

บทที่ 2

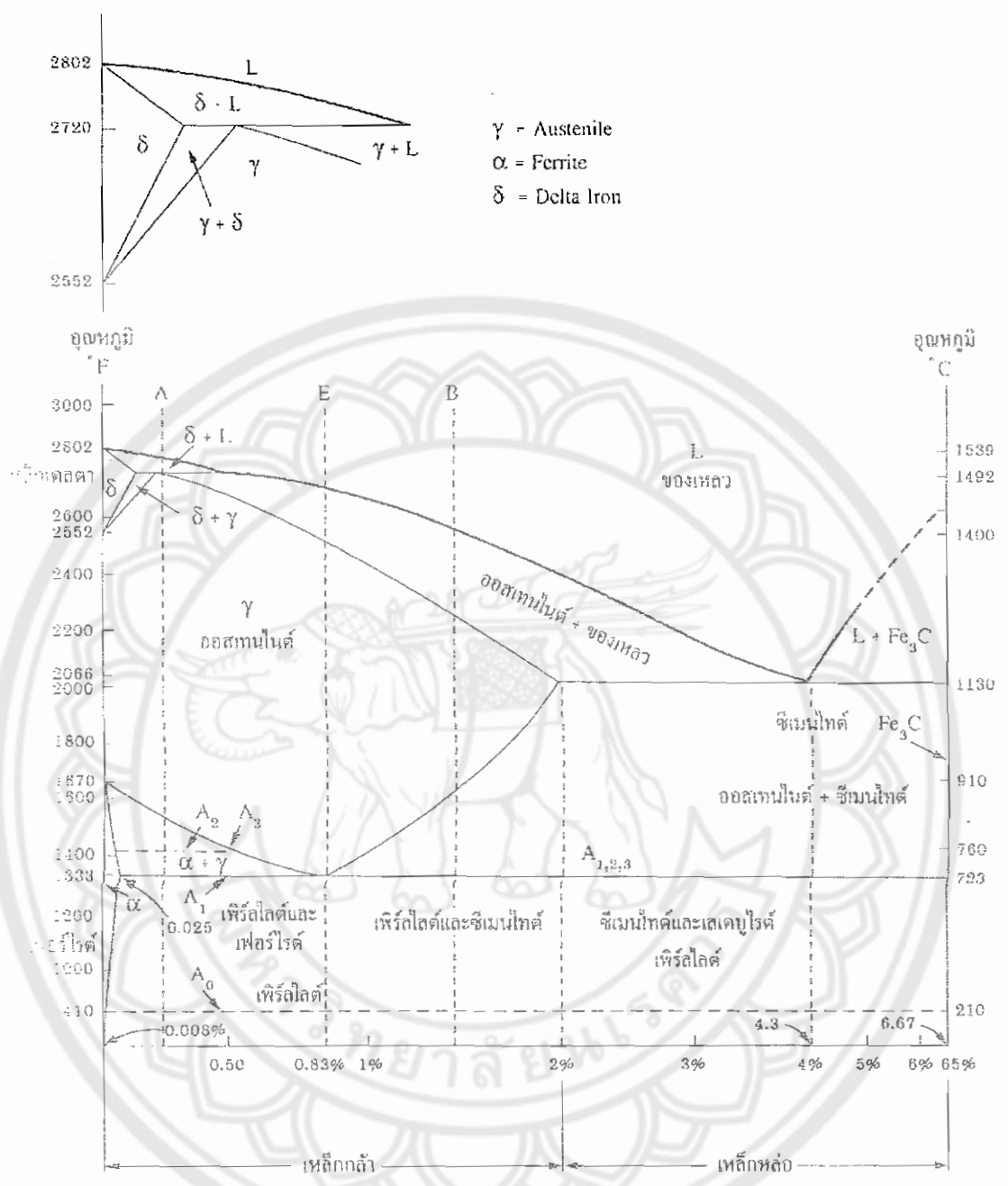
หลักการและทฤษฎี

2.1 เหล็กกล้าคาร์บอน

เหล็กคาร์บอน เป็นวัสดุในทางวิศวกรรมประเภทเดียวที่มีคุณสมบัติด้านความแข็งแรง ความแข็งแกร่งและความอ่อนตัวที่เปลี่ยนแปลงได้อย่างมากตามปริมาณของคาร์บอนที่ผสมอยู่ในเหล็ก ทำให้เหมาะกับการใช้งานหลายลักษณะเหล็กคาร์บอนสามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภทตามแผนภูมิสมดุลเหล็ก – คาร์บอน คือเหล็กกล้าคาร์บอนประเภทไฮโปยูเทคตอยด์ และเหล็กกล้าคาร์บอนประเภทไฮเปอร์ยูเทคตอยด์

2.1.1 เหล็กกล้าคาร์บอนประเภทไฮโปยูเทคตอยด์ (hypo eutectoid) คือเหล็กกล้าที่มีเปอร์เซ็นต์คาร์บอนในเนื้อเหล็กต่ำ คือตั้งแต่ 0.001 – 0.83 % มีคุณสมบัติอ่อนเหนียว มีความแข็งแรงน้อยมากโครงสร้างภายในเนื้อโลหะคือเฟอร์ไรต์และเฟอไรต์ไลต์ ในเชิงงานทางด้านวิศวกรรมได้แก่ เหล็กโครงสร้างในงานก่อสร้างทุกชนิด เหล็กในงานเชื่อมโลหะ เป็นต้น

2.1.2 เหล็กกล้าคาร์บอนประเภทไฮเปอร์ยูเทคตอยด์ (hyper eutectoid) คือ เหล็กกล้าที่มีเปอร์เซ็นต์คาร์บอนผสมอยู่ตั้งแต่ 0.83-2.0 % คาร์บอนและมีโครงสร้างภายในเนื้อเหล็กคือเฟอไรต์ไลต์และซีเมนไทท์ มีคุณสมบัติแข็งแรงเหมาะที่จะใช้งานกันด้านเครื่องมือต่างๆ เช่น ใช้ทำสกัด ใบเลื่อย ดอกสว่าน เป็นต้น



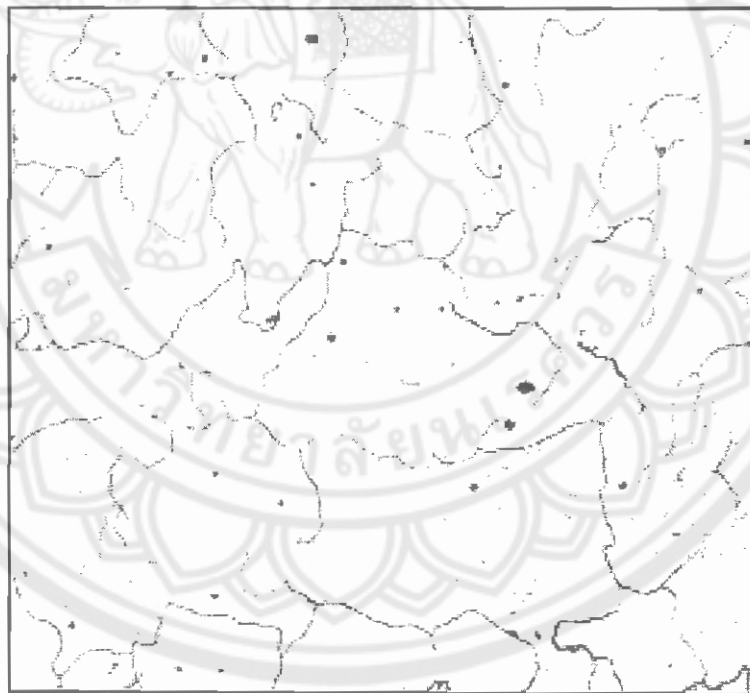
รูปที่ 2.1 แผนภาพสมดุลเหล็ก - คาร์บอน[1]

2.2 โครงสร้างจุลภาค

เนื่องจากโครงสร้างจุลภาคของเหล็ก เป็นไปได้หลายรูปแบบ ในที่นี้จึงกล่าวถึงเฉพาะโครงสร้างจุลภาคที่เกี่ยวข้องกับเหล็ก AISI 1010 และโครงสร้างที่อาจเกิดขึ้นหลังจากเหล็ก AISI 1010 ไปทำการอบชุบแข็ง

2.2.1 เฟอไรต์

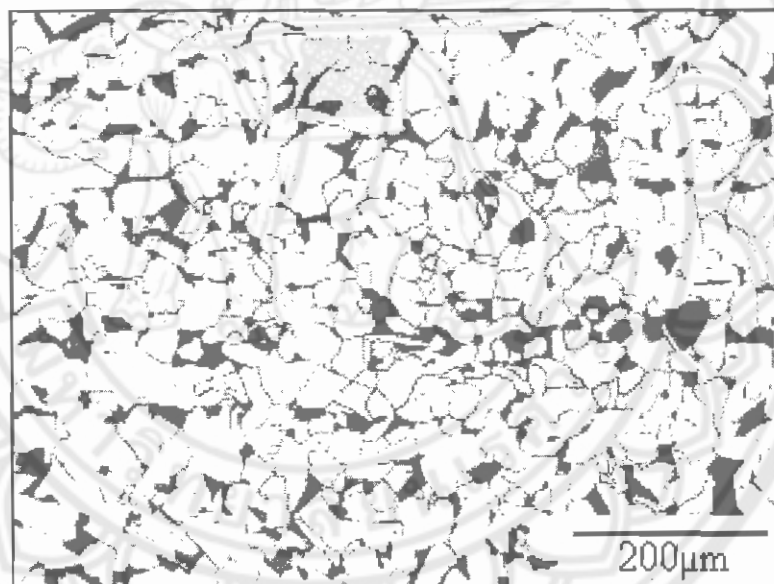
เฟอไรต์คือสารละลายในสภาพของแข็งของเหล็กกับคาร์บอน ซึ่งเกิดขึ้นที่อุณหภูมิธรรมดาถึงประมาณ 723°C ซึ่งคาร์บอนละลายในเหล็กมากที่สุดที่ 0.025 % บางครั้งเฟอไรต์ว่าเหล็ก (α - iron) เฟอไรต์เป็นชื่อมาจากภาษาละติน เรียกว่า เฟอรัม (ferrum) แปลว่า เหล็ก โครงสร้างที่ประกอบด้วยเหล็กค่อนข้างบริสุทธิ์ มีคาร์บอนผสมอยู่ไม่เกิน 0.05 % มีการวางตัวอะตอมแบบ BCC (Body centered cubic) เป็นสารแม่เหล็ก มีคุณสมบัติต่างๆไปคือ อ่อน เหนียว และไม่แข็ง



รูปที่ 2.2 โครงสร้างจุลภาค เฟอไรต์[2]

2.2.2 เฟอร์ไรต์และเฟิร์ลไลต์

เฟอร์ไรต์และเฟิร์ลไลต์คือเหล็กกล้าคาร์บอนด้วยทั่วไป และมีคาร์บอนผสมอยู่มากกว่า 0.10 % และมีโครงสร้างจุลภาคเป็นเฟอร์ไรต์และเฟิร์ลไลต์ โครงสร้างเฟิร์ลไลต์มีอยู่ 2 เฟสเกิดขึ้น สลับกันคือเฟอร์ไรต์กับซีเมนไทท์เมื่อส่องดูจากกล้องจุลทรรศน์หลังจากการกัดกรดแล้ว กรดจะกัดผิวหน้าของเฟิร์ลไลต์ให้มองเห็นโครงสร้างจุลภาคเป็นชั้นๆ ผืนสีดำ ถ้าเพิ่มปริมาณคาร์บอนทำให้มีความแข็งและความแข็งแรงเพิ่มขึ้น แต่ในทางกลับกันจะยึดตัวและทนแรงกระแทกได้น้อยลง เหล็กกล้าที่มีปริมาณคาร์บอนมากกว่า 0.03% จะเหมาะกับการใช้ทำชิ้นส่วนเครื่องจักรกล โดยการผ่านการชุบแข็งและการอบคลายก่อนนำไปใช้งาน ส่วนเหล็กกล้าที่มีคาร์บอนน้อยกว่า 0.30% จะชุบแข็งได้ยาก โครงสร้างเฟอร์ไรต์ที่เป็นพื้นสีขาวๆ และโครงสร้างของเฟิร์ลไลต์เป็นพื้นเป็นชั้นๆ สีดำได้อย่างชัดเจน



