บทที่ 2
ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 การจำลองแบบปัญหาคืออะไร

การจำลองแบบปัญหาเป็นวิธีการแก้ปัญหาโดยวิธีการจำลองและการประยุกต์การใช้ประโยชน์จากการจำลองลักษณะของพฤติกรรมของระบบงานที่แท้จริง หรือในอีกความหมายหนึ่งก็คือ การจำลองแบบปัญหาคือ กระบวนการออกแบบแบบจำลองของระบบงานจริง แล้วดำเนินการทดลองใช้แบบจำลองนั้นเพื่อการเรียนรู้พฤติกรรมของระบบ หรือเพื่อการประเมินผลการใช้กุศโลบายต่าง ๆในการดำเนินงานของระบบภายใต้ข้อกำหนดที่วางไว้

แบบจำลองทางคอมพิวเตอร์เป็นการจัดการเกี่ยวกับระบบ ระบบในที่นี้ก็คือ องค์กรต่าง ๆ หรือกระบวนแต่ละกระบวนการ หรือเป็นลักษณะการวางแผนดังต่อไปนี้

- การวางแผนเกี่ยวกับการผลิต ซึ่งจะมีการใช้คนในการทำงาน เครื่องจักร การขนส่ง อุปกรณ์ต่าง ๆ และพัสดุคงคลัง
- ในส่วนของการบริการในระบบธนาคาร ซึ่งจะมีการบริการบุคคลที่เข้ามาใช้บริการซึ่งจะเป็นลักษณะความแตกต่างของผู้เข้ามาใช้บริการ
- การกระจายโครงข่ายแผนงาน โรงพัสดุ และการขนส่งที่เชื่อมโยงกัน พัสดุคงคลัง และการขนส่งที่เชื่อมโยงกัน
- ในโรงพยาบาล การจัดการในเหตุฉุกเฉินต่าง ๆ รวมทั้งบุคลากรต่าง ๆ การจัดการในเรื่องของห้องผู้ป่วย เครื่องมืออุปกรณ์ การประสานงานต่าง ๆ และการเคลื่อนย้ายผู้ป่วย

จากคำจำกัดความดังกล่าวจะเห็นได้ว่า กระบวนการของการจำลองแบบปัญหานั้นแบ่งออกเป็นสองส่วน คือการสร้างแบบจำลองส่วนหนึ่งและการนำเอาแบบจำลองนั้นไปใช้งานเชิงวิเคราะห์อีกส่วนหนึ่ง ดังนั้นจะเห็นได้ว่า กลไกของวิธีการของการจำลองแบบปัญหานั้นขึ้นอยู่กับแบบจำลอง และการใช้แบบจำลองในการจำลองปัญหาแบบจำลองปัญหานั้นอาจจะเป็นหุ่น เป็นระบบ หรือแนวความคิดลักษณะหนึ่งลักษณะใด โดยไม่ต้องเหมือนระบบงานจริง แต่ต้องช่วยให้เข้าใจในระบบงานจริงเพื่อประโยชน์ในการอธิบายพฤติกรรมและเพื่อการปรับปรุงการดำเนินงานของระบบงานจริง

บ่อยครั้งที่คนเราจะศึกษาระบบก็เพื่อจะทำการวัดประสิทธิภาพของระบบ ทำการปรับปรุงการทำงานหรือทำการออกแบบระบบให้มีประสิทธิภาพ หัวหน้างานหรือผู้ควบคุมงานของระบบซึ่งมีอัตราการทำงานในวันต่อวัน อาจจะมีความพร้อมอยู่แล้ว ที่ช่วยให้การพิจารณาการทำงานในแต่ละครั้ง การทำงานของระบบจะดี ก็ต่อเมื่อเครื่องจักรในระบบไม่มีการขัดข้องเกิดขึ้น

ผลที่ได้รับความสำเร็จในการจัดการเกี่ยวกับระบบ ก็คือการนำระบบที่ได้จำลองขึ้นมาไปใช้ในระบบงานจริง แต่ในท้ายที่สุดก็ยังไม่ตรงตามความเป็นจริง ซึ่งเป้าหมายที่สำคัญก็คือการเข้าใจอย่างแท้จริงเกี่ยวกับการทำงานของคนงาน สำหรับการวิเคราะห์การใช้แบบจำลองทางปัญหาในระบบของกระบวนการผลิต เป็นสิ่งที่จะต้องทำก่อนการสร้างแบบจำลองปัญหา ควรจะศึกษาเกี่ยวกับกระบวนการผลิตแต่ละกระบวนการให้เข้าใจอย่างชัดเจน ในการที่จะสร้างแบบจำลองขึ้นมาเปลี่ยนการปฏิบัติงานอะไร ในส่วนนี้จะพิจารณาถึงหน้าที่ความรับผิดชอบขององค์กรในระบบ เช่นการพิจารณาผู้ที่มีความชำนาญการใช้เครื่องจักร การสร้างแบบจำลองที่ดีควรจะมีความรู้ทางด้านสถิติพอสมควร ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญในการที่จะศึกษาเป็นลำดับต่อไปของแบบจำลองปัญหาของโครงงานแต่ละโครงงาน และการพิจารณาที่จะเลือกหนทางที่ดีที่สุดในการแก้ปัญหา

วิธีของการจำลองแบบปัญหาถ้ามีการพิจารณาในแบบจำลองปัญหาในเรื่องความเหมาะสมของแบบจำลองปัญหาบางอย่าง ซึ่งจะต้องมีการพิจารณาว่าจะมีผลลัพธ์อย่างไร ลักษณะเช่นนี้เราจะทำการพิจารณาหาทางเลือกโดยทำให้อยู่ในลักษณะโปรแกรมของแบบจำลองปัญหา

2.2 ระบบงาน (System)

โดยที่กลไกสำคัญอันหนึ่งในการจำลองแบบปัญหาอยู่ที่แบบจำลอง การที่จะสามารถสร้างแบบจำลองที่นำไปใช้ในการจำลองแบบปัญหาได้ผู้สร้างจะต้องมีความเข้าใจในระบบงานจริงเป็นอย่างดีความรู้ความเข้าใจในระบบงานจริงเป็นหัวใจสำคัญของการสร้างแบบจำลองซึ่งใช้แทนระบบงานนั้นๆได้

ระบบงาน หมายถึง กลุ่มขององค์ประกอบ (Elements) ที่มีความสัมพันธ์กัน โดยที่ความหมายของระบบงานบอกลักษณะเฉพาะว่าระบบมีลักษณะอย่างไรโดยไม่ได้บอกรูปร่างหน้าตาที่ชัดดังนั้นเมื่อเวลาที่จะทำการศึกษาระบบงานใดงานหนึ่ง จึงจำเป็นจะต้องบอกรูปร่างหน้าตาที่ชัดเจนของระบบงานที่กำลังศึกษา การบอกรูปร่างหน้าตาที่แจ้งชัดของระบบงานมักจะบอกโดยการกำหนดขอบเขตของระบบงาน (System Boundaries) ซึ่งก็คือ การกำหนดองค์ประกอบของระบบการแสดงความสัมพันธ์ขององค์ประกอบและการกำหนดองค์ประกอบอื่นๆที่อยู่นอกระบบ แต่มีผลกระทบต่อการทำงานของระบบ องค์ประกอบอื่นๆที่อยู่นอกระบบ เรียกโดยรวมว่า สิ่งแวดล้อมระบบงาน (System Environment)

องค์ประกอบต่าง ๆทั้งภายในและภายนอกระบบงานจะมีลักษณะเฉพาะตัว (Attributes) ที่ทำให้เกิดกิจกรรม (Activities) ภายใต้เงื่อนไขบางประการจะก่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลงสถานภาพของระบบงาน (System Status) ดังนั้นนอกจากการกำหนดขอบเขตของระบบงานแล้วยังต้องกำหนดลักษณะเฉพาะตัวขององค์ประกอบ กิจกรรมที่จะเกิดขึ้นจากองค์ประกอบเหล่านั้นและการเปลี่ยนแปลงสถานภาพของระบบงานอันเนื่องมาจากกิจกรรมขององค์ประกอบ

ในตารางที่ 2.1 แสดงองค์ประกอบลักษณะเฉพาะตัว และ กิจกรรมของระบบการกำหนดงานผลิต (Production Scheduling System)

