

บทที่ 2

หลักการและทฤษฎี

2.1 ทฤษฎีของไหล

2.1.1 คุณสมบัติของของไหล

ของไหล เป็นสสารที่มีจำนวนมวลคงที่แน่นอน แต่มีรูปร่างไม่แน่นอน เพราะจะเปลี่ยนไปตามภาชนะที่รองรับ อีกทั้งของไหลมีความสามารถในการถ่ายทอดความดันจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งได้ เนื่องจากของไหลยอมปรับตัวเข้ากับรูปร่างของภาชนะที่รองรับ ดังนั้นจึงสามารถทำให้ไม่งของไหลไปตามท่อ ซึ่งคุณสมบัติของของไหลที่ใช้ในการคำนวณมีดังนี้

ความหนาแน่นเฉลี่ย (Mean density ; ρ) คือ อัตราส่วนระหว่างมวล กับปริมาตรของสาร นั้น มีความสัมพันธ์กันดังสมการ

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \text{.....(2.1)}$$

น้ำหนักจำเพาะ (Specific weight ; γ) คือ แรงดึงดูดโลกที่กระทำกับหนึ่งหน่วยปริมาตรของไหล มีความสัมพันธ์ดังสมการ

$$\gamma = \rho \cdot g \quad \text{.....(2.2)}$$

ปริมาตรจำเพาะ (Specific volume ; V) คือ ปริมาตรของสารในหนึ่งหน่วยมวล มีความสัมพันธ์ดังสมการ

$$V = \frac{V}{m} \quad \text{.....(2.3)}$$

ความถ่วงจำเพาะ (Specific gravity ; S) คือ อัตราส่วนระหว่างความหนาแน่นของสารกับความหนาแน่นมาตรฐาน ความหนาแน่นมาตรฐานที่ใช้สำหรับเปรียบเทียบกับความหนาแน่นของของแข็ง และของเหลว คือ ความหนาแน่นของน้ำบริสุทธิ์ที่ 4 องศาเซลเซียส ภายใต้ความดัน 1 atm ซึ่งมีค่าเท่ากับ $1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ มีความสัมพันธ์ดังสมการ

$$\gamma_{\text{object}} = S_{\text{object}} \cdot \gamma_{\text{water}} \quad \text{.....(2.4)}$$

หรือ

$$\rho_{\text{object}} = S_{\text{object}} \cdot \rho_{\text{water}} \quad \text{.....(2.5)}$$

โดยที่ $\gamma_{\text{object}} = \text{น้ำหนักจำเพาะของสาร} (\text{N/m}^3)$

$$\begin{aligned}
 S_{\text{object}} &= \text{น้ำหนักจำเพาะของน้ำ (N/m)} \\
 \gamma_{\text{water}} &= \text{ความถ่วงจำเพาะของสาร (ไม่มีหน่วย)} \\
 \rho_{\text{object}} &= \text{ความหนาแน่นของสาร (kg/m}^3\text{)} \\
 \rho_{\text{water}} &= \text{ความหนาแน่นของน้ำ (kg/m}^3\text{)}
 \end{aligned}$$

สำหรับของไหลที่อยู่นิ่งจะ ไม่มีความเค้นเฉือนอยู่ในก้อนของไหล แต่จะมีแรงในแนวตั้ง จากความดันเท่านั้น เมื่อมีแรง F เป็นแรงกระทำสม่ำเสมอตลอดทั่วหน้าตัด A แล้วความดันมีค่าดัง สมการ

$$P = \frac{F}{A} \quad \dots\dots\dots(2.6)$$

เนื่องจากของไหลอยู่นิ่งนั้น ไม่มีความเค้นเฉือน แต่จะมีแรงที่เกิดจากความดันในแนวตั้ง จากกับผิวเท่านั้น ดังนั้นความดันที่จุดใด ๆ ในของไหลที่อยู่นิ่งกับที่จึงมีขนาดเท่ากัน อีกทั้งจะต้อง อยู่ในสภาวะสมดุลใน สำหรับในแนวตั้งเมื่อรวมแรงที่กระทำตามกฎหมายของนิวตันข้อที่ 1 จะได้

$$\frac{dp}{dz} = \gamma \quad \dots\dots\dots(2.7)$$

จะได้
$$P = \gamma \cdot z \quad \dots\dots\dots(2.8)$$

จากสมการที่ 2.2 และ 2.8

จะได้
$$P = \rho \cdot g \cdot z \quad \dots\dots\dots(2.9)$$

2.1.2 การคำนวณท่อในระบบ

การไหลแบบ Steady flow ของของไหลที่ไม่อัดตัว (ความหนาแน่น(ρ)ไม่เปลี่ยนแปลง ตามความดัน (P)) เมื่อพิจารณาตามเส้นทางการไหลที่จุด 2 จุดจะพบว่า

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma = \text{constan t} \quad \dots\dots\dots(2.10)$$

โดยที่ γ_1, γ_2 = น้ำหนักจำเพาะของสารที่ตำแหน่งที่ 1 และ 2 ตามลำดับ

สมการพลังงานที่ใช้อธิบายการไหลแบบนี้ คือ สมการเบอร์นูลลี (Bernoulli 's Equation)

$$\left(\frac{P}{\gamma} + \frac{v^2}{2 \times g} + z \right) = \text{constan t} \quad \dots\dots\dots(2.11)$$

สำหรับระบบที่คิดการสูญเสียตามเส้นทางการไหล และมีปั๊มภายในระบบ สมการที่ใช้อธิบายคือ

$$\left(\frac{P_1}{\gamma} + \frac{v^2}{2 \times g} + z_1 + h_{\text{Pump}} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v^2}{2 \times g} + z_2 + h_{\text{loss}} \right) \quad \dots\dots(2.12)$$

โดยที่ h_{Pump} = ค่าความสูงเทียบเท่าความดันของปั๊ม (m)

h_{Loss} = ค่าความสูงเทียบเท่าความดันของการสูญเสียในระบบ ซึ่งเกิดจากสาเหตุดังต่อไปนี้

การสูญเสียที่เกิดจากท่อตรง สามารถคำนวณได้จากสมการ

$$h_{\text{loss}} = \frac{f \times L}{D} \times \frac{v^2}{2 \times g} \quad \dots\dots(2.13)$$

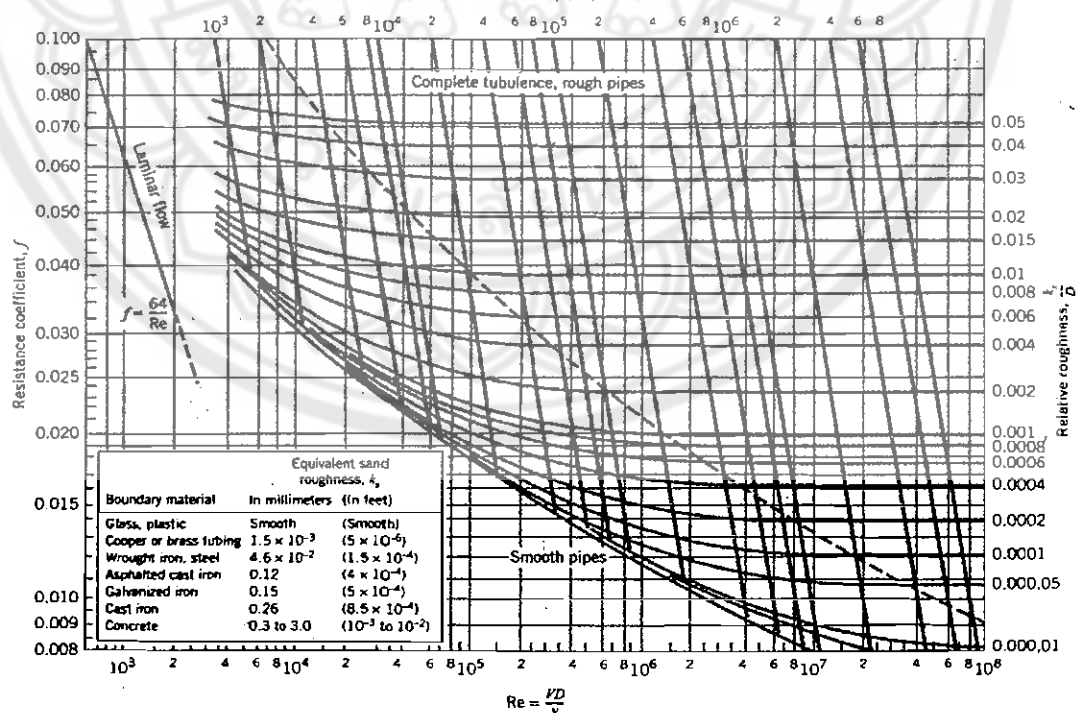
โดยที่ L = ความยาวท่อ(m)

