

บทที่ 2 ทฤษฎีและหลักการ

อุทกวิทยา น้ำใต้ดิน (GROUNDWATER HYDROLOGY)

น้ำใต้ดิน คือ น้ำที่แทรกอยู่ตามช่องว่างของกรวด หิน หิน หรือตามรอยหินแตก จนเกิดการอิมมิตัวมีสภาพการไหลซึมอย่างช้าๆ จากที่ที่มีพลังงานสูงไปสู่ที่ที่มีพลังงานต่ำ ซึ่งน้ำใต้ดินเป็นแหล่งน้ำที่สำคัญโดยเฉพาะอย่างยิ่งในบริเวณพื้นที่ที่ไม่มีแหล่งน้ำผิวดินเก็บกักหรือไหลผ่านในฤดูแล้ง หรือบางพื้นที่ที่มีแหล่งน้ำผิวดินไม่เพียงพอกับความต้องการน้ำ ซึ่งในการพัฒนาแหล่งน้ำ ควรจะพิจารณาแหล่งน้ำผิวดินเป็นอันดับแรกก่อน เพราะการขุดบ่อบาดาลจะมีค่าใช้จ่ายและได้น้ำไม่มากเมื่อเทียบกับแหล่งน้ำผิวดิน ดังนั้นการหาแหล่งน้ำใต้ดินจึงควรจะเป็นทางเลือกรองหรือเป็นทางเลือกที่จำเป็นหรือทางเลือกเสริมเท่านั้น

2.1 การกระจายของน้ำใต้ดินในแนวตั้ง (vertical distribution of groundwater)

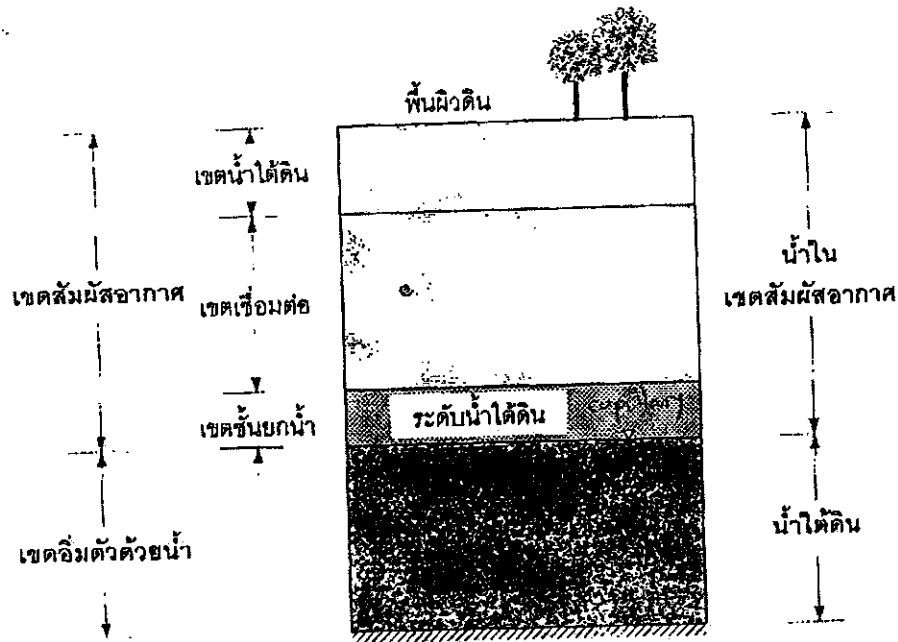
การกระจายของน้ำใต้ดินในแนวตั้งแบ่งออกเป็น 2 เขตใหญ่ๆ ดังรูปที่ 2.1 คือ เขตสัมผัสอากาศ (zone of aeration) และเขตอิมมิตัวด้วยน้ำ (zone of saturation)

2.1.1 เขตสัมผัสอากาศ (zone of aeration) คือ บริเวณที่อยู่ระหว่างผิวดินกับระดับน้ำใต้ดิน (water table) เป็นเขตที่ดินยังไม่อิมมิตัวด้วยน้ำ ช่องว่างระหว่างเม็ดดินจึงมีทั้งอากาศและน้ำ โดยน้ำที่มีอยู่บริเวณนี้ได้ด้วยแรงเกาะติด (adhesion force) หรือแรงยึดเหนี่ยวระหว่างโมเลกุลของน้ำกับเม็ดดินและแรงดูดซับ (capillary force) เรียกน้ำในบริเวณนี้ว่า น้ำในเขตสัมผัสอากาศ (vadose water) ซึ่งน้ำส่วนที่เกาะเม็ดดินเป็นแผ่นบางๆ เรียกว่า น้ำเยื่อ (hygroscopic water) เป็นน้ำที่ไม่สามารถเคลื่อนที่ได้ด้วยแรงดึงดูดของโลกหรือแรงดูดซับ โดยในเขตสัมผัสอากาศนี้ยังแบ่งได้เป็น 3 เขตย่อย คือ

1. เขตน้ำใต้ดิน (soil water zone) คือ บริเวณจากผิวดินลงไปจนถึงรากไม้สามารถชอนไชลงไปดูดน้ำขึ้นมาใช้ได้ มีความหนาไม่แน่นอน ขึ้นอยู่กับชนิดของพืชและชนิดของดิน

2. เขตเชื่อมต่อ (intermediate zone) หรือ เขตยังไม่อิมมิตัวด้วยน้ำ (vadose water) คือ บริเวณระหว่างเขตน้ำใต้ดินกับเขตชั้นยกน้ำ (capillary zone) เป็นเขตที่เป็นทางไหลผ่านของน้ำลงเพิ่มน้ำใต้ดินซึ่งพืชไม่สามารถดูดน้ำในบริเวณนี้ไปใช้ได้

3. เขตชั้นยกน้ำ (capillary zone) คือ บริเวณที่อยู่เหนือระดับน้ำใต้ดิน ซึ่งน้ำจะสูงขึ้นตามช่องว่างระหว่างเม็ดดินด้วยแรงดูดซับ (capillary force) โดยจะมีความสูงของชั้นยกน้ำมากน้อยเพียงใดนั้น ขึ้นอยู่กับชนิดของดินและขนาดของเม็ดดินดังตารางที่ 2.1



รูปที่ 2.1 กระจายของน้ำใต้ดินในแนวดิ่ง

ตารางที่ 2.1 ความสูงของเขตชั้นยกน้ำ

ชนิดดิน	ขนาดเม็ดดิน(mm)	ความสูงของเขตชั้นยกน้ำ (mm)
ดินตะกอน	0.02-0.05	2000
ดินตะกอนหยาบ	0.05-0.1	1055
ดินทรายละเอียด	0.10-0.20	428
ดินทราย	0.20-0.50	246
ดินทรายหยาบ	0.50-1.00	135
ดินทรายหยาบมาก	1.00-2.00	65
กรวดละเอียด	2.00-5.00	25

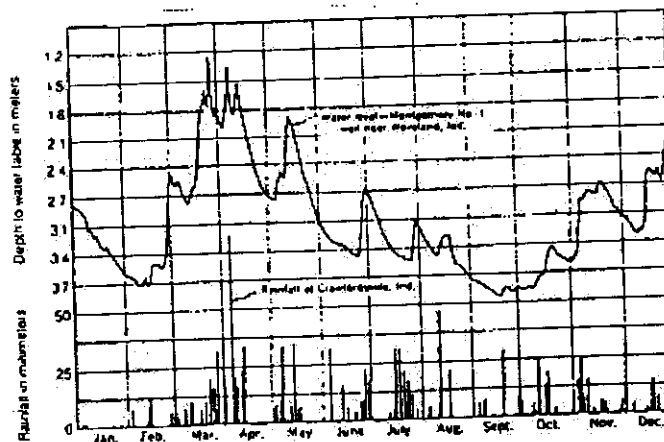
2.1.2 เขตอิ่มตัวด้วยน้ำ (zone of saturation) ซึ่งบางครั้งเรียกว่าเขตน้ำใต้ดิน (groundwater zone) เป็นแหล่งกักเก็บน้ำใต้ดินขนาดใหญ่ที่มีระดับน้ำใต้ดินอยู่บนสุด โดยถ้าระดับน้ำใต้ดินอยู่สูงกว่าระดับน้ำในแม่น้ำลำคลองหรือในอ่างเก็บน้ำ น้ำใต้ดินจะทยอยไหลลงแม่น้ำลำคลองหรืออ่างเก็บน้ำ เป็นการเสริมแหล่งน้ำผิวดิน

2.2 แหล่งน้ำใต้ดิน(sources of groundwater) สามารถแบ่งได้ 3 แหล่งใหญ่ๆ คือ

1.เกิดจากน้ำฝนที่ตกลงมายังพื้นดินแล้วไหลผ่านชั้นดินหรือชั้นหินต่างๆลงสู่ใต้ดินซึ่งเป็นการกรองตามธรรมชาติ โดยปกติแล้วระดับน้ำใต้ดินจะมีแนวโน้มสูงต่ำตามปริมาณฝนที่ตกลงมาดังรูปที่ 2.2

2.เกิดจากน้ำในแม่น้ำ ลำคลอง สระน้ำ หรืออ่างเก็บน้ำไหลซึมลงดิน

3.เกิดจากการเติมน้ำ(artificial recharge) ลงสู่ใต้ดินโดยมนุษย์



รูปที่ 2.2 เปรียบเทียบระดับน้ำใต้ดินและปริมาณฝน

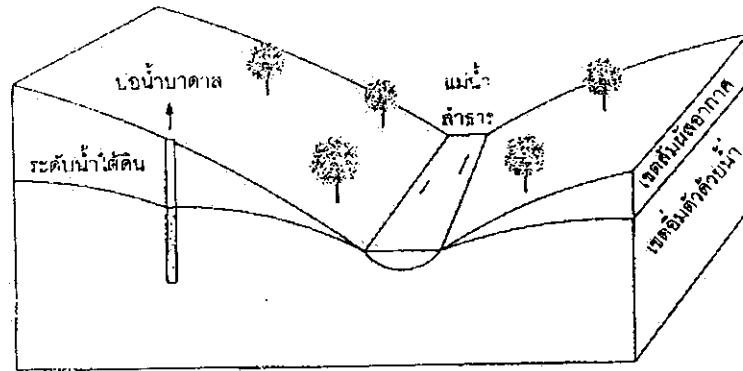
2.3 ประเภทของชั้นหินหรือชั้นดินที่เกี่ยวข้องกับน้ำใต้ดิน

ชั้นหินหรือชั้นดินแต่ละชนิดแต่ละประเภทจะมีความพรุนที่แตกต่างกัน ทำให้มีผลต่อการไหลซึมของน้ำใต้ดิน สามารถแบ่งได้เป็น 4 ประเภทใหญ่ๆ คือ ชั้นให้น้ำหรือชั้นอุ้มน้ำ(aquifer) ชั้นซึบน้ำ (aquiclude) ชั้นกั้นน้ำ (aquifuge) และชั้นน้ำใต้ดินรั่ว (aquitard) ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

2.3.1 ชั้นให้น้ำหรือชั้นอุ้มน้ำ(aquifer) คือ ชั้นดินหรือชั้นหินพรุนหรือชั้นหินแตกที่สามารถกักเก็บน้ำเป็นปริมาณมากๆ สามารถยอมให้น้ำไหลซึมผ่านได้อย่างสะดวก ได้แก่ ชั้นให้น้ำที่เป็นกรวดทราย และหินพรุน เป็นต้น ลักษณะทั่วไปจะเป็นชั้นให้น้ำที่มีความพรุนสูง ขนาดเม็ดดินค่อนข้างใหญ่ ทำให้มีความสามารถในการซึมผ่านได้ดี โดยชั้นให้น้ำยังแบ่งได้เป็น 3 ชนิด คือ

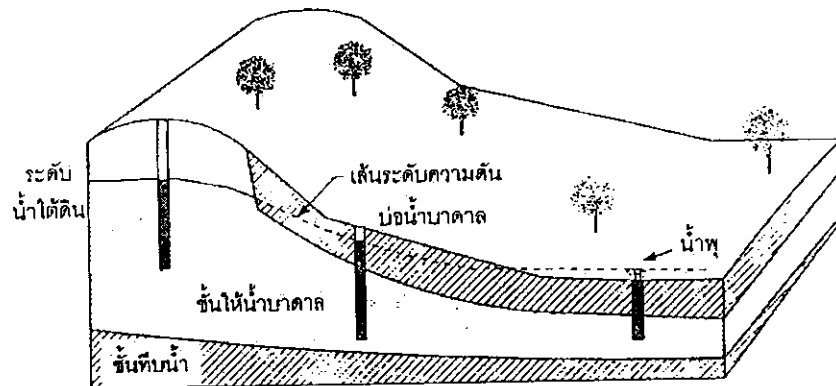
1. ชั้นให้น้ำใต้ดินอิสระ(unconfined or water table aquifer) คือชั้นให้น้ำใต้ดินที่มีผิวของระดับน้ำใต้ดินสัมผัสกับอากาศในเม็ดดิน และความดันเท่ากับความดันบรรยากาศ ดังรูปที่ 2.3 โดยชั้นให้น้ำใต้ดินอิสระนี้จะวางตัวอยู่บนชั้นดินที่บีบน้ำ (confining layer) ซึ่งหากมีการเจาะบ่อน้ำ

บาดาลลงไปที่ชั้นให้น้ำใต้ดินอิสระนี้ จะพบว่าน้ำรอบๆบ่อบาดาลจะไหลเข้าสู่บ่อน้ำบาดาล และมีระดับน้ำในบ่อน้ำบาดาลเท่ากับระดับน้ำใต้ดิน (water table) ที่อยู่รอบๆบ่อ



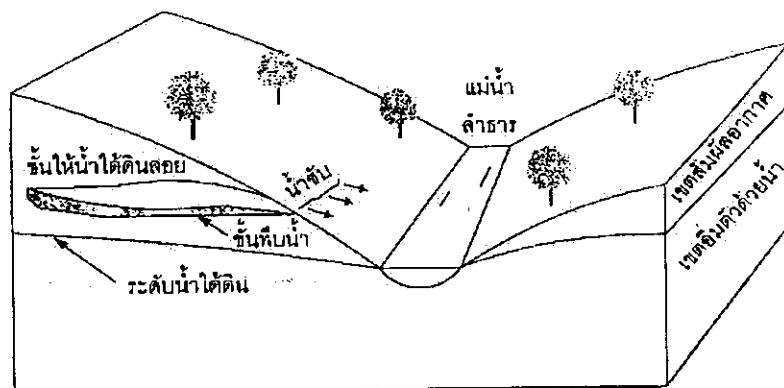
รูปที่ 2.3 ชั้นให้น้ำใต้ดินอิสระ(unconfined aquifer)

2. ชั้นให้น้ำบาดาล(confined aquifer) คือ ชั้นให้น้ำใต้ดินที่อยู่ใต้ดินหรือชั้นหินที่บดน้ำ จึงเป็นชั้นน้ำที่แทรกอยู่ตามเม็ดดินที่มีสภาพการไหลซึมภายใต้ความดันคล้ายๆกับการไหลในท่อซึ่งถ้าสังเกตรูปที่ 7.4 จะเห็นได้ว่า น้ำใต้ดินจะไหลซึมจากด้านบนซ้ายที่รับน้ำผิวดินลงมาซึ่งหากมีการเจาะบ่อน้ำบาดาลทะลุผ่านชั้นที่บดน้ำ โดยมีการเจาะร่องท่อของบ่อบาดาลเฉพาะส่วนที่อยู่ในชั้นให้น้ำบาดาล จะพบว่าบ่อน้ำบาดาลที่มีระดับปากบ่ออยู่ต่ำกว่าระดับความดัน(piezometric surface) จะเกิดเป็นน้ำพุพุ่งขึ้นมาเหนือพื้นดิน ส่วนบ่อบาดาลที่มีระดับปากบ่ออยู่สูงกว่าระดับความดัน(บ่อกลาง) จะมีระดับน้ำใต้ดินจากชั้นให้น้ำบาดาลสูงขึ้นมาอยู่ที่ระดับความดัน และถ้าสังเกตแนวสันระดับความดันจะมีแนวโน้มลดระดับลงจากจุดรับน้ำ(ด้านซ้ายมือ) ไปตามทิศทางการไหลซึมของน้ำบาดาล(ด้านขวามือ)



รูปที่ 2.4 ชั้นให้น้ำบาดาล(confined aquifer)

3. ชั้นให้น้ำใต้ดินลอย(perched aquifer) คือ ชั้นให้น้ำใต้ดินที่อยู่บนแอ่งของชั้นที่บ่งน้ำที่วางอยู่ในเขตสัมผัสดังรูปที่ 2.5 ซึ่งชั้นที่บ่งน้ำอาจจะเป็นหินแข็งที่บ่งหรือชั้นดินเหนียวมีขนาดไม่ใหญ่มาก ให้น้ำจำนวนจำกัดและนำน้ำมาใช้ได้ไม่นานก็หมด และถ้ามีแนวชั้นที่บ่งน้ำต่อกับผิวดินก็เกิดน้ำซึมไหลออกมาเป็นน้ำผิวดินหรือน้ำซับ



รูปที่2.5 ชั้นให้น้ำใต้ดินลอย(perched aquifer)

2.3.2 ชั้นซับน้ำ(aquiclude) คือ ชั้นหินหรือชั้นดินที่มีคุณสมบัติในการดูดซับน้ำได้แต่ไม่สามารถไหลซึมผ่านได้โดยง่าย เนื่องจากมีความสามารถในการซึมต่ำมาก ได้แก่ ชั้นดินเหนียว

2.3.3 ชั้นกั้นน้ำ(aquifuge) คือ ชั้นหินหรือชั้นดินที่ไม่มีรูพรองต่อถึงกัน ไม่สามารถเก็บกักน้ำหรือส่งผ่านให้น้ำซึมผ่านได้เลย เช่น หินแข็ง หินแกรนิต(granite)และหินบะซอลท์(basalt) เป็นต้น

2.3.4 ชั้นน้ำใต้ดินรั่ว(aquitard) คือ ชั้นหินหรือชั้นดินที่ยอมให้น้ำซึมผ่านได้อย่างช้าๆ แต่ไม่สามารถสูบน้ำในชั้นนี้ขึ้นมาใช้ได้ เช่น ชั้นดินเหนียวปนทราย เป็นต้น

2.4 คุณสมบัติของชั้นให้น้ำใต้ดินที่มีผลต่อน้ำใต้ดิน

เนื่องจากน้ำใต้ดินมีการแผ่กระจายอยู่ทั่วไปตามช่องว่างระหว่างเม็ดดินหรือรอยหินแตกในเขตอิ่มตัวด้วยน้ำ ดังนั้นคุณสมบัติของชั้นให้น้ำใต้ดินจึงมีผลต่อปริมาณน้ำใต้ดิน ซึ่งคุณสมบัติที่สำคัญเหล่านี้ ได้แก่ ความพรุน (porosity) ปริมาณการให้น้ำจำเพาะ (specific yield) และปริมาณการติดค้างจำเพาะ (specific retention) โดยมีนิยามของคุณสมบัติต่างๆ เหล่านี้ คือ

(1) ความพรุน (porosity) คือ อัตราส่วนระหว่างปริมาณช่องว่าง (void) ของดินหรือหินที่มีรอยแตกต่อปริมาตรทั้งหมดของดินหรือหินที่พิจารณานั้น เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\text{ความพรุน} \quad \alpha = \frac{100W}{V} \quad \dots (2.1)$$

โดยที่ α คือ ความพรุน (%)

