซึ่ง ทำให้การกวนมีประสิทธิ์ภาพลดลง

รูปที่ 4.8 แสดงค่าอัตราเฉือนเปรียบเทียบที่เลข Reynolds ต่างๆ พบว่า ระยะการติดตั้ง ใบพัดที่ 0.1 m ให้อัตราเฉือนสูงสุด รองลงมาเป็นที่ระยะ 1.3950 m, 2.0925 m และ 3 m ตามลำดับ โดยที่เส้นแนวโน้มของอัตราเฉือนเป็นแบบเชิงเส้น ที่ระยะ 0.1 m ให้ความชันสูงสุด มี อัตราเฉือนสูง เนื่องจากใบพัด Narrow-Blade Hydrofoil (A310) ที่ติดตั้งภายในถังสร้างรูปแบบการ ไหลตามแนวแกน (Axial Flow) โดย Slurry ที่อยู่ใต้ใบพัดจะถูกหมุนวนลงไปยังกันถัง ซึ่งระยะการ ติดตั้งใบพัดที่ 0.1 m เป็นบริเวณใกล้กันถัง จึงทำให้บริเวณที่ใกล้ใบพัดมีความเร็วสูง ส่งผลให้ได้อัตรา เฉือนสูง ในขณะที่ระยะการติดตั้งที่ 3 m ซึ่งเป็นระยะที่ไกลจากกันถังที่สุด จึงได้ค่าอัตราเฉือนน้อย ที่สุด



รูปที่ 4.7 ค่าสัมประสิทธิ์ความเร็วของระยะการติดตั้งใบพัด เปรียบเทียบที่ระยะความสูงของถังจาก



ร**ูปที่ 4.8** ค่าอัตราเฉือนจากระยะการติดตั้งใบพัดจากก้นถังเปรียบเทียบกับ Reynolds Number

# บทที่ 5

#### สรุปผลการทดลอง

จากการศึกษาเชิงตัวเลขของการกวนในถังกวน Slurry ของแร่โลหะ และหารูปทรงเรขาคณิต ที่เหมาะสมในการติดตั้งใบพัดภายในถังกวน เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพการกวนภายในถังกวน โดยอาศัย ระเบียบวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์ในการคำนวณ กำหนดโดเมนการคำนวณของถังกวนแบบสามมิติ และ แสดงผลลัพธ์ในรูปแบบของสัมประสิทธิ์ความเร็วและอัตราเฉือน พบว่า

 เมื่อพิจารณาผลกระทบของความหนืดของ Slurry ที่ความเข้มข้น 40, 50 และ 60% solids ที่แสดงในรูปของค่าสัมประสิทธิ์ความเร็ว พบว่า ความเข้มข้นที่แตกต่างกันไม่ส่งผลกระทบต่อ สัมประสิทธิ์ความเร็ว และเมื่อเลข Reynolds มีค่าสูงทำให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเร็วมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากที่เลข Reynolds ที่เพิ่มขึ้น ความเร็วรอบในการหมุนจะเพิ่มมากขึ้น จึงส่งผลให้ค่าความเร็ว ภายในกวนมีค่าเพิ่มขึ้น และแสดงในรูปของอัตราเฉือน พบว่า ที่ความเข้มข้น 60 % solids ให้ค่า อัตราเฉือนสูงสุด เนื่องจากความชันของกราฟที่มีค่าสูง เกิดจากผลต่างความเร็วที่เกิดขึ้นภายในถังกวน มีค่าสูง

2. เมื่อพิจารณาการเปรียบเทียบชนิดของใบพัดทั้ง 2 ชนิด คือ Narrow-Blade Hydrofoil และ Pitch-Blade Turbine ที่แสดงในรูปของค่าสัมประสิทธิ์ความเร็ว และอัตราเฉือน พบว่า ใบพัด ชนิด Narrow-Blade Hydrofoil ให้ค่าสูงกว่าใบพัดชนิด Pitch-Blade Turbine เหมือนกันทั้ง 2 กรณี เนื่องจากลักษณะของใบพัดชนิด Narrow-Blade Hydrofoil มีพื้นที่หน้าตัดของใบพัดกว้างกว่า ใบพัดชนิด Pitch-Blade Turbine จึงทำให้การกระจายตัวของอนุภาคของของเหลวภายในถังกวน ดีกว่า ส่งผลทำให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเร็ว และอัตราเฉือนไม้จากว่า