D = เส้นผ่านศูนย์กลางท่อน้ำ(m)

v = ความเร็วของของไหลในท่อ $\left(\frac{m}{s}\right)$

f = สัมประสิทธิ์ความเสียดทานภายในท่อสามารถอ่านได้จากกราฟ 2.1

$$Re^{1/2} = \frac{D^{3/2} (2gh)^{1/2}}{v \cdot L}$$



กราฟ 2.1 แสดงค่าสัมประสิทธิ์แรงต้าน Resistance coefficient (f)

การสูญเสียที่เกิดจากข้อต่อ สามารถดูได้จากตารางในภาคผนวก ข.

2.1.3 การคำนวณอัตราการไหล

ในของไหลที่มีความเร็วเฉลี่ย (u) ซึ่งของไหลสามารถมีการเปลี่ยนแปลงค่าความเร็วได้ตามพื้นที่หน้าตัดในลักษณะต่างๆ ผลรวมของของไหลผ่านพื้นที่หน้าตัดเล็กๆ สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$Q = \int_A u \cdot dA = v \cdot A \quad \dots\dots\dots(2.14)$$

2.2 ทฤษฎีของแข็ง

2.2.1 คุณสมบัติของของแข็ง

ของแข็ง คือ สสารที่มีจำนวนมวล และมีรูปร่างแน่นอน ในทางวิศวกรรมจะอาศัยความรู้ด้านกลศาสตร์ของแข็งในการออกแบบโครงสร้างของชิ้นงาน ซึ่งคุณสมบัติของของแข็งที่ใช้ในการออกแบบมีดังนี้

ความเค้น (Stress) คือแรงที่กระทำต่อพื้นที่หน้าตัดที่รับแรง สามารถแบ่งได้ 3 ชนิดคือ

ความเค้นดึง (Tensile stress; σ_t) สามารถคำนวณได้จากสมการ

$$\sigma_t = \frac{F}{A} \quad \dots\dots\dots(2.15)$$

ความเค้นกด (Compression stress; σ_c) สามารถคำนวณได้จากสมการ

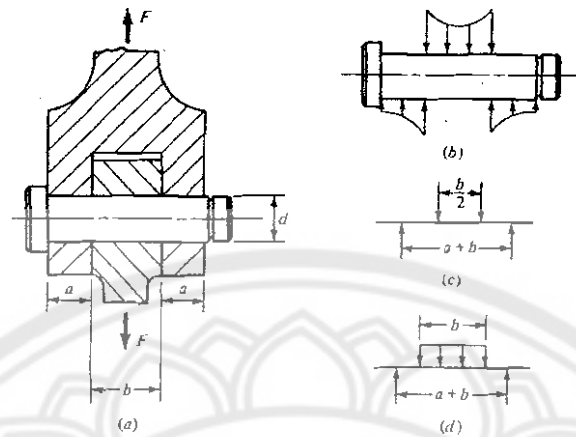
$$\sigma_c = \frac{F}{A} \quad \dots\dots\dots(2.16)$$

ความเค้นเฉือน (Shear stress; τ) สามารถคำนวณได้จากสมการ

$$\tau = \frac{F_{\text{Shear}}}{A} \quad \dots\dots\dots(2.17)$$

ถ้าพื้นที่หน้าตัดของชิ้นงานที่รับแรงเฉือนมีมากกว่าหนึ่งแห่งดังเช่นรูป 2.1 มี 2 จุดที่รับแรงเฉือน พื้นที่รับแรงเฉือนสามารถคำนวณได้จากสมการ

$$A_{\text{shear}} = 2 \times A \quad \dots\dots\dots(2.18)$$



รูป 2.1 แสดงพื้นที่หน้าตัดรับแรงเฉือน

คุณสมบัติที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งคือ แรงเฉือนคราก (Yield strength in shear) สามารถคำนวณได้จากสมการ

$$\tau_y = 0.6 \times \sigma_y \quad \dots\dots\dots(2.19)$$

โดยที่ τ_y = ความเค้นเฉือนสูงสุดที่ไม่ทำให้วัสดุเกิดความเสียหาย (Pa)
 σ_y = ความเค้นสูงสุดที่ไม่ทำให้วัสดุเกิดความเสียหาย (Pa)

2.2.2 การออกแบบคาน

คาน(Beam) คือ ชิ้นส่วนรับแรงในแนวตั้ง ซึ่งจะเกิดความเสียหายเนื่องจาก แรงเฉือน, ความเค้นดัด และการยุบตัว สิ่งต่างๆเหล่านี้จะใช้เป็นข้อจำกัดในการออกแบบ แรงเฉือน ของเหล็ก โครงสร้างสามารถคำนวณได้จากสมการที่ 2.17 ความเค้นดัดสูงสุดเกิดที่ผิวนอกสุดของคานที่ ตำแหน่งที่โมเมนต์ดัด (Bending moment(σ_b)) มีค่าสูงสุด ซึ่งสามารถคำนวณได้จากสมการ

$$\sigma_b = \frac{M \times c}{I} \quad \dots\dots\dots(2.20)$$

โดยที่

σ_b = โมเมนต์ดัดสูงสุด

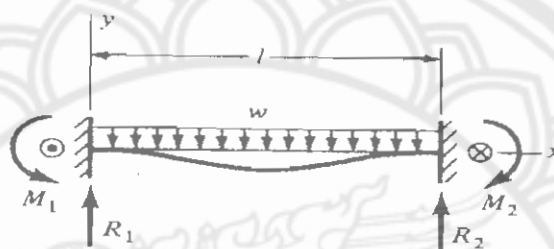
M = โมเมนต์ดัด

c = ระยะจากแกนสะเทิน (neutral axis) ไปยังผิวนอกสุด

I = โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่

ค่าโมเมนต์บิด (M) และแรงเฉือน (F_{Shear}) มีขั้นตอนการคำนวณดังนี้

1. ใช้วิธี Superposition แยกแรงกระทำแต่ละแรงให้เป็น แรงกระทำ 1 แบบ ต่อ คาน 1 อัน
2. ใช้วิธี Double – Integration คำนวณหาระยะโค้งตัว ,ค่าความลาดเอียง ,โมเมนต์บิด แรงเฉือน และแรงกระจาย เมื่อรู้ค่าใดค่าหนึ่ง ,โมเมนต์บิด และแรงปฏิกิริยาที่เกิดขึ้นบน คานจะสามารถหาค่าอื่นๆ ได้ ซึ่งจากรูป 2.2 มีสมการดังนี้



รูป 2.2 แสดงแรงกระจายปลายคานยึดแน่น

$$-w(x) = E.I \frac{d^4 y}{dx^4} \quad \dots\dots\dots(2.21)$$

$$F_{\text{Shear}}(x) = E.I \frac{d^3 y}{dx^3} = -\int w(x) dx + c_1 \quad \dots\dots\dots(2.22)$$

$$M(x) = E.I \frac{d^2 y}{dx^2} = -\int dx \int w(x) dx + c_1 \cdot x + c_2 \quad \dots\dots\dots(2.23)$$

$$\theta(x) = E.I \frac{dy}{dx} = -\int dx \int dx \int w(x) dx + c_1 \cdot x^2 + c_2 \cdot x + c_3 \quad \dots\dots\dots(2.24)$$

$$E.I \cdot y = -\int dx \int dx \int dx \int w(x) dx + \frac{1}{6} \cdot c_1 \cdot x^3 + \frac{1}{2} \cdot c_2 \cdot x^2 + c_3 \cdot x + c_4 \quad \dots\dots\dots(2.25)$$