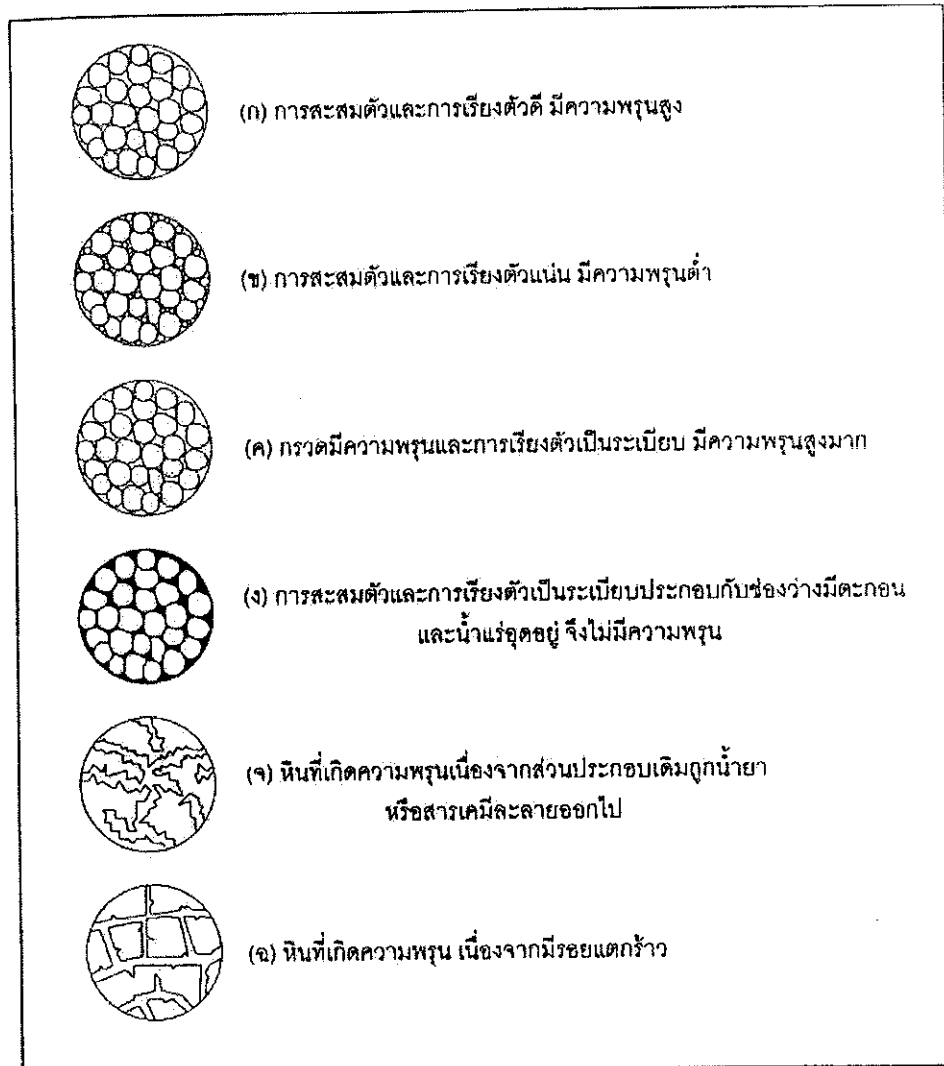
W คือ ปริมาตรช่องว่างของดินหรือหินที่มีรอยแตก

และ V คือ ปริมาตรทั้งหมดของดินหรือหินที่พิจารณา

ค่าความพรุนเป็นตัวแปรหนึ่งที่บอกได้ว่า น้ำใต้ดินจะมีปริมาณน้ำที่สามารถแทรกซึมตามช่องว่างระหว่างเม็ดดินหรือรอยหินแตกได้มากน้อยเพียงไร ซึ่งจะขึ้นกับว่า ลักษณะรูปร่างของช่องว่างมีการกระจาย การวางตัว และขนาดของเม็ดดินหรือหินอย่างไร ดังจะเห็นได้จากตัวอย่างการแทรกซึมของน้ำในช่องว่างของดินหรือรอยหินแตกได้ ดังรูปที่ 2.6 สำหรับค่าความพรุนของดินและหินชนิดต่างๆ ที่ได้จากการทดลองวัดค่า สามารถสรุปได้ดังตารางที่ 2.2

ตารางที่ 2.2 ความพรุนของดินและหินชนิดต่างๆ

ดินและหินชนิดต่างๆ	ความพรุน(%)
ดินเหนียว	45-55
ดินตะกอน	40-50
ทรายปานกลางถึงทรายหยาบ	35-40
ทรายละเอียดถึงทรายปานกลาง	30-35
ทรายสม่ำเสมอ	30-40
กรวด	30-40
กรวดผสมทราย	20-35
หินทราย	10-20
หินปูน	1-10



รูปที่ 2.6 ตัวอย่างการแทรกซึมของน้ำในช่องว่างของดินหรือรอยหินแตก

(2) ปริมาณการให้น้ำจำเพาะ (specific yield) คือ อัตราส่วนระหว่างปริมาตรน้ำที่มีการไหลเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลกออกจากช่องว่างของดินหรือรอยหินแตกต่อปริมาตรทั้งหมดของดินหรือหินแตกนั้น

ประมาณการให้น้ำจำเพาะ

$$S_y = \frac{100W_y}{V} \quad \dots (2.2)$$

- โดยที่ S_y คือ ปริมาณการให้น้ำจำเพาะ
 W_y คือ ปริมาณน้ำที่ไหลออกจากช่องว่างเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก
 V คือ ปริมาตรทั้งหมดของดินหรือหินที่พิจารณา

ปริมาณการให้น้ำจำเพาะขึ้นอยู่กับชนิดดินและหินต่างๆ ดังตารางที่ 2.3

ตารางที่ 2.3 ปริมาณการให้น้ำจำเพาะของดินและหินชนิดต่างๆ

ดินและหินชนิดต่างๆ	ปริมาณการให้น้ำจำเพาะ (%)
ดินเหนียว	1-10
ดินทราย	10-30
กรวด	15-30
หินทราย	5-15
หินดินดาน (shale)	0.5-5
หินปูน (limestone)	0.5-5

ที่มา : K. Subramanya, [37]

(3) ปริมาณการติดค้างจำเพาะ (specific retention) คือ อัตราส่วนระหว่างปริมาตรของน้ำบางส่วนที่ติดค้างอยู่ในช่องว่างของดินหรือรอยหินแตกหลังจากที่มีการไหลของน้ำเนื่องจากอิทธิพลของแรงโน้มถ่วงของโลกออกจากช่องว่างของดินหรือรอยหินแตกต่อปริมาตรทั้งหมดของดินหรือหินแต่นั้น

$$\text{ปริมาณการติดค้างจำเพาะ} \quad S_r = \frac{100W_r}{V} \quad \dots (2.3)$$

โดยที่ S_r คือ ปริมาณการติดค้างจำเพาะ (%)

W_r คือ ปริมาณน้ำที่ติดค้างอยู่ในช่องว่าง

V คือ ปริมาตรทั้งหมดของดินหรือหินที่พิจารณา

สำหรับปริมาณการติดค้างจำเพาะขึ้นอยู่กับชนิดของดินและหินต่างๆ ดังตารางที่ 2.4

ตารางที่ 2.4 ปริมาณการติดค้างจำเพาะของดินและหินชนิดต่างๆ

ดินและหินชนิดต่างๆ	ปริมาณการติดค้างจำเพาะ (%)
ดิน (soil)	15
ดินเหนียว (clay)	48
ดินทราย (sand)	3
กรวด (gravel)	1
หินปูน (limestone)	2
หินทราย (sandstone)	5
หินบะซอลท์ (basalt)	3
หินแกรนิต (granite)	0.01

ที่มา : Roberson, [62]

จากสมการที่ 2.1 ถึงสมการที่ 2.3 จะเห็นได้ว่า

ปริมาตรน้ำในช่องว่างทั้งหมด $W = W_y + W_r$... (2.4)

เมื่อหารด้วยสมการที่ 2.4 ด้วยปริมาตรทั้งหมดของดินหรือหินแตก V จะได้

$$\frac{W}{V} = \frac{W_y}{V} + \frac{W_r}{V}$$

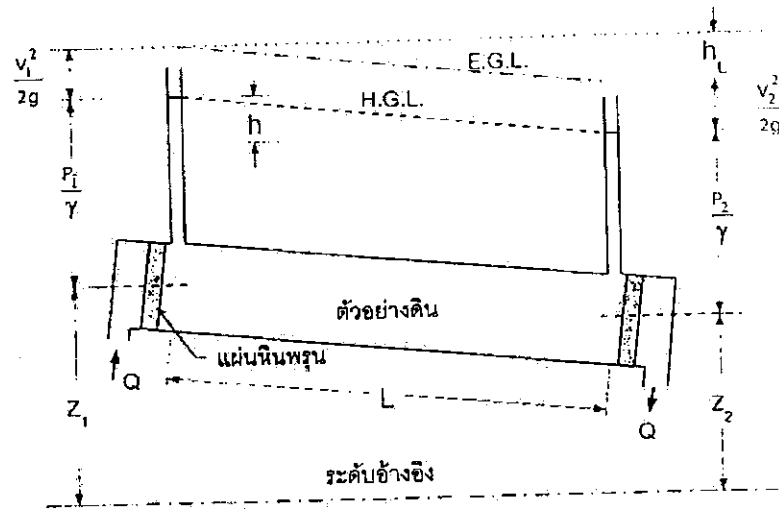
หรือ ความพรุน $\alpha = S_y + S_r$... (2.5)

แสดงว่า ความพรุนมีค่าเท่ากับผลรวมของปริมาณให้น้ำจะเพาะกับปริมาณการติดค้างจำเพาะ

2.5 ทฤษฎีพื้นฐานการไหลของน้ำใต้ดิน

2.5.1 ทฤษฎีของ Henry Darcy

ในปี พ.ศ. 2399 Henry Darcy วิศวกรชลศาสตร์ชาวฝรั่งเศส ได้ทดลองการไหลของน้ำใต้ดิน โดยใช้เครื่องมือทดลองดังรูปที่ 2.7 ซึ่งประกอบด้วยท่อใสบรรจุดินที่มีพื้นที่หน้าตัด A มีความยาว L โดยมีแผ่นหินพรุนกั้นดินทั้ง 2 ด้าน เพื่อป้องกันดินไหลหนี ซึ่งในช่วงความยาว L นี้ เมื่อเปิดน้ำไหลผ่านด้วยอัตราการไหล Q จะพบว่าลักษณะการไหลซึมของน้ำเป็นไปอย่างช้าๆ ซึ่งเป็นการไหลแบบราบเรียบ (laminar flow) สามารถวัดผลต่างของระดับน้ำ h ในหลอดแก้วใส หรือหลอดแก้วพีโซมิเตอร์ (piezometer tube) ได้



รูปที่ 2.7 การทดลองการไหลของน้ำใต้ดิน

พิจารณารูปที่ 2.7

สมการพลังงาน

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + h_L \quad \dots (2.6)$$

สมการการไหลต่อเนื่อง

$$\text{อัตราการไหล } Q_1 = \text{อัตราการไหล } Q_2 = Q$$

$$V_1 A = V_2 A$$

$$\text{ดังนั้นความเร็ว } V_1 = V_2 \quad \dots (2.7)$$

ทำให้ความสูงของความเร็ $\frac{V_1^2}{2g} = \frac{V_2^2}{2g}$ แสดงว่าระดับชลศาสตร์ (Hydraulic Grade Line; H.G.L.)

ขนานกับเส้นพลังงาน (Energy Grade Line; E.G.L.) เป็นผลให้การสูญเสียพลังงาน h_L มีค่าเท่ากับผลต่างของระดับน้ำ h ดังนั้น จากสมการที่ 2.6 จะได้

$$h = \left[\frac{P_1}{\gamma} + Z_1 \right] - \left[\frac{P_2}{\gamma} + Z_2 \right] \quad \dots (2.8)$$

จากการทดลองของ Henry Darcy ในห้องปฏิบัติการพบว่า

- (1) อัตราการไหลเป็นปฏิกิริยาโดยตรงกับผลต่างของระดับน้ำ เมื่อพื้นที่หน้าตัด A และระยะทาง L คงที่ หรือ

$$Q \propto h \quad \dots (2.9)$$

(2) อัตราการไหลเป็นปฏิภาคผกผันกับระยะทางตามทิศทางการไหลของน้ำ เมื่อพื้นที่หน้าตัด A และผลต่างของระดับน้ำ h คงที่ หรือ $Q \propto \frac{1}{L}$... (2.10)

(3) อัตราการไหลเป็นปฏิภาคโดยตรงกับพื้นที่หน้าตัดของดิน เมื่อระยะทางตามทิศทางการไหลของน้ำ L และผลต่างของระดับน้ำ h คงที่ หรือ $Q \propto A$... (2.11)

ดังนั้นสมการที่ 2.9 ถึงสมการที่ 2.11 แสดงว่า

$$\begin{aligned} \text{อัตราการไหล} & Q \propto \frac{Ah}{L} \\ \text{หรือ} & Q = KA \frac{h}{L} \\ & Q = KA \frac{dh}{dL} \\ & Q = KA i \end{aligned} \quad \dots (2.12)$$

เมื่อ K คือ สัมประสิทธิ์การไหลซึม (coefficient of permeability) หรือ ค่าความนำทางชลศาสตร์ (hydraulic conductivity) ซึ่งเป็นตัวแปรที่บอกถึงขีดความสามารถของน้ำที่ไหลซึมผ่านช่องว่างระหว่างเม็ดดินหรือรอยหินแตก โดยขึ้นกับ ขนาด รูปร่าง และการเรียงตัวของเม็ดดินหรือรอยหินแตก ซึ่งจากการทดลองพบว่า ดินเหนียวจะมีค่าสัมประสิทธิ์การไหลซึมน้อยกว่าทรายและกรวด โดยมีสัมประสิทธิ์การไหลซึมของดินหรือหินชนิดต่างๆ ดังตารางที่ 2.5

ตารางที่ 2.5 สัมประสิทธิ์การไหลซึมของดินและหินชนิดต่างๆ

ดินและหินชนิดต่างๆ	สัมประสิทธิ์การไหลซึม (m/s)
ดินเหนียว	$<10^{-9}$
ดินเหนียวปนทราย	$10^{-9}-10^{-8}$
ถ่านหิน (peat)	$10^{-9}-10^{-7}$
ดินตะกอน	$10^{-8}-10^{-7}$
ทรายละเอียดมาก	$10^{-6}-10^{-5}$
ทรายละเอียด	$10^{-5}-10^{-4}$
ทรายหยาบ	$10^{-4}-10^{-2}$
ทรายผสมกรวด	$10^{-3}-10^{-2}$
กรวด	$>10^{-2}$

ที่มา : NED, [51]

สำหรับค่า $dh/dl = i$ เรียกว่า ความลาดชันศาสตร์ (hydraulic gradient) หมายถึง ความลาดของระดับน้ำใต้ดิน

จากสมการที่ 2.12 หาความเร็วเฉลี่ยของการไหลของน้ำใต้ดินได้จากสมการการไหลต่อเนื่องได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{ความเร็ว} \quad V &= \frac{Q}{A} = \frac{KA \frac{dh}{dL}}{A} \\ V &= K \frac{dh}{dL} = Ki \end{aligned} \quad \dots (2.13)$$

สมการที่ 2.13 คือ สมการความเร็วเฉลี่ยในน้ำใต้ดินตามกฎของ Darcy ซึ่งใช้กับการไหลที่มีความหนืดและเป็นการไหลแบบราบเรียบ โดยที่กฎของ Darcy จะมีความถูกต้องก็ต่อเมื่อค่า Reynolds number น้อยกว่าหรือเท่ากับ 1

$$N_R = \frac{Vd}{\nu} \leq 1 \quad \dots (2.14)$$

เมื่อ N_R คือ Reynolds number

d คือ ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของเม็ดดินโดยเฉลี่ย

และ ν คือ ความหนืดเปรียบเทียบของน้ำ (kinematic viscosity of water)

ความเร็วตามสมการของ Darcy (สมการที่ 2.13) ที่เป็นผลมาจากอัตราการไหลหารด้วยพื้นที่หน้าตัดทั้งหมด (A) นั้น ไม่ใช่ความเร็วจริงของการไหลซึม ซึ่งการหาความเร็วจริงของการไหลซึม (seepage velocity) หรือ V_s จะต้องนำความพรุน (α) มาหารดังนี้

$$\text{ความเร็วจริงของการไหลซึม} \quad V_s = \frac{Q}{\alpha A} \quad \dots (2.15)$$

การไหลซึมจริง (intrinsic permeability) เป็นคุณสมบัติอย่างหนึ่งของการไหลซึมผ่านตัวกลางของดินหรือหิน ซึ่งขึ้นอยู่กับคุณสมบัติของการไหลดังสมการการไหลซึมจริง

$$k = \frac{K\mu}{\rho g} \quad \dots (2.16)$$

เมื่อ μ คือ ความหนืดของการไหล (dynamic viscosity)

ρ คือ ความหนาแน่นของการไหล (fluid density)

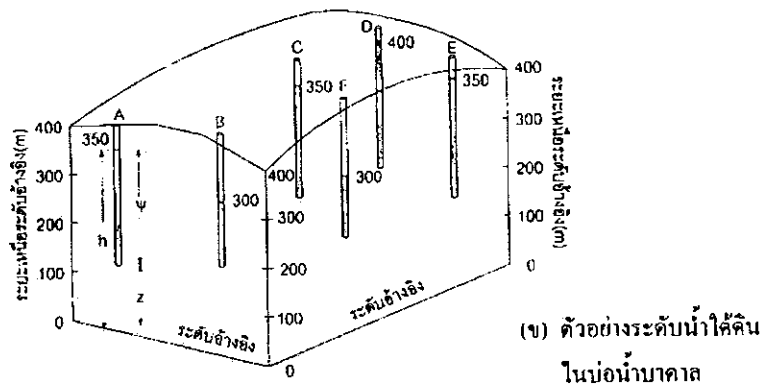
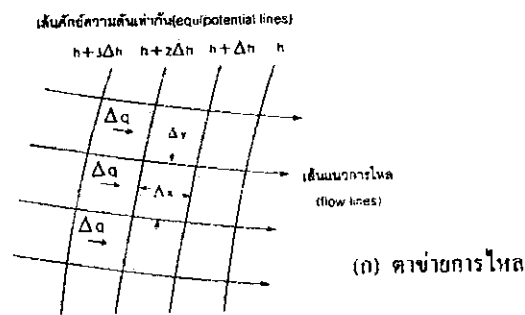
และ g คือ ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก

ค่าการไหลซึมจริง k มีหน่วยเป็น m^2 หรือ ดาร์ซี (darcy) โดยที่ 1 ดาร์ซี มีค่าเท่ากับ $0.987 \times 10^{-8} \text{ cm}^2$ ในหน่วยสากล หรือ $1.0662 \times 10^{-11} \text{ ft}^2$ ในหน่วยอังกฤษ มักจะใช้งาน

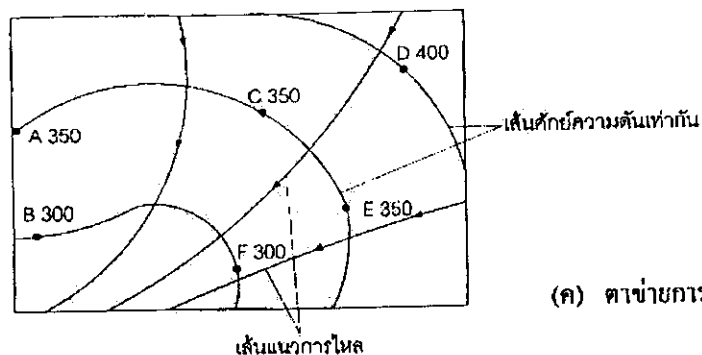
อุตสาหกรรมการขุดเจาะน้ำมันปิโตรเลียม ส่วนค่า K จะใช้ในปัญหาการไหลของน้ำใต้ดินเป็นหลัก

