

## บทที่ 2

### หลักการและทฤษฎี

ในการพัฒนาโปรแกรมวิเคราะห์ความเสียหายของเฟือง จะต้องมีความรู้พื้นฐานในเรื่องการวิเคราะห์ความเสียหายของเฟืองและการเขียนโปรแกรม ซึ่งในการเขียนโปรแกรมนี้จะพิจารณาเฉพาะเฟืองฟันตรงกับเฟืองฟันเฉียงของ AGMA ที่มีมุมกดคั่นเท่ากับ  $20^\circ$  เพียงมุมเดียว และเฉพาะเฟืองที่มีฟันลึกเต็มเท่านั้น เนื่องจากเฟืองแต่ละชนิดมีลักษณะที่แตกต่างกันจึงจำเป็นต้องรู้ลักษณะของเฟืองประเภทต่างๆ เพื่อความถูกต้องในการวิเคราะห์ความเสียหายที่เกิดขึ้นของเฟือง และในการวิเคราะห์ความเสียหายของเฟืองนั้นต้องใช้ทฤษฎีในการวิเคราะห์คำนวณหาความเสียหายของเฟืองซึ่งจะได้ค่าที่ต้องการออกมา โดยเนื้อหาในบทนี้จะครอบคลุมรายละเอียด ดังต่อไปนี้

- ประเภทของเฟือง สามารถแบ่งเฟืองได้เป็น 4 ชนิด คือ เฟืองฟันตรง (Spur Gear) เฟืองฟันเฉียง (Helical Gear) เฟืองคอกจอก (Bevel Gear) และเฟืองเกลียวหนอน (Worm Gear)
- ทฤษฎีการวิเคราะห์ความเสียหายของเฟืองฟันตรงและเฟืองฟันเฉียง จากหลักการวิเคราะห์และออกแบบชุดเฟืองของ AGMA จะนำมาใช้เพื่อคำนวณหาความเสียหายที่เกิดขึ้น
- การพัฒนาโปรแกรม จะกล่าวถึงขั้นตอนพื้นฐานที่ใช้ในการพัฒนาโปรแกรมอย่างมีระบบซึ่งจะใช้หลักการดังกล่าวมาพัฒนาโปรแกรมวิเคราะห์ความเสียหายของเฟือง

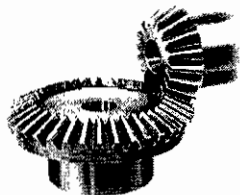
#### 2.1 ประเภทของเฟือง (Types of Gears) [1]



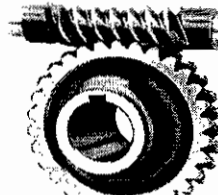
ก.) เฟืองฟันตรง



ข.) เฟืองฟันเฉียง



ค.) เฟืองคอกจอก



ง.) เฟืองเกลียวหนอน

รูปที่ 2.1 ประเภทของเฟือง [1]

2.1.1 เฟืองฟันตรง (Spur Gear) เป็นเฟืองที่มีฟันขนานกับแกนของการหมุน และมักจะใช้ในการส่งอาการหมุนจากเพลาดัวหนึ่งไปยังเพลาดัวหนึ่งที่ขนานกัน ในบรรดาเฟืองประเภทต่างๆ เฟืองตรงเป็นเฟืองซึ่งวิเคราะห์และออกแบบได้ง่ายที่สุด ด้วยเหตุผลนี้จึงได้พัฒนาสมการพื้นฐานของกลศาสตร์เกี่ยวกับการหมุนของเฟืองจากเฟืองฟันตรง

2.1.2 เฟืองฟันเฉียง (Helical Gear) เป็นเฟืองที่มีฟันเอียงทำมุมกับแกนของการหมุน จะสามารถนำเฟืองฟันเฉียงมาประยุกต์ใช้ในลักษณะเดียวกับเฟืองฟันตรง แต่เฟืองฟันเฉียงจะมีเสียงดังน้อยกว่า ทั้งนี้เนื่องจากการขบกันของฟันเฟืองจะค่อยๆ ขบกันทีละน้อย นอกจากนั้นการที่เฟืองประเภทนี้มีฟันเอียงทำมุมกับแกนการหมุนจึงทำให้เกิด โหลดแรงผลักและ โมเมนต์คู่ควบ ในบางครั้งจึงสามารถใช้เฟืองเฉียงในการส่งอาการหมุนไปยังเพลาคู่ที่ไม่ขนานกันได้

2.1.3 เฟืองคอกจอก (Bevel Gear) เป็นเฟืองที่มีการตัดฟันเฟืองบนพื้นผิวรูปทรงกรวย และมักจะใช้ในการส่งอาการเคลื่อนที่ระหว่างเพลาคู่ที่มีแนวแกนเพลาคัดกัน สำหรับเฟืองคอกจอกแบบฟันสไปรัลหรือฟันแบบก้นหอย (Spiral-tooth bevel gears) จะตัดฟันเฟืองให้ไม่เป็นเส้นตรง แต่จะมีรูปร่างเป็นส่วนโค้งของวงกลม และหากเพลาคู่ของเฟืองคอกจอกอยู่เอียงกัน โดยไม่มีจุดตัดจะเรียกเฟืองคอกจอกแบบฟันสไปรัลชนิดนี้ว่า “Hypoid gears”

2.1.4 เฟืองเกลียวหนอน (Worm Gear) ประกอบด้วยเกลียวหนอน (Worm) และเฟืองหนอน (Worm Gear) ประกอบกันอยู่เป็นชุด ทิศทางการหมุนของเฟืองเกลียวหนอนจะขึ้นอยู่กับฟันของเกลียวหนอนว่ามีเกลียวแบบหมุนซ้ายหรือหมุนขวา นอกจากนั้นชุดเฟืองเกลียวหนอนยังแบ่งออกได้อีก 2 ประเภท คือ เฟืองเกลียวหนอนประเภทที่มีฟันโอบด้านเดียว (Single-enveloping) และเฟืองที่มีฟันโอบ 2 ด้าน (Double-enveloping) โดยปกติมักจะนิยมใช้ชุดเฟืองเกลียวหนอน เมื่ออัตราส่วนความเร็วระหว่างเพลาคู่ทั้งสองมีค่าแตกต่างกันมาก (มากกว่า 3)

## 2.2 ทฤษฎีการวิเคราะห์ความเสียหายของเฟืองฟันตรงและเฟืองฟันเฉียง [1]

ในการวิเคราะห์หาความเสียหายของเฟืองจำเป็นต้องใช้สมการต่างๆ จากหลักการวิเคราะห์และออกแบบชุดเฟืองของ AGMA เพื่อคำนวณหาความเสียหายที่เกิดขึ้น ในการออกแบบชุดเฟืองของเฟืองฟันตรงและเฟืองฟันเฉียงซึ่งจะใช้หลักการดังกล่าวมาพัฒนาโปรแกรมวิเคราะห์ความเสียหายของเฟือง

AGMA (The American Gear Manufacturer Association) เป็นองค์กรซึ่งมีหน้าที่รับผิดชอบในการเผยแพร่ความรู้ที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์และออกแบบชุดเฟือง วิธีการซึ่งองค์กรนี้เผยแพร่จะถูกนำมาใช้ในอเมริกาเพื่อให้ความเข้าใจในเรื่องของความต้านแรงและการสึกหรอ ดังนั้น ซึ่งจะกล่าวถึงวิธีการวิเคราะห์เฟืองของ AGMA วิธีดังกล่าวจะต้องการใช้แผนภูมิและกราฟเป็นจำนวนมาก ซึ่งมาก

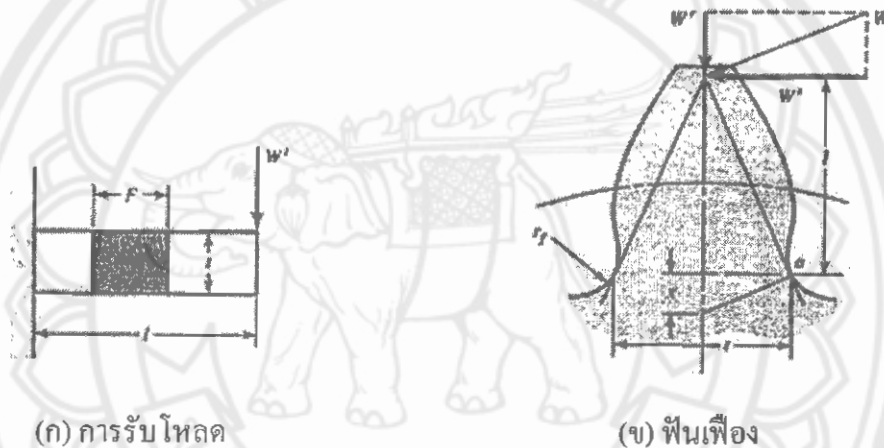
เกินกว่าที่จะกล่าวถึงที่เนื้อหานี้ ดังนั้น ในการออกแบบและพัฒนาโปรแกรมจะเลือกใช้มุมกดตันเท่ากับ  $20^\circ$  เพียงมุมเดียว และใช้เฉพาะเฟืองที่มีฟันลึกเต็ม เพื่อให้ลดความซับซ้อนในการวิเคราะห์

### 2.2.1 สมการการค้ำของลูอิส (The Lewis Bending Equation)

Wilfred Lewis ได้เสนอสมการสำหรับหาค่าความเค้นดัดในเฟือง เป็นครั้งแรกในปี 1892 ซึ่งสมการนี้ยังคงใช้เป็นสมการพื้นฐานในการออกแบบเฟืองในปัจจุบัน

รูปที่ 2.2 (ก) แสดงการรับโหลดการค้ำ  $W'$  ของฟันเฟืองซึ่งมีพื้นที่หน้าตัด  $F$  และ  $t$  ยาว  $l$  ดังนั้น โมเมนต์ของส่วนค้ำคือ  $\frac{I}{c} = \frac{Ft^2}{6}$  และความเค้นดัดคือ

$$\sigma = \frac{M}{I/c} = \frac{6W'tl}{Ft^2} \quad (ก)$$



(ก) การรับ โหลด

(ข) ฟันเฟือง

รูปที่ 2.2 การรับ โหลดการค้ำ  $W'$  ของฟันเฟือง [1]

เมื่อพิจารณารูปที่ 2.2 (ข) สมมติว่าความเค้นสูงสุดในฟันเฟืองเกิดขึ้นที่จุด  $a$  จากทฤษฎีสามเหลี่ยมคล้าย

$$\frac{t/2}{x} = \frac{l}{t/2} \quad \text{หรือ} \quad x = \frac{t^2}{4l} \quad (ข)$$

$$\text{จัดรูปแบบสมการ (ก) ใหม่จะได้ } \sigma = \frac{6W'tl}{Ft^2} = \frac{W't}{F} \frac{1}{t^2/6l} = \frac{W't}{F} \frac{1}{t^2/4l} \frac{1}{4/6} \quad (ค)$$

เมื่อแทนค่า  $x$  จากสมการ (ข) ลงในสมการ (ค) แล้วคูณทั้งเศษและส่วนด้วยค่าพิทช์ ( $p$ ) จะได้

$$\sigma = \frac{W'tp}{F\left(\frac{2}{3}\right)xp}$$

ถ้ากำหนดให้  $y = 2x/3p$  จะได้

$$\sigma = \frac{W^t}{Fpy} \quad (2.1)$$

สมการนี้เรียกว่า “สมการการตัดของลูอิส” แฟกเตอร์  $y$  เรียกว่าแฟกเตอร์รูปร่าง (Form factor) ซึ่งจะขึ้นอยู่กับรูปร่างของฟันเฟือง อย่างไรก็ตามในการใช้สมการของลูอิส มักใช้จำนวนพิทช์ในการหาค่าความเค้น ดังนั้นให้แทนค่าระยะพิทช์ ( $p$ ) ด้วย  $P = \pi/p$  และแทนค่า  $y$  ด้วย  $Y = \pi y$  ในสมการที่ (2.1) จะได้

$$\sigma = \frac{W^t P}{F Y} \quad (2.2)$$

$$\text{เมื่อ } Y = \frac{2xP}{3} \quad (2.3)$$

การใช้ค่า  $Y$  ก็เพื่อให้ทราบว่า จะพิจารณาเฉพาะความเค้นดัดที่เกิดขึ้นในฟันเฟือง โดยไม่สนใจการกดที่เกิดจากองค์ประกอบของแรงในแนวรัศมี ค่าแฟกเตอร์  $Y$  ซึ่งแสดงไว้ในตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 ค่าแฟกเตอร์รูปร่าง  $Y$  สำหรับเฟืองที่มีมุมกดคั่นในแนวตั้งฉาก  $20^\circ$  และฟันลึกเต็ม (full-depth teeth) [1]

| Number of Teeth | Y     | Number of Teeth | Y     |
|-----------------|-------|-----------------|-------|
| 12              | 0.245 | 28              | 0.353 |
| 13              | 0.261 | 30              | 0.359 |
| 14              | 0.277 | 34              | 0.371 |
| 15              | 0.290 | 38              | 0.384 |
| 16              | 0.296 | 43              | 0.397 |
| 17              | 0.303 | 50              | 0.409 |
| 18              | 0.309 | 60              | 0.422 |
| 19              | 0.314 | 75              | 0.435 |
| 20              | 0.322 | 100             | 0.447 |
| 21              | 0.328 | 150             | 0.460 |
| 22              | 0.331 | 300             | 0.472 |
| 24              | 0.337 | 400             | 0.480 |
| 26              | 0.346 | Rack            | 0.485 |

การใช้สมการที่ (2.3) แสดงให้เห็นว่าฟันเฟืองจะไม่มีแรงบิด และแรงกระทำสูงสุดจะเกิดขึ้นที่ปลายฟันเฟือง ซึ่งได้ศึกษามาแล้วว่าอัตราส่วนการสัมผัสจะมีค่ามากกว่า 1 อย่างไรก็ตาม จากการทดลองหมุนเฟืองพบว่าโหลดสูงสุดจะเกิดขึ้นที่บริเวณใกล้จุดกึ่งกลางของฟันเฟือง ดังนั้นความเค้นสูงสุดจะเกิดในขณะที่ฟันเฟืองคู่หนึ่งขบกันเต็มที่และฟันเฟืองอีกคู่หนึ่งกำลังจะเคลื่อนตัวเข้ามาสัมผัส

### ผลกระทบทางไดนามิก (Dynamic Effect)

เมื่อเฟืองคู่ที่ขบกันหมุนด้วยความเร็วปานกลางถึงความเร็วสูง และเกิดเสียงดัง แสดงว่าเกิดผลกระทบทางไดนามิก ในอดีตได้มีความพยายามที่จะหาสาเหตุที่ทำให้โหลดเพิ่มขึ้นเนื่องจากความเร็วในการหมุนของเฟือง วัสดุที่ใช้ทำเฟือง และความต้านแรง เฟืองเหล่านี้ได้รับการทดสอบโดยการทำลาย ด้วยการเพิ่ม โหลดให้กับเฟืองที่อยู่ฝั่งจกันกระทั่งเฟืองเสียหาย และทดสอบการหมุนด้วยความเร็วในแนวพิทซ์ค่าต่างๆ ตัวอย่างเช่น เฟืองคู่หนึ่งเกิดความเสียหายเมื่อรับ โหลด 500 lbf ในขณะที่ความเร็วเท่ากับศูนย์ ในขณะที่จะรับ โหลดได้เพียง 250 lbf เมื่อหมุนด้วยความเร็ว  $V$  แสดงว่าแฟกเตอร์ความเร็ว (velocity factor -  $K_v$ ) จะมีค่าเท่ากับ 2 ดังนั้น ถ้าเฟืองที่เหมือนกันนี้หมุนด้วยเร็วในแนวพิทซ์เท่ากับ  $V$  เราจะสามารถสันนิษฐานได้ว่าโหลดจะมีค่าเท่ากับ 2 เท่าของโหลดในแนวสัมผัสหรือโหลดส่งกำลัง