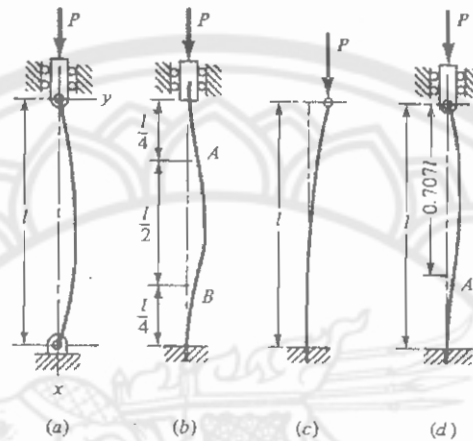
แรงเฉือนที่เกิดขึ้นบนคานสำหรับเหล็กโครงสร้าง สามารถคำนวณได้ดังสมการ

$$\tau_{\text{max}} = \frac{F_{\text{Shear}}}{A_{\text{web}}} \quad \dots\dots\dots(2.26)$$

โดยที่ A_{web} = พื้นที่หน้าตัดของเหล็กโครงสร้าง

2.2.3 การออกแบบเสา

เสาทำหน้าที่รับแรงกดในแนวแกน ถ้ามีแรงไม่มากเสาที่เรียวยาวจะไม่เกิดความเสียหาย แต่ถ้าเพิ่มแรงมากขึ้นเสาก็เกิดการโก่งงอความดันที่เกิดขึ้นในเสานั้นก็จะเริ่มเกิดการโก่งงอ อาจต่ำกว่าความเค้นใช้งาน ดังนั้นการออกแบบจึงจำกัดแรงที่ทำให้เกิดการโก่งงอแทนการจำกัดความเค้น



รูป 2.3 แสดงการยึดเสาดังวิธีต่างๆ

ค่าความยาวสมมูล (Equivalent length; L_e) ขึ้นอยู่กับลักษณะของปลายชิ้นงานที่ยึดอยู่ดัง

รูป 2.3

รูป 2.3 (a) ปลายยึดแบบธรรมดา (SS : Simple Support) $L_e = 1$ (2.27)

รูป 2.3 (b) ปลายยึดแน่นสองข้าง (CC : Clamped) $L_e = 0.5 \cdot l$ (2.28)

รูป 2.3 (c) ปลายยึดแบบธรรมดา - ยึดแน่น

(SC : Supported - Clamped) $L_e = 0.707 \cdot l$ (2.29)

รูป 2.3 (d) ปลายยึดแน่น - อิสระ (CF : Clamped - Free) $L_e = 2 \cdot l$ (2.30)

การคำนวณเสาคำนวณอัตราส่วนความเพียวของเสา (Slenderness ratio) จากสม

การ

$$\text{อัตราส่วนความเพียวของเสา} = \frac{L_e}{k} \quad \text{.....(2.30)}$$

$$\text{จาก} \quad \text{รัศมีจอร์จัน (k)} = \left(\frac{I}{A} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{.....(2.31)}$$

โดยที่ $I =$ โมเมนต์ความเฉื่อย (m^4)

$L_e =$ ค่าความยาวสมมูล (m)

เมื่อ $\frac{L_e}{k} > 115$ จะใช้สูตรออยเลอร์ คำนวณแรงที่เสาสามารถรับได้โดยไม่เสียหาย ดังสมการ

$$F = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot A}{N \cdot \left(\frac{L_e}{k}\right)^2} \quad \text{.....(2.32)}$$

$$F = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{N \cdot (L_e)^2} \quad \text{.....(2.33)}$$

เมื่อ $40 < \frac{L_e}{k} \leq 115$ จะใช้สูตรจอห์นสัน คำนวณหาแรงที่เสารับได้โดยไม่เสียหาย ดังสมการ

$$F = \frac{\sigma_y \cdot A}{N} \left(1 - \frac{\sigma_y \cdot \left(\frac{L_e}{k}\right)^2}{4 \pi^2 \cdot E} \right) \quad \text{.....(2.34)}$$

2.3 การกำหนดค่าความปลอดภัย

ค่าความปลอดภัย คือ ตัวเลขที่นำไปหารค่าความต้านแรงดึง หรือแรงดึงครากของวัสดุเพื่อให้ได้ความเค้นใช้งาน (Work stress) หรือเรียกอีกอย่างว่า ความเค้นออกแบบ (Design stress) สามารถคำนวณได้ดังสมการที่ 2.35 และ 2.36 สามารถดูคำแนะนำได้จากตาราง 2.1

$$\text{Safety_factor} = \frac{\text{Yield_stress}}{\text{Design_stress}} \quad \text{.....(2.35)}$$

$$\text{Safety_factor} = \frac{\text{Yield_Strength}}{\text{Design_force}} \quad \text{.....(2.36)}$$

ชนิดของแรง	เหล็กเหนียวและโลหะเหนียว		เหล็กหล่อและโลหะเปราะ
	Ny	Nu	Nu
แรงอยู่นิ่ง	1.5 - 2.0	3.0 - 4.0	5.0 - 6.0
แรงซ้ำทิศทางเดียว หรือ แรงกระแทกเล็กน้อย	3	6	7.0 - 8.0
แรงซ้ำสองทิศทาง หรือ แรงกระแทกเล็กน้อย	4	8	10.0 - 12.0
แรงกระแทกอย่างหนัก	5.0 - 7.0	10.0 - 15.0	15 - 20

ตาราง 2.1 ค่าความปลอดภัย(ที่มา : การออกแบบเครื่องจักรกล 1)

2.4 ระบบควบคุมอัตโนมัติ

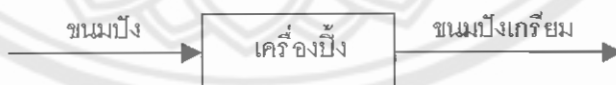
ระบบควบคุมอัตโนมัติคือ ระบบที่สามารถที่สามารถควบคุมการทำงานของกระบวนการต่างๆ ให้มีการทำงานเป็นไปตามเงื่อนไขที่ผู้ออกแบบระบบต้องการ โดยระบบควบคุมจะทำหน้าที่ควบคุมกระบวนการให้สร้างผลลัพธ์ออกมาตามเป้าหมายที่เราต้องการและคอยปรับกระบวนการเพื่อลดความผิดพลาดที่จะเกิดขึ้น เมื่อมีปัจจัยภายนอกกระทบการทำงานของระบบ เช่น ระบบทำความเย็น การควบคุมให้ระบบสร้างอุณหภูมิของพื้นที่ทำความเย็นให้เป็นไปตามอุณหภูมิที่ตั้งไว้ และคอยควบคุมอุณหภูมิให้คงที่ในช่วงที่ยอมรับได้ แม้ว่าจะมีการถ่ายเทความร้อนจากสิ่งแวดล้อมสู่พื้นที่ทำความเย็น โดยที่เราไม่ต้องคอยเปิด-ปิด เครื่องทำความเย็นบ่อยๆ เป็นต้น

2.4.1 ชนิดของระบบควบคุม

ระบบควบคุมสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ระบบคือ ระบบควบคุมแบบวงเปิด (open-loop control systems) และระบบควบคุมแบบวงปิด (closed-loop control systems)