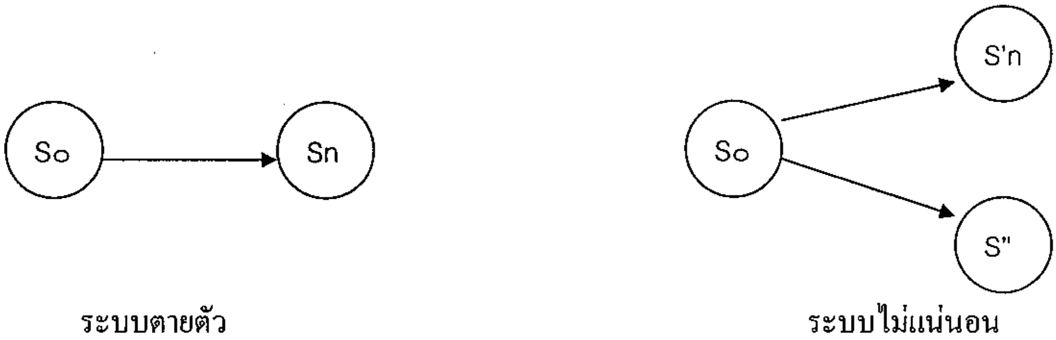
ตารางที่ 2.1 ในตารางข้างล่างแสดงองค์ประกอบลักษณะเฉพาะตัว และ กิจกรรมของระบบการกำหนดงานผลิต (Production Scheduling System)

องค์ประกอบ	ลักษณะเฉพาะตัว	กิจกรรม
คนงาน	ความชำนาญ เงินเดือน ความสามารถในการผลิต ชื่อหรือหมายเลข	ทำงาน หยุดงาน
วัตถุดิบ	ชนิด คุณภาพ ราคา จำนวนที่มีอยู่	การถูกเปลี่ยนรูป
เครื่องจักร	ประเภท ขีดความสามารถในการผลิต หมายเลข สภาพเครื่อง	ทำงานหยุดงาน
ใบสั่งผลิต	ปริมาณที่ต้องผลิต ความสำคัญก่อนหลัง กำหนดส่งงาน สถานภาพ	อยู่ระหว่างการผลิต

2.2.1 ประเภทของระบบงาน การจำแนกประเภทของระบบงานอาจจำแนกได้หลายแบบแล้วแต่การนำไปใช้งาน ในการจำลองแบบปัญหา การจำแนกระบบงานเพื่อความสะดวกในการใช้งานนั้นมักจะจำแนกโดยอาศัยการเปลี่ยนแปลงสถานภาพของระบบ เป็น 2 ประเภทดังนี้

ระบบต่อเนื่องหรือระบบเป็นช่วง (Continuous versus Discrete System)
โดยพิจารณาจากพฤติกรรมในการเปลี่ยนสถานภาพของระบบเทียบกับเวลาถ้าการเปลี่ยนสถานภาพของระบบงานเป็นการเปลี่ยนไปตามเวลาอย่างต่อเนื่อง ระบบงานนั้นก็จะเป็นระบบต่อเนื่องแต่ถ้าการเปลี่ยนสถานภาพของระบบเกิดขึ้นที่ช่วงเวลาใดเวลาหนึ่งไม่ต่อเนื่องระบบงานนั้นก็จะเป็นระบบเป็นช่วง

ระบบตายตัวหรือระบบไม่แน่นอน (Deterministic versus Stochastic System)
ระบบตายตัว หมายถึง ระบบซึ่งการเปลี่ยนแปลงสถานภาพที่ระดับใหม่สามารถบอกได้จากสถานะและกิจกรรมของระบบที่ระดับก่อน ส่วนระบบไม่แน่นอน หมายถึง ระบบการเปลี่ยนสถานภาพเป็นแบบสุ่มและในบางกรณีก็สามารถหาค่าความน่าจะเป็น (Probability) ของการเปลี่ยนสถานภาพของระบบดังรูปที่ 2.1 แสดงถึงความแตกต่างระหว่างระบบตายตัวและระบบที่ไม่แน่นอน



รูปที่ 2.1 แสดงการเปลี่ยนแปลงสถานภาพของระบบ

2.3 แบบจำลอง (Model)

แบบจำลองหมายถึง ตัวแทนวัตถุ ระบบหรือแนวคิดลักษณะใดลักษณะหนึ่ง โดยแบบจำลองอาจนำไปใช้ในงานหลายลักษณะดังนี้

2.3.1 เป็นเครื่องช่วยคิด (An aid to thought) เช่น จำลองโครงข่าย (Network Model) ช่วยทำให้ผู้สร้างแบบจำลองได้มองเห็นว่าจะมีกิจกรรมที่ต้องทำอะไรบ้างและทำอะไรก่อนหลัง

2.3.2 เป็นเครื่องสื่อความหมาย (An aid to communication) แบบจำลองจะช่วยให้เข้าใจในพฤติกรรมของระบบงานและช่วยให้สามารถอธิบายพฤติกรรมปัญหา และการแก้ปัญหาของระบบงาน

2.3.3 เป็นเครื่องช่วยสอนและฝึกอบรม (Purposes of training and instruction) เช่น แบบจำลองเครื่องควบคุมการบิน จะช่วยให้นักบินทำความเข้าใจและความคุ้นเคยกับระบบการควบคุมการบินจริงก่อนขึ้นฝึกบินจริง

2.3.4 เป็นเครื่องมือสำหรับการทำนาย (A tool of prediction) จากการที่แบบจำลองจะช่วยให้เข้าใจพฤติกรรมของระบบก็จะช่วยให้ผู้สร้างแบบจำลองสามารถคาดคะเนหรือทำนายได้ว่าเมื่อมีเหตุการณ์ที่มีผลกระทบต่อองค์ประกอบของระบบที่เกิดขึ้น จะมีผลอะไรเกิดขึ้นกับระบบ

2.3.5 เป็นเครื่องมือสำหรับการทดลอง (An aid to experimentation) โดยที่แบบจำลองเป็นสิ่งซึ่งสร้างขึ้นแทนระบบงานจริง ในกรณีที่ต้องการทดลองเงื่อนไขต่าง ๆ กับระบบงานจริงแต่ทำไม่ได้ ก็จะนำเอาเงื่อนไขนั้นๆมาทดลองกับแบบจำลองเพื่อดูว่าจะให้ผลอย่างไร เพื่อประโยชน์ในการตัดสินใจว่าควรจะนำเงื่อนไขนั้น ๆ ไปใช้กับระบบงานจริงหรือไม่

~~ประเภทของแบบจำลองในการจำลองปัญหา (Classification of Simulation Models)~~

ประเภทของแบบจำลองในการจำลองแบบปัญหา นอกจากจะสามารถจำแนกได้ตามประเภทของระบบงานที่มันมีตัวแทนอยู่แล้ว ยังมีลักษณะพิเศษเฉพาะตัวของแบบจำลองซึ่งสามารถจำแนกประเภทออกไปตามคุณลักษณะพิเศษดังนี้

2.3.5.1 แบบจำลองทางกายภาพ (Physical or Iconic Model) เป็นแบบจำลองที่มีรูปร่างหน้าตาเหมือนระบบงานจริง อาจจะมีขนาดเท่ากับของจริงหรือมีขนาดที่เล็กกว่าหรือใหญ่กว่า หรืออาจเป็นแบบจำลองของระบบงานจริงในมิติใดมิติหนึ่ง (Dimension) หรือทั้งสามมิติ ตัวอย่างของแบบจำลองประเภทนี้ ได้แก่ เครื่องยนต์ต้นแบบ (Prototype) ซึ่งสร้างขึ้นเพื่อทดสอบสมรรถนะก่อนการผลิตจริง การจำลองของส่วนที่ควบคุมการบินของเครื่อง เครื่องบินจำลองที่ใช้ทดสอบในอุโมงค์ลม แบบจำลองผังโรงงาน รูปแสดงการเกาะเกี่ยวของอะตอม

2.3.5.2 แบบจำลองอนาล็อก (Analog Model) เป็นแบบจำลองที่มีพฤติกรรมเหมือนระบบงานจริง ตัวอย่างของแบบจำลองประเภทนี้ได้แก่ อนาล็อกคอมพิวเตอร์ที่ใช้ควบคุมการผลิตในอุตสาหกรรมอาหารสัตว์ และอุตสาหกรรมเคมี ซึ่งใช้การเคลื่อนที่ของกระแสไฟฟ้าซึ่งแสดงบนแผงควบคุมบอกให้รู้ถึงการเคลื่อนที่ของวัตถุในระบบงานจริง การใช้กราฟแสดงความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆที่วัดค่าได้ เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างค่าใช้จ่ายในการผลิตจำนวนสินค้า ซึ่งเป็นแบบจำลองที่ใช้ขนาดความยาวของเส้นกราฟแสดงค่าของเงินหรือจำนวนสินค้า การใช้แผนภูมิการจัดองค์กร (Organization Chart) เป็นแบบจำลองที่ใช้สี่เหลี่ยมรูปกล่องและเส้นแสดงความสัมพันธ์และหน้าที่รับผิดชอบของบุคลากรในระดับต่าง ๆ การใช้แผนภูมิการไหลของวัตถุดิบผ่านกระบวนการ