2.5.2 ทิศทางการไหลของน้ำใต้ดิน

เนื่องจากการไหลของน้ำใต้ดินเป็นการไหลซีมอย่างช้าๆ ซึ่งเป็นการไหลแบบราบเรียบ (lamina flow) ดังนั้นจึงสามารถเขียนทิศทางการไหลได้ โดยเขียนตาข่ายการไหล (flow net) ดังรูปที่ 2.8 (ก.) ซึ่งประกอบด้วยเส้นศักย์ความดันเท่ากัน (equipotential lines) ที่หมายถึงบริเวณเส้นที่มีความดันชลศาสตร์ (hydraulic head, h) ซึ่งเป็นผลรวมของความสูงของความดัน (pressure head, Ψ) กับความสูงของระดับ (elevation head, Z) เท่ากัน ดังรูปที่ 2.8 (ข) โดยน้ำจะไหลจากบริเวณที่มีเส้นศักย์ความดันเท่ากันสูงไปสู่บริเวณที่มีเส้นศักย์ความดันต่ำกว่า เช่น ไหลจากบริเวณ $h+3\Delta h$ ไปสู่บริเวณ $h+2\Delta h$ โดยที่ Δh คือ ผลต่างของเส้นศักย์ความดัน 2 เส้น ที่อยู่ใกล้กัน จากหลักการดังกล่าวทำให้สามารถเขียนแนวการไหล (flow lines) ซึ่งแสดงทิศทางการไหลตั้งฉากกับเส้นศักย์ความดันเท่ากันเป็นตาข่ายการไหลของรูปที่ 2.8 (ข) ดังรูปที่ 2.8 (ค)



รูปที่ 2.8 ตาข่ายการไหลและตัวอย่างการไหลของน้ำใต้ดิน



รูปที่ 2.8 ตาข่ายการไหลและตัวอย่างการไหลของน้ำใต้ดิน

จากรูปที่ 2.8 (ก)

$$\begin{aligned} \text{ความเร็วของการไหลซึม } V &= Ki \\ &= K \frac{\Delta h}{\Delta x} \end{aligned} \quad \dots (2.17)$$

อัตราการไหล Δq ผ่านระหว่างเส้นแนวการไหล 2 เส้น ที่มีความหนาของชั้นให้น้ำใต้ดิน 1 หน่วย หาได้จาก

$$\text{อัตราการไหล} \quad \Delta q = V(\Delta y) \quad \dots (2.18)$$

แทนค่า V จากสมการที่ 2.17 ในสมการที่ 2.18 จะได้

$$\text{อัตราการไหล} \quad \Delta q = K \frac{\Delta h}{\Delta L} \Delta y = K \Delta h \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad \dots (2.19)$$

เมื่อให้ M คือจำนวนช่องของการไหล ดังนั้น อัตราการไหลทั้งหมดหาได้จากผลรวมของอัตราการไหล Δq จำนวน M ช่องการไหลดังนี้

$$\text{อัตราการไหลทั้งหมด} \quad Q = M \Delta q \quad \dots (2.20)$$

แทนค่า Δq จากสมการที่ 2.19 ในสมการที่ 2.20 ได้

$$\text{อัตราการไหลทั้งหมด} \quad Q = MK \Delta h \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad \dots (2.21)$$

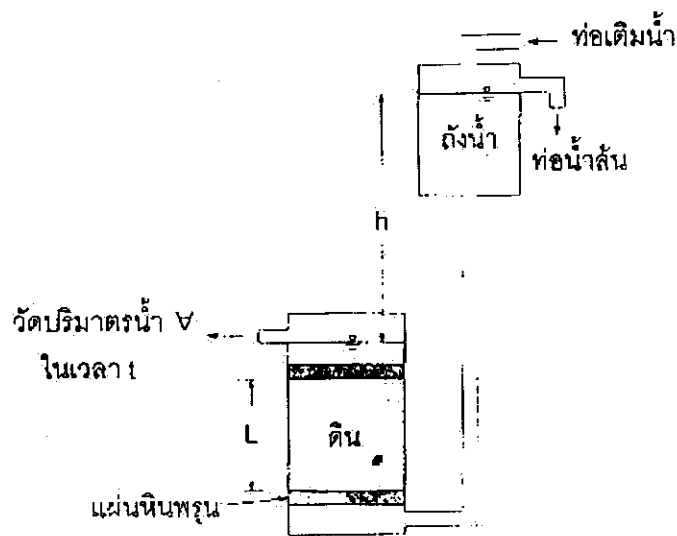
เนื่องจากตาข่ายการไหลมี $\Delta y \approx \Delta x$ และ $\Delta h = H/N$ โดยที่ H คือผลต่างของเส้นศักย์ความดันเท่ากัน 2 เส้นที่อยู่ขอบเขต 2 ข้างที่พิจารณา และ N คือ จำนวนช่องของเส้นความศักย์ความดันเท่ากัน ดังนั้นเมื่อแทนค่า $\Delta y = \Delta x$ และ $\Delta h = H/N$ ในสมการที่ 2.21 จะได้

$$\text{อัตราการไหลทั้งหมด} \quad Q = \frac{M}{N} KH \quad \dots (2.22)$$

2.5.3 การหาสัมประสิทธิ์การไหลซึมในห้องปฏิบัติการ

การหาสัมประสิทธิ์การไหลซึมในห้องปฏิบัติการที่นิยมใช้กัน มี 2 วิธี คือ

(1) การทดลองแบบระดับน้ำคงที่ (constant head test) มีเครื่องมือทดลองดังรูปที่ 2.9 ซึ่งเมื่อบรรจุตัวอย่างดินที่ทดสอบในกระบอกใส่ตัวอย่างดินที่มีพื้นที่หน้าตัดภายใน A ยาว L มีแผ่นหินพรุน (porous plate) กั้นข้างบนและข้างล่าง เมื่อปล่อยน้ำจากถังบนลงมา น้ำจะไหลผ่านตัวอย่างดินขึ้นไปแล้วไหลออก เมื่อควบคุมให้ผลต่างระดับน้ำ h คงที่ สามารถวัดปริมาณน้ำที่ไหลออกได้ V ในเวลา t



รูปที่ 2.9 การทดลองหาสัมประสิทธิ์การไหลซึมโดยทดลองแบบระดับน้ำคงที่

$$\begin{aligned} \text{สมการของ Darcy} \quad Q &= KAi \\ &= KA \frac{h}{L} \end{aligned} \quad \dots (2.23)$$

$$Q = \frac{V}{t} \quad \dots (2.24)$$

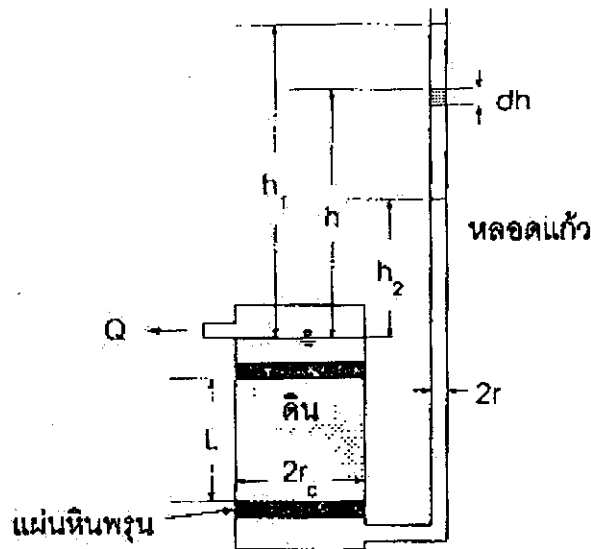
สมการที่ 2.24 เท่ากับสมการที่ 2.23

$$\frac{V}{t} = KA \frac{h}{L} \quad \text{หรือ} \quad K = \frac{VL}{Ath} \quad \dots (2.25)$$

ในการใช้เครื่องมือวัดสัมประสิทธิ์การซึมชนิดนี้ ควรจะใช้กระบอกใส่ตัวอย่างดินที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางอย่างน้อย 40 เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ยของเม็ดดินที่นำมาทดสอบ ทั้งนี้เพื่อหลีกเลี่ยงอิทธิพลของผนังเครื่องมือที่ส่งผลต่อสภาพการไหลซึมผ่านเม็ดดิน นอกจากนี้ตัวอย่างดิน

ที่นำมาทดสอบจะต้องให้อยู่ในสภาพอิ่มตัวก่อน เพื่อหลีกเลี่ยงผลของฟองอากาศ (air bubbles) ในช่องว่างระหว่างเม็ดดิน

(2) การทดลองแบบเปลี่ยนแปลงระดับน้ำ (falling head test) มีเครื่องมือทดลองดังรูปที่ 2.10 ซึ่งการทดลองจะปล่อยน้ำจากหลอดแก้วที่มีรัศมี r ผ่านตัวอย่างดินทดสอบที่มีรัศมี r_c ยาว L โดยวัดระดับน้ำ H_1 ที่ลดลงมาอยู่ที่ระดับ h_2 ในช่วงเวลา t



รูปที่ 2.10 การทดลองหาสัมประสิทธิ์การไหลซึมโดยทดลองแบบระดับน้ำเปลี่ยนแปลง

จากรูปที่ 2.10 พิจารณาที่ระดับน้ำ h ใดๆ ในเวลา dt ระดับน้ำในหลอดแก้วลดลง dh

$$\text{อัตราการไหลในหลอดแก้ว} \quad Q = -a \frac{dh}{dt} \quad \dots (2.26)$$

โดย a คือ พื้นที่หน้าตัดของหลอดแก้ว

เครื่องหมายลบ แสดงว่า ระดับน้ำลดลงตามเวลา

เมื่อน้ำไหลผ่านตัวอย่างดินจะมี

$$\begin{aligned} \text{อัตราการไหลผ่านตัวอย่างดิน} \quad Q &= KAi \\ &= KA \frac{h}{L} \quad \dots (2.27) \end{aligned}$$

สมการที่ 2.27 เท่ากับสมการที่ 2.26

$$KA \frac{h}{L} = -a \frac{dh}{dt}$$

$$\frac{KA}{L} \int_0^t dt = a \int_{h_1}^{h_2} \frac{dh}{h}$$

$$\frac{KA t}{L} = a \ln \left(\frac{h_1}{h_2} \right)$$

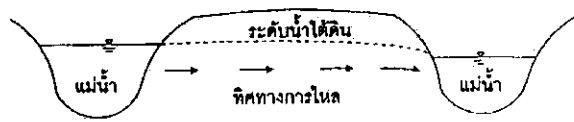
$$K = \frac{aL}{At} \ln \left(\frac{h_1}{h_2} \right)$$

หรือ

$$K = \frac{r^2 L}{r_c^2 t} \ln \left(\frac{h_1}{h_2} \right) \quad \dots (2.28)$$

2.6 การไหลของชั้นให้น้ำใต้ดินอิสระระหว่างแหล่งน้ำ 2 แห่ง

การไหลของชั้นให้น้ำใต้ดินอิสระระหว่างแหล่งน้ำ 2 แห่ง เช่น การไหลของน้ำใต้ดินระหว่างแม่น้ำ 2 สาย ดังรูปที่ 2.11 (ก) การไหลของน้ำใต้ดินผ่านเขื่อนดินหรือถนนดินถมหรือสระน้ำ 2 แห่ง ดังรูปที่ 2.11 (ข) และการไหลของน้ำใต้ดินระหว่างอ่างเก็บน้ำกับแม่น้ำ ดังรูปที่ 2.11 (ค) เป็นต้น



(ก) การไหลของน้ำใต้ดินระหว่างแม่น้ำ 2 สาย



(ข) การไหลของน้ำใต้ดินผ่านเขื่อนดินหรือถนนดินถม หรือสระน้ำ 2 แห่ง



(ค) การไหลของน้ำใต้ดินระหว่างอ่างเก็บน้ำกับแม่น้ำ

รูปที่ 2.11 ตัวอย่างการไหลของชั้นให้น้ำใต้ดินอิสระระหว่างแหล่งน้ำ 2 แห่ง

ในการไหลของชั้นให้น้ำใต้ดินอิสระสามารถคำนวณหาอัตราการไหล ทิศทางการไหลและระดับน้ำใต้ดินที่ตำแหน่งต่างๆ ทั้งในกรณีที่ไม่มีการซึมลงดิน (infiltration) และกรณีที่มีการซึมลงดิน โดยอาศัยสมมติฐานของ Dupuit (พ.ศ. 2406) 3 ข้อ คือ

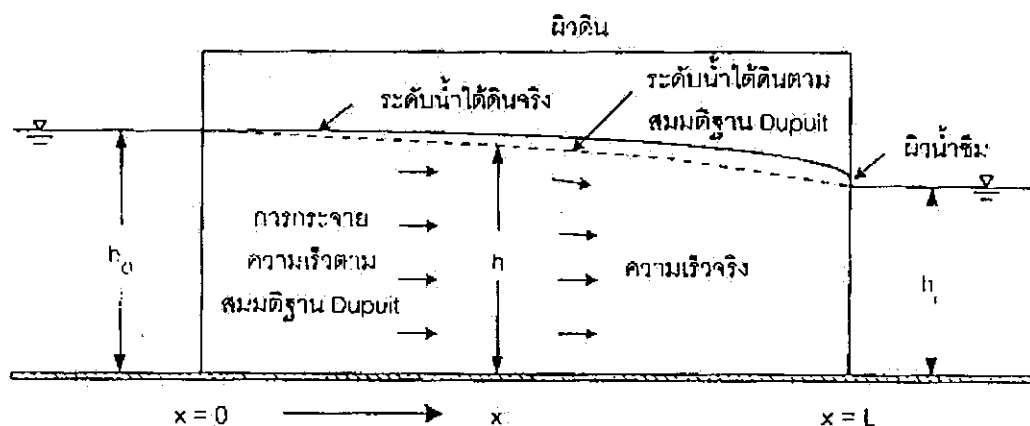
1. ระดับน้ำใต้ดินหรือผิวน้ำอิสระมีความลาดเอียงเปลี่ยนแปลงอย่างช้าๆ

2.เส้นแนวการไหล (stream line) กำหนดให้อยู่ในแนวราบ และเส้นศักย์ความดันเท่ากัน (equipotential line) อยู่ในแนวตั้งฉากกับเส้นแนวการไหล

3.ความลาดของระดับน้ำใต้ดินเท่ากับความลาดชลศาสตร์ (hydraulic gradient)

จากสมมติฐานของ Dupuit สามารถประยุกต์ใช้ได้ดังนี้

(1) กรณีการไหลระหว่างแม่น้ำ 2 แห่ง ดังรูปที่ 2.12



รูปที่ 2.12 การไหลระหว่างแม่น้ำ 2 แห่ง

กฎของ Darcy สำหรับการไหลคงที่ 1 มิติ จะได้อัตราการไหลต่อหนึ่งหน่วยความกว้างคือ

$$q = -Kh \frac{dh}{dx} \quad \dots (2.29)$$

เครื่องหมายลบแสดงว่าระดับน้ำใต้ดินลดลงตามระยะทาง

ที่สภาวะสมดุล (Steady state) ไม่มีการเปลี่ยนแปลงอัตราการไหลตามระยะทางหรือกล่าวอีกนัยหนึ่ง ก็คือ การเปลี่ยนแปลงอัตราการไหลตามระยะทางเท่ากับ 0 หรือ

$$\begin{aligned} \frac{dq}{dx} &= \frac{d}{dx} \left[-Kh \frac{dh}{dx} \right] = 0 \\ &= -K \frac{d^2 h^2}{dx^2} = 0 \\ \text{หรือ} \quad & \frac{d^2 h^2}{dx^2} = 0 \quad \dots (2.30) \end{aligned}$$

ป

TD
402
ทว ๖๖๖
๒๕๔๗

สำนักหอสมุด

10 ส.ย. ๖๕๔๘

4840096

อินทิเกรตสมการที่ 2.30 ได้

$$h^2 = ax + b \quad \dots (2.31)$$

เมื่อ a และ b คือ ค่าคงที่

พิจารณาเงื่อนไขที่ขอบเขต (Boundary condition)

(ก) ที่ $x = 0$ มี $h = h_0$ แทนค่าในสมการที่ 2.31 ได้

$$b = h_0^2 \quad \dots (2.32)$$

หาอนุพันธ์ของ $h^2 = ax + b$ ได้

$$a = 2h \frac{dh}{dx} \quad \dots (2.33)$$

แทนค่า a และ b จากสมการที่ 2.33 และสมการที่ 2.32 ในสมการที่ 2.31

$$h^2 = \left[2h \frac{dh}{dx} \right] x + h_0^2 \quad \dots (2.34)$$

แต่จากสมการที่ 2.29 มี $h \frac{dh}{dx} = -\frac{q}{K} \quad \dots (2.35)$

แทนค่าสมการที่ 2.35 ในสมการที่ 2.34 ได้

$$h^2 = -\frac{2q}{K} x + h_0^2$$

$$h^2 = h_0^2 - \frac{2q}{K} x \quad \dots (2.36)$$

(ข) ที่ $x = L$ มี $h = h_L$ แทนค่าในสมการที่ 2.36 ได้

$$h_L^2 = h_0^2 - \frac{2q}{K} L$$

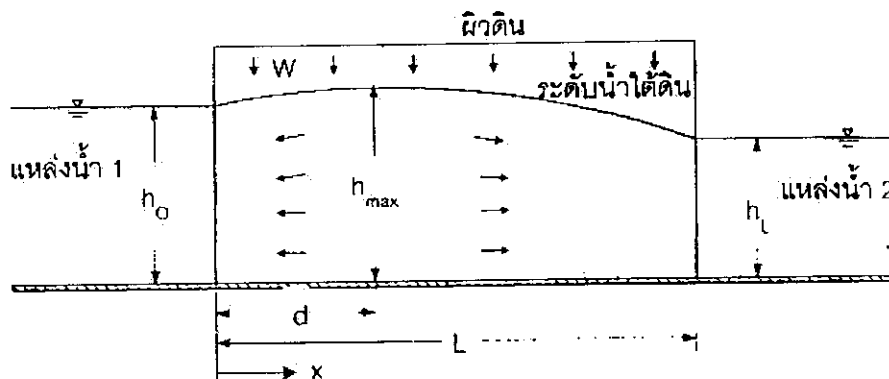
$$q = \frac{K}{2L} (h_0^2 - h_L^2) \quad \dots (2.37)$$

