
ภาคผนวก

การวิเคราะห์ความแปรปรวนเนื่องจาก 2 ปัจจัย (Two Factor ANOVA)

สมมติว่ามีปัจจัยที่คาดว่าเป็นต้นเหตุของความแปรผันของข้อมูลอยู่ 2 ปัจจัยและการอยู่ร่วมกันของปัจจัยทั้งสองที่เวลาเดียวกันก็มีผลต่อความแปรปรวนของข้อมูลด้วย สมมติให้ปัจจัยทั้งสองคือ ปัจจัย A ซึ่งมี a ระดับ และปัจจัย B ซึ่งมี b ระดับ จะเรียงตัวแปรที่เกิดจากการทดลองดังนี้

		B						
		1	2	3	.	.	b	
A	1				.	.	.	$A_{1.}$
	2				.	.	.	$A_{2.}$
	3				.	.	.	$A_{3.}$

	a				.	.	.	$A_{a.}$
		$B_{.1}$	$B_{.2}$	$B_{.3}$.	.	$B_{.b}$	

โดยที่ $A_{i.}$ = ผลบวกในแนวนอนแถวที่ $i = \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n X_{ijk}$

$B_{.j}$ = ผลบวกในแนวตั้งแถวที่ $j = \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^n X_{ijk}$

ให้ $\bar{X}_{i.}$ = ค่าเฉลี่ยของแถวที่ i ในแนวนอน

$\bar{X}_{.j}$ = ค่าเฉลี่ยของแถวที่ j ในแนวตั้ง

\bar{X}_{ij} = ค่าเฉลี่ยในช่องที่ตัดกันระหว่างระดับ i กับ j

$\bar{X}_{...}$ = ค่าเฉลี่ยทั้งหมด

เนื่องจากความแปรผันของตัวแปรตาม, X_{ijk} , เนื่องจาก 2 ปัจจัยและอิทธิพลร่วมของปัจจัย เขียนได้สมการดังนี้

$$X_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

โดยที่ α_i = อิทธิพลของปัจจัย A

$\beta_j =$ อิทธิพลของปัจจัย B

$(\alpha\beta)_{ij} =$ อิทธิพลร่วมของปัจจัย AB

สมมติฐานหลักที่จะทดสอบคือ

$$H_0: \alpha_i = 0 \text{ สำหรับทุก } i$$

$$H_0: \beta_j = 0 \text{ สำหรับทุก } j$$

$$H_0: (\alpha\beta)_{ij} = 0 \text{ สำหรับทุก } i \text{ และ } j$$

ผลบวกกำลังสองทั้งหมด, SS_T

$$\begin{aligned} SS_T &= \sum_i \sum_j \sum_k (X_{ijk} - \bar{X}_{...})^2 = nb \sum_i (\bar{X}_{i...} - \bar{X}_{...})^2 + na \sum_j (\bar{X}_{.j.} - \bar{X}_{...})^2 \\ &\quad + n \sum_i \sum_j (X_{ij.} - \bar{X}_{i..} - \bar{X}_{.j.} + \bar{X}_{...})^2 \\ &\quad + \sum_i \sum_j \sum_k (X_{ijk} - \bar{X}_{ij.})^2 \\ &= SS_A + SS_B + SS_{AB} + SS_E \end{aligned}$$

ผลบวกกำลังสองเนื่องจากปัจจัย, SS_{Tr}

$$SS_{Tr} = \sum_i \sum_j (\sum_k X_{ijk})^2 / n_k - (\sum_i \sum_j \sum_k X_{ijk})^2 / nab$$

ผลบวกกำลังสองเนื่องจากความผิดพลาดแบบสุ่ม, SS_E

$$SS_E = SS_T - SS_{Tr}$$

ค่าเฉลี่ยผลบวกกำลังสองจะได้

$$\begin{aligned}
 SS_E &= SS_T - SS_T \\
 MS_A &= SS_A / (a-1) \\
 MS_B &= SS_B / (b-1) \\
 MS_{AB} &= SS_{AB} / (a-1)(b-1) \\
 MS_E &= SS_E / ab(n-1) \\
 E(MS_E) &= \sigma^2
 \end{aligned}$$

ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนสรุปได้ดังนี้

แหล่งความแปรปรวน	ดีกรี ความอิสระ	ผลบวก กำลังสอง	ค่าเฉลี่ย ผลบวกกำลังสอง	F
ปัจจัย A	$a-1$	SS_A	MS_A	MS_A / MS_E
ปัจจัย B	$b-1$	SS_B	MS_B	MS_B / MS_E
ปัจจัย AB	$(a-1)(b-1)$	SS_{AB}	MS_{AB}	MS_{AB} / MS_E
ความผิดพลาดแบบสุ่ม	$ab(n-1)$	SS_E	MS_E	
รวม	$abn-1$	SS_T		

ยอมรับ $H_0: \alpha_i = 0$ ถ้า $MS_A / MS_E < F_{\alpha, (a-1), ab(n-1)}$

ยอมรับ $H_0: \beta_j = 0$ ถ้า $MS_B / MS_E < F_{\alpha, (b-1), ab(n-1)}$

ยอมรับ $H_0: (\alpha\beta)_{ij} = 0$ ถ้า $MS_{AB} / MS_E < F_{\alpha, (a-1)(b-1), ab(n-1)}$

(ที่มา : สถิติสำหรับงานวิศวกรรม, ศิริจันทร์ ทองประเสริฐ, สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย)

ตาราง ๓.1 Table of $F_{0.05; v_1, v_2}$
 (ที่มา : สถิติสำหรับงานวิศวกรรม, ศิริจันทร์ ทองประเสริฐ และ จันทนา จันทร์โร)