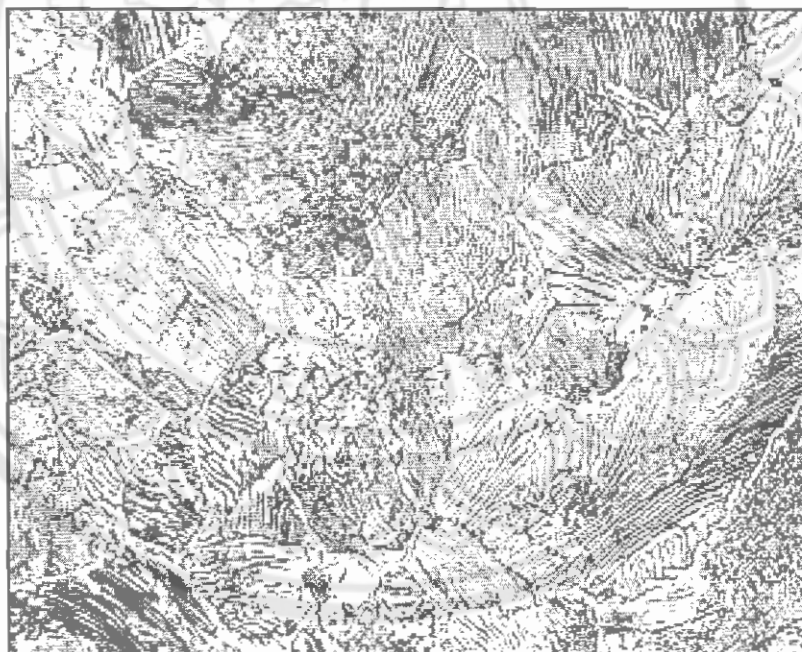
รูปที่ 2.3 โครงสร้างเฟอร์ไรต์และเฟิร์ลไลต์[3]

2.2.3 เฟอร์ไรต์

เฟอร์ไรต์ คือโครงสร้างเหล็กกล้าคาร์บอนยูเต็คตอยด์ ซึ่งเกิดการรวมตัวสลับ 2 เฟส คือ เฟอร์ไรต์กับซีเมนไทต์โดยทั่วไปจะมีคาร์บอนอยู่มากถึง 0.80% คาร์บอนจะเป็นโครงสร้างของเฟอร์ไรต์มากที่สุดทั้งก่อน เพราะผลจากการเกิดปฏิกิริยาของยูเต็คตอยด์ที่เกิดขึ้นที่สภาวะสมดุลที่ อุณหภูมิ 723°C ซึ่งมีเฟอร์ไรต์ 0.02 % ผสมกับซีเมนไทต์ 6.67 % คาร์บอน

เฟอร์ไรต์มาจากคำว่า (Pearl) ซึ่งแปลว่าไข่มุก เนื่องจากเมื่อส่องดูโครงสร้างจุลภาคที่มี กำลังขยาย 400 เท่าจะมองเห็นรูปร่างและวาวคล้ายไข่มุก ลักษณะที่พบมากคือเป็นแนวแถบ ยาวๆ บางๆ เป็นกลุ่มก้อนสีดำ

ถ้าส่วนผสมคาร์บอนเป็นเหล็กกล้ายูเต็คตอยด์นำมาให้ความร้อนในเตาอบสูงกว่าเส้น A_1 ก็ได้ โครงสร้างออสเทนไนต์แล้วทำให้เย็นอย่างช้าๆ ในเตา ออสเทนไนต์ก็จะกลายเป็นเฟอร์ไรต์ทั้งหมด ลักษณะเป็นมันวาวคล้ายไข่มุก ในการกัดกรดพบว่าเฟอร์ไรต์จะถูกกัดกร่อนได้ง่ายกว่า ซึ่งบริเวณ นั้นจะมองเห็นเป็นชั้นๆ สีดำ และมีเฟอร์ไรต์เป็นสีขาวๆเป็นแถบกว้าง



รูปที่ 2.4 โครงสร้างจุลภาคเฟอร์ไรต์[3]

2.2.4 มาร์เทนไซต์

มาร์เทนไซต์ คือโครงสร้างจุลภาคซึ่งไม่มีในแผนภูมิสมดุลงเหล็ก-คาร์บอน และได้จากการนำเอาชิ้นงานที่ได้จะเป็นเหล็กกล้าไฮโปยูเทคตอยด์ ซึ่งมีโครงสร้างภายในเป็นเฟอร์ไรต์กับเพิร์ลไลต์มาอบเผาแช่ไว้ในอุณหภูมิสูงเกินเส้น A_1 จนถึงเส้น A_3 และบวกร่วมอีกประมาณ $30 - 50^\circ\text{C}$ โครงสร้างภายในเนื้อโลหะก็จะเปลี่ยนเป็นออสเทนไนท์นำเอาออกมาจากเตา แล้วทำให้เย็นตัวอย่างรวดเร็วโดยการจุ่มน้ำ น้ำมัน แต่ที่นิยมกันมากคือการจุ่มลงในน้ำ โครงสร้างก็จะเปลี่ยนเป็นมาร์เทนไซต์ได้ตามที่ต้องการ และต้องนำไปทำการอบคลายเทมเปอร์เพื่อลดความเปราะในการนำไปใช้ ก่อนทำเทมเปอร์มาร์เทนไซต์นี้ เหมาะกับงานที่ทำส่วนอะไหล่ที่ต้องการให้ทนต่อการเสียดสีและทนต่อการสึกหรอได้ดี



รูปที่ 2.5 โครงสร้างมาร์เทนไซต์[4]

2.3 การออกแบบการทดลอง

ชิ้นงานทดสอบการปรับปรุงคุณสมบัติทางด้านความร้อนของเหล็ก AISI 1010 ได้เลือกมาตรฐานในการทดสอบตามมาตรฐาน ASTM ซึ่งประกอบไปด้วยจำนวนชิ้นงานทดสอบ ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 2.1 จำนวนชิ้นงานในการอบชุบ

Temperature(°C)		จำนวนชิ้นงาน(ชิ้น)			เพื่อความ ผิดพลาด
		750 °C	800 °C	850 °C	
เวลาในการ อบชุบ(นาท)					
	ชิ้นงานที่ยังไม่ผ่าน การอบชุบ		7		-
	10	7	7	7	-
	20	7	7	7	-
	40	7	7	7	-

ตารางที่ 2.2 จำนวนชิ้นงานทดสอบแรงดึง

Temperature(°C)		จำนวนชิ้นงาน(ชิ้น)			เพื่อความ ผิดพลาด
		750 °C	800 °C	850 °C	
เวลาในการ อบชุบ(นาท)					
	ชิ้นงานที่ยังไม่ผ่าน การอบชุบ		3		3
	10	3	3	3	9
	20	3	3	3	9
	40	3	3	3	9

*เพื่อความผิดพลาดสภาวะละ 3 ชิ้น

ตารางที่ 2.3 จำนวนชิ้นงานทดสอบความแข็งและโครงสร้างจุลภาค

Temperature(°C)	จำนวนชิ้นงาน(ชิ้น)			เพื่อความ ผิดพลาด
	750 °C	800 °C	850 °C	
เวลาในการ ออสเตนไนต์ซิง(นาที)				
ชิ้นงานที่ยังไม่ผ่าน การออสเตนไนต์ซิง		1		-
10	1	1	1	-
20	1	1	1	-
40	1	1	1	-

2.4 วิธีการอบชุบ

2.4.1 การชุบแข็ง ในการชุบแข็งได้กำหนดจำนวนชิ้นงานตัวอย่าง และอุณหภูมิในการอบชุบเอาไว้ โดยจะกำหนดอุณหภูมิออสเตนไนต์ซิงที่อุณหภูมิ 750 °C , 800 °C , 850 ° โดยมีเวลาเป็นตัวกำหนด 10 , 20 , 40 นาที เพื่อใช้ในการเปรียบเทียบโครงสร้างทางจุลภาค ความแข็งและต้านทานแรงดึง จึงให้ความสำคัญกับอุณหภูมิการชุบแข็งซึ่งจะใช้น้ำมาเป็นสารชุบ การอบชุบจะทำการชุบที่อุณหภูมิออสเตนไนต์ซิงในแต่ละอุณหภูมิและเวลาเพื่อทำการทดสอบ ดังนี้

1. โครงสร้างจุลภาค
2. ทดสอบความแข็ง
3. ทดสอบแรงดึง

2.5 การชุบแข็ง (Hardening)

การชุบแข็ง คือ การอบชุบความร้อนเพื่อต้องการให้เหล็กภายหลังการชุบมีความแข็งเพิ่มขึ้น เพื่อทนต่อการเสียดสีในขณะใช้งาน การชุบแข็งเป็นวิธีที่จะให้ได้โครงสร้างของเหล็กสุดท้ายเป็นมาร์เทนไซต์ หรือเบนไนท์ ขึ้นอยู่กับความแข็งสุดท้ายที่ต้องการ การเปลี่ยนแปลงโครงสร้างจากออสเตนไนท์ไปเป็นมาร์เทนไซต์ หรือเบนไนท์ ซึ่งจะได้เหล็กที่มีความแข็งสูง องค์ประกอบที่สำคัญ 3 ประการในการชุบแข็ง คือ

2.5.1 ปริมาณคาร์บอนเป็นองค์ประกอบที่สำคัญ เพราะการที่ออสเตนไนท์จะเปลี่ยนไปเป็นมาร์เทนไซต์ ในลักษณะการชุบแข็งธรรมดาด้วยน้ำ เหล็กควรจะมียุคคาร์บอนมากกว่า 0.3 % ส่วนธาตุที่ผสมในเหล็กอื่นๆ เช่น นิกเกิล โครเมียม และโมลิบดีนัมจะเพียงทำหน้าที่ช่วยให้การชุบแข็งได้ผลดีขึ้นเท่านั้น ความแข็งของมาร์เทนไซต์จะขึ้นอยู่กับปริมาณของคาร์บอนดังตัวอย่างเช่น เหล็กคาร์บอน 0.35% สามารถชุบแข็งได้ความแข็งประมาณ $50 H_{RC}$ ตรงกันข้ามเหล็ก 0.02% C , 10%Cr ได้ความแข็งภายหลังการชุบแข็งเพียง $35 H_{RC}$

2.5.2 อุณหภูมิก่อนการชุบ คือ อุณหภูมิที่เหล็กจะต้องเปลี่ยนเป็นออสเตนไนท์ ก่อนการชุบน้ำหรือน้ำมัน อุณหภูมิของเหล็กไม่สูงพอจนโครงสร้างเปลี่ยนเป็นออสเตนไนท์หมด จะชุบในน้ำหรือน้ำมันที่อุณหภูมิที่ต่ำกว่า ความแข็งที่ได้จะไม่สูงเท่าที่ควร เพราะมาร์เทนไซต์ที่ได้จะต้องมาจากออสเตนไนท์เท่านั้น และเป็นการเปลี่ยนโครงสร้างโดยปราศจากการกำเนิดนิวเคลียสไม่เหมือนอย่างเช่น เฟอร์ไรท์หรือซีเมนต์ไต์ที่เหล็กไฮโปยูเทคตอยด์จะให้อุณหภูมิเหนือเส้น A_3 $30^{\circ}C - 50^{\circ}C$ ซึ่งอุณหภูมินี้จะได้โครงสร้างเป็นออสเตนไนท์ทั้งหมด ถ้าพิจารณาในกรณีนี้ที่อุณหภูมิต่ำกว่านี้และอยู่ในช่วง $A_1 - A_3$ จะปรากฏมีเฟอร์ไรท์เหลืออยู่บางส่วน ถ้าทำการชุบที่อุณหภูมินี้ ออสเตนไนท์จะเปลี่ยนเป็นมาร์เทนไซต์ แต่เฟอร์ไรท์จะไม่มีการเปลี่ยนแปลงคงสภาพอยู่อย่างเดิมเหล็กภายหลังการชุบจะไม่ได้ความแข็งเท่าที่ควรและบริเวณโครงสร้างที่เป็นเฟอร์ไรท์จะเป็นบริเวณที่อ่อน (Soft spots) ขาดคุณสมบัติด้านทานต่อการเสียดสี

ในกรณีถ้าเผาที่อุณหภูมิสูงเหนือเส้น A_3 ไปมาก (Overheating) จะได้โครงสร้างออสเตนไนท์ที่มีเกรนโต ภายหลังการชุบน้ำจะได้มาร์เทนไซต์ที่หยาบ (Coarse martensite) ซึ่งจะทนแรงกระแทกได้น้อยลง อีกประการหนึ่งซึ่งงานในขณะชุบน้ำจะเกิดบีดงหรือแตกร้าวได้ง่าย

2.5.3 อัตราการเย็นตัวเป็นองค์ประกอบที่สำคัญอีกประการหนึ่งที่ออสเตนไนท์จะเปลี่ยนไปเป็นมาร์เทนไซต์หรือเบนไนท์จะต้องเป็นอัตราการเย็นตัวที่สูงพอ ซึ่งจะปรากฏคำว่า อัตราการเย็นตัววิกฤติ (Critical cooling rate) หมายถึง อัตราการเย็นตัวที่ออสเตนไนท์เปลี่ยนไปเป็นมาร์เทนไซต์หรือเบนไนท์ ถ้าอัตราการเย็นตัวช้ากว่านี้ ออสเตนไนท์จะไม่มีโอกาสเปลี่ยนเป็นมาร์เทนไซต์หรือเบนไนท์ แต่จะได้เพิร์ลไลต์หรือซอร์ไบท์แทน อัตราการเย็นตัวของโลหะที่ทำการชุบแข็งจะขึ้นอยู่กับของเหลวที่ใช้ในการชุบแข็ง