สมการที่ 2.37 คือ สมการสำหรับหาอัตราการไหลต่อหนึ่งหน่วยความกว้าง

สำหรับแนวระดับน้ำได้ดินจะเป็นรูปพาราโบลา (Parabola) ดังสมการ

$$h^2 = h_0^2 - \frac{x}{L} (h_0^2 - h_L^2) \quad \dots (2.38)$$

(2) กรณีการไหลระหว่างแหล่งน้ำ 2 แห่ง ที่มีอัตราการซึมจากผิวดิน W ดังรูปที่ 2.13



รูปที่ 2.13 การไหลระหว่างแหล่งน้ำ 2 แห่ง ที่มีอัตราการซึมจากผิวดิน

เมื่อให้ W คือ อัตราการซึมจากผิวดินที่มีค่าเท่ากับการเปลี่ยนแปลงอัตราการไหลต่อหนึ่งหน่วยความกว้างตามระยะทาง จะทำให้เกิดการแบ่งน้ำออกเป็นสองส่วน ที่แนว $x = d$ จะมี $h = h_{\max}$ โดยที่ h_{\max} มากกว่า h_0 และ h_L ทำให้น้ำมีพลังงานในการไหล 2 ทาง คือ ส่วนหนึ่งไหลสู่แหล่งน้ำ 1 และอีกส่วนหนึ่งไหลสู่แหล่งน้ำ 2

$$\text{เมื่อ} \quad \frac{dq}{dx} = W \quad \dots (2.39)$$

จากกฎการไหลของ Darcy สำหรับการไหล 1 มิติ

$$q = -Kh \frac{dh}{dx} \quad \dots (2.40)$$

แทนค่า q จากสมการที่ 2.40 ในสมการที่ 2.39

$$\frac{d}{dx} \left[-Kh \frac{dh}{dx} \right] = W$$

$$\text{หรือ} \quad \frac{d^2 h^2}{dx^2} = -\frac{2W}{K} \quad \dots (2.41)$$

อินทิเกรตสมการที่ 2.41 ได้

$$h^2 = -\frac{Wx^2}{K} + ax + b \quad \dots (2.42)$$

เมื่อ a และ b คือค่าคงที่

พิจารณาเงื่อนไขที่ขอบเขต

(ก) ที่ $x = 0$ มี $h = h_0$ แทนค่าในสมการที่ 2.42 ได้

$$b = h_0^2 \quad \dots (2.43)$$

แทนค่า b ในสมการที่ 2.42 ได้

$$h^2 = -\frac{Wx^2}{K} + ax + h_0^2 \quad \dots (2.44)$$

(ข) ที่ $x = L$ มี $h = h_L$ แทนค่าในสมการที่ 2.44 ได้

$$a = \left(\frac{h_L^2 - h_0^2}{L} \right) + \frac{WL}{K} \quad \dots (2.45)$$

แทนค่า a ในสมการที่ 2.44 ได้

$$h^2 = h_0^2 + \frac{(h_L^2 - h_0^2)x}{L} + \frac{Wx}{K}(L - x) \quad \dots (2.46)$$

สมการที่ 2.46 คือ สมการเส้นแนวระดับน้ำใต้ดิน ซึ่งเป็นสมการพาราโบลา เมื่อหาอนุพันธ์ตามแนวแกน x จะได้

$$2h \frac{dh}{dx} = \frac{(h_L^2 - h_0^2)x}{L} + \frac{W}{K}(L - 2x) \quad \dots (2.47)$$

แต่จากกฎของ Darcy

$$h \frac{dh}{dx} = -\frac{q}{K} \quad \dots (2.48)$$

แทนค่าสมการที่ 2.48 ในสมการที่ 2.47 จะได้

$$q = \frac{K}{2L} (h_0^2 - h_L^2) + W \left(x - \frac{L}{2} \right) \quad \dots (2.49)$$

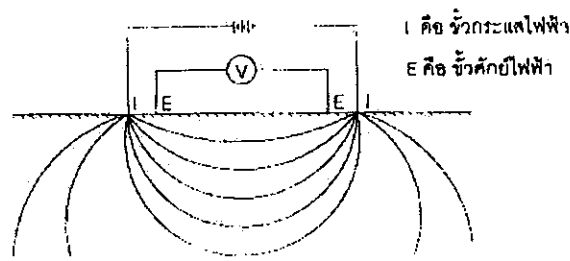
สมการที่ 2.49 คือ สมการการหาอัตราการไหลต่อหนึ่งหน่วยความกว้างผ่านชั้นน้ำใต้ดินแบบอิสระในกรณีที่มีการไหลซึมลงดิน

2.7 การสำรวจน้ำใต้ดิน (investigation of groundwater)

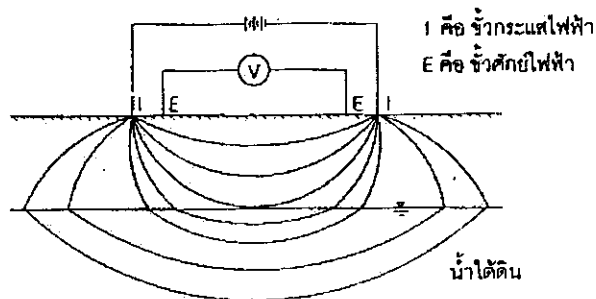
ก่อนที่จะมีการขุดเจาะบ่อน้ำบาดาลในพื้นที่โครงการแต่ละแห่งนั้น เนื่องจากสภาพทางธรณีวิทยาของแต่ละท้องถิ่นจะมีความแตกต่างกัน และการจะเลือกเจาะบ่อน้ำบาดาลแต่ละครั้งมีค่าใช้จ่ายสูง ตลอดจนสภาพการวางตัวของชั้นดิน ชั้นหิน และแนวการไหลซึมของน้ำใต้ดินเป็นสิ่งที่มองไม่เห็น ดังนั้นการสำรวจน้ำใต้ดินเบื้องต้นนั้น จึงควรทำการสำรวจทางผิวดินโดยใช้อุปกรณ์สำรวจที่มนุษย์คิดค้นขึ้นก่อน เพื่อเป็นแนวทางประกอบการตัดสินใจที่จะเลือกตำแหน่งขุดเจาะบ่อน้ำบาดาลที่เหมาะสมต่อไป ซึ่งวิธีการสำรวจน้ำใต้ดินที่นิยมใช้กันมากในปัจจุบันคือ วิธีหาความต้านทานไฟฟ้า (electrical resistivity method) ซึ่งเป็นวิธีการสำรวจการวางตัวของชั้นดิน ชั้นหิน และแนวการไหลซึม โดยการส่งคลื่นกระแสไฟฟ้าที่มีผลการหาความต้านทานไฟฟ้าของชั้นต่างๆ

ซึ่งขึ้นอยู่กับปัจจัยทางกายภาพและทางเคมีหลายอย่าง เช่น โครงสร้างของชั้นดินหรือชั้นหิน ขนาด รูปร่าง การกระจายของโพรง และความชื้นในดิน เป็นต้น

วิธีการวัดจะใช้วิธีส่งคลื่นกระแสไฟฟ้าผ่านลงไปในชั้นดินที่สำรวจ แล้ววัดค่าความต่างศักย์ (electrical potential) และกระแสไฟฟ้าระหว่างขั้วไฟฟ้า (electrodes) ดังรูปที่ 2.14 แล้วนำไปหาค่าความต้านทานไฟฟ้าที่จะแปลผลเป็นชั้นดินหรือชั้นหินชนิดต่างๆ ต่อไป



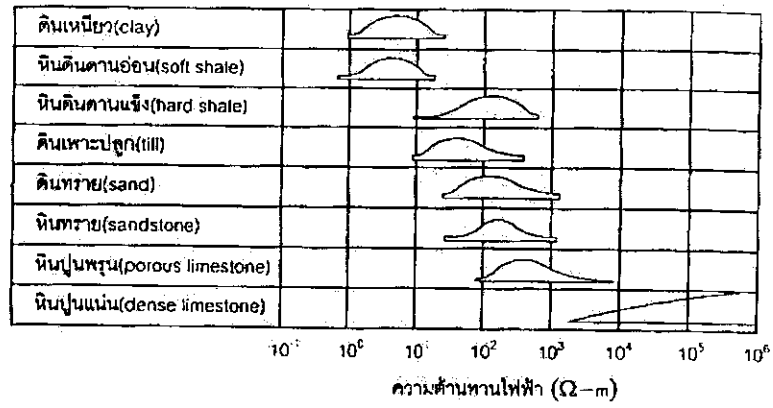
(ก) คลื่นกระแสไฟฟ้าผ่านชั้นดินหรือชั้นหินเนื้อเดียวกัน



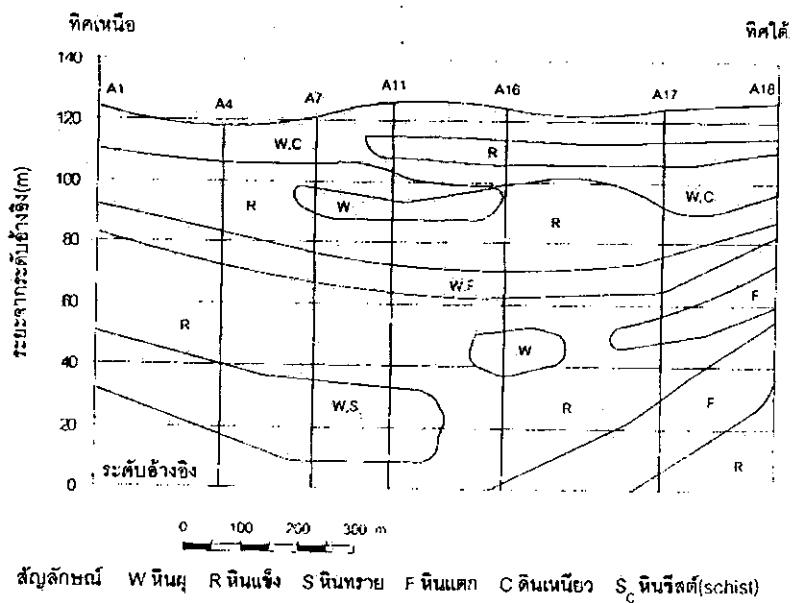
(ข) คลื่นกระแสไฟฟ้าผ่านชั้นดินหรือชั้นหินพรุนที่มีน้ำใต้ดิน

รูปที่ 2.14 การสำรวจน้ำใต้ดินด้วยวิธีหาความต้านทานไฟฟ้า

ค่าความต้านทานไฟฟ้ามีหน่วยเป็น Ω - m (ohm-meters) ขึ้นอยู่กับชนิดดินและหินชนิดต่างๆ ดังรูปที่ 2.15 โดยมีตัวอย่างรูปตัดตามแนวเหนือ-ใต้ของพื้นที่แห่งหนึ่ง ดังรูปที่ 2.16 ซึ่งจะเห็นได้ว่าที่แนว A7 และแนว A 11 เป็นตำแหน่งที่ควรเลือกขุดเจาะบ่อน้ำบาดาลเพราะมีโอกาสได้น้ำบริเวณ W, F และบริเวณ W, Sc เป็นต้น



รูปที่ 2.15 ความต้านทานไฟฟ้าของดินและหินชนิดต่างๆ



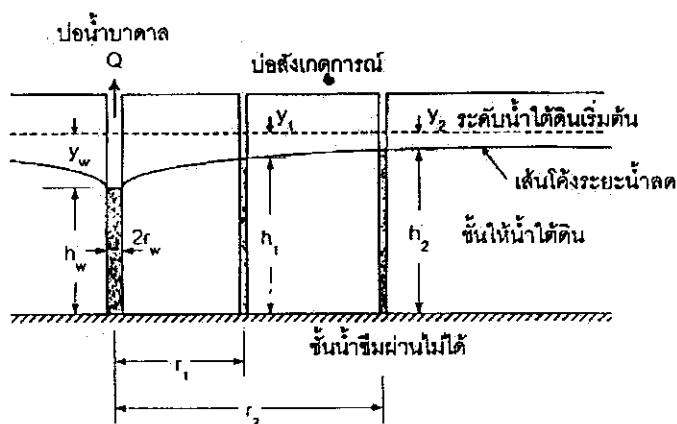
รูปที่ 2.16 ตัวอย่างรูปตัดขวางแสดงชั้นดินและชั้นหินที่ได้มาจากผลสำรวจแหล่งน้ำใต้ดินด้วยวิธีหาความต้านทานไฟฟ้า

2.8 การไหลคงที่ของน้ำใต้ดินเข้าบ่อน้ำบาดาล

การไหลคงที่ของน้ำใต้ดิน (steady groundwater flow) เข้าบ่อน้ำบาดาลสามารถแยกวิเคราะห์ได้ 2 กรณี คือ กรณีชั้นให้น้ำใต้ดินอิสระ (unconfined aquifer) และกรณีชั้นให้น้ำบาดาล (confined aquifer) ดังนี้

2.8.1 ชั้นให้น้ำใต้ดินอิสระ (unconfined aquifer)

พิจารณารูปที่ 2.17 เมื่อมีการสูบน้ำใต้ดินจากบ่อน้ำบาดาล (deep well) ด้วยอัตราการสูบ Q คงที่ จะทำให้มีการไหลซึมของน้ำใต้ดินเข้าสู่บ่อสูบทุกทิศทางตามแนวรัศมีของวงกลม เรียกว่า การไหลตามแนวรัศมี (radial flow) ลักษณะเช่นนี้ จะเป็นผลทำให้ระดับน้ำใต้ดิน (water table) ค่อยๆ ลดระดับลงเกิดกรวยน้ำลด (cone of depression หรือ drawdown curve)



รูปที่ 2.17 การไหลของน้ำใต้ดินในชั้นให้น้ำใต้ดินอิสระ

พิจารณาที่รัศมี r ใดๆ มีระดับน้ำใต้ดินขณะสูบ h สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการสูบ Q กับตัวแปรต่างๆ ได้ โดยใช้สมการการไหลต่อเนื่องและสมการของ Darcy ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{อัตราการไหล } Q &= AV \\ &= AKi \\ &= (2\pi r h)(K) \left(\frac{dh}{dr} \right) \end{aligned}$$

$$\text{หรือ} \quad \frac{Q}{2\pi K} \frac{dr}{r} = h dh \quad \dots (2.50)$$

เมื่อ Q และ K เป็นค่าคงที่ ดังนั้น ถ้าอินทิเกรตสมการที่ 2.50 จากรัศมี r_1 ถึง r_2 และระดับน้ำใต้ดินจาก h_1 ถึง h_2 ของบ่อสังเกตการณ์จะหาอัตราการสูบ Q ได้ดังนี้

$$\frac{Q}{2\pi K} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \int_{h_1}^{h_2} h dh$$

$$\frac{Q}{2\pi K} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) = \frac{h_2^2 - h_1^2}{2}$$

หรืออัตราการสูบ $Q = \pi K \frac{h_2^2 - h_1^2}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$... (2.51)

เมื่อ $h_2^2 - h_1^2 = (h_2 + h_1)(h_2 - h_1)$... (2.52)

และถ้าระยะน้ำลด y มีค่าน้อยเมื่อเทียบกับความลึกของน้ำใต้ดิน D ดังนั้น $h_1 + h_2$

จึงประมาณได้เท่ากับ $2D$

แทนค่า $h_1 + h_2 = 2D$ ในสมการที่ 2.52 แล้วจึงนำไปแทนในสมการที่ 2.51 จะได้

$$Q = 2\pi KD \frac{h_2 - h_1}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$
 ... (2.53)

เมื่อให้ $T = KD \approx K \frac{h_1 + h_2}{2}$... (2.54)

โดย T คือ สัมประสิทธิ์การไหลผ่าน (coefficient of transmissibility)

แทนค่า $T = KD$ ในสมการที่ 2.53 จะได้

$$Q = 2\pi T \frac{(h_2 - h_1)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$
 ... (2.55)

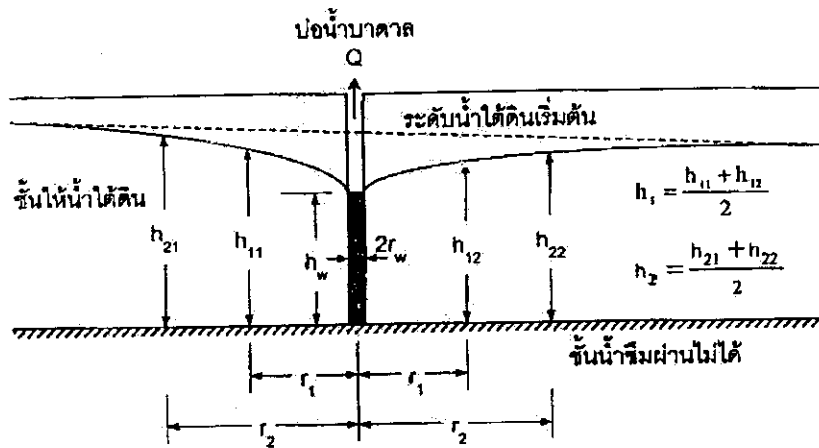
ในกรณีที่มีบ่อสังเกตการณ์ 1 บ่อ มีรัศมี r ใดๆ สามารถอัตราการสูบได้จากกำหนดให้

$r_1 = r_w, r_2 = r, h_1 = h_w$ และ $h_2 = h$ คือ

อัตราการสูบ $Q = \pi K \frac{(h^2 - h_w^2)}{\ln\left(\frac{r}{r_w}\right)}$... (2.56)

ในกรณีที่ระดับน้ำใต้ดินไม่ได้อยู่ในแนวอนดงรูปที่ 2.18 สามารถวิเคราะห์ชั้นให้น้ำใต้ดินอิสระได้อย่างประมาณ โดยหาค่าความลึกของน้ำใต้ดินเฉลี่ย (h_1 และ h_2) ที่มีรัศมีเท่ากับ (r_1 และ r_2) โดยรัศมี r_1 ควรจะอยู่ห่างบ่อสูบมากพอที่จะไม่รบกวนเส้นแนวการไหลบริเวณใกล้ๆ กับบ่อสูบ

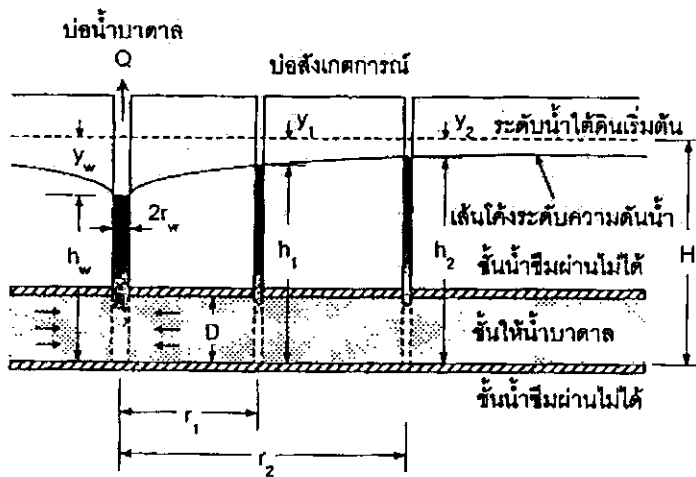




รูปที่ 2.18 บ่อน้ำบาดาลที่เจาะผ่านระดับน้ำใต้ดินที่มีแนวเอียง

2.8.2 ชั้นให้น้ำบาดาล (confined aquifer)

ชั้นให้น้ำบาดาลมีลักษณะการไหลซึมเข้าสู่บ่อน้ำบาดาลในแนวราบดังรูปที่ 2.19 ซึ่งถ้ามีการสูบน้ำจากบ่อน้ำบาดาลด้วยอัตราการไหล Q คงที่ จะเกิดการไหลซึมเข้าสู่บ่อน้ำบาดาลในชั้นให้น้ำบาดาลหนา D เป็นผลทำให้ระดับน้ำ (piezometric head) ลดระดับลงเป็นรูปทรงกรวยน้ำลด



รูปที่ 2.19 การไหลของน้ำใต้ดินในชั้นให้น้ำบาดาล

พิจารณาที่รัศมี r ใดๆ จากบ่อน้ำบาดาล ซึ่งมีระดับความดันของน้ำใต้ดิน สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการสูบ Q กับตัวแปรต่างๆ โดยใช้สมการการไหลต่อเนื่องและสมการของ Darcy ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{อัตราการไหล } Q &= AV \\ &= Aki \\ &= (2\pi r D)(K)\left(\frac{dh}{dr}\right) \\ \text{หรือ } \frac{Q}{2\pi K} \frac{dr}{r} &= dh \quad \dots 2.57 \end{aligned}$$