AGMA ได้กำหนดมาตรฐาน ANSI/AGMA 2110 - C95 และ 2101 - C95 เพื่อแจ้งเตือนให้วิศวกรผู้ออกแบบใช้ค่าไดนามิกแฟกเตอร์  $K_v$  ในการออกแบบเฟือง

ในศตวรรษที่ 19 Carl G. Barth ได้แสดงค่าแฟกเตอร์ความเร็วตามมาตรฐานของ AGMA ดังนี้

$$K_v = \frac{600+V}{600} \quad \text{สำหรับฟันเฟืองเหล็กหล่อ} \quad (2.4ก)$$

$$K_v = \frac{1200+V}{1200} \quad \text{สำหรับฟันเฟืองตัดมิลลิ่ง} \quad (2.4ข)$$

เมื่อ  $V$  คือความเร็วในแนวพิทซ์ มีหน่วยเป็นฟุตต่อนาที เนื่องจากในขณะนั้นยังคงคิดว่าโปรไฟล์ของฟันเฟืองเป็นส่วนโค้งคล้ายส่วนของวงกลม (cycloid) ไม่ใช่โค้งอินโวลูท (involute) สมการนี้จึงมีความเป็นไปได้ และเรียกสมการที่ (2.4ก) นี้ว่าสมการของบาร์ท (Barth equation) หลังจากนั้น AGMA ได้เพิ่มค่าแฟกเตอร์ความเร็ว คือ

$$K_v = \frac{50+\sqrt{V}}{50} \quad \text{สำหรับฟันเฟืองตัดฮ็อบบ์บิ่งหรือตัดไส} \quad (2.5ก)$$

$$K_v = \sqrt{\frac{78+\sqrt{V}}{78}} \quad \text{สำหรับฟันเฟืองเจียรนัย} \quad (2.5ข)$$

สำหรับหน่วย SI เมื่อ  $V$  มีหน่วยเป็นเมตรต่อวินาที สมการ (2.4ก) ถึงสมการที่ (2.5ข) สามารถเขียนได้ดังนี้

$$K_v = \frac{3.05+V}{3.05} \quad \text{สำหรับฟันเฟืองเหล็กหล่อ} \quad (2.6ก)$$

$$K_v = \frac{6.1+V}{6.1} \quad \text{สำหรับฟันเฟืองตัดมิลลิ่ง} \quad (2.6ข)$$

$$K_v = \frac{3.56+\sqrt{V}}{3.56} \quad \text{สำหรับฟันเฟืองตัดช็อบบิงหรือตัดไส} \quad (2.6ค)$$

$$K_v = \sqrt{\frac{5.56+\sqrt{V}}{5.56}} \quad \text{สำหรับฟันเฟืองเจียรนัย} \quad (2.6ง)$$

เมื่อเพิ่มแฟกเตอร์ความเร็วเข้าไปในสมการที่ (2.2) จะได้

$$\sigma = \frac{K_v W^t P}{F Y} \quad (2.7)$$

สำหรับสมการความเค้นในระบบเมตริกซ์ จะได้

$$\sigma = \frac{K_v W^t}{F m Y} \quad (2.8)$$

เมื่อทั้งความกว้างของหน้าฟัน  $F$  และ โมดูล  $m$  มีหน่วยเป็นมิลลิเมตร และถ้าองค์ประกอบของโหลดในแนวสัมผัสมีหน่วยเป็นนิวตัน (N) ความเค้นดัดที่คำนวณได้จากสมการนี้จะมีหน่วยเป็นเมกะปาสคาล (M Pa)

ตามกฎโดยทั่วไปของเฟืองฟันตรง ความกว้างหน้าฟันควรมีขนาดเป็น 3 – 5 เท่าของระยะพิทช์ ( $p$ ) สมการที่ (2.7) และ (2.8) นับว่ามีความสำคัญ เพราะสมการเหล่านี้เป็นสมการพื้นฐานที่ AGMA ใช้ในการคำนวณหาความสามารถในการขับเฟืองและขนาดของเฟือง โดยที่ยังไม่คิดอายุการใช้งานและความน่าเชื่อถือ

## 2.2.2 ความทนทานของผิวพื้นเฟือง (Surface Durability)

ในหัวข้อนี้จะสนใจในเรื่องของความเสียหายที่เกิดขึ้นบนผิวพื้นเฟืองซึ่งเกิดจากการสึกหรอ และการเกิดความเสียหายที่พื้น (pitting) ซึ่งเป็นความเสียหายการล้าเฉพาะแห่งบนผิวพื้นที่เกิดจากความเค้นกระทำซ้ำบนจุดที่ผิวพื้นในแนวสัมผัสสูงกว่าบริเวณอื่น หรือความเสียหายที่เกิดจากขาดการหล่อลื่นที่เหมาะสมที่เรียกว่า “สกอริง (scoring)” และยังมี ความเสียหายที่เกิดจากการมีวัสดุแปลกปลอมเข้าไปอยู่บริเวณหน้าสัมผัสของผิวพื้นทำให้เกิดรอยถลอก

ในการหาความเค้นสัมผัสของทรงกระบอก 2 ลูกกอดัดติดกัน อาจจะหาได้จากสมการ พื้นฐาน

$$P_{max} = \frac{2F}{\pi bl} \quad (2.9)$$

เมื่อ  $P_{max}$  = ความดันสูงสุดซึ่งเกิดบนหน้าสัมผัส,  $F$  = แรงที่กดให้ทรงกระบอกทั้งคู่ติดอยู่ด้วยกัน,  $l$  = ความยาวของทรงกระบอก และ  $b$  = ครึ่งความกว้าง (half - width) ซึ่งหาได้จาก

$$b = \left\{ \frac{2F \left[ \frac{(1-\nu_1^2)/E_1}{(1/d_1)} + \frac{(1-\nu_2^2)/E_2}{(1/d_2)} \right]}{\pi l} \right\}^{1/2} \quad (2.10)$$

เมื่อ  $\nu_1, \nu_2, E_1, E_2$  คือคุณสมบัติความยืดหยุ่นของวัสดุที่ใช้ทำทรงกระบอก และ  $d_1, d_2$  คือขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของทรงกระบอก ในการนำความสัมพัทธ์นี้ไปใช้ในเรื่องของพื้นเฟือง เราจะแทนค่า  $F$  ด้วย  $W^t / \cos \phi$  แทนค่า  $d$  ด้วย  $2r$  และแทนค่า  $l$  ด้วยความกว้างหน้าพื้น  $F$  เมื่อนำค่า  $b$  ไปแทนสมการ (ก) และเปลี่ยนค่า  $P_{max}$  ให้เป็นความเค้นกดในแนวสัมผัส (Surface compressive stress -  $\sigma_c$ ) จะได้

$$\sigma_c^2 = \frac{W^t}{\pi F \cos \phi} \frac{(1/r_1) + (1/r_2)}{\left[ \frac{(1-\nu_1^2)/E_1}{(1/d_1)} + \frac{(1-\nu_2^2)/E_2}{(1/d_2)} \right]} \quad (2.11)$$

หมายเหตุ AGMA ใช้สัญลักษณ์  $\mu$  สำหรับค่าอัตราส่วนปัวส์ซอง แทนสัญลักษณ์  $\nu$  ซึ่งใช้ในที่นี่ เราเห็นได้อย่างชัดเจนว่าการสึกหรอจะเริ่มเกิดขึ้นบริเวณแนวพิทซ์ รัศมีความโค้งของโปรไฟล์พื้นเฟืองที่จุดพิทซ์คือ

$$r_1 = \frac{d_p \sin \phi}{2} \quad r_2 = \frac{d_G \sin \phi}{2} \quad (2.12)$$

ให้สังเกตว่าเทอมหลังในตัวหารของสมการที่ (2.11) จะมีค่าคุณสมบัติความยืดหยุ่นของพีเนี่ยน 2 ค่า และคุณสมบัติความยืดหยุ่นของเฟือง 2 ค่า ซึ่งจะแตกต่างกันอย่างหลากหลาย เพื่อให้สร้างตารางรูปทั่วไปได้ AGMA จึงนิยามค่าต่างๆ เหล่านี้เป็นค่าสัมประสิทธิ์ความยืดหยุ่น (elastic coefficient -  $C_p$ ) โดย

$$C_p = \left[ \frac{1}{\pi \left( \frac{1-v_p^2}{E_p} + \frac{1-v_g^2}{E_g} \right)} \right]^{1/2} \quad (2.13)$$

เมื่อเพิ่มค่าสัมประสิทธิ์ความยืดหยุ่น  $C_p$  และแฟกเตอร์ความเร็ว  $K_v$  เข้าไปในสมการที่ (2.11) จะได้

$$\sigma_c = -C_p \left[ \frac{K_v W^t}{F \cos \phi} \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \right]^{1/2} \quad (2.14)$$

การที่สมการนี้มีเครื่องหมายเป็นลบ แสดงให้เห็นว่าเป็นความเค้นกด (Compression Stress)

### 2.2.3 สมการความเค้นของ AGMA (AGMA Stress Equations)

มีสมการความเค้นพื้นฐาน 2 สมการ ที่ถูกนำมาใช้ในวิธีการของ AGMA คือ สมการความเค้นดัดและสมการความเค้นสัมผัส ความเค้นเหล่านี้ AGMA ตั้งชื่อว่า “หมายเลขความเค้น (Stress number) ” โดยใช้ตัวอักษร  $s$  ตัวพิมพ์เล็ก แทนตัวอักษรกรีก  $\sigma$  ที่เราใช้ในรายงานการวิจัยครั้งนี้ โดยสมการพื้นฐานสำหรับความเค้นดัด (bending stress) คือ

$$\sigma = \begin{cases} w' K_o K_v K_s \frac{P_d K_m K_B}{F Y_J} & \text{(U.S. coutomary unit)} \\ w' K_o K_v K_s \frac{1}{b m_i} \frac{K_H K_B}{Y_J} & \text{(SI unit)} \end{cases} \quad (2.15)$$

- เมื่อ  $W_t$  = โหลดในแนวสัมผัสที่ส่งกำลัง, lbf (N)  
 $K_o$  = แฟกเตอร์แก้ไขโหลดเกินกำลัง (Overload Factor)  
 $K_v$  = ไดนามิกแฟกเตอร์ (Dynamic Factor)  
 $K_s$  = แฟกเตอร์แก้ไขขนาด (Size Factor)  
 $P_d$  = จำนวนพิทซ์



$F$  = ความกว้างหน้าฟัน, in (mm)

$K_m$  = แฟกเตอร์การกระจายของโหลด

$K_B$  = แฟกเตอร์ขอบความหนา (rim – thickness Factor)

$J$  = แฟกเตอร์รูปทรงเรขาคณิต ซึ่งรวมความเค้นหนาแน่นที่เว้าโคนฟันไว้

และสมการพื้นฐานของความเค้นสัมผัส (contact stress) คือ

$$\sigma_c = \begin{cases} C_p \sqrt{W^t K_o K_v K_s \frac{K_m C_f}{d_p F I}} & \text{(U.S. coutomary unit)} \\ Z_E \sqrt{W^t K_o K_v K_s \frac{K_H Z_R}{d_{wb} Z_I}} & \text{(SI unit)} \end{cases} \quad (2.16)$$

เมื่อ  $C_p(Z_E)$  = สัมประสิทธิ์ความยืดหยุ่น,  $\sqrt{\text{lb}/\text{in}^2}$  ( $\sqrt{\text{N}/\text{mm}^2}$ )

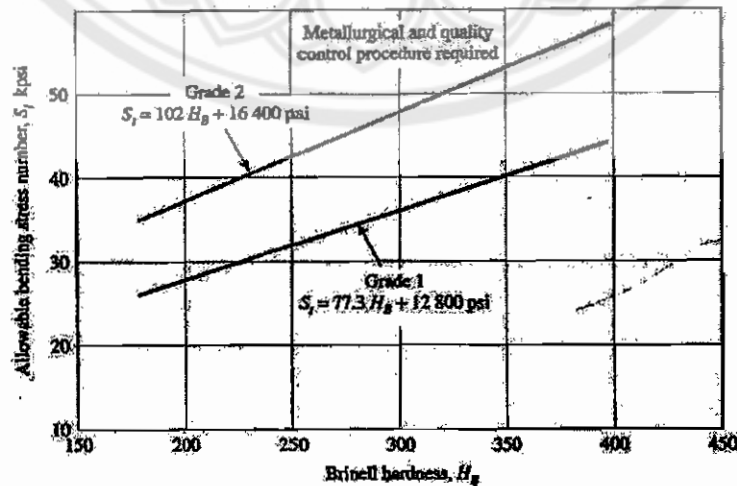
$C_f(Z_R)$  = แฟกเตอร์สภาพพื้นผิวของฟันเฟือง

$d_p(d_{wb})$  = เส้นผ่านศูนย์กลางพิทซ์ของพีเนียน, in (mm)

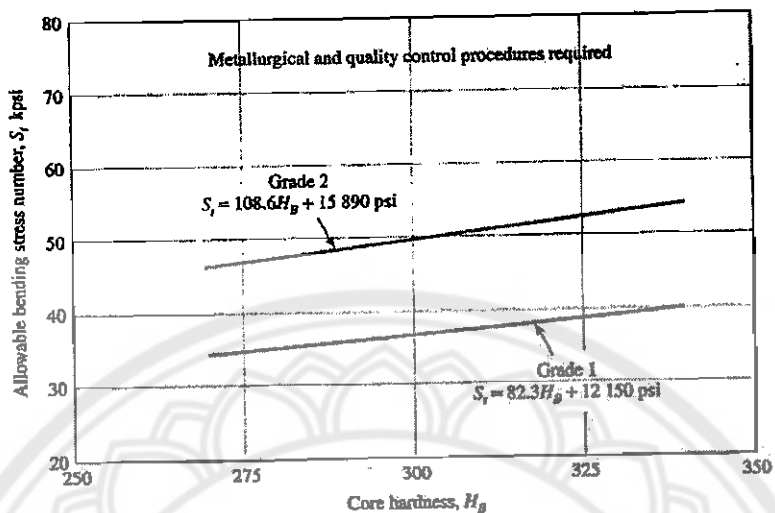
$I(Z)$  = แฟกเตอร์รูปทรงเรขาคณิตสำหรับความต้านทาน Pitting

### 2.2.4 สมการความต้านแรงของ AGMA

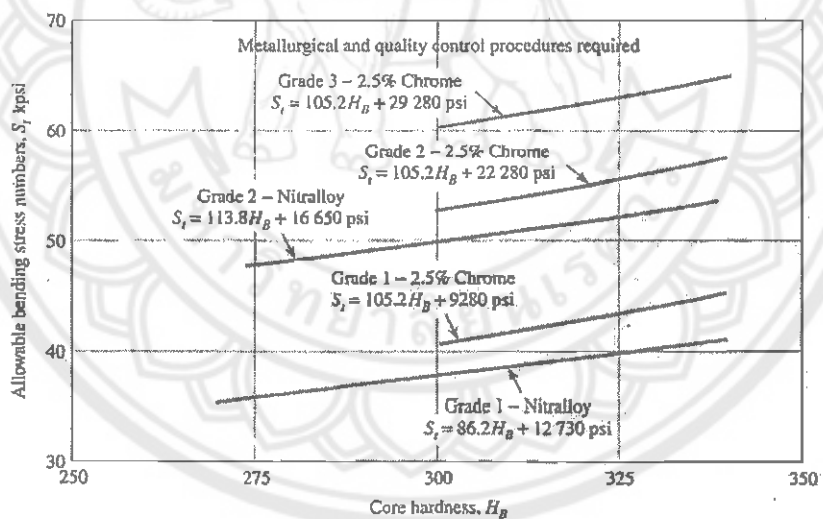
AGMA จะใช้คำว่าความเค้นที่ยอมรับได้ (allowable stress number) แทนความหมายของความต้านทานแรง โดยใช้สัญลักษณ์  $S_n$  และใช้สัญลักษณ์  $S$ , แทนความต้านทานแรงคัดของ AGMA ซึ่งหาได้จากรูปที่ 2.3, 2.4 และ 2.5 และจากตารางที่ 2.2, 2.3 นอกจากนั้นความต้านทานแรงของ AGMA จึงควรใช้เฉพาะในปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเฟืองเท่านั้น



