

บทที่ 2

หลักการและทฤษฎี

2.1 โครงการวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1.1 จากการศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับการทำคาร์บูไรซิง จะทำให้ทราบถึงผลจากการนำตัวแปรของอุณหภูมิและเวลาที่ใช้ในการทำคาร์บูไรซิงนั้นมีผลต่อลักษณะโครงสร้างทางจุลภาคของเหล็กกล้าคาร์บอนต่ำ ช่วยเพิ่มคุณสมบัติเชิงกลของเหล็กให้มีความแข็งแรงมากขึ้นโดยภายนอกผิวของชิ้นงานจะมีความแข็งเพิ่มขึ้นและแกนภายในของชิ้นงานจะคงความเหนียวไว้

โครงการวิศวกรรมศาสตรบัณฑิตนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อสร้างแผนภูมิและสมการความสัมพันธ์ระหว่างค่าความลึกผิวแข็งกับเวลาการอบคาร์บูไรซิงของเหล็ก AISI 1015 และเหล็ก AISI 4115 และเพื่อศึกษาอิทธิพลของส่วนผสมระหว่างถ่านไม้กับสารเร่งปฏิกิริยาแบเรียมคาร์บอเนตและเวลาการอบคาร์บูไรซิงต่อค่าความลึกผิวแข็งของเหล็กทั้ง 2 ชนิด โดยในการทดลองได้ปรับเปลี่ยนเวลาการอบคาร์บูไรซิงเป็น 3 , 6 , 9 และ 12 ชั่วโมง ส่วนผสมระหว่างถ่านไม้กับแบเรียมคาร์บอเนต เป็น 95 : 5 90 : 10 , 85 : 15 , 80 : 20 % โดยน้ำหนัก

จากผลการทดลอง เวลาการอบคาร์บูไรซิงมีอิทธิพลต่อค่าความแข็ง และค่าความลึกผิวแข็งมากกว่าอัตราส่วนผสมของถ่านไม้แบเรียมคาร์บอเนต ค่าความแข็งจะเพิ่มขึ้นอย่างชัดเจนเมื่อใช้เวลาอบ 9 และ 12 ชั่วโมง จากการทดลองนี้พบว่าส่วนผสมระหว่างถ่านไม้กับแบเรียมคาร์บอเนตที่มีผลต่อค่าความลึกผิวแข็งมากที่สุด คือ 80 : 20% โดยน้ำหนัก จากค่าความลึกผิวแข็งที่ 550 HV สามารถสร้างแผนภูมิสมการ ของความสัมพันธ์ระหว่างค่าความลึกผิวแข็งกับเวลาการอบคาร์บูไรซิง สำหรับเหล็ก AISI 1015 และเหล็ก AISI 4115 คือ สมการ " $y = k \ln(t) + c$ " โดยค่า k และ c เป็นค่าคงที่ ที่มีค่าเปลี่ยนไปตามสภาวะของการทดลอง เช่น อัตราส่วนผสมของถ่านไม้กับแบเรียมคาร์บอเนต เป็นต้น (กรรมวิธีการเติมคาร์บอนที่ผิวเหล็กกล้าโดยการแผ่คาร์บูไรซิง, นางสาวกันยาทิพย์ ดันติคมน์ นางสาวจิตรลดา อุดมศิริ นางสาวอารดา บัญชาวิมลเชษฐ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2540)

2.1.2 ปรินิพนธ์ฉบับนี้จัดทำขึ้น เพื่อการศึกษาการชุบผิวแข็งเหล็กกล้า 5115 ซึ่งใช้ทำอุปกรณ์ชิ้นส่วนเครื่องจักร ที่ต้องได้รับการกระกรรม ความล้า และมีการเสียดสีระหว่างการใช้งานสูงเช่นชุดเฟืองรถยนต์ เฟืองท้าย เพลาลงกำลังอุปกรณ์ชิ้นส่วนของเครื่องจักรต่างๆ และลูกปืน หนการเสียดสี และการกระแทกต่างๆ และลูกปืนหนการเสียดสีและการกระแทกต่างๆ เมื่อทำการ

Pack carburizing ที่อุณหภูมิต่างกัน คือ 850°C , 950°C และ 1050°C ตามลำดับในแต่ละอุณหภูมิจะใช้เวลาต่างกัน คือ 2 ชั่วโมง 4 ชั่วโมง และ 6 ชั่วโมง

ผลที่ได้จากการทดสอบการเพิ่มอุณหภูมิทำให้คาร์บอนแทรกตัวไปในผิวมากขึ้นเช่นกัน ก่อนการชุบผิวแข็ง Pack carburizing เหล็ก 5115 มีโครงสร้างจุลภาคเป็น เฟอร์ไรต์ และเพอร์ไรท์ หลังจากการทำ Pack carburizing ที่อุณหภูมิ 850°C ใช้เวลา 2 ชั่วโมง, 4 ชั่วโมง และ 6 ชั่วโมง จะได้โครงสร้างมาร์เทนไซต์ ที่อุณหภูมิ 950°C ใช้เวลา 2 ชั่วโมง, 4 ชั่วโมง จะได้โครงสร้างเป็นออสเตนไนต์ตกค้าง และเบนไนท์ล่าง ที่อุณหภูมิ 950°C เวลา 6 ชั่วโมง ได้โครงสร้างเป็นมาร์เทนไซต์และที่อุณหภูมิ 1050°C 2 ชั่วโมง, 4 ชั่วโมง และ 6 ชั่วโมง ได้โครงสร้างเป็นออสเตนไนต์ตกค้าง และเบนไนท์ล่าง สรุปอุณหภูมิที่เหมาะสมในการชุบผิวแข็ง Pack carburizing คือ 950°C และเวลาที่เหมาะสมคือที่ 6 ชั่วโมง ได้ความแข็งแรง 670 HV ระยะซิมลึก 1.7 มิลลิเมตร

(การชุบผิวแข็งเหล็กกล้า 5115 โดยวิธี Pack carburizing ,บุญมมู จะละระ, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตพัฒนาการ และวิทยาเขตร่มเกล้า ปีการศึกษา : 2546 – 2547)

2.2 การทำคาร์บูไรซิง

การเพิ่มธาตุคาร์บอนลงบนชิ้นงานเหล็กโดยกรรมวิธี คาร์บูไรซิง (Carburizing) เป็นที่รู้จักกันดีและนิยมใช้กันอย่างแพร่หลาย กรรมวิธีคาร์บูไรซิง นิยมใช้กับเหล็กที่มีคาร์บอนต่ำประมาณ 0.1-0.2% เพื่อจะได้ทำการคาร์บูไรซิง ให้เหล็กมีปริมาณคาร์บอนที่ผิวเพิ่มขึ้นเป็น 0.8% จากการทำการคาร์บูไรซิงกับเหล็กนั้นจะช่วยให้เหล็กมีคุณสมบัติทางกลดีขึ้น และมีการทนต่อการเสียดสีมากขึ้น ฉะนั้นเหล็กที่ผ่านการทำการคาร์บูไรซิงจึงเหมาะต่อการนำมาผลิตชิ้นงานหลายประเภท เช่น เพือง, เพลา, สลัก, ชิ้นส่วนเครื่องจักร เป็นต้น

การทำคาร์บูไรซิง (Carburizing) สามารถทำได้ 3 ลักษณะด้วยกันคือ

1. สถานะของแข็ง (Pack Carburizing) โดยธาตุคาร์บอนจะซึมเข้าไปที่บริเวณผิวของชิ้นงานโดยการนำชิ้นงานไปอบที่อุณหภูมิประมาณ $900-950^{\circ}\text{C}$ มีผงถ่านไม้เป็นส่วนผสมหลักประมาณ 70-80% โดยน้ำหนักผสมกับสารตัวเร่งปฏิกิริยา (Energizer) เพื่อให้ผงถ่านแตกตัวให้ธาตุคาร์บอนแตกตัวอย่างต่อเนื่อง ซึ่งการทำลักษณะนี้จะทำให้ประหยัดค่าใช้จ่าย

2. สถานะของเหลว (Liquid Carburizing) โดยการนำผิวของชิ้นงานมาจุ่มลงในอ่างเกลือหลอมละลายประเภทไซยาไนด์ ในเวลาที่เหมาะสมแล้วจึงนำไปชุบน้ำมันที่ การทำวิธีนี้จะส่งผลดี ทำให้เหล็กมีความร้อนสม่ำเสมอ การยึดตัวของแท่งเหล็กมีน้อย

ไฮยาไนท์จะแยกตัวที่อุณหภูมิสูงทำให้กลายเป็นคาร์บอนและบางส่วนเป็นไนโตรเจนที่จะช่วยในการอบคาร์บอนผิวชิ้นงาน ขณะจุ่มลงในอ่างเกลือทำให้ซึมลึกได้ถึง 0.5 mm. แต่การทำวิธีนี้จะทำให้สิ้นเปลืองค่าใช้จ่าย เนื่องจากเกลือไฮยาไนท์มีราคาแพงและยังเป็นพิษต่อกระเพาะอาหารด้วย

3. สภาวะแก๊ส (Gas Carburizing) การชุบแข็งผิววิธีนี้เป็นการเพิ่มคาร์บอนที่ผิวชิ้นงานโดยใช้แก๊ส และแก๊สที่นิยมใช้จะต้องเป็นแก๊สประเภทไฮโดรคาร์บอน ซึ่งเป็นแก๊สธรรมชาติ ไດแก๊ส โพรเพน และมีเทน เป็นต้น