2.5.4 ของเหลวสำหรับการชุบแข็ง
ของเหลวที่ใช้สำหรับการชุบแข็งที่ดีโดยหลักเกณฑ์ทั่วไปจะต้องให้อัตราการเย็นตัวสูงกว่าอัตราการเย็นตัววิกฤติ (Critical cooling rate) ทั้งนี้ก็เพื่อเป็นการป้องกันไม่ให้ออสเตนไนท์แตกตัวไปเป็นเพิร์ลไลต์ หรือโครงสร้างอื่นที่ไม่ใช่มาร์เทนไซต์ (Intermediate structure) และที่สำคัญอีกประการ

หนึ่งคือ ควรจะให้อัตราการเย็นตัวที่ช้าลงในช่วงอุณหภูมิของการเปลี่ยนแปลงจากออสเตนไนท์ไปเป็นมาร์เทนไซต์ ซึ่งจะเป็นช่วงอุณหภูมิระหว่าง $200 - 400^{\circ}\text{C}$ ทั้งนี้ก็เพื่อป้องกันไม่ให้เกิดความเครียดภายในขึ้นเหลืกมากนัก มิฉะนั้นจะทำให้เกิดการบิดงอ หรือแตกร้าวขึ้นได้ ของเหลวสำหรับการชุบแข็งที่ใช้กันทั่วไป ได้แก่ น้ำ น้ำเกลือ น้ำด่าง น้ำมัน เกลือละลาย และ อากาศ

1. น้ำ เมื่อพิจารณาคุณสมบัติในการถ่ายเทความร้อนของน้ำ โดยการทดลองวัดอัตราการเย็นตัวของลูกบอลทำด้วยโลหะเงินเส้นผ่าศูนย์กลาง 20 mm เหนือที่อุณหภูมิ 800°C ชุบในของเหลวหลายชนิดทำการวัดอัตราการเย็นตัวผลที่ได้ปรากฏว่า น้ำทำให้อัตราการเย็นตัวค่อนข้างต่ำในตอนต้น แต่จะให้ค่าอัตราการเย็นตัวสูงมาก ในช่วงอุณหภูมิ $200 - 400^{\circ}\text{C}$ นี้เป็นลักษณะที่ไม่ดีเพราะเป็นช่วงอุณหภูมิที่ออสเตนไนท์เปลี่ยนเป็นมาร์เทนไซต์ และจะขยายตัวเล็กน้อย จะทำให้เกิดความเครียดได้มาก อันจะเป็นสาเหตุให้ชิ้นงานเกิดการบิดงอ และแตกร้าวง่าย ยิ่งเป็นเหล็กที่มีคาร์บอนสูง การชุบแข็งโดยการชุบน้ำจะทำได้ น้ำเป็นสารชุบที่หาได้ง่ายและสะดวกสบายที่สุดในบรรดาสารชุบต่างๆ อัตราการเย็นตัวของน้ำจะลดลงเมื่ออุณหภูมิของน้ำสูงขึ้น เกือบถึงจุดเดือดของน้ำถึง 10% เนื่องจากไอน้ำไปปกคลุมผิวหน้าของน้ำทำให้ยากแก่การระบายความร้อน

2. ในกรณีของน้ำเกลือ 10% จะให้คุณสมบัติการถ่ายเทความร้อนที่ดีมาก จะเห็นว่าอัตราการเย็นตัวสูงถึงประมาณ 2300°C ต่อวินาที ซึ่งสูงมากเพราะมีจุดเดือดสูงกว่าน้ำธรรมดา ช่วงอุณหภูมิที่ให้อัตราการเย็นตัวสูงสุดจะอยู่ประมาณ $600 - 400^{\circ}\text{C}$ ซึ่งไม่อยู่ในช่วงการเปลี่ยนออสเตนไนท์ไปเป็นมาร์เทนไซต์ อัตราที่จะเกิดความเครียดภายในน้อยลง แต่ก็ยังไม่เหมาะสมสำหรับการชุบแข็งเหล็กคาร์บอนสูงเพราะในช่วงอุณหภูมิ $400 - 200^{\circ}\text{C}$ อัตราการเย็นตัวอยู่ในเกณฑ์สูง สารละลายน้ำเกลือนี้ เป็นตัวช่วยลดไอน้ำที่ปกคลุมบนผิวหน้าของสารชุบและ ยังมีประสิทธิภาพที่ดีกว่าน้ำอีกด้วยอัตราส่วนที่ดีที่สุดคือ 10% ไม่ควรมากกว่านี้ หลังจากจุ่มชุบในสารนี้แล้วควรล้างด้วยน้ำเพื่อป้องกันการกักร้อนอีกทีหนึ่ง

3. น้ำมัน เป็นของเหลวมีให้คุณสมบัติการถ่ายเทความร้อนต่ำ ให้อัตราการเย็นตัวสูงประมาณ 200°C ต่อวินาที ซึ่งไม่สูงพอสำหรับการชุบ เพื่อให้ได้มาร์เทนไซต์ สำหรับเหล็กคาร์บอนหรือเหล็กคาร์บอนต่ำยังเป็นงานขึ้นโตมีโอกาได้โครงสร้างมาร์เทนไซต์จะเป็นไปได้ยาก น้ำมันจึงเหมาะสำหรับการชุบแข็งเหล็กที่มีส่วนผสมสูงออสเตนไนท์ที่มีเสถียรภาพสูงและมีอัตราการเย็นตัววิกฤติช้ากว่าเกณฑ์ปกติ น้ำมันมีข้อดีอยู่ตรงที่อัตราการเย็นตัวสม่ำเสมอ ไม่ทำให้เกิดความเครียดมากนัก การที่จะเพิ่มคุณสมบัติการถ่ายเทความร้อนให้กับน้ำมันสามารถทำได้โดยการเผาให้ร้อนประมาณ $50 - 80^{\circ}\text{C}$ น้ำมันจะเสกทำให้การถ่ายเทความร้อนดีขึ้นน้ำมันที่ใช้สำหรับ

การชุบแข็งจะต้องเป็นน้ำมันที่ได้จากปิโตรเลียม(Mineral oil)และมีจุดติดไฟที่สูงประมาณ 160 – 170 °C น้ำมันเป็นสารชุบที่มีคุณสมบัติป้องกันการบิดตัวของชิ้นงานในขณะที่ชุบดีกว่าสารชุบอื่นๆ ทั้งยังลดแรงเครียดต่างๆ ภายในชิ้นงานได้ดีอีกด้วย และยังป้องกันการแตกหักของชิ้นงานชุบได้ดีกว่าสารอื่น น้ำมันพืชและน้ำมันสัตว์ ก็สามารถใช้เป็นสารชุบได้ดีกว่าสารอื่นหากแต่ว่ามันมีกลิ่นเหม็นและยังจับตัวกันเป็นยางเหนียวๆ เมื่อได้รับความร้อนดังนั้น ทว่า ไปใช้น้ำมันจากธรรมชาติ เป็นดีที่สุด นอกจากนั้นราคายังถูกและหาง่ายอีกด้วย

2.5.5 หลักสำคัญในการชุบ (Quenching)

ในการชุบชุบให้เย็น อัตราเย็นตัวเร็วพอที่จะเพิ่มความแข็งให้ได้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้ในการเปลี่ยนโครงสร้างมาร์เทนไซต์ ซึ่งก็ขึ้นอยู่กับส่วนผสมของเหล็ก ถึงอย่างไรก็ตาม จำเป็นที่จะต้องระมัดระวังถึงความสำคัญของอัตราการเย็นตัววิกฤตจะแสดงในแผนภูมิ ที.ที.ที. (T.T.T.Diagrams) สำหรับเหล็กในเกรดต่างๆ กันโดยดูได้จากจุกของส่วนโค้งตัวเอส (S.Curve)ซึ่งเอียงไปทางด้านขวามากหรือน้อยทำให้อัตราการเย็นตัวมากหรือน้อยตามไปด้วย

เมื่อคำนึงถึงข้อหลักเสี่ยงในการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง (การหดขยายตัว) ซึ่งมีความสำคัญ การชุบชุบจึงจำเป็นที่จะต้องช้าที่สุดและสม่ำเสมอที่สุดเท่าที่กระทำได้ เพราะฉะนั้นจะต้องหลีกเลี่ยงการใช้สารชุบที่มีอัตราการเย็นตัวเร็วเกินไป เพื่อให้เหล็กกลายเป็นเกรนมาร์เทนไซต์ตามความต้องการ

โครงสร้างของมาร์เทนไซต์ที่อาจทำได้ดังนี้

1. การชุบชุบชิ้นงานโดยตรง หมายถึง การชุบชุบเหล็กจากร้อนลงมาถึงอุณหภูมิห้องโดยการชุบชุบในน้ำ ในน้ำมัน หรือใช้ลมเป่า ทั้งนี้การเลือกใช้สารชุบจะต้องให้เหมาะสมกับส่วนผสมของเหล็ก
2. การชุบชุบในน้ำเกลือ ซึ่งผสมเกลือแกง 10% หรือเกลือโซดา 5% ซึ่งทำให้การถ่ายเทความร้อนได้มรรวดเร็วขึ้น ปกติจะทำให้ผลในการถ่ายเทความร้อนได้ดีที่สุดที่อุณหภูมิ 68 °F (20 °C)
3. เหล็กกล้าคาร์บอนซึ่งต้องการอัตราการเย็นตัว ปกติจะจุ่มในน้ำเย็น ข้อเสียของการชุบชุบในน้ำคือ อัตราการเย็นตัวสูง ทำให้ชิ้นงานเกิดการบิดงอและอาจจะแตกได้ง่าย
4. การชุบชุบลงในน้ำมัน การชุบชุบลงในน้ำมันมีอัตราการเย็นตัวช้ากว่าการชุบชุบลงในน้ำ และช้าเกินไปที่จะทำให้เหล็กกล้าคาร์บอนมีโครงสร้างเป็นมาร์เทนไซต์ได้ ฉะนั้นเหล็กกล้าที่ใช้ชุบในน้ำมันจึงเป็นเหล็กกล้าคาร์บอนที่มีธาตุอื่นผสมสำหรับน้ำมันอัตราการเย็นตัวที่ดีจะต้องมีอุณหภูมิประมาณ 140 – 170 °F (60 – 80 °C) ทั้งนี้เนื่องจากน้ำมันมีความหนืด และเมื่อถึง

อุณหภูมิที่ความเหนียวจะลดลง และสามารถรับถ่ายความร้อนได้ดีขึ้น ถ้าหากอุณหภูมิสูงกว่า 175°F (80°C) อัตราการเย็นตัวจะลดลงในขณะที่อุณหภูมิของน้ำมันเพิ่มขึ้น

2.6 เวลาที่รักษาไว้ ณ อุณหภูมิที่ต้องการ(Holding time)

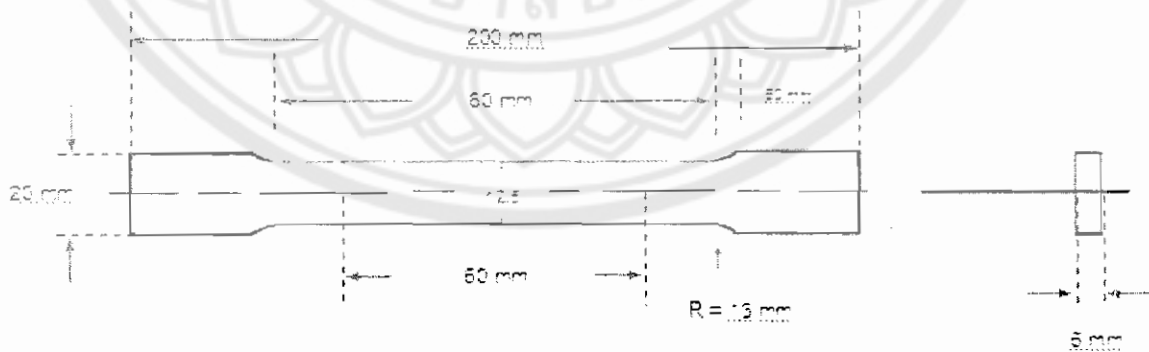
มีวัตถุประสงค์เพื่อให้ได้ออสเทนไนท์ที่สม่ำเสมอและให้อุณหภูมิทั้งบริเวณผิวและกลางใจเท่ากัน ไม่มีเกณฑ์ที่ตายตัวขึ้นอยู่กับหลักในการปฏิบัติ ถ้าเป็นเหล็กคาร์บอนหรือเหล็กผสมต่ำ (Low-alloys) ซึ่งคาร์ไบด์สลายตัวได้ง่ายจะใช้เวลาประมาณ 5 – 10 นาที ก็พอ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความหนาของชิ้นงานด้วยแต่ถ้าเป็นเหล็กผสมปานกลางหรือสูง ซึ่งคาร์ไบด์มีเสถียรภาพจะต้องใช้เวลาให้นานพอที่คาร์ไบด์จะสลายตัวหมด ซึ่งเวลาที่ใช้จะเพิ่มขึ้นประมาณ 25 ถึง 50 เปอร์เซ็นต์ของเวลาที่ใช้เกณฑ์ปกติ[1]