2.3.5.3 เกมการบริหาร (Management Game) เป็นแบบจำลองการตัดสินใจ (Decision Model) ในกิจกรรมต่าง ๆ เช่น ธุรกิจ สงคราม การลงทุน เป็นแบบจำลองเพื่อใช้เป็นข้อมูลการตัดสินใจ

2.3.5.4 แบบจำลองทางคอมพิวเตอร์ (Computer Simulation Model) เป็นแบบจำลองที่อยู่ในรูปของคอมพิวเตอร์โปรแกรม ซึ่งก่อนที่จะมาเป็นคอมพิวเตอร์โปรแกรม แบบจำลองอาจอยู่ในรูปของแบบจำลองประเภทหนึ่งประเภทใดที่กล่าวมาแล้วทั้งหมด

2.3.5.5 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Models) เป็นแบบจำลองที่ใช้สัญลักษณ์และฟังก์ชั่นทางคณิตศาสตร์แทนองค์ประกอบในระบบงานจริง เช่น X แทนค่าใช้จ่ายในการผลิต Y แทนจำนวนสินค้าที่ผลิตในระบบงานจริงที่มีความยุ่งยากซับซ้อน แบบจำลองของระบบงานอาจใช้แบบจำลองหลายประเภทร่วมกัน โครงสร้างของแบบจำลองประกอบไปด้วย

ก) องค์ประกอบ (Component) ในทุกระบบงานจะประกอบไปด้วยองค์ประกอบต่างๆ ในแบบจำลองที่ใช้แทนระบบงานก็จะต้องประกอบไปด้วยองค์ประกอบที่จำเป็นสำหรับการทำงานของระบบงาน

ข) ตัวแปรและพารามิเตอร์ (Variables and Parameters) พารามิเตอร์ คือ ค่าคงที่ซึ่งผู้ใช้แบบจำลองเป็นผู้กำหนดให้ อาจเป็นค่าที่กำหนดขึ้นเองเพื่อศึกษาผลที่เกิดขึ้นจากค่าของพารามิเตอร์นั้น หรือเป็นค่าที่วัดหรือประเมินได้จากข้อมูล ส่วนตัวแปรนั้นเป็นค่าที่ผันแปร มีค่าได้หลายค่าตามสภาวะจริงของการใช้งาน จำแนกได้สองประเภทคือ ตัวแปรภายนอก (Exogenous Variable) หรือตัวแปรนำเข้า (Input Variable) หมายถึง ตัวแปรภายนอกระบบซึ่งเข้ามีผลกระทบต่อสมรรถนะของระบบหรือเป็นตัวแปรที่เป็นผลเนื่องมาจากปัจจัยภายนอกระบบและตัวแปรภายใน(Endogenous Variable) หมายถึง ตัวแปรที่เกิดขึ้นภายในระบบ ตัวแปรภายในอาจอยู่ในลักษณะตัวแปรสถานภาพซึ่งเป็นตัวแปรที่บอกสภาพหรือเงื่อนไขของระบบ หรืออยู่ในลักษณะของตัวแปรนำออก (Output Variable) ซึ่งก็คือผลที่ได้จากการใช้งานระบบ ในทางสถิติ ตัวแปรจากภายนอกคือตัวแปรอิสระและตัวแปรภายในคือตัวแปรตาม

ค) ฟังก์ชั่นความสัมพันธ์ (Functional Relationships) คือ ฟังก์ชั่นที่อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรกับพารามิเตอร์ ฟังก์ชั่นความสัมพันธ์นี้อาจจะอยู่ในลักษณะแน่นอนตายตัว (Deterministic) ซึ่งเป็นลักษณะที่เมื่อใส่ข้อมูลนำเข้าจะสามารถหาได้ว่าผลลัพธ์จะเป็นเท่าไรแน่นอนและอาจอยู่ในลักษณะไม่แน่นอน (Stochastic) ซึ่งเมื่อใส่ข้อมูลนำเข้าให้กับฟังก์ชั่นไม่แน่ว่าจะได้ผลลัพธ์ออกมาเท่าไรลักษณะของฟังก์ชั่นความสัมพันธ์มักจะอยู่ในรูปของสมการคณิตศาสตร์ เช่น $Y = 4+0.7X$ ซึ่งฟังก์ชั่นความสัมพันธ์เหล่านี้อาจหามาได้จากสมมติฐานหรือประเมินจากข้อมูลร่วมกับวิธีทางสถิติหรือทางคณิตศาสตร์

ง) ขอบข่ายจำกัด (Constraints) คือ ข้อจำกัดของค่าตัวแปรต่าง ๆ ซึ่งอาจเป็นข้อจำกัดที่ผู้ใช้แบบจำลองเป็นผู้กำหนด เช่น ข้อจำกัดของทรัพยากรต่าง ๆ ที่มีอยู่ของระบบ ข้อจำกัดของปริมาณที่ผลิตได้หรือเป็นข้อจำกัดของระบบงานจริงโดยธรรมชาติ เช่น เราไม่อาจจำหน่ายสินค้าได้มากกว่าปริมาณที่ผลิตได้ ของไหลไหลจากที่สูงลงสู่ที่ต่ำ

จ) ฟังก์ชั่นเป้าหมาย (Criterion Function) หมายถึง ข้อความ (Statement) ที่บอกเป้าหมาย หรือ วัตถุประสงค์ ของระบบงาน และวิธีประเมินตามเป้าหมาย วัตถุประสงค์ของระบบงานอาจแบ่งได้เป็นสองประเภท คือการคงสภาพของระบบงาน (Retentive) ซึ่งเป็นวัตถุประสงค์ที่จะทำให้สามารถคงสภาพการใช้ทรัพยากร เช่น เวลา พลังงาน ความชำนาญ หรือคงสภาพของระบบ เช่น ความสะดวก สบาย ความปลอดภัย และวัตถุประสงค์ประเภทการแสวงหา ซึ่งเป็นวัตถุประสงค์ที่จะทำให้สามารถเพิ่มทรัพยากรต่าง ๆ เช่น กำไร ลูกค้า หรือเปลี่ยนสถานะของระบบ เช่น ได้ส่วนแบ่งของตลาดเพิ่มขึ้น

2.4 กระบวนการจำลองแบบปัญหา (Simulation Process)

แม้ว่าการจำลองปัญหาไม่จำเป็นต้องอาศัยคอมพิวเตอร์ในการแก้ปัญหาเสมอไป แต่การใช้การจำลองแบบปัญหาในปัจจุบันมักใช้กับปัญหาที่มีความซับซ้อนจึงต้องอาศัยคอมพิวเตอร์สำหรับช่วยคำนวณค่าของข้อมูลต่าง ๆ ที่ต้องการสำหรับการวิเคราะห์หาวิธีการแก้ปัญหา ขั้นตอนต่าง ๆ ต่อไปนี้เป็นข้อเสนอแนะสำหรับการดำเนินการจำลองแบบปัญหาที่ใช้คอมพิวเตอร์ช่วยในการคำนวณ

2.4.1 การตั้งปัญหาและการให้คำจำกัดความของระบบงาน (Problem Formulation and System Definition) ขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุดในการจำลองแบบปัญหา เป็นการกำหนดวัตถุประสงค์ของการศึกษาระบบ การกำหนดขอบเขตข้อจำกัดต่าง ๆ และวิธีการวัดผลงาน

2.4.2 การสร้างแบบจำลอง (Model Formulation) จากลักษณะของงานที่จะต้องทำการศึกษาเขียนแบบจำลองที่สามารถอธิบายพฤติกรรมของระบบงานตามวัตถุประสงค์ของการศึกษา

2.4.3 การจัดเตรียมข้อมูล (Data Preparation) วิเคราะห์หาข้อมูลต่าง ๆ ที่จำเป็นสำหรับแบบจำลองและจัดเตรียมให้อยู่ในรูปแบบที่จะนำไปใช้งานกับแบบจำลองได้

2.4.4 การแปลงรูปแบบจำลอง (Model Translation) แปลงแบบจำลองไปอยู่ในรูปของโปรแกรมคอมพิวเตอร์

2.4.5 การทดสอบความถูกต้อง (Validation) เป็นการวิเคราะห์เพื่อช่วยให้ผู้เขียนและผู้ใช้มั่นใจว่า แบบจำลองที่ได้นั้นสามารถใช้แทนระบบงานจริงตามวัตถุประสงค์ของการศึกษาได้

2.4.6 การออกแบบการทดลอง **(Strategic Planning)** เป็นออกแบบการทดลองที่ทำให้แบบจำลองสามารถให้ข้อมูลที่ใช้ในการวิเคราะห์หาผลลัพธ์ตามต้องการ