เมื่อ Q, K และ D เป็นค่าคงที่ ดังนั้น ถ้าอินทิเกรตสมการที่ 2.57 จากรัศมี r_1 ถึง r_2 และระดับความดันของน้ำใต้ดินจาก h_1 ถึง h_2 ของบ่อสังเกตการณ์ หาอัตราการสูบ Q ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{Q}{2\pi KD} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} &= \int_{h_1}^{h_2} dh \\ \frac{Q}{2\pi KD} \ln \frac{r_2}{r_1} &= h_2 - h_1 \\ \text{หรืออัตราการสูบ } Q &= 2\pi KD \frac{(h_2 - h_1)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \quad \dots 2.58 \end{aligned}$$

สมการที่ 2.58 เป็นสมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการสูบน้ำจากบ่อน้ำบาดาลจากชั้นให้น้ำบาดาลกับตัวแปรต่างๆ ซึ่งเป็นที่รู้จักกันโดยทั่วไปในนามสมการของ Thiem

เมื่อให้ y_1 และ y_2 คือระยะน้ำลดในบ่อสังเกตการณ์ที่รัศมี r_1 และ r_2 ตามลำดับหรือ $y_1 = H - h_1$ และ $y_2 = H - h_2$ โดยที่ $KD = T$ ดังนั้นจากสมการที่ 2.58 จะได้

$$\text{อัตราการสูบ } Q = 2\pi T \frac{(y_1 - y_2)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \quad \dots 2.59$$

ถ้ากำหนดให้ที่รัศมีอิทธิพล (radius of influence) $r_2 = R$ ซึ่งเป็นบริเวณที่ไม่มีผลกระทบเนื่องจากการสูบน้ำบาดาล กล่าวคือ ที่จุดนี้ไม่มีการเปลี่ยนแปลงระดับความดันของน้ำใต้ดิน

ระยะน้ำลด $y = 0$ และระดับน้ำสูง H เมื่อ $r_1 = r_w$, $r_2 = R$, $y_1 = y_w$ และ $y_2 = 0$ ดังนั้น จากสมการที่ 2.59 ได้

$$\text{อัตราการสูบ } Q = \frac{2\pi T y_w}{\ln\left(\frac{R}{r_w}\right)} \quad \dots 2.60$$

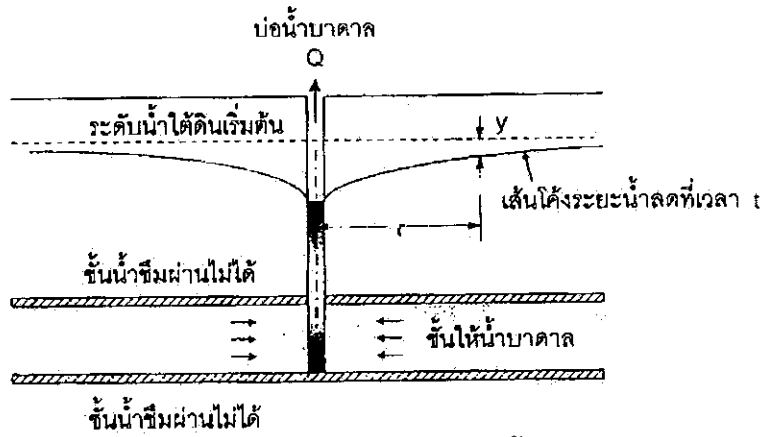
ในการเจาะบ่อบาดาลแต่ละแห่ง จะมีขอบเขตของการให้น้ำใต้ดินตามสภาพทางธรณีวิทยาของชั้นที่ให้น้ำใต้ดิน ซึ่งเมื่อสูบน้ำขึ้นมาใช้จะทำให้ระดับน้ำใต้ดินลดลงตามรัศมีเข้าหาบ่อน้ำบาดาล โดยรัศมีที่ห่างจากบ่อน้ำบาดาล ที่ไม่ทำให้ระดับน้ำลดลงนั้น เรียกว่า รัศมีอิทธิพล (radius of influence : r_o) ซึ่งระยะรัศมี อิทธิพลขึ้นอยู่กับชนิดของดินหรือหินและชั้นให้น้ำที่แนะนำโดย Brown ดังตารางที่ 2.6 โดยที่ถ้ารัศมีอิทธิพลจะให้เป็นแนวทางให้การกำหนดระยะห่างระหว่างบ่อบาดาลหรือขอบเขตของบ่อบาดาลไม่ให้กระทบต่อการใช้น้ำหรือแบ่งน้ำกันได้

ตารางที่ 2.6 รัศมีอิทธิพลโดยประมาณที่แนะนำโดย Brown

ชนิดของดินหรือหิน	ชนิดของชั้นให้น้ำ	รัศมีอิทธิพล : r_o
1.ทรายเม็ดละเอียดและเม็ดปานกลาง	ชั้นให้น้ำใต้ดินอิสระ	250 – 500
	ชั้นให้น้ำบาดาล	100 – 200
2.ทรายเม็ดหยาบและกรวด	ชั้นให้น้ำใต้ดินอิสระ	750 – 1500
	ชั้นให้น้ำบาดาล	300 – 500
3. หินผุ (fissured rock)	ชั้นให้น้ำใต้ดินอิสระ	1000 – 1500
	ชั้นให้น้ำบาดาล	500 – 1000

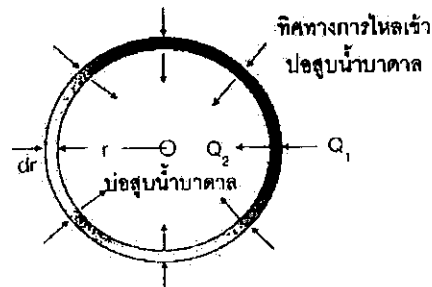
2.9 การไหลไม่คงที่ของน้ำใต้ดินเข้าบ่อน้ำบาดาล (Unsteady radial flow into a well)

ปกติแล้วการไหลของน้ำใต้ดินเข้าบ่อน้ำบาดาลจะเป็นการไหลไม่คงที่ที่มีการเปลี่ยนแปลงระดับน้ำในบ่อบาดาลตามเวลา ซึ่งสมมติฐานในการวิเคราะห์บ่อน้ำบาดาลที่มีสภาพการไหลไม่คงที่ จะเหมือนกับสมมติฐานที่ใช้ในการไหลคงที่เกือบทั้งหมด ยกเว้นสภาพการไหลไม่คงที่เท่านั้น ดังนั้น ถ้าพิจารณาบ่อน้ำบาดาลบ่อหนึ่ง เมื่อมีการสูบน้ำออกจากบ่อน้ำบาดาลด้วยอัตราการสูบ Q คงที่ เป็นเวลา t ดังรูปที่ 2.20 จะทำให้ระดับน้ำใต้ดินมีรัศมี r ใดๆ มีระยะน้ำลดเท่ากับ y

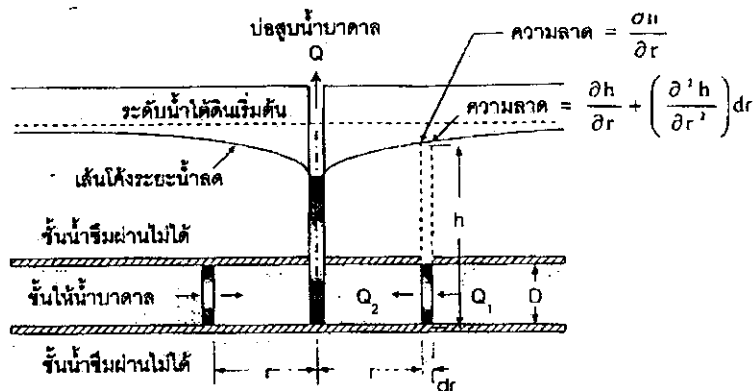


รูปที่ 2.20 การไหลไม่คงที่ในบ่อน้ำบาดาล

สมการการไหลไม่คงที่ของชั้นให้น้ำบาดาลที่มีความหนา D ที่ไหลเข้าสู่อบอดาล เมื่อมีการสูบน้ำขึ้นมาด้วยอัตราการสูบ Q สามารถหาได้โดยการพิจารณาการไหลเข้าบ่อน้ำบาดาลดังรูปที่ 2.21



(ก) แผนการไหลเข้าบ่อน้ำบาดาล



(ข) รูปตัดการไหลเข้าบ่อน้ำบาดาล

รูปที่ 2.21 แผนและรูปตัดการไหลเข้าบ่อน้ำบาดาล

สมการการไหลไม่คงที่บริเวณวงแหวนที่มีรัศมี $r + dr$ มีน้ำไหลเข้าด้วยอัตราการไหล Q_1 และที่รัศมี r มีน้ำไหลออกด้วยอัตราการไหลออก Q_2 จะได้ผลต่างของอัตราไหลเข้ากับอัตราการไหลออกที่มีค่าเท่ากับการเปลี่ยนแปลงปริมาตรน้ำในระบอบวงแหวนที่พิจารณา

$$Q_1 - Q_2 = \frac{\partial V}{\partial t} \quad \dots 2.61$$

เมื่อ Q_1 คือ อัตราการไหลเข้า
 Q_2 คือ อัตราการไหลออก

และ $\frac{\partial V}{\partial t}$ คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงปริมาตรน้ำ ในเวลา

$$\text{ที่รัศมี } r \text{ มีความลาดชันศาสตร์} = \frac{\partial h}{\partial r} \quad \dots 2.62$$

$$\text{ที่รัศมี } r + dr \text{ มีความลาดชันศาสตร์} = \frac{\partial h}{\partial r} + \left(\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} \right) dr \quad \dots 2.63$$

จากกฎของ Darcy มีสมการการไหล $Q = KIA$ ดังนั้น

$$\text{อัตราการไหลเข้า } Q_1 = K \left[\frac{\partial h}{\partial r} + \left(\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} \right) dr \right] 2\pi(r + dr)D \quad \dots 2.64$$

$$\text{และอัตราการไหลออก } Q_2 = K \left(\frac{\partial h}{\partial r} \right) 2\pi r D \quad \dots 2.65$$

เมื่อให้ S_c คือสัมประสิทธิ์การเก็บกัก (storage coefficient) ซึ่งหมายถึงปริมาตรน้ำที่ชั้นให้น้ำบาดาลจะให้ได้ต่อ 1 หน่วยพื้นที่ผิวต่อการเปลี่ยนแปลงระดับน้ำ 1 หน่วย ดังนี้

$$\text{การเปลี่ยนแปลงปริมาตรน้ำ} \quad \partial V = S_c (2\pi r) dr dh \quad \dots 2.66$$

$$\text{ในเวลา } dt \text{ มีการเปลี่ยนแปลงปริมาตรน้ำ} \quad \frac{\partial V}{\partial t} = S_c (2\pi r) dr \frac{\partial h}{\partial t} \quad \dots 2.67$$

แทนค่า Q_1 จากสมการที่ 2.64 Q_2 จากสมการที่ 2.65 และ $\frac{\partial V}{\partial t}$ จากสมการที่ 2.67 ในสมการที่ 2.61 จะได้

$$K \left[\frac{\partial h}{\partial r} + \left(\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} \right) dr \right] 2\pi(r + dr)D - K \left(\frac{\partial h}{\partial r} \right) 2\pi r D = S_c (2\pi r) dr \frac{\partial h}{\partial t} \quad \dots 2.68$$

นำ $KD (2\pi r)$ ไปหารสมการที่ 2.68 แล้วจัดเทอมใหม่ โดยตัดเทอมที่เลขยกกำลังสูงๆ ออก จะได้

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial h}{\partial r} \right) = \frac{S_c}{KD} \left(\frac{\partial h}{\partial t} \right) \quad \dots 2.69$$

เนื่องจาก $KD = T$ หรือสัมประสิทธิ์การไหลผ่าน ดังนั้น เมื่อแทนค่า $KD = T$ ในสมการที่ 2.69 จะได้

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial h}{\partial r} \right) = \frac{S_c}{T} \left(\frac{\partial h}{\partial t} \right) \quad \dots 2.70$$

สมการที่ 2.70 คือ สมการการไหลไม่คงที่เข้าบ่อน้ำบาดาลในชั้นให้น้ำบาดาล

วิธีที่ใช้ในการวิเคราะห์การไหลไม่คงที่ในบ่อน้ำบาดาลที่นิยมใช้งานโดยทั่วไปมี 3 วิธี ดังต่อไปนี้

(1) วิธีของ Theis

โดยการแก้สมการที่ 2.70 คิดเวลาที่ $t = 0$ ระดับน้ำใต้ดินสูง $h = H$ และที่เวลา $t \geq 0$ ที่รัศมี α ระดับน้ำใต้ดินสูง $h = H$ เช่นกัน จะได้

$$\text{ระยะน้ำลด} \quad y = \frac{Q}{4\pi T} \int_u^\alpha \frac{e^{-u}}{u} du \quad \dots 2.71$$

$$\text{และ ตัวแปรไร้มิติ} \quad u = \frac{r^2 S_c}{4Tt} \quad \dots 2.72$$

ถ้าให้ฟังก์ชันบ่อ (well function) คือ

$$W(u) = \int_u^\alpha \frac{e^{-u}}{u} du \quad \dots 2.73$$

แทนค่าสมการที่ 2.73 ในสมการที่ 2.71 จะได้

$$\text{ระยะน้ำลด} \quad y = \frac{Q}{4\pi T} W(u) \quad \dots 2.74$$

สมการที่ 2.74 คือสมการระยะน้ำลดที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาที่สมการไม่สมดุล (nonequilibrium) ของบ่อน้ำ สามารถเขียนเป็นสมการอนุกรมได้ดังนี้

$$\text{ระยะน้ำลด} \quad y = \frac{Q}{4\pi T} \left[-0.5775 - \ln u + u - \frac{u^2}{2.2!} + \frac{u^3}{3.3!} - \dots \right] \quad \dots 2.75$$

$$\text{โดยที่ ฟังก์ชันบ่อ} \quad W(u) = \left[-0.5775 - \ln u + u - \frac{u^2}{2.2!} + \frac{u^3}{3.3!} - \dots \right] \quad \dots 2.76$$

สมการที่ 2.76 สามารถเขียนเป็นตารางได้ดังตารางที่ 2.7

ในกรณีที่ $u < 0.01$ จะถือว่า u มีค่าน้อยมาก ดังสมการที่ 2.76 จะเขียนใหม่ได้

$$\text{ฟังก์ชันบ่อ} \quad W(u) = -0.5772 - \ln u \quad \dots 2.77$$

ตารางที่ 2.7 การหาฟังก์ชันบ่อ W(u) เมื่อรู้ค่า u

u	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0
X 1	0.219	0.049	0.013	0.0038	0.00114	0.00036	0.00012	0.000038	0.000012
X 10 ⁻¹	1.82	1.22	0.91	0.70	0.56	0.45	0.37	0.31	0.26
X 10 ⁻²	4.04	3.35	2.96	2.68	2.48	2.30	2.15	2.03	1.92
X 10 ⁻³	6.33	5.64	5.23	4.95	4.73	4.54	4.39	4.26	4.14
X 10 ⁻⁴	8.63	7.94	7.53	7.25	7.02	6.84	6.69	6.55	6.44
X 10 ⁻⁵	10.95	10.24	9.84	9.55	9.33	9.14	8.99	8.86	8.74
X 10 ⁻⁶	13.24	12.55	12.14	11.85	11.63	11.45	11.29	11.16	11.04
X 10 ⁻⁷	15.54	14.85	14.44	14.15	13.93	13.75	13.60	13.46	13.34
X 10 ⁻⁸	17.84	17.15	16.74	16.46	16.23	16.05	15.90	15.76	15.65
X 10 ⁻⁹	20.15	19.45	19.05	18.76	18.54	18.35	18.20	18.07	17.95
X 10 ⁻¹⁰	22.45	21.76	21.35	21.06	20.84	20.66	20.50	20.37	20.25
X 10 ⁻¹¹	24.75	24.06	23.65	23.36	23.14	22.96	22.81	22.67	22.55
X 10 ⁻¹²	27.05	26.36	25.95	25.66	25.44	25.26	25.11	24.97	24.86
X 10 ⁻¹³	29.36	28.66	28.23	27.97	27.75	27.56	27.41	27.28	27.16
X 10 ⁻¹⁴	31.66	30.97	30.56	30.27	30.05	29.87	29.71	29.58	29.46
X 10 ⁻¹⁵	33.96	33.27	32.86	32.58	32.35	32.17	32.02	31.88	31.76

ที่มา : Linsley ,(44)

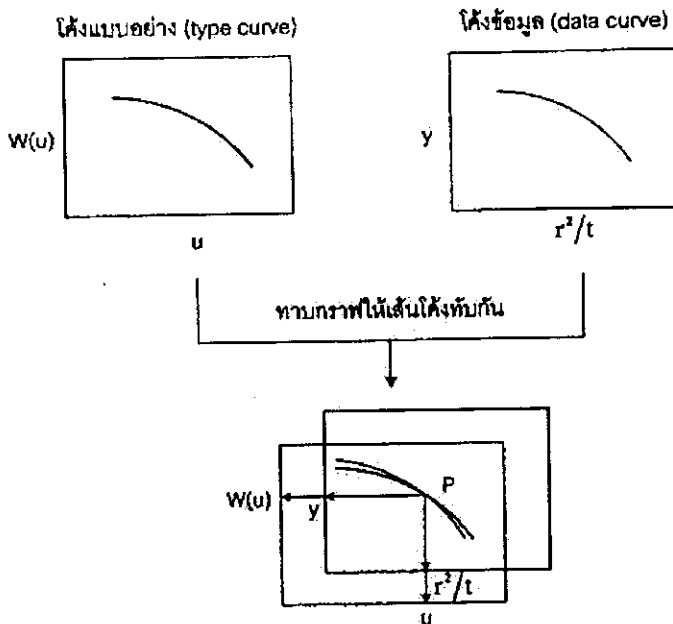
วิธีของ Theis สามารถหาค่าสัมประสิทธิ์การกักเก็บ S_c และสัมประสิทธิ์การไหลผ่าน T ได้จากการอิงสมการ 2 สมการ ดังนี้

$$\text{ระยะน้ำลด} \quad y = \frac{Q}{4\pi T} W(u) \quad \dots 2.78$$

และจากสมการที่ 2.72 จัดรูปใหม่คือ

$$\frac{r^2}{t} = \left[\frac{4T}{S_c} \right] u \quad \dots 2.79$$

สมการที่ 2.78 และ 2.79 เมื่อ Q , T และ S_c เป็นค่าคงที่ ดังนั้น ความสัมพันธ์ระหว่าง $W(u)$ กับ u ต้องคล้ายคลึงกับความสัมพันธ์ระหว่าง y และ r^2/t ซึ่งจากหลักการดังกล่าว ทำให้สามารถหาค่า T และ S_c โดยการเขียนกราฟดังรูป 2.22



รูปที่ 2.22 ลักษณะการทาบโค้งแบบอย่างและโค้งข้อมูล

2) วิธีของ Cooper-Jacob

Cooper-Jacob สามารถหาค่าสัมประสิทธิ์การเก็บกัก S_c และสัมประสิทธิ์การไหลผ่าน T ได้จากการพิจารณาตัวแปรต่างๆ ในตัวแปรไร้มิติ ดังต่อไปนี้

ตัวแปรไร้มิติ
$$u = \frac{r^2 S_c}{4Tt} \quad \dots 2.80$$

จากสมการ เมื่อ S_c และ T คงที่ ดังนั้นค่า r น้อยๆ และเวลา t มากๆ จะมีผลทำให้ตัวแปรไร้มิตินี้มีค่าน้อยมาก ซึ่งวิธีของ Cooper-Jacob นี้ จะกำหนดค่าตัวแปรไร้มิติในกรณี $u < 0.01$ จะทำให้เทอมขวามือของฟังก์ชันบ่อ เหลือเพียง 2 เทอมแรกคือ