รูปที่ 2.3 ความต้านทานแรงของเฟืองเหล็กกล้า through-hardened steel [1]



รูปที่ 2.4 ความต้านทานแรงของเฟืองเหล็กกล้า AISI 4140 และ AISI 4340 [1]



รูปที่ 2.5 ความต้านแรงสำหรับเฟือง nitriding steel [1]

ตารางที่ 2.2 ความต้านแรงค้ดกระทำซ้ำ  $S_t$  สำหรับเฟืองเหล็กกล้าที่  $10^7$  รอบ และความน่าเชื่อถือ 0.99

Source : ANSI/AGMA 2001-C95 [1]

| Material Designation                                     | Heat Treatment                                  | Minimum Surface Hardness | Allowable Bending Stress Number $S_t$ , psi |                  |              |
|--|---|--------------------------|---|------------------|--------------|
|  |   |                          | Grade 1                                     | Grade 2          | Grade 3      |
| Steel  | Through-hardened                                | See Fig. 2.3             | See Fig. 2.3                                | See Fig. 2.3     | -            |
|  | Flame or induction hardened with type A pattern | See Table 8*             | 45,000                                      | 55,000           | -            |
|  | Flame or induction hardened with type B pattern | See Table 8*             | 22,000                                      | 22,000           | -            |
|  | Carburized and hardened                         | See Table 9*             | 55,000                                      | 65,000 or 70,000 | 75,000       |
|  | Nitrided (through-hardened steels)              | 83.5 HR15N               | See Fig. 2.4                                | See Fig. 2.4     | -            |
| Nitalloy 135M, Nitalloy N, and 2.5% chrome (no aluminum) | Nitrided  | 87.5 HR15N               | See Fig. 2.5                                | See Fig. 2.5     | See Fig. 2.5 |

ตารางที่ 2.3 ความต้านแรงค้ดกระทำซ้ำ  $S$ , สำหรับเฟืองเหล็กหล่อและบรอนซ์ที่  $10^7$  รอบ และความน่าเชื่อถือ 0.99 Source : ANSI/AGMA 2001-C95 [1]

| Material                         | Material Designation | Heat Treatment        | Typical Minimum Surface Hardness     | Allowable Bending Stress Number $S_t$ , psi |
|----------------------------------|----------------------|-----------------------|--------------------------------------|---|
| ASTM A48 gray cast iron          | Class 20             | As cast               | -                                    | 5,000                                       |
|                                  | Class 30             | As cast               | 174 HB                               | 8,500                                       |
|                                  | Class 40             | As cast               | 201 HB                               | 13,000                                      |
| ASTM A536 ductile (nodular) Iron | Grade 60-40-18       | Annealed              | 140 HB                               | 22,000-33,000                               |
|                                  | Grade 80-55-06       | Quenched and tempered | 179 HB                               | 22,000-33,000                               |
|                                  | Grade 100-70-03      | Quenched and tempered | 229 HB                               | 27,000-40,000                               |
|                                  | Grade 120-90-02      | Quenched and tempered | 269 HB                               | 31,000-44,000                               |
| Bronze                           |                      | Sand cast             | Minimum tensile strengths 40,000 psi | 5,700                                       |
|                                  | ASTM B-148 Alloy 954 | Heat treated          | Minimum tensile strengths 90,000 psi | 23,600                                      |

ในวิธีการของ AGMA ค่าความต้านแรงจะถูกปรับปรุงโดยแฟกเตอร์ต่าง ๆ ที่ทำให้ความต้านแรงค้ดและความต้านแรงที่ผิวสัมผัสมีขีดจำกัดมากขึ้น ถ้าใช้สัญลักษณ์  $\sigma_{all}$  แทนความเค้นค้ดที่ยอมรับได้ และใช้  $\sigma_{c,all}$  แทนความเค้นสัมผัสที่ยอมรับได้ จะสามารถเขียนสมการความเค้นค้ดที่ยอมรับได้ของ AGMA ได้คือ

$$\sigma_{all} = \begin{cases} \frac{S_t Y_N}{S_F K_T K_R} & \text{(U.S. customary unit)} \\ \frac{\sigma_{FP} Y_N}{S_F Y_\theta Y_Z} & \text{(SI unit)} \end{cases} \quad (2.17)$$

เมื่อ  $S_t(\sigma_{FP})$  = ความต้านทานแรงค้ดของ AGMA, lbf/in<sup>2</sup> (N/mm<sup>2</sup>)

$Y_N$  = แฟกเตอร์แก้งรอบการรับความเค้นค้ด

$K_T(Y_\theta)$  = แฟกเตอร์แก้อุณหภูมิ

$K_R(Y_Z)$  = แฟกเตอร์ความน่าเชื่อถือ

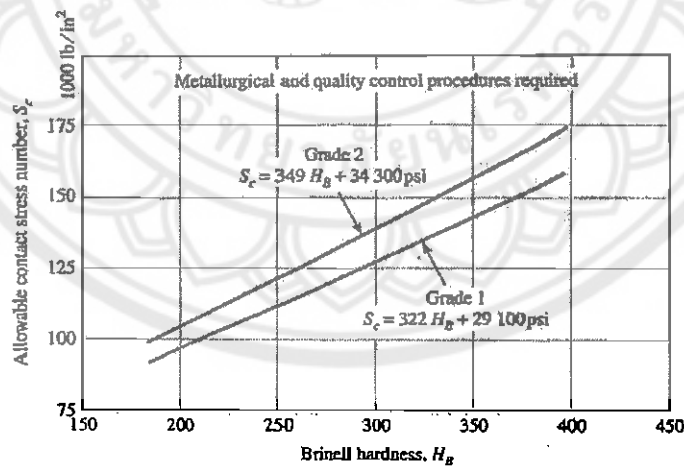
$S_F$  = แฟกเตอร์ความปลอดภัยของ AGMA, อัตราส่วนความเค้น

สมการความเค้นสัมผัสที่ยอมรับได้  $\sigma_{C,all}$  คือ

$$\sigma_{C,all} = \begin{cases} \frac{S_c Z_N C_H}{S_H K_T K_R} & \text{(U.S. customary unit)} \\ \frac{\sigma_{HP} Z_N Z_W}{S_H Y_\theta Y_Z} & \text{(SI unit)} \end{cases} \quad (2.18)$$

- เมื่อ  $S_c(\sigma_{HP})$  = ความต้านทานแรงที่ผิวสัมผัสของ AGMA, lbf/in<sup>2</sup> (N/mm<sup>2</sup>)
- $Z_N$  = แฟกเตอร์แกว่งรอบการรับความเค้นดัด
- $C_H(Z_W)$  = แฟกเตอร์อัตราส่วนความแข็งสำหรับ Pitting
- $K_T(Y_\theta)$  = แฟกเตอร์แกว่งมุม
- $K_R(Y_Z)$  = แฟกเตอร์ความน่าเชื่อถือ
- $S_H$  = แฟกเตอร์ความปลอดภัยของ AGMA, อัตราส่วนความเค้น

ค่าความต้านทานแรงที่ผิวสัมผัสของ AGMA ที่ใช้สัญลักษณ์  $S_c$  หาได้จากรูปที่ 2.6 และตารางที่ 2.4 ถึง 2.6



รูปที่ 2.6 ความต้านทานการสัมผัสสำหรับเฟืองเหล็กกล้าที่ 10<sup>7</sup> รอบ และความน่าเชื่อถือ 0.99 [1]

ตารางที่ 2.4 อุณหภูมิที่ใช้ในการทำ Nitriding และค่าความแข็ง [1]

| Steel          | Temperature<br>before nitriding, °F | Nitriding,<br>°F | Hardness, Rockwell C Scale |       |
|----------------|-------------------------------------|------------------|----------------------------|-------|
|                |                                     |                  | Case                       | Core  |
| Nitralloy 135* | 1,150                               | 975              | 62-65                      | 30-35 |
| Nitralloy 135M | 1,150                               | 975              | 62-65                      | 32-36 |
| Nitralloy M    | 1,000                               | 975              | 62-65                      | 40-44 |
| AISI 4340      | 1,100                               | 975              | 48-53                      | 27-35 |
| AISI 4140      | 1,100                               | 975              | 49-54                      | 27-35 |
| 3I Cr Ma V9    | 1,100                               | 975              | 58-62                      | 27-33 |

ตารางที่ 2.5 ความต้านทานแรงสัมผัสกระทำซ้ำ สำหรับเฟืองเหล็กกล้าที่  $10^7$  รอบ และความนำเชื้อคือ 0.99 [1]

| Material<br>Designation      | Heat<br>Treatment                      | Minimum<br>Surface Hardness | Allowable Contact Stress Number,<br>$S_c$ , psi |                 |         |
|------------------------------|--|-----------------------------|---|-----------------|---------|
|                              |  |                             | Grade 1   | Grade 2         | Grade 3 |
| Steel                        | Through-hardened                       | See Fig. 2.6                | See Fig. 2.6                                    | See Fig.<br>2.6 | -       |
|                              | Flame or induction<br>hardened         | 50 HRC                      | 170,000   | 190,000         | -       |
|                              |  | 54 HRC                      | 175,000   | 195,000         | -       |
|                              | Carburized and<br>hardened             | See Table 9*                | 180,000   | 225,000         | 275,000 |
|                              | Nitrided (through-<br>hardened steels) | 83.5 HR15N                  | 150,000   | 163,000         | 175,000 |
| 84.5 HR15N                   |  | 155,000                     | 168,000   | 180,000         |         |
| 2.5% chrome<br>(no aluminum) | Nitrided                               | 87.5 HR15N                  | 155,000   | 172,000         | 180,000 |
| Nitralloy<br>135M            | Nitrided                               | 90.0 HR15N                  | 170,000   | 183,000         | 195,000 |
| Nitralloy N                  | Nitrided                               | 90.0 HR15N                  | 172,000   | 188,000         | 205,000 |
| 2.5% chrome<br>(no aluminum) | Nitrided                               | 90.0 HR15N                  | 176,000   | 196,000         | 216,000 |

ตารางที่ 2.6 ความต้านทานแรงสัมผัสกระทำซ้ำ  $S_c$  สำหรับเฟืองเหล็กหล่อและบรอนซ์ที่  $10^7$  รอบ และความน่าเชื่อถือ 0.99 [1]

| Material                         | Material Designation | Heat Treatment        | Typical Minimum Surface Hardness     | Allowable Contact Stress Number $S_c$ , psi |
|----------------------------------|----------------------|-----------------------|--------------------------------------|---|
| ASTM A48 gray cast iron          | Class 20             | As cast               | -                                    | 50,000- 60,000                              |
|                                  | Class 30             | As cast               | 174 HB                               | 65,000-75,000                               |
|                                  | Class 40             | As cast               | 201 HB                               | 75,000-85,000                               |
| ASTM A536 ductile (nodular) Iron | Grade 60-40-18       | Annealed              | 140 HB                               | 77,000-92,000                               |
|                                  | Grade 80-55-06       | Quenched and tempered | 179 HB                               | 77,000-92,000                               |
|                                  | Grade 100-70-03      | Quenched and tempered | 229 HB                               | 92,000- 112,000                             |
|                                  | Grade 120-90-02      | Quenched and tempered | 269 HB                               | 103,000-126,000                             |
| Bronze                           | -                    | Sand cast             | Minimum tensile strengths 40,000 psi | 30,000                                      |
|                                  | ASTM B-148 Alloy 954 | Heat treated          | Minimum tensile strengths 90,000 psi | 65,000                                      |

เมื่อโหลดกระทำซ้ำเกิดขึ้นกับเฟืองที่ไม่ได้ทำงาน AGMA แนะนำให้ใช้ค่า  $S_c$  เพียง 70% ซึ่งอัตราส่วนเทียบได้กับ  $1/0.70 = 1.43$  เท่ากับค่า  $k_s$

### 2.2.5 แฟกเตอร์รูปทรงเรขาคณิต I และ J

จากการที่ได้เห็นมาแล้วว่าแฟกเตอร์  $Y$  ในสมการของลูอิสจะเป็นผลกระทบจากรูปร่างของฟันเฟือง สมการของ AGMA ได้กำหนดให้ใช้แฟกเตอร์  $I$  และ  $J$  ในวัตถุประสงค์เดียวกัน แต่จะมีความเที่ยงตรงมากยิ่งขึ้น ซึ่งค่า  $I$  และ  $J$  จะขึ้นอยู่กับอัตราส่วนหน้าสัมผัส (face - contact ratio -  $m_f$ ) ซึ่ง

$$m_f = F/p_x \quad (2.19)$$

สำหรับเฟืองฟันตรง  $m_f = 0$  และเฟืองฟันเฉียงที่มีอัตราส่วนหน้าสัมผัสต่ำ (Low - contact ratio ; LCR) จะหมายถึง  $m_f \leq 1$  ซึ่งจะมีมุมยึดเกาะน้อย หรือมีความกว้างของหน้าฟันน้อย หรือทั้ง

2 อย่าง เพื่อลักษณะนี้จะทำให้เกิดเสียงดังที่ไม่แตกต่างจากเฟืองฟันตรงมากนัก จึงยังไม่พิจารณาในที่นี้ ดังนั้น ในที่นี้จะพิจารณาเฉพาะเฟืองตรงที่มีค่า  $m_f = 0$  และเฟืองเฉียงที่มีค่า  $m_f > 1$

### แฟกเตอร์เรขาคณิตของความต้านทานแรงดัด ( $J$ )

AGMA ได้กำหนดแฟกเตอร์  $J$  โดยรวมแฟกเตอร์ความเค้นหนาแน่นล้า (fatigue stress concentration factor -  $K_f$ ) และผลของอัตราส่วนช่วยกันรับโหลด (load - sharing ratio -  $m_N$ ) ไว้ด้วยกัน ซึ่ง