2.4.7 การวางแผนการใช้งานแบบจำลอง (Tactical Planning) เป็นการวางแผนว่าจะใช้งานแบบจำลองในการทดลองอย่างไรจึงจะได้ข้อมูลสำหรับวิเคราะห์ผลเพียงพอ (ด้วยระดับความเชื่อมั่นในผลการวิเคราะห์ที่เหมาะสม) ความแตกต่างระหว่างขั้นตอนนี้กับขั้นตอนการออกแบบ

การทดลองมีอยู่ว่า ในการออกแบบการทดลองเป็นแต่เพียงการบอกเงื่อนไขการทดลอง ส่วนขั้นตอนนี้เป็นการบอกว่าจะต้องดำเนินการทดลองตามเงื่อนไขดังกล่าวกี่ครั้งจึงจะได้จำนวนข้อมูลที่เหมาะสม กล่าวคือ ได้ค่าความเชื่อมั่นที่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ยอมรับได้

2.4.8 การดำเนินการทดลอง (Experimentation) เป็นการคำนวณหาข้อมูลต่าง ๆ ที่ต้องการและความไวของการเปลี่ยนแปลงข้อมูลจากแบบจำลอง

2.4.9 การตีความผลการทดลอง (Interpretation) จากผลการทดลอง ตีความว่าระบบงานจริงมีปัญหาอย่างไร และการแก้ปัญหาจะได้ผลอย่างไร

2.4.10 การนำไปใช้งาน (Implementation) จากผลการทดลอง เลือกวิธีการที่จะแก้ปัญหาได้ดีที่สุดไปใช้กับระบบงานจริง

2.4.11 การจัดทำเป็นเอกสารการใช้งาน (Documentation) เป็นการบันทึกกิจกรรมในการจัดทำแบบจำลอง โครงสร้างของแบบจำลอง วิธีการใช้งานและผลที่ได้จากการใช้งาน เพื่อประโยชน์สำหรับผู้ที่จะนำแบบจำลองไปใช้งานและเพื่อประโยชน์ในการปรับปรุง ดัดแปลงแบบจำลองเมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงระบบ

2.5 ข้อดีและข้อเสียของการใช้การจำลองแบบปัญหา (Advantages and Disadvantages of Simulation)

การจำลองแบบปัญหานั้นเป็นเครื่องมือซึ่งใช้บอกผลต่าง อันจะเกิดจากระบบงานภายใต้เงื่อนไขต่าง ๆ ผลที่ได้จากการจำลองปัญหานั้นอาจนำไปใช้งานได้โดยตรงหรือจะต้องนำไปวิเคราะห์ก่อน การจำลองแบบปัญหานั้นเป็นวิธีการหนึ่งในหลายๆวิธีที่อาจใช้ช่วยแก้ปัญหาในการดำเนินงานของระบบงานได้ ดังนั้นเมื่อมีปัญหาเกิดขึ้นจึงต้องวิเคราะห์ปัญหานั้นๆเสียก่อนว่าควรจะใช้เครื่องมือใดเข้าไปช่วยแก้ปัญหาเมื่อเป็นดังนี้จึงมีความจำเป็นที่จะทราบถึงข้อดีและข้อเสียของเครื่องมือเพื่อช่วยในการตัดสินใจว่าเครื่องมือนั้นๆเหมาะสมเพียงใดในการนำไปใช้ในการแก้ปัญหา โดยที่แบบจำลองนั้นเป็นตัวแทนของระบบงานจริง ในเมื่อมีระบบงานจริงอยู่แล้ว ทำไมจึงต้องสร้างแบบจำลองขึ้นใช้ทดแทน ทำไมไม่ทดลองกับระบบงานจริง คำตอบอาจสรุปได้ดังนี้

2.5.1 เพราะว่าการทดลองกับระบบงานจริง อาจก่อให้เกิด ความขัดข้องในการดำเนินงานตามปกติ

2.5.2 เพราะว่าในการทดลองกับระบบงานจริง ในส่วนที่เกี่ยวข้องกับการวัดผลของสมรรถนะของคนอาจได้ข้อมูลที่คลาดเคลื่อนอันเนื่องมาจากความสามารถในการปรับสมรรถนะของตนเองจึงให้ได้ข้อมูลที่สูงกว่าหรือต่ำกว่าความเป็นจริง

2.5.3 เพราะว่าการทดลองกับระบบงานจริง นั้นเป็นการยากที่ควบคุมเงื่อนไขต่าง ๆ ของการทดลองให้คงที่ ทำให้ผลการทดลองแต่ละครั้งของการทดลองอาจไม่ใช่ผลที่เกิดขึ้นภายใต้เงื่อนไขกลุ่มเดียวกัน

2.5.4 เพราะว่าการทดลองกับระบบงานจริง อาจต้องใช้เวลาและค่าใช้จ่ายมาก จึงจะได้ข้อมูลเพียงพอสำหรับการวิเคราะห์

2.5.5 เพราะว่าการทดลองกับระบบงานจริง อาจจะเป็นไปไม่ได้ที่จะทดลองกับเงื่อนไขทุกรูปแบบที่ต้องการจากอุปสรรคที่เกิดขึ้น ทำให้ไม่สามารถทำการทดลองกับระบบงานจริงได้ จึงคิดที่จะใช้การจำลองแบบปัญหาในการช่วยแก้ปัญหา โดยสรุปเราควรพิจารณาใช้การจำลองแบบปัญหา เมื่อข้อหนึ่งข้อใดต่อไปนี้เกิดขึ้น

2.5.5.1 กรณีที่ไม่มีวิธีการแก้ปัญหาโดยวิธีทางคณิตศาสตร์

2.5.5.2 กรณีที่มีวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แต่การคำนวณแต่ละขั้นตอนในการวิเคราะห์ยุ่งยากและเสียเวลา แรงงานมาก และการจำลองแบบปัญหาเป็นวิธีการแก้ปัญหาที่ง่ายกว่า

2.5.5.3 กรณีที่มีวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ยุ่งยากมาก แต่เกินขีดความสามารถของบุคลากรที่มีอยู่ และค่าใช้จ่ายในการจำลองแบบปัญหาถูกกว่าการจ้างผู้เชี่ยวชาญในวิธีการทางคณิตศาสตร์นั้นมาแก้ปัญหา

2.5.5.4 กรณีที่มีความจำเป็นในการสร้างสถานการณ์ ในอดีตขึ้นเพื่อศึกษาหรือประเมินค่าพารามิเตอร์

2.5.5.5 กรณีที่การจำลองแบบปัญหา เป็นวิธีเดียวที่จะสามารถนำไปใช้ได้เนื่องจาก ไม่อาจทำการทดลองและวัดผลได้จริง

2.5.5.6 กรณีที่ต้องศึกษาเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงของระบบงาน ในช่วงระยะเวลาในการใช้งานระบบนาน ๆ เช่นการศึกษาปัญหาเกี่ยวกับสภาวะแวดล้อมเป็นพิษ

ประโยชน์ที่สำคัญประการหนึ่งของการจำลองแบบปัญหาก็คือ เป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพสูงสำหรับการศึกษาและฝึกอบรมเกี่ยวกับระบบงาน เพราะผู้ทำการทดลองจะสามารถทราบความเป็นไปและการเปลี่ยนแปลงต่าง ๆ ภายในระบบงานเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงสภาวะและองค์ประกอบต่าง ๆ ของระบบงาน ซึ่งจะช่วยให้เข้าใจถึงปัญหาต่าง ๆ ที่อาจจะเกิดขึ้นกับระบบงานรวมทั้งผลที่เกิดขึ้นเมื่อมีการนำเอาวิธีการใหม่ ๆ เข้าไปใช้ในการดำเนินงานของระบบงานทำให้การวางแผนการดำเนินงานมีประสิทธิภาพขึ้น

ดังได้กล่าวมาแล้วว่าการจะนำเอาเครื่องมือไปใช้ควรต้องทราบข้อดีและข้อเสียของเครื่องมือนั้นๆ ดังนั้นจึงควรที่จะทราบว่าเพราะเหตุใดจึงไม่ควรใช้การจำลองแบบปัญหา สรุปพอสังเขปได้ดังนี้

ก) การที่จะได้แบบจำลองที่ดีนั้น ต้องใช้เวลาและค่าใช้จ่ายจำนวนมาก รวมทั้งต้องอาศัยความสามารถอย่างสูงของผู้ออกแบบจำลอง

ข) แบบจำลองที่ได้บางครั้งดูเหมือนว่าสามารถใช้แทนตัวแทนของระบบงานจริงได้แต่ความเป็นจริงแบบจำลองอาจไม่ใช่ตัวแทนของระบบงานนั้นๆ และการที่จะบอกได้ว่าแบบจำลองนั้นอาจใช้ได้หรือไม่ก็ไม่ใช่เรื่องง่าย