2.7 การทดสอบคุณสมบัติเชิงกล

สมบัติเชิงกลของโลหะเป็นเรื่องที่สำคัญสำหรับวิศวกรในการออกแบบโครงสร้างต่างๆ เพื่อให้เหมาะสมกับการใช้งานทั้งทางด้านเงินทุน , ความเหมาะสม และที่สำคัญคือความปลอดภัยซึ่งคุณสมบัติเชิงกลที่ทำการศึกษามีดังนี้

2.7.1 การทดสอบแรงดึง

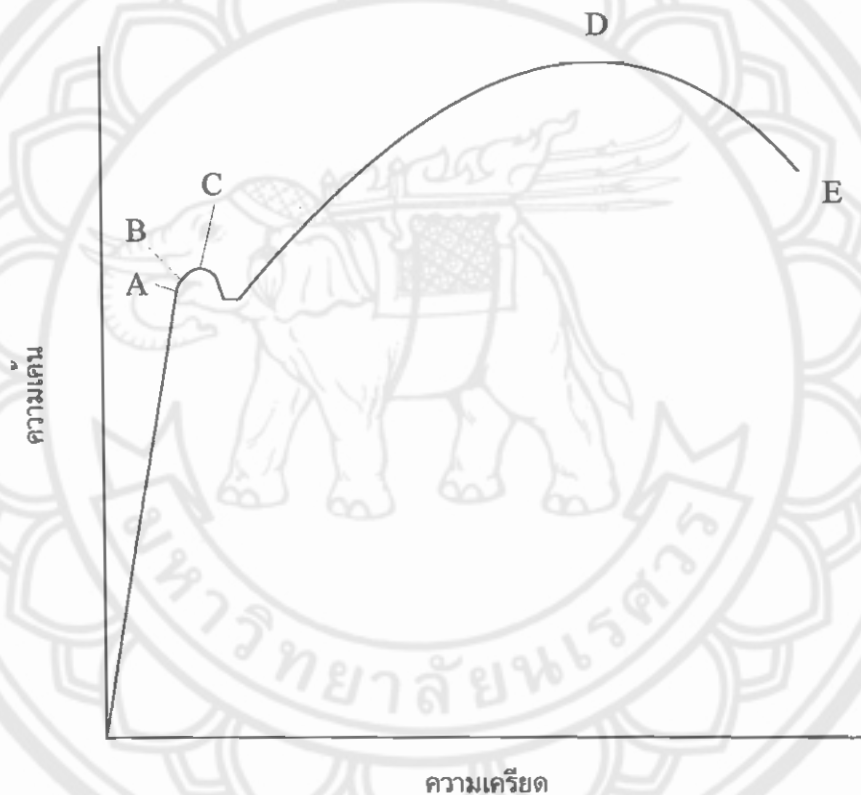
ในการหาแข็งแรงและคุณสมบัติต่างๆของวัสดุจะต้องทดสอบด้วยตัวของวัสดุนั้นจนกระทั่งหักหรือขาดการทดสอบที่สำคัญและใช้มากที่สุดคือการทดสอบแรงดึงซึ่งวัสดุทดลองมีหลายขนาดแต่ขนาดที่ใช้มากที่สุดคือ



รูปที่ 2.6 ลักษณะชิ้นงานทดสอบแรงดึง

(ที่มาของขนาดชิ้นงาน Standard Test Methods and Definitions for Mechanical ASTM A370 Testing of Steel Products)

วิธีการทดสอบนั้น เราจะนำตัวอย่างที่จะทดสอบมาดึงอย่างช้า ๆ แล้วบันทึกค่าของความเค้นและความเครียดที่เกิดขึ้นไว้ แล้วมาพล็อตกราฟ เป็นเส้นโค้ง ขนาดและรูปร่างของชิ้นทดสอบมีต่าง ๆ กันขึ้นอยู่กับชนิดของวัสดุนั้นๆมาตรฐานต่างๆของการทดสอบ เช่นมาตรฐานของ ASTM (American Society of Testing and Materials), BS (British Standards), JIS (Japanese Industrial Standards) หรือแม้แต่ มอก. (มาตรฐานผลิตภัณฑ์อุตสาหกรรมไทย) ได้กำหนดขนาดและรูปร่างของชิ้นทดสอบไว้ ทั้งนี้เพื่อให้ผลของการทดสอบเชื่อถือได้ พร้อมกับกำหนดความเร็วในการเพิ่มแรงกระทำเอาไว้ด้วย

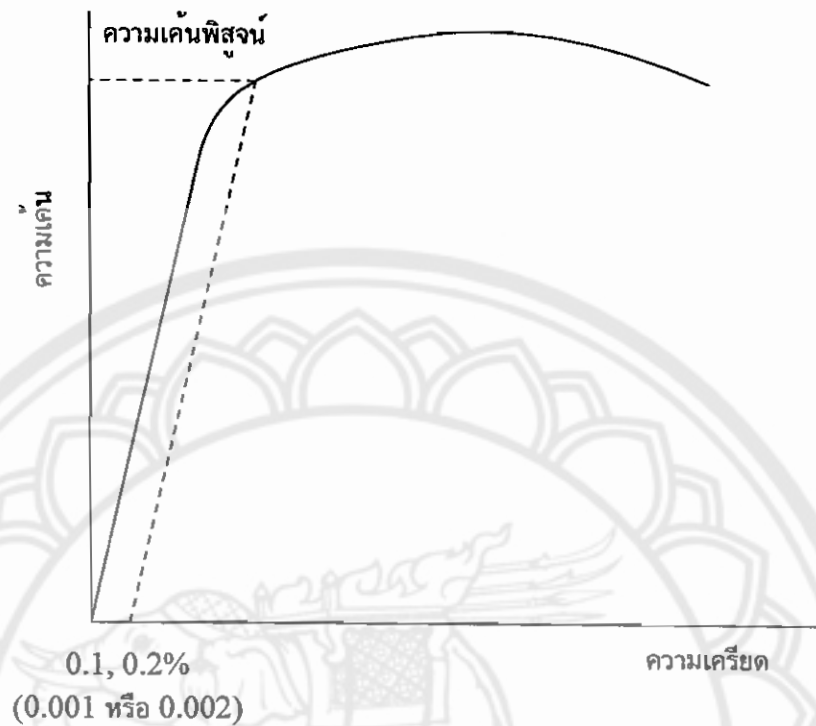


รูปที่ 2.7 เส้นโค้งความเค้น-ความเครียด (Stress-Strain Curve) แบบมีจุดคราก (Yield Point)

จากการศึกษาเส้นโค้งความเค้น-ความเครียด เราพบว่า เมื่อเราเริ่มดึงชิ้นทดสอบอย่างช้า ๆ ชิ้นทดสอบจะค่อย ๆ ยืดออก จนถึงจุดจุดหนึ่ง (จุด A) ซึ่งในช่วงนี้ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น-ความเครียดจะเป็นสัดส่วนคงที่ ทำให้เราได้กราฟที่เป็นเส้นตรง ตามกฎของฮุก (Hook's law) ซึ่งกล่าวว่าความเค้นเป็นสัดส่วนโดยตรงกับความเครียด จุด A นี้ เรียกว่าพิสัยสัดส่วน (Proportional Limit) และภายใต้พิสัยสัดส่วนนี้ วัสดุจะแสดงพฤติกรรมการคืนรูปแบบอิลาสติก (Elastic Behavior) นั่นคือเมื่อปล่อยแรงกระทำ ชิ้นทดสอบจะกลับไปมีขนาดเท่าเดิม

เมื่อเราเพิ่มแรงกระทำต่อไปจนเกินพิกัดสัดส่วน เส้นกราฟจะค่อย ๆ โค้งออกจากเส้นตรง วัสดุหลายชนิดจะยังคงแสดงพฤติกรรมการคืนรูปได้อีกเล็กน้อยจนถึงจุด ๆ หนึ่ง (จุด B) เรียกว่า พิกัดยืดหยุ่น (Elastic limit) ซึ่งจุดนี้จะเป็นจุดกำหนดว่าความเค้นสูงสุดที่จะไม่ทำให้เกิดการแปรรูปถาวร (Permanent Deformation or Offset) กับวัสดุนั้น เมื่อผ่านจุดนี้ไปแล้ววัสดุจะมีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างอย่างถาวร (Plastic Deformation) ลักษณะการเริ่มต้นของความเครียดแบบพลาสติกนี้เปลี่ยนแปลงไปตามชนิดของวัสดุในโลหะหลายชนิด เช่น พวงเหล็กกล้าคาร์บอนต่ำ (Low Carbon Steel) จะเกิดการเปลี่ยนแปลงรูปร่างอย่างรวดเร็ว โดยไม่มีการเพิ่มความเค้น (บางครั้งอาจจะมีลดลงก็มี) ที่จุด C ซึ่งเป็นจุดที่เกิดการเปลี่ยนแปลงแบบพลาสติก จุด C นี้เรียกว่าจุดคราก (Yield Point) และค่าของความเค้นที่จุดนี้เรียกว่า ความเค้นจุดคราก (Yield Stress) หรือ Yield Strength ค่า Yield Strength นี้มีประโยชน์กับวิศวกรมาก เพราะเป็นจุดแบ่งระหว่างพฤติกรรมการคืนรูปกับพฤติกรรมการคงรูป และในกรณีของโลหะจะเป็นค่าความแข็งแรงสูงสุดที่เราคงใช้ประโยชน์ได้โดยไม่เกิดการเสียหาย

วัสดุหลายชนิดเช่น อะลูมิเนียม ทองแดง จะไม่แสดงจุดครากอย่างชัดเจน แต่เราก็มีวิธีที่จะหาได้โดยกำหนดความเครียดที่ 0.10 - 0.20% ของความยาวกำหนดเดิม (Original Gage Length) แล้วลากเส้นขนานกับกราฟช่วงแรกไปจนตัดเส้นกราฟที่โค้งไปทางด้านขวา ดังรูปที่ 2.8 ค่าความเค้นที่จุดตัดนี้จะนำมาใช้แทนค่าความเค้นจุดครากได้ ความเค้นที่จุดนี้บางครั้งเรียกว่า ความเค้นพิสูจน์ (Proof Stress) หรือความเค้น 0.1 หรือ 0.2% offset ดังแสดงในรูปที่ 2.8

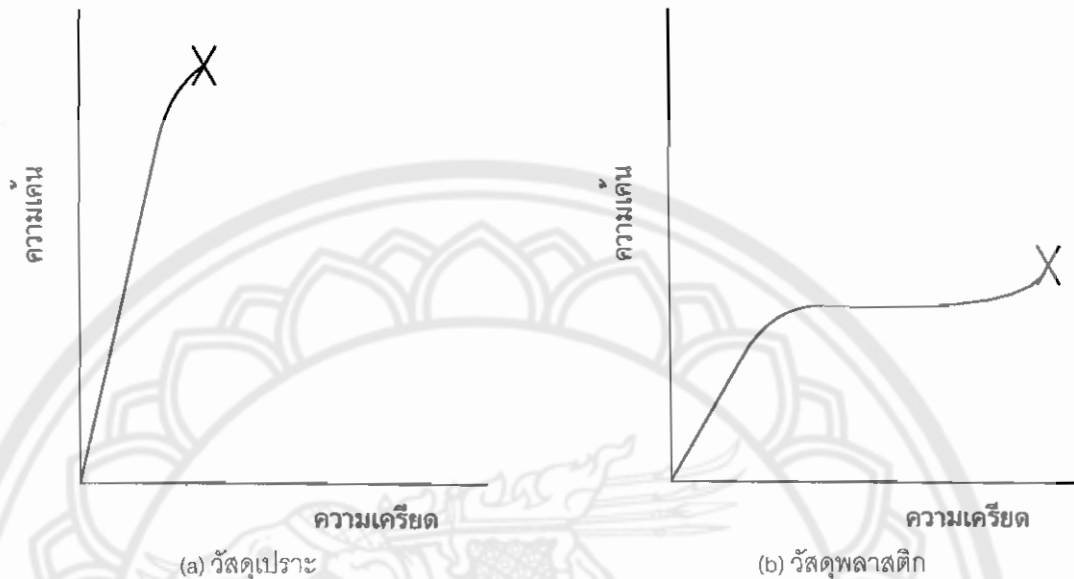


รูปที่ 2.8 เส้นโค้งความเค้น-ความเครียดแบบที่ไม่มีจุดคราก

หลังจากจุดครากแล้ว วัสดุจะเปลี่ยนรูปแบบพลาสติกโดยความเค้นจะค่อย ๆ เพิ่มขึ้นอย่างช้า ๆ หรืออาจจะคงที่จนถึงจุดสูงสุด (จุด D) ค่าความเค้นที่จุดนี้เรียกว่า Ultimate Strength หรือความเค้นแรงดึง (Tensile Strength) ซึ่งเป็นค่าความเค้นสูงสุดที่วัสดุจะทนได้ก่อนที่จะขาดหรือแตกออกจากกัน (Fracture) เนื่องจากวัสดุหลายชนิดสามารถเปลี่ยนรูปอย่างพลาสติกได้มาก ๆ ค่าความเค้นสูงสุดนี้สามารถนำมาคำนวณใช้งานได้ นอกจากนี้ ค่านี้อย่างยิ่งใช้เป็นดัชนีเปรียบเทียบคุณสมบัติของวัสดุได้ด้วยว่า ค่าว่า ความแข็งแรง (Strength) ของวัสดุ หรือ กำลังวัสดุนั้น โดยทั่วไป จะหมายถึงค่าความเค้นสูงสุดที่วัสดุทนได้นั่นเอง