เมื่อเตรียมแก๊สเรียบร้อยแล้วจึงอบชิ้นงานกับแก๊สดังกล่าวที่อุณหภูมิประมาณ 950°C ทั้งนี้เพื่อต้องการให้อะตอมของคาร์บอนแทรกตัวเข้าไปอยู่ในโครงสร้างภายในของผิวชิ้นงาน การที่คาร์บอนในแก๊สจะแทรกตัวเข้าไปอยู่ในโครงสร้างภายในของชิ้นงานได้มากหรือน้อยนั้น ขึ้นอยู่กับเวลาและความร้อนในการอบชิ้นงานเป็นองค์ประกอบสำคัญ (มนัส สติรจินดา.ม.ป.ป.:112)

จากการทำคาร์บูไรซิง (Carburizing) ทั้ง 3 ลักษณะนี้ ได้เลือกกรรมวิธีที่ 1 การทำคาร์บูไรซิงชนิดของแข็ง (Pack Carburizing) มาทำการทดลอง โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาตัวแปรในการทำคาร์บูไรซิงที่มีผลต่อคุณสมบัติเชิงกล ตัวแปรที่ศึกษาในที่นี้คือ อุณหภูมิและเวลา การทำคาร์บูไรซิงชนิดของแข็ง (Pack Carburizing) นั้นเป็นการชุบแข็งผิวที่ต้องการเพิ่มปริมาณคาร์บอนให้กับชิ้นงานที่ต้องการชุบแข็งผิว โดยการใส่ผงถ่านลงไปในห้องอบให้สูงขึ้นมาประมาณ 25 มิลลิเมตร แล้วนำชิ้นงานที่ต้องการชุบแข็งผิวใส่ลงในห้องอบนั้น โดยการเรียงชิ้นงานให้ห่างกันไม่ต่ำกว่า 25 มิลลิเมตร

จากนั้นใส่ผงถ่านลงไปอีกเพื่อปิดทับชิ้นงานไว้ แล้วปิดฝาห้อง และใช้วัสดุทนความร้อน เช่น ดินเหนียวอุดรอยรั่วเพื่อป้องกันไม่ให้อะตอมของคาร์บอนออกจากห้องอบ อีกทั้งยังป้องกันไม่ให้อากาศจากภายนอกเข้าไปในห้องอบอีกด้วย หลังจากนั้นนำห้องอบที่อุณหภูมิ $900-950^{\circ}\text{C}$ โดยใช้เวลาในการอบนานเท่าใดนั้นให้ขึ้นอยู่กับความหนาของผิวแข็งที่ต้องการ โดยยึดหลักปฏิบัติดังนี้คือ ถ้าต้องการความหนาของผิวแข็งเท่ากับ 0.1 มิลลิเมตร จะต้องอบนาน 1 ชั่วโมง เมื่ออบชิ้นงานตามเวลาที่ต้องการแล้วนำชิ้นงานออกจากห้องอบแล้วปล่อยให้เย็นตัวในน้ำ จะได้ชิ้นงานที่มีความแข็งผิวตามต้องการ (ชาลิต เที่ยงกุล. โลหะวิทยา :163)

2.3 การทดสอบคุณสมบัติเชิงกล

สมบัติเชิงกลของโลหะเป็นเรื่องที่สำคัญสำหรับวิศวกรในการออกแบบโครงสร้างต่างๆ เพื่อให้เหมาะสมกับการใช้งานทั้งทางด้านเงินทุน ความเหมาะสม และที่สำคัญคือความปลอดภัยซึ่งคุณสมบัติเชิงกลที่ทำการศึกษาดังนี้

2.3.1 การทดสอบความทนต่อแรงดึง

ซึ่งจากกราฟการทดสอบแรงดึงสามารถนำมาหาค่าได้ดังนี้

1. ค่ายังโมดูลัส (Modulus of Elasticity: E) เป็นการทดสอบของการเปลี่ยนรูปว่าสามารถเปลี่ยนกลับมารูปเดิมได้หรือไม่

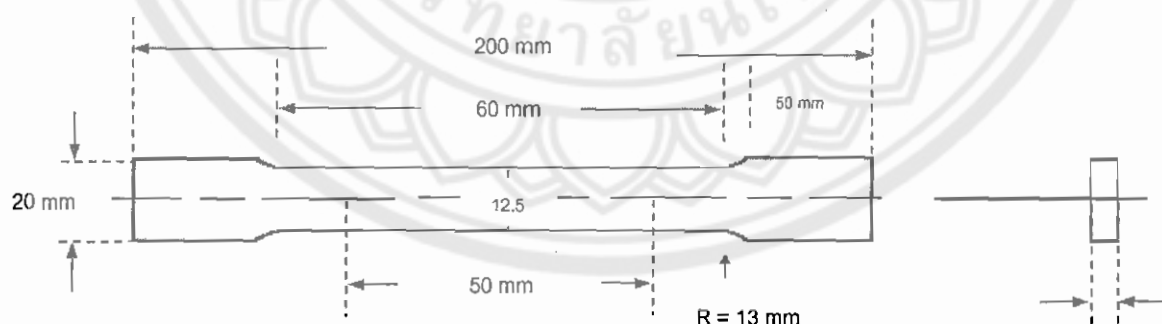
2. เปอร์เซ็นความยืดหยุ่น (%Elongation) คือปริมาณความยืดที่เกิดจากการนำชิ้นงานไปดึงเป็นค่าที่ใช้บอกถึงความอ่อนตัว

2.3.2 การทดสอบความแข็ง

เป็นการวัดความต้านทานรอยกดของโลหะที่จะต้องเปลี่ยนรูปร่างไปอย่างถาวรจะได้ค่าความแข็งของโลหะ

2.3.3 การทดสอบความทนต่อแรงดึง

ในการหาความแข็งแรงและคุณสมบัติต่างๆของวัสดุจะต้องทดสอบด้วยตัวของวัสดุนั้นจนกระทั่งหักหรือขาด การทดสอบที่สำคัญและใช้มากที่สุดคือการทดสอบแรงดึงชิ้นวัสดุทดลองมีหลายขนาดแต่ขนาดที่เลือกนำมาใช้คือ

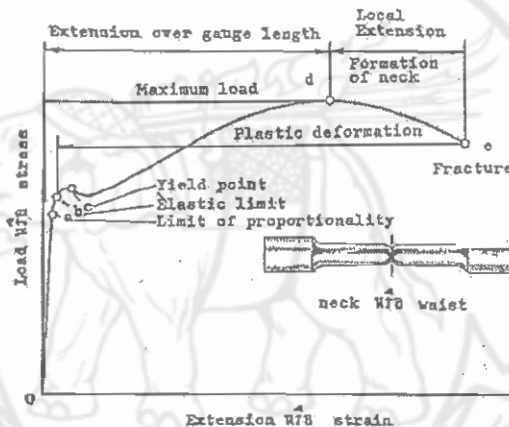


รูปที่ 2.1 ขนาดชิ้นงานทดสอบด้วยแรงดึง

(ที่มาของขนาดชิ้นงานมาจาก Standard Test Methods and Definitions for Mechanical ASTM A370 Testing of Steel Products1)

ชิ้นทดลองนี้จะเป็นรูปทรงดัมเบล โดยความยาวเดิมที่ใช้การคำนวณเรียกว่า gauge length เริ่มต้นออกแรงดึงแล้ววัดขนาดที่ยืดออกโดยใช้เครื่องมือวัดพิเศษเรียกว่า Extensometer วัดแรงและขนาดที่ยืดออกจนกระทั่งวัสดุเปลี่ยนแปลงรูปร่างอย่างถาวร (Plastic) ส่วนที่ยืดออกมาต้องรีบถอด Extensometer ออกแล้ววัดส่วนที่ยืดด้วยวงเวียนเหล็กเพิ่มแรงดึงจนกระทั่งชิ้นทดลองนั้นขาดแล้วเขียนกราฟของแรงกับขนาดที่ยืดออก

อาจเขียนกราฟของ stress (ให้คิดจากแรงหารด้วยพื้นที่หน้าตัดเดิม) กับ strain (คิดจากส่วนที่ยืดหารด้วยความยาวเดิมคือ gauge length) จะได้รูปออกมาคล้ายคลึงกันสำหรับชิ้นวัสดุทดลอง mild steel ได้กราฟดังรูป



รูปที่ 2.2 กราฟของแรงกับขนาดที่ยืดออก.
(ที่มา หนังสือกลศาสตร์วัสดุ)

จากกราฟมีจุดสำคัญต่างๆดังต่อไปนี้

- 1.จุด 0 - a กราฟเป็นเส้นตรงแสดงว่าแรงเป็นปฏิกิริยาโดยตรงกับส่วนที่ยืดออกหรือ stress & strain
- 2.จุด a เรียกว่า proportional limit หรือ limit of proportionality เป็นจุดสุดท้ายที่กราฟเป็นเส้นตรงหลังจากจุดนี้แล้ว stress ไม่เป็นปฏิกิริยาโดยตรงกับ strain
- 3.จุด b เรียกว่า elastic limit เป็นจุดสุดท้ายที่ความยาวของวัสดุจะกลับมายาวเท่าเดิมได้ เมื่อปล่อยแรงจาก 0 - b วัสดุเป็นแบบ elastic
- 4.จุด c เรียกว่า yield point เป็นจุดที่วัสดุยืดตัวออกโดยไม่ต้องเพิ่มแรงจุดนี้จะสังเกตได้ชัดสำหรับ mild steel ส่วนวัสดุอื่นจะไม่มีจุดนี้