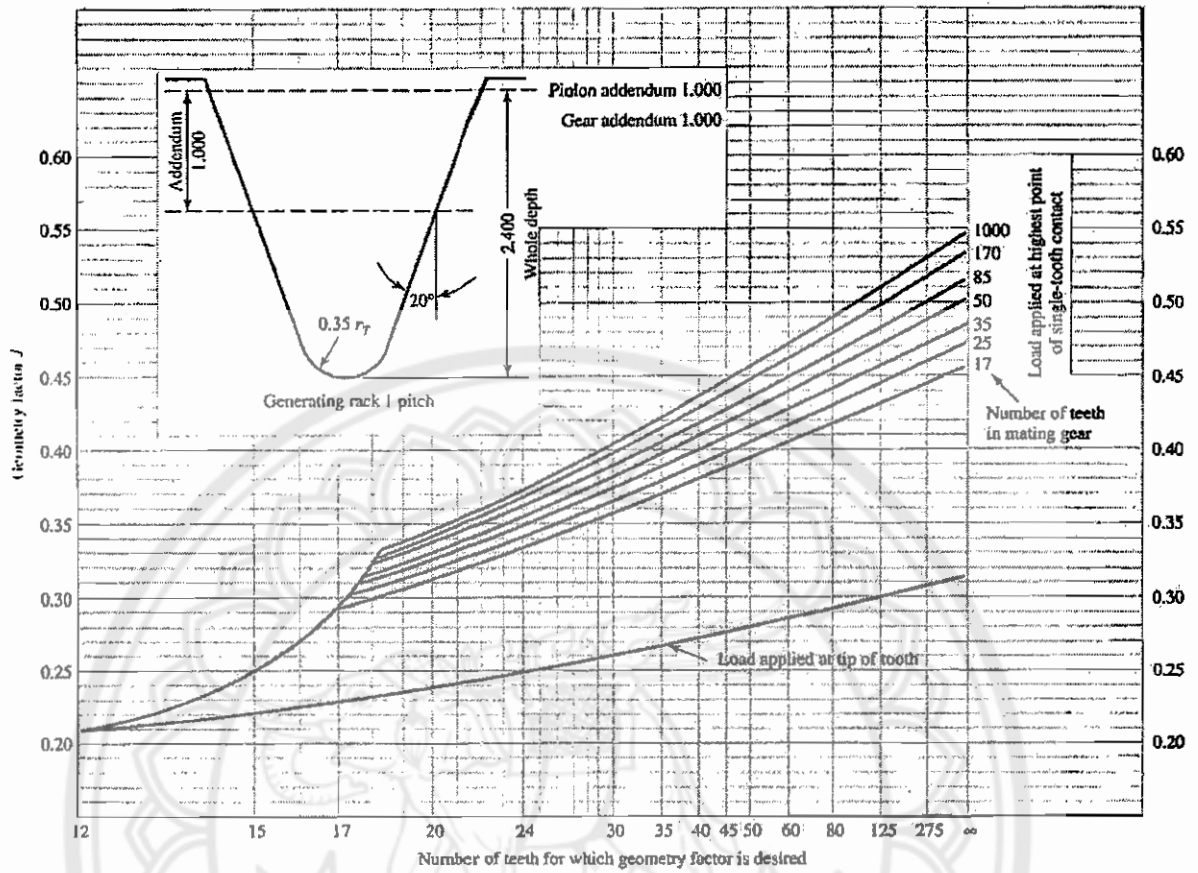
$$J = \frac{Y}{K_f m_N} \quad (2.20)$$

ให้สังเกตว่าค่า  $Y$  ในสมการที่ (2.20) ไม่ใช่แฟกเตอร์ของสมการลูอิสโดยสิ้นเชิง แต่จะหาได้จากโครงสร้างของโปรไฟล์ฟันเฟืองในระนาบตั้งฉาก และอยู่บนพื้นฐานของจุดสูงสุดที่หน้าฟันเฟืองคู่หนึ่งสัมผัสกันตามแนวสัมผัส  $m_p$ , อัตราส่วนการสัมผัสของหน้าฟัน  $m_p$ , ผลที่เกิดจากการปรับปรุงโปรไฟล์ และการหลุดตัวของฟันเฟืองสำหรับเฟืองตรง  $m_N = 1$  และสำหรับเฟืองฟันเฉียงที่มีอัตราส่วนการสัมผัสของหน้าฟัน  $m_f > 2.0$  จะหาค่า  $m_N$  ได้จาก

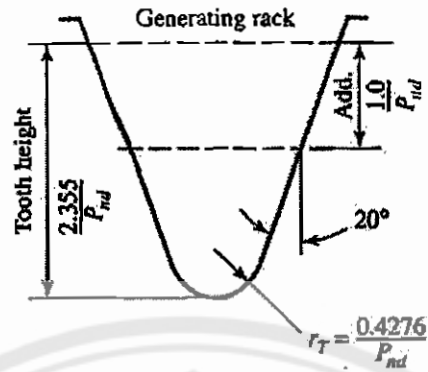
$$m_N = \frac{p_N}{0.95Z} \quad (2.21)$$

เมื่อ  $p_r$  คือระยะพิทธีฐาน และ  $Z$  คือความยาวของแนวการกระทำในระนาบการสัมผัส ให้ใช้รูปที่ 2.7 ในการหาค่า  $J$  สำหรับเฟืองฟันตรงที่มีมุมกดคั่น  $20^\circ$  และมีอัตราส่วนการสัมผัสหน้าฟัน  $m_f > 2.0$





รูปที่ 2.7 แฟกเตอร์ J สำหรับเฟืองฟันตรง (Source : ANSI/AGMA 218.01.) [1]

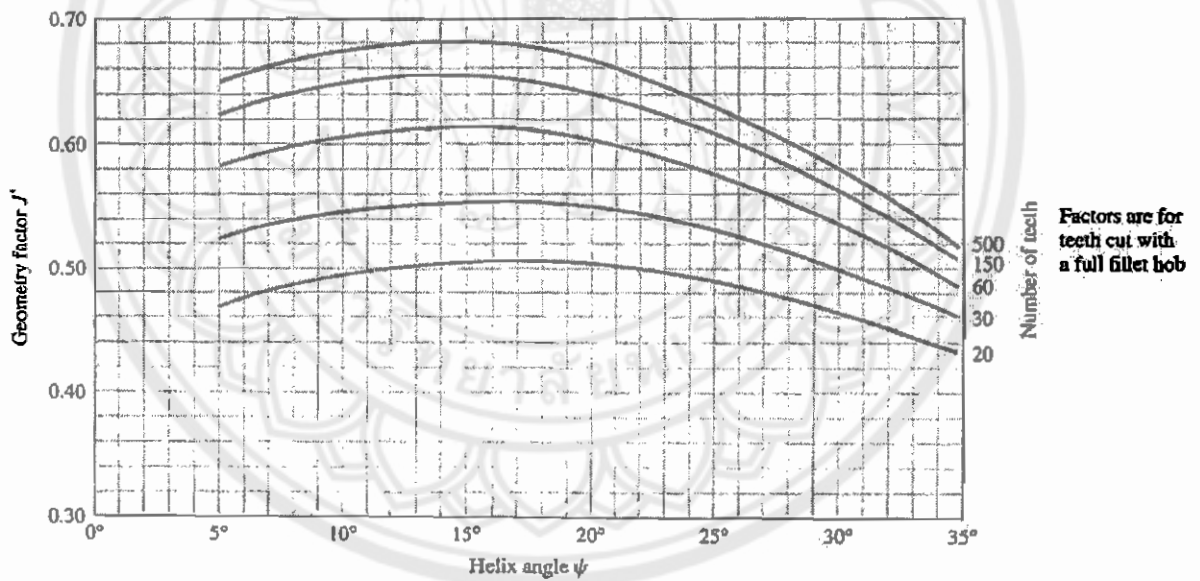


(ก) ฟันเฟืองฟันเฉียง

$$m_N = \frac{P_N}{0.95Z}$$

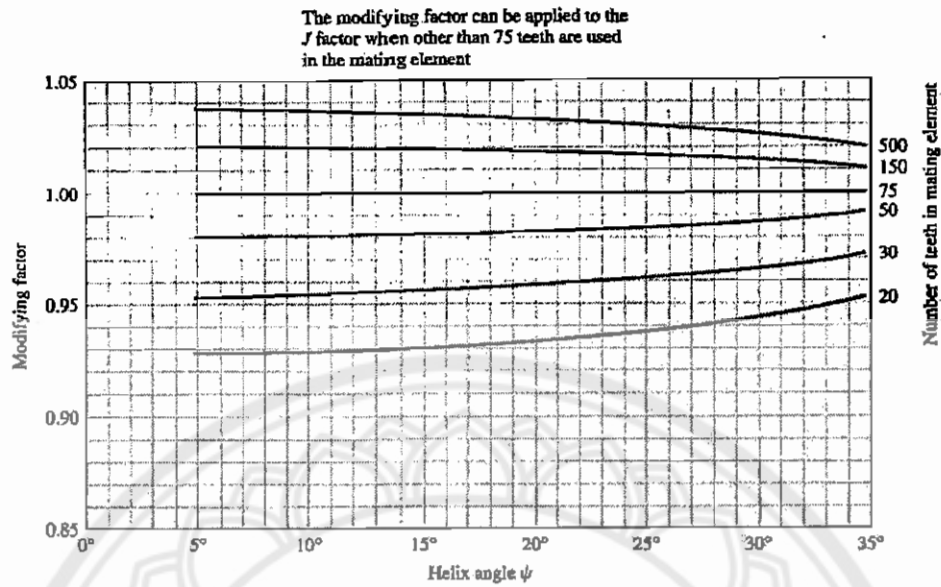
Value for Z is for an element of indicated numbers of teeth and a 75-tooth mate

Normal tooth thickness of pinion and gear tooth each reduced 0.024 in to provide 0.048 in total backlash for one normal diametral pitch



(ข) แฟกเตอร์  $J'$  สำหรับเฟืองฟันเฉียง

รูปที่ 2.8 แฟกเตอร์  $J'$  สำหรับเฟืองฟันเฉียง (Source : ANSI/AGMA 218.01.) [1]



รูปที่ 2.9 ตัวคูณแฟกเตอร์  $J'$  สำหรับใช้ร่วมกับรูปที่ 2.8 ในการหาค่าแฟกเตอร์  $J$  [1]

แฟกเตอร์เรขาคณิตของความต้านทานแรงที่ผิวสัมผัส ( $I$ )

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{2}{\sin\phi_t} \left( \frac{1}{d_p} + \frac{1}{d_g} \right) \quad (2.22ก)$$

ถ้ากำหนดให้อัตราส่วนความเร็ว  $m_G = N_g/N_p = d_g/d_p$  จะเขียนสมการ (2.22ก) ได้เป็น

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{2}{d_p \sin\phi_t} \left( \frac{m_G + 1}{m_G} \right) \quad (2.22ข)$$

แทนค่าสมการ (2.22ข) ลงในผลบวกของสมการที่ (2.14)

$$\sigma_c = -\sigma_c = C_p \left[ \frac{K_v W^t}{d_p F} \frac{1}{\frac{\cos\phi_t \sin\phi_t}{2} \frac{m_G}{m_G + 1}} \right] \quad (2.22ค)$$

แทนค่าสมการเรขาคณิต  $I$  สำหรับเฟืองที่มีฟันเฟืองภายนอกและเฟืองฟันเฉียงคือตัวหารของเทอมที่สองในวงเล็บใหญ่ของสมการ (2.22ค) เมื่อเพิ่มค่าอัตราส่วนช่วยกันรับโหลด  $m_N$  เข้าไปจะได้สมการหาแฟกเตอร์เรขาคณิต  $I$  ดังนี้

$$I = \begin{cases} \frac{\cos\phi_t \sin\phi_t}{2m_N} \frac{m_G}{m_G+1}, & \text{สำหรับเฟืองที่มีฟันภายนอก} \\ \frac{\cos\phi_t \sin\phi_t}{2m_N} \frac{m_G}{m_G-1}, & \text{สำหรับเฟืองที่มีฟันภายใน} \end{cases} \quad (2.23)$$

สำหรับเฟืองฟันตรง  $m_N = 1$  และในการแก้สมการที่ (2.21) จะใช้ .

$$p_z = p_n \cos\phi_n \quad (2.24)$$

เมื่อ  $p_n$  คือวงกลมพิทซ์ในแนวตั้งฉาก และถ้าไม่ทราบโครงสร้างโปรไฟล์ของฟันเฟือง จะสามารถหาค่า  $Z$  สำหรับใช้ในสมการที่ (2.21) ได้จาก

$$Z = \left[ (r_p + a)^2 - r_{bP}^2 \right]^{1/2} + \left[ (r_G + a)^2 - r_{bP}^2 \right]^{1/2} - (r_p + r_G) \sin\phi_t \quad (2.25)$$

เมื่อ  $r_p$  และ  $r_G$  คือรัศมีพิทซ์  $r_{bP}$  และ  $r_{bG}$  รัศมีวงกลมฐานของพินิออน (pinion) และเฟือง โดยรัศมีวงกลมฐาน คือ

$$r_b = r \cos\phi \quad (2.26)$$

ในการใช้สมการที่ (2.25) มีข้อควรระมัดระวัง คือ โปรไฟล์ของคู่ฟันเฟืองจะไม่ขบกัน ต่ำกว่าวงกลมฐาน ดังนั้น ถ้าค่าในเทอมแรกหรือเทอมแรกบวกเทอมที่สองมีค่ามากกว่าค่าในเทอมที่สาม ให้ใช้ค่าในเทอมที่สาม นอกจากนั้นในบางกรณีการขบกันของฟันเฟืองที่อยู่นอกรัศมีอาจจะมีระยะน้อยกว่า  $r + a$  เช่น กรณีที่มีการตัดปลายฟันให้โค้งมน ดังนั้น ในกรณีนี้ให้ใช้ค่าระยะที่อยู่นอกรัศมีไม่ใช่  $r + a$

### 2.2.6 สัมประสิทธิ์ความยืดหยุ่น (Elastic Coefficient), $C_p$

สามารถคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ความยืดหยุ่นได้โดยตรงจากสมการที่ (2.13) หรือใช้ตารางที่ 2.7

ตารางที่ 2.7 สัมประสิทธิ์ความยืดหยุ่น  $C_p (Z_E)$  , ในหน่วย  $\sqrt{\text{psi}}$  ( $\sqrt{\text{MPa}}$ ) Source : AGMA 218.01 [1]

| Pinion Material | Pinion Modulus of Elasticity $E_p$ Psi (MPa)* | Gear Material and Modulus Of Elasticity $E_G$ , Lbf/in <sup>2</sup> (MPa)* |   |   |   |   |   |
|-----------------|---|--|---|---|---|---|---|
|                 |   | Steel  | Malleable Iron                            | Nodular Iron                              | Cast Iron                                 | Aluminum Bronze                             | Tin Bronze                                |
|                 |   | $30 \times 10^6$<br>( $2 \times 10^5$ )                                    | $25 \times 10^6$<br>( $1.7 \times 10^5$ ) | $24 \times 10^6$<br>( $1.7 \times 10^5$ ) | $22 \times 10^6$<br>( $1.5 \times 10^5$ ) | $17.5 \times 10^6$<br>( $1.2 \times 10^5$ ) | $16 \times 10^6$<br>( $1.1 \times 10^5$ ) |
| Steel           | $30 \times 10^6$<br>( $2 \times 10^5$ )       | 2,300<br>(191)   | 2,180<br>(181)                            | 2,160<br>(179)                            | 2,100<br>(174)                            | 1,950<br>(162)                              | 1,900<br>(158)                            |
| Malleable iron  | $25 \times 10^6$<br>( $1.7 \times 10^5$ )     | 2,180<br>(181)   | 2,090<br>(174)                            | 2,070<br>(172)                            | 2,020<br>(168)                            | 1,900<br>(158)                              | 1,850<br>(154)                            |
| Nodular iron    | $24 \times 10^6$<br>( $1.7 \times 10^5$ )     | 2,160<br>(179)   | 2,070<br>(172)                            | 2,050<br>(170)                            | 2,000<br>(166)                            | 1,880<br>(156)                              | 1,830<br>(152)                            |
| Cast iron       | $22 \times 10^6$<br>( $1.5 \times 10^5$ )     | 2,100<br>(174)   | 2,020<br>(168)                            | 2,000<br>(166)                            | 1,960<br>(163)                            | 1,850<br>(154)                              | 1,800<br>(149)                            |
| Aluminum bronze | $17.5 \times 10^6$<br>( $1.2 \times 10^5$ )   | 1,950<br>(162)   | 1,900<br>(158)                            | 1,880<br>(156)                            | 1,850<br>(154)                            | 1,750<br>(145)                              | 1,700<br>(141)                            |
| Tin bronze      | $16 \times 10^6$<br>( $1.1 \times 10^5$ )     | 1,900<br>(158)   | 1,850<br>(154)                            | 1,850<br>(152)                            | 1,800<br>(149)                            | 1,700<br>(141)                              | 1,650<br>(137)                            |