ค) ข้อมูลที่ได้จากการใช้แบบจำลองไม่มีความแม่นยำ และไม่สามารถวัดขนาดของความแม่นยำได้แม้จะทำการวัดความไวของข้อมูลเหล่านั้นก็ไม่สามารถให้ข้อเสียข้อนี้หายไปได้

ง) เนื่องจากข้อมูลที่ได้จากการจำลองแบบปัญหานั้นโดยปกติจะเป็นตัวเลข ซึ่งก่อให้เกิดปัญหาว่าผู้สร้างแบบจำลองอาจให้ความสำคัญกับตัวเลขเหล่านั้นมากเกินไปและพยายามที่จะทดสอบความถูกต้องของตัวเลข แทนที่จะทดสอบความถูกต้องของแบบจำลอง ทำให้แบบจำลองที่ได้อาจไม่มีความเหมาะสมที่จะนำไปใช้งาน

2.6 การจำลองแบบปัญหาด้วยคอมพิวเตอร์ (Computer Simulation)

การจำลองแบบปัญหาด้วยคอมพิวเตอร์ เป็นการศึกษาปัญหาของระบบงานด้วยแบบจำลองซึ่งอยู่ในรูปของคอมพิวเตอร์ แบบจำลองก่อนที่จะมาอยู่ในรูปของโปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้อาจอยู่ในรูปของแบบจำลองประเภทใดประเภทหนึ่ง โดยที่การจำลองแบบปัญหาด้วยคอมพิวเตอร์นี้เป็นที่นิยมใช้ที่สุดของการใช้การจำลองแบบปัญหา เพราะสามารถใช้ได้กับปัญหาของระบบงานได้มากมายหลายประเภท ปัจจุบันเทคนิคที่ได้รับการนำไปใช้กันอย่างกว้างขวาง หลักการที่ใช้กับการจำลองแบบปัญหาทางคอมพิวเตอร์จะเป็นหลักการแบบเดียวกันที่ใช้กับการจำลองแบบปัญหาอื่นๆ ความจำเป็นที่จะสร้างเป็นแบบจำลองทางคอมพิวเตอร์หรือไม่ขึ้นอยู่กับความยุ่งยากในการคำนวณของปัญหานั้นๆ

โดยการจำลองแบบปัญหาทางคอมพิวเตอร์จะต้องมีการคำนวณ มีข้อมูลทั้งที่เป็นข้อมูลนำเข้าและผลลัพธ์จากแบบจำลอง โดยปกติข้อมูลต่าง ๆ ในระบบงานจะเป็นข้อมูลซึ่งมีความผันแปรไม่แน่นอนและมีการแปรเปลี่ยนตามเวลา ดังนั้นการจัดเตรียมและวิเคราะห์ข้อมูลต่าง ๆ รวมทั้งขั้นตอนต่าง ๆ ที่ใช้กับการจำลองแบบปัญหานี้จึงต้องอาศัยวิธีการต่าง ๆ ทางสถิติเข้าช่วย

2.7 กระบวนการแก้ปัญหาโดยทั่วไป

การออกแบบวิธีการทำงาน (Work Methods Design) เมื่อมีการผลิตผลิตภัณฑ์ใหม่ หรือการปรับปรุงงานที่ทำอยู่ให้ดีขึ้นเป็นส่วนที่สำคัญส่วนหนึ่งของการศึกษาการเคลื่อนไหวและเวลา เพราะว่าการออกแบบวิธีการทำงานก็เหมือนกับการแก้ปัญหาที่ต้องการความคิดที่สร้างสรรค์มาก

อย่างหนึ่ง กระบวนการแก้ปัญหา 5 ขั้นตอนต่อไปนี้ เป็นการแก้ปัญหาที่เป็นระบบซึ่งสามารถใช้แก้ปัญหาต่าง ๆที่เกิดขึ้นได้

กระบวนการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์ (Scientific Method) มี 5 ขั้นตอนดังนี้

2.7.1 การตั้งคำจำกัดความของปัญหา (Problem Definition) วัตถุประสงค์ของการศึกษาหรือตั้งปัญหาให้ชัดเจนสำหรับงานที่กำลังศึกษา การใช้กระดาษทำการออกแบบวิธีการทำงาน จะช่วยในการตั้งคำจำกัดความของปัญหาได้อย่างครบถ้วน

ในการกำหนดปัญหาจะต้องมองปัญหาที่เกิดขึ้นจริงเสียก่อน การหาปัญหาที่แท้จริงไม่ใช่สิ่งที่ทำได้ง่ายๆ ในบางครั้งหากกำหนดปัญหาว่า ต้นทุนสูงเกินไป ผลผลิตควรมากกว่าที่เป็นอยู่ จุดคอขวดเกิดขึ้น การกำหนดปัญหาในลักษณะนี้จะทำให้ไม่สามารถมองเห็นปัญหาที่แท้จริงได้ เนื่องจากเป็นการกำหนดที่กว้างเกินไป ในการกำหนดปัญหาจะต้องแก้ปัญหาให้แล้วเสร็จ ในขั้นแรกจะต้องให้ความหมายของปัญหาอย่างกว้างๆ แล้วจึงพยายามลดข้อบังคับ,ข้อจำกัด หรือ กฎเกณฑ์ต่าง ๆลง และไม่ควรจะให้ความสำคัญ หรือสนใจวิธีการที่ทำอยู่นั้นมากเกินไป เพื่อให้มีอิสระในการสร้างสรรค์วิธีแก้ปัญหา

กระดาษทำการออกแบบวิธีการทำงาน

ตั้งคำจำกัดความของปัญหา คือ การตั้งวัตถุประสงค์ของการศึกษา หรือการตั้งปัญหาของงานที่ศึกษา

1. เกณฑ์สำหรับการตัดสิน (Criteria) ได้แก่ วิธีการต่างๆ ที่จะใช้ตัดสินความสำเร็จของผลลัพธ์ของปัญหานั้น

2. ผลที่ต้องการจากการศึกษาซึ่งอาจเป็นในรูปของ

2.1 ผลผลิตสูงสุดต่อวัน

2.2 การผันแปรของผลิตตามฤดูกาล

2.3 ปริมาณผลผลิตต่อปี

2.4 อายุของผลิตภัณฑ์

3. เวลาสำเร็จของโครงการ

3.1 เวลาสำหรับการออกแบบงาน

3.2 เวลาสำหรับการติดตั้งอุปกรณ์และสิ่งอำนวยความสะดวกต่าง ๆ ตลอดจนการทดลองวิธีการทำงานใหม่

3.3 เวลานานเท่าไรจึงจะสามารถผลิตได้เต็มกำลังการผลิตตามวิธีใหม่

รูปที่ 2.2 กระดาษทำการออกแบบวิธีการทำงาน

เกณฑ์สำหรับการตัดสิน

เกณฑ์สำหรับการตัดสิน คือวิธีต่าง ๆที่จะใช้ตัดสินความสำเร็จของผลลัพธ์ในการแก้ปัญหา เกณฑ์สำหรับตัดสินปัญหาด้านการผลิต ได้แก่ ต้นทุนแรงงานรวมต่ำสุด เงินลงทุนต่ำสุด ใช้พื้นที่น้อยที่สุด โดยให้เกิดผลผลิตมากที่สุด หรือสามารถผลิตสินค้าได้เต็มกำลังการผลิตโดยเร็วที่สุด

2.7.2 การวิเคราะห์ปัญหา (Analysis of the Problem) การวิเคราะห์ปัญหาเป็นการศึกษาข้อเท็จจริงของปัญหาอย่างลึกซึ้ง ซึ่งจะต้องครอบคลุมหัวข้อต่อไปนี้

2.7.2.1 ศึกษาข้อจำกัดของปัญหา รายละเอียดและเงื่อนไขต่าง ๆ อธิบายวิธีการทำงานปัจจุบัน โดยใช้เครื่องมือต่อไปนี้

ก) แผนภูมิกระบวนการ (Process Chart)

ข) แผนภาพการไหล (Flow Diagram)

ค) แผนภูมิคนและเครื่องจักร (Man-Machine Chart)

ง) แผนภูมิไซโม (Simo Chart)

2.7.2.2 กำหนดว่ากิจกรรมใดบ้างที่คนสามารถทำได้ดีกว่า หรือเครื่องจักรสามารถทำได้ดีกว่าหรือคนทำร่วมกัน