ฟังก์ชันบ่อ
$$W(u) = -0.5772 - \ln u \quad \dots 2.81$$

ดังนั้น กระจะน้ำลด
$$y = \frac{Q}{4\pi T} (-0.5772 - \ln u) \quad \dots 2.82$$

แทนค่า u จากสมการจะได้

กระจะน้ำลด
$$y = \frac{Q}{4\pi T} \left[-0.5772 - \ln \left(\frac{r^2 S_c}{4Tt} \right) \right] \quad \dots 2.83$$

เมื่อสูบน้ำจากบ่อน้ำบาดาลด้วยอัตราการสูบ Q คงที่ และบ่อสังเกตการณ์อยู่ห่างจากบ่อน้ำบาดาล r คงที่ โดยมี T และ S_c คงที่ดังนั้น

ที่เวลา t_1 บ่อสังเกตการณ์มีระยะน้ำลดคือ

$$\text{ระยะน้ำลด} \quad y_1 = \frac{Q}{4\pi T} \left[-0.5772 - \ln \left(\frac{r^2 S_c}{4Tt_1} \right) \right] \quad \dots 2.84$$

ที่เวลา t_2 บ่อสังเกตการณ์มีระยะน้ำลดคือ

$$\text{ระยะน้ำลด} \quad y_2 = \frac{Q}{4\pi T} \left[-0.5772 - \ln \left(\frac{r^2 S_c}{4Tt_2} \right) \right] \quad \dots 2.85$$

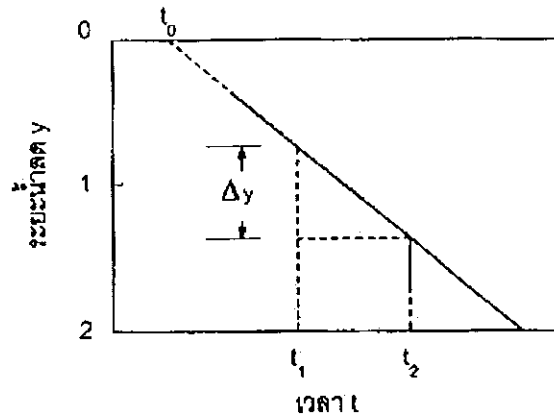
เมื่อให้เวลา $t_2 > t_1$ ดังนั้นระยะน้ำลด $y_2 > y_1$ จะหาผลต่างของระยะน้ำลดที่เทียบ 2 เวลา ได้จากสมการ ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{ผลต่างระยะน้ำลด} \quad \Delta y &= y_2 - y_1 \\ &= \frac{Q}{4\pi T} \left[\ln \left(\frac{r^2 S_c}{4Tt_2} \right) - \ln \left(\frac{r^2 S_c}{4Tt_1} \right) \right] \\ &= \frac{Q}{4\pi T} \ln \left(\frac{t_2}{t_1} \right) \quad \dots 2.86 \end{aligned}$$

เปลี่ยนจาก \ln เป็น \log ได้

$$\text{ผลต่างระยะน้ำลด} \quad \Delta y = \frac{2.3Q}{4\pi T} \log \left(\frac{t_2}{t_1} \right) \quad \dots 2.87$$

จากสมการ จะเห็นได้ว่าเมื่อ $\frac{2.3Q}{4\pi T}$ เป็นค่าคงที่ ดังนั้น ถ้าหากนำผลการทดสอบบ่อน้ำบาดาล โดยให้ระยะน้ำลด y ของบ่อสังเกตการณ์ที่เวลา t ต่างๆ มาเขียนเป็นกราฟกึ่งยกกำลัง ซึ่งมีระยะน้ำลด y อยู่ในแกน y เป็นสเกลปกติและเวลา t อยู่ในแนวแกน x เป็นสเกลเลขยกกำลัง จะได้กราฟดังรูป



รูปที่ 2.23 กราฟ y-t

จากรูป จะเห็นว่า

$$\text{ความลาด (Slope)} \quad m = \frac{\Delta y}{\log\left(\frac{t_2}{t_1}\right)} = \frac{2.3Q}{4\pi T} \quad \dots 2.88$$

$$\text{ดังนั้น สัมประสิทธิ์การไหลผ่าน } T = \frac{2.3Q}{4\pi\Delta y} \log\left(\frac{t_2}{t_1}\right) \quad \dots 2.89$$

ในทางปฏิบัติแล้ว เพื่อเพื่อความสะดวกในการคำนวณ มักจะพิจารณาแกนเวลาที่ 1 รอบของ

log (1 log - cycle) เช่น ที่ $t_2 = 100 \text{ min}$ และ $t_1 = 10 \text{ min}$ จะทำให้

$$\log\left(\frac{t_2}{t_1}\right) = \log\left(\frac{100}{10}\right) = 1 \quad \dots 2.90$$

แทนค่าสมการ ที่ 2.90 ในสมการที่ 2.89 จะได้

$$\text{สัมประสิทธิ์การไหลผ่าน } T = \frac{2.3Q}{4\pi\Delta y} \quad \dots 2.91$$

สำหรับสัมประสิทธิ์การเก็บกัก S_c สามารถหาได้จากรูป กราฟ เมื่อต่อเส้นตรงของกราฟลง ไปตัดกับแกนเวลา ได้ t_0 ณ ระดับที่ไม่มีระยะน้ำลด ($y = 0$) นั่นคือ เมื่อแทนค่าระยะน้ำลด $y = 0$ และเวลา $t = t_0$ ในสมการ ที่ 2.83 จะได้

$$0 = \frac{Q}{4\pi T} \left[-0.5772 - \ln\left(\frac{r^2 S_c}{4Tt_0}\right) \right]$$

หรือ สัมประสิทธิ์การเก็บกัก $S_c = \frac{2.25Tt_0}{r^2}$...2.92

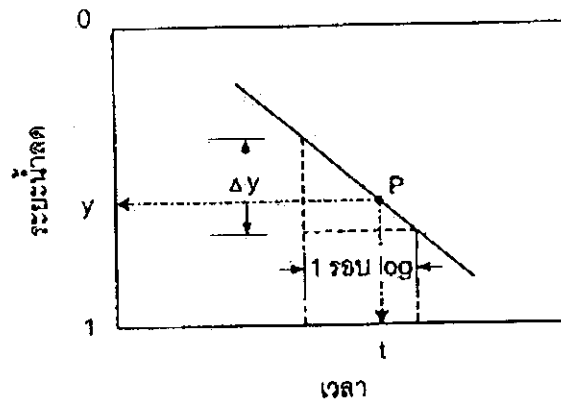
3) วิธีของ Chow สามารถคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์การไหลผ่าน T และสัมประสิทธิ์การเก็บกัก S_c โดยไม่ต้องทำการหาเส้นเหมาะสม และไม่มีข้อจำกัดในกรณีที่มี r น้อย และเวลา t มาก ทำให้ค่าตัวแปรไร้มิติ u มีค่าน้อยเหมือนวิธีของ Cooper-Jacob

ขั้นตอนการหาค่า S_c และ T ด้วยวิธีของ Chow มีดังนี้

1. ข้อมูลที่ใช้ต้องประกอบด้วย

- อัตราจากการสูบน้ำบาดาล
- รัศมีจากบ่อน้ำบาดาลถึงบ่อสังเกตการณ์ r คงที่
- ผลการวัดค่าระยะน้ำลด y ที่บ่อสังเกตการณ์ ที่เวลา t ต่างๆ

2. เขียนกราฟกึ่งเลขยกกำลัง (semilogarithmic graph) แสดงความสัมพันธ์ระยะน้ำลด y และเวลา t โดยให้ระยะน้ำลด y อยู่ในแนวแกน y เป็นสเกลปกติ และเวลา t อยู่ในแนวแกน x เป็นเลขยกกำลัง ดังรูป

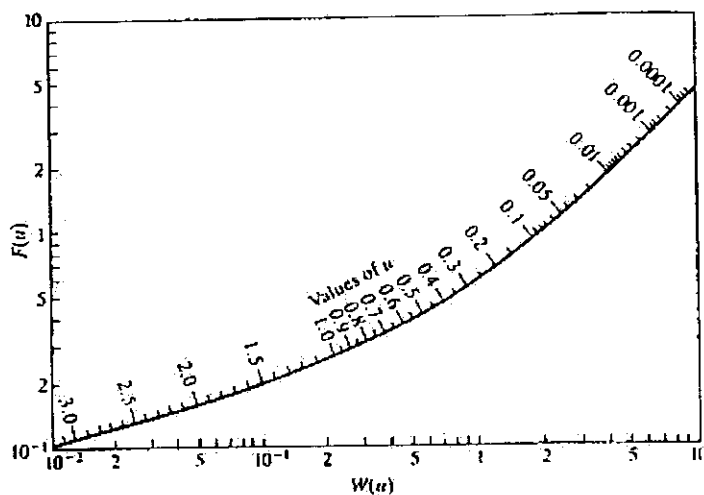


รูปที่ 2.24 กราฟกึ่งเลขยกกำลัง (semilogarithmic graph)

3. หาจุดสัมผัสกราฟ P แล้วอ่านค่าระยะน้ำลด y และเวลา t จากกราฟ
4. ลากเส้นสัมผัสกับจุด P ที่เลือกได้
5. จากกราฟ หาผลต่างระยะน้ำลด Δy ในช่วงเวลา 1 รอบของ \log (1 log - cycle)
6. คำนวณหาค่า $F(u)$ โดยใช้ผลการอ่านค่าระยะน้ำลด y จากข้อ 3 และผลต่างระยะน้ำลด Δy ที่ได้จากข้อ 5 ดังสมการ

$$F(u) = \frac{y}{\Delta y} \quad \dots 2.93$$

7. นำค่า $F(u)$ มาหาค่าฟังก์ชันบ่อ $W(u)$ และตัวแปรไร้มิติ u จากรูปกราฟ



รูปที่ 2.25 กราฟ $F(u) - W(u)$

8. จากข้อมูลเบื้องต้น Q ฟังก์ชันบ่อ $W(u)$ และระยะน้ำล้น y คำนวณสัมประสิทธิ์การไหลผ่าน T ได้ดังนี้

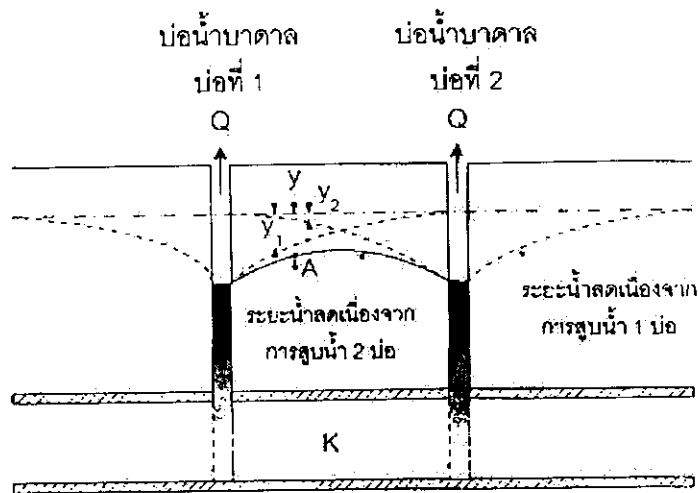
$$\text{สัมประสิทธิ์การไหลผ่าน} \quad T = \frac{QW(u)}{4\pi y} \quad \dots 2.94$$

9 จากข้อมูลเบื้องต้นที่รัศมี r เวลา t ตัวแปรไร้มิติ u และสัมประสิทธิ์การไหลผ่าน T คำนวณสัมประสิทธิ์การเก็บกัก S_c ได้ดังนี้

$$\text{สัมประสิทธิ์การเก็บกัก} \quad S_c = \frac{4Ttu}{r^2} \quad \dots 2.95$$

2.10 ระบบบ่อน้ำบาดาลหลายบ่อ

ระบบบ่อน้ำบาดาลหลายบ่อเป็นสิ่งจำเป็นในบางพื้นที่ที่บริเวณขอบเขตจำกัดและไม่มีแหล่งน้ำผิวดินที่เพียงพอ ขณะเดียวกันก็มีความต้องการใช้น้ำจำนวนมาก จึงต้องมีการเจาะบ่อน้ำบาดาลหลายบ่อในบริเวณใกล้เคียงกัน ซึ่งสภาพดังกล่าวถ้ามีการสูบน้ำจากบ่อน้ำบาดาลหลายๆบ่อพร้อมกัน ก็จะมีผลทำให้ระดับน้ำใต้ดินลดลงมากกว่าในกรณีที่มีบ่อน้ำบาดาลเพียงบ่อเดียว ดังกรณีที่มีบ่อน้ำบาดาล 2 บ่อดังรูป



รูปที่ 2.26 แสดงระดับน้ำในบ่อน้ำบาดาล 2 บ่อ

จากรูป จะเห็นได้ว่า เมื่อมีการสูบน้ำจากบ่อน้ำบาดาล 2 บ่อ ด้วยอัตราการสูบ Q จะมีผลทำให้ระดับน้ำรวมที่จุดใดๆ เช่นที่จุด A มีระดับน้ำรวม y เท่ากับผลรวมของระดับน้ำลดเนื่องจากบ่อน้ำบาดาลบ่อที่ 1 ที่มีค่าเท่ากับ y_1 กับระดับน้ำลดเนื่องจากบ่อน้ำบาดาลบ่อที่ 2 มีค่าเท่ากับ y_2

$$\text{ระดับน้ำลดรวม } y = y_1 + y_2 \quad \dots 2.96$$

ในทำนองเดียวกัน ถ้ามีบ่อน้ำบาดาลจำนวน n บ่อ สูบน้ำพร้อมกันด้วยอัตราการสูบ Q_1, Q_2, \dots, Q_n สามารถหาระดับน้ำลดรวมได้ดังนี้

$$\text{ระดับน้ำลดรวม } y = y_1 + y_2 + \dots + y_n$$

$$y = \sum_{i=1}^n y_i \quad \dots 2.97$$

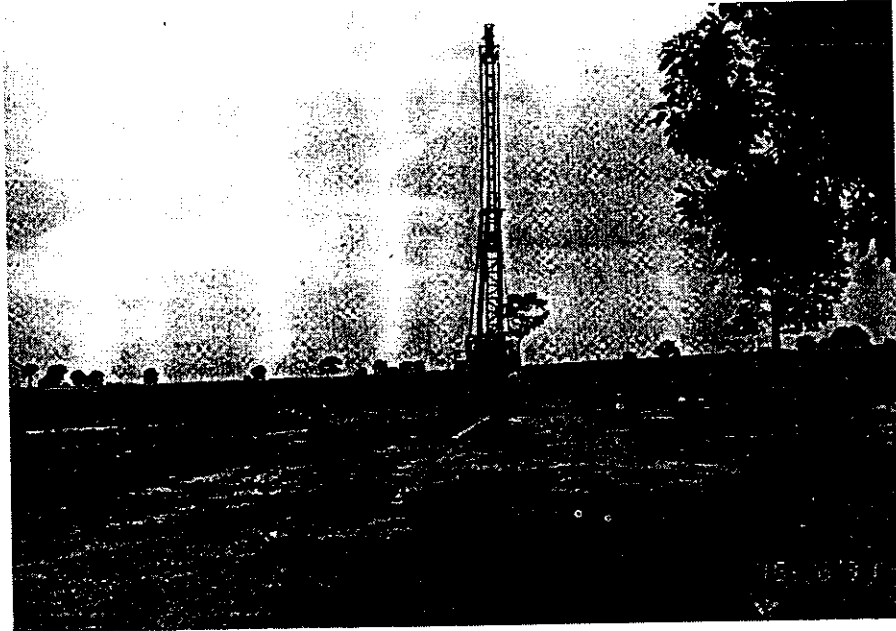
เมื่อ y_i คือระดับน้ำลดที่ตำแหน่งใดตำแหน่งหนึ่ง เนื่องจากบ่อน้ำบ่อที่ i

2.11 การเจาะบ่อน้ำบาดาล

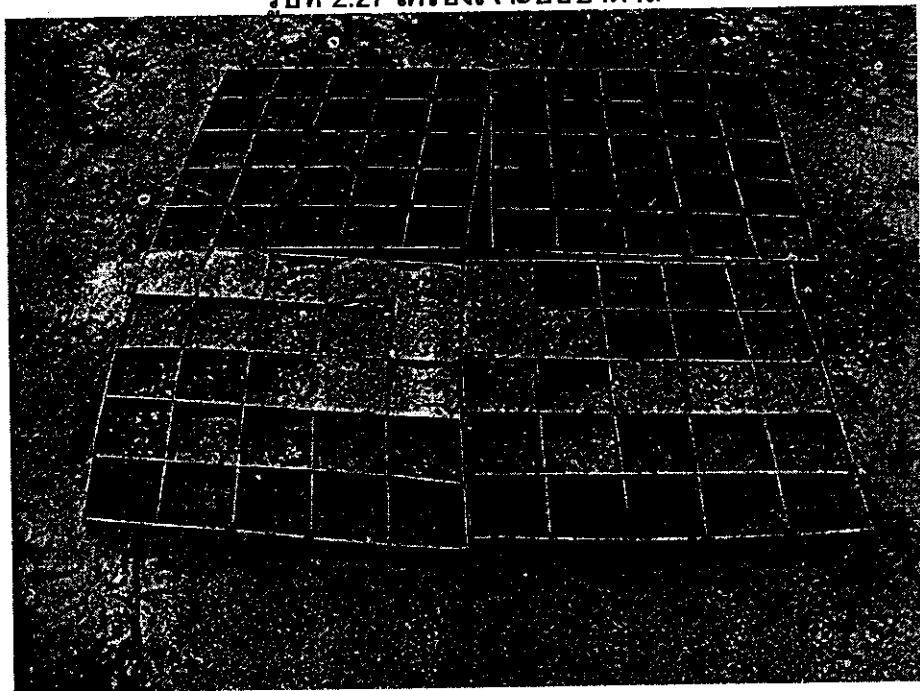
การเจาะบ่อน้ำบาดาลมีเครื่องเจาะบ่อน้ำบาดาล แบ่งได้เป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ คือ

1. เครื่องเจาะบ่อน้ำบาดาลแบบกระแทก (cable tool or percussion) เหมาะสำหรับเจาะน้ำบาดาลที่เป็นชั้นหินแข็ง
2. เครื่องเจาะบ่อน้ำบาดาลแบบหมุน (rotary drilling ring) เหมาะสำหรับเจาะน้ำบาดาลที่เป็นดินอ่อน

สำหรับความสามารถในการเจาะบ่อบาดาลขึ้นอยู่กับชนิดของของชั้นหินหรือชั้นดินที่ขุดเจาะ ดังตารางที่ 2.8 ซึ่งเมื่อขุดเจาะดินหรือหินขึ้นมาแล้ว จะนำมาใส่กระบะเก็บตัวอย่าง ดังรูปที่ 2.28



รูปที่ 2.27 เครื่องเจาะบ่อบาดาล



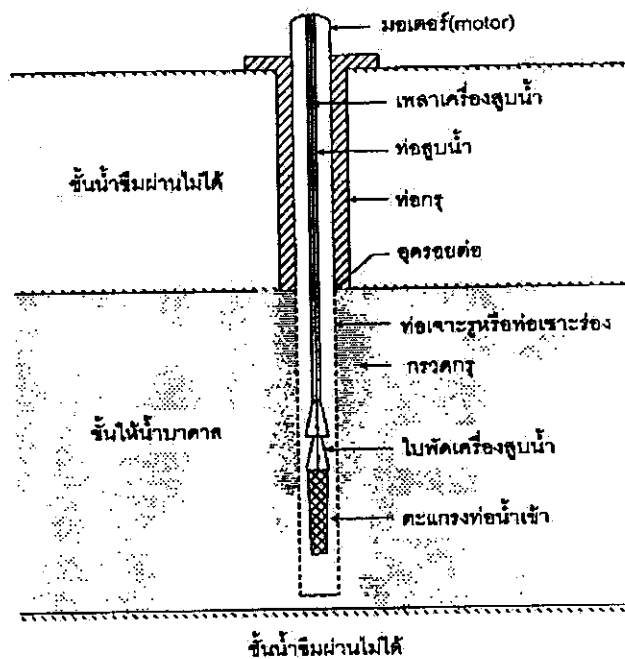
รูปที่ 2.28 กระบะเก็บตัวอย่างดินหรือหินที่ได้จากการเจาะบ่อบาดาล