### 2.2.7 ไดนามิกแฟกเตอร์ (Dynamic Factor), $K_v$

ไดนามิกแฟกเตอร์เป็นค่าที่ใช้สำหรับแก้ไขความไม่เที่ยงตรงเนื่องจากการผลิตฟันเฟือง และการขบกันของฟันเฟือง ในการส่งกำลังจะวัดจากความเร็วเชิงมุมของคู่เฟืองที่ขบกัน ซึ่งความคลาดเคลื่อนในการส่งกำลัง (Transmission error) จะเป็นผลจากสิ่งต่างๆ ดังต่อไปนี้

- ความไม่เที่ยงตรงในการผลิต ซึ่งประกอบด้วยความคลาดเคลื่อนของช่องว่างระหว่างฟันและรูปร่างของฟัน
- ความเร็วในแนวพิทช์ และความเร็วรอบในการหมุน
- การสึกหรอ และการเปลี่ยนแปลงรูปร่างอย่างถาวรของส่วนที่สัมผัสกันของคู่ฟันเฟือง
- เพลาเฟืองไม่ได้ศูนย์ หรือเกิดการทูดตัว ไม่มีสมดุลทางไดนามิก
- แรงเสียดทานที่ฟันเฟือง

การควบคุมผลกระทบต่างๆ เหล่านี้ AGMA ได้กำหนดชุดของหมายเลขควบคุมคุณภาพ (quality – control numbers) เพื่อระบุค่าผิดพลาดที่ยอมรับได้สำหรับเฟืองขนาดต่างๆ โดยเฟือง

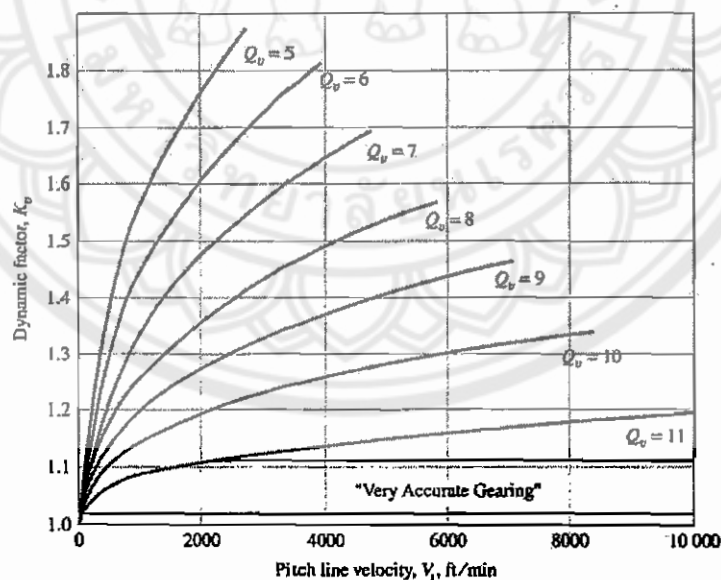
ที่ผลิตขึ้นเพื่อการค้าจะต้องมีคุณภาพอยู่ในระดับ 3-7 ส่วนคุณภาพในระดับที่ 8-12 จะถือว่าเป็นเฟืองที่มีความเที่ยงตรงสูง นอกจากนั้น AGMA ยังได้กำหนดชุดหมายเลขแสดงระดับความเที่ยงตรงในการส่งกำลัง (transmission accuracy - level number -  $Q_v$ ) โดยมีระดับความเที่ยงตรงในลักษณะเดียวกับหมายเลขควบคุมคุณภาพ เมื่อ  $A = 50 + 56(1-B)$  และ  $B = 0.25(12-Q_v)^{2/3}$  สมการต่อไปนี้จะใช้ในการหาไดนามิกแฟกเตอร์บนพื้นฐานของหมายเลข  $Q_v$

$$K_v = \begin{cases} \left(\frac{A+\sqrt{V}}{A}\right)^B & , V \text{ มีหน่วยเป็น ft/min} \\ \left(\frac{A+\sqrt{200V}}{A}\right)^B & , V \text{ มีหน่วยเป็น m/s} \end{cases} \quad (2.27)$$

และความเร็วสูงสุดที่จุดสุดท้ายของเส้นโค้ง  $Q_v$  คือ

$$(V_t)_{max} = \begin{cases} [A + (Q_v - 3)]^2 & \text{ft/min} \\ \frac{[A + (Q_v - 3)]^2}{200} & \text{m/s} \end{cases} \quad (2.28)$$

รูปที่ 2.10 คือกราฟของไดนามิกแฟกเตอร์  $K_v$  เป็นฟังก์ชันของความเร็วในแนวพิทซ์



รูปที่ 2.10 ไดนามิกแฟกเตอร์  $K_v$  ซึ่งหาจากสมการที่ (2.27)

และมีจุดสิ้นสุดที่หาได้จากสมการที่ (2.28) [1]



### 2.2.8 แฟกเตอร์แก้โหลดเกินกำลัง (Overload Factor), $K_o$

1.4524366

แฟกเตอร์แก้โหลดเกินกำลังเป็นค่าที่กำหนดขึ้นมาเพื่อยอมให้โหลดที่กระทำจากภายนอกทั้งหมดมีค่ามากกว่าโหลดระบุในแนวสัมผัส ในบางครั้งจะเรียกแฟกเตอร์แก้โหลดเกินกำลังว่า แฟกเตอร์การประยุกต์ใช้งาน (application factor) หรือแฟกเตอร์การให้บริการ (service factor) ทั้งนี้เนื่องจากการจะหาค่านี้ได้ก็ต่อเมื่อทดลองในการประยุกต์ใช้งานเฉพาะอย่างเท่านั้น

2 ส. 9. 2551

### 2.2.9 แฟกเตอร์แก้พื้นผิวฟันเฟือง (Surface Condition Factor), $C_f(Z_R)$

แฟกเตอร์แก้พื้นผิวจะใช้เฉพาะสมการความต้านทานการสึกหรอ (สมการที่ 2.16) ซึ่ง

ขึ้นอยู่กับ

- วิธีการผลิตฟันเฟืองในขั้นสุดท้าย เช่น การตัด การไส การเจียรระโน
- ความเค้นตกค้าง
- ผลกระทบของความยืดหยุ่นในย่านการเปลี่ยนแปลงรูปร่างแบบพลาสติก

ในปัจจุบันยังไม่มีข้อกำหนดมาตรฐานแฟกเตอร์แก้พื้นผิวฟันเฟืองไว้อย่างชัดเจน แต่หากทราบว่ามีผลกระทบที่เกิดจากลักษณะพื้นผิวของฟันเฟือง AGMA แนะนำให้ใช้ค่า  $C_f > 1$

### 2.2.10 แฟกเตอร์แก้ขนาด (Size Factor), $K_s$

แฟกเตอร์แก้ขนาดสะท้อนให้เห็นว่าเนื้อวัสดุของเฟืองจะมีความไม่สม่ำเสมอเนื่องจาก

- ขนาดของฟันเฟือง
- เส้นผ่านศูนย์กลางของชิ้นงาน
- อัตราส่วนระหว่างขนาดของฟันเฟืองต่อเส้นผ่านศูนย์กลางของชิ้นงาน
- ความกว้างของหน้าฟันเฟือง
- รูปแบบของพื้นที่ซึ่งเกิดความเค้น
- อัตราส่วนความลึกของเรื่อที่เกี่ยวข้องกับขนาดของฟันเฟือง
- ความแข็งและกระบวนการผลิต

AGMA ยังไม่ได้กำหนดค่าไว้เป็นที่แน่นอน อย่างไรก็ตาม AGMA ได้แนะนำให้ใช้ค่า  $K_s > 1$  ถ้าวิศวกรผู้ออกแบบมีความรู้ลึกซึ้งกว่าขนาดของฟันเฟืองจะส่งผลกระทบต่อค่าความต้านแรง แต่ถ้าวิศวกรผู้ออกแบบไม่รู้ลึกซึ้งกว่าขนาดของฟันเฟืองจะส่งผลกระทบต่อค่าความต้านแรง แนะนำให้ใช้ค่า  $K_s = 1$

จาก  $l = a + b = 2.25/P$  และความหนาแน่นของฟันเฟือง  $t = \sqrt{4lx}$  เมื่อ  $x = 3Y/2P$  หากใช้ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางสมมูลแทนฟันเฟืองรูปสี่เหลี่ยมจะได้  $d_e = 0.808\sqrt{Ft}$  และใช้แฟกเตอร์แก้ขนาดสำหรับพิกัดความต้านทานการล้า  $k_b = (d_e/0.3)^{-0.107}$  ดังนั้น แฟกเตอร์แก้ขนาด  $K_s$  ของ AGMA จะเป็นสัดส่วนผกผันกับค่า  $k_b$  เมื่อแทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการหา  $k_b$  จะได้

$$K_s = \frac{1}{k_b} = 1.192 \left( \frac{F\sqrt{Y}}{P} \right)^{0.0535} \quad (ง)$$

ถ้าวิศวกรผู้ออกแบบต้องการใช้ค่าแฟกเตอร์แก้ไขขนาด สามารถใช้สมการ (ง) ได้ แต่ถ้า  $K_s$  ที่คำนวณได้มีค่าน้อยกว่า 1 แนะนำให้ใช้  $K_s = 1$

### 2.2.11 แฟกเตอร์แก้ไขการกระจายของโหลด, $K_m$ ( $K_H$ )

แฟกเตอร์แก้ไขการกระจายของโหลด จะช่วยปรับปรุงสมการความเค้นเพื่อแสดงให้เห็นว่าการกระจายของโหลดในแนวสัมผัสมีการกระจายอย่างไม่สม่ำเสมอ แนวคิดในการหาแฟกเตอร์การกระจายของโหลดมาจากการกำหนดให้เฟืองอยู่ที่กึ่งกลางระหว่างแบร์ริงรองรับเพลลาและรับโหลดแรงกระทำที่มุม  $0^\circ$  อย่างไรก็ตามในทางปฏิบัติย่อมเป็นไปได้ แต่กระบวนการต่อไปนี้ เป็นสิ่งที่สามารถทำได้

- กำหนดอัตราส่วนหน้าฟันต่อเส้นผ่านศูนย์กลางพิทซ์สุทธิ
- ประกอบเฟืองให้อยู่ระหว่างแบร์ริงรองรับเพลลา
- ใช้เฟืองที่มีหน้าฟันกว้างมากกว่า 40 นิ้ว
- เมื่อรับโหลด ให้หน้าสัมผัสเกิดขึ้นเต็มความกว้างของส่วนที่แคบที่สุด

เราสามารถหาแฟกเตอร์แก้ไขการกระจายของโหลดภายใต้เงื่อนไขต่างๆ ข้างต้นได้ดังนี้

$$K_m = 1 + C_{mc}(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e) \quad (2.30)$$

$$\text{เมื่อ } C_{mc} = \begin{cases} 1 & \text{สำหรับเฟืองที่ฟันไม่แหลม} \\ 0.8 & \text{สำหรับเฟืองที่ฟันแหลม} \end{cases} \quad (2.31)$$

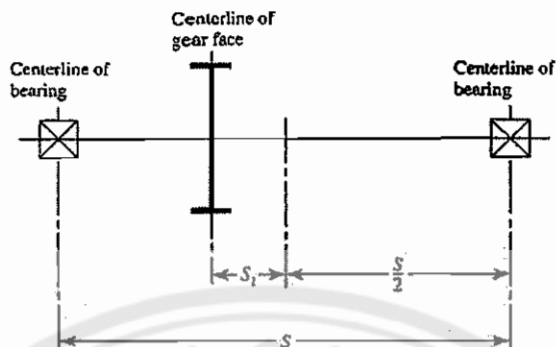
$$C_{pf} = \begin{cases} \frac{F}{10d} - 0.025 & , F \leq 1in. \\ \frac{F}{10d} - 0.0375 + 0.0125F & , 1 < F \leq 17in. \\ \frac{F}{10d} - 0.1109 + 0.0207F - 0.000228F^2 & , 17 < F \leq 40in. \end{cases} \quad (2.32)$$

ในกรณีที่ค่า  $F/(10d) < 0.05$  ให้ใช้  $F/(10d) = 0.05$

$$C_{pm} = \begin{cases} 1 & , \text{สำหรับ Pinion ที่วางทำมุมเป็นฉากที่มีค่า } S_1/S < 0.175 \\ 1.1 & , \text{สำหรับ Pinion ที่วางทำมุมเป็นฉากที่มีค่า } S_1/S < 0.175 \end{cases} \quad (2.33)$$



สำหรับค่าจำกัดความ  $S$  และ  $S_1$  ให้ดูจากรูปที่ 2.11



รูปที่ 2.11 ระยะ  $S$  และ  $S_1$ , [1]

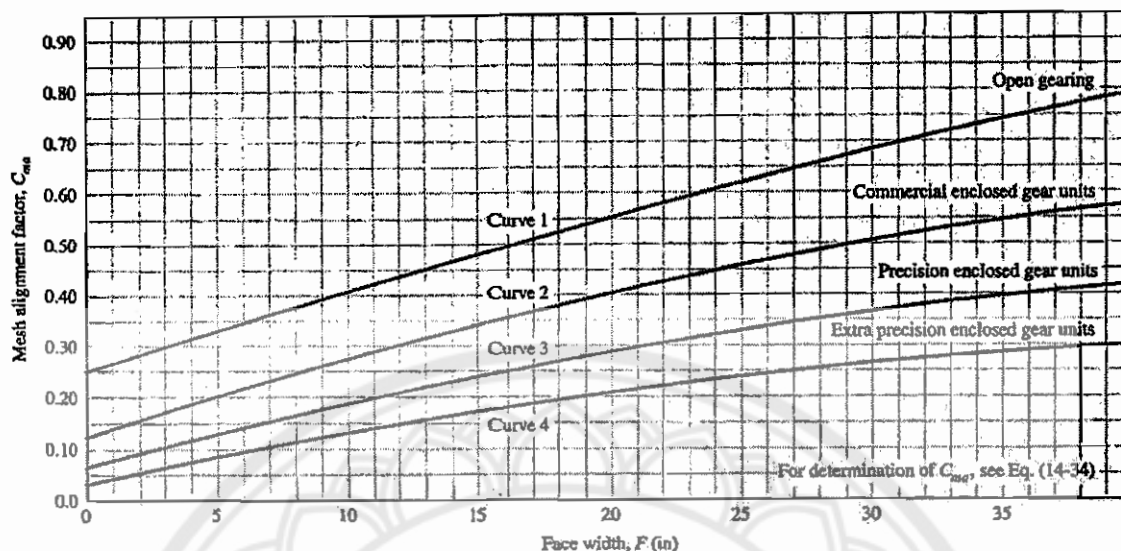
$$C_{ma} = A + BF + CF^2 \text{ (สำหรับค่า A, B และ C ให้ดูจากตาราง 2.8)} \tag{2.34}$$

ตารางที่ 2.8 ค่า A, B และ C ที่ได้จากการทดลอง Source : ANSI/AGMA 2006 – C95 [1]

| Condition                            | A       | B      | C                 |
|--------------------------------------|---------|--------|-------------------|
| Open gearing                         | 0.247   | 0.0167 | $-0.765(10^{-4})$ |
| Commercial, enclosed units           | 0.127   | 0.0158 | $-0.930(10^{-4})$ |
| Precision, enclosed units            | 0.0675  | 0.0128 | $-0.926(10^{-4})$ |
| Extra precision, enclosed gear units | 0.00360 | 0.0102 | $-0.822(10^{-4})$ |