ระบบควบคุมแบบวงเปิด

ระบบควบคุมแบบวงเปิด เป็นระบบควบคุมซึ่งไม่มีการเปรียบเทียบระหว่างสิ่งที่ต้องการกับสิ่งที่ได้ออกมาจากระบบ เช่น เครื่องปิ้งขนมปัง มีจุดมุ่งหมายเพื่อให้ได้ขนมปังที่มีความเกรียมตามต้องการโดยดูจากสีของขนมปัง ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับระยะเวลาและปริมาณความร้อนที่ให้แก่ขนมปัง บริษัทผู้ผลิตจะประมาณระยะเวลาการให้ความร้อนเอาไว้โดยการใช้เครื่องจับเวลา เพื่อที่จะให้ได้ขนมปังที่มีสีน้ำตาลอ่อน-ปานกลาง-แก่ นั่นคือ “ดี” ตามต้องการ สัญญาณป้อนเข้าคือขนมปัง สัญญาณออกคือขนมปังเกรียม แต่ไม่มีการเปรียบเทียบระหว่างสีของขนมปังที่ได้กับที่ต้องการ จึงจัดได้เป็นระบบควบคุมแบบวงเปิด สามารถเขียนเป็นบล็อกไดอะแกรมได้ดังรูปที่ 2.4



รูป 2.4 บล็อกไดอะแกรมของระบบเครื่องปิ้งขนมปัง

ระบบควบคุมแบบวงปิด

ในระบบการควบคุมแบบวงปิดจะมีการเปรียบเทียบค่าระหว่างสิ่งที่ได้กับสิ่งที่ต้องการ ผลต่างระหว่างสองสิ่งนี้เรียกว่า ความผิดพลาดของระบบ (Error) ซึ่งจะถูกนำมาใช้เป็นสัญญาณส่งไปยังตัวควบคุม (Controller) เพื่อที่จะแก้ไขให้สิ่งที่ได้เข้าใกล้กับสิ่งที่ต้องการมากที่สุด จะเห็นว่าใน

ระบบนี้มีการป้อนกลับ (Feedback) ทำให้วงจรของระบบควบคุมเป็นวงปิด ในระบบนี้สัญญาณออกยังมีชื่อเรียกว่า ตัวแปรควบคุม (Controlled variable) และสัญญาณป้อนเข้าเรียกว่า ตัวแปรอ้างอิง (Reference variable) อีกด้วย ข้อแตกต่างอันสำคัญจากระบบวงจรเปิดก็คือ “มีการเปรียบเทียบ” ซึ่งทำให้ระบบมีความสามารถในการให้สัญญาณออกใกล้เคียงกับค่าที่ต้องการได้อย่างอัตโนมัติ หลักการของระบบควบคุมวงปิดมีชื่อเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า ระบบควบคุมแบบป้อนกลับ (Feedback control system) ยกตัวอย่างเช่นการขับรถยนต์ มีจุดประสงค์ของการควบคุมคือ บังคับรถยนต์ให้วิ่งอยู่ในช่องรถวิ่งตามต้องการ คนขับจะเปรียบเทียบระหว่างตำแหน่งของรถยนต์และช่องรถวิ่งซึ่งเป็นสัญญาณป้อนเข้าโดยสายตา ความแตกต่างระหว่างตำแหน่งที่ได้จะเป็นสัญญาณส่งไปยังสมองและต่อไปยังมือ เพื่อบังคับรถยนต์ให้วิ่งไปในช่องทางที่ต้องการ ในระบบนี้คนขับเป็นผู้ที่ทำให้เกิดวงป้อนกลับ ถ้าผู้ขับเกิดหลับตาเสีย ก็จะไม่มีการป้อนกลับและระบบจะกลายเป็นระบบวงเปิด



รูป 2.5 บล็อกไดอะแกรมของการขับรถยนต์

2.4.2 คุณภาพของระบบควบคุมที่ต้องการ

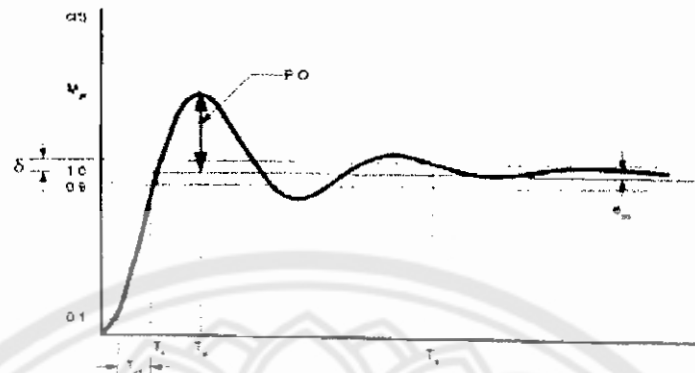
การพิจารณาว่าระบบควบคุมมีคุณภาพดีหรือไม่นั้น สามารถพิจารณาโดยเปรียบเทียบการตอบสนองของระบบในสามด้านหลักคือ

ความแม่นยำ (Accuracy) ของระบบในการควบคุมกระบวนการให้ได้ผลลัพธ์ตรงกับความต้องการมากที่สุด หรือมีค่าความผิดพลาดน้อยที่สุด

ความรวดเร็ว (Speed) หรือเวลาในการทำให้ระบบเข้าสู่สภาพที่ต้องการ โดยระบบที่มีคุณภาพดีนั้น ควรใช้เวลาน้อยที่สุดในการปรับกระบวนการให้เข้าสู่ผลลัพธ์ที่ต้องการ

เสถียรภาพ (Stability) ของระบบ ซึ่งก็คือ ความสามารถในการควบคุมกระบวนการให้ดำเนินไปตามปกติ หรือปรับให้ผู้ควบคุมเดิมภายหลังการถูกรบกวนจากสภาพแวดล้อมภายนอก

โดยทั่วไป การออกแบบระบบควบคุมนั้น จะพิจารณาค่าการตอบสนองของระบบ ซึ่งสามารถอ้างอิงได้จากการตอบสนองของระบบอันดับที่สองตามรูปที่ 2.6 ซึ่งผู้ออกแบบจะต้องทำการกำหนดขึ้นเพื่อใช้ในการออกแบบระบบควบคุมที่ต้องการ คือ



รูป 2.6 การตอบสนองทั่วไปของระบบอันดับที่สอง

ความผิดพลาดในภาวะคงตัว

ความผิดพลาดสม่ำเสมอหมายถึง ค่าความแตกต่างระหว่างค่าจริงกับค่าคาดหวังเมื่อระบบได้ดำเนินไปเป็นระยะเวลาหนึ่งซึ่งทำให้ระบบมีการทำงานค่อนข้างคงที่ และเนื่องจากระบบที่ออกแบบจะต้องให้ความถูกต้องจนถึงพิกัดที่เหมาะสมแต่ละชนิด การที่ระบบที่มีความละเอียดมากเกินไปจะทำให้ค่าใช้จ่ายในการสร้างระบบสูงขึ้นโดยไม่จำเป็น นอกจากนี้ความเฉื่อย ความผิด และความไม่สมบูรณ์ของตัวชิ้นส่วนที่ประกอบขึ้นเป็นระบบ ทำให้ความผิดพลาดเป็นสิ่งที่หลีกเลี่ยงไม่ได้ ฉะนั้น ความผิดพลาดในภาวะสม่ำเสมอของระบบ e_{ss} จึงเป็นข้อกำหนดอันหนึ่งที่จะต้องวางเอาไว้

เปอร์เซ็นต์ส่วนเกิน (P.O.)