Table of $F_{0.05; v_1, v_2}$

$v_1 \backslash v_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞	
1	161.4	190.5	215.7	234.6	250.2	264.0	276.8	288.9	299.5	309.9	319.9	329.9	339.9	349.1	358.1	366.1	373.2	380.3	387.3	394.3
2	18.51	19.00	19.46	19.89	20.29	20.66	21.01	21.34	21.65	21.94	22.21	22.46	22.70	22.92	23.12	23.30	23.46	23.61	23.74	23.86
3	16.17	16.53	16.86	17.16	17.43	17.68	17.91	18.11	18.29	18.45	18.60	18.74	18.87	18.99	19.10	19.20	19.29	19.37	19.44	19.50
4	14.71	15.01	15.28	15.52	15.73	15.92	16.09	16.24	16.38	16.51	16.63	16.74	16.84	16.93	17.01	17.08	17.15	17.21	17.27	17.32
5	13.75	14.00	14.23	14.43	14.61	14.77	14.91	15.04	15.16	15.27	15.37	15.46	15.54	15.61	15.67	15.73	15.78	15.83	15.88	15.92
6	13.12	13.33	13.52	13.69	13.84	13.97	14.09	14.20	14.30	14.39	14.47	14.55	14.62	14.68	14.73	14.78	14.82	14.86	14.90	14.94
7	12.64	12.82	13.00	13.15	13.28	13.40	13.51	13.61	13.70	13.78	13.86	13.93	14.00	14.06	14.11	14.15	14.19	14.23	14.26	14.29
8	12.26	12.42	12.58	12.72	12.84	12.95	13.05	13.14	13.22	13.29	13.36	13.42	13.48	13.53	13.57	13.61	13.64	13.67	13.70	13.73
9	11.94	12.08	12.22	12.34	12.45	12.55	12.64	12.72	12.79	12.85	12.91	12.96	13.01	13.05	13.09	13.12	13.15	13.18	13.21	13.23
10	11.67	11.79	11.91	12.02	12.12	12.21	12.29	12.36	12.42	12.47	12.52	12.56	12.60	12.63	12.66	12.69	12.71	12.74	12.76	12.78
11	11.43	11.54	11.64	11.74	11.83	11.91	11.98	12.04	12.10	12.15	12.20	12.24	12.28	12.31	12.34	12.36	12.38	12.40	12.42	12.43
12	11.22	11.31	11.40	11.49	11.57	11.64	11.70	11.76	11.81	11.85	11.89	11.93	11.96	11.99	12.01	12.03	12.05	12.06	12.07	12.08
13	11.03	11.11	11.19	11.26	11.33	11.39	11.45	11.50	11.55	11.59	11.63	11.66	11.69	11.72	11.74	11.76	11.77	11.78	11.79	11.80
14	10.86	10.93	11.00	11.06	11.12	11.17	11.22	11.26	11.30	11.34	11.37	11.40	11.43	11.45	11.47	11.48	11.49	11.50	11.51	11.51
15	10.71	10.77	10.83	10.88	10.93	10.97	11.01	11.04	11.07	11.10	11.13	11.15	11.17	11.19	11.20	11.21	11.22	11.23	11.23	11.24
16	10.57	10.62	10.67	10.71	10.75	10.78	10.81	10.84	10.86	10.88	10.90	10.92	10.94	10.95	10.96	10.97	10.98	10.98	10.99	10.99
17	10.44	10.48	10.52	10.55	10.58	10.61	10.63	10.65	10.67	10.68	10.70	10.71	10.72	10.73	10.74	10.74	10.75	10.75	10.75	10.75
18	10.32	10.35	10.38	10.41	10.43	10.45	10.47	10.48	10.49	10.50	10.51	10.52	10.52	10.53	10.53	10.53	10.54	10.54	10.54	10.54
19	10.21	10.23	10.25	10.27	10.29	10.30	10.31	10.32	10.32	10.33	10.33	10.34	10.34	10.34	10.34	10.34	10.34	10.34	10.34	10.34
20	10.11	10.12	10.13	10.14	10.15	10.15	10.15	10.15	10.15	10.15	10.15	10.15	10.15	10.15	10.15	10.15	10.15	10.15	10.15	10.15
21	10.02	10.02	10.02	10.02	10.02	10.02	10.02	10.02	10.02	10.02	10.02	10.02	10.02	10.02	10.02	10.02	10.02	10.02	10.02	10.02
22	9.93	9.93	9.93	9.93	9.93	9.93	9.93	9.93	9.93	9.93	9.93	9.93	9.93	9.93	9.93	9.93	9.93	9.93	9.93	9.93
23	9.84	9.84	9.84	9.84	9.84	9.84	9.84	9.84	9.84	9.84	9.84	9.84	9.84	9.84	9.84	9.84	9.84	9.84	9.84	9.84
24	9.75	9.75	9.75	9.75	9.75	9.75	9.75	9.75	9.75	9.75	9.75	9.75	9.75	9.75	9.75	9.75	9.75	9.75	9.75	9.75
25	9.66	9.66	9.66	9.66	9.66	9.66	9.66	9.66	9.66	9.66	9.66	9.66	9.66	9.66	9.66	9.66	9.66	9.66	9.66	9.66
26	9.57	9.57	9.57	9.57	9.57	9.57	9.57	9.57	9.57	9.57	9.57	9.57	9.57	9.57	9.57	9.57	9.57	9.57	9.57	9.57
27	9.48	9.48	9.48	9.48	9.48	9.48	9.48	9.48	9.48	9.48	9.48	9.48	9.48	9.48	9.48	9.48	9.48	9.48	9.48	9.48
28	9.39	9.39	9.39	9.39	9.39	9.39	9.39	9.39	9.39	9.39	9.39	9.39	9.39	9.39	9.39	9.39	9.39	9.39	9.39	9.39
29	9.30	9.30	9.30	9.30	9.30	9.30	9.30	9.30	9.30	9.30	9.30	9.30	9.30	9.30	9.30	9.30	9.30	9.30	9.30	9.30
30	9.21	9.21	9.21	9.21	9.21	9.21	9.21	9.21	9.21	9.21	9.21	9.21	9.21	9.21	9.21	9.21	9.21	9.21	9.21	9.21
40	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00
60	8.80	8.80	8.80	8.80	8.80	8.80	8.80	8.80	8.80	8.80	8.80	8.80	8.80	8.80	8.80	8.80	8.80	8.80	8.80	8.80
120	8.60	8.60	8.60	8.60	8.60	8.60	8.60	8.60	8.60	8.60	8.60	8.60	8.60	8.60	8.60	8.60	8.60	8.60	8.60	8.60
∞	8.50	8.50	8.50	8.50	8.50	8.50	8.50	8.50	8.50	8.50	8.50	8.50	8.50	8.50	8.50	8.50	8.50	8.50	8.50	8.50

Example: $P(F > F_{0.05; 9, 15}) = P(F > 2.59) = 0.05$.
 Example: $F_{0.95; 9, 15} = 1/F_{0.05; 15, 9} = 1/3.01 = 0.332$.