5. จาก c – e เป็นการเปลี่ยนแปลงแบบ plastic นั่นคือวัสดุยืดออกถาวรถ้าปล่อยแรงให้หดกลับมา

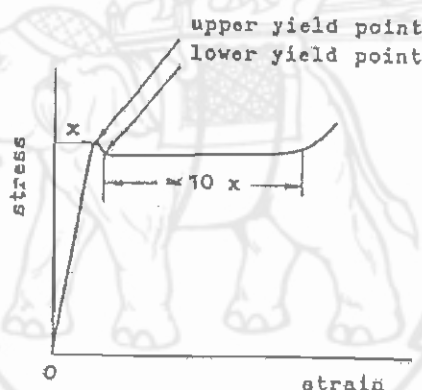
6. จาก 0 – d การยืดเกิดขึ้นทุกส่วนตลอด gauge length

7. จาก d – e การยืดเกิดขึ้นอย่างรวดเร็วเฉพาะบริเวณที่จะหักหรือขาดเท่านั้นมีคอคอด (waist หรือ neck)

8. จุด d เป็นจุดที่มี stress สูงสุดเรียกว่า tensile strength ของวัสดุหรือเรียกว่า Ultimate tensile strength คำนวณได้จาก

Ultimate tensile strength = แรงที่จุด d / พื้นที่หน้าตัดเดิม

9. จุด e เรียกว่า rupture point หรือ breaking point เป็นจุดที่วัสดุขาดออกจากกันถ้าเราขยายกราฟออกจะเป็นดังรูป

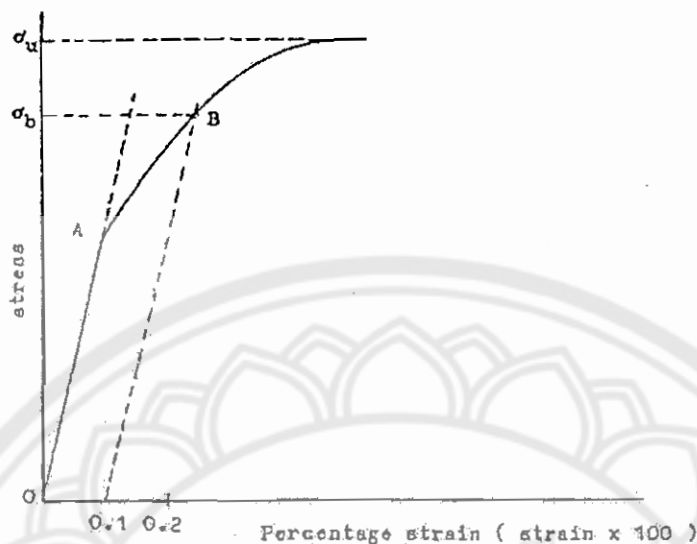


รูปที่ 2.3 กราฟ Stress และ Strain

(ที่มาจาก Standard Test Methods and Definitions for Mechanical ASTM A370 Testing of Steel Products¹)

จุดบนเรียกว่า upper yield point จุดล่างเรียกว่า lower yield point และช่วงที่ยืดออกโดยไม่ต้องเพิ่มแรงจะยาวประมาณ 10 เท่าของช่วงก่อนที่จะเริ่ม yield stress ที่จุด yield point นี้เรียกว่า yield stress σ_y (หรือ σ_{yp})

สำหรับวัสดุ mild steel เหล็กหล่อ กราฟ stress และ percentage strain จะได้กราฟดังรูป 2.4 จุด A เป็น limit of proportionality แต่ yield point ไม่มี มีแต่ค่า tensile strength (σ_u) ดังนั้นจึงหาค่าอื่นไว้เปรียบเทียบกับ ลากเส้นจาก 0.1 เปอร์เซ็นต์ strain ให้ขนานกับ OA ตัดกราฟที่ B stress ที่จุด B (σ_B) เรียกว่า 0.1 percent proof stress บางครั้งก็อาจจะหาค่า 0.2 percent proof stress อีกค่าก็ได้



รูปที่ 2.4 กราฟ Stress และ Percentage Strain
(ที่มาของขนาดชิ้นงานมาจาก Standard Test Methods and Definitions for Mechanical ASTM A370 Testing of Steel Products¹)

2.3.3.1 ค่ายังโมดูลัส (modulus of elasticity:E)

จากกราฟรูปที่ 2.4 ช่วง 0-a เป็นเส้นตรง Robert Hooke ประมาณปี ค.ศ. 1678 ได้ทำการทดลองดึงสปริงและตั้งกฎจากผลการทดลองไว้ว่า "ภายในเขตของ elastic limit (ซึ่งต้องเป็น proportional limit) แรงจะเป็นปฏิกิริยาโดยตรงกับส่วนที่ยืดออกหรือ stress จะปฏิกิริยาโดยตรงกับ strain" เรียกว่า Hooke's Law

$$\text{ดังนั้น} \quad \text{แรง/ส่วนที่ยืดออก} = \text{ค่าคงที่} \quad (2.2)$$

$$\text{หรือ} \quad \text{Stress/strain} = \text{ค่าคงที่} \quad (2.3)$$

2.3.3.2 Tension และ Compression

ค่าคงที่ของวัสดุเรียกว่า Young's modulus หรือ modulus of elasticity:E

$$\text{Stress/Strain} = E \quad (2.4)$$

$$\sigma / \epsilon = E \quad (2.5)$$

$$(P/A)/(\delta/l) = E \quad (2.6)$$

$$\therefore \delta = PL/AE \quad (2.7)$$

ตารางที่ 2.1 ค่าโดยประมาณของ Tensile strength, E และ G ของวัสดุต่างๆ

Material	Tensile Strength σ_u MN/m ²	Modulus of elasticity E (GN/m ²)	Modulus of Rigidity G (GN/m ²)
Wrought iron	300 – 400	190	83
Steel	450 – 600	205	90
Cast iron	120 – 160	110	48
Copper	300 – 350	96	39
(hard drawn)			
Brass	300 – 400	83	37
Wood		9.6	0.5

(ที่มาจากหนังสือ Annual Book ASTM Standards section 4)

2.3.3.3 เปอร์เซ็นต์การยืดตัว (Percentage elongation)

$$\text{เปอร์เซ็นต์การยืดตัว} = ((L_f - L_0) / L_0) \times 100 \quad (2.8)$$

ความยาวสุดท้ายหมายถึงความยาว gauge length ของวัสดุทดลองตอนขาด ส่วนความยาวเดิมคือความยาว sauge length ตอนเริ่มต้น

ค่าเปอร์เซ็นต์การยืดตัวนี้เป็นค่าบอกความสามารถในการยืดตัวของโลหะวัสดุประเภท ductile เช่น mild seel, ทองแดง, ทองเหลือง, อลูมิเนียม, เงินและทอง จะมีค่าเปอร์เซ็นต์การยืดตัวสูงอาจมีค่าตั้งแต่ 15 ถึง 75% ส่วน brittle material (พวกเปราะ) เช่น เหล็กหล่อ คอนกรีต จะมีค่าเปอร์เซ็นต์การยืดตัวต่ำประมาณ 2%

2.3.4 การทดสอบความแข็ง

เครื่องวัดความแข็งของโลหะเกิดขึ้นจากในครั้งแรกมนุษย์เราทดลองเอาวัตถุ 2 ชนิดมาเสียดสีกัน ระหว่างการเสียดสีอยู่นั้นวัตถุที่มีความแข็งแรงมากกว่าก็จะเสียดสีผิวของวัตถุที่อ่อนกว่าให้เป็นรอยหรือหลุดออกมาจึงทำให้เกิดการทดลองกันเรื่อยมาจนกระทั่งได้หาวัตถุที่แข็งที่สุด

ได้ คือเพชรนั่นเองเมื่อได้เพชรเป็นวัตถุที่แข็งที่สุดแล้วก็ใช้เพชรนั้นเป็นมาตรฐานของความแข็ง และใช้เพชรเป็นหัวกด (Indenter) สำหรับเครื่องวัดต่างๆและระบบการวัดความแข็งแรงเสียดสีนั้น เรียกว่าระบบ Mohr และเป็นจุดเริ่มการสร้างสร้างเครื่องทดสอบความแข็งแรงแบบต่างๆ

2.3.4.1 หลักการและทฤษฎีการทดสอบความแข็ง

ในการทำการอบชุบโลหะด้วยความร้อน (Heat Treatment) นั้น การรู้ค่าความแข็งแรงของโลหะนั้นเป็นสิ่งจำเป็นมากเพราะการทำการอบชุบโลหะด้วยความร้อนโลหะจะเปลี่ยนแปลงโครงสร้างรูปร่างหรือขนาดความแข็งแรงของโลหะนั้นจะเปลี่ยนแปลงไปฉะนั้นการทำการอบชุบเสียก่อนและหลังทุกครั้งควรทำการทดสอบความแข็งแรงเสียก่อนการทดสอบความแข็งแรงยังเป็นตัวให้ตรวจสอบความผิดพลาดในวิธีการที่ใช้หรือความสามารถในทางปฏิบัติในการอบชุบของแต่ละครั้งด้วย

2.3.4.2 การทดสอบความแข็งแบบบริเนล (Brinell Hardness Tester HB)

เป็นเครื่องทดสอบแบบหนึ่งซึ่งใช้แรงมากกระทำที่หัวกดซึ่งสร้างแบบเป็นรูปทรงกลมและนำมาทดสอบความแข็งบนชิ้นงานก็จะเกิดรอยกดเป็นรูปทรงกลมบนพื้นผิวของชิ้นงานเสร็จแล้ววัดเส้นผ่านศูนย์กลางของรอยกด นำค่าที่ได้ไปคำนวณค่าความแข็งแรงจากสูตร

$$\text{สูตรการคำนวณ} \quad HB = \frac{2P}{3.14D(D - \sqrt{D^2 - d^2})} \quad (2.9)$$

HB = สัญลักษณ์ค่าความแข็งแบบ Brinell

P = น้ำหนักของแรงที่มากระทำต่อหัวกดจะเป็นระบบเครื่องกลหรือระบบไฮดรอลิคแล้วแต่บริษัทที่ผลิต (Load หน่วยเป็น Kg.)