ที่จุดสุดท้าย (จุด E) ของกราฟ เป็นจุดที่วัสดุเกิดการแตกหรือขาดออกจากกัน (Fracture) สำหรับโลหะบางชนิด เช่น เหล็กกล้าคาร์บอนต่ำหรือโลหะเหนียว ค่าความเค้นประลัย (Rupture Strength) นี้จะต่ำกว่าความเค้นสูงสุด เพราะเมื่อเลยจุด D ไป พื้นที่ภาคตัดขวางของตัวอย่างทดสอบลดลง ทำให้พื้นที่ที่จะต้านทานแรงดึงลดลงด้วย ในขณะที่เรายังคงคำนวณค่าของความเค้นจากพื้นที่หน้าตัดเดิมของวัสดุก่อนที่จะทำการทดสอบแรงดึง ดังนั้นค่าของความเค้นจึงลดลง ส่วนโลหะอื่น ๆ เช่น โลหะที่ผ่านการขึ้นรูปเย็น (Cold Work) มาแล้ว มันจะแตกหักที่จุดความเค้นสูงสุด โดยไม่มีการลดขนาดพื้นที่ภาคตัดขวาง ดังรูป 2.9 a ทำนองเดียวกับพวกวัสดุเปราะ

(Brittle Materials) เช่น เซรามิก ที่มีการเปลี่ยนรูปร่างอย่างพลาสติกน้อยมากหรือไม่มีเลย ส่วนกรณีของวัสดุที่เป็นพลาสติกจะเกิดแตกหักโดยที่ต้องการความเค้นสูงขึ้น ดังรูป 2.9 b



รูปที่ 2.9 เปรียบเทียบเส้นโค้งความเค้น-ความเครียดของวัสดุเปราะและวัสดุพลาสติก

เส้นโค้งความเค้น-ความเครียดนี้ นอกจากจะใช้บอกค่าความแข็งแรง ณ จุดคราก (Yield Strength) ความเค้นสูงสุดและความเค้นประลัยแล้ว ยังจะใช้บอกค่าต่างๆ ได้อีกดังนี้ คือ

1. ความเหนียว (Ductility) ค่าที่ใช้วัดจะบอกเป็นเปอร์เซ็นต์ การยืดตัว (Percentage Elongation) และการลดพื้นที่ภาคตัดขวาง (Reduction of Area) โดยที่

$$\text{เปอร์เซ็นต์การยืดตัว (\%EI)} = \frac{L_f - L_0}{L_0} \times 100\%$$

เมื่อ L_f = ความยาวของเกจหลังจากดึงจนขาด

L_0 = ความยาวของเกจเริ่มต้น

$$\text{การลดพื้นที่ภาคตัดขวาง (\%R.A.)} = \frac{A_0 - A_f}{A_0} \times 100\%$$

เมื่อ A_0 = พื้นที่หน้าตัดก่อนดึง

A_f = พื้นที่หน้าตัดหลังจากดึงขาด

ในทางปฏิบัติเรามักใช้ค่า %EI มากกว่าเพราะสะดวกในการวัด ความเหนียวของวัสดุนี้จะเป็นตัวบอกความสามารถในการขึ้นรูปของมัน คือถ้าวัสดุมีความเหนียวดี (%EI สูง) ก็สามารถนำไปขึ้นรูป เช่น รีด ตีขึ้นรูป ดึงเป็นลวด ฯลฯ ได้ง่าย แต่ถ้ามีความเหนียวต่ำ (เปราะ , Brittle) ก็จะนำไปขึ้นรูปยาก หรือทำไม่ได้ เป็นต้น

2. Modulus of Elasticity or Stiffness ภายใต้พิภักัดสัดส่วนซึ่งวัสดุมีพฤติกรรมเป็นอีลาสติก อัตราส่วนระหว่างความเค้นต่อความเครียดจะเท่ากับค่าคงที่ ค่าคงที่นี้เรียกว่า Modulus of elasticity (E) หรือ Young's Modulus หรือ Stiffness

$$E = \frac{\sigma}{e} = \frac{PL}{A\Delta L}$$

มักมีหน่วยเป็น ksi (1 ksi=1000 psi) หรือ kgf/mm² หรือ GPa (สังเกตว่าเป็นหน่วยเดียวกับหน่วยของความเค้น)

ถ้าแรงที่มากกระทำเป็นแรงเฉือนเราเรียกค่าคงที่นี้ว่า Shear Modulus หรือ Modulus of Rigidity (G)

$$G = \frac{\tau}{\gamma} = \frac{Ph}{Aa}$$

ค่า E และ G ของวัสดุแต่ละชนิดจะมีค่าเฉลี่ยคงที่ และเป็นตัวบอกความสามารถคงรูป (Stiffness, Rigidity) ของวัสดุ นั่นคือ ถ้า E และ G มีค่าสูง วัสดุจะเปลี่ยนรูปอย่างอีลาสติกได้น้อย แต่ถ้า E และ G ต่ำ มันก็จะเปลี่ยนรูปอย่างอีลาสติกได้มาก ค่า E และ G นี้มีประโยชน์มากสำหรับงานออกแบบวัสดุที่ต้องรับแรงต่าง ๆ ตารางที่ 2.1 จะแสดงตัวอย่างค่า E และ G ของวัสดุต่าง ๆ ไว้

3.ความเค้นดึง (Tensile Stress)ความเค้นดึง เกิดจากแรงดึงที่พยายามทำให้วัตถุยืดออก กำหนดให้

$$\sigma = \text{ความเค้นดึง (N/mm}^2\text{)}$$

$$F = \text{แรงดึง(N)}$$

$$A = \text{พื้นที่หน้าตัดที่รับแรงดึง (mm}^2\text{)}$$

$$\text{ดังนั้น } \sigma = F / A$$

วัสดุ	Modulus of elasticity 10^6 psi	Shear Modulus 10^6 psi
Aluminium alloy	10.5	4.0
Copper	16.0	6.0
Steel (plain carbon and low alloys)	29.0	11.0
Stainless Steel (18.8)	28.0	9.5
Titanium	17.0	6.5
Tungsten	58.0	22.8

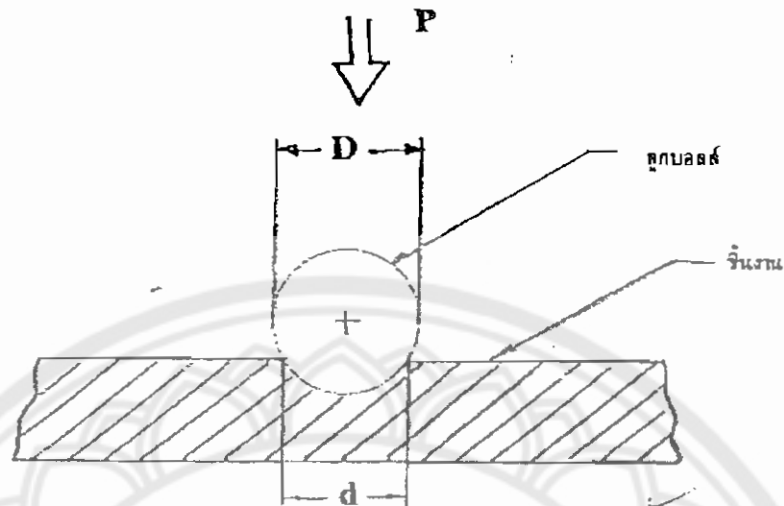
ตารางที่ 2.1 ตัวอย่างค่าคงที่ E และ G ของวัสดุชนิดต่างๆ

2.8 การทดสอบความแข็ง

ในการทำการอบชุบโลหะด้วยความร้อน(Heat Treatment)นั้น การรู้ค่าความแข็งแรงของโลหะนั้นเป็นสิ่งจำเป็นมากเพราะการทำการอบชุบโลหะด้วยความร้อนโลหะจะเปลี่ยนแปลงโครงสร้างรูปร่างหรือขนาดความแข็งแรงของโลหะนั้นจะเปลี่ยนแปลงไปฉะนั้นการทำการอบชุบเสียก่อนและหลังทุกครั้งควรทำการทดสอบความแข็งเสียก่อนการทดสอบความแข็งเป็นตัวใช้ตรวจ สอบความผิดพลาดในวิธีการที่ใช้หรือความสามารถในทางปฏิบัติในการอบชุบของแต่ละครั้งด้วย สำหรับการทดสอบความแข็งที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ คือการทดสอบความแข็งแบบบริเนล

การทดสอบความแข็งแบบ บริเนล (Brinell Hardness Tester HB)

เป็นเครื่องทดสอบแบบหนึ่งซึ่งใช้แรงมากกระทำที่หัวกดซึ่งสร้างแบบเป็นรูปทรงกลมและนำมาทดสอบความแข็งบนชิ้นงานก็จะเกิดรอยกดเป็นรูปทรงกลมบนพื้นผิวของชิ้นงานเสร็จแล้ววัดเส้นผ่านศูนย์กลางของรอยกด นำค่าที่ได้ไปคำนวณค่าความแข็งแรงจากสูตรในรูป



รูปที่ 2.10 ภาพแสดงการกดบนพื้นผิวชิ้นงาน [5]

$$\text{สูตรคำนวณ HB} = \frac{2P}{3.14D(D - \sqrt{D^2 - d^2})}$$

HB = สัญลักษณ์ค่าความแข็งแบบ Brinell

P = น้ำหนักของแรงที่มากระทำต่อหัวกดจะเป็นระบบเครื่องกลหรือระบบไฮดรอลิกแล้วแต่บริษัทที่ผลิต (Load หน่วยเป็น Kg.)

D = เส้นผ่านศูนย์กลางของหัวกดมีหน่วยเป็น mm

d = เส้นผ่านศูนย์กลางของรอยกดมีหน่วยเป็น mm

ตารางที่ 2.2 ชนิดของโลหะที่ใช้วัดด้วยเครื่องแบบ Brinell [5]

Diameter of Ball (m.m.)	Load (kg)			
	Steels and Cast Iron $F/D^2 = 30$	Copper and is Aluminium $F/D^2 = 10$	Aluminium $F/D^2 = 5$	Lead Tin and Their Alloys $F/D^2 = 1$
1	30	10	5	1
2	120	40	20	4
5	750	250	125	25
10	3,000	1,000	500	100

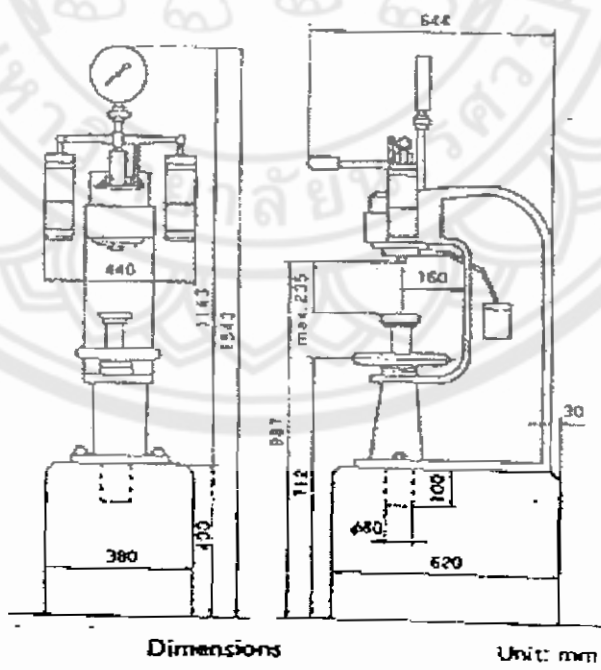
หัวกดของ Brinell มีอยู่ 2 ชนิด คือ

1. Steels Ball หรือ Standard Ball ทำด้วยเหล็กกล้าผสมพิเศษ
 2. Tungsten Carbide Ball เป็นโลหะผสมพิเศษ
- แรงกด (Load) และขนาดของหัวกด (Indenter) ขึ้นอยู่กับขนาดและความหนาของชิ้นงานที่จะนำมาทดสอบหาความแข็งขนาดของแรงกด Load หัวกด Indentor และชนิดของโลหะที่ใช้วัดด้วยเครื่องแบบ Brinell ตามตาราง