\*See ANSI/AGMA 2101-D04, pp. 20-22, for SI formulation.

$$C_e = \begin{cases} 0.8, & \text{สำหรับเฟืองที่มีการปรับแต่งในขณะติดตั้ง} \\ 1, & \text{สำหรับเฟืองไขว้ชนิดอื่น} \end{cases} \tag{2.35}$$



รูปที่ 2.12 แฟกเตอร์  $C_{ma}$  (Source : ANSI/AGMA 2006 – C95) [1]

### 2.2.12 แฟกเตอร์แก้อัตราส่วนความแข็ง, $C_H$

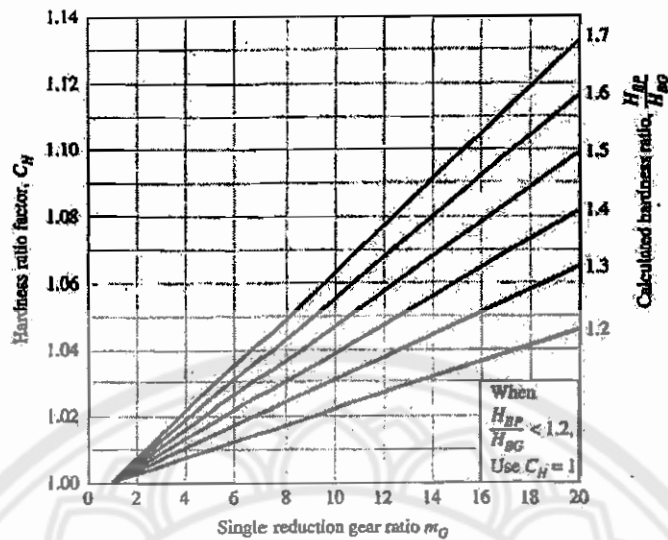
โดยทั่วไปพินเนียน (pinion) จะมีจำนวนฟันน้อยกว่าเกียร์ จึงต้องหมุนด้วยจำนวนรอบมากกว่า ดังนั้น ฟันเฟืองแต่ละซี่ของพินเนียน (pinion) จะได้รับความเค้นสัมผัสในวงรอบที่มากกว่า ถ้าทั้งพินเนียนและเกียร์ได้รับการชุบแข็งตลอด (through - hardened) เราจะสามารถทำให้ความต้านแรงที่ผิวสัมผัสมีการกระจายอย่างสม่ำเสมอได้โดยการชุบพินเนียนให้แข็งมากกว่าเกียร์ และในทำนองเดียวกันเราสามารถที่จะชุบผิวแข็ง (surface - hardened) ของฟันพินเนียนให้มีความแข็งมากกว่าเกียร์ได้เช่นเดียวกัน ดังนั้น แฟกเตอร์แก้อัตราส่วนความแข็ง  $C_H$  จึงใช้กับเฟืองเกียร์เท่านั้น โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อปรับแต่งค่าความต้านแรงสำหรับผลกระทบที่เกิดจากความแข็งของพินเนียน ซึ่งหาได้จาก

$$C_H = 1.0 + A'(m_G - 1.0) \quad (2.36)$$

$$\text{เมื่อ } A' = 8.98(10^{-3}) \left( \frac{H_{BP}}{H_{BG}} \right) - 8.29(10^{-3}) ; 1.2 \leq \frac{H_{BP}}{H_{BG}} \leq 1.7$$

$H_{BP}$  และ  $H_{BG}$  คือค่าความแข็งในสเกล Brinell (indenter 10-mm ball ที่โหลด 3,000 kg) ของพินเนียนและเฟืองตามลำดับ ส่วน  $m_G$  คืออัตราส่วนความเร็วที่หาได้จากสมการที่ 2.22

รูปที่ 2.13 เป็นกราฟของสมการที่ 2.36 สำหรับ  $\frac{H_{BP}}{H_{BG}} < 1.2$ ,  $A' = 0$  และ  $\frac{H_{BP}}{H_{BG}} > 1.2$ ,  $A' = 0.00698$

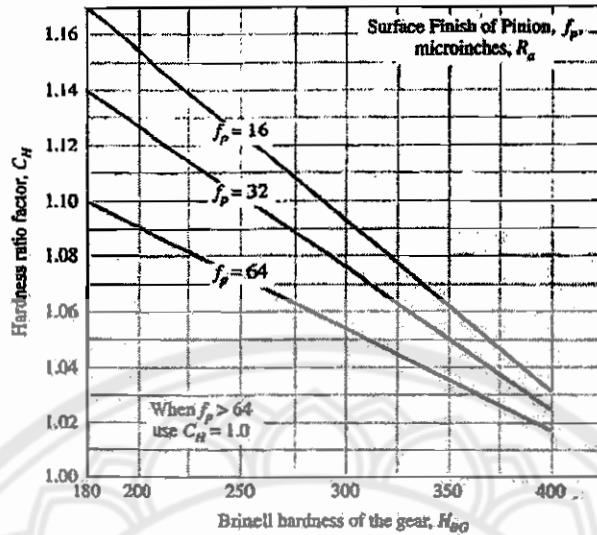


รูปที่ 2.13 แฟกเตอร์แก้อัตราส่วนความแข็ง ( $C_H$ ) สำหรับเฟืองชุบแข็ง (through-hardened) [1]

เมื่อพินเนียน (pinion) ได้รับการชุบผิวพื้นแข็ง (surface - hardened) ให้มีความแข็งในสเกล Rockwell มากกว่า 48 (C48) ทำงานร่วมกับเฟืองที่ได้รับการชุบแข็ง (through - hardened) ให้มีความแข็งในสเกล Brinell ระหว่าง 180 - 400 จะเกิดผลกระทบเนื่องจากความแข็ง และค่า  $C_H$  จะเป็นฟังก์ชันของลักษณะผิวพื้นของพินเนียน  $f_p$  และความแข็งของคู่เฟืองที่ขบกันคือ

$$C_H = 1 + B'(450 - H_{BG}) \quad (2.37)$$

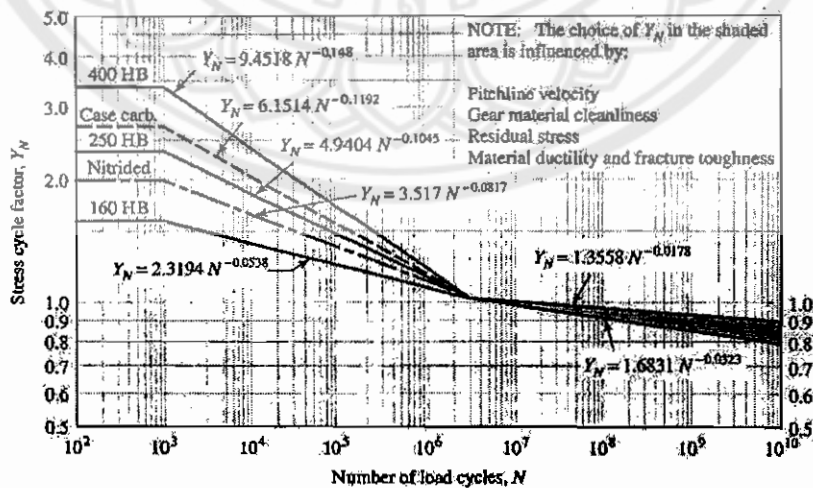
เมื่อ  $B' = 0.00075 \exp[-0.0112f_p]$  และ  $f_p$  คือลักษณะของผิวพื้นที่แสดงค่าเป็นรากที่สองของความหยาบ (roughness- $R_a$ ) รูปที่ 2.14 แสดงความสัมพันธ์ของสมการที่ (2.37)



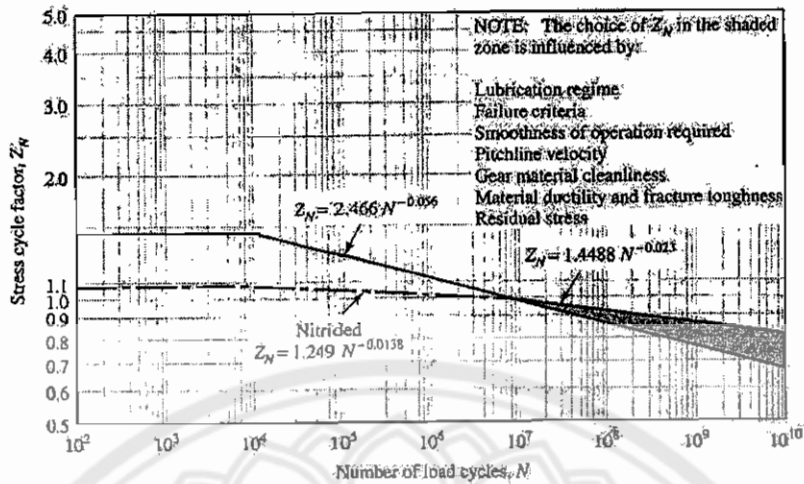
รูปที่ 2.14 แฟกเตอร์แก้อัตราส่วนความแข็ง ( $C_H$ ) สำหรับพีเนียนชุบผิวแข็ง (surface-hardened) [1]

2.2.13 แฟกเตอร์แก้วงจรกระทำของความเค้น  $Y_N$  และ  $Z_N$

ค่าความต้านแรงของ AGMA ที่กล่าวมาแล้วข้างต้น ไม่ว่าจะเป็นความต้านทานการตัดลำหรือความต้านทานความล้มเหลว จะมาจากพื้นฐานวงจรกระทำซ้ำของโหลด  $10^7$  รอบ ดังนั้นถ้าวิศวกรผู้ออกแบบต้องการที่จะออกแบบเฟืองให้มีวงรอบอายุการใช้งานที่แตกต่างไปจาก  $10^7$  รอบ จะต้องใช้แฟกเตอร์แก้วงจรกระทำของความเค้น  $Y_N$  และแฟกเตอร์แก้วงจรกระทำของความเค้นล้มเหลว  $Z_N$  เพื่อปรับปรุงค่าความต้านทานแรงของ AGMA นั่นคือ สำหรับวงรอบกระทำของความเค้น  $10^7$  รอบ คือ  $Y_N = Z_N = 1$  รูปที่ 2.15 และรูปที่ 2.16 แสดงค่าแฟกเตอร์  $Y_N$  และ  $Z_N$



รูปที่ 2.15 แฟกเตอร์แก้วงจรกระทำของความเค้น  $Y_N$  [1]



รูปที่ 2.16 แฟกเตอร์แก่วงรอบการกระซ้ำของความเค้นอัด  $Z_N$  [1]

2.2.14 แฟกเตอร์ความน่าเชื่อถือ (Reliability Factor),  $K_R$

แฟกเตอร์ความน่าเชื่อถือ ใช้สำหรับแก้ผลกระทบที่เกิดจากค่าทางสถิติสำหรับความเสียหายเนื่องจากการล้าของวัสดุ ค่าความต้านแรง  $S_f$  และ  $S_c$  ที่กล่าวข้างต้นจะใช้พื้นฐานความน่าเชื่อถือ 99 % ตารางที่ 2.9 เป็นข้อมูลที่กองทัพเรือสหรัฐฯ พัฒนาขึ้นมาสำหรับความเสียหายเนื่องจากการคัดล้าและการสัมผัสล้า

ตารางที่ 2.9 แฟกเตอร์ความน่าเชื่อถือ  $K_R$  [1]

| Reliability | $K_R$ |
|-------------|-------|
| 0.9999      | 1.50  |
| 0.999       | 1.25  |
| 0.99        | 1.00  |
| 0.90        | 0.85  |
| 0.50        | 0.70  |

ฟังก์ชันความสัมพันธ์ระหว่าง  $K_R$  กับความน่าเชื่อถือ จะมีลักษณะไม่เป็นเชิงเส้น ดังนั้น ถ้าต้องการใช้วิธีการสอดแทรกเพื่อหาค่า  $K_R$  ที่ต้องการ การใช้วิธีการสอดแทรกแบบเชิงเส้นจะทำให้ได้ค่าแบบหยาบๆ เท่านั้น การแปลงค่าต่างๆ ให้อยู่ในสเกล log ที่มีความสัมพันธ์แบบเชิงเส้นจะทำให้ได้ค่าที่เที่ยงตรงมากกว่า ซึ่งเส้นโค้งการถดถอยแบบ least – square ที่เข้าได้พอดีคือ

$$K_R = \begin{cases} 0.658 - 0.0759 \ln(1 - R) & ; 0.5 < R < 0.99 \\ 0.50 - 0.109 \ln(1 - R) & ; 0.99 \leq R \leq 0.9999 \end{cases} \quad (2.38)$$

### 2.2.15 แฟกเตอร์อุณหภูมิ (Temperature Factor), $K_T$

สำหรับเรือนเกียร์ที่มีอุณหภูมิสูงถึง 250 °F (120 °C) ให้ใช้แฟกเตอร์แก้อุณหภูมิ  $K_T = 1$  แต่ถ้าอุณหภูมิสูงกว่านี้ แฟกเตอร์แก้อุณหภูมิกวจะมีค่ามากกว่า 1 อย่างไรก็ตาม หากอุณหภูมิการใช้งานสูงกว่า 250 °F วิศวกรผู้ออกแบบควรพิจารณาให้มีระบบการถ่ายเทความร้อน เช่น การใช้สารหล่อลื่น เป็นต้น

### 2.2.16 แฟกเตอร์ขอบความหนา (Rim-thickness Factor), $K_B$

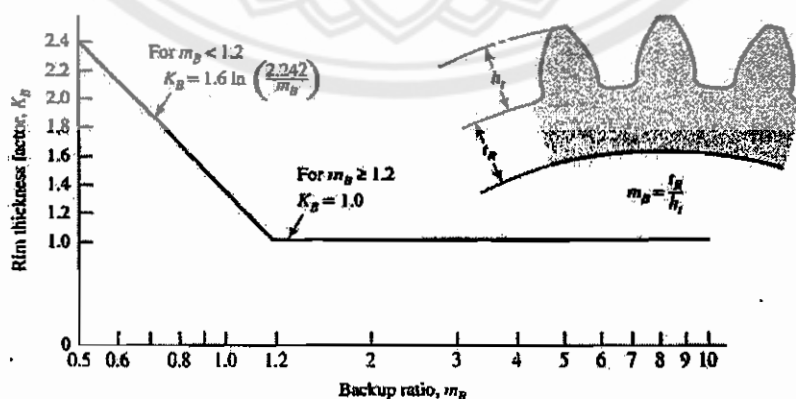
เมื่อความหนาแน่นของขอบเฟืองมีเนื้อที่ไม่เพียงพอที่จะรองรับรากฟันเฟืองได้อย่างเต็มที่ ตำแหน่งที่เกิดความเค้นดัดล้าอาจจะเกิดขึ้นที่บริเวณขอบของเฟืองแทนที่จะเกิดขึ้นบนฟันเฟือง ในกรณีนี้จำเป็นต้องใช้แฟกเตอร์แก้ขอบความหนาของเฟือง ซึ่งค่าแฟกเตอร์  $K_B$  นี้จะเป็นฟังก์ชันของอัตราส่วน  $m_B$  คือ

$$m_B = \frac{t_R}{h_t} \quad (2.39)$$

เมื่อ  $t_R$  คือความหนาของเฟืองวัดจากใต้ฟันเฟือง และ  $h_t$  คือความสูงของฟันเฟือง ดังแสดงตามรูปที่ 2.17 โดย

$$K_B = \begin{cases} 1.6 \ln \frac{2.242}{m_B} & ; m_B < 1.2 \\ 1 & ; m_B \geq 1.2 \end{cases} \quad (2.40)$$