3. เมื่อพิจารณาผลกระทบของการติดตั้ง Baffles และไม่ติดตั้ง Baffles ที่แสดงในรูปของค่า สัมประสิทธิ์ความเร็ว พบว่า กรณีที่ติดตั้ง Baffles (บริเวณไกลออกจาก Baffles) ให้ค่าสัมประสิทธิ์ ความเร็วใกล้เคียงกับกรณีที่ไม่ติดตั้ง Baffles ส่วนกรณีที่ติดตั้ง Baffles (บริเวณ Baffles) ให้ค่า สัมประสิทธิ์ความเร็วน้อยที่สุด เนื่องจากขนาดความกว้างของ Baffles เท่ากับ 28.5 cm ซึ่งมีค่า ความเร็วเท่ากับ 0 (No-Slip Condition) จึงส่งผลให้ตำแหน่งที่เราวัดค่าความเร็วห่างจากปลายของ Baffles คิดเป็นระยะเท่ากับ 11.5 cm จึงทำให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเร็วที่ได้ออกมานั้นมีค่าน้อยที่สุด และแสดงในรูปของอัตราเฉือน พบว่า การติดตั้ง Baffles ให้ค่าอัตราเฉือนมากกว่าการไม่ติดตั้ง Baffles ที่เลข Reynolds เท่ากัน เนื่องจากการติดตั้ง Baffles ช่วยเพิ่มการกระจายตัวของอนุภาค ของของเหลวภายในถังกวนดีขึ้น และลดการเกิด Vortex 4. เมื่อพิจารณาผลกระทบของระยะความสูงของการติดตั้งใบพัดที่วัดจากก้นถังแบ่งเป็น 4 กรณี ได้แก่ 0.1, 1.3950, 2.0925 และ 3 m พบว่า ทุกระยะการติดตั้งใบพัด มีรูปแบบการไหลตาม แนวแกน (Axial Flow) โดย Slurry ที่อยู่ใต้ใบพัดจะถูกหมุนวนลงไปยังก้นถัง และให้ค่าสัมประสิทธิ์ ความเร็วสูงที่บริเวณใกล้ตำแหน่งของใบพัด เราจึงพิจารณาการติดตั้งใบพัดที่ระยะ 2.0925 m เป็น ระยะที่เหมาะสมกับการติดตั้งภายในถังที่สุด เนื่องจากมีสัมประสิทธิ์ความเร็วเฉลี่ยสูงที่สุด และเกิด การกระจายตัวของ Slurry ที่กึ่งกลางของถัง



## เอกสารอ้างอิง

[1] ข้อมูลของเหมืองแร่. https://thaipublica.org/wp-content/uploads/2016/05/.pdf สืบค้นเมื่อ 18 กันยายน 2562

[2] W.L. McCabe, J.C Smith and P. Harriott., *"Unit Operation of Chemical Engineering"* 5<sup>th</sup>ed. McGraw.Hil International Editions,1993

 [3] <u>http://www.foodnetworksolution.com/wiki/word/0914/newtonian-fluid-ของไหลแบบ</u> <u>นิวโตเนียน</u> สืบค้นเมื่อ 27 กันยายน 2562

[4] http://pirun.ku.ac.th/~g4765306/Aluid\_mech/viscosity\_be hevior\_htm สืบค้นเมื่อ 27 กันยายน 2562

[5] http://mesinindustrifarmasi.blogspot.com/2017/09/jenis-pengaduk-mixer.html

สืบค้นเมื่อ 24 กันยายน 2562

[6] https://www.spxflow.com/en/lightnin/pd-radial-flow-impeller-r200/ สืบค้นเมื่อ 30 กันยายน 2562

[7] https://www.indiamart.com/aum-industrial-seals/industrial-agitators.html สืบค้นเมื่อ 24 กันยายน 2562

[8] <u>https://www.mixerdirect.com/blogs/mixer-direct-blog/mixer-basics-step-2-flow-</u> <u>patterns สืบค้น</u>เมื่อ 18 กันยายน 2562

[9] R.K.Grenville, J.J.Giacomeli, G.Padron and D.A.R. Brown.,2017 *"Mixing : Impeller Performance in Stirred Tanks"*, Article in Chemical Engineering-New York-Mcgraw Hill Incorporated then Chemical Week Publishing Llc, p.40-52

[10] Baoqing Liu, Yijun Zheng, Mingqiang Chen, Xiaoge Chen and Zhijiang Jin.,2017 *"CFD Simulation of The Mixing and Dispersing of Floating Particles in a Viscous System"*, Brazillian Journal of Chemical Engineering, p.1176-1189

## เอกสารอ้างอิง (ต่อ)

[11] Jie Wu, Steven Wang, Bon Nguyen, Graeme Lane, Lachlan Graham, Greg Short and Jog Ruster .,2015 *"Minerals Engineering"*, ELSEVIER Journal, p.20-31

[12] G.S. Hansford, C.D. Levy and J.W. De Kock (1976), *"Rheological measurements on pulps from South African gold mines"*, Journal of South African institute of mining and metallurgy, p.363-369.

[13] Jie Wu, Lachlan J.Graham and Nabil Noui Mehidi.,2006 "*Estimation of Agitator Flow Shear Rate*", AIChE Journal , p.2322-2321