ทดสอบด้วยเครื่องแบบ Brinell

1. ชิ้นงานที่นำมาทดสอบจะต้องมีความหนาแน่นอย่างน้อย 8 เท่าของความลึกของรอยกด ส่วนมากจะใช้ครึ่งหนึ่งของเส้นผ่านศูนย์กลางของหัวกด
2. ระยะห่างระหว่างจุดกึ่งกลางของรอยกดแต่ละรอย หรือระยะห่างจากขอบชิ้นงานควรห่างอย่างน้อย 4 เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลางของรอยกด
3. ผิวของชิ้นงานจะต้องเรียบสะอาดและขนาน เพื่อจะได้ค่าความแข็งที่ถูกต้อง
4. ไม่เหมาะกับการวัดชิ้นงานหรือโลหะที่มีความแข็งเกิน 500 HB

Standard ball ไม่ควรใช้ชิ้นงานที่มีความแข็งเกิน 450 HB ถ้าหากชิ้นงานแข็งเกินควรใช้หัวกดแบบ Tungsten carbide ball

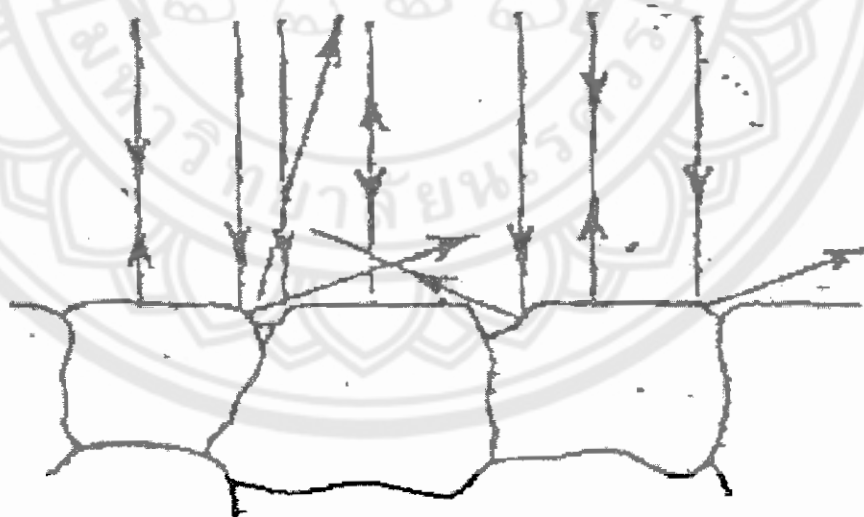


รูปที่ 2.11 เครื่องทดสอบความแข็ง [5]

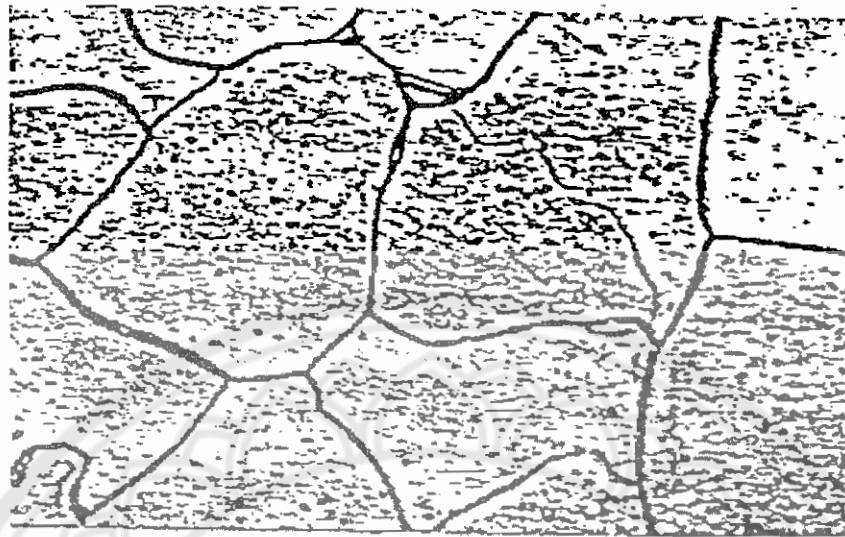
2.9 การตรวจสอบโครงสร้างจุลภาค

โครงสร้างจุลภาค (Microstructure) คือโครงสร้างของโลหะที่มีกำลังขยาย 100 เท่า การตรวจสอบโครงสร้างทางจุลภาคของโลหะเป็นการศึกษาถึงรูปร่าง, ขนาด, การจัดเรียงตัวของผลึก และ ลักษณะของเกรน ในการศึกษาโครงสร้างทางจุลภาคของโลหะนั้นเพื่อนำไปใช้ในการเลือกวัสดุมาใช้งานให้เหมาะสมกับความต้องการเพราะวัสดุแต่ละชนิดจะมีคุณสมบัติที่แตกต่างกัน การที่จะทำให้วัสดุต่างๆสามารถนำมาใช้งานได้ตรงตามความต้องการได้นั้นเราต้องมาดูที่กระบวนการผลิตวัสดุชนิดนั้นและทำการเปลี่ยนแปลงโครงสร้างทางจุลภาคของวัสดุเนื่องจากโครงสร้างที่สามารถเปลี่ยนแปลงได้คือโครงสร้างจุลภาคเท่านั้น

เนื่องจากโลหะเป็นวัสดุที่เปราะ การศึกษารูปร่างขนาดและการจัดเรียงตัวของผลึก นั้นจึงต้องตัดชิ้นงานตามแนวที่ต้องการแล้วนำไปขัดมัน, กัดกรด โดยกรดจะกัดตามขอบเกรนรุนแรงกว่าส่วนอื่นของผลึกเพราะขอบเกรนเป็นส่วนที่มีข้อบกพร่องมากที่สุด หลังจากกัดกรดแล้วขอบเกรนจะถูกกัดเป็นร่อง เมื่อตรวจสอบด้วยกล้องจุลทรรศน์ การสะท้อนของลำแสงที่ตกกระทบเกรนและขอบเกรนนั้นเหวออกนอกทิศทางเดิม ดังรูปที่ 2.12 จึงเห็นขอบเกรนเป็นสีดำ(มืด)ขณะที่เนื้อเกรนเป็นสีเหลือง(สว่าง)



รูปที่ 2.12 การสะท้อนของลำแสงที่ตกกระทบเกรนและขอบเกรน [6]



รูปที่ 2.13 ตัวอย่างโครงสร้างจุลภาคของโลหะ [6]

2.10 การวิเคราะห์ทางสถิติ

2.10.1 วัตถุประสงค์ของการวิเคราะห์ความแปรปรวน

การทดสอบสมมติฐานของผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยประชากร 2 ประชากร หรือ 2 กลุ่ม เช่น เปรียบเทียบยอดขายสินค้า 2 ยี่ห้อ จะใช้สถิติทดสอบ t หรือ Z ดังกล่าวแล้วในบทที่ 15 แต่ถ้าต้องการเปรียบเทียบยอดขายสินค้า 3 ยี่ห้อ การใช้สถิติทดสอบ Z หรือ t จะต้องทำการทดสอบครั้งละ 1 คู่ เช่น ถ้ามี 3 ประชากรจะต้องทดสอบ 3 ครั้ง หรือ 3 คู่ ดังนี้

1. $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

2. $H_0 : \mu_1 = \mu_3$

$H_1 : \mu_1 \neq \mu_3$

3. $H_0 : \mu_2 = \mu_3$

$H_1 : \mu_2 \neq \mu_3$

จึงมีการนำการวิเคราะห์ความแปรปรวนซึ่งเป็นวิธีการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยประชากรตั้งแต่ 3 ประชากรขึ้นไป โดยทำการทดสอบเพียงครั้งเดียว

สมมติฐานในการทดสอบเป็นดังนี้

$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

$H_1 : \text{มี } \mu_i \neq \mu_j \text{ อย่างน้อย 1 คู่ ; } i, j = 1, 2, 3$

ถ้าผลของการทดสอบ คือ ปฏิเสธสมมติฐาน H_0 จะไม่สามารถสรุปได้ว่าค่าเฉลี่ยของประชากรใดบ้างที่ต่างกัน อาจจะเป็นประชากรที่ 1 ต่างจาก 2 หรือต่างจาก 3 หรือ 2 ต่างจาก 3 หรือแตก

ต่างกันทั้ง 3 ประชากรก็ได้ ดังนั้นถ้าผลการทดสอบ คือ การปฏิเสธสมมติฐาน H_0 จะต้องทำการทดสอบเพิ่มเติมต่อไปว่าประชากรใดบ้างที่มีค่าเฉลี่ยแตกต่างกัน โดยการทดสอบครั้งละคู่ผลการทดสอบ คือ ยอมรับสมมติฐาน (H_0) นั้นจะสรุปได้ว่าเฉลี่ยของทั้ง 3 ประชากร ไม่แตกต่างกันจะไม่ต้องการทดสอบเพิ่มเติม

2.10.2 หลักการของการวิเคราะห์ความแปรปรวน

หลักเกณฑ์สำคัญที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานซึ่งเกี่ยวกับความแตกต่างของค่าเฉลี่ยตั้งแต่ค่าของ 3 ประชากร หรือ 3 กลุ่มขึ้นไป คือ การแยกความแปรปรวน หรือ ความผันแปรทั้งหมดของข้อมูลออกเป็น 2 ส่วน คือ

1. ความแปรปรวนหรือความผันแปรระหว่างกลุ่มหรือระหว่างประชากร (Between – Group Variability)
2. ความแปรปรวนหรือความผันแปรภายในกลุ่มหรือภายในประชากร (Within – Group Variability) หรือ Total Variability = Between – Group Variability + Within – Group Variability

ข้อมูลของแต่ละกลุ่มหรือแต่ละประชากรแตกต่างกันทั่วไปปัจจัยหรือตัวแปรที่ทำให้ข้อมูลแตกต่างกันอาจจะมีหลายปัจจัยหรืออาจมีเพียงปัจจัยเดียวหรือการที่ข้อมูลแตกต่างกันเนื่องจากหน่วยตัวอย่างที่ศึกษาได้รับปัจจัยระดับ

ในการวิเคราะห์ความแปรปรวนเพื่อทดสอบความแตกต่างของข้อมูลที่ได้รับปัจจัยที่ต่างระดับกันจะทำการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance Table) หรือเรียกย่อๆว่า ANOVA เพื่อทดสอบความแตกต่างระดับปัจจัย โดยตัวแปรที่ใช้ในการวิเคราะห์ความแปรปรวนจะต้องเป็นตัวแปรเชิงปริมาณ และปัจจัยจะต้องเป็นตัวแปรเชิงกลุ่ม

2.10.3 ประเภทของการวิเคราะห์ความแปรปรวน

ในขั้นตอนนี้จะแบ่งการวิเคราะห์ความแปรปรวนเป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ ดังนี้

1. การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียว หรือแบบมีปัจจัยเดียว(One – Way ANOVA) การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียวเป็นการจำแนกข้อมูลด้วยตัวแปรหรือปัจจัยเพียงปัจจัยเดียวหรือเป็นการวิเคราะห์ความแตกต่างกันขอระดับต่างๆ ของปัจจัยที่สนใจนั่นเอง เช่น การคาดว่าปัจจัยที่ทำให้รายได้เฉลี่ย (ตัวแปรเชิงปริมาณ)ต่างกันมีเพียงปัจจัยเดียว คืออาชีพ (ตัวแปรเชิงกลุ่ม)
2. การวิเคราะห์แปรปรวนแบบหลายทางหรือแบบมีหลายปัจจัย(Multipl -Factors ANOVA) เป็นการวิเคราะห์ความแปรปรวนของข้อมูลโดยการจำแนกหรือแบ่งข้อมูลด้วยปัจจัยตั้งแต่ปัจจัย 2

ปัจจัยขึ้นไป และแต่ละปัจจัยก็มีหลายระดับ เช่น ความแตกต่างของเงินเดือนเฉลี่ยจะมีอิทธิพลจากสาขาที่จบ เพศ ตำแหน่งงาน เป็นต้น ในที่นี้เงินเดือนเป็นตัวแปรเชิงปริมาณ แต่สาขาที่จบ เพศ และตำแหน่งงานเป็นตัวแปรเชิงกลุ่ม