2.7.2.3 กลับไปตรวจสอบปัญหาใหม่อีกครั้ง

2.7.2.4 กลับไปตรวจสอบเกณฑ์สำหรับตัดสินที่ตั้งไว้ใหม่

ในการวิเคราะห์ปัญหาผู้วิเคราะห์จะต้องมีข้อมูลอย่างเพียงพอในทุก ๆ ด้าน เช่น ปริมาณการผลิต จำนวนคนงานที่ต้องการ เป็นต้น ผู้วิเคราะห์ควรรู้ระยะเวลาที่มีในการแก้ปัญหา ถ้าเป็นปัญหาในด้านการผลิตจะต้องทราบระยะเวลาที่ใช้ตั้งแต่ต้นกระบวนการผลิต ขั้นตอนต่าง ๆ ระหว่างการผลิตจนกระทั่งเป็นผลิตภัณฑ์สำเร็จรูปถูกต้องตามปริมาณและคุณภาพที่กำหนดไว้

2.7.3 การพิจารณาหาทางเลือกที่เป็นไปได้ (Search for Possible Solutions) การพิจารณาหาทางเลือกที่เป็นไปได้ คือ การหาคำตอบที่เป็นไปได้ภายใต้ข้อจำกัดที่มีอยู่ อาจตั้งคณะทำงาน เพื่ออาศัยความคิดสร้างสรรค์อย่างมีเหตุผลและเป็นระบบ หรือการช่วยกันระดมความคิดของบุคคลคณะทำงาน ในขั้นตอนนี้ยังจะไม่มีการประเมินใดๆ

หลังจากการวิเคราะห์ปัญหาแล้วเป็นวิธีการต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาโดยหาทางเลือกที่เป็นไปได้ในการแก้ปัญหา ในการคิดหาทางเลือกต่าง ๆ ที่สามารถแก้ปัญหาได้ ผู้คิดจะต้องทราบข้อมูลพื้นฐานที่ทำให้เกิดปัญหาขึ้นมา ถ้าสามารถขจัดมูลเหตุนั้นได้ ปัญหาต่าง ๆ ก็จะหมดไป

2.7.4 การประเมินและเลือกวิธีการแก้ปัญหา (Evaluation of Alternatives) เมื่อรวบรวมวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นไปได้ทั้งหมดแล้ว ขั้นต่อไปคือ การประเมินทางเลือกทั้งหมดเพื่อทำการเลือกสรรทางเลือกที่คิดว่าดีที่สุดในการประเมินทางเลือกนี้จะต้องคำนึงถึงหลายสิ่งหลายอย่างที่เป็นข้อจำกัด เวลาในการแก้ปัญหา ค่าใช้จ่ายที่จำเป็นในแต่ละวิธี เงินทุนเริ่มแรก อายุการใช้งาน อัตราการคืนทุน และระยะเวลาการคืนทุน การประเมินเพื่อหาคำตอบต้องคำนึงถึง

2.7.4.1 ไม่มีคำตอบใดที่ถูกต้องที่สุดมีหลายคำตอบที่สามารถนำไปปฏิบัติได้ แต่ต้องพิจารณาคำตอบที่เป็นไปได้ตามเกณฑ์การพิจารณา มักจะเลือกคำตอบ 3 ประเภท คือ

ก) คำตอบในอุดมคติ

ข) คำตอบที่นำไปใช้ได้ทันที

ค) คำตอบที่อาจใช้ได้ในอนาคต เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงข้อจำกัด

2.7.4.2 พิจารณาผลที่ตามมา เช่นเวลาและต้นทุนในการซ่อมบำรุง เวลาและต้นทุนในการเปลี่ยนขนาดผลิตภัณฑ์

2.7.4.3 พิจารณาจิตใจของผู้ทำงาน

2.7.4.4 ใช้หลักเศรษฐศาสตร์ในการวิเคราะห์เงินลงทุน เพื่อมูลค่าซาก และนอกจากนี้ต้องหาผลตอบแทนจากเงินลงทุน หรือระยะเวลาคืนทุน

2.7.4.5 ถ้ามีปัญหาว่าวิธีการทำงานใดเมื่อปฏิบัติจริงแล้วจะดีกว่ากัน ก็อาจจำเป็นต้องสร้างห้องทำงานจำลองขึ้น

2.7.5 การเสนอวิธีการแก้ปัญหาเพื่อการปฏิบัติ (Recommendation for Action) เมื่อได้คำตอบที่ดีที่สุดแล้วต้องเขียนรายงานเพื่อบรรยายสรุปให้บุคคลที่เกี่ยวข้องมีอำนาจอนุมัติทราบ ผู้มีอำนาจอนุมัติควรตรวจสอบ ซักถามจนเป็นที่เข้าใจก่อนที่จะมีการสั่งดำเนินการแก้ไขปัญหาต่อไป การเขียนรายงานควรเขียนอย่างชัดเจน เข้าใจง่าย แสดงข้อมูลทุกชนิด รวมถึงแผนภาพ รูปถ่าย หรือแบบจำลองต่าง ๆ รวมถึงสมมติฐานต่าง ๆ ที่ตั้งเอาไว้ เมื่อนำวิธีการที่เลือกไปปฏิบัติแล้วจึงค่อยติดตามผล ตรวจสอบและประเมิน บางครั้งผู้ที่คิดและเลือกวิธีที่จะแก้ปัญหา อาจไม่จำเป็นต้องเป็นผู้ปฏิบัติเสมอไปขึ้นอยู่กับการจัดองค์กรนั้นๆ

2.8 การวิเคราะห์กระบวนการผลิต (Process Analysis)

2.8.1 แผนภูมิกระบวนการผลิต (Process Chart) แผนภูมิกระบวนการผลิตเป็นเครื่องมือที่ใช้บันทึกกระบวนการผลิต หรือวิธีทำงาน ให้อยู่ในลักษณะที่เห็นชัดเจน และเข้าใจง่าย ในแผนภูมิจะแสดงถึงขั้นตอนการทำงานตั้งแต่ต้นจนจบกระบวนการ โดยจะเขียนตั้งแต่วัตถุดิบเข้ามาสู่โรงงาน แล้วติดตามบันทึกเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นกับ วัตถุดิบเรื่อยๆ ทุกขั้นตอน เช่น ถูกลำเลียงไปยังห้องเก็บ ถูกตรวจสอบ ถูกเปลี่ยนรูปร่างโดยเครื่องจักรจนกระทั่งเป็นชิ้นส่วน หรือประกอบเป็นผลิตภัณฑ์ การศึกษาอย่างละเอียดถี่ถ้วนของแผนภูมิ โดยอาจมีรูปภาพประกอบของทุกขั้นตอนในกระบวนการผลิต ทำให้พบว่า การทำงานบางอย่างจะถูกขจัดทิ้งไปได้ การทำงานบางอย่างสามารถรวมเข้าด้วยกันกับงานอื่นได้ อาจใช้เครื่องจักรที่ประหยัดกว่าได้ สามารถลด หรือขจัด การล่าช้า หรือการรอคอยที่เกิดขึ้น หรือรวมถึงการปรับปรุงโดยวิธีอื่นๆได้ สิ่งเหล่านี้ทำให้การผลิตมีต้นทุนที่ต่ำลงแผนภูมิกระบวนการก็เหมือนกับแผนภูมิทั่ว ๆ ไปที่ใช้สัญลักษณ์แสดงถึงความหมายต่าง ๆ ซึ่งสามารถดัดแปลงเพื่อนำไปใช้กับงานที่เหมาะสมเป็นอย่าง ๆ เช่น ใช้แสดงลำดับการทำงานของคนงาน ใช้แสดงขั้นตอนต่าง ๆ เมื่อนำวัตถุดิบผ่านเข้าสู่กระบวนการผลิต แผนภูมิสามารถแบ่งได้ 2 ชนิด คือ แผนภูมิแบบคนเป็นหลัก (Man Type) หรือแผนภูมิวัสดุเป็นหลัก (Material Type)

การใช้สัญลักษณ์ในแผนภูมิถูกกำหนดโดยสมาคมวิศวกรของอเมริกา (The American Society of Mechanical Engineering) โดยแบ่งกิจกรรมในวิธีการทำงานออกเป็น 5 กลุ่มใหญ่ ๆ คือ

2.8.1.1 การปฏิบัติงาน หรือการทำงาน (Operation) หมายถึง กิจกรรมที่ทำให้วัสดุเปลี่ยนแปลงอย่างจงใจ ไม่ว่าจะเป็นทางกายภาพหรือทางเคมี กิจกรรมที่แยก หรือประกอบกิจกรรมที่จัดเตรียมวัสดุสำหรับขั้นตอนในการผลิต รวมถึงการรับส่งข่าวสาร การคำนวณ และการวางแผน