ตารางที่ 2.8 ความสามารถในการเจาะบ่อบาดาลของเครื่องเจาะน้ำบาดาลแบบกระแทก และ เครื่องเจาะน้ำบาดาลแบบหมุน

ชนิด ชั้นดินหรือชั้นหิน	ความยาก ง่ายในการเจาะบ่อน้ำบาดาล		
	เครื่องเจาะบ่อน้ำ บาดาลแบบกระแทก	เครื่องเจาะบ่อน้ำบาดาลแบบหมุน	
		ใช้น้ำ + น้ำโคลน	ใช้ลม
หินทราย	ยาก	เร็ว	ไม่ควรใช้
ทรายและกรวดร่วน	ยาก	เร็ว	ไม่ควรใช้
กรวดใหญ่ๆบริเวณลุ่มน้ำ	ยาก ปกติจะช้าอาจต้องใช้ท่อน้ำ	ยาก จนเจาะไม่ได้	ไม่ควรใช้
ดินเหนียวและทรายแป้ง	ช้า	เร็ว	ไม่ควรใช้
หินดินดานแข็ง หินดินดานเปราะ	เร็ว	เร็ว	ไม่ควรใช้
หินดินดานอ่อนและเหนียว	ช้า	เร็ว	ไม่ควรใช้
หินทรายค่อนข้างร่วน	เร็ว	เร็ว	ไม่ควรใช้
หินทรายแข็ง	ปานกลาง	เร็ว	ไม่ควรใช้
หินเชิร์ตเป็นก้อนเล็กๆ	ช้า	ช้า	ไม่ควรใช้
หินปูน	ช้า	เร็ว	เร็วมาก
หินปูนปนหินเชิร์ต	ช้ามาก	ช้า	เร็วมาก
หินปูนมีโพรง	ช้ามาก	ช้า อาจเจาะไม่ได้	เร็วมาก
หินโดโลไมท์	ช้ามาก	เร็ว	เร็วมาก
หินบะซอลต์เป็นชั้นบางในหินชั้น	ช้า	ช้า	เร็ว
หินบะซอลต์หนา	ช้า	ช้า	เร็ว
หินแปร หินแกรนิต	ช้า	ช้า	เร็ว

2.12) ลักษณะทั่วไปของบ่อน้ำบาดาล

บ่อน้ำลักษณะทั่วไปจะมีลักษณะดังรูป ประกอบด้วยท่อกรุ (Casing) ในชั้นน้ำซึมผ่านไม่ได้ ท่อเจาะรู (Slotted) หรือเจาะร่อง (Perforated) ในชั้นให้น้ำบาดาล กรวดกรุเพื่อกรองน้ำใต้ดินก่อนไหลเข้าขอน้ำบาดาล และเครื่องสูบน้ำ

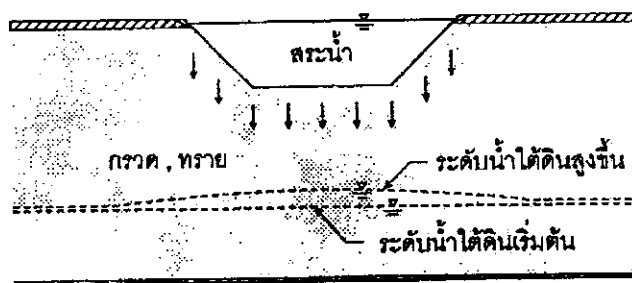


รูปที่ 2.29 ลักษณะทั่วไปของบ่อน้ำบาดาล

2.13) การเพิ่มน้ำใต้ดินที่มนุษย์สร้างขึ้น

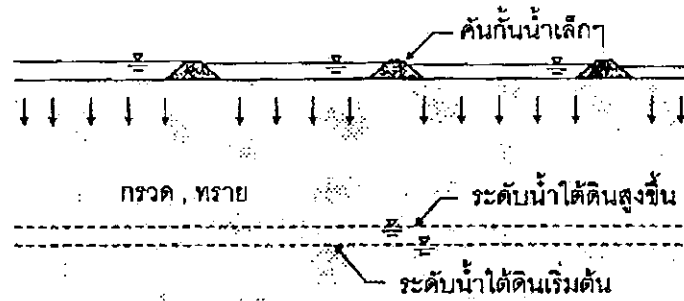
การเพิ่มน้ำใต้ดินที่มนุษย์สร้างขึ้นจะทำให้ระดับน้ำใต้ดินสูงขึ้น สามารถทำได้หลายวิธี ดังนี้

1. การสร้างสระน้ำซึม (Infiltration pond) ดังรูปที่ 2.30



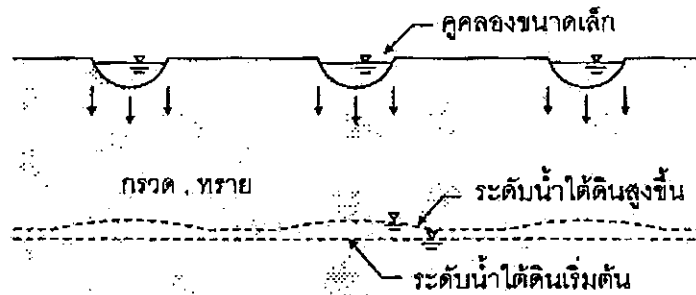
รูปที่ 2.30 การสร้างสระน้ำซึม

2. การสร้างคันกันน้ำเล็กๆ ดังรูปที่ 2.31



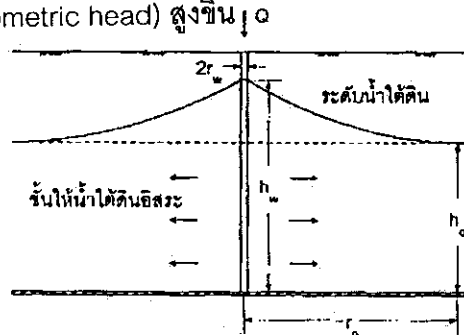
รูปที่ 2.31 การสร้างคันกันน้ำเล็กๆ

3. การสร้างคูคลองขนาดเล็ก ดังรูปที่ 2.32

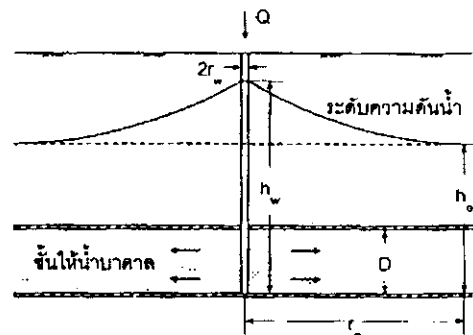


รูปที่ 2.32 การสร้างคูคลองขนาดเล็ก

4. การสูบน้ำผ่านบ่อน้ำบาดาลเพิ่มลงไป มี 2 กรณี คือ กรณีชั้นให้น้ำใต้ดินอิสระ ดังรูป (ก) จะทำให้ระดับน้ำใต้ดินสูงขึ้น และกรณีชั้นให้น้ำบาดาล ดังรูป (ข) จะทำให้ระดับความดันน้ำ (Piezometric head) สูงขึ้น q



(ก) ชั้นให้น้ำใต้ดินอิสระ (unconfined aquifer)



(ข) ชั้นให้น้ำบาดาล (confined aquifer)

ในการศึกษาเกี่ยวกับพฤติกรรมการไหลของน้ำบาดาลจำเป็นต้องนำทฤษฎีการไหลของน้ำใต้ดิน และวิธีวิเคราะห์เชิงตัวเลข (Numerical Method) เข้ามาช่วยในการแก้ปัญหา เนื่องจากวิธีการแก้ปัญหาทาง *Numerical Method* สามารถประยุกต์เข้ากับปัญหาที่สลับซับซ้อนได้ง่ายโดยในการศึกษาเกี่ยวกับการจำลองสภาพน้ำใต้ดินในพื้นที่จังหวัดกำแพงเพชรนี้ได้นำการแก้ปัญหาแบบ Finite Difference เข้ามาประยุกต์ใช้ในการคำนวณกับทฤษฎีต่างๆดังนี้

2.14 สมการการไหลของน้ำใต้ดิน (Groundwater Flow Equation)

การไหลของน้ำใต้ดินในลักษณะสามมิติ ที่มีความหนาแน่นคงที่ตลอด ทั้งตัวกลางวัสดุพรุนสามารถแสดงด้วยสมการ Partial – Differential ได้ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial t} (K_{xx} \frac{\partial h}{\partial x}) + (K_{yy} \frac{\partial h}{\partial y}) + (K_{zz} \frac{\partial h}{\partial z}) - W = S_x \frac{\partial h}{\partial t} \quad \dots 2.98$$

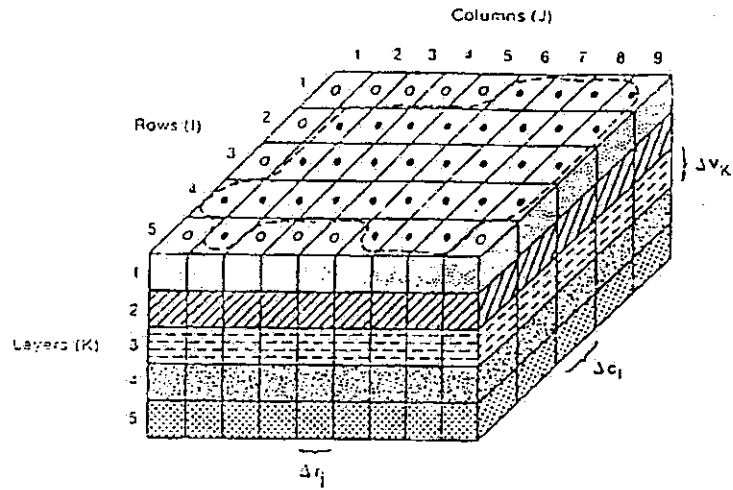
โดยที่	K_{xx}, K_{yy}, K_{zz}	เป็นค่า Hydraulic Conductivity ตามแกน X, Y, Z ตามลำดับ
	H	เป็นค่า ความสูงระดับน้ำใต้ดิน (Potentiometric Head) (LX)
	W	เป็นค่า Volume Metric Flux ต่อหน่วยปริมาตรทั้งจุดให้น้ำและสูบน้ำ
	S_s	เป็นค่าสัมประสิทธิ์การเก็บกักของวัสดุพรุน (Specific Storage)
	T	เป็นค่า เวลา (T)

ในวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ (Finite difference method) ใช้กริดสี่เหลี่ยมในการแบ่งพื้นที่ที่ต้องการศึกษาโดยแบ่งเป็นแถว (row) หลัก (Columns) และชั้น (layers) จัดรูปแบบเซลล์ลูกบาศก์ คุณสมบัติของเซลล์จะสมมติว่าเป็นเนื้อเดียวกันหมด

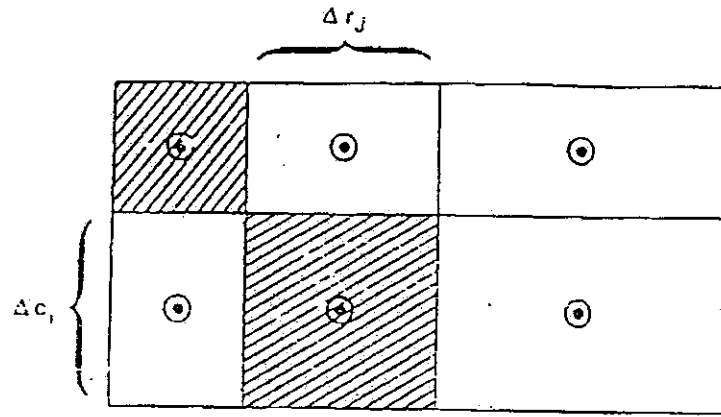
ความกว้างของเซลล์ตลอดทั้งแถวถูกกำหนดให้มีค่าเท่ากับ Δr_i สำหรับ i^{th} column ความกว้างของเซลล์ตลอดทั้งหลักถูกกำหนดให้มีค่าเท่ากับ Δc_i สำหรับ i^{th} row และความหนาของชั้นดินในแนวตั้ง ถูกกำหนดให้มีค่าเท่ากับ Δv_k สำหรับ k^{th} layers ดังรูปที่ 2.33

ลักษณะรูปร่างของเซลล์แต่ละเซลล์จะประกอบขึ้นด้วยความสัมพันธ์ของตำแหน่งโหนดในแต่ละโหนด โดยแบ่งออกเป็น สองแบบ คือ แบบ Block-centered และแบบ point-centered โดยทั้งสองแบบมีการแบ่งชั้นหินอุ้มน้ำ ด้วยเส้นคู่ขนานสองชุดที่ตั้งฉากกัน

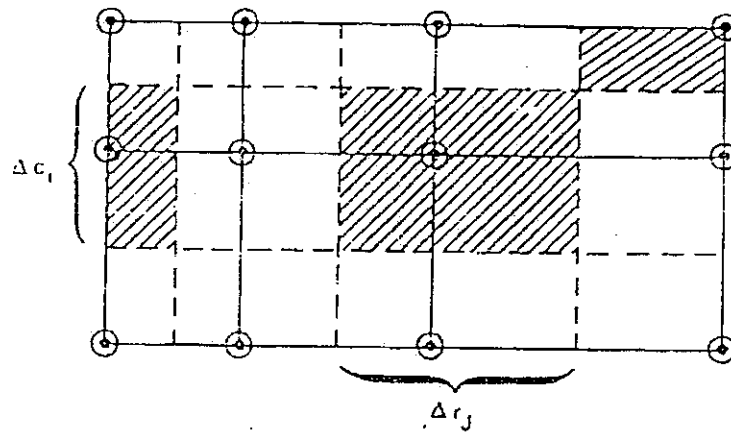
แบบ Block-center บล็อกจะถูกกำหนดจากเขตของเส้นกริดขึ้นเป็นเซลล์โหนด จะอยู่ที่จุดศูนย์กลางของเซลล์ ดังรูปที่ 2.34



รูปที่ 2.33 การกำหนดขอบเขตของ Aquifer อยู่ในรูปของ Row, Column, Layers



Block-Centered Grid System



รูปที่ 2.34 การกำหนดรูปแบบของเซลล์ Block-centered Grid System และ Point-Centered Grid System

แบบ Point-centered โหนด จะอยู่ที่จุดตัดกันของเส้นกริด ในแต่ละเซลล์จะถูกสร้างขึ้นรอบๆโหนด ด้วยหน้าตัดครึ่งหนึ่งของโหนด ในการจำลองสภาพน้ำใต้ดินในพื้นที่ศึกษานี้จะทำการกำหนดของชั้นหินอุ้มน้ำ ด้วยวิธี Block-centered

2.15 สมการการไหลต่อเนื่อง (Continuity Equation)

การประยุกต์ใช้การแก้ปัญหาโดยวิธี Finite Difference กับสมการการไหลต่อเนื่องเป็นการรวมการไหลเข้าและไหลออก ต้องเท่ากับอัตราการเปลี่ยนแปลงของความจุเก็บกัก ภายใต้สมมุติฐาน ความหนาแน่นของน้ำใต้ดินคงที่ สมการไหลต่อเนื่องแสดงสมดุลของการไหลของน้ำใต้ดินได้ดังนี้

$$\sum Q_i = S_s \frac{\Delta h}{\Delta t} \Delta V \quad \dots 2.99$$

โดยที่

Q_i = อัตราการไหลเข้าเซลล์ ($L^3 t^{-1}$)

S_s = สัมประสิทธิ์การเก็บกัก (L^{-1})

ΔV = ปริมาตรของเซลล์ (L^3) ที่พิจารณาเท่ากับ $\Delta r_j \Delta c_i \Delta v_k$ ของเซลล์ i,j,k

Δh = การเปลี่ยนแปลงค่าความสูงของระดับน้ำใต้ดินในแต่ละเซลล์ในเวลา Δt

รูปที่ 2.35 แสดงถึงเซลล์ i,j,k และเซลล์ชั้นน้ำที่ติดกัน 6 ด้าน คือ $i-1,j,k$, $i+1,j,k$, $i,j-1,k$, $i,j+1,k$, $i,j,k-1$ และ $i,j,k+1$ การไหลเข้าไปในเซลล์ i,j,k ในแนวแกน x จากเซลล์ $i,j-1,k$

(ดังรูปที่ 2.36) สอดคล้องกับ Darcy's law คือ

$$q_{i,j-1/2,k} = KR_{i,j-1/2,k} \frac{\Delta c_i \Delta v_k (h_{i,j-1,k} - h_{i,j,k})}{\Delta r_{j-1/2}} \quad \dots 2.100$$

โดยที่

$q_{i,j-1/2,k}$ เป็นอัตราการไหลของของไหลผ่านไปยังผิวน้ำระหว่างเซลล์ i,j,k และ $i,j-1,k$ ($L^3 t^{-1}$)

$KR_{i,j-1/2,k}$ เป็น Hydraulic conductivity ตลอดทั้งแถวระหว่างโหนด i,j,k และ $i,j-1,k$ ($L^3 t^{-1}$)

$\Delta r_{j-1/2}$ เป็นระยะทางระหว่างโหนด i,j,k และ $i,j-1,k$ (L)

$\Delta c_i \Delta v_k$ พื้นที่หน้าตัดในทิศทางของแถว (L^2)

$\Delta h_{i,j-1,k}$ ค่าระดับน้ำที่โหนด $i,j-1,k$ (L)

$h_{i,j,k}$ ค่าระดับน้ำที่โหนด i,j,k (L)

การไหลของเซลล์ผ่านผิวหน้าของเซลล์ที่เหลือทั้ง 5 ด้านแสดงได้ในสมการลักษณะเดียวกันนี้

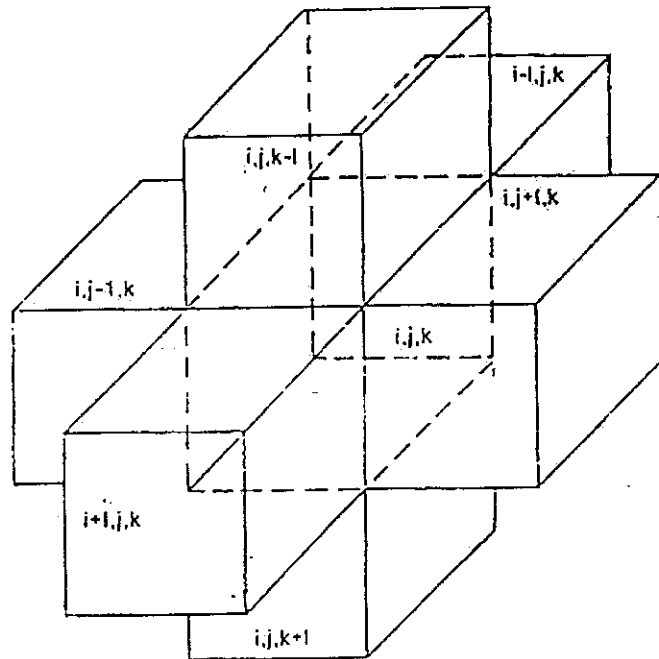
$$q_{i,j-1/2,k} = KR_{i,j-1/2,k} \Delta c_i \Delta v_k \frac{(h_{i,j+1,k} - h_{i,j,k})}{\Delta r_{j+1/2}} \quad \dots 2.101$$

$$q_{i+1/2,j,k} = KC_{i+1/2,j,k} \Delta r_j \Delta v_k \frac{(h_{i+1,j,k} - h_{i,j,k})}{\Delta c_{i+1/2}} \quad \dots 2.102$$