D = เส้นผ่านศูนย์กลางของหัวกดมีหน่วยเป็น mm

D = เส้นผ่านศูนย์กลางของรอยกดมีหน่วยเป็น mm

หัวกด ของบริเนล (Brinell) มีอยู่ 2 ชนิด คือ

1. Steels ball หรือ Standard Ball ทำด้วยเหล็กกล้าผสมพิเศษ

2. Tungsten Carbide Ball เป็นโลหะผสมพิเศษ

แรงกด (Load) และขนาดของหัวกด (Indenter) ขึ้นอยู่กับขนาดและความหนาของชิ้นงานที่จะนำมาทดสอบหาความแข็ง

ตารางที่ 2.2 ตารางแสดงการเลือกใช้แรงกดและขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของหัวกดตามชนิดของโลหะที่วัดด้วยการทดสอบความแข็งแบบบริเนล (Brinell)

Diameter of Ball (m.m.)	Load (Kg)			
	Steel and Cast Iron $F/D^2 = 30$	Copper and its Aluminium Alloy $F/D^2 = 10$	Aluminium $F/D^2 = 5$	Lead Tin and Their Alloys $F/D^2 = 1$
1	30	10	5	1
2	120	40	20	4
5	750	250	125	25
10	3000	1000	500	100

การทดสอบด้วยเครื่องแบบ Brinell

1. ชิ้นงานที่จะนำมาทดสอบจะต้องมีความหนาน้อย 8 เท่าของความลึกของรอยกด ส่วนมากจะใช้ครึ่งหนึ่งของเส้นผ่านศูนย์กลางของหัวกด

2. ระยะห่างระหว่างจุดกึ่งกลางของรอยกดแต่ละรอย หรือระยะห่างจากขอบชิ้นงานควรห่างอย่างน้อย 4 เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลางของรอยกด

3. ผิวของชิ้นงานจะต้องเรียบสะอาดและขนาน เพื่อจะได้ค่าความแข็งที่ถูกต้อง

4. ไม่เหมาะกับการวัดชิ้นงานหรือโลหะที่มีความแข็งเกิน 500 HB

5. Standard ball ไม่ควรใช้ชิ้นงานที่มีความแข็งเกิน 450 HB ถ้าหากชิ้นงานแข็งเกินควรใช้หัวกดแบบ tungsten carbide ball

2.4 การตรวจสอบโครงสร้างจุลภาค

โครงสร้างจุลภาค (Microstructure) คือ โครงสร้างของโลหะที่มีกำลังขยาย 100 เท่า การตรวจสอบโครงสร้างจุลภาคของโลหะเป็นการศึกษาถึงรูปร่าง, ขนาด, การจัดเรียงตัวของผลึก และลักษณะของเกรน ในการศึกษาโครงสร้างจุลภาคของโลหะนั้นเพื่อนำไปใช้ในการเลือกวัสดุมาใช้งานให้เหมาะสมกับความต้องการเพราะวัสดุแต่ละชนิดจะมีคุณสมบัติที่แตกต่างกัน การที่จะทำให้อายุการใช้งานสามารถนำมาใช้งานได้ตรงตามความต้องการได้นั้นเราต้องมาดูที่กระบวนการผลิตวัสดุชนิดนั้นและทำการเปลี่ยนแปลงโครงสร้างจุลภาคของวัสดุเนื่องจากโครงสร้างที่สามารถเปลี่ยนแปลงได้คือโครงสร้างจุลภาคเท่านั้น

เนื่องจากโลหะเป็นวัสดุทึบ การศึกษารูปร่างขนาดและการจัดเรียงตัวของผลึก นั้นจึงต้องตัดชิ้นงานตามแนวที่ต้องการแล้วนำไปขัดมัน, กัดกรด โดยกรดจะกัดตามขอบเกรนรุนแรงกว่าส่วนอื่นของผลึกเพราะขอบเกรนเป็นส่วนที่มีข้อบกพร่องมากที่สุด หลังจากกัดกรดแล้วขอบเกรนจะถูกกัดเป็นร่อง เมื่อตรวจสอบด้วยกล้องจุลทรรศน์ การสะท้อนของลำแสงที่ตกกระทบเกรนและขอบเกรนหันเหออกนอกทิศทางเดิม จึงเป็นขอบเกรนเป็นสีดำ (มืด) ขณะที่เนื้อเกรนเป็นสีเหลือง (สว่าง)

2.4.1 วิธีศึกษาโครงสร้างของโลหะ

การศึกษาโครงสร้างของโลหะนั้นต้องคำนึงเสมอว่าชิ้นงานที่ตัดมาตรวจสอบนั้นเป็นเพียงส่วนหนึ่งของโลหะผลึกใดที่เห็นเป็นวงกลมที่จริงแล้วอาจเป็นทรงกลมหรือทรงกระบอกก็ได้ ข่ายที่อยู่รอบๆผลึกที่ปรากฏเป็นระนาบนั้นคือ รอยตัดผ่านเปลือกที่หุ้มผลึกต่างๆ

การวิเคราะห์โครงสร้างของโลหะด้วยกล้องจุลทรรศน์ออปติคอลหรืออิเล็กตรอนจะให้ข้อมูลเกี่ยวกับโครงสร้างของโลหะผสม แต่ไม่สามารถบอกได้ว่าอะตอมของส่วนผสมในโลหะนั้นกระจายตัวเป็นอย่างไร

2.4.1.1 ขั้นตอนการเตรียมงานเพื่อตรวจสอบโครงสร้างจุลภาค

ขั้นตอนการเตรียมงานเพื่อตรวจสอบโครงสร้างจุลภาคแบ่งเป็น 5 ขั้นตอน คือ

1. เลือกและตัดตัวอย่างชิ้นงาน (Sampling และ Sectioning) เป็นการคัดเลือกงานที่เหมาะสมและตัดเตรียมจำนวนที่ต้องการ

2. ตีรังชิ้นงานและหมายเลขงานเพื่อให้จับถือหรือยึดได้สะดวกขณะเตรียมงานและตรวจสอบ เพื่อให้มีขนาดเหมาะสมกับเครื่องหรือกล้องตรวจสอบเพื่อให้ทำเครื่องหมายได้ง่าย เช่น หมายเลขชิ้นงาน เป็นต้น

3.ขัดด้วยกระดาษทราย (Grinding) เริ่มด้วยกระดาษทรายเบอร์หยาบ 180 และเปลี่ยนเบอร์ทีละเอียดเช่น 220,240,320,400,600 และ 1000 การขัดควรขัดให้ไปทิศทางเดียวกันถ้าต้องการเปลี่ยนเบอร์ใหม่จึงเปลี่ยนทิศทางให้ตั้งฉากกับทิศทางรอยขัดเดิมและควรมีน้ำหล่อเย็นเสมอเพื่อระบายความร้อนและน้ำจะช่วยพัดพาเอาเศษจากการขัดออกไปการขัดมีหลายวิธีเช่นวางกระดาษทรายน้ำบนแผ่นกระจกแล้วขัดด้วยมือใช้เครื่องขัดขัดแบบจานหมุนแล้วจับด้วยมือหรือขัดอัตโนมัติ