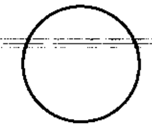
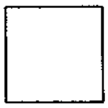
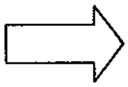
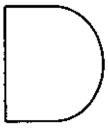
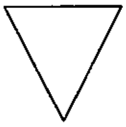
2.8.1.2 การขนส่ง หรือการเคลื่อนย้าย (Transportation) หมายถึง กิจกรรมที่ทำให้วัสดุเคลื่อนย้ายจากที่หนึ่งไปยังอีกที่หนึ่ง ยกเว้นการเคลื่อนย้ายที่อยู่ในขั้นตอนการผลิต และยกเว้นกรณีที่เป็นการเคลื่อนย้ายโดยขนงานภายในสถานีงานระหว่างการตรวจสอบ

2.8.1.3 การตรวจสอบ (Inspection) หมายถึง กิจกรรมเกี่ยวกับการตรวจสอบเปรียบเทียบชนิดคุณภาพ ปริมาณของวัสดุ

2.8.1.4 การรอคอย (Delay) หมายถึง กิจกรรมที่มีการหยุดรอ หรือพัก ก่อนที่จะมีการทำงานขั้นต่อไป

2.8.1.5 การพัก (Storage) กิจกรรมที่วัสดุถูกเก็บ พัก หรือถูกควบคุมเอาไว้ ซึ่งสามารถนำไปใช้ได้ตามต้องการ

ตารางที่ 2.2 ตารางแสดงสัญลักษณ์กระบวนการผลิต

สัญลักษณ์	ชื่อเรียก	คำจำกัดความโดยย่อ
	Operation การปฏิบัติการ	1. การเปลี่ยนคุณสมบัติทางเคมี 2. การประกอบชิ้นส่วน หรือถอดส่วนประกอบออก 3. การเตรียมวัสดุเพื่องานต่อไป 4. การวางแผน การคำนวณ การให้คำสั่งหรือการรับคำสั่ง
	Inspection การตรวจสอบ	1. ตรวจสอบคุณลักษณะของวัตถุ 2. ตรวจสอบคุณภาพ หรือปริมาณ
	Transportation การขนส่ง	1. การเคลื่อนวัตถุจากจุดหนึ่งไปยังจุดหนึ่ง 2. คนงานกำลังเดิน 3. มือกำลังเคลื่อน
	Delay การรอคอย	1. การเก็บวัสดุชั่วคราวระหว่างการปฏิบัติงาน 2. การรอเพื่อให้งานขั้นต่อไปเริ่มต้น
	Storage การเก็บรักษา	1. การเก็บรักษาไว้ในสถานที่ถาวรซึ่งต้องอาศัยคำสั่งในการเคลื่อนย้าย 2. การในมือใช้เฉพาะในการวิเคราะห์การทำงานของมือ

2.8.2 การหาปัจจัยอัตราเร็ว (Determining the Rating Factor) ระหว่างการตั้งเวลามาตรฐานการประเมินผลงาน จะมีบทบาทที่สำคัญที่สุดในระหว่างการบันทึกเวลาจำเป็นต้องทราบว่า ทำงานชนิดใด ซึ่งผู้ปฏิบัติงานกำลังทำอยู่จะเห็นได้ชัดที่จะถามว่า “คนงานทำงานอยู่รวดเร็วอยู่ใช่ไหม หรือกำลังใช้เวลาอย่างตั้งอกตั้งใจมากขึ้นใช่ไหม” คำถามพวกนี้เป็นธรรมดามากเมื่อกลุ่มคนงานกำลังทำงานอย่างเดียวกัน การแก้ปัญหาของคำถามเหล่านี้สามารถทำได้โดย “การประเมินอัตราเร็ว”

2.8.3 นิยามของอัตราเร็ว (Definition of Rating) การประเมินอัตราเร็ว (Rating) คือ กระบวนการซึ่งผู้ทำการศึกษาเวลาใช้เปรียบเทียบการทำงานของคนงานซึ่งผู้กำลังถูกศึกษาอยู่ในระดับการทำงานปกติ ในความรู้สึกของผู้ทำการศึกษานั้น

จากคำจำกัดความข้างต้น จะเห็นว่าการให้ค่าอัตราเร็วของคนงานแบ่งออกเป็น 2 ขั้นตอน คือ

2.8.3.1 การตั้งความเร็วระดับปกติของงาน

2.8.3.2 การลงความเห็นว่าการทำงานของคนงานภายใต้การศึกษานั้นแตกต่างจากระดับ

2.8.3.3 ความเร็วปกติ (Normal Pace) คือ อัตราการทำงานของคนงานเฉลี่ยซึ่งทำงานภายใต้การทำงานที่ถูกต้อง และปราศจากแรงกระตุ้นจากเงินรางวัล อัตราความเร็วนี้สามารถคงอยู่วันแล้ววันเล่าโดยไม่ก่อให้เกิดความเครียดทางร่างกายและจิตใจ หรือต้องอาศัยความพยายามจนเกินไป

2.8.4 ความจำเป็นของการให้อัตราเร็ว (The Necessary of Rating) เมื่อจำนวนผู้ปฏิบัติงานที่คัดเลือกแล้ว ซึ่งกำลังปฏิบัติกิจกรรมเดียวกัน ผลผลิตของพวกเขาจะไม่เหมือนกัน ผู้ปฏิบัติงานบางคนจะผลิตได้มากกว่าคนอื่นอย่างแน่นอน ถ้าสมมุติว่าการปฏิบัติทั้งหมดใช้กระบวนการเดียวกันและทำงานอยู่ในสภาวะเดียวกัน เช่นนี้จะเป็นปัญหาซึ่งงานควรถูกพิจารณาเป็น " Fair days work" ถ้าพิจารณาคนงานที่ช้าที่สุดเป็นมาตรฐานแล้วคนงานที่มีประสิทธิภาพจะถูกพิจารณาว่ามีความเร็วมากและในที่สุดพวกเขาก็มีรายได้แตกต่างกันมาก และดังนั้นจะเป็นสาเหตุของความไม่พอใจในกลุ่มของคนงาน เช่นนี้ ควรจะมีมาตรฐานหนึ่งของการปฏิบัติงานทั้งหมด และควรทำให้กลุ่มคนงานพอใจ สมมติว่าความแตกต่างในเครื่องจักร วัสดุ ขบวนการ อยู่ภายใต้การควบคุมที่จำกัด ความแตกต่างในการปฏิบัติงานของพวกเขาเป็นผลมาจากคุณวุฒิ ความถนัด รูปการเคลื่อนที่ของเขา

ดังนั้น การศึกษาเวลาควรกระทำกับคนงานที่คัดแล้วและผู้ทำการศึกษาเวลาต้องมีการกำหนดค่าเฉลี่ยบางค่าของอัตราการทำงานของผู้ปฏิบัติงานที่กำลังสังเกตและเกี่ยวพันต่อขั้นมาตรฐานหรือการปฏิบัติงานมาตรฐาน

"การทำงานมาตรฐาน คือ อัตราการผลิต ซึ่งคนงานที่ถูกคัดไว้ จะทำงานสำเร็จโดยอย่างธรรมดา ไม่ต้องมีแรงมากเกินไปโดยเฉลี่ยมากกว่าวันทำงานหรือกะ และสนับสนุนต่อวิธีจำเพาะ"

2.8.4.1 ระบบควรที่จะให้ผลตรงกัน ถึงแม้ว่าจะเป็นไปไม่ได้ที่จะประสบผลสำเร็จโดยถูกต้องแน่นอนนัก เพราะว่ายังคงมีความแตกต่างกัน และถูกแนะนำว่า การอ่านจะต้องถูกบันทึกตลอดช่วงของงาน และตั้งมาตรฐาน ซึ่งจะเป็นการประยุกต์สำหรับผู้ปฏิบัติงานโดยทั่ว ๆ ไป ต่อมาความถูกต้องสามารถทำได้ถ้าจำเป็นเพื่อที่จะได้รับผลลัพธ์ที่ตรงกัน

2.8.4.2 ในระบบซึ่งได้รับการปรับปรุงเป็นแบบง่ายๆ ดังนั้น จึงสามารถจะอธิบายต่อคนงานและสามารถทำตามได้ง่ายอีกด้วย

2.8.5 ระบบการให้อัตราเร็ว (Rating System) วิธีการประเมินอัตราเร็วการทำงานมีหลายวิธี ซึ่งมีปัจจัยต่าง ๆ ที่มีผลต่อประสิทธิภาพของผู้ปฏิบัติงาน เทคนิคทั่วไปที่นิยมใช้ในการประเมินประสิทธิภาพ คือ ระบบการกำหนดอัตราเร็ว Westing House คิดขึ้นโดยบริษัท Westing House ในปี1927 โดยอาศัยองค์ประกอบ 4 ตัว ช่วยในการพิจารณา คือ

