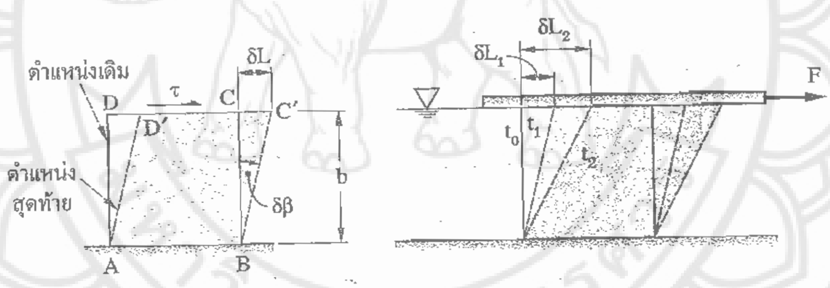
บทที่ 2

หลักการและทฤษฎี

2.1 นิยามของของไหล

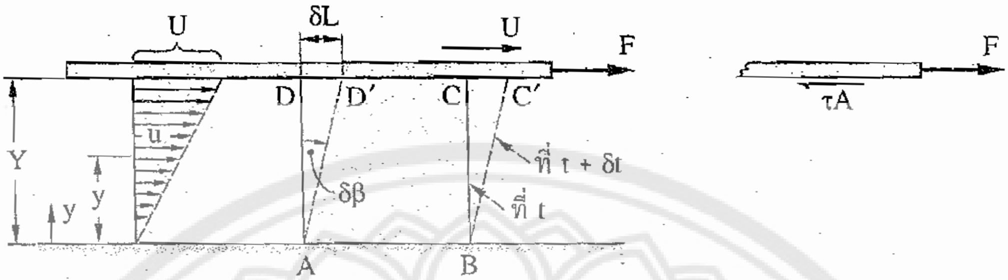
ของไหล (fluid) คือสารที่มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างได้อย่างต่อเนื่องภายใต้การกระทำของความเค้นเฉือน (shearing stress) ความเค้นเฉือนก็คือแรงสัมผัสที่กระทำต่อพื้นผิวในชั้นของไหลที่กระทำต่อๆกันไป ภาพ 2.1 (ข)แสดงการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของของเหลว(ของไหล) ซึ่งอยู่ระหว่างแผ่นคู่ขนานแผ่นด้านล้างอยู่กับที่ ส่วนแผ่นด้านบนถูกดึงด้วยแรง F (แรงต่อหนึ่งหน่อยพื้นที่ก็คือ τ) ทำให้ของเหลวนั้นเปลี่ยนแปลงรูปร่างอย่างต่อเนื่อง (ที่เวลา t_0, t_1, t_2, ...)และจะไม่หยุดเปลี่ยนแปลงตราบใดที่ยังคงมีความเค้นเฉือนกระทำอยู่



(ก) ของแข็ง (ข) ของเหลว

รูปที่ 2.1 การเปลี่ยนแปลงรูปร่างภายใต้ความเค้นเฉือนของของเหลว(ของไหล)
(ที่มา : กลศาสตร์ของไหล FLUID MECHANICAL, รศ. มนตรี พิรุณเกษตร)

2.2 กฎความหนืดของนิวตัน



รูปที่ 2.2 การวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงรูปร่างของของไหล
(ที่มา : กลศาสตร์ของไหล FLUID MECHANICAL, รศ. มนตรี พิรุณเกษตร)

พิจารณาภาพ 2.2 ของไหลภายใต้ความเค้นเฉือนอยู่ระหว่างแผ่นระนาบ 2 แผ่น ให้แผ่นระนาบด้านล่างอยู่กับที่และแผ่นระนาบด้านบนเคลื่อนที่โดยมีแรง F ดึงแผ่นระนาบด่านบนให้เคลื่อนที่ขนานไปกับแผ่นระนาบด้านล่างด้วยความเร็ว U ของไหลส่วนที่อยู่ติดแผ่นระนาบจะพยายามยึดตัวให้ติดกับแผ่นระนาบ ถ้าหากระยะ Y ไม่มากเกินไป ความเร็วของของไหลในแต่ละชั้นจะค่อยๆลดลงเชิงเส้นตามที่ของไหลแต่ละชั้นเคลื่อนตัวไปบนชั้นของไหลที่อยู่ถัดไป ของไหลจึงมีการเคลื่อนที่ในรูปของความเร็วเชิงเส้น u = Uy/Y โดยที่ y เป็นระยะที่วัดตั้งฉากจากแผ่นระนาบด้านล่างขึ้นมา ดังในภาพ 2.2 ของไหลที่อยู่ติดแผ่นระนาบด้านบนจะมีความเร็ว U และของไหลส่วนที่อยู่ติดแผ่นระนาบด้านล่างจะมีความเร็วเป็นศูนย์ (ของไหลไม่ลื่นไถลบนแผ่นระนาบซึ่งอยู่กับที่)

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของของไหลในช่วงเวลาที่อยู่ต่างกัน δt ที่เวลา t ของไหลอยู่ที่ตำแหน่งระนาบ ABCD ที่เวลา t + δt ของไหลอยู่ที่ตำแหน่งระนาบ ABC′D′ การผิดรูปเชิงมุมของเส้นตรง AD คำนวณจาก

$$\tan(\delta\beta) = \delta\beta = \frac{\delta L}{Y} = \frac{U\delta t}{Y}$$

โดยที่ $\delta\beta$ คือ ความเครียดเฉือน (shearing strain) และอัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียด**เฉือน (rate of shearing strain, $\dot{\beta}$) นิยามจาก**

$$\dot{\beta} = \lim_{\delta t\to 0}\left(\frac{\delta\beta}{\delta t}\right) = \frac{U}{Y}$$

สำหรับการกระจายความเร็วของสมการเชิงเส้นในภาพ 2.2 จะพบว่า

$$slop = \frac{du}{dy} = \frac{U}{Y} = \dot{\beta} = \begin{Bmatrix} \text{อัตราการเปลี่ยนแปลง} \\ \text{ความเครียดเฉือน} \end{Bmatrix}$$

ผลของแรงกระทำ F ทำให้เกิดความเค้นเฉือน $\tau = F/A$ และทำให้ของไหลมีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างเชิงมุม และมีอัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดเฉือน $\dot{\beta}$

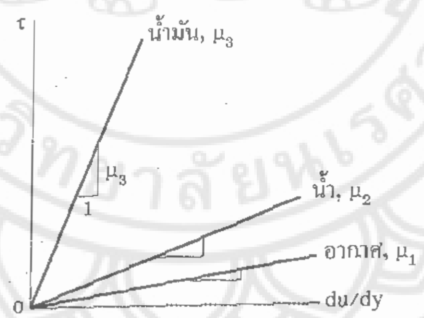
$$\tau \propto \dot{\beta}, \ \tau \propto \frac{du}{dy}$$

ดังนั้น

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \qquad ......(2.1)$$

สมการ 2.1คือ **กฎความหนืดของนิวตัน** (Newton's law of viscosity) โดยที่ μ คือค่าคงตัวของความเป็นสัดส่วน โดยทั่วไปแล้วเรียกว่าความหนืดสัมบูรณ์ (absolute viscosity) หรือความหนืดพลวัต (dynamic viscosity) มีหน่วยเป็น $N{\cdot}s/m^2$

เมื่อนำสมการ (2.1) มาพล็อตกราฟ τ กับ du/dy จะได้ดังภาพ 2.3 ของไหลที่มีความเค้นเฉือน (τ) และมีความสัมพันธ์เชิงเส้นกับอัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดเฉือน (du/dy) จะเรียกของไหลชนิดนี้ว่า ของไหลนิวทอเนียน (Newtonian fluid) ซึ่งโดยทั่วไปแล้วเป็นได้ทั้งของเหลวและแก๊ส เช่น อากาศ น้ำ และน้ำมัน เป็นต้น ความชันของกราฟแต่ละเส้นก็คือความหนืดสัมบูรณ์ของของไหลดังกล่าว