4.ขัดมัน (Polishing) เพื่อกำจัดรอยจากกระดาษทรายและทำให้ผิวงานเรียบเป็นเงาตั้งกระจก ซึ่งอาจขัดด้วยวิธีกลโดยจานขัด (ใช้มือจับหรืออัตโนมัติ) ผงขัดที่ใช้เพื่อขัดมันมีหลายชนิด เช่น อลูมินา (Al_2O_3), แมกนีเซียมออกไซด์(Mgo), โครมิกออกไซด์(Cr_2O_3), เหล็กออกไซด์(Fe_2O_3) และกากเพชร(Diamond compound) โดยผงขัดเหล่านี้ต้องละลายน้ำก่อนใช้งาน และถ้าใช้น้ำไม่ได้ อาจละลายในสารละลายอื่น เช่น ethylene glycol, alcohol, Kerosine หรือ glycerine นอกจากนี้ยังมีวิธีขัดมันด้วยวิธี อิเล็กโทรไลต์ เรียกว่า Electrolytic cell ซึ่งมีประสิทธิภาพดีกว่าการขัดมันด้วยวิธีกล เครื่องขัดมันอิเล็กโทรไลต์มีทั้งชนิดตั้งกับที่และชนิดที่เคลื่อนย้ายได้ง่ายเหมาะกับการปฏิบัติงานภาคสนาม ส่วนประกอบที่สำคัญของเครื่องมือคือ Electrolytic cell โดยมีชิ้นงานเป็นขั้วบวก เมื่อจับสวิตช์ไฟฟ้าจะไหลครบวงจรผ่านอิเล็กโทรไลต์ น้ำยาอิเล็กโทรไลต์จะทำปฏิกิริยากับผิวงานเกิดเป็นสารชนิดเคลือบตามผิวงานเรียกว่า Anolyte Layer ซึ่งจะเป็นตัวทำให้ผิวงานเกิดความราบเรียบผิวงานก่อนขัดมันนั้นมีลักษณะเป็นรอยขรุขระ ส่วนนูนของรอยขัดจะมีชั้น Anolyte บางกว่าจึงมีความต้านทานต่อกระแสต่ำกว่าส่วนเป็นรอยลึก จึงทำให้รอยนูนละลายอย่างรวดเร็ว ผิวงานจึงราบเรียบตามต้องการ

5.การกัดผิวงาน (Etching) ผิวงานที่ผ่านการขัดมันมาแล้วจะสามารถสะท้อนแสงได้ใกล้เคียงกันจึงมองเห็นเป็นพื้นเรียบสว่างตลอดผิวขัดอาจมองเห็นรอยแตกร้าว หลุมหรือรูพรุนแต่ยังไม่สามารถมองเห็นโครงสร้างมหภาคหรือจุลภาคจึงต้องนำไปกัดกรดแต่ละเฟสจะถูกกัดกร่อนไม่เท่ากัน พอตรวจสอบด้วยกล้องจุลทรรศน์ แสงที่กระทบบนแต่ละเฟสจะสะท้อนกลับคนละทิศทาง ส่วนที่กัดกร่อนน้อยแสงจะสะท้อนกลับมากจึงเห็นเป็นบริเวณสว่างส่วนที่กัดกร่อนเป็นร่องลึกแสงจะสะท้อนออกนอกเลนส์จึงเห็นเป็นสีเทา หรือดำ

2.5 การวิเคราะห์ทางสถิติ

2.5.1 วัตถุประสงค์ของการวิเคราะห์ความแปรปรวน

การทดสอบสมมติฐานของผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยประชากร 2 ประชากร หรือ 2 กลุ่ม เช่น เปรียบเทียบยอดขายสินค้า 2 ยี่ห้อ จะใช้สถิติทดสอบ t หรือ Z ดังกล่าวแล้วในบท 15 แต่ถ้าต้องการเปรียบเทียบยอดขายสินค้า 3 ยี่ห้อ การใช้สถิติทดสอบ Z หรือ t จะต้องทำการทดสอบครั้งละ 1 คู่ เช่น ถ้ามี 3 ประชากรจะต้องทดสอบ 3 ครั้ง หรือ 3 คู่ ดังนี้

$$1. H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

$$2. H_0 : \mu_1 = \mu_3$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_3$$

$$3. H_0 : \mu_2 = \mu_3$$

$$H_1 : \mu_2 \neq \mu_3$$

จึงมาการนำการวิเคราะห์ความแปรปรวนซึ่งเป็นวิธีการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยประชากรตั้งแต่ 3 ประชากรขึ้นไป โดยทำการทดสอบเพียงครั้งเดียว

สมมติฐานในการทดสอบเป็นดังนี้

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$$

$$H_1 : \text{มี } \mu_i \neq \mu_j \text{ อย่างน้อย 1 คู่ ; } i, j = 1, 2, 3$$

ถ้าผลของการทดสอบ คือ ปฏิเสธสมมติฐาน H_0 จะไม่สามารถสรุปได้ว่าค่าเฉลี่ยของประชากรใดบ้างที่ต่างกัน อาจจะเป็นประชากรที่ 1 ต่างจาก 2 หรือต่างจาก 3 หรือ 2 ต่างจาก 3 หรือแตกต่างกันทั้ง 3 ประชากรก็ได้ ดังนั้นถ้าผลการทดสอบ คือ ปฏิเสธสมมติฐาน H_0 จะต้องทำการทดสอบเพิ่มเติมต่อไปว่าประชากรใดบ้างที่มีค่าเฉลี่ยแตกต่างกัน โดยการทดสอบครั้งละคู่ผลการทดสอบ คือ ยอมรับสมมติฐาน H_0 นั้นพอจะสรุปได้ว่าค่าเฉลี่ยของทั้ง 3 ประชากร ไม่แตกต่างกัน จะไม่ต้องทำการทดสอบเพิ่มเติม

2.5.2 หลักการของการวิเคราะห์ความแปรปรวน

หลักเกณฑ์สำคัญที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานซึ่งเกี่ยวกับความแตกต่างของค่าเฉลี่ยตั้งแต่ค่าของ 3 ประชากร หรือ 3 กลุ่มขึ้นไป คือ การแยกความแปรปรวน หรือ ความผันแปรทั้งหมดของข้อมูลออกเป็น 2 ส่วน คือ

1. ความแปรปรวนหรือความผันแปรระหว่างกลุ่มหรือระหว่างประชากร (Between-Group Variability)

2. ความแปรปรวนหรือความผันแปรภายในกลุ่มหรือภายในประชากร (Within-Group Variability) หรือ $\text{Total Variability} = \text{Between-Group Variability} + \text{Within-Group Variability}$

คนละข้อมูลของแต่ละกลุ่มหรือแต่ละประชากรแตกต่างกันทั่วไปปัจจัยหรือตัวแปรที่ทำให้ข้อมูลแตกต่างกันอาจจะมีหลายปัจจัยหรืออาจจะมีเพียงปัจจัยเดียวหรือการที่ข้อมูลแตกต่างกันเนื่องจากหน่วยตัวอย่างที่ศึกษาได้รับปัจจัยระดับ

ในการวิเคราะห์ความแปรปรวนเพื่อทดสอบความแตกต่างของข้อมูลที่ได้รับปัจจัยที่ต่างระดับกันจะทำได้โดยการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance Table) หรือเรียกย่อ ๆ ว่า ANOVA เพื่อทดสอบความแตกต่างระดับปัจจัย โดยตัวแปรที่ใช้ในการวิเคราะห์ความแปรปรวนจะต้องเป็นตัวแปรเชิงปริมาณ และปัจจัยจะต้องเป็นตัวแปรเชิงกลุ่ม

2.5.3 ประเภทของการวิเคราะห์ความแปรปรวน

ในขั้นตอนนี้จะแบ่งการวิเคราะห์ความแปรปรวนเป็น 2 ประเภทใหญ่ ๆ ดังนี้

1. การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียว หรือแบบมีปัจจัยเดียว (One – Way ANOVA)

การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียวเป็นการจำแนกข้อมูลด้วยตัวแปรหรือปัจจัยเพียงปัจจัยเดียวหรือเป็นการวิเคราะห์ความแตกต่างกันของระดับต่าง ๆ ของปัจจัยที่สนใจนั่นเอง เช่น การคาดว่าปัจจัยที่ทำให้รายได้เฉลี่ย (ตัวแปรเชิงปริมาณ) ต่างกันมีเพียงปัจจัยเดียว คือ อาชีพ (ตัวแปรเชิงกลุ่ม)

2. การวิเคราะห์แปรปรวนแบบหลายทางหรือแบบมีหลายปัจจัย (Multiple – Factors ANOVA)

เป็นการวิเคราะห์ความแปรปรวนของข้อมูลโดยการจำแนกหรือแบ่งข้อมูลด้วยปัจจัยตั้งแต่ปัจจัย 2 ปัจจัยขึ้นไป และแต่ละปัจจัยก็มีหลายระดับ เช่น ความแตกต่างของเงินเดือนเฉลี่ยจะมีอิทธิพลสาขาที่จบ เพศ ตำแหน่งงาน เป็นต้น ในที่นี้เงินเดือนเป็นตัวแปรเชิงปริมาณ แต่สาขาที่จบ เพศ และตำแหน่งงานเป็นตัวแปรเชิงกลุ่ม

2.5.4 การวิเคราะห์ความแปรปรวนจำแนกทางเดียวหรือแบบมีปัจจัยเดียว

การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียวเป็นการวิเคราะห์ที่คาดว่ามีความแปรปรวนเพียงปัจจัยเดียวที่ทำให้ข้อมูลแตกต่างกัน หรือเป็นการวิเคราะห์ความแตกต่างกันของระดับที่ต่างกันของปัจจัยที่คาดว่าไม่มีอิทธิพลต่อข้อมูล ดังนั้นวัตถุประสงค์ของการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียวคือการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากรที่รับปัจจัยที่ต่างระดับกันตั้งแต่ 3 ระดับขึ้นไป นั่นคือ เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยตั้งแต่ 3 ประชากร / กลุ่มขึ้นไป โดยถือว่าหน่วยที่ได้รับปัจจัยระดับเดียวกันเป็นประชากรเดียวกันหรือกลุ่มประชากรเดียวกัน และหน่วยที่ได้รับปัจจัยต่าง ๆ กันเป็นคนละประชากร หรือ คนละกลุ่ม เช่น คาดว่าปัจจัยที่สำคัญที่ทำให้รายได้เฉลี่ยแตกต่างกัน คือ อาชีพ จึงแบ่งคนแยกตามอาชีพ ถ้าแบ่งเป็นกลุ่ม 5 อาชีพ แสดงว่า 5 กลุ่ม หรือ 5 ประชากร แล้วนำรายได้เฉลี่ยของแต่ละกลุ่มมาเปรียบเทียบกัน เป็นต้น

การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยตั้งแต่ 3 ประชากร / กลุ่มนั้น จะต้องเก็บข้อมูลตัวอย่างจากแต่ละกลุ่มแล้วนำข้อมูลตัวอย่างมาทดสอบเพื่ออ้างอิงถึงประชากร

2.5.4.1 เงื่อนไขของการวิเคราะห์ความแปรปรวน

การวิเคราะห์ความแปรปรวนมีเงื่อนไข 3 ประการ ดังนี้

1. การสุ่มตัวอย่างแต่ละชุดจะต้องสุ่มอย่างเป็นอิสระกัน
2. สุ่มตัวอย่างจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ
3. ค่าแปรปรวนของแต่ละประชากรต้องเท่ากัน

เช่นถ้าคิดว่าปัจจัยที่ทำให้บัณฑิตใหม่มีเงินเดือนต่างกันเพียงปัจจัยเดียว คือ สาขาที่จบ ซึ่งแบ่งเป็น 7 สาขา หรือ 7 ระดับ เท่ากับมี 7 ประชากร เมื่อต้องการทดสอบ

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_7$$

$$H_1 : \text{มี } \mu_i \neq \mu_j \text{ อย่างน้อย 1 คู่ ; } i \neq j$$

โดยที่ μ_i = รายได้เฉลี่ยของผู้จบสาขาที่ i ; $i = 1, 2, \dots, 7$ จะต้องมีเงื่อนไขดังนี้

1. สุ่มตัวอย่างจากประชากรที่ i มาขนาด n_i (n จะเท่ากันหรือไม่เท่ากันก็ได้) อย่างเป็นอิสระ

2. รายได้ของแต่ละประชากร (แต่ละสาขาที่จบ) ต้องมีการแจกแจงแบบปกติ

3. $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_7^2$ โดยที่ σ_i^2 รายได้ของความแปรปรวนของประชากรที่ 1

2.10.4.2 ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียว

ในรูปทั่วไปถ้าปัจจัยที่สนใจมี k ระดับ เช่น เปรียบเทียบวิธีการสอน 4 วิธี ในที่นี้ $k = 4$ จะต้องสุ่มตัวอย่าง k ชุดที่เป็นอิสระกันจาก k ประชากร

โดยที่ X_{ij} = ข้อมูลตัวอย่างหน่วยที่ j ที่ได้รับปัจจัยระดับที่ i ; $i = 1, 2, 3, \dots, k$; $j = 1, 2, 3, \dots, n_i$

ค่าเฉลี่ยตัวอย่างชุดที่ $i = \bar{X}_i = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}}{n_i}$ ขนาดของตัวอย่างทั้งหมด $n = \sum_{i=1}^k n_i$

ความผันแปรทั้งหมด = ความผันแปรระหว่างกลุ่ม + ความผันแปรภายในกลุ่ม

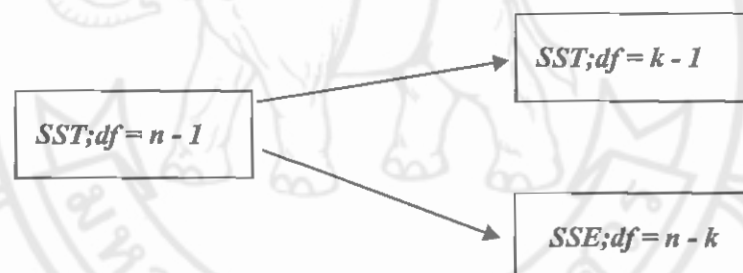
$$SST = SSTrt + SSE \quad (2.14)$$

SST = ความผันแปรทั้งหมด (Total Sum Square)

SSTrt = ความผันแปรระหว่างกลุ่ม (Between – Groups Sum Square)

SSE = ความผันแปรภายในกลุ่ม (Within – Group Sum Square หรือ Residual Sum Square)

เขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้



สรุปการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบมีปัจจัยเดียว

สมมติฐาน $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$

H_1 : มี $\mu_i \neq \mu_j$ อย่างน้อย 1 คู่ ; $i \neq j$

สถิติทดสอบ $F = MSTrt$

ตารางที่ 2.3 การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียว (1-WAY ANOVA) [4]

แหล่งความแปรผัน	Df	Sum Square	Mean Square	F
Between-Groups	K – 1	SSTrt	MSTrt	MSTrt
Within – Groups	n – k	SSE	MSE	MSE
Total	n - 1	SST		

2.5.4.2 การเปรียบเทียบเชิงซ้อน (Multiple Comparisons)

การทดสอบค่าเฉลี่ย k ประชากร ซึ่งมีสมมติฐานของการทดสอบเป็น

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$$

$$H_1 : \text{มี } \mu_i \neq \mu_j \text{ อย่างน้อย 1 คู่ ; } i \neq j$$

ผลการทดสอบอาจจะเป็น

1. ยอมรับ H_0 แสดงว่าค่าเฉลี่ยของทั้ง k ประชากรเท่ากัน หรือ
2. ปฏิเสธ H_0 แสดงว่ามีค่าเฉลี่ยอย่างน้อย 2 ประชากรแตกต่างกัน

ปฏิเสธ H_0 จะไม่ทราบว่าค่าเฉลี่ยประชากรใดบ้างที่ไม่เท่ากัน ผู้วิเคราะห์จะต้องทำการทดสอบต่อไปว่าค่าเฉลี่ยใดบ้างไม่เท่ากัน โดยอาจจะใช้วิธีการต่อไปนี้

1. ทดสอบค่าเฉลี่ยประชากรครั้งละคู่ ($H_1 : \mu_i \neq \mu_j$) โดยใช้สถิติทดสอบ t หรือ Z
2. ใช้การประมาณค่าแบบช่วงของผลต่างค่าเฉลี่ย 2 ประชากร $L < \mu_i - \mu_j < U$
 - 2.1 ถ้า L มีค่าติดลบ แต่ U เป็นค่าบวก แสดงว่า μ_i ไม่แตกต่างจาก μ_j
 - 2.2 ถ้า L และ U เป็นบวกทั้งคู่ หรือเป็นลบทั้งคู่ แสดงว่า μ_i ไม่เท่ากับ μ_j

การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยครั้งละคู่ใน ข้อ 1 และ 2 จะเสียเวลามาก ถ้ามีจำนวนกลุ่ม (k) มากเนื่องจากจำนวนทั้งคู่ที่ต้องเปรียบเทียบ = kC_2 คู่และระดับในสำคัญของการทดสอบที่แต่ละคู่จะเป็น $\alpha/{}^kC_2$ นักสถิติจึงคิดหาวิธีการเปรียบเทียบความแตกต่างค่าเฉลี่ยได้ครั้งละหลาย ๆ คู่ และมีระดับนัยสำคัญไม่เกิน α ที่กำหนด ซึ่งเรียกว่า การเปรียบเทียบเชิงซ้อน (Multipli Comparison)

วิธีการเปรียบเทียบซึ่งโปรแกรม SPSS มีอยู่แบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม คือ

1. วิธีการเปรียบเทียบเชิงซ้อนที่มีเงื่อนไขว่า ค่าแปรปรวนของข้อมูลทุกชุดต้องเท่ากัน ประกอบด้วย

- | | |
|---------------|---------------------|
| 6. R-E-G-WQ | 11. Hochberg' s GT2 |
| 2. Bonferroni | 7. S-N-K |
| 3. Sidak | 8. Tukey |
| 4. Scheffe | 9. Tukey's-b |
| 5. RE-G-WF | 14. Dunnett |
| | 12. Gabriel |
| | 13. Waller- Suncan |

2. วิธีการเปรียบเทียบเชิงซ้อนที่ไม่มีเงื่อนไขเกี่ยวกับการเท่ากันของค่าแปรปรวน

- | | |
|-----------------|-----------------|
| 1. Tamgane's T2 | 3. Games-Howell |
| 2. Dunnitt's T3 | 4. Dunnett's C |

2.10.4.3.1 Least – Significant Different (LS)

LSD หรือ Fisher's Least-Significant Difference ใช้ในการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยประชากรได้ครั้งละหลายคู่ โดยมีขั้นตอนดังนี้

1. คำนวณค่า LSD โดยที่

$$LSD = t_{\alpha; nk} \sqrt{MSE} \sqrt{\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}} \quad (\text{ค่า MSE ได้จาก 1-WAY ANOVA})$$

$$\text{ถ้า } n_i = n_j \text{ จะทำให้ } LSD = t_{\alpha; n-k} \sqrt{\frac{2MSE}{n_i}} \quad (2.16)$$

2. คำนวณความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ย $\bar{x}_i - \bar{x}_j$