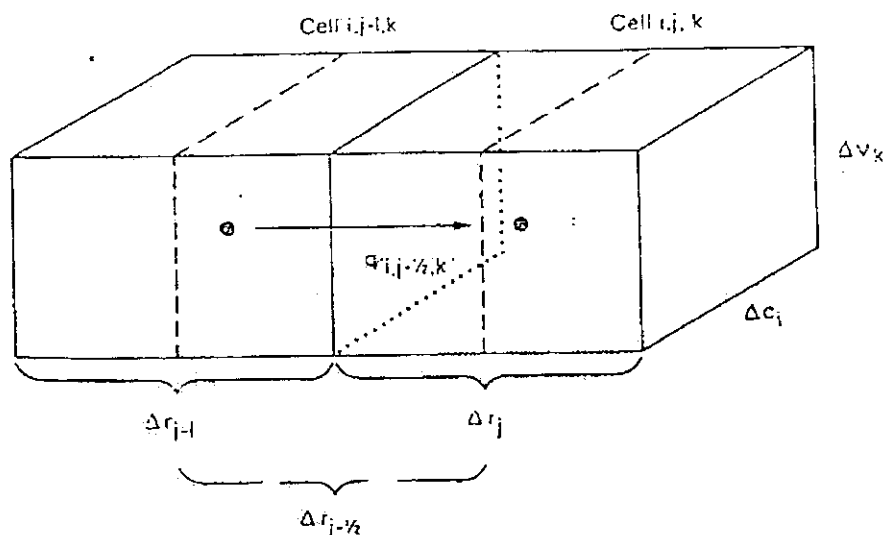
$$q_{i-1/2,j,k} = KC_{i-1/2,j,k} \Delta r_j \Delta v_k \frac{(h_{i-1,j,k} - h_{i,j,k})}{\Delta c_{i-1/2}} \quad \dots 2.103$$

$$q_{i,j,k+1/2} = KV_{i,j,k+1/2} \Delta r_j \Delta c_i \frac{(h_{i,j,k-1} - h_{i,j,k})}{\Delta v_k - 1/2} \quad \dots 2.104$$

$$q_{i,j,k-1/2} = KV_{i,j,k-1/2} \Delta r_j \Delta c_i \frac{(h_{i,j,k-1} - h_{i,j,k})}{\Delta v_k - 1/2} \quad \dots 2.105$$



รูปที่ 2.35 ลักษณะของเซลล์ต่างๆที่อยู่รอบด้านทั้ง 6



รูปที่ 2.36 การไหลจากเซลล์ i, j, k ไปเซลล์ $i, j-1, k$

ในสมการที่ 2.100 ถึง 2.105 แสดงการไหลผ่านผิวหน้าของเซลล์ i, j, k ในเทอมของ head, grid dimension และ hydraulic conductivity เนื่องจาก grid dimension และ hydraulic conductivity เป็นค่าคงที่ในสมการ สามารถเขียนในรูปใหม่ที่เรียกว่า hydraulic conductance หรือ conductance ได้

$$CR_{i,j-1/2,k} = KR_{i,j-1/2,k} \frac{\Delta c_i \Delta v_k}{\Delta r_{j-1/2}} \quad \dots 2.106$$

โดยที่

$CR_{i,j-1/2,k}$ เป็น conductance ในแถว i และชั้น k ระหว่างโหนด i,j,k และ $i,j-1,k$ และ $i,j,k, (L^2 t^{-1})$ conductance เป็นผลคูณระหว่าง hydraulic conductivity และ พื้นที่หน้าตัดของการไหลด้วยระยะทางของ flow path ในกรณีเป็นระยะทางระหว่างโหนด

นำค่าสมการที่ 2.106 แทนในสมการที่ 2.100 ถึง 2.105 จะได้

$$q_{i,j-1/2,k} = CR_{i,j-1/2,k} (h_{i,j-1,k} - h_{i,j,k}) \quad \dots 2.106$$

$$q_{i,j+1/2,k} = CR_{i,j+1/2,k} (h_{i,j+1,k} - h_{i,j,k}) \quad \dots 2.107$$

$$q_{i-1,j,k} = CC_{i-1/2,j,k} (h_{i-1,j,k} - h_{i,j,k}) \quad \dots 2.108$$

$$q_{i+1,j,k} = CC_{i+1/2,j,k} (h_{i+1,j,k} - h_{i,j,k}) \quad \dots 2.109$$

$$q_{i,j,k-1/2} = CV_{i,j,k-1/2} (h_{i,j,k-1} - h_{i,j,k}) \quad \dots 2.110$$

$$q_{i,j,k+1/2} = CV_{i,j,k+1/2} (h_{i,j,k+1} - h_{i,j,k}) \quad \dots 2.111$$

การไหลของน้ำเข้าไปในเซลล์จากภายนอกชั้นน้ำ เช่น การไหลซึมจากใต้ทางน้ำไหล (Streambeds) การระบายน้ำ พื้นที่เติมน้ำ การระเหย และบ่อบาดาลต่างๆ การไหลเหล่านี้อาจจะขึ้นอยู่กับ head ในเซลล์รับน้ำ แต่เป็นอิสระกับระดับน้ำอื่นๆ ในชั้นน้ำ หรือการไหลเหล่านี้จะเป็นอิสระกับระดับน้ำ ในเซลล์ที่รับน้ำ ในเซลล์ที่รับน้ำทั้งหมด การไหลจากภายนอกชั้นน้ำอาจแทนด้วยสมการ

$$a_{i,j,k,n} = P_{i,j,k,n} h_{i,j,k} + q_{i,j,k,n} \quad \dots 2.112$$

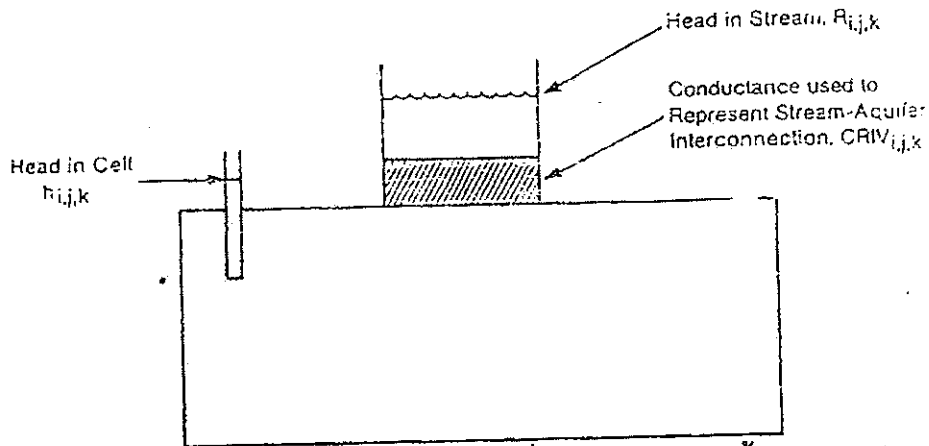
โดยที่

$a_{i,j,k,n}$ แทนด้วยการไหลจากแหล่งน้ำภายนอกที่ n^{th} เข้าไปภายในเซลล์ i, j, k ($L^3 t^{-1}$) และ $P_{i,j,k,n}$ และ $q_{i,j,k,n}$ เป็นค่าคงที่ ($L^2 t^{-1}$) และ ($L^3 t^{-1}$)

ตัวอย่างเช่น สมมติว่าเซลล์รับการไหลจากแหล่งน้ำสองแหล่ง คือ การเติมน้ำจากบ่อน้ำบาดาล และการซึมจากกันท้องถิ่น สำหรับแหล่งน้ำที่ 1 ($n=1$) เนื่องจากการไหลจากบ่อน้ำบาดาลเป็นการสมมติให้เป็นอิสระกับ head $P_{i,j,k,1}$ เป็นศูนย์และ $q_{i,j,k,1}$ เป็นอัตราการเติมน้ำสำหรับบ่อน้ำบาดาล ในกรณีนี้

$$a_{i,j,k,1} = q_{i,j,k,1} \quad \dots 2.113$$

สำหรับแหล่งน้ำที่ 2 การซึมเป็นผลต่างระหว่าง ระดับน้ำของแม่น้ำกับ Head ในเซลล์ i, j, k (ดังรูปที่ 2.37)



รูปที่ 2.37 การกำหนดรูปแบบของการรั่วซึมจากท้องลำน้ำไปสู่เซลล์แต่ละเซลล์

$$a_{i,j,k,2} = CRIV_{i,j,k,2} (R_{i,j,k} - h_{i,j,k}) \quad \dots 2.114$$

โดยที่

$CRIV_{i,j,k,2}$ เป็น conductance ของกันท้องน้ำ (รูปที่ 2.37) ในเซลล์ i, j, k ($L^2 t^{-1}$)

$R_{i,j,k}$ เป็น head ในแม่น้ำ (L)

สมการที่ 2.114 สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$a_{i,j,k,2} = -CRIV_{i,j,k,2} h_{i,j,k} + CRIV_{i,j,k,2} R_{i,j,k} \quad \dots 2.115$$

จากสมการ Conductance $CRIV_{i,j,k,2}$ สอดคล้องกับ $q_{i,j,k,2}$ และเทอมของ

$CRIV_{i,j,k,2} R_{i,j,k}$ สอดคล้องกับ $q_{i,j,k,2}$ ในลักษณะเดียวกันนี้แหล่งน้ำภายนอกและสภาวะอื่นๆ สามารถแทนที่โดยการแสดงรูปของสมการที่ 2.112 โดยทั่วไป ถ้ามีแหล่งน้ำภายนอก N หรือสภาวะที่มีผลกระทบต่อเซลล์เดียว (single cell) รวมสมการการไหลได้ดังนี้

$$QS_{i,j,k} = \sum_{n=1}^N a_{i,j,k,n} = \sum_{n=1}^N p_{i,j,k,n} h_{i,j,k} + \sum_{n=1}^N q_{i,j,k,n} \quad \dots 2.116$$

กำหนดให้ $P_{i,j,k}$ และ $Q_{i,j,k}$ เป็น

$$P_{i,j,k} = \sum_{n=1}^N p_{i,j,k,n}$$

$$Q_{i,j,k} = \sum_{n=1}^N q_{i,j,k,n}$$

ดังนั้นเทอมการไหลทั่วไปของเซลล์ i, j, k คือ

$$QS_{i,j,k} = P_{i,j,k} h_{i,j,k} + Q_{i,j,k}, \quad \dots 2.117$$

จากการรวมสมการต่อเนื่องสมการที่ 2.99 ประกอบกับอัตราการไหลระหว่างโหนด i, j, k กับโหนด ที่ติดกัน 6 โหนด และอัตราการไหลภายนอก QS แสดงได้ดังนี้

$$\begin{aligned} & q_{i,j-1/2,k} + q_{i,j+1/2,k} + q_{i-1/2,j,k} + q_{i+1/2,j,k} + q_{i,j,k-1/2} \\ & + q_{i,j,k+1/2} + QS_{i,j,k} = Ss_{i,j,k} \frac{\Delta h_{i,j,k}}{\Delta t} \Delta r_j \Delta c_i \Delta v_k \end{aligned} \quad \dots 2.118$$

โดยที่

$\frac{\Delta h_{i,j,k}}{\Delta t}$ เป็นการประมาณค่า Finite - difference ของ head ที่เปลี่ยนไปตลอดเวลาที่เปลี่ยนไป (Lt^{-1})

$Ss_{i,j,k}$ เป็น Specific storage ของเซลล์ $i, j, k (L^{-1})$

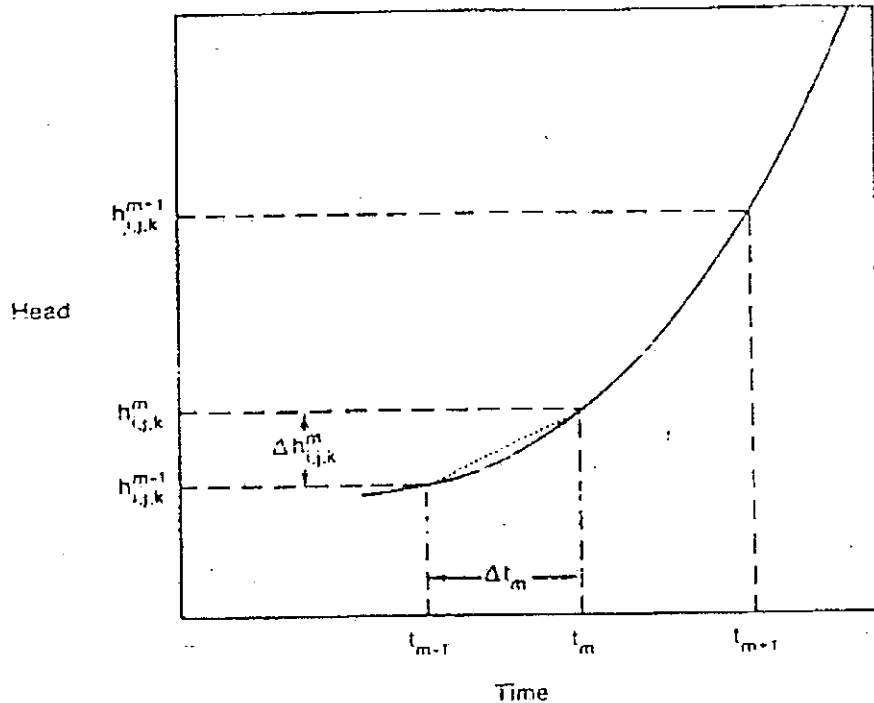
$\Delta r_j \Delta c_i \Delta v_k$ เป็นปริมาตรของเซลล์ $i, j, k (L^3)$

แทนที่สมการที่ 2.106-2.111 และ 2.117 จะได้สมการการประมาณ Finite - difference สำหรับเซลล์ i, j, k

$$\begin{aligned} & CR_{i,j-1/2,k} (h_{i,j-1,k} - h_{i,j,k}) + CR_{i,j+1/2,k} (h_{i,j+1,k} - h_{i,j,k}) \\ & + CC_{i-1/2,j,k} (h_{i-1,j,k} - h_{i,j,k}) + CC_{i+1/2,j,k} (h_{i+1,j,k} - h_{i,j,k}) \\ & + CV_{i,j,k-1/2} (h_{i,j,k-1} - h_{i,j,k}) + CV_{i,j,k+1/2} (h_{i,j,k+1} - h_{i,j,k}) \\ & + P_{i,j,k} h_{i,j,k} + Q_{i,j,k} = Ss_{i,j,k} (\Delta r_j \Delta c_i \Delta v_k) \Delta h_{i,j,k} / \Delta t \end{aligned} \quad \dots 2.119$$

ผลต่างของระดับน้ำ ($\Delta h_{i,j,k}$) ถูกแสดงในเทอมของค่าระดับน้ำจำเพาะ ซึ่งสัมพันธ์กับค่าระดับน้ำ ที่ใช้ในการคำนวณการไหลเข้าและออกของเซลล์ (ดังรูปที่ 2.38) ไฮโดรกราฟ ของเซลล์ i, j, k แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า T_m และ T_{m-1} กับค่า $h_{i,j,k}^m$ และ $h_{i,j,k}^{m-1}$ เพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณเทอมการไหลของสมการที่ 2.119 จะหาค่าที่เวลาต่างๆ T_m ในที่นี้ สามารถหาค่าความชันของไฮโดรกราฟ $\Delta h / \Delta t$ ได้จาก

$$\frac{\Delta h_{i,j,k}^m}{\Delta t_m} = \frac{h_{i,j,k}^m - h_{i,j,k}^{m-1}}{t_m - t_{m-1}} \quad \dots 2.120$$



Explanation

- t_m time at end of time step m
- $h_{i,j,k}^m$ head at node i,j,k at time t_m
- Backward difference approximation to slope of hydrograph at time t_m

รูปที่ 2.38 ไฮโดรกราฟ ของเซลล์ i, j, k

ความชันของไฮโดรกราฟ ประมาณค่าได้จากการใช้การเปลี่ยนแปลงของค่าระดับน้ำการเปลี่ยนแปลงระดับน้ำในช่วงเวลาก่อนหน้าและที่สิ้นสุด ในส่วนนี้เป็นเทอม Backward-difference approach นั่นคือ $\Delta h / \Delta t$ ถูกคำนวณตลอดทั้งช่วงเวลาซึ่งขยายย้อนกลับไปที่เวลา จาก T_m เวลาที่อยู่ในเทอมของการไหลจะถูกหาค่า

วิธี Backward-difference ปกติจะมีความเสถียรภาพทางเลขคณิต นั่นคือค่าความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นที่เวลาใดๆ ถูกทำให้น้อยลงไปเรื่อยๆ ที่เวลาที่ต่อเนื่องกัน ด้วยเหตุนี้เอง วิธี Backward-difference จะใช้ในการคำนวณสมการที่ขนาดใหญ่

เขียนสมการที่ 2.119 ในรูป Backward-difference เทอมของการไหลที่เวลา T_m และ T_{m-1} ได้

$$\begin{aligned}
 & CR_{i,j-1/2,k} (h^m_{i,j-1,k} - h^m_{i,j,k}) + CR_{i,j+1/2,k} (h^m_{i,j+1,k} - h^m_{i,j,k}) \\
 & + CC_{i-1/2,j,k} (h^m_{i-1,j,k} - h^m_{i,j,k}) + CC_{i+1/2,j,k} (h^m_{i+1,j,k} - h^m_{i,j,k}) \\
 & + CV_{i,j,k-1/2} (h^m_{i,j,k-1} - h^m_{i,j,k}) + CV_{i,j,k+1/2} (h^m_{i,j,k+1} - h^m_{i,j,k}) \quad \dots 2.121 \\
 & + P_{i,j,k} h^m_{i,j,k} + Q_{i,j,k} = Ss_{i,j,k} (\Delta r_j \Delta c_i \Delta v_k) \frac{(h^m_{i,j,k} - h_{i,j,k}^{m-1})}{t_m - t_{m-1}}
 \end{aligned}$$

ในสมการนี้ค่าระดับน้ำ ที่จุดเริ่มต้นของช่วงเวลา $h^m_{i,j,k}$ และ Conductance ทั้งหมดและค่าสัมประสิทธิ์ที่สัมพันธ์กับโหนด ที่ตำแหน่ง i, j, k เป็นตัวที่รู้ค่าระดับน้ำทั้ง 7 ค่าที่เวลา T_m จนถึงจุดสิ้นสุดของช่วงเวลา เป็นตัวที่ไม่รู้ค่าดังนั้นสมการที่ 2.121 ไม่สามารถแก้ได้โดยลำพัง เพราะสมการนี้แทนที่ด้วยค่าที่ไม่รู้ 7 ตัวในสมการเดียว อย่างไรก็ตามสมการชนิดนี้สามารถเขียนสำหรับ n เซลล์ในระบบ ดังนั้นจึงมีค่าระดับน้ำ ที่ไม่รู้เพียงตัวเดียวในแต่ละเซลล์ เราจึงแก้สมการของระบบ n สมการด้วยค่าที่ไม่รู้ n ตัว ระบบของสมการจึงถูกแก้ให้สำเร็จได้