กราฟที่ 2.1 ความสัมพันธ์เชิงเส้นระหว่าง มีความเค้นเฉือน (τ)กับอัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดเฉือน (du/dy)สำหรับของไหลนิวทอเนียน $(\mu_1 \langle \mu_2 \langle \mu_3)$

(ที่มา : กลศาสตร์ของไหล FLUID MECHANICAL, รศ. มนตรี พิรุณเกษตร)

2.3 ความหนืดสัมบูรณ์และความหนืดจลน์

ความหนืด (viscosity) คือสมบัติของของไหลที่ใช้ต้านทานต่อความเค้นเฉือน และเป็นแรงต้านทานต่อแรงเฉือน ความหนืดเป็นผลมาจากเมื่อของไหลมีการเคลื่อนที่ ทำให้มีแรงยึดเหนี่ยว ระหว่างโมเลกุลและมีการแลกเปลี่ยนโมเมนตัมระหว่างโมเลกุลของของไหล จากกฎความหนืดของนิวตันพบว่า **ความเค้นเฉือนเป็นสัดส่วนโดยตรงกับอัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดเฉือน** เค้นเฉือนในของไหลหนึ่งจะมีค่ามากหรือน้อยยังขึ้นอยู่กับความหนืดของของไหลนั้นด้วย

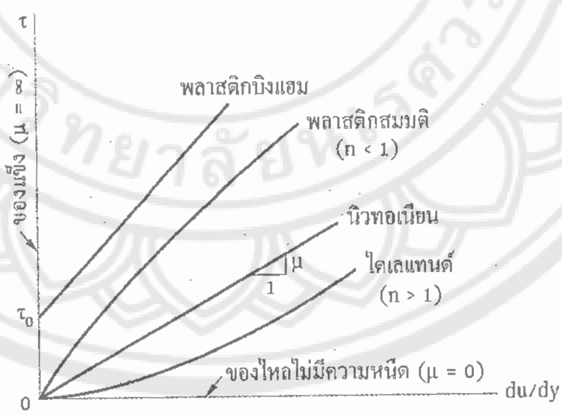
จากความสัมพันธ์ความเค้นเฉือน (τ)กับอัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดเฉือน(du/dy) จากภาพ 2.3 ความชันของกราฟแต่ละเส้นก็คือความหนืดสัมบูรณ์ของของไหลนิวทอเนียน ดังนั้นจึงเขียนสมการในรูปของ

$$\mu = \frac{\tau}{du/dy} \qquad .....(2.2)$$

โดยที่ τ คือเค้นเฉือนที่กระทำในของไหล มีมิติ FL^{-2} (มีหน่วยเป็น N/m^2)

$\frac{du}{dy}$ คืออัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดเฉือน มีมิติ T^{-1} (มีหน่วยเป็น rad/s)

μ คือความหนืดสัมบูรณ์ของของไหล มีมิติ $FL^{-2}T$ (ในระบบ SI มีหน่วยเป็น N/m^2 ในระบบเมตริกมีหน่วยเป็น g/cm·s หรือเรียกว่า posie ที่นิยมใช้กันคือcentiposie)



กราฟที่ 2.4 ความสัมพันธ์ระหว่าง τ กับ du/dy สำหรับของไหลนิวทอเนียนและนอนนิวทอเนียน

(ที่มา : กลศาสตร์ของไหล FLUID MECHANICAL, รศ. มนตรี พิรุณเกษตร)

สำหรับของไหลที่มีความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือน (τ) และอัตราการเปลี่ยนแปลงความเค้นเฉือน ($\dot{\gamma}$) ของของไหลที่ไม่เป็นเชิงเส้น เรียกว่า ของไหล นอนนิวทอเนียน (non-newtonian fluid) จะใช้สมการยกกำลังดังนี้

$$\tau = M\left(\frac{du}{dy}\right)^n \qquad \text{……...2.3}$$

โดยที่ M = ดรรชนีค่าคงที่ มีมิติ $FL^{-2}T^{n}$ มีหน่วยเป็น $N{\cdot}s^{n}/m^{2}$ หรือ $Pa{\cdot}s^{n}$

n = ดรรชนีชี้บ่งพฤติกรรมการไหล

ถ้า n > 1 พบว่าของไหลมีความหนืดเพิ่มขึ้นตามความเค้นเฉือน ถ้าออกแรงคนของเหลวเพิ่มมากขึ้น (ความเค้นเฉือนเพิ่มขึ้น) จะทำให้ความหนืดของของเหลวเพิ่มขึ้น ของไหลที่มีพฤติกรรมเช่นนี้เรียกว่า ของไหลไดเลแทนต์

ถ้า n = 1 พบว่าความเค้นเฉือน (τ) จะมีความสัมพันธ์เชิงเส้นกับอัตราการเปลี่ยนแปลงความเค้นเฉือน ($\dot{\gamma}$) ซึ่งจะเรียกของไหลนี้ว่า ของไหลนิวทอเนียน (newtonian fluid)

ถ้า n < 1 พบว่าของไหลมีความหนืดลดลงเมื่อความเค้นเฉือน เพิ่มขึ้น ของไหลที่มีพฤติกรรมเช่นนี้เรียกว่า ของไหลพลาสติกสมมติ (pseudoplastic fluid)

นอกจากนี้ ของไหลบางชนิดอาจมีพฤติกรรมคล้ายของแข็งเมื่อมีความเค้นเฉือนกระทำเกินกว่าเค้นเฉือนเริ่มต้น (τ_0) ของไหลนี้จะมีพฤติกรรมของของไหลนิวทอเนียน ซึ่งได้แก่ สี จาระบี ยาสีฟัน เป็นต้น ซึ่งเรียกว่า ของไหลพลาสติกบิงแฮม (Bingham plastic fluid) ซึ่งมีความสัมพันธ์ระหว่าง τ กับ du/dy ดังสมการ

$$\tau = \tau_0 + \mu\frac{du}{dy} \qquad \text{.....2.4}$$

ความหนืดจลน์ (kinematic viscosity, ν) คือ อัตราส่วนระหว่างความหนืดสัมบูรณ์ (μ) กับ ความหนาแน่น (ρ) เพื่อความสะดวกในการคำนวณดังสมการ

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \qquad \text{......2.5}$$

ความหนืดจลน์ (ν)มีมิติ $L^{2}T^{-1}$ (ในระบบ SI มีหน่วยเป็น m^2/s ในระบบเมตริกมีหน่วยเป็น cm^2/s หรือเรียกว่า stoke ที่นิยมใช้censtoke (cSt) มากกว่า)

ในการใช้งานด้านวิศวกรรมนั้น ความหนืดสัมบูรณ์ของของไหลจะไม่เปลี่ยนแปลงตามความดัน ส่วนความหนืดจลน์ของแก็สจะเปลี่ยนแปลงตามความดัน เพราะความหนาแน่นของแก็สเปลี่ยนแปลงไป

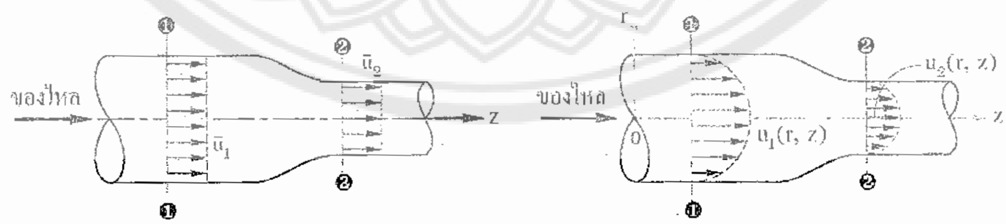
ความหนืดสัมบูรณ์และความหนืดจลน์ของของไหลต่างๆจะขึ้นอยู่กับอุณหภูมิ กล่าวคือ เมื่ออุณหภูมิสูงขึ้นความหนืดของอากาศหรือแก็สจะเพิ่มขึ้น ส่วนความหนืดของของเหลวจะลดลง