ในกรณีที่เฟืองรับโหลด 2 ทาง ให้ใช้แฟกเตอร์นี้เพิ่มเติมจากแฟกเตอร์แก้โหลด 0.70



รูปที่ 2.17 แฟกเตอร์แก้ขอบความหนาของเฟือง  $K_B$  [1]

### 2.2.17 แฟกเตอร์ความปลอดภัย (Safety Factor) $S_F$ และ $S_H$

มาตรฐาน 2001 – C95 ANSI/AGMA ได้แนะนำค่าแฟกเตอร์ความปลอดภัย  $S_F$  เพื่อป้องกันความเสียหายของเฟืองเนื่องจากการตัดลำ และแฟกเตอร์  $S_H$  เพื่อป้องกันความเสียหายของเฟืองเนื่องจากการสัมผัสลำ คำจำกัดความของ  $S_F$  ที่ได้จากสมการ 2.17 คือ

$$S_F = \frac{\text{ความต้านทานแรงคดจริงในเฟือง}}{\text{ความเค้นคด}} = \frac{S_t Y_N / (K_T K_R)}{\sigma} \quad (2.41)$$

เมื่อ  $\sigma$  คือความเค้นคดซึ่งหาได้จากสมการที่ 2.15 และมีค่าแปรผันเชิงเส้นกับโหลดส่งกำลัง  $W'$  คำจำกัดความของ  $S_H$  ที่ได้จากสมการ 2.18 คือ

$$S_H = \frac{\text{ความต้านทานแรงสัมผัสจริงในเฟือง}}{\text{ความเค้นที่ผิวสัมผัส}} = \frac{S_c Z_N C_H / (K_T K_R)}{\sigma_c} \quad (2.42)$$

เมื่อ  $\sigma_c$  คือความเค้นสัมผัสซึ่งหาได้จากสมการที่ 2.16 และมีค่าแปรผันไม่เป็นเชิงเส้นกับโหลดส่งกำลัง ในการวิเคราะห์เฟืองให้เป็นไปตามธรรมชาติของเฟือง จึงจำเป็นต้องระมัดระวังในการเปรียบเทียบค่า  $S_F$  กับ  $S_H$  ดังนั้น เพื่อที่จะทำให้ค่า  $S_H$  มีค่าแปรผันเชิงเส้นกับโหลดส่งกำลัง  $W'$  ให้

$$S_H = \left( \frac{\text{ความต้านทานแรงสัมผัสจริงในเฟือง}}{\text{ความเค้นที่ผิวสัมผัส}} \right)^2 \quad (2.43)$$

ค่ายกกำลัง 2 ในสมการที่ 2.43 จะใช้สำหรับหน้าสัมผัสในแนวเส้นตรงหรือแนวเอียง แต่หากเฟืองนั้นมีจำนวนฟันหนาแน่นมากให้ใช้ค่ายกกำลัง 3 ซึ่งหมายความว่า AGMA แนะนำให้เปรียบเทียบค่า  $S_F$  กับ  $S_H'$  (หรือเทียบกับ  $S_H$  ในกรณีที่เฟืองมีฟันหนาแน่นมาก) ในการพยายามที่จะระบุความต้านทานที่สูงสุดที่เฟืองจะเกิดความเสียหาย

### 2.2.18 สรุปขั้นตอนการคำนวณ

รูปที่ 2.18 แสดงสมการความเค้นคด และแฟกเตอร์ความปลอดภัย  $S_F$  ส่วนรูปที่ 2.19 แสดงสมการความเค้นสัมผัส และแฟกเตอร์ความปลอดภัย  $S_H$  เพื่อใช้เป็นแนวทางในการวิเคราะห์ปัญหาเกี่ยวกับเฟือง

SPUR GEAR BENDING

Based on ANSI/AGMA 2001-DO4

$$d_p = \frac{N_p}{P_d}$$

$$V = \frac{\pi d_p n_p}{12}$$

Gear bending  
stress equation  
(สมการ 2.15)

$$W^t = \frac{33,000H}{v}$$

$$(\sigma)_P = W^t K_o K_v K_s \frac{P_d K_m K_B}{F J}$$

1 [หรือ สมการ (ง) หัวข้อ 2.2.10]  
(สมการ 2.30)

(สมการ 2.40)

(รูปที่ 2.7)

(สมการ 2.27)

(ตารางด้านล่าง)

$0.99(S_t)_{10^7}$  ตาราง 2.2, 2.3  
(รูปที่ 2.13)

1 ถ้า  $T < 250^\circ F$   
(ตาราง 2.9, สมการ 2.38)

Bending factor  
of safety  
(สมการ 2.41)

$$S_F = \frac{S_t Y_N / (K_T K_R)}{\sigma}$$

Remember to compare  $S_F$  with  $S_H^3$  when deciding whether bending or wear is the threat to function. For crowned gears compare  $S_F$  with  $S_H^3$ .

ตารางแสดงค่าภาระเกิน,  $K_o$

| Driven Machine |         |                |             |
|----------------|---------|----------------|-------------|
| Power source   | Uniform | Moderate shock | Heavy shock |
| Uniform        | 1.00    | 1.25           | 1.75        |
| Light shock    | 1.25    | 1.50           | 2.00        |
| Medium shock   | 1.50    | 1.75           | 2.25        |

รูปที่ 2.18 สรุปขั้นตอนการคำนวณการหาค่าความเค้น และแฟกเตอร์ความปลอดภัยเนื่องจากการตัดลำ[1]



SPUR GEAR PITTING

Based on ANSI/AGMA 2001-DO4

$$d_p = \frac{N_p}{P_d}$$

$$V = \frac{\pi d_p n_p}{12}$$

$$W^t = \frac{33,000H}{V}$$

Gear bending stress equation (สมการ 2.15)

$$(\sigma)_P = C_P \left( w^t K_o K_v K_s \frac{K_m C_f}{d_p F I} \right)^{1/2}$$

1 [หรือ สมการ (ง) หัวข้อ 2.2.10] (สมการ 2.30)  
 1 (สมการ 2.23)  
 1/2 (สมการ 2.27)  
 (ตารางด้านล่าง)

(ตาราง 2.7, สมการ 2.13)

Bending factor of safety (สมการ 2.41)

$$S_H = \frac{S_c Z_N C_H / (K_T K_R)}{\sigma_c}$$

$0.99(S_t)_{10^7}$  ตาราง 2.2, (รูปที่ 2.16)  
 เฉพาะเพื่อ 1 ถ้า  $T < 250^\circ F$   
 (ตาราง 2.9, สมการ 2.38)

Remember to compare  $S_F$  with  $S_H^2$  when deciding whether bending or wear is the threat to function. For crowned gears compare  $S_F$  with  $S_H^3$ .

ตารางแสดงค่าภาระเกิน,  $K_o$

| Driven Machine |         |                |             |
|----------------|---------|----------------|-------------|
| Power source   | Uniform | Moderate shock | Heavy shock |
| Uniform        | 1.00    | 1.25           | 1.75        |
| Light shock    | 1.25    | 1.50           | 2.00        |
| Medium shock   | 1.50    | 1.75           | 2.25        |

รูปที่ 2.19 สรุปขั้นตอนการหาความเค้น และแฟกเตอร์ความปลอดภัยเนื่องจากการสัมผัส [1]

### 2.2.19 การออกแบบเฟือง (Design of Gear Mesh)

ในการออกแบบเฟืองตรงและเฟืองเฉียง วิศวกรผู้ออกแบบจำเป็นต้องมีข้อตกลงดังต่อไปนี้

ข้อตกลงในใจเบื้องต้น

- ฟังก์ชันการทำงาน : โหลด ความเร็ว ความน่าเชื่อถือ และแฟกเตอร์โหลดเกินกำลัง  $K_o$
- ความเสี่ยงที่ไม่สามารถคาดเดาได้ : แฟกเตอร์การออกแบบ  $n_d$
- ระบบฟันเฟือง :  $\phi$ ,  $\psi$ , แอคเคนคัม, ดีเคนคัม และรัศมีส่วนเว้าที่รากฟันเฟือง
- อัตราส่วนการทดกำลัง  $m_G, N_P, N_G$
- ระดับมาตรฐานที่ต้องการ  $Q_v$

จะเห็นได้ว่ามีค่าต่างๆ ที่วิศวกรผู้ออกแบบจำเป็นต้องตกลงใจเป็นจำนวนมากในการออกแบบเฟือง ซึ่งมากกว่าที่เคยพบมาก่อน ดังนั้น จึงมีความจำเป็นที่จะต้องมิกลยุทธ์ในการออกแบบ ซึ่งอาจจะเป็นการนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์มาใช้ในการช่วยคำนวณและปรับเปลี่ยนค่าต่างๆ หลังจากที่ใช้ข้อตกลงใจในเบื้องต้น โดยมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. เริ่มจากการเลือกจำนวนพิทซ์ฟันเฟืองต่อนี้ว (diametral pitch -  $P_d$ )
2. ตรวจสอบสิ่งต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับค่าความกว้างหน้าฟัน เส้นผ่านศูนย์กลางพิทซ์ และคุณสมบัติของวัสดุที่ใช้ หากยังไม่พึงพอใจ ให้ย้อนกลับไปเปลี่ยนแปลงจำนวนฟันเฟืองต่อนี้ว
3. เลือกวัสดุที่ใช้ในการทำพินเนียน (pinion) และตรวจสอบความต้องการในการชุบแข็ง หากยังไม่พึงพอใจ ให้ย้อนกลับไปเปลี่ยนแปลงจำนวนพิทซ์ฟันเฟืองต่อนี้ว และคำนวณซ้ำจนกระทั่งไม่มีการเปลี่ยนแปลงข้อตกลงใจอีก
4. เลือกวัสดุที่ใช้ในการทำเฟือง และตรวจสอบความต้องการในการชุบแข็ง หากยังไม่พอใจ ให้ย้อนกลับไปเปลี่ยนแปลงจำนวนพิทซ์ฟันเฟืองต่อนี้ว และคำนวณซ้ำจนกระทั่งไม่มีการเปลี่ยนแปลงข้อตกลงใจอีก

ขั้นตอนต่างๆ เหล่านี้เป็นกรรมวิธีในการกำหนดข้อตกลงใจในการออกแบบเฟือง ซึ่งจะกล่าวถึงรายละเอียดต่างๆ คือเริ่มจากการเลือกจำนวนพิทซ์ฟันเฟืองต่อนี้ว เพื่อทดลองหาการออกแบบต่างๆ ดังนี้

การตัดลำในพินเนียน (pinion)

- เลือกความกว้างหน้าฟันเฉลี่ยสำหรับพิทซ์ที่เลือก
- หาค่าความต้านทานแรงสูงสุดที่เกี่ยวข้องกับการตัดลำ
- เลือกวัสดุที่ใช้ และการชุบแข็งแกนกลาง

- หาขนาดความกว้างหน้าฟันที่เหมาะสมกับเฟกเตอร์ความปลอดภัยจากการตัดลำ
- เลือกขนาดความกว้างหน้าฟัน
- ตรวจสอบเฟกเตอร์ความปลอดภัยจากการตัดลำ

#### การตัดลำในเฟือง (Gear)

- หาค่าความแข็งแรงแกนกลางของพินเนียน (pinion) ที่เกี่ยวข้อง
- เลือกวัสดุที่ใช้ และการชุบแข็งแกนกลาง
- ตรวจสอบเฟกเตอร์ความปลอดภัยจากการตัดลำ

#### การสึกหรอในพินเนียน (pinion)

- หาค่าความต้านแรงสูงสุดที่เกี่ยวข้องกับการลำเนื่องจากความเค้นสัมผัส
- เลือกความแข็งของพินเนียน (pinion)
- ตรวจสอบเฟกเตอร์ความปลอดภัยจากการสึกหรอ

#### การสึกหรอในเฟือง (Gear)

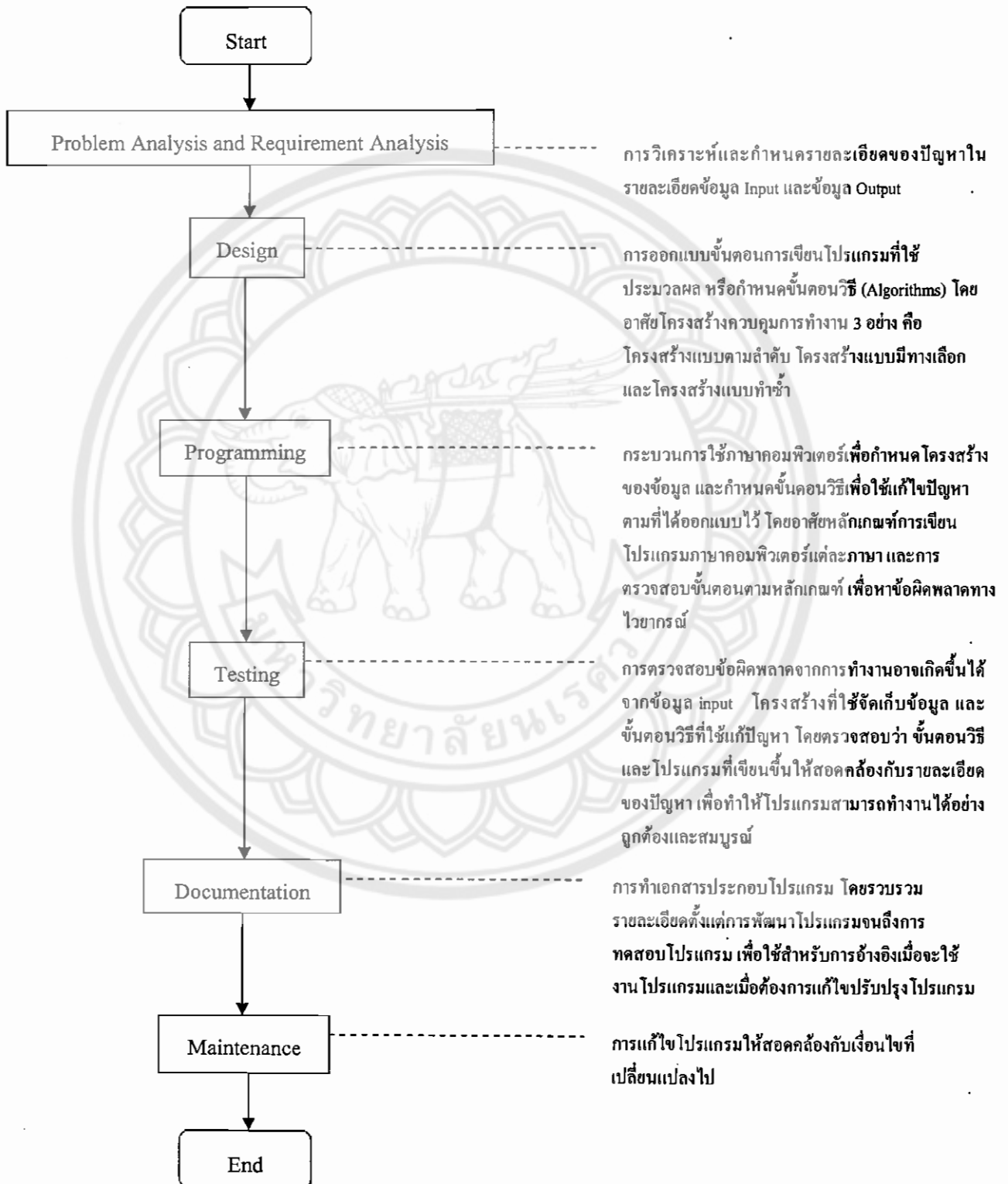
- หาค่าความแข็งแรงแกนกลางของพินเนียน (pinion) ที่เกี่ยวข้อง
- เลือกวัสดุที่ใช้ และการชุบแข็งแกนกลาง
- ตรวจสอบเฟกเตอร์ความปลอดภัยจากการสึกหรอ