P.O. เป็นตัวบ่งชี้ถึงความผิดพลาดสูงสุดในขณะที่ระบบอยู่ในสถานะชั่วขณะ (transient state) ซึ่งสามารถหาได้จาก $P.O. = \frac{A}{B} \times 100$ ค่า P.O. เป็นตัววัดถึงเสถียรภาพของระบบค่าหนึ่ง คือ ถ้าระบบมี P.O. สูง แสดงว่าระบบมีการแกว่งออกจาก Setpoint มากทำให้เสถียรภาพของระบบต่ำ ซึ่งโดยทั่วไปแล้วค่าสูงสุดของ P.O. ไม่ควรเกิน 30 เปอร์เซ็นต์

เวลาที่ค่าตอบสนองสูงสุด (Peak time)

เวลาที่ค่าตอบสนองสูงสุด T_p เป็นเวลาที่ระบบใช้ในการตอบสนองจนถึงค่าสูงสุด ซึ่งเป็น การบอกถึงความรวดเร็วของการตอบสนอง ถ้า T_p มีค่าน้อยก็แสดงว่าระบบมีการตอบสนองที่เร็วมาก

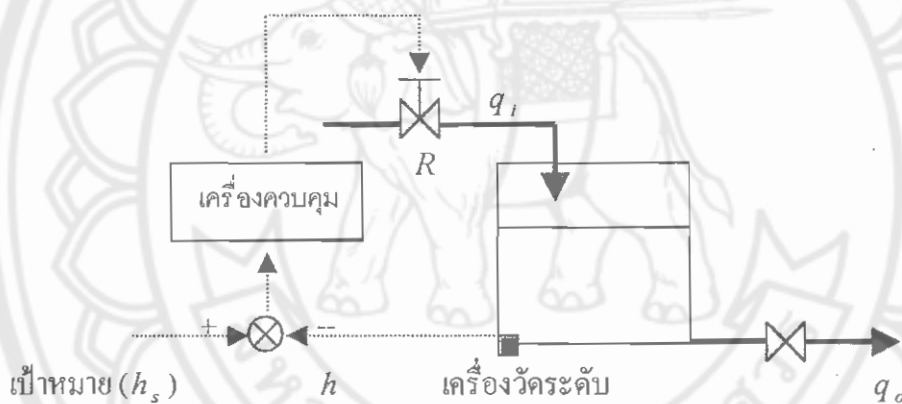
Rise Time

Rise time T_r เป็นระยะเวลาที่ระบบให้การตอบสนองจนกระทั่งถึงค่าที่ต้องการครั้งแรก ในกรณีของระบบที่แค้มป์มาก Rise time จะเท่ากับระยะเวลาที่การตอบสนองเพิ่มขึ้นจากร้อยละ 10 ไปจนถึงร้อยละ 90 ของค่าที่ต้องการ

เวลาคงตัว (Setting Time)

เวลาคงตัว T_s หมายถึงระยะเวลาที่ต้องการเพื่อให้การตอบสนองของระบบแกว่งอยู่ภายใต้เงื่อนไขที่ผู้ออกแบบสามารถยอมรับได้ ซึ่ง โดยทั่วไปยอมรับให้แกว่งในช่วง $\pm 5\%$ ของ Setpoint

2.4.3 ระบบควบคุมระดับของเหลว



รูป 2.7 การควบคุมระดับของเหลว

ระบบควบคุมระดับของเหลวที่แสดงในรูปที่ 2.7 ประกอบด้วยเครื่องวัดระดับซึ่งทำหน้าที่อ่านค่าระดับ และส่งสัญญาณสู่ตัวเปรียบเทียบค่า เพื่อทำการเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างค่าระดับของเหลวในถัง (h) และเป้าหมาย (h_s) จากนั้นตัวเปรียบเทียบค่าจะส่งสัญญาณของค่าความแตกต่างที่ได้สู่เครื่องควบคุม เครื่องควบคุมจะทำการประมวลผลและส่งสัญญาณไปทำการเปิด-ปิด วาล์วขาเข้า เพื่อปรับอัตราการไหลเข้าของของเหลว ให้ได้ระดับของเหลวตามต้องการ ซึ่งเป็นการควบคุมแบบป้อนกลับ (Feed back control) โดยที่ระบบมีอัตราไหลเข้าและไหลออก (q_i และ q_o) ตามลำดับ วาล์วตรงส่วนของเหลวไหลเข้ามีความต้านทาน (R) อัตราการไหลออกขึ้นอยู่กับความสูงของระดับของเหลว (h) ถ้าถังมีพื้นที่หน้าตัดคงที่ (A) สมการที่แสดงถึงระบบนี้คือ

$$q_i - q_o = \Delta V = A \dot{h} \quad \dots\dots\dots (2.37)$$

สำหรับการต้านทานต่อการไหล (Hydraulic resistance) คือการเปลี่ยนของระดับที่ต้องการ จะให้เกิดการเปลี่ยนแปลงอัตราไหลหนึ่งหน่วย ฉะนั้น

$$R = \frac{dh}{dq_o} \quad \text{.....(2.38)}$$

และถ้าสมมติให้ความต้านทานนี้เป็นแบบเชิงเส้น ซึ่งสามารถใช้ได้เฉพาะกับการไหลแบบ ลามินาร์แล้ว

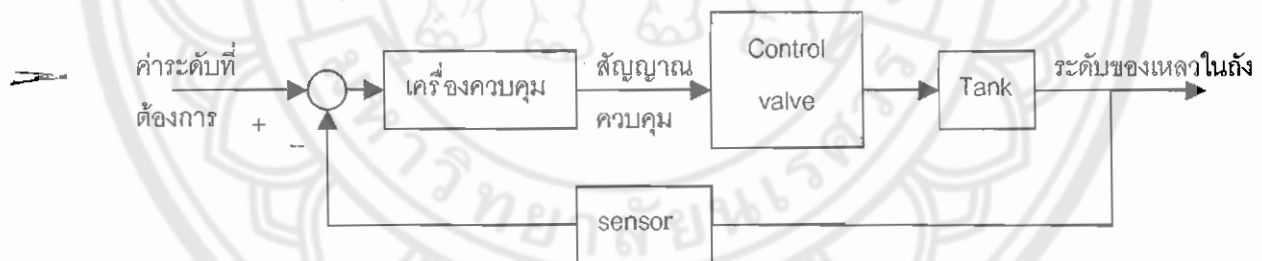
$$R = \frac{h}{q_i} \quad \text{.....(2.39)}$$

เมื่อแทนค่า q_i ลงในสมการที่ (2.1) จะได้สมการที่แสดงถึงระบบดังกล่าวตามต้องการคือ

$$\frac{h}{R} - q_o = Ah \quad \text{.....(2.40)}$$

$$\text{หรือ} \quad h - RAh = Rq_o \quad \text{..... (2.41)}$$

จากรูปที่ 2.8 จะสามารถเขียนบล็อกไดอะแกรมแสดงการทำงานของระบบควบคุมระดับของเหลวดังรูปที่ 2.7

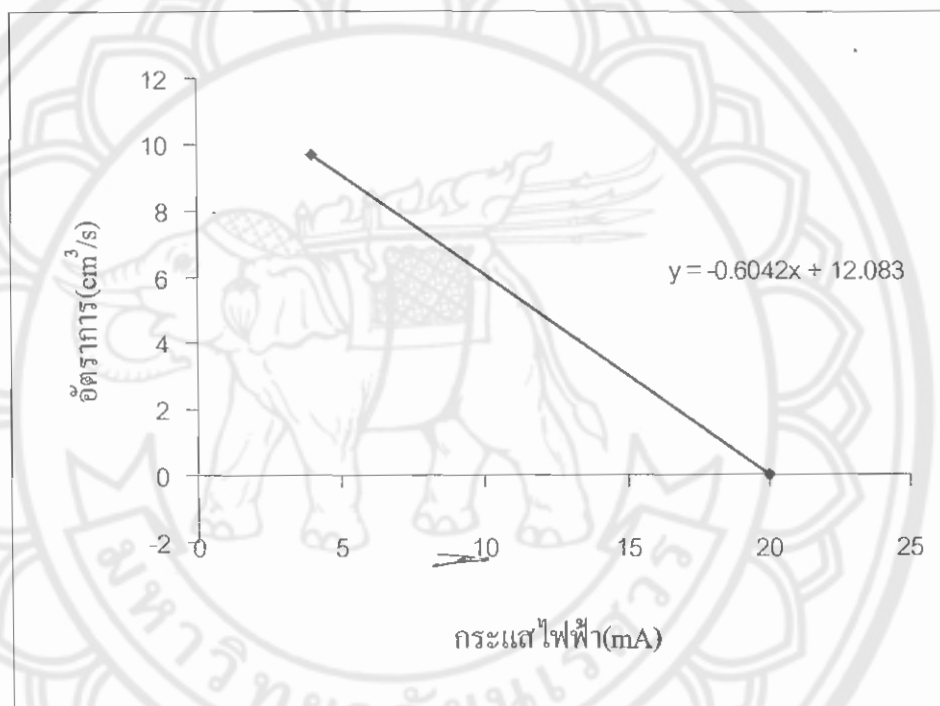


รูป 2.8 บล็อกไดอะแกรมแสดงการทำงานของระบบควบคุมระดับของเหลว

จากรูปที่ 2.8 เมื่อเราป้อนค่าระดับที่ต้องการเข้าสู่ระบบ เครื่องควบคุมจะทำการประมวลผล แล้วส่งสัญญาณควบคุมไปควบคุมการปิด-เปิดของ Control valve เพื่อปรับอัตราการไหลของน้ำเข้าสู่ถัง เพื่อควบคุมระดับของของเหลวในถัง ในขณะเดียวกัน เครื่องวัดระดับจะอ่านค่าของระดับของเหลวในถังเพื่อนำกลับมาเปรียบเทียบกับค่าที่ป้อนเข้าสู่ระบบ แล้วส่งสัญญาณสู่เครื่องควบคุมอีกครั้ง