2.4 การไหลแบบยุบตัวได้และการไหลแบบยุบตัวไม่ได้

การไหลที่ไม่คำนึงถึงผลการเปลี่ยนแปลงความหนาแน่นของของไหล จะเรียกว่า การไหลแบบยุบตัวไม่ได้ (incompressible flow) สำหรับการไหลที่มีผลการเปลี่ยนแปลงความหนาแน่นของของไหล จ่ะเรียกว่า การไหลแบบยุบตัวได้ (compressible flow) หากพิจารณาของไหลสามารถแบ่งออกเป็นของเหลวและแก็ส ซึ่งโดยทั่วไปแล้วการไหลของของเหลวจะพิจารณาเป็นการไหลแบบยุบตัวไม่ได้ และการไหลของแก็สจะพิจารณาเป็นการไหลแบบยุบตัวได้ ในทางปฏิบัติสำหรับการไหลของของเหลวส่วนใหญ่มักจะเป็นการไหลแบบยุบตัวไม่ได้ทั้งสิ้น แต่ในบางสภาวะของของเหลว เช่น เกิดโพรงในของเหลว และการกระแทกตัวของน้ำ (water bammering) นั้นผลของการยุบตัวได้ของของเหลวมีผลต่อการไหล สำหรับแก็สก็เช่นกัน โดยส่วนใหญ่แล้วจะพิจารณาเป็นการไหลแบบยุบตัวได้ ยกเว้นเมื่อมีอัตราการไหลต่ำกว่าความเร็วเสียงมากๆ จะพิจารณาเป็นการไหลแบบยุบตัวไม่ได้

2.5 จลน์ศาสตร์ของการไหล

การที่ของไหลสามารถเคลื่อนที่ไปได้อย่างต่อเนื่องของไหลนั้นย่อมมีความเร็ว การจำแนกแบบการไหลอาจพิจารณาได้จากความเร็วว่ามีการเปลี่ยนแปลงอย่างไร อาทิ การไหลใน 1 มิติ การไหลใน 2 มิติ การไหลใน 3 มิติ การไหลในสภาวะคงตัว (steady flow) การไหลในสภาวะกึ่งคงตัว (quasisteady flow) และการไหลในสภาวะไม่คงตัว (unsteady flow) เป็นต้น



รูปที่ 2.3 การไหลใน 1 มิติและ 2 มิติ

(ที่มา : กลศาสตร์ของไหล FLUID MECHANICAL, รศ. มนตรี พิรุณเกษตร)

ในภาพ 2.5 (ก) แสดงการไหลใน 1 มิติพิกัด Z ซึ่งพิจารณาการกระจายความเร็วของของไหลภายในท่อจะสม่ำเสมอตลอดหน้าตัด ไม่ว่าจะเป็นหน้าตัด 1-1 หรือ 2-2 ก็ตาม จะพบว่าความเร็วเปลี่ยนแปลงตามตำแหน่งในแนวแกน Z แต่ที่ตำแหน่งใดตำแหน่งนั้นความเร็วจะมีค่าคงตัวตลอดหน้าตัด การไหลลักษณะนี้เรียกว่า **การไหลใน 1 มิติ**

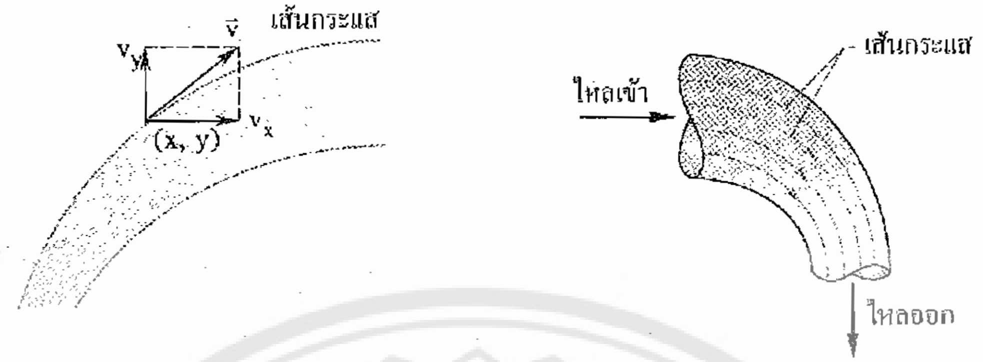
ในภาพ 2.5 (ข) การกระจายความเร็วจะเป็นรูปพาราโบลา ซึ่งแสดงให้เห็นว่าที่ตำแหน่งใดตำแหน่งหนึ่งในทิศการไหล ความเร็วจะเปลี่ยนแปลงตามแนวรัศมี ความเร็วจึงเป็นฟังก์ชันของแนวรัศมี และเนื่องจากของไหลมความดันเปลี่ยนแปลงในทิศ Z จึงทำให้เกิดการไหลในทิศ Z ด้วย การไหลลักษณะนี้เรียกว่า **การไหลใน 2 มิติ**

สำหรับการไหลใน 3 มิติ จะพบว่าความเร็วหรือพารามิเตอร์การไหลเปลี่ยนแปลงตามพิกัด 3 ตัวแปรซึ่งได้แก่ พิกัดฉาก $\bar{v} = \bar{v}(x, y, z)$ พิกัดทรงกระบอก $\bar{v} = \bar{v}(r, \theta, z)$ พิกัดทรงกลม $\bar{v} = \bar{v}(r, \theta, \phi)$ การไหลใน 3 มิติจะมีเปลี่ยนแปลงของความเร็ว ความดัน หรือพารามิเตอร์การไหลใน 3 ทิศทาง

นอกจากนี้ การวิเคราะห์การไหลในสภาวะที่ความเร็ว ความดัน หรือพารามิเตอร์การไหลไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา ปกติจะพิจารณาจากค่าเฉลี่ยของความเร็ว ความดัน หรือพารามิเตอร์การไหลอื่นๆ ค่าเฉลี่ยพารามิเตอร์การไหลเหล่านี้จะไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา การไหลลักษณะนี้เรียกว่า **การไหลในสภาวะคงตัว** ตรงกันข้ามกับ **การไหลในสภาวะคงไม่ตัว** ซึ่งการไหลในลักษณะนี้พบว่าพารามิเตอร์การไหลเหล่านี้จะเปลี่ยนแปลงตามเวลา ในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลบางอย่างแม้จะเป็นการไหลในสภาวะไม่คงตัว แต่เพื่อให้สะดวกและง่ายจะตั้งสมมติฐานเป็นการไหลในสภาวะคงตัว โยสังเกตอัตราการเปลี่ยนแปลงของปริมาณทางฟิสิกส์บางตัว เช่น ปริมาตร หรือระดับคามสูงของของเหลวในถังบรรจุ เป็นต้น

อนุภาคของไหลที่ไหลจากจุดหนึ่งไปอีกจุดหนึ่งนั้นจะแนวทางการไหล หากติดตามดูอนุภาคของไหลนั้นอย่างต่อเนื่อง จะสามารถเห็นแนวเส้นทางการไหลของอนุภาคของไหลซึ่งเรียกว่า **เส้นทางไหล (Path line)** ของอนุภาคของไหลนั้น