เมื่อสิ้นสุดกระบวนการที่กล่าวในข้างต้น ก็จะได้ค่าการออกแบบเป็นที่น่าพอใจ นอกจากนั้นการออกแบบโดยใช้ค่าที่ต่อจากจำนวนพิทซ์ฟันเฟืองตอนนี้ที่เลือกแล้วพึงพอใจ จะทำให้มีตัวเลือกในการออกแบบเพิ่มมากขึ้น จากนั้นให้วิศวกรผู้ออกแบบทำการเปรียบเทียบข้อดี – ข้อเสียของการออกแบบทั้งหมด เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ที่ดีที่สุด ในการออกแบบเฟือง สภาพแวดล้อมในการใช้งานจะมีความซับซ้อนมาก ซึ่งจะส่งผลให้การเลือกใช้วัสดุและราคาเข้ามามีส่วนเกี่ยวข้องในการออกแบบความสามารถในการใช้กระบวนการต่างๆ เหล่านี้ จะขึ้นอยู่กับสิ่งอำนวยความสะดวกที่บริษัทผู้ผลิตแต่ละแห่งจะมี

โดยทั่วไปสำหรับเฟืองที่ทำจากเหล็กกล้า จะสามารถควบคุมให้ค่า  $(S_H)_P$  กับ  $(S_H)_G$  มีค่าใกล้เคียงกันจนเกือบเท่ากันได้ การทำให้แกนกลางอ่อนลงจะทำให้ค่า  $(S_P)_P$  กับ  $(S_P)_G$  ลดลง แต่ค่าทั้งสองนี้วิศวกรผู้ออกแบบจะต้องทำให้มีค่ามากเข้าไว้ วิศวกรผู้ออกแบบต้องพึงระลึกไว้เสมอว่าความเสียหายเนื่องจากการตัดลำของฟันเฟืองไม่เพียงแต่จะก่อให้เกิดความเสียหายกับชุดเฟืองเท่านั้น แต่ยังทำให้เพลลาและเบริงเสียหาย นอกจากนั้นยังทำให้ความเค้นภายในชุดส่งกำลังของเครื่องจักรกลเกิดการเปลี่ยนแปลงขึ้นๆลงๆ จึงก่อให้เกิดความเสียหายต่อชิ้นส่วนอื่นๆ ที่ต่ออยู่กับชุดเฟืองส่งกำลัง เมื่อชุดเฟืองเกียร์เกิดการขัดตัว

### 2.3 การพัฒนาโปรแกรม

ในการพัฒนาโปรแกรมนั้น คณะผู้จัดทำได้ศึกษาทฤษฎีเกี่ยวกับการพัฒนาโปรแกรม [5] ไว้  
 อย่างเป็นขั้นตอน ประกอบด้วย 6 ขั้นตอนดังแสดงในรูปที่ 2.20



รูปที่ 2.20 สรุปกระบวนการพัฒนาโปรแกรม

### 2.3.1 ขั้นตอนการพัฒนาโปรแกรม

ขั้นตอนการเขียนโปรแกรมหรือพัฒนาโปรแกรม มีขั้นตอนการแก้ปัญหาโปรแกรม โดยสังเขปดังนี้

- วิเคราะห์ปัญหาและความต้องการ (Problem Analysis and Requirement Analysis)
- การออกแบบ (Design)
- การเขียนโปรแกรม (Programming)
- การทดสอบ (Testing)
- การจัดทำเอกสาร (Documentation)
- การบำรุงรักษา (Maintenance)

#### 2.3.1.1 การวิเคราะห์และกำหนดรายละเอียดของปัญหา

รายละเอียดของปัญหาในเบื้องต้นอาจยังไม่ชัดเจน ในขั้นตอนนี้ ผู้เขียนโปรแกรมจะต้องวิเคราะห์ปัญหาเพื่อกำหนดรายละเอียดของปัญหาที่ชัดเจนซึ่งได้แก่ รายละเอียดของข้อมูลนำเข้า (input data) และรายละเอียดของข้อมูลส่งออก (output data) รายละเอียดของข้อมูลนำเข้า หมายถึง ข้อมูลที่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหา ซึ่งอาจเป็นข้อมูลที่กำหนดให้ หรือข้อมูลที่รับเข้ามา สำหรับข้อมูลส่งออก หมายถึง ข้อมูลซึ่งเป็นผลที่ได้จากการแก้ปัญหา การกำหนดรายละเอียดข้อมูลนำเข้าและข้อมูลส่งออก สามารถทำได้โดยไม่ยุ่งยากจนเกินไป

#### 2.3.1.2 การออกแบบโปรแกรม

ขั้นตอนการออกแบบโปรแกรมเป็นการออกแบบลำดับการทำงานหรือแก้ปัญหาซึ่งจะต้องสอดคล้องกับรายละเอียดของปัญหา โดยจะต้องคำนึงถึงการออกแบบโครงสร้างข้อมูลที่เหมาะสมที่จะใช้จัดเก็บข้อมูลเพื่อประมวลผลและการออกแบบขั้นตอนที่ใช้ประมวลผลข้อมูล ในเบื้องต้นเราจะจัดเก็บข้อมูลที่ใช้สำหรับประมวลผลไว้ภายใต้ชื่อตัวแปร เช่นเดียวกับที่เราคุ้นเคยในการกำหนดตัวแปรสำหรับแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับขั้นตอนการประมวลผลข้อมูล ที่กำหนดเป็นลำดับที่แน่นอนต่อเนื่องกันเพื่อใช้แก้ปัญหา เรียกว่า ขั้นตอนวิธี (algorithms) ขั้นตอนวิธีที่ดีจะต้องมีระบบระเบียบที่แน่นอนและชัดเจนในการแก้ปัญหา ขั้นตอนวิธีและ โปรแกรมที่เราออกแบบจะอาศัย

โครงสร้างควบคุมการทำงาน 3 อย่าง คือ

- โครงสร้างแบบตามลำดับ (sequential structure) เป็นขั้นตอนการทำงานที่เป็นไปตามลำดับก่อนหลัง และแต่ละขั้นตอนจะถูกประมวลผลเพียงครั้งเดียวเท่านั้น
- โครงสร้างแบบมีทางเลือก (selection structure) เป็นขั้นตอนการทำงานที่บางขั้นตอนจะได้รับหรือไม่ได้รับการประมวลผล ขึ้นอยู่กับเงื่อนไขบางประการ
- โครงสร้างแบบทำซ้ำ (repetition structure) เป็นขั้นตอนการทำงานที่บางขั้นตอนจะถูกประมวลผลซ้ำมากกว่า 1 ครั้ง ขึ้นอยู่กับเงื่อนไขบางประการ

### 2.3.1.3 การเขียนโปรแกรม

ในกรณีที่ได้วิเคราะห์ปัญหาและกำหนดรายละเอียดของปัญหา ตลอดจนออกแบบโปรแกรมอย่างครบถ้วนสมบูรณ์แล้วจะถึงขั้นตอนการเขียนโปรแกรม ในขั้นตอนนี้ก็สามารถทำให้สัมฤทธิ์ผลได้โดยง่าย ขั้นตอนการเขียน โปรแกรม หมายถึง กระบวนการใช้ภาษาคอมพิวเตอร์เพื่อกำหนดโครงสร้างของข้อมูล และกำหนดขั้นตอนวิธีเพื่อใช้แก้ปัญหาตามที่ได้ออกแบบไว้ โดยอาศัยหลักเกณฑ์การเขียนโปรแกรมภาษาคอมพิวเตอร์แต่ละภาษา หลังจากที่ผู้พัฒนาเขียน โปรแกรมภาษาเสร็จแล้วจะต้องมีการตรวจสอบ โปรแกรมที่เขียนว่าคำสั่งถูกต้องตามไวยากรณ์หรือกฎเกณฑ์ของภาษานั้นหรือไม่ และแปลภาษาโปรแกรมให้เป็นรหัสที่เครื่องคอมพิวเตอร์สามารถเข้าใจ ซึ่งเราเรียกว่าการแปล (Compile) ซึ่งจะมีการสอบความถูกต้องของ โปรแกรมตามกฎเกณฑ์การใช้ภาษาที่กำหนดขึ้น โดยตัวแปลภาษาหนึ่งๆ และแจ้งให้ผู้ใช้ทราบในกรณีที่ปรากฏข้อผิดพลาดขึ้น ข้อผิดพลาดที่ตรวจพบในขั้นตอนนี้ เรียกว่า ข้อผิดพลาดทางไวยากรณ์ (Syntax Error) เมื่อผู้ใช้แก้ไขข้อผิดพลาดเรียบร้อยแล้วจะต้องทำขั้นตอนการแปลใหม่อีกครั้ง และทำเช่นนี้จนกว่าจะไม่พบข้อผิดพลาดทางไวยากรณ์ใดเลย จึงจะถือว่าโปรแกรมถูกต้อง และสามารถแสดงผลโปรแกรมเพื่อแก้โจทย์ปัญหาได้

### 2.3.1.4 การตรวจสอบการทำงาน

ข้อผิดพลาดจากการทำงานอาจเกิดขึ้นได้จากหลายๆ สาเหตุ เช่น ข้อผิดพลาดจากข้อมูลนำเข้า ข้อผิดพลาดจากโครงสร้างที่ใช้จัดเก็บข้อมูล ข้อผิดพลาดในขั้นตอนวิธีที่ใช้แก้ปัญหา เป็นต้น ซึ่งล้วนแต่ทำให้ผลลัพธ์ที่ได้จากการประมวลผลโปรแกรมไม่ถูกต้อง การตรวจหาและแก้ไขข้อผิดพลาดจึงเป็นขั้นตอนนี้สำคัญขั้นตอนนี้ โดยในขั้นตอนนี้ผู้เขียน โปรแกรมจะตรวจสอบว่าขั้นตอนวิธีและโปรแกรมที่เขียนขึ้นสอดคล้องกับรายละเอียดของปัญหาหรือไม่ นอกจากนี้จะต้องตรวจสอบว่าขั้นตอนวิธีและโปรแกรมสามารถทำงานได้อย่างถูกต้องและสมบูรณ์ โดยการประมวลผลโปรแกรมด้วยชุดข้อมูลทดสอบหลายๆ ชุด โดยคำนึงถึงทั้งชุดข้อมูลทดสอบที่ถูกต้อง และชุดข้อมูลทดสอบที่ไม่ถูกต้อง เพื่อให้เกิดความมั่นใจว่าโปรแกรมสามารถรองรับข้อมูลเข้าได้ในทุกกรณี โดยไม่ทำให้เกิดการหยุดชะงักระหว่างการประมวลผลโปรแกรม ในกรณีที่พบข้อผิดพลาด ผู้เขียน โปรแกรมจะดำเนินการแก้ไขทั้งในส่วนของโปรแกรมและส่วนของ รหัสจำลองหรือผังงาน ตามแต่ที่ผู้เขียนโปรแกรมเลือกใช้สำหรับเขียนขั้นตอนวิธีในขั้นตอนของการออกแบบโปรแกรม

### 2.3.1.5 การทำเอกสารประกอบโปรแกรม

การทำเอกสารประกอบโปรแกรมเป็นงานที่สำคัญของการพัฒนาโปรแกรม เอกสารประกอบโปรแกรมช่วยให้ผู้ใช้โปรแกรมเข้าใจวัตถุประสงค์ ข้อมูลที่จะต้องใช้กับโปรแกรม ตลอดจนผลลัพธ์ที่จะได้จากโปรแกรม การทำโปรแกรมทุกโปรแกรมจึงควรต้องทำเอกสารกำกับ โดยรวบรวมรายละเอียดตั้งแต่การพัฒนาโปรแกรมจนถึงการทดสอบโปรแกรม เพื่อใช้สำหรับการอ้างอิงเมื่อจะใช้งานโปรแกรมและเมื่อต้องการแก้ไขปรับปรุงโปรแกรม

เอกสารที่จัดทำขึ้นควรประกอบด้วย

1. วัตถุประสงค์
2. ประเภทและชนิดคอมพิวเตอร์และอุปกรณ์ที่ใช้ใน โปรแกรม
3. วิธีการใช้โปรแกรม
4. แนวคิดเกี่ยวกับการออกแบบโปรแกรม
5. รายละเอียดโปรแกรม
6. ข้อมูลตัวแทนที่ใช้ทดสอบ
7. ผลลัพธ์ของการ ทดสอบP

### 2.3.1.6 การบำรุงรักษาโปรแกรม

เมื่อมีการนำโปรแกรมไปใช้งานระยะหนึ่ง เป็นไปได้ที่อาจมีการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขในการแก้ปัญหา เป็นเหตุให้ผู้เขียนโปรแกรมจะต้องแก้ไขโปรแกรมให้สอดคล้องกับเงื่อนไขที่เปลี่ยนแปลงไป การแก้ไขในลักษณะนี้ เรียกว่า “การบำรุงรักษาโปรแกรม”

จะเห็นได้ว่า โปรแกรมจะดำเนินการนับจากขั้นตอนการวิเคราะห์และกำหนดรายละเอียดของปัญหา การออกแบบโปรแกรม การเขียนโปรแกรม ตลอดจนการตรวจสอบการทำงานในเวลาเพียงน้อยนิด แต่ในขั้นตอนการบำรุงรักษาโปรแกรมจะมีช่วงเวลานานไปตลอดอายุการใช้งานของโปรแกรม ซึ่งนับเป็นสัดส่วนที่มากกว่า 4 ขั้นตอนแรกอย่างมาก

### 2.3.2 โปรแกรมที่ใช้การพัฒนาโปรแกรม

การใช้โปรแกรม Microsoft Visual Basic 6.0 (VB 6.0) ในการออกแบบหน้าจอแบบกราฟิก หรือที่เรียกว่า Graphic User Interface (GUI) ทำให้การจัดรูปแบบหน้าจอเป็นไปได้ง่าย และในการเขียนโปรแกรมนั้นจะเขียนแบบ Event - Driven Programming คือ โปรแกรมจะทำงานก็ต่อเมื่อเหตุการณ์ (Event) เกิดขึ้น ตัวอย่างของเหตุการณ์ ได้แก่ ผู้ใช้เลื่อนเมาส์ ผู้ใช้กดปุ่มบนคีย์บอร์ด ผู้ใช้กดปุ่มเมาส์ เป็นต้น ในการพัฒนาโปรแกรมประยุกต์ด้วย Microsoft Visual Basic 6.0 การเขียนโค้ดจะถูกแบ่งออกเป็นส่วนๆ เรียกว่า โพรซีเจอร์ (procedure) แต่ละโพรซีเจอร์จะประกอบไปด้วย ชุดคำสั่งที่พิมพ์เข้าไปแล้ว ทำให้คอนโทรลหรือออบเจกต์นั้นๆ ตอบสนองการกระทำของผู้ใช้ ซึ่งเรียกว่าการเขียนโปรแกรมเชิงวัตถุ (Object Oriented Programming-OOP) แต่ตัวภาษา Visual Basic ยังไม่ถึงว่าเป็นการเขียนโปรแกรมแบบ OOP อย่างแท้จริง เนื่องจากข้อจำกัดหลายๆ อย่างที่ Microsoft Visual Basic 6.0 ไม่สามารถทำได้ จากนั้นจะใช้โปรแกรม Microsoft Office Access ซึ่งเป็นโปรแกรมจัดการฐานข้อมูลซึ่งจะมีระบบหรือวิธีการในการจัดการกับข้อมูล โดยจะนำมาใช้เป็นตัวแสดงข้อมูล (Pop-up) ให้ผู้ใช้โปรแกรมเลือกค่าต่างๆ ในการป้อนข้อมูล