2.4.4 วาล์วควบคุมการไหล (Control valve)

การทำงานของวาล์วควบคุมอัตราการไหล กำหนดให้ทำงานเป็นเชิงเส้นกับกระแสไฟฟ้าที่สั่งงาน จากแคตตาล็อก (Catalog) ของบริษัท (สามารถดูได้จากภาคผนวก ก.) การทำงานของวาล์วควบคุมทำงานแบบ Air to close หมายความว่า เมื่อวาล์วได้รับสัญญาณเป็นกระแสไฟฟ้าน้อยกว่าเท่ากับ 4 mA จะเปิดวาล์วให้มีอัตราการไหลสูงสุด และเมื่อวาล์วควบคุมการไหลได้รับสัญญาณเป็นกระแสไฟฟ้ามากกว่าเท่ากับ 20 mA วาล์วจะปิดกั้นไม่ให้เกิดการไหล การทำงานของวาล์วควบคุมสามารถดูได้จากกราฟ 2.2



กราฟ 2.2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง กระแสไฟฟ้า กับอัตราการไหล
ของวาล์วควบคุมอัตโนมัติ

จากกราฟ 2.2 สมการของกราฟคือ

$$y = -0.6042 \cdot x + 12.083 \quad \dots\dots\dots(2.42)$$

โดยที่ y คือ อัตราการไหลของวาล์ว (cm³/s)
x คือ กระแสไฟฟ้าที่ป้อนให้กับวาล์ว (mA)

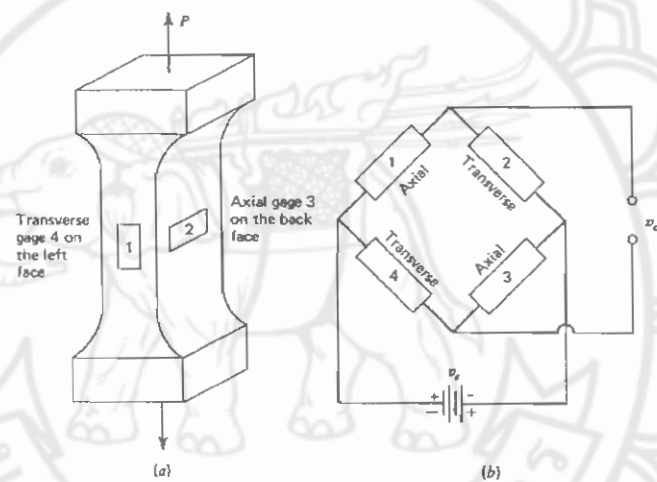
แต่ในการทำงานของระบบจะทำที่อัตราการไหล (50% ของอัตราการไหลสูงสุดของปี้ม)
จะได้สมการของวาล์วควบคุมดังสมการ 2.42

2.4.5 เซนเซอร์ (Sensor)

เซนเซอร์ ทำหน้าที่ แปลงค่าระดับน้ำในถังแสดงระดับน้ำ เป็นค่าความต่างศักย์เพื่อให้ PI Controller ประมวลต่อไป การทำงานของ Link – Type load cell คล้ายกับการทำงานของ Strain gage ซึ่งมีลักษณะดังรูป 2.9 เซนเซอร์สามารถรับแรงดึง และแรงกด

หลักการทำงาน

ตำแหน่งของ Strain gages ทั้ง 4 ตัวจะถูกวางในทิศทาง Axial 2 ตัว ส่วนอีก 2 ตัว จะถูกวางในทิศทาง Transverse ของวงจร Wheat stone bridge แสดงดังรูป 2.9



รูป 2.9 แสดงวงจร Wheat stone bridge

เมื่อมีแรง P กระทำบน Sensor ไม่ว่าจะเป็นทิศทาง Axial (ϵ_a) และทิศทาง Transverse (ϵ_t) ได้ดังสมการ

$$\epsilon_a = \frac{P}{A \cdot E} \quad \dots\dots\dots(2.43)$$

$$\epsilon_t = -\frac{V \cdot P}{A \cdot E} \quad \dots\dots\dots(2.44)$$

โดยที่ V คืออัตราส่วน Poisson สำหรับวัสดุของ Sensor

การตอบสนอง

การตอบสนองของเซนเซอร์ จะเกิดขึ้นเมื่อมีแรงมากระทำ สามารถแสดงได้ดัง

สมการ

$$\frac{\Delta R_1}{R_1} = \frac{\Delta R_3}{R_3} = S_g \cdot \epsilon_a = \frac{S_g \cdot P}{A \cdot E} \quad \text{.....(2.45)}$$

$$\frac{\Delta R_2}{R_2} = \frac{\Delta R_4}{R_4} = S_g \cdot \epsilon_{ta} = -\frac{v \cdot S_g \cdot P}{A \cdot E} \quad \text{.....(2.46)}$$

การ ความต่างศักย์ของวงจรที่ส่งออก (v_0) จากวงจร Wheatstone bridge สามารถแสดงได้ดังสมการ

$$v_0 = \frac{S_g \cdot P \cdot (1+v) \cdot v_s}{2 \cdot A \cdot E} \quad \text{.....(2.47)}$$

$$P = \frac{2 \cdot A \cdot E}{S_g \cdot (1+v) \cdot v_s} \cdot v_0 = c \cdot v_0 \quad \text{.....(2.48)}$$

จากสมการ 3.42 สามารถบอกได้ว่า แรง P เป็นสัดส่วนเชิงเส้น กับความต่างศักย์ที่ส่งออก ซึ่งค่าสัดส่วนเชิงเส้น (c) มีค่าดังสมการ

$$c = \frac{2 \cdot A \cdot E}{S_g \cdot (1+v) \cdot v_s} \quad \text{.....(2.49)}$$

การตอบสนองของเซนเซอร์รวมกับวงจร Wheatstone bridge ได้ดังสมการ

$$S = \frac{v_0}{P} = \frac{1}{c} = \frac{S_g \cdot (1+v) \cdot v_s}{2 \cdot A \cdot E} \quad \text{.....(2.50)}$$

การตอบสนองของเซนเซอร์ ขึ้นกับพื้นที่หน้าตัดของ Sensor (A) ,ค่าคงที่การยึดตัวของวัสดุที่ใช้นำมาผลิต (EและV) ,ปัจจัยอื่นๆ ของ Strain gage (S_g) ,ค่าความต่างศักย์แรงสูงสุดที่กระทำกับเซนเซอร์(P_{max}) สามารถคำนวณได้ เมื่อทราบพื้นที่หน้าตัดของเซนเซอร์ และความล้าของวัสดุที่ใช้ในการผลิตเซนเซอร์ ดังสมการ

$$P_{max} = S_f \cdot A \quad \text{.....(2.51)}$$

การตอบสนองของเซนเซอร์ สามารถคำนวณได้ โดยแทนสมการ 2.47 ลงในสมการ 2.48

ดังนั้นอัตราส่วนภาระสูงสุดสำหรับเซนเซอร์ $\left(\frac{v_0}{v_s}\right)_{\max}$ สามารถคำนวณดังสมการ

$$\left(\frac{v_0}{v_s}\right)_{\max} = \frac{S_g \cdot S_f \cdot (1 + \nu)}{2 \cdot E} \quad \dots\dots\dots(2.52)$$