นอกจากนี้ เมื่อกล่าวถึงความเร็วของของไหลที่จุดใดจุดหนึ่งในสนามการไหล พบว่าความเร็วนั้นมีทั้งขนาดและทิศทางซึ่งสามารถกำหนดไว้บน เส้นกระแส (Streamline) ซึ่งเป็นเส้นทางการเคลื่อนที่เฉลี่ยของกลุ่มอนุภาคบนของไหลที่ไหลตามแนวการไหลในขณะใดขณะหนึ่ง เส้นกระแสในสนามการไหลหนึ่งๆ จะสัมผัสกับเวกเตอร์ความเร็วเสมอ ดังภาพ 2.6 (ก) จะเห็นได้ว่ามีการไหลข้ามเส้นกระแส เส้นกระแสของการไหลทั้งหมดจะขนานกันไปตลอด ดังภาพ 2.6 (ข)



(ก) เส้นกระแสและความเร็วของของไหล (ข) เส้นกระแสของการไหลภายในข้อเลี้ยว

รูปที่ 2.4 เส้นกระแสในสนามการไหล

(ที่มา : กลศาสตร์ของไหล FLUID MECHANICAL, รศ. มนตรี พิรุณเกษตร)

เส้นใยการไหล (streakline) เป็นเส้นที่แสดงให้เห็นถึงทิศทางของการไหล ซึ่งเส้นใยการไหลนี้ก็คือ โลคัส (locus) ของอนุภาคของของไหลทั้งหมดที่ผ่านจุดใดจุดหนึ่ง ถ้าฉีดสีย้อมผ้าเข้าไปในของไหลซึ่งกำลังไหลผ่านจุดใดจุดหนึ่งจะพบว่าสีย้อมผ้าจะไหลตามอนุภาคของไหลที่กำลังไหลผ่านจุดดังกล่าว เส้นทางการไหลของสีย้อมผ้าก็คือเส้นใยการไหล ในสภาวะคงตัวนั้นพบว่าเส้นกระแสและเส้นใยการไหลจะไหลทับเป็นเส้นเดียวกัน

2.6 กฎการอนุรักษ์มวลของระบบ

กฎการอนุรักษ์มวลของระบบใดระบบหนึ่ง คือ มวลของระบบใดระบบหนึ่ง (M) มีค่าคงตัวเสมอ นั่นคือ อัตราการเปลี่ยนแปลงมวลของระบบต่อหนึ่งหน่วยเวลานั้นย่อมมีค่าเท่ากับศูนย์เสมอ

$$\frac{dM_{sys}}{dt} = 0 \qquad \text{......(2.6)}$$

โดยที่ $M_{sys} = \int dm = \int_{V} \rho d V$ และสมการ 2.6 นี้เป็นสมการเชิงสเกลาร์ไม่ขึ้นอยู่กับ

ทิศทางในพิกัดต่างๆ

2.7 สมการความต่อเนื่องของมวล

สมการความต่อเนื่องของมวลจะมีรูปแบบของสมการ

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}\int_{cv}\rho\, d\forall}_{\text{อัตราการสะสมของมวลภายในปริมาตรควบคุม}} + \underbrace{\int_{cs}\rho\bar{V}\cdot\bar{n}dA}_{\text{อัตรามวลไหลออกสุทธิข้ามผิวควบคุม}} = 0 \qquad .....(2.7)$$

ในกรณีการไหลในสภาวะคงตัว พบว่าสมบัติการไหลทุกๆตัวจะคงตัวและไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลานั่นคือ

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{cv}\rho d\forall = 0 \qquad .....(2.8)$$

ในพจน์ของอัตราการถ่ายโอนสุทธิขามผิวควบคุม พบว่า

$\bar{V}\cdot\bar{n}dA$ คือผลคูณระหว่างองค์ประกอบความเร็ว $\bar{V}$ ที่ตั้งฉากกับพื้นที่ย่อย dA (หรืออัตราการไหลโดยปริมาตรผ่าน dA)

$\rho\bar{V}\cdot ndA$ คืออัตราการไหลโดยมวลผ่าน dA

สำหรับผลคูณเชิงสเกลาร์ของ $\bar{V}\cdot\bar{n}$ มีเครื่องหมายบวกเมื่อเป็นการไหลออกจากปริมาตรควบคุมและเครื่องหมายลบเมื่อเป็นการไหลเข้าปริมาตรควบคุม ดังนั้น

$$\int_{cs}\rho\bar{V}\cdot\bar{n}dA = \sum \dot{m}_{out} - \sum \dot{m}_{in} \qquad ....(2.9)$$

พิจารณาอัตราการไหลโดยมวลบนพื้นที่หน้าตัด A โดยกำหนดให้ความเร็วย่อยในทิศตั้งฉากกับพื้นที่ A นั้นเท่ากับ V จะได้

$$\dot{m} = \rho VA = \rho\dot{\forall} \qquad ......(2.10)$$

โดยที่ $\dot{\forall}$ คืออัตราการไหลโดยปริมาตร มีหน่วยเป็น m^3/s

ในสมการ 2.10 ความเร็วของของไหลที่ใช้คำนวณจะกำหนดเป็นความเร็วเฉลี่ย ($\bar{V}$) ซึ่งมาจากสมการ

$$\bar{V} = \frac{\int_A \rho\bar{V}\cdot\bar{n}dA}{\rho A} \qquad ......(2.11)$$

ถ้าพิจารณาว่าความเร็วของของไหลมีการกระจายสม่ำเสมอตลอดหน้าตัด A จะพบว่า

$$\bar{V} = V = \frac{\int_A \rho\bar{V}\cdot\bar{n}dA}{\rho A} \qquad ......(2.12)$$

2.7.1 การไหลในสภาวะคงตัว

ในงานทางวิศวกรรมที่เกี่ยวข้องกับการไหลของของไหล เช่น น้ำหรือแก๊สผ่านระบบท่อ วาล์ว ข้อต่อ ข้อเลี้ยว เครื่องสูบ เครื่องอัดอากาศ กังหันไอน้ำ กังหันแก๊ส หรือเครื่องควบแน่น เป็นต้น ภายใต้การวัดอัตราการไหลเพื่อใช้ประเมินการทำงานในแต่ละอุปกรณ์ จะพิจารณาจากการไหลในสภาวะคงตัวขณะไหลผ่านอุปกรณ์นั้นๆ การไหลในสภาวะคงตัวจะกำหนดโดยไม่มีการเปลี่ยนแปลงของมวลภายในปริมาตรควบคุม

รูปที่ 2.5 การไหลในสภาวะคงตัว

(ที่มา : กลศาสตร์ของไหล FLUID MECHANICAL, รศ. มนตรี พิรุณเกษตร)

สำหรับอุปกรณ์นำของไหล อาทิ ท่อ ข้อต่อ หรือข้อเลี้ยวนั้น ปกติจะอยู่นิ่งกับที่ของไหลไหลผ่าน ดังภาพ 2.7 ภายใต้การไหลในสภาวะคงตัว พบว่า $\frac{\partial}{\partial t}\int \rho dV = 0$ จากสมการ 3.22จะได้

$$\int_{cs} \rho\vec{V}\cdot\vec{n}dA = \rho_e A_e \overline{V}_e - \rho_i \overline{V}_i A_i = 0 \qquad ......(2.13)$$

$$\rho_e \overline{V}_e A_e = \rho_i \overline{V}_i A_i \quad \text{หรือ} \quad \dot{m}_e = \dot{m}_i \qquad ......(2.14)$$

กรณีมีทางเข้าหลายทางและทางออกหลายทาง พบว่า

$$\sum_e \left(\rho\overline{V}A\right)_e = \sum_i \left(\rho\overline{V}A\right)_i \qquad ......(2.15)$$

ในสมการ 2.14 และ สมการ 2.15 เป็นสมการกฎการอนุรักษ์มวลของปริมาตรควบคุมสำหรับของไหลยุบตัวได้ สำหรับการไหลในสภาวะคงตัว อัตราการไหลโดยมวลทางเข้าย่อมเท่ากับอัตราการไหลโดยมวลทางออกเสมอ