~~2.8.5.1 ความชำนาญ (Skill) คือความสามารถในการปฏิบัติงานคล่องแคล่วว่องไว~~

2.8.5.2 ความพยายาม (Effort) คือ การแสดงความปรารถนาที่จะทำงานให้มีประสิทธิภาพ

2.8.5.3 ความสม่ำเสมอ (Consistency) คือการปฏิบัติงานด้วยอัตราเร็วคงที่

2.8.5.4 เงื่อนไข (Condition) คือ สิ่งซึ่งมีผลต่อผู้ปฏิบัติงานและผู้ที่ไม่ปฏิบัติงาน

ตารางที่ 2.3 คะแนนองค์ประกอบต่าง ๆ ในการประเมินอัตราเร็ว ตามวิธีของ Wresting House

Skill					Effort				
ดีมาก	A	+0.13	A^{+}	+0.15	ดีมาก	A	+0.12	A^{+}	+0.13
ดี	B	+0.08	B^{+}	+0.11	ดี	B	+0.08	B^{+}	+0.10
พอใช้	C	+0.03	C^{+}	+0.06	พอใช้	C	+0.02	C^{+}	+0.05
เฉลี่ย	D	0.00	D	0.00	เฉลี่ย	D	0.00	D	0.00
ต่ำ	E	-0.10	E^{+}	-0.05	ต่ำ	E	-0.08	E^{+}	-0.04
ต่ำมาก	F	-0.22	F^{+}	-0.12	ต่ำมาก	F	-0.17	F^{+}	-0.12

Condition			Frequency		
ดีมาก	A	+0.06	ดีมาก	A	+0.04
ดี	B	+0.04	ดี	B	+0.03
พอใช้	C	+0.02	พอใช้	C	+0.01
เฉลี่ย	D	0.00	เฉลี่ย	D	0.00
ต่ำ	E	-0.03	ต่ำ	E	-0.02
ต่ำมาก	F	-0.07	ต่ำมาก	F	-0.04

2.9 การกำหนดงาน หรือ ขั้นตอนของงาน (Scheduling and Sequencing)

การจัดตั้งวิธีการกำหนดงาน (Scheduling) เกิดขึ้นเนื่องจากความต้องการที่จะกำหนดงานหนึ่งงานใดให้กับหน่วยงานต่าง ๆ ภายในระยะเวลาที่ต้องเริ่มต้นและสิ้นสุดตามที่กำหนดไว้

เพื่อความเข้าใจถึงความสำคัญของขบวนการกำหนดงานจึงจำเป็นที่จะกล่าวถึงปัญหาที่จำเป็นจะต้องใช้การกำหนดงานไปช่วยแก้ไขซึ่งมักจะเป็นปัญหาของการผลิตในงานอุตสาหกรรมขนาดใหญ่ ปัญหาที่จะเกิดขึ้นประกอบด้วย

2.9.1 การสั่งผลิตหรือสั่งซื้อของให้กับแผนกผลิตของโรงงานเป็นงวด ๆ

2.9.2 การกำหนดชนิดของงานให้กับหน่วยงานต่าง ๆ

2.9.3 การสำรวจขอบข่ายต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการผลิต

2.9.4 ในขณะที่ทำงานอยู่ในระหว่างการดำเนินงานก็จะมีการแย่งกับงานอื่น ๆ ซึ่งใช้ทรัพยากรอย่างเดียวกัน เช่น ต้องใช้เครื่องจักรเดียวกันจึงทำให้เกิดการขัดแย้งกันในหน่วยงานต่าง ๆ

2.9.5 ความขัดข้องของเครื่องจักร การหยุดงานของคนงาน ความสามารถในการทำงานที่ต่ำกว่ามาตรฐานของคนงาน เครื่องมือเสียหรือสึกหรอ วัสดุที่ใช้ในการผลิตมีจุดบกพร่อง เครื่องจักรต้องว่างเนื่องจากจะต้องรองานที่จะออกจากหน่วยงานอื่น ๆ

2.9.6 คำสั่งผลิตถูกระงับ ลดขนาด หรือเพิ่มขนาดการผลิต

2.9.7 ไม่มีวัตถุดิบเข้ามาในโรงงานตามที่คาดหมายไว้

2.9.8 การขายสินค้าตกลงหรือเพิ่มขึ้นอย่างกะทันหัน

2.9.9 มีการปรับปรุงเปลี่ยนแปลงสินค้า ซึ่งจะทำให้มีการเปลี่ยนแปลงของเวลามาตรฐานในการผลิต เวลาจัดตั้งกระบวนการผลิตใหม่ ลำดับขั้นในการผลิต การเสนอแนะวิธีการผลิตต่อผู้คุมหน่วยงานผลิตต่าง ๆ จากตัวอย่างของปัญหาที่ได้อธิบายมาแล้วนั้นจะเห็นได้ว่าเป็นงานที่ยากมากที่จะควบคุมให้มีการทำงานอย่างมีประสิทธิภาพภายใต้สภาวะแวดล้อมที่มีการเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา จึงมีการนำเอาวิธีการกำหนดงานเข้าไปช่วยในการแก้ปัญหา ถึงแม้ว่าวิธีการกำหนดงานจะไม่อาจช่วยแก้ไขปัญหาทั้งหมดได้ในปัจจุบัน เนื่องจากเทคนิคต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และการบริหารยังมีประสิทธิภาพไม่เพียงพอ แต่ก็อาจสามารถช่วยในการแก้ไขปัญหามีประสิทธิภาพดีขึ้น การกำหนดงานมีความหมายทั่วไป คือ การจัดเตรียมตารางเวลางานที่เกี่ยวข้องในการทำงานอย่างใดอย่างหนึ่งให้สำเร็จลุล่วงไป งานที่กล่าวถึงในที่นี้ความหมายรวมถึงงานทุกชนิดที่ต้องการวางแผนหรือกำหนดงานขั้นตอนนั้นๆ ให้ดำเนินไปอย่างมีประสิทธิภาพ

สำหรับประสิทธิภาพในแต่ละงานมีความหมายแตกต่างกันออกไปแล้วแต่จุดประสงค์หรือนโยบายการดำเนินงาน กล่าวโดยทั่วไปประสิทธิภาพของแต่ละงานที่อ้างถึงก็คือ กำหนดงานของแต่ละหน่วยงานให้บรรลุเป้าหมายโดยเป้าหมายใดเป้าหมายหนึ่งที่ตั้งไว้ เช่น

- ใช้ค่าใช้จ่ายในการดำเนินงานน้อยที่สุด
- ทำงานเสร็จเร็วที่สุด
- ใช้เงินทุนสำหรับวัสดุคงคลังน้อยที่สุด
- ใช้เนื้อที่ในการเก็บวัสดุน้อยที่สุด
- ใช้เวลารอคอยระหว่างกระบวนการผลิตน้อยที่สุด
- ใช้แรงงานน้อยที่สุด
- ใช้เครื่องมือหรือสิ่งต่าง ๆ ที่มีอยู่แล้วให้เป็นประโยชน์มากที่สุด
- ทำให้ลูกค้าพอใจมากที่สุด
- ทำให้ผู้ดำเนินงานมีความสบายใจที่จะทำงานมากที่สุด

2.10 ลักษณะการใช้วิธีการกำหนดปัญหา

ปัญหาที่สามารถใช้ประโยชน์จาการกำหนดงานมีมากมายหลายชนิด แต่ที่จะอ้างถึงต่อไปนี้เป็นปัญหาที่นิยมแก้ไขโดยวิธีการกำหนดงานคือ

การกำหนดงานของการผลิต (Production Scheduling) ปัญหาที่กล่าวถึงต่อไปนี้เป็นปัญหาของการผลิตโดยทั่วไป ยกเว้นการผลิตแบบงานชิ้นงานซึ่งจะแยกไว้ในหัวข้อถัดไป

ลักษณะของปัญหาการผลิต อาจนำเอาวิธีการกำหนดงานเข้าไปช่วยในการแก้ไขเป็นลำดับขั้นตอนโดยสังเขปดังนี้

2.10.1 รวบรวมข้อมูลต่าง ๆ จะทำให้ทราบสถานภาพ (Status) ในปัจจุบันของการผลิตซึ่งหมายรวมถึงอัตราการผลิต (Production Rates) กำลังการผลิตด้านแรงงาน (Employment) และปริมาณของวัสดุคงคลังที่มีอยู่ในปัจจุบัน

2.10.2 จากข้อมูลในข้อที่ 1 และจากการคาดคะเน (Forecasting) ถึงความต้องการ (Demand) ของสินค้า ผู้ผลิตก็จะต้องมีการวางแผนการผลิตซึ่งหมายรวมถึง