วัสดุที่ใช้ในการผลิตเซนเซอร์ คือ เหล็ก AISI 4340 ซึ่งมีคุณสมบัติดังนี้

$$E = 30000 \text{ psi}$$

$$\nu = 0.3$$

$$S_f = 80000 \text{ psi}$$

$$S_g = 2$$

แทนค่าในสมการ 2.46 ให้ $\left(\frac{v_0}{v_s}\right)_{\max} = 3.47 \frac{mV}{V}$ จะได้ $\left(\frac{v_0}{v_s}\right)^* = 3 \frac{mV}{V}$ ที่ค่าภาระสูง

สุด ($P = P_{\max}$) เมื่อเราทราบค่า $\left(\frac{v_0}{v_s}\right)^*$ จะสามารถหาความสัมพันธ์ของแรง P ที่กระทำกับ

Sensor ได้ดังสมการ

$$P = \frac{\frac{v_0}{v_s}}{\left(\frac{v_0}{v_s}\right)^*} \times P_{\max} \quad \dots\dots\dots(2.53)$$

แทนค่าสมการที่ 2.9 ลงในสมการที่ 2.47

$$h_x = \frac{\left(\frac{v_0}{v_s}\right)}{\left(\frac{v_0}{v_s}\right)^*} \times h_{\max} \quad \dots\dots\dots(2.54)$$

ความต่างศักย์ของวงจรใน Load cell ประมาณ 10 V. ซึ่งความต่างศักย์ที่ส่งออกมาสามารถอ่านได้จาก Digital Voltmeter หรือถ้าเป็นสัญญาณคลื่นสามารถแสดงบน Oscilloscope

จากสมการ 2.50 ทำการจัดรูปสมการใหม่ได้ดังสมการ

$$v_0 = \frac{v_s \cdot \left(\frac{v_0}{v_s} \right)}{h_{\max}} \cdot h_x \quad \dots\dots\dots(2.55)$$

จากสมการ 2.51 เมื่อแทนค่า

$$v_s = 10V.$$

$$\left(\frac{v_0}{v_s} \right)^* = 3$$

$$h_{\max} = 50\text{cm}$$

จะได้

$$v_0 = \frac{10 \cdot 3}{50} \cdot h_x \quad \dots\dots\dots(2.56)$$

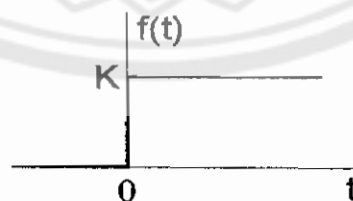
ดังนั้นสมการของวาล์วควบคุมการไหล คือ

$$v_0 = 0.6 \cdot h_x \quad \dots\dots\dots(2.57)$$

2.4.6 การศึกษาการตอบสนองของระบบ

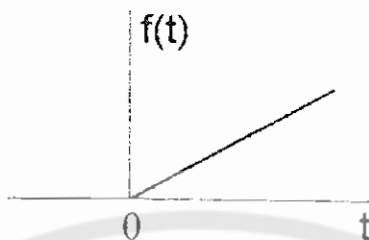
การศึกษาการตอบสนองของระบบสามารถทำได้โดยการพิจารณาผลของสัญญาณป้อนเข้าต่อผลลัพธ์ที่ต้องการ โดยสัญญาณป้อนเข้าที่นิยมใช้มี 3 ชนิดคือ

สัญญาณคงที่ (Step input) ซึ่งมีรูปแบบของขนาดสัญญาณสัมพันธ์กับเวลาดังรูป 2.11



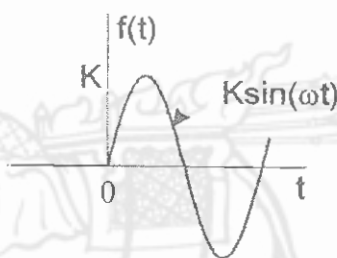
รูป 2.10 สัญญาณเข้าแบบคงที่

สัญญาณเชิงเส้น (Ramp input) เป็นสัญญาณป้อนเข้าซึ่งมีค่าเพิ่มขึ้นเป็นเส้นตรงที่มีความชันคงที่ ดังรูป 2.11



รูป 2.11 สัญญาณเข้าแบบเชิงเส้น

สัญญาณไซน์ (Sinusoidal input) มีรูปแบบสัญญาณต้นไปมาเป็นฟังก์ชันในรูปของ $\sin \omega t$



รูป 2.12 สัญญาณเข้าแบบไซน์

ลักษณะการตอบสนองของระบบจะขึ้นอยู่กับชนิดของระบบ ซึ่งมีการตอบสนองของระบบเป็น 2 แบบที่พบบ่อยคือ

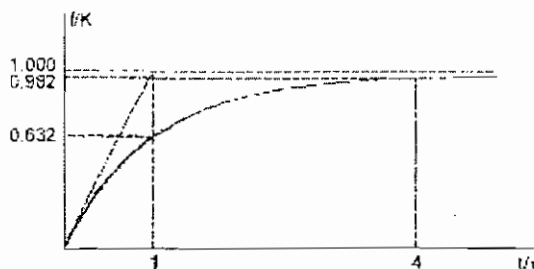
2.4.6.1 ระบบอันดับที่หนึ่ง (First-order System)

นิสมการทั่วไปของการตอบสนองต่อสัญญาณป้อนเข้าคงที่เป็น

$$f = K(1 - e^{-t/\tau}) \quad \dots\dots\dots(2.58)$$

โดยที่ f เป็นสัญญาณออก และ K เป็นค่าสถานะสม่ำเสมอของระบบ (Steady state) ดังรูป

2.13



รูป 2.13 การตอบสนองทั่วไปของระบบอันดับที่หนึ่ง

จากรูป 2.13 จะเห็นได้ว่าระบบอันดับที่หนึ่งมีการเปลี่ยนแปลงเข้าสู่ค่าที่ต้องการ (Setpoint) แบบเอกโปเนนเชียล (Exponential) ซึ่งเป็นไปตามสมการที่ 2.58 ซึ่งคุณภาพของระบบอันดับที่หนึ่ง มักจะพิจารณาจาก Rise time และ steady state error

2.4.6.2 ระบบอันดับที่สอง (Second-order system)

การตอบสนองของระบบอันดับที่สองนั้นขึ้นอยู่กับอัตราส่วนแดมป์ ξ ซึ่งหมายถึง อัตราส่วนระหว่างแดมป์จริงของระบบ c ต่อค่าแดมป์ที่จะทำให้เกิดแดมป์วิกฤติ c_c นั่นคือ

$$\xi = \frac{c}{c_c} \quad \text{.....(2.59)}$$

การตอบสนองของระบบอันดับที่สองนั้นสามารถแบ่งการตอบสนองออกเป็น 4 กรณี คือ

$$f = e^{-\xi\omega_n t} (c_1 \sin \omega_d t + c_2 \cos \omega_d t) + K \quad \text{สำหรับ } \xi < 1 \quad \text{.....(2.60)}$$

$$f = e^{-\xi\omega_n t} (c_1 + c_2 t) + K \quad \text{สำหรับ } \xi = 1 \quad \text{.....(2.61)}$$

$$f = c_1 e^{p_1 t} + c_2 e^{p_2 t} + K \quad \text{สำหรับ } \xi > 1 \quad \text{.....(2.62)}$$

$$f = c_1 \sin \omega_n t + c_2 \cos \omega_n t + K \quad \text{สำหรับ } \xi = 0 \quad \text{.....(2.63)}$$