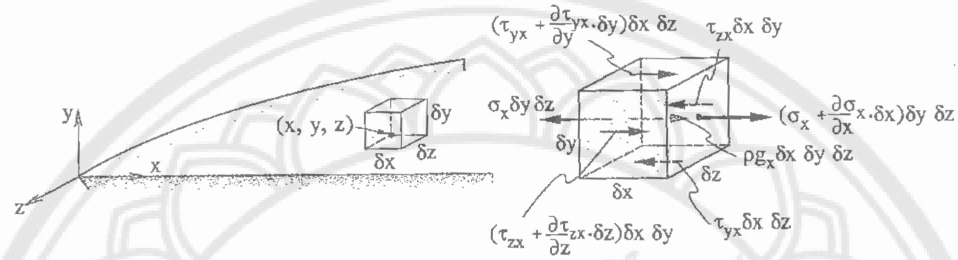
สำหรับของไหลยุบตัวไม่ได้นั้น $\rho_i = \rho_e =$ ค่าคงตัว ดังนั้นจะพบว่าอัตราการไหลโดยมวลทางเข้าย่อมเท่ากับอัตราการไหลโดยมวลทางออก ดังสมการ

$$A_e \overline{V}_e = A_i \overline{V}_i \rightarrow \dot{V}_e = \dot{V}_i \qquad ......(2.16)$$

และ

$$\sum_e \dot{V}_e = \sum_i \dot{V}_i \qquad ......(2.17)$$

2.8 สมการโมเมนตัมเชิงเส้น



รูปที่ 2.6 แรงกระทำที่ผิวและแรงเนื่องจากน้ำหนักทั้งก้อนเฉพาะแนวแกน x ของปริมาตรย่อย δx δy δz

(ที่มา : กลศาสตร์ของไหล FLUID MECHANICAL, รศ. มนตรี พิรุณเกษตร)

ในสนามการไหลบนแผ่นระนาบจาก รูปที่ 2.8 บนปริมาตรย่อยรูปสี่เหลี่ยมลูกบาศก์ขนาดกว้าง δx ยาว δy และลึก δz พิจารณาที่ตำแหน่ง (x, y, z) มีแรงกระทำที่ผิวในแกน x ดังต่อไปนี้

บนระนาบ $y-z$ แรงกระทำสุทธิเนื่องจากความเค้นตั้งฉากในทิศ $+x$ จะได้เป็น

$$\left(\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x}\cdot \delta x\right)\delta y\delta z - \sigma_x \delta y \delta z = \frac{\partial \sigma_x}{\partial x}\delta x\delta y\delta z$$

บนระนาบ $z-x$ แรงกระทำสุทธิเนื่องจากความเค้นตั้งฉากในทิศ $+x$ จะได้เป็น

$$\left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}\cdot \delta y\right)\delta x\delta z - \tau_{yx} \delta x \delta z = \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}\delta x\delta y\delta z$$

บนระนาบ $x-y$ แรงกระทำสุทธิเนื่องจากความเค้นตั้งฉากในทิศ $+x$ จะได้เป็น

$$\left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\cdot \delta z\right)\delta x\delta y - \tau_{zx} \delta x \delta y = \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\delta x\delta y\delta z$$

แรงเนื่องจากน้ำหนักทั้งก้อนในปริมาตรย่อยนั้นในทิศ $+x$ จะได้เป็น

$$\delta F_{Bx} = \rho g_x \delta x\delta y\delta z$$

ของไหลมีมวล $\delta_m = \rho\ \delta x \delta y \delta z$ และความเร่งของของไหลพิจารณาจากสมการ $a_x = \partial u / \partial t + u \partial u / \partial x + v \partial u / \partial y + w \partial u / \partial z$ อาศัยกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สอง ของนิวตัน

$$\delta F_{Sx} + \delta F_{Bx} = \delta m a_x$$

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x}\delta x \delta y \delta z + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y}\delta x \delta y \delta z + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\delta x \delta y \delta z + \rho g_x \delta x \delta y \delta z = \rho \delta x \delta y \delta z \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u \partial u}{\partial x} + \frac{v \partial u}{\partial y} + \frac{w \partial u}{\partial z} \right)$$

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho g_x = \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u \partial u}{\partial x} + \frac{v \partial u}{\partial y} + \frac{w \partial u}{\partial z} \right) \qquad \text{....(2.18 ก)}$$

สำหรับสมการโมเมนตัมบนแกน y และ z จากหลักการวิเคราะห์เดียวกันจะได้

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho g_y = \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{u \partial v}{\partial x} + \frac{v \partial v}{\partial y} + \frac{w \partial v}{\partial z} \right) \qquad \text{......(2.18 ข)}$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \rho g_z = \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{u \partial w}{\partial x} + \frac{v \partial w}{\partial y} + \frac{w \partial w}{\partial z} \right) \qquad \text{.....(2. 18 ค)}$$

สมการโมเมนตัมเชิงเส้นในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ (2.18) ที่ได้นั้นจะใช้กับของไหลที่เคลื่อนที่โดยต้องทราบรายละเอียดของความเค้นที่เกิดขึ้นในของไหล ซึ่งในที่นี้จะวิเคราะห์ปัญหาที่มีผลของความหนืดมาเกี่ยวข้อง ดังนี้

2.9 การไหลที่มีผลของความหนืด

พิจารณาของไหลที่เป็นของไหลนิวทอเนียน พบว่าความเค้นในของไหลนั้นมีความสัมพันธ์เชิงเส้นกับอัตราการเปลี่ยนแปลงรูปร่างเชิงมุม ดังนั้นความเค้นจึงมีทั้งความเค้นตั้งฉากและความเค้นเฉือน ซึ่งแต่ละพจน์สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\sigma_x = -p - \frac{2}{3}\mu \nabla \cdot \vec{V} + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \qquad \text{........ (2.19 ก)}$$

$$\sigma_y = -p - \frac{2}{3}\mu \nabla \cdot \vec{V} + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \qquad \text{........ (2.19 ข)}$$

$$\sigma_z = -p - \frac{2}{3}\mu \nabla \cdot \vec{V} + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \qquad \text{........ (2.19 ค)}$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yz} = \mu\left(\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}\right) \qquad \text{........ (2.20 ก)}$$

$$\tau_{yz} = \tau_{yx} = \mu\left(\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial z}\right) \qquad \text{........ (2.20 ข)}$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right) \qquad \text{........ (2.20 ค)}$$

แทนค่าต่างๆ ลงในสมการ 2.18 จะได้

$$-\frac{\partial p}{\partial x}+\rho g_x+\frac{\partial}{\partial x}\left[2\mu\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{2}{3}\mu\nabla\cdot\bar{V}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[\mu\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right)\right]=$$

$$\rho\frac{Du}{Dt} \quad \text{....(2.21ก)}$$

$$-\frac{\partial p}{\partial y}+\rho g_y+\frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[2\mu\frac{\partial v}{\partial y}-\frac{2}{3}\mu\nabla\cdot\bar{V}\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[\mu\left(\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}\right)\right]=$$

$$\rho\frac{Dv}{Dt} \quad \text{....(2.21ข)}$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z}+\rho g_z+\frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial z}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial z}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[2\mu\frac{\partial w}{\partial z}-\frac{2}{3}\mu\nabla\cdot\bar{V}\right]=$$

$$\rho\frac{Dw}{Dt} \quad \text{....(2.21ค)}$$

สมการ (2.21) เรียกว่า สมการของนาเวียร์ – สโตกส์ (Navier – stokes equation) ดังนั้น สมการของนาเวียร์ – สโตกส์ ในของไหลแบบยุบตัวไม่ได้ ($\nabla\cdot\bar{v}=\partial u/\partial x+\partial v/\partial y+\partial w/\partial z=0$) จะมีรูปแบบดังนี้

$$-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)+\rho g_x=\rho\frac{du}{dt} \qquad \text{..... (2.22 ก)}$$

$$-\frac{\partial p}{\partial y}+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)+\rho g_y=\rho\frac{dv}{dt} \qquad \text{..... (2.22 ข)}$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z}+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)+\rho g_z=\rho\frac{dw}{dt} \qquad \text{..... (2.22 ค)}$$