2.10.4 การวิเคราะห์ความแปรปรวนจำแนกทางเดียวหรือแบบมีปัจจัยเดียว

การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียวเป็นทางเดียวเป็นการวิเคราะห์ที่คาดว่ามีความแปรปรวนเพียงปัจจัยเดียวที่ทำให้ข้อมูลแตกต่างกัน หรือเป็นการวิเคราะห์ความแตกต่างกันของระดับที่ต่างกันของปัจจัยที่คาดว่ามีความอิทธิพลต่อข้อมูล ดังนั้นวัตถุประสงค์ของการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียวคือ การทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากรที่รับปัจจัยที่ต่างระดับกันตั้งแต่ 3 ระดับ ขึ้นไป นั่นคือ เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยตั้งแต่ 3 ประชากร/กลุ่มขึ้นไป โดยถือว่าหน่วยที่ได้รับปัจจัยระดับเดียวกันเป็นประชากรเดียวกันหรือกลุ่มประชากรเดียวกัน และหน่วยที่ได้รับปัจจัยต่างๆกันเป็นคนละประชากร หรือ คนละกลุ่ม เช่น คาดว่าปัจจัยที่สำคัญที่ทำให้รายได้เฉลี่ยแตกต่างกัน คือ อาชีพ จึงแบ่งคนแยกตามอาชีพ ถ้าแบ่งเป็น 5 อาชีพ แสดงว่ามี 5 กลุ่ม หรือ 5 ประชากร แล้วนำรายได้เฉลี่ยของแต่ละกลุ่มมาเปรียบเทียบกัน เป็นต้น

การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยตั้งแต่ 3 ประชากร/กลุ่มนั้น จะต้องเก็บข้อมูลตัวอย่างจากแต่ละกลุ่ม แล้วนำข้อมูลตัวอย่างมาทดสอบเพื่ออ้างอิงถึงประชากร

2.10.4.1 เงื่อนไขของการวิเคราะห์ความแปรปรวน

การวิเคราะห์ความแปรปรวนมีเงื่อนไข 3 ประการ ดังนี้

1. การสุ่มตัวอย่างแต่ละชุดจะต้องสุ่มอย่างเป็นอิสระกัน
2. สุ่มตัวอย่างจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ
3. ค่าแปรปรวนของแต่ละประชากรต้องเท่ากัน

เช่นถ้าคิดว่าปัจจัยที่ทำให้บัณฑิตใหม่มีเงินเดือนต่างกันเพียงปัจจัยเดียว คือ สาขาที่จบซึ่งแบ่งเป็น 7 สาขา หรือ 7 ระดับ เท่ากับมี 7 ประชากร เมื่อต้องการทดสอบ

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_7$$

$$H_1 : \text{มี } \mu_i \neq \mu_j \text{ อย่างน้อย 1 คู่ ; } i \neq j$$

โดยที่ μ_i = รายได้เฉลี่ยของผู้จบสาขาที่ i ; $i = 1, 2, \dots, 7$ จะต้องมีเงื่อนไขดังนี้

1. สุ่มตัวอย่างจากประชากรที่ i มาขนาด n_i (n จะเท่ากันหรือไม่เท่ากันก็ได้) อย่างเป็นอิสระ
2. รายได้ของแต่ละประชากร (แต่ละสาขาที่จบ) ต้องมีการแจกแจงแบบปกติ
3. $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_7^2$ โดยที่ σ_1^2 = รายได้ของความแปรปรวนของประชากรที่ 1

2.10.4.2 ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียว

ในรูปทั่วไปถ้าปัจจัยที่สนใจมี k ระดับ เช่น เปรียบเทียบวิธีการสอน 4 วิธี ในที่นี้ $k = 4$ จะต้องมีตัวอย่าง k ชุดที่เป็นอิสระกันจาก k ประชากร

โดยที่ X_{ij} = ข้อมูลตัวอย่างหน่วยที่ j ที่ได้รับปัจจัยระดับที่ i ; $i = 1, 2, 3, \dots, k$; $j = 1, 2, 3, \dots, n_i$

ค่าเฉลี่ยตัวอย่างชุดที่ $i = \bar{X}_i = \frac{\sum_{ij} x_{ij}}{n_i}$ ขนาดของตัวอย่างทั้งหมด $n = \sum_{i=1}^k n_i$

ความผันแปรทั้งหมด = ความผันแปรระหว่างกลุ่ม + ความผันแปรภายในกลุ่ม

$$SST = SSTr + SSE \quad (2.1)$$

SST = ความผันแปรทั้งหมด (Total Sum Square)

SSTr = ความผันแปรระหว่างกลุ่ม (Between - Groups Sum Square)

SSE = ความผันแปรภายในกลุ่ม (Within - Groups Sum Square หรือ Residual Sum Square)

หรือเขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้



สรุปการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบมีปัจจัยเดียว

สมมติฐาน $H_0 = \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$

H_1 = มี $\mu_i \neq \mu_j$ อย่างน้อย 1 คู่; $i \neq j$

สถิติทดสอบ $F = MSTr$

ตารางที่ 2.3 การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียว(1 – WAY ANOVA) [4]

แหล่งความแปรผัน	DF	Sum Square	Meam Square	F
Between -Groups	K – 1	SSTrt	MSTrt	MSTrt
Within - Groups	n – k	SSE	MSE	MSE
Total	n - 1	SST		

2.10.4.3 การเปรียบเทียบเชิงซ้อน (Multiple Comparisons)

การทดสอบค่าเฉลี่ย k ประชากร ซึ่งมีสมมติฐานของการทดสอบเป็น

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$$

$$H_1: \text{มี } \mu_i \neq \mu_j \text{ อย่างน้อย 1 คู่ ; } i \neq j$$

ผลการทดสอบอาจเป็น

1. ยอมรับ H_0 แสดงว่ามีค่าเฉลี่ยของทั้ง k ประชากรเท่ากัน หรือ
2. ปฏิเสธ H_0 แสดงว่ามีค่าเฉลี่ยอย่างน้อย 2 ประชากรแตกต่างกัน

เมื่อปฏิเสธ H_0 จะไม่ทราบว่าค่าเฉลี่ยประชากรใดบ้างที่ไม่เท่ากัน ผู้วิเคราะห์จะต้องทำการทดสอบต่อไปว่าค่าเฉลี่ยใดบ้างที่ไม่เท่ากัน โดยอาจจะใช้วิธีดังต่อไปนี้

1. ทดสอบค่าเฉลี่ยประชากรครั้งละคู่ ($H_1: \mu_i \neq \mu_j$) โดยใช้สถิติทดสอบ t หรือ z
2. ใช้การประมาณค่าแบบช่วงของผลต่างค่าเฉลี่ย 2 ประชากร $L < \mu_i - \mu_j < U$

2.1 ถ้า L มีค่าติดลบ แต่ U มีค่าเป็นบวก แสดงว่า μ_i ไม่แตกต่างจาก μ_j

2.2 ถ้า L และ U เป็นบวกทั้งคู่ หรือเป็นลบทั้งคู่ แสดงว่า μ_i ไม่เท่ากันกับ μ_j

การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยครั้งละคู่ใน ข้อ 1. และ 2. จะเสียเวลามาก ถ้ามีจำนวนกลุ่ม (k) มาก เนื่องจากจำนวนทั้งคู่ที่ต้องเปรียบเทียบ = ${}^k C_2$ คู่และระดับนัยสำคัญของการทดสอบทีละคู่จะเป็น $\alpha / {}^k C_2$ นักสถิติจึงคิดวิธีการเปรียบเทียบความแตกต่างค่าเฉลี่ยได้ครั้งละหลายๆคู่และมีระดับนัยสำคัญไม่เกิน α ที่กำหนด ซึ่งเรียกว่า การเปรียบเทียบเชิงซ้อน(Multiple Comparison)

วิธีการเปรียบเทียบซึ่งโปรแกรม SPSS มีอยู่ แบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม คือ

1. วิธีการเปรียบเทียบเชิงซ้อนที่มีเงื่อนไขว่า ค่าความแปรปรวนของข้อมูลทุกชุดต้องเท่ากัน ประกอบด้วย

6. R-E-G-WQ

11. Hochberg'sGT2

2. Bonkerroni

7. S-N-K

12. Gabriel

- | | | |
|------------|--------------|---------------------|
| 3. Sidak | 8. Tukey | 13. Waller – Suncan |
| 4. Scheffe | 9. Tukey's-b | 14. Dunnett |
| 5. RE-G-WF | | |

2.วิธีการเปรียบเทียบเชิงซ้อนที่ไม่มีเงื่อนไขเกี่ยวกับการเท่ากันของค่าความแปรปรวน

- | | |
|-----------------|------------------|
| 1. Tamhane's T2 | 3. Games- Howell |
| 2. Dunnett's T3 | 4. Dunnett's C |

2.10.4.3.1 Least- Significant Different (LS)

LSD หรือ Fisher's Least – Significant Difference ใช้ในการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยประชากรได้ครั้งละหลายๆคู่ โดยมีเงื่อนไขขั้นตอนดังนี้

1. คำนวณค่า LSD โดยที่

$$LSD = t_{\alpha} - \frac{\alpha}{2}; \quad n-k \sqrt{MSE} \sqrt{\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}} \quad (\text{ค่า MSE ได้จาก 1-WAY ANOVA}) \quad (2.2)$$

$$\text{ถ้า } n_i = n_j \text{ จะทำให้ } LSD = t_{\alpha} - \frac{\alpha}{2}; \quad n-k \sqrt{\frac{2MSE}{n_i}} \quad (2.3)$$

2. คำนวณความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ย $\bar{x}_i - \bar{x}_j$
3. นำค่า $|\bar{x}_i - \bar{x}_j|$ เปรียบเทียบค่า LSD
 - 3.1 ถ้า $|\bar{x}_i - \bar{x}_j| > LSD$ แสดงว่า $\mu_i \neq \mu_j$
 - 3.2 ถ้า $|\bar{x}_i - \bar{x}_j| \leq LSD$ แสดงว่า μ_i ไม่แตกต่างจาก μ_j

2.10.5 การวิเคราะห์ความถดถอยเชิงพหุ (Multiple Regression Analysis)

ถ้าตัวแปรอิสระ k ตัว (X_1, X_2, \dots, X_k) ที่มีความสัมพันธ์ระหว่าง Y โดยที่ความสัมพันธ์อยู่ในรูปเชิงเส้น จะได้สมการความถดถอยเชิงพหุ ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง Y และ X_1, X_2, \dots, X_k ดังนี้

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + e \quad (2.4)$$

โดยที่ β_0 = ส่วนตัดแกน Y เมื่อกำหนดให้ $X_1 = X_2 = \dots = X_k = 0$
 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ เป็นสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงส่วน (Partial Regression Coefficient) โดยที่ β_j เป็นค่าแสดงถึงการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรตาม Y เมื่อตัวแปร X_j เปลี่ยนเป็น 1 หน่วยโดยที่ตัวแปรอิสระ X ตัวอื่นๆ มีค่าคงที่ เช่น ถ้า X_j เปลี่ยนไป 1 หน่วย ค่า Y จะเปลี่ยนไป β_j หน่วย โดยที่ X_1, X_2, \dots, X_k มีค่าคงที่

2.10.6 เงื่อนไขของการวิเคราะห์ความถดถอยเชิงพหุ
 เงื่อนไขของการวิเคราะห์ความถดถอยเชิงพหุจะเหมือนกับเงื่อนไขของการวิเคราะห์ความถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย โดยโดยที่สมการความถดถอยเชิงพหุเป็น

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + e \quad (2.5)$$

เงื่อนไขดังนี้

1. ความคลาดเคลื่อน e เป็นตัวแปรที่มีการแจกแจงแบบปกติ
2. ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนเป็นศูนย์ นั่นคือ $E(e) = 0$
3. ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนเป็นค่าคงที่ที่ไม่ทราบ ค่า $V(e) = \sigma_e^2$
4. e_i และ e_j เป็นตัวแปรอิสระกัน ; $i \neq j$ นั่นคือ Covariance (e_i, e_j) = 0 โดยมีเงื่อนไขที่เพิ่มจากการวิเคราะห์ความถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายอีก 1 เงื่อนไข คือ
5. ตัวแปรอิสระ X_i และ X_j ต้องเป็นอิสระกัน

2.10.7 การประมาณค่าพารามิเตอร์ของสมการความถดถอยเชิงพหุ

จากสมการถดถอยเชิงพหุ ซึ่งมีพารามิเตอร์ $k + 1$ ตัว คือ $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ การประมาณค่า $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ จะต้องใช้ข้อมูลตัวอย่างของ Y, X_1, X_2, \dots, X_k โดยใช้ตัวอย่างขนาด n จากสมการความถดถอยเชิงพหุ ในสมการที่ (2.5) และจะประมาณค่า Y หรือประมาณสมการที่ (2.5) ด้วยสมการที่ (2.6) ด้วยสมการที่ (2.6)

$$\text{หรือ } \hat{y} = a + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + b_k X_k$$

$$\text{โดยที่ } \hat{\beta}_0 = a, \hat{\beta}_1 = b_1, \hat{\beta}_2 = b_2, \dots, \hat{\beta}_k = b_k \quad (2.6)$$

ดังนั้น ค่าคลาดเคลื่อนในการประมาณค่า Y_i ด้วย \hat{Y}_i คือ $Y_i - \hat{Y}_i = e_i$ หรือเรียกว่า Residual หรือ Error