3. นำค่า $|\bar{x}_i - \bar{x}_j|$ เปรียบเทียบค่า LSD

3.1 ถ้า $|\bar{x}_i - \bar{x}_j| > LSD$ แสดงค่า $\mu_i \neq \mu_j$

3.2 ถ้า $|\bar{x}_i - \bar{x}_j| \leq LSD$ แสดงค่า μ_i ไม่แตกต่างจาก μ_j

2.4.6 การวิเคราะห์ความถดถอยเชิงพหุ (Multiple Regression Analysis)

ถ้าตัวแปรอิสระ k ตัว ($X_1, X_2, \dots, X_k$) ที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม Y โดยที่ความสัมพันธ์อยู่ในรูปเชิงเส้น จะได้สมการความถดถอยเชิงพหุ ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง Y และ $X_1, X_2, \dots, X_k$ ดังนี้

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + e \quad (2.17)$$

โดยที่ β_0 = ส่วนตัดแกน Y เมื่อกำหนดให้ $X_1 = X_2 = \dots = X_k = 0$

$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ เป็นสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงส่วน (Partial Regression Coefficient) โดยที่ β_j เป็นค่าแสดงถึงการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรตาม Y เมื่อตัวแปรอิสระ X_j เปลี่ยนไป 1 หน่วย โดยที่ตัวแปรอิสระ X ตัวอื่น ๆ มีค่าคงที่ เช่น ถ้า X_j เปลี่ยนไป 1 หน่วย ค่า Y จะเปลี่ยนไป β_j หน่วย โดยที่ $X_2, X_3, \dots, X_k$ มีค่าคงที่

2.4.7 เงื่อนไขของการวิเคราะห์ความถดถอยเชิงพหุ

เงื่อนไขของการวิเคราะห์ความถดถอยเชิงพหุจะเหมือนกับเงื่อนไขของการวิเคราะห์ความถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย โดยที่สมการความถดถอยเชิงพหุเป็น

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + e \quad (2.18)$$

เงื่อนไขมีดังนี้

1. ความคลาดเคลื่อน e เป็นตัวแปรที่มีการแจกแจงแบบปกติ
2. ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนเป็นศูนย์ นั่นคือ $E(e) = 0$
3. ค่าแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเป็นคงที่ที่ไม่ทราบค่า $V(e) = \sigma_e^2$
4. e_i และ e_j เป็นอิสระต่อกัน ; $i \neq j$ นั่นคือ covariance $(e_i, e_j) = 0$ โดยมีเงื่อนไขที่เพิ่มจากการวิเคราะห์ความถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายอีก 1 เงื่อนไข คือ

5. ตัวแปรอิสระ X_i และ W_j ต้องเป็นอิสระกัน

2.4.8 การประมาณค่าพารามิเตอร์ของสมการความถดถอยเชิงพหุ

จากสมการความถดถอยเชิงพหุ ซึ่งมีพารามิเตอร์ $k + 1$ ตัว คือ $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ การประมาณค่า $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ จะต้องใช้ข้อมูลตัวอย่างของ $Y, X_1, X_2, \dots, X_k$ โดยใช้ตัวอย่างขนาด n จากสมการความถดถอยเชิงพหุ ในสมการที่ (2.18) และจะประมาณค่า Y หรือประมาณสมการที่ (2.18) ด้วย สมการที่ (2.19)

$$\text{หรือ } \hat{Y}_i = a + b_1X_{1i} + b_2X_{2i} + \dots + b_kX_{ki}$$

$$\text{โดยที่ } \hat{\beta}_0 = a, \hat{\beta}_1 = b_1, \hat{\beta}_2 = b_2, \dots, \hat{\beta}_k = b_k$$

(2.19)

ดังนั้น ค่าคลาดเคลื่อนในการประมาณค่า Y_i ด้วย $\hat{Y}_i$ คือ $Y_i - \hat{Y}_i = e_i$ หรือเรียกว่า Residual หรือ Error

2.4.9 ความหมายของสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงส่วน

ถ้ามีตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์ตัวแปรตาม (Y) 3 ตัว คือ X_1, X_2 และ X_3 ของสมการถดถอยเชิงพหุ คือ $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + e$

$$\text{ค่าประมาณของ } Y \text{ คือ } \hat{Y} = a + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 \quad (2.20)$$

จากสมการที่ (2.20) ค่าประมาณของ $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ และ β_3 คือ a, b_1, b_2 และ b_3 ตามลำดับโดยที่

a คือ ส่วนหรือระยะตัดแกน Y ซึ่งเมื่อกำหนดให้ $X_1 = X_2 = X_3 = 0$

b_1, b_2 และ b_3 เป็นค่าประมาณของสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงส่วน ซึ่งมีหน่วยเหมือน Y และมีความหมายดังนี้

b_1 เป็นค่าซึ่งแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่าง Y และ X_1 หมายถึง ถ้า X_1 เพิ่มขึ้น 1 หน่วย จะทำให้ Y เปลี่ยนไป b_1 หน่วย (ขึ้นอยู่กับเครื่องหมายของ b_1) โดยที่กำหนดให้ตัวแปรอิสระอื่น ๆ คือ X_2 และ X_3 มีค่าคงที่

b_2 เป็นค่าซึ่งแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่าง Y และ X_2 หมายถึง ถ้า X_2 เพิ่มขึ้น 1 หน่วย จะทำให้ Y เปลี่ยนไป b_2 หน่วย โดยที่ควบคุมให้ X_1 และ X_3 มีค่าคงที่

ในทำนองเดียวกับ b_3 จะแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่าง Y กับ X_3 โดยที่ถ้า X_3 เพิ่มขึ้น 1 หน่วย จะทำให้ Y เปลี่ยนไป b_3 หน่วย โดยควบคุมให้ X_1 และ X_2 มีค่าคงที่

2.4.10 การทดสอบสมการความถดถอยเชิงพหุโดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบจำแนกทางเดียว

$$\text{จากสมการความถดถอยเชิงพหุ } Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k + e$$

ค่าแปรปรวนของ Y = ค่าแปรปรวนที่เกิดจากอิทธิพลของ $X_1, X_2, \dots, X_k$ + ค่าแปรปรวนอย่างสุ่ม หรือ

$$SST = SSR + SSE \quad (2.21)$$

โดยที่ SST (Sum Square of Total) คือ ค่าแปรปรวนรวมทั้งหมดของ Y =

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

SSR (Sum Square of Regression) คือ ค่าแปรปรวนของ Y เนื่องจากอิทธิพลของ $X_1, \dots, X_k$

SSE (Sum Square of Error or Sum Square of Residual) คือ ค่าแปรปรวนของ Y เนื่องจากอิทธิพลอื่น ๆ หรือเรียกว่าค่าแปรปรวนอย่างสุ่ม = $\sum (y_i - \hat{y}_i)^2$

ตารางที่ 2.4 การวิเคราะห์ความแปรปรวนของการวิเคราะห์ความถดถอยเชิงพหุ [4]

แหล่งแปรปรวน (SV)	องศาอิสระ (DF)	ผลบวกกำลังสอง (SS)	ผลบวกกำลังสองเฉลี่ย (MS)	F
ความถดถอย (Regression)	K	SSR	MSR = SSR/k	$\frac{MSR}{MSE}$
ความคลาดเคลื่อน (Error) หรือ Residual	N - k - 1	SSE	MSE = SSE / (n-k-1)	
ผลรวม (Total)	N - 1	SST		

จากตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนจะใช้ในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่าง Y และ $X_1, X_2, \dots, X_k$ โดยตั้งสมมติฐานไว้ดังนี้

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 \dots \beta_k = 0$$

$$H_1 : \text{มี } \beta_i \text{ อย่างน้อย 1 ค่าที่ } \neq 0 ; i = 1, 2, \dots, k$$

$$\text{สถิติทดสอบ } F = \frac{MSR}{MSE}$$

เขตปฏิเสธ จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ถ้า $F > F_{k, n-k-1 ; 1 - \alpha}$ หรือ significance ของสถิติทดสอบ $F < \alpha$

ผลของการทดสอบสมมติฐานอาจจะเป็น

1. ยอมรับสมมติฐาน $H_0 : \beta_1 = \beta_2 \dots \beta_k = 0$ ซึ่งสรุปได้ว่า Y ไม่มีความสัมพันธ์กับ X ทั้ง k ($X_1, X_2, \dots, X_k$) ในรูปเชิงเส้น
2. ปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ซึ่งสรุปได้ว่ามี X_i อย่างน้อย 1 ตัว ที่มีความสัมพันธ์กับ Y ในรูปเชิงเส้น จึงต้องทดสอบต่อไปว่า X_i ตัวใดที่มีความสัมพันธ์กับ Y โดยใช้สถิติทดสอบ t

2.4.11 การประมาณค่าคลาดเคลื่อนของสมการความถดถอย

การประมาณค่าคลาดเคลื่อนของความถดถอย หรือการประมาณค่าแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อน (α_2^e) $s_{y,12\dots k}^2 = s^2$ โดยที่ $s^2 = \frac{SSE}{n-k-1}$

ดังนั้น ความคลาดเคลื่อนหรือค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าประมาณ คือ

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{SEE/(n-k-1)} = \sqrt{MSE} \quad (2.22)$$

2.4.12 การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยแบบช่วง

ในการประมาณค่า β_1 แบบช่วง จะต้องทราบค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของ b_1 โดยที่แบ่งเป็น