เขียนสมการใหม่ในรูปของตัวดำเนินการของลาปลาซ (Laplacian operator)

$\nabla^2 = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)$ **ได้ดังนี้**

$$-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu\nabla^2 u+\rho g_x=\rho\frac{du}{dt} \qquad \text{..... (2.23 ก)}$$

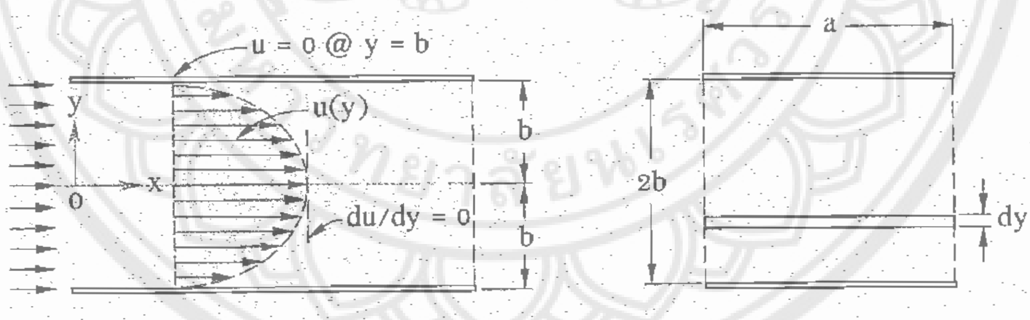
$$-\frac{\partial p}{\partial y}+\mu\nabla^2 v+\rho g_y=\rho\frac{dv}{dt} \qquad \text{..... (2.23 ข)}$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z}+\mu\nabla^2 w+\rho g_z=\rho\frac{dw}{dt} \qquad \text{..... (2.23 ค)}$$

2.9.1 การวิเคราะห์การไหลแบบราบเรียบสำหรับของไหลที่มีผลของความหนืด

ในการหาผลเฉลย (ความเร็ว) จากสมการของนาเวียร์ – สโตกส์ค่อนข้างยุ่งยาก ทั้งนี้เนื่องจากพจน์ของความเร่งนำพา (convective acceleration, $\mu\,\partial u/\partial x, v\,\partial u/\partial y$ หรือ $w\,\partial u/\partial z$) ในสมการของนาเวียร์ – สโตกส์นั้นทำให้เป็นสมการอนุพันธ์ย่อยแบบไม่เชิงเส้น (nonlinear partial differential equation) ในการวิเคราะห์การไหลบางอย่างจะพบว่าพจน์ของความเร่งนำพานี้จะเป็นศูนย์หรือไม่มีในสมการ การหาผลเฉลยจากสมการอนุพันธ์จะง่ายขึ้น ผลเฉลยที่ได้ก็คือการกระจายความเร็วของของไหล ถ้านำการกระจายความเร็วที่ได้มาอินทิเกรตตลอดพื้นที่หน้าตัดการไหลจะได้อัตราการไหลโดยปริมาตร เป็นต้น ในการศึกษานี้จะวิเคราะห์การไหลแบบราบเรียบสำหรับของไหลยุบตัวไม่ได้ ดังต่อไปนี้

การไหลแบบราบเรียบภายใต้สภาวะคงตัวระหว่างแผ่นคู่ขนานที่ตรึงกับที่



รูปที่ 2.7 การไหลเต็มช่องทางการไหลระหว่างแผ่นคู่ขนาน
(ที่มา : กลศาสตร์ของไหล FLUID MECHANICAL, รศ. มนตรี พิรุณเกษตร)

ในการไหลเต็มช่องทางการไหลระหว่างแผ่นคู่ขนานที่ตรึงกับที่ ดังภาพ โดยกำหนดให้ระยะห่างระหว่างแผ่นคู่ขนานเท่ากับ 2b และกว้าง a และตั้งแกน x และ y ตรงที่เส้นศูนย์กลางของช่องทางการไหล ภายใต้การไหลเต็มของทางไหล ความเร็วของของไหลจะเป็นฟังก์ชันกับ

y(u=u(y)) เท่านั้น ในการวิเคราะห์รูปสมการของ u นี้ต้องอาศัยสมการความต่อเนื่อง สมการของนาเวียร์-สโตกส์ พร้อมกับข้อสมมติฐานและรายละเอียดต่างๆดังนี้

1. เป็นการไหล 2 มิติพิกัด $(x, y)(u = u(x, y)$, $w = \partial/\partial z = 0$ ภายใต้สภาวะคงตัว $(\partial/\partial t = 0)$

2. เป็นของไหลยุบตัวไม่ได้และมีคุณสมบัติทางฟิสิกส์คงตัว

3. เป็นการไหลเต็มช่องทางไหล $(v = \partial v/\partial x = \partial v/\partial y = 0)$ อาศัยสมการความต่อเนื่องจะพบว่า $\partial u/\partial x = 0 \rightarrow u = u(y)$

4. ไม่คิดแรงเนื่องจากน้ำหนักของของไหล $(\rho g_x = \rho g_y = \rho g_z = 0)$

จากสมการของนาเวียร์-สโตกส์ สามารถนำมาพิจารณาได้ดังนี้

แกน x ; $$-\frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) + \rho g_x = \rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u\partial u}{\partial x} + \frac{v\partial u}{\partial y} + \frac{w\partial u}{\partial z}\right)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + u\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \qquad \text{...... (2.24 ก)}$$

แกน y ; $$-\frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) + \rho g_y = \rho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{u\partial v}{\partial x} + \frac{v\partial v}{\partial y} + \frac{w\partial v}{\partial z}\right)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \qquad \text{...... (2.24 ข)}$$

แกน z ; $$-\frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) + \rho g_z = \rho\left(\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{u\partial w}{\partial x} + \frac{v\partial w}{\partial y} + \frac{w\partial w}{\partial z}\right)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0 \qquad \text{...... (2.24 ค)}$$

จากสมการ (2.24 ข) และ (2.24 ค) พบว่า $p = p(x)$ ดังนั้นสมการ (2.24ก) สามารถเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + u\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

$$\frac{d^2 u}{dy^2} = \frac{1}{u}\frac{dp}{dx}$$

ทำการอินทิเกรตอิงตัวแปร y โดยที่ $dp/dx =$ ค่าคงตัว

อินทิเกรตครั้งที่ 1 $\rightarrow \dfrac{du}{dy} = \dfrac{1}{u}\left(\dfrac{dp}{dx}\right)y + c_1$

อินทิเกรตครั้งที่ 2 $\rightarrow \quad u = \dfrac{1}{2u}\left(\dfrac{dp}{dx}\right)y^2 + c_1 y + c_2$ …… (2.25)

เนื่องจากมีขอบเขตของ y ตั้งแต่ 0 ถึง b ดังนั้นจะได้

$$\frac{du}{dy} = 0 @ y = 0 \rightarrow c_1 = 0$$

$$u = 0 @ y = b \rightarrow c_2 = -\frac{1}{2\mu}\left(\frac{dp}{dx}\right)b^2$$

นำค่า c_1 และ c_2 แทนลงในสมการ (2.25) จะได้การกระจายความเร็ว

$$u = \frac{1}{2\mu}\left(\frac{dp}{dx}\right)\left(y^2 - b^2\right) = \frac{b^2}{2\mu}\left(-\frac{dp}{dx}\right)\left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right) \quad \text{…… (2.26)}$$