โดยที่

ω_n = ความถี่ธรรมชาติ

$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$ = ความถี่ธรรมชาติแดมป์

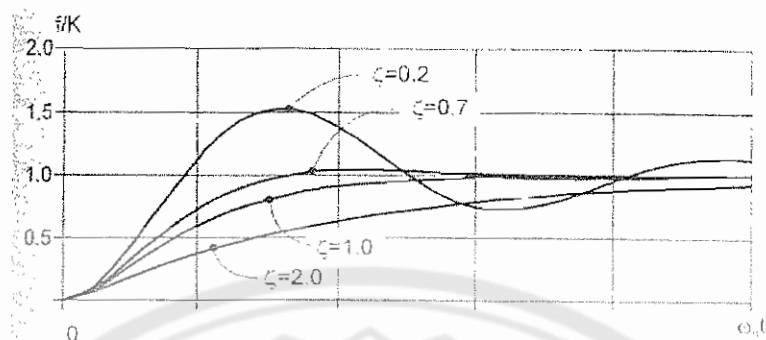
K = ค่าสถานะสมำเสมอของระบบ (Steady state)

$$P_1 = -\left[\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}\right]\omega_n$$

$$P_2 = -\left[\xi - \sqrt{\xi^2 - 1}\right]\omega_n$$

และ

C_2, C_1 = Amplitude ของสัญญาณตอบสนอง



รูป 2.14 การตอบสนองของระบบอันดับสอง

จากรูป 2.14 จะสามารถจำแนกการตอบสนองของระบบอันดับที่สองออกเป็น 2 แบบใหญ่ๆคือ แบบที่หนึ่ง ระบบจะมีพฤติกรรมการปรับตัวเองเข้าสู่ค่าที่ต้องการ(Setpoint) อย่างรวดเร็ว แต่จะมีการแกว่งรอบค่าที่ต้องการ (Setpoint) และแอมพลิจูดของการแกว่งจะลดลงเรื่อยๆจนเข้าสู่ค่าที่ยอมรับได้ในที่สุด สังเกตได้จากรูป 2.14 กรณีที่ค่า $\zeta = 0.2$ ส่วนแบบที่สองนั้น ระบบจะมีการปรับตัวเองเข้าสู่ค่าที่ต้องการช้ากว่าแบบแรกแต่จะไม่มีแกว่งรอบค่าที่ต้องการ (setpoint) ซึ่งจะสามารถสังเกตได้จากรูป 2.14 กรณีที่ค่า $\zeta = 0.7, 1.0$ และ 2.0 ซึ่งคุณภาพของระบบควบคุมอันดับที่สองมักจะพิจารณาจากค่าความผิดพลาดในสภาวะคงตัว, ค่าเวลาคงตัว และเปอร์เซ็นต์ส่วนเกิน

2.4.7 การควบคุมแบบต่างๆ

การควบคุมโดยทั่วไปมีหลายชนิด แต่การควบคุมที่นิยมใช้กันแพร่หลายในกระบวนการควบคุมอัตโนมัติ คือ การควบคุมแบบ PID คือการควบคุมโดยใช้สัญญาณควบคุมที่ได้จากการแปลงค่าความผิดพลาดที่วัดได้เป็นสัญญาณการควบคุม โดยแบ่งเป็น 3 รูปแบบคือ

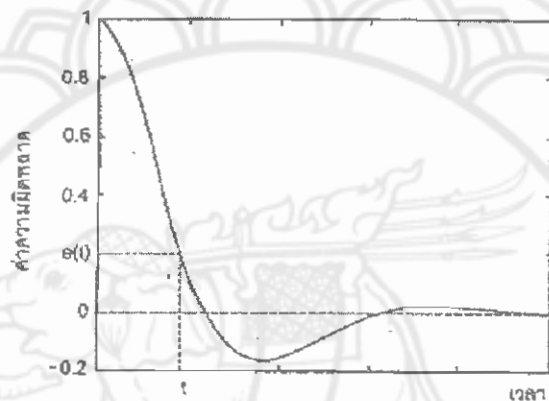
การควบคุมแบบอัตราส่วน หรือการควบคุมแบบ P (Proportional control) เป็นการควบคุมโดยใช้สัญญาณควบคุม ที่เป็นอัตราส่วนโดยตรงกับค่าความผิดพลาด ในการปฏิบัติการแก้ไขความผิดพลาด ดังรูป 2.15 ซึ่งมีสมการของสัญญาณควบคุมคือ

$$C(t) = K_p e(t) \quad \dots\dots\dots(2.64)$$

เมื่อ $C(t)$ คือ สัญญาณควบคุม

K_p คือ เกนหรือตัวคูณของการควบคุมแบบอัตราส่วน ซึ่งสามารถปรับให้เหมาะสมกับกระบวนการที่ทำการควบคุม

$e(t)$ คือ สัญญาณความผิดพลาด

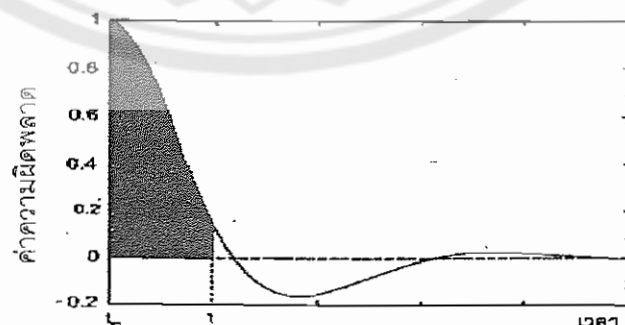


รูป 2.15 ค่าความผิดพลาด ณ เวลา t สัญญาณควบคุมจากสัดส่วนตรง

การควบคุมแบบอินทิเกรต หรือการควบคุมแบบ I (Integral control) คือการควบคุมโดยใช้สัญญาณควบคุมที่เป็นสัดส่วนกับการอินทิเกรตของค่าความผิดพลาด (time integral at the error) ใน การปฏิบัติการแก้ไขความผิดพลาด ดังรูป 2.16 ซึ่งมีสมการของสัญญาณควบคุมคือ

$$C(t) = K_i \int e(t) dt \quad \dots\dots\dots(2.65)$$

เมื่อ K_i คือ เกนของการควบคุมแบบอินทิเกรต

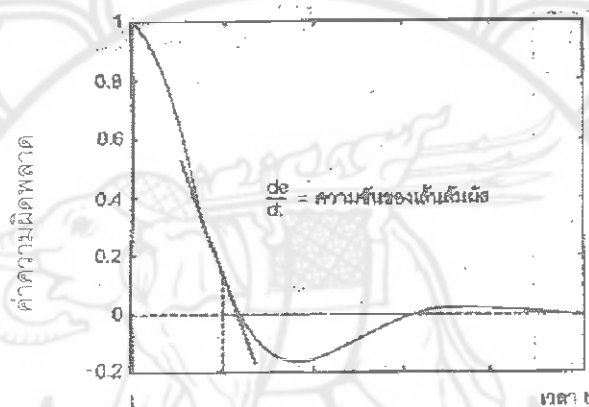


รูป 2.16 พื้นที่กราฟของค่าผิดพลาดจากเวลาเริ่มต้น ไปจนถึงเวลาใดๆ สำหรับสัญญาณควบคุมแบบอินทิเกรต

การควบคุมแบบอนุพันธ์หรือการควบคุมแบบ D (Derivative control) คือการควบคุมโดยใช้สัญญาณควบคุมที่เป็นอัตราส่วนกับอนุพันธ์ของความผิดพลาด ในการปฏิบัติการแก้ไขความผิดพลาด ดังรูป 2.17 ซึ่งมีสมการของสัญญาณการควบคุมคือ

$$C(t) = K_d \frac{de(t)}{dt} \quad \dots\dots\dots(2.66)$$

เมื่อ K_d คือ เกนของการควบคุมแบบอนุพันธ์



รูป 2.17 ความชันของกราฟค่าผิดพลาดเวลา t สำหรับสัญญาณควบคุมแบบอนุพันธ์

การควบคุมแบบ P-I เป็นการใช้นิยามสัญญาณควบคุมร่วมกันระหว่างการควบคุมแบบอัตราส่วนคงตัว และการควบคุมแบบอินทิเกรต ซึ่งทำให้ระบบถูกปรับให้เข้าสู่ค่าที่ต้องการได้เร็วขึ้น โดยการควบคุมแบบ P-I นั้นมีสมการของสัญญาณการควบคุมคือ

$$C(t) = K_p e(t) + K_i \int e(t) dt \quad \dots\dots\dots(2.67)$$