1. ตัวอย่างมีขนาดเล็ก ค่าประมาณแบบช่วงของ β_1 ที่ระดับความเชื่อมั่น $(1 - \alpha)$ 100% คือ $b_1 \pm t_{1-\alpha/2; n-k-1} S_{b_1}$

2. ตัวอย่างขนาดใหญ่ ค่าประมาณแบบช่วงของ β_1 ที่ระดับความเชื่อมั่น $(1 - \alpha)$ 100% คือ $b_1 \pm Z_{1-\alpha/2} S_{b_1}$

หมายเหตุ ; ใน SPSS จะใช้สถิติ t ไม่ว่าขนาดตัวอย่างจะเป็นเท่าใดก็ตาม เนื่องจากเมื่อขนาดตัวอย่างใหญ่ ค่า Z และ t จะเท่ากัน

2.4.13 การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับสัมประสิทธิ์ความถดถอย

ในการทดสอบเกี่ยวกับค่า β_1 เมื่อมีตัวแปรอิสระมากกว่า 1 ตัว จะมี 2 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 $H_0 : \beta_1 = \beta_2 \dots \beta_k = 0$

$H_1 : \text{มี } \beta_1 \text{ อย่างน้อย 1 ค่าที่ } \neq 0 ; i = 1, 2, \dots, k$

การทดสอบจะใช้ F-Test จากตาราง ANOVA

ถ้ายอมรับ H_0 จะสรุปได้ว่า $X_1, X_2, \dots, X_k$ ไม่มีความสัมพันธ์กับ y

ถ้าปฏิเสธ H_0 จะสรุปได้ว่ามี X_i อย่างน้อย 1 ตัวที่มีความสัมพันธ์กับ y จึงต้องทดสอบต่อในขั้นที่ 2 ว่ามี X ตัวใดบ้างที่มีความสัมพันธ์กับ y

ขั้นที่ 2 สมมติฐาน $H_0 : \beta_1 = 0$

$H_1 : \beta_1 \neq 0 ; i = 1, 2, \dots, k$

สมมติทดสอบ $t = \frac{b_1 - 0}{S_{b_1}}$

S_{b_1}

หรือใช้สถิติทดสอบ Z ถ้า n มีค่ามาก

เขตปฏิเสธสมมติฐาน H_0

จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 เมื่อ $t > t_{1-\alpha/2; n-k-1}$ หรือ $t < -t_{1-\alpha/2; n-k-1}$ หรือกล่าวว่าจะปฏิเสธ H_0 ถ้า $|t| > t_{1-\alpha/2; n-k-1}$ หรือ Significance ของสถิติ $t < \text{ระดับนัยสำคัญที่กำหนด } (\alpha)$



ตารางที่ 2.5 รูปแบบการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับสัมประสิทธิ์ความถดถอย β_1 ในขั้นที่ 2 [4]

การทดสอบแบบด้านเดียว		การทดสอบแบบสองด้าน
$H_0: \beta_i \leq 0$	$H_0: \beta_i \geq 0$	$H_0: \beta_i = 0$
$H_1: \beta_i > 0$	$H_1: \beta_i < 0$	$H_1: \beta_i \neq 0$
สถิติทดสอบ $t = b_i / S_{b_i}$		สถิติทดสอบ $t = b_i / S_{b_i}$
$t > t_{1-\alpha/2; n-k-1}$	$t < -t_{1-\alpha/2; n-k-1}$	$ t > t_{1-\alpha/2; n-k-1}$
หรือ 1. Sig. < α	หรือ 1. Sig. < α	หรือ Sig. ของ $t < \alpha$
และ 2. $t > 0$	และ 2. $t > 0$	

2.4.14 สัมประสิทธิ์การตัดสินใจเชิงพหุ (multiple Coefficient of Determination : R^2 หรือ R^2)

สัมประสิทธิ์การตัดสินใจเชิงพหุจะมีความหมายเหมือนกับความหมายของสัมประสิทธิ์การตัดสินใจในบทที่ 19 คือ เป็นสัดส่วนหรือเปอร์เซ็นต์ที่ตัวแปรอิสระ ($X_1, X_2, \dots, X_k$) สามารถอธิบายการเปลี่ยนแปลงของ Y ได้ หรือกล่าวได้ว่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจเชิงพหุเป็นสัดส่วนหรือเปอร์เซ็นต์ ของความผันแปร Y ที่มีสาเหตุเนื่องจากความผันแปรของ $X_1, X_2, \dots$ และ X_k โดยมีสัมประสิทธิ์การตัดสินใจเชิงพหุจะใช้สัญลักษณ์ $R^2_{y.123\dots k}$ แต่โดยทั่วไปจะใช้สัญลักษณ์ R^2

$$r^2 = R^2 = \frac{\text{ความผันแปรของ } Y \text{ เนื่องจากอิทธิพลของ } X_1, X_2, \dots, X_k}{\text{ความผันแปรทั้งหมด}} = \frac{\text{SSR}}{\text{SST}} \quad (2.23)$$

ถ้า ค่า R^2 ที่ใกล้ 1 จะหมายถึง $X_1, X_2, \dots, X_k$ มีความสัมพันธ์กับ Y มาก แต่ ถ้า R^2 เข้าใกล้ศูนย์ หมายถึง ค่า $X_1, X_2, \dots, X_k$ มีความสัมพันธ์กับ Y น้อย

เนื่องจาก SSR จะเพิ่มขึ้นถ้าเพิ่มตัวแปรอิสระ เช่น เดิมมี X_1 และ X_2 ที่มีความสัมพันธ์กับ Y แต่เพิ่มตัวแปรอิสระ X_3 เข้าในสมการความถดถอย จะได้ว่า $\text{SSR}(X_1, X_2, X_3) > \text{SSR}(X_1, X_2)$

โดยที่ $\text{SSR}(X_1, X_2, X_3)$ หมายถึง SSR ของสมการความถดถอยที่มีตัวแปรอิสระ X_1, X_2 และ X_3 และ $\text{SSR}(X_1, X_2)$ หมายถึง SSR ของสมการความถดถอยที่มีตัวแปรอิสระ X_1 และ X_2

ดังนั้น เมื่อเพิ่มตัวแปรอิสระเข้าสมการความถดถอยจะทำให้ค่า R^2 มากขึ้นทั้งที่ตัวแปรอิสระ X ที่เพิ่มอาจจะไม่มีความสัมพันธ์กับ Y เลยก็ได้ จึงมีการปรับค่า R^2 ให้ถูกต้องขึ้น เรียกว่า Adjusted R^2 โดยที่

$$R_a^2 = \text{Adjusted } R^2 = 1 + \frac{(n-1)}{(n-k-1)}(R^2 - 1) \quad (2.24)$$

กรณีที่เพิ่มตัวแปรอิสระหลายตัว จะพิจารณาจากค่า R_a^2 มากกว่าค่า R^2

2.4.15 สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงพหุ (Multiple Coefficient of Correlation)

ค่าของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงพหุ ได้จากการถอดรากที่สองของสัมประสิทธิ์การตัดสินใจเชิงพหุ ดังนั้น สัมประสิทธิ์เชิงพหุ $= R_{y \cdot 12 \dots k} = R = \sqrt{R^2_{y \cdot 12 \dots k}}$ โดยที่ $0 \leq R \leq 1$ โดยที่สัมประสิทธิ์เชิงพหุ หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่าง Y กับ y ถ้า สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงพหุมีค่ามากกว่าแสดงว่าค่า y ใกล้เคียงกับค่า Y มาก

R มีค่าเข้าใกล้ศูนย์ แสดงว่า Y มีความสัมพันธ์กับ $X_1, X_2, \dots, X_k$ น้อยมาก และถ้า $R = 0$ แสดงว่า Y ไม่มีความสัมพันธ์กับ $X_1, X_2, \dots, X_k$ เลย

R มีค่าเข้าใกล้ 1 แสดงว่า Y มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระทั้ง k ตัวมีมาก

2.4.16 สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงส่วน (Coefficients of partial Correlation)

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงส่วนเป็นค่าที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง Y กับ X ตัวใดตัวหนึ่ง โดยให้ X ตัวอื่น ๆ มีค่าคงที่ เช่น ถ้า X ความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระ 3 ตัว (X_1, X_2, X_3) สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงส่วนระหว่าง Y กับ X_i โดยกำหนดให้ X_j และ X_k คงที่ ($i \neq j \neq k$) จะแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง Y กับ X_i จริง ๆ โดยกำจัดอิทธิพลของ X_j และ X_k ที่มีต่อ Y

สัญลักษณ์ของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงส่วนที่ใช้ คือ

$r_{y1.23}$ = สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงส่วนระหว่าง Y กับ X_1 โดยกำหนดให้ X_2 และ X_3 มีค่าคงที่ เป็นค่าที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง Y กับ X_1 โดยให้ X_2 และ X_3 มีค่าคงที่ จึงเป็นค่าที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง Y กับ X_1 เท่านั้น มิใช่ความสัมพันธ์ของ X_2 และ X_3 กับ Y

$r_{y2.23}$ = สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงส่วนของ Y กับ X_2 โดยกำหนดให้ X_1 และ X_3 มีค่าคงที่
 $r_{y2.23}$ = สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงส่วนของ Y กับ X_2 โดยกำหนดให้ X_1 และ X_3 มีค่าคงที่ โดยที่

$$-1 \leq r_{y i j k} \leq 1$$