สามารถหาอัตราการไหลโดยปริมาตรผ่านช่องทางการไหลที่มีความกว้างของแผ่นคู่ขนานเท่ากับ a ได้จาก

$$\dot{v} = \int_A u\,dA = 2\int_0^b \frac{b^2}{2\mu}\left(-\frac{dp}{dx}\right)\left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right)a\,dy$$

$$= \frac{ab^2}{\mu}\left(-\frac{dp}{dx}\right)\left[y - \frac{y^3}{3b^2}\right]_0^b$$

$$\dot{v} = \frac{2}{3}\frac{ab^3}{\mu}\left(-\frac{dp}{dx}\right) \quad \text{…… (2.27)}$$

สามารถหาความเร็วเฉลี่ยได้จาก (โดยที่ A = 2ab)

$$\bar{v} = \frac{\dot{v}}{A} = \frac{1}{3}\frac{b^2}{\mu}\left(-\frac{dp}{dx}\right) \quad \text{…… (2.28)}$$

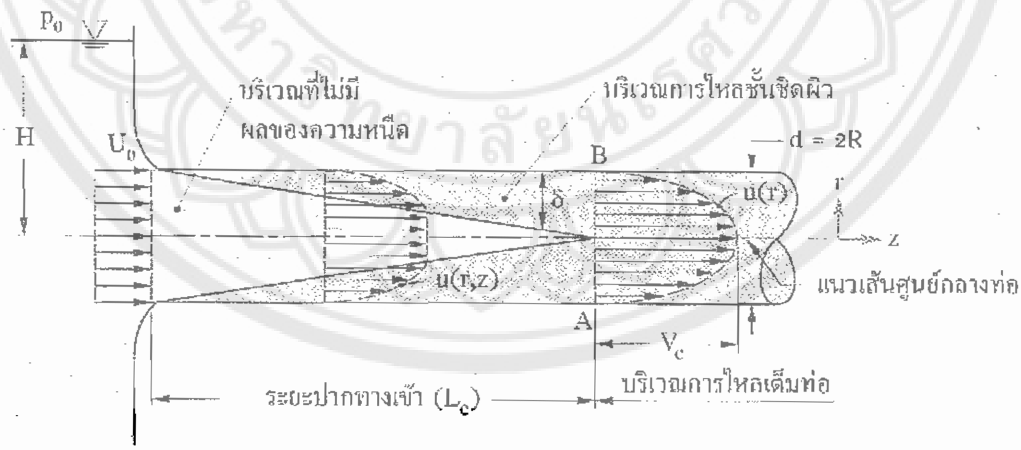
เนื่องจากความเร็วสูงสุดของการไหลจะอยู่กึ่งกลางท่อ ดังนั้นสามารถหาความเร็วสูงสุดได้จากสมการที่ (2.25) โดยที่ y = 0 จะได้

$$v_{\max} = \frac{b^2}{2\mu}\left(-\frac{dp}{dx}\right) = \frac{3}{2}\bar{v} \quad \text{…… (2.29)}$$

2.10 การไหลภายในท่อที่มีผลของความหนืด

2.10.1 ลักษณะทั่วไปสำหรับการไหลภายในท่อ

การไหลภายในท่อจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งได้นั้นจะต้องมีความแตกต่างระหว่างจุดทั้งสองของไหลจึงจะสามารถไหลผ่านท่อไปได้ ในภาพ 2.10 เป็นการไหลเข้าท่อด้วยความเร็วคงตัว U_0 ผลของความหนืดบริเวณใกล้กับผนังท่อจะเกิดความต้านทานต่อการไหล ทำให้เกิดชั้นชิดผิวในบริเวณใกล้กับผนังท่อนั้นภายใต้ข้อสมมติฐานว่าไม่มีการลื่นไถลที่ผนังท่อ ณ ตำแหน่งใดตำแหน่งหนึ่งตามความยาวท่อในบริเวณใกล้ๆทางเข้าท่อนั้นพบว่าความเร็วเปลี่ยนแปลงกับระยะทางที่วัดในแนวตั้งฉากกับผนังท่อ และเกิดความเค้นเฉือนกระทำต่อของไหลในทิศตรงกันข้ามกับการไหล และในบริเวณนี้ยังพบว่าโพรไฟล์ความเร็วเปลี่ยนแปลงในทิศการไหลอีกด้วย บริเวณดังกล่าวนี้เรียกว่า **บริเวณปากทางเข้า** (entrance region) เมื่อของไหลไหลผ่านท่อในช่วงต่อๆไป ชั้นชิดผิวจะพัฒนาจนความหนาชั้นชิดผิว (δ) เพิ่มขึ้นจนกระทั่งถึงแนวเส้นศูนย์กลางท่อ (หน้าตัด AB) สำหรับบริเวณที่อยู่ภายนอกบริเวณการไหลชั้นชิดผิวจะเป็นบริเวณที่ไม่มีผลของความหนืด (inviscid core) ในบริเวณปากทางเข้านั้นการกระจายความเร็วจะเปลี่ยนแปลงกับระยะตามพิกัด r และระยะในทิศการไหลตามพิกัด z ($u = u(r, z)$) เมื่อของไหลไหลพ้นบริเวณนี้เรียกว่า **บริเวณการไหลเต็มท่อ** (fully developed region) และพบว่าการกระจายความเร็วที่หน้าตัดของท่อที่ตำแหน่งใดๆตามความยาวท่อนั้นจะเป็นฟังก์ชันของระยะตามพิกัด r เท่านั้น $u = u(r)$ ทำให้โพรไฟล์ความเร็วไม่เปลี่ยนแปลงตามทิศการไหลในบริเวณการไหลเต็มท่อนี้



รูปที่ 2.8 บริเวณปากทางเข้าและบริเวณการไหลเต็มท่อสำหรับการไหลภายในท่อ

(ที่มา : กลศาสตร์ของไหล FLUID MECHANICAL, รศ. มนตรี พิรุณเกษตร)

2.10.2 การไหลแบบราบเรียบและการไหลแบบปั่นป่วน

การไหลภายในท่อสามารถจำแนกตามระดับความเร็วของการไหลเป็น 2 แบบ ได้แก่ การไหลแบบราบเรียบ (laminar flow) และการไหลแบบปั่นป่วน (turbulent flow) การไหลแบบราบเรียบจะพบว่าอนุภาคของไหลหนึ่งๆ (layer) จะยังคงอยู่ในชั้นของไหลนั้นตลอดการไหล เมื่อเกิดการไถลขอชั้นของไหลหนึ่งบนอีกชั้นหนึ่งนั้นจะไม่เกิดการหมุนวน (swirl) ตรงข้ามกับการไหลแบบปั่นป่วนซึ่งการไหลจะมีอัตราการไหลที่สูง มีการไหลวน หมุนตัว และเวียนวนไปมาตลอดหน้าตัดท่อขณะที่ของไหลไหลผ่าน

2.10.2.1 เลขเรย์โนลดส์กำหนดแบบการไหล

โดยทั่วไปแล้วของไหลที่ไหลอยู่ได้ต่อเนื่องนั้น เนื่องจากมีแรงเฉื่อย (inertia force) กระทำในทิศการไหล และขณะเดียวกันจะมีแรงเนื่องจากความหนืดกระทำในทิศตรงข้ามกับทิศการไหล ของไหลดังกล่าวจะไหลเร็วหรือช้าขึ้นอยู่กับอัตราส่วนระหว่างแรงเฉื่อยต่อแรงเนื่องจากความหนืด ถ้าอัตราส่วนระหว่างแรงเฉื่อยต่อแรงเนื่องจากความหนืดมีค่าสูงของไหลจะไหลเร็วมาก ถ้าอัตราส่วนดังกล่าวมีค่าต่ำของไหลจะไหลช้าลง **อัตราส่วนระหว่างแรงเฉื่อยต่อแรงเนื่องจากความหนืด** ก็คือ **เลขเรย์โนลดส์** เลขเรย์โนลดส์นี้ใช้เป็นเลขกำหนดแบบการไหลสำหรับการไหลภายในท่อ จะเขียนความสัมพันธ์และสมการของเลขเรย์โนลดส์ได้ดังนี้