2.10.8 ความหมายของสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงส่วน

ถ้ามีตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม (Y) 3 ตัว คือ $X_1, X_2,$ และ X_3 ของสมการถดถอยเชิงพหุ คือ $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + e$

$$\text{ค่าประมาณของ } Y \text{ คือ } \hat{Y} = a + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3 \quad (2.7)$$

จากสมการที่(2.7) ค่าประมาณของ $\beta_0, \beta_1, \beta_2,$ และ β_3 คือ a, b_1, b_2 และ b_3 ตามลำดับโดยที่

a คือ ส่วนหรือระยะตัดแกน Y ซึ่งเมื่อกำหนดให้ $X_1 = X_2 = X_3 = 0$

b_1, b_2 และ b_3 เป็นค่าประมาณของสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงส่วน ซึ่งมีหน่วย Y และมีความหมายดังนี้

b_1 เป็นค่าซึ่งแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่าง Y และ X_1 หมายถึง ถ้า X_1 เพิ่มขึ้น 1 หน่วย จะทำให้ Y เปลี่ยนไปตาม b_1 หน่วย (ขึ้นอยู่กับเครื่องหมายของ b_1) โดยที่กำหนดให้ตัวแปรอิสระอื่นๆ คือ X_2 และ X_3 มีค่าคงที่

b_2 เป็นค่าซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง Y และ X_2 เพิ่มขึ้น 1 หน่วยจะทำให้ Y เปลี่ยนไปตาม b_2 หน่วย โดยที่ควบคุมให้ X_1 และ X_3 มีค่าคงที่

ในการทำงานเดียวกันกับ b_3 จะแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่าง Y กับ X_3 โดยที่ถ้า X_3 เพิ่มขึ้น 1 หน่วยจะทำให้ Y เปลี่ยนไป b_3 โดยควบคุมให้ X_1 และ X_2 มีค่าคงที่

2.10.9 การทดสอบสมการความถดถอยเชิงพหุโดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบ

จำแนกทางเดียวจากสมการถดถอยเชิงพหุ คือ $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + e$

ค่าแปรปรวนของ $Y =$ ค่าแปรปรวนที่เกิดจากอิทธิพลของ $X_1, X_2, X_3 +$ ค่าความแปรปรวนอย่างสุ่ม หรือ

$$SST = SSR + SSE \quad (2.8)$$

โดยที่ SST (Sum Square of Total) คือ ค่าแปรปรวนทั้งหมดของ $Y = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$

SST (Sum Square of Regression) คือ ค่าแปรปรวนของ Y เนื่องจากอิทธิพลอื่นๆ หรือเรียกว่าค่าแปรปรวนอย่างสุ่ม $= \sum (y_i - \hat{y}_i)$

ตารางที่ 2.4 ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน

แหล่งแปรปรวน (SV)	องศาอิสระ (DF)	ผลบวกกำลังสอง (SS)	ผลบวกกำลังสองเฉลี่ย	F
ความถดถอย (Regression)	K	SSR	MSR=SSR/k	$\frac{MSR}{MSE}$
ความคลาดเคลื่อน (Error)	n-k-1	SSE	MSR=SSR/k	
ผลรวม(Total)	n-1	SST		

จากตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนจะใช้ในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่าง Y และ X_1, X_2, \dots, X_k โดยตั้งสมมติฐานไว้ดังนี้

$H_0: X_1, X_2, \dots, X_k$ โดยตั้งสมมติฐานไว้ดังนี้

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 \dots \beta_k = 0$$

$$H_1: \text{มี } \beta_i \text{ อย่างน้อย 1 ค่าที่ } \neq 0; i = 1, 2, \dots, k$$

สถิติทดสอบ $F = MSR/MSE$

เขตปฏิเสธ จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ถ้า $F > F_{k, n-k-1; 1-\alpha}$ หรือ significance ของสถิติทดสอบ $F < \alpha$

ผลของการทดสอบสมมติฐานอาจจะเป็น

1. ยอมรับสมมติฐานอาจจะเป็น $H_0: \beta_1 = \beta_2 \dots \beta_k = 0$ ซึ่งสรุปได้ว่า Y ไม่มีความสัมพันธ์กับ X ทั้ง k ตัว (X_1, X_2, \dots, X_k) ในรูปเส้น
2. ปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ซึ่งสรุปได้ว่ามี X_i อย่างน้อย 1 ตัว ที่มีความสัมพันธ์กับ Y ในรูปเชิงเส้น จึงต้องทดสอบต่อไปว่า X_i ตัวใดที่มีความสัมพันธ์กับ Y โดยใช้สถิติทดสอบ t

2.10.10 การประมาณค่าคลาดเคลื่อนของสมการความถดถอย

การประมาณค่าคลาดเคลื่อนของสมการความถดถอย หรือการประมาณค่าแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อน (σ_e^2) $S_e^2 = S_{y,12,\dots,k}^2 = S^2$ โดยที่ $S^2 = SSE/n-k-1$

ดังนั้น ความคลาดเคลื่อนหรือค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าประมาณ คือ

$$s = \sqrt{S^2} = \sqrt{SEE / (n - k - 1)} = \sqrt{MSE} \quad (2.8)$$

2.10.11 การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยแบบช่วง

ในการประมาณค่า β_i แบบช่วง จะต้องทราบค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของ b_i โดยที่แบ่งเป็น

1. ตัวอย่างขนาดเล็ก ค่าประมาณช่วงของ β_i ที่ระดับความเชื่อมั่น $(1-\alpha)$ 100% คือ

$$b_i \pm Z_{1-\alpha/2; n-k-1} S_{b_i}$$

2. ตัวอย่างขนาดใหญ่ ค่าประมาณแบบช่วงของ β_i ที่ระดับความเชื่อมั่น $(1-\alpha)$ 100% คือ

$$b_i \pm Z_{1-\alpha/2} S_{b_i}$$

หมายเหตุ; ใน SPSS จะใช้สถิติ t ไม่ว่าขนาดตัวอย่างจะเป็นเท่าไรก็ตาม เนื่องจากเมื่อขนาดตัวใหญ่ ค่า Z และ t จะเท่ากัน

2.10.12 การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับสัมประสิทธิ์ความถดถอย

ในการทดสอบเกี่ยวกับค่า β_i เมื่อมีตัวแปรอิสระมากกว่า 1 ตัว จะมี 2 ขั้นตอน ดังนี้

$$\text{ขั้นที่ 1 } H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$$

$$H_1: \text{มี } \beta_i \text{ อย่างน้อย 1 ค่าที่ } \neq 0; i = 1, 2, \dots, k$$

การทดสอบใช้ F-Test จากตาราง ANOVA

ถ้ายอมรับ H_0 จะสรุปได้ว่า X_1, X_2, \dots, X_k ไม่มีความสัมพันธ์กับ y

ถ้าปฏิเสธ H_0 จะสรุปได้ว่ามี X_i อย่างน้อย 1 ตัวที่มีความสัมพันธ์กับ y จึงต้องทดสอบต่อ

ในขั้นที่ 2 ว่ามี X ตัวใดบ้างที่มีความสัมพันธ์กับ y

$$\text{ขั้นที่ 2 สมมติฐาน } H_0: \beta_i = 0$$

$$H_1: \beta_i \neq 0; i = 1, 2, \dots, k$$

$$\text{สมมติทดสอบ } t = \frac{b_i - 0}{S_b}$$

หรือใช้สถิติทดสอบ Z ถ้า n มีค่ามาก

เขตปฏิเสธสมมติฐาน H_0

จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 เมื่อ $t > t_{1-\alpha/2; n-k-1}$ หรือ Significance ของสถิติ $t <$ ระดับนัยสำคัญที่กำหนด (α)

ตารางที่ 2.5 รูปแบบการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับสัมประสิทธิ์ความถดถอย β_i ในขั้นที่ 2

การทดสอบแบบด้านเดียว		การทดสอบแบบสองด้าน
$H_0: \beta_i \leq 0$	$H_1: \beta_i \geq 0$	$H_0: \beta_i = 0$
$H_1: \beta_i > 0$	$H_1: \beta_i < 0$	$H_1: \beta_i \neq 0$
สถิติทดสอบ $t = b_i / S_{b_i}$		สถิติทดสอบ $t = b_i / S_{b_i}$
$t > t_{1-\alpha; n-k-1}$	$t < -t_{1-\alpha/2; n-k-1}$	$ t > t_{1-\alpha/2; n-k-1}$
หรือ $1.\text{Sig} < \alpha$	หรือ $1.\text{Sig} < \alpha$	หรือ $\text{Sig} < \alpha$
และ $2.t > 0$	และ $2.t < 0$	

2.10.13 สัมประสิทธิ์การตัดสินใจเชิงพหุ (Multiple Coefficient of Determination : R^2 หรือ r^2) สัมประสิทธิ์การตัดสินใจเชิงพหุจะมีความหมายเหมือนกับความหมายของสัมประสิทธิ์การตัดสินใจในบทที่ 19 คือ เป็นสัดส่วนหรือเปอร์เซ็นต์ที่ตัวแปรอิสระ (X_1, X_2, \dots, X_k) สามารถอธิบายการเปลี่ยนแปลงของ Y ได้ หรือกล่าวได้ว่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจเชิงพหุเป็นสัดส่วนหรือเปอร์เซ็นต์ของความผันแปร Y ที่มีสาเหตุเนื่องจากความผันแปรของ X_1, X_2, \dots, X_k โดยมีสัมประสิทธิ์การตัดสินใจเชิงพหุจะใช้สัญลักษณ์ $R^2_{y,123\dots k}$ แต่โดยทั่วไปจะใช้สัญลักษณ์ R^2

$$r^2 = R^2 = \frac{\text{ความผันแปรของ } Y \text{ เนื่องจากอิทธิพลของ } X_1, X_2, \dots, X_k}{\text{ความผันแปรทั้งหมด}} = \frac{\text{SRR}}{\text{SST}} \quad (2.9)$$

ถ้า ค่า R^2 ที่ใกล้ 1 จะหมายถึง X_1, X_2, \dots, X_k มีความสัมพันธ์กับ Y มาก แต่ถ้า R^2 เข้าใกล้ศูนย์ หมายถึง ค่า X_1, X_2, \dots, X_k มีความสัมพันธ์กับ Y น้อย

เนื่องจาก SSR จะเพิ่มตัวแปรอิสระ เช่น เดิมมี X_1 และ X_2 ที่มีความสัมพันธ์กับ Y แต่เพิ่มตัวแปรอิสระ X_3 เข้าใกล้สมการความถดถอย จะได้ว่า $\text{SSR}(X_1, X_2, X_3) > \text{SSR}(X_1, X_2)$

โดยที่ $\text{SSR}(X_1, X_2, X_3)$ หมายถึง SSR ของสมการความถดถอยที่มีตัวแปรอิสระ X_1 และ X_2 และ X_3 และ $\text{SSR}(X_1, X_2)$ หมายถึง SSR ของสมการความถดถอยที่มีตัวแปรอิสระ X_1 และ X_2

ดังนั้นเมื่อเพิ่มตัวแปรอิสระเข้าสมการความถดถอยจะทำให้ค่า R^2 มากขึ้นทั้งที่ตัวแปรอิสระ X ที่เพิ่มขึ้นอาจจะไม่มีความสัมพันธ์กับ Y เลยก็ได้ จึงมีการปรับค่า R^2 ให้ถูกต้องขึ้น เรียกว่า Adjusted R^2 โดยที่

$$R_a^2 = \text{Adjusted } R^2 = 1 + \frac{(n-1)}{(n-k-1)}(R^2-1) \quad (2.10)$$

กรณีที่มีตัวแปรอิสระหลายตัว จะพิจารณาค่า R_a^2 มากกว่าค่า R^2

2.10.14 สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงพหุ (Multiple Coefficient of Correlation)

ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงพหุ ได้จากการถอยรากที่สองของสัมประสิทธิ์การตัดสินใจเชิงพหุ ดังนั้น สัมประสิทธิ์เชิงพหุ $= R_{y.12\dots k} = R \sqrt{R^2_{y.12\dots k}}$ โดยที่ $0 \leq R \leq 1$ โดยที่สัมประสิทธิ์เชิงพหุ หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่าง Y กับ y ถ้า สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงพหุ มีค่ามากกว่าแสดงว่าค่า y ใกล้เคียงกับค่า Y มาก

R มีค่าเข้าใกล้ศูนย์ แสดงว่า Y มีความสัมพันธ์กับ X_1, X_2, \dots, X_k น้อยมาก และถ้า $R=0$ แสดงว่า Y ไม่มีความสัมพันธ์กับ X_1, X_2, \dots, X_k เลย

R มีค่าเข้าใกล้ 1 แสดงว่า Y มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระทั้ง k ตัวมีมาก[7]

ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์	ระดับความสัมพันธ์
.80ขึ้นไป	สูง หรือสูงมาก
.60-.79	ค่อนข้างสูง
.40-.59	ปานกลาง
.20-.39	ค่อนข้างต่ำ
ต่ำกว่า .20	ต่ำ