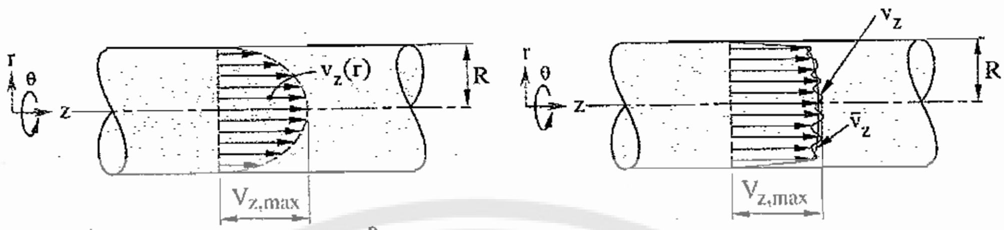
$$\mathrm{Re} = \text{แรงเฉื่อย / แรงเนื่องจากความหนืด} = \frac{\rho V^2 D^2}{\mu V L}$$

ดังนั้น $$\mathrm{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{VD}{\nu}$$

โดย	V คือความเร็วเฉลี่ยของการไหล	มีหน่วยเป็น m/s
	D คือเส้นผ่านศูนย์กลางภายในของท่อ	มีหน่วยเป็น m
	μ คือความหนืดสัมบูรณ์ของของไหล	มีหน่วยเป็น $N.s/m^2$
	ν คือความหนืดจลน์ของของไหล	มีหน่วยเป็น m^2/s

สำหรับการไหลภายในท่อกลมแนวตรง การไหลจะเป็นการไหลแบบราบเรียบก็ต่อเมื่อ $\mathrm{Re} < 2100$ และการไหลแบบปั่นป่วนจะเกิดขึ้นเมื่อ $\mathrm{Re} > 4000$ สำหรับบริเวณการเปลี่ยนแปลง (transition region) การไหลอาจเป็นได้ทั้งแบบราบเรียบหรือแบบปั่นป่วน สำหรับการใช้งานนั้นจะกำหนดให้บริเวณการเปลี่ยนแปลงเกิดขึ้นเมื่อ $\mathrm{Re} = 2100$ สำหรับการไหลภายในท่อ

2.10.3 การกระจายความเร็วสำหรับการไหลเต็มท่อ

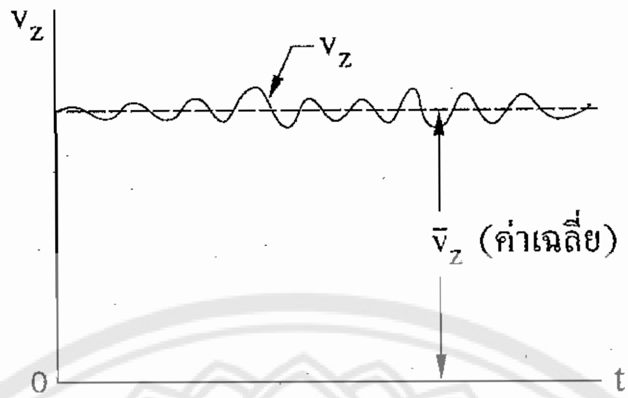


$v_z(r) = V_{z,max}(1 - \frac{r^2}{R^2})$ $\quad\quad$ $\bar{v}_z = V_{z,max}(1 - \frac{r}{R})^{1/7}$

(ก.) การไหลแบบราบเรียบ $\quad\quad$ (ข.) การไหลแบบปั่นป่วน

รูปที่ 2.9 การกระจายความเร็วสำหรับการไหลแบบราบเรียบและแบบปั่นป่วนเต็มท่อ
(ที่มา : กลศาสตร์ของไหล FLUID MECHANICAL, รศ. มนตรี พิรุณเกษตร)

พิจารณาองค์ประกอบของความเร็วใน 3 มิติพิกัด $r - \theta - z$ สำหรับการไหลในท่อในสภาวะไม่คงตัว ดังนั้นความเร็วย่อยในแต่ละทิศทางจะกำหนดเป็น $v_r = v_r(r, \theta, z, t)$, $v_\theta = v_\theta(r, \theta, z, t)$ และ $v_z = v_z(r, \theta, z, t)$ สำหรับการไหลแบบราบเรียบเต็มท่อนั้นพบว่าความเร็วขณะใดขณะหนึ่งของของไหลขึ้นอยู่กับทิศทางตามแนวแกนท่อ (v_z) เท่านั้น โดยที่ $v_\theta = v_r = 0$ และพบว่า v_z นี้เป็นฟังก์ชันของพิกัด r เท่านั้น นั่นคือ $v_z = v_z(r)$ และการกระจายความเร็วอยู่ในรูปพาราโบล่าดังภาพ 2.11 (ก) การไหลแบบราบเรียบหรือแบบปั่นป่วนเต็มท่อนั้นจะให้การกระจายความเร็วที่แตกต่างกัน สำหรับการไหลแบบปั่นป่วนพบว่าความเร็วย่อย (v_r , v_θ , v_z) ทุกตัวไม่เป็นศูนย์ และความเร็วยังขึ้นกับเวลาด้วย การพิจารณาความเร็วย่อยแต่ละตัวจะอาศัยข้อมูลจากผลการทดลอง ในภาพ 2.11 (ข.) แสดงความเร็วย่อยในแนวแกน (v_z) ความเร็วขณะใดขณะหนึ่ง v_z จะมีการแกว่งไปมารอบความเร็วเฉลี่ยในแนวแกน ($\overline{v_z}$) ดังแสดงในภาพ 2.12 ผลการแกว่งไปมานี้ทำให้อนุภาคของไหลซึ่งเคลื่อนที่ช้าที่ตำแหน่งใดตำแหน่งหนึ่งบนหน้าตัดท่อหนึ่งๆจะแลกเปลี่ยนตำแหน่งกับอนุภาคของไหลที่เคลื่อนที่เร็วกว่าซึ่งเคลื่อนที่มาจากตำแหน่งอื่น จุดนี้จะแตกต่างกับการไหลแบบราบเรียบที่อนุภาคของไหลจะยังคงอยู่ในชั้นของไหลเดิมตลอดเวลา



รูปที่ 2.10 การเปลี่ยนแปลงความเร็วย่อยในแนวแกนกับเวลาสำหรับการไหลแบบปั่นป่วน (ที่มา : กลศาสตร์ของไหล FLUID MECHANICAL, รศ. มนตรี พิรุณเกษตร)

ตารางที่ 2.1 การเปรียบเทียบระหว่างการไหลแบบราบเรียบกับการไหลแบบปั่นป่วนสำหรับการไหลเต็มท่อ

รายละเอียด	การไหลแบบราบเรียบ	การไหลแบบปั่นป่วน
• ความเร็ว	$v_z = v_z(r)$ เท่านั้นโดยที่ $v_\theta = v_r = 0$	(v_r, v_θ, v_z) ไม่เป็นศูนย์และ $v_r = v_r(r, \theta, z, t)$ $v_\theta = v_\theta(r, \theta, z, t)$ $v_z = v_z(r, \theta, z, t)$
• การกระจายความเร็ว	รูปพาราโบลา โดยหาผลเฉลยจากสมการการเคลื่อนที่ในรูปของ $\frac{v_z}{V_{z,mzx}} = 1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2$	พิจารณาโพรไฟร์ไฟล์ความเร็วจากข้อมูลการทดลอง $\frac{\overline{v_z}}{V_{z,mzx}} \approx \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/7}$
• ความเร็วเฉลี่ย	$\frac{\overline{V}}{V_{z,mzx}} = \frac{1}{2}$	$\frac{\overline{V}}{V_{z,mzx}} \approx \frac{4}{5}$
• เลขเรย์โนลดส์	$Re \leq 2100$	$5 \times 10^5 \leq Re \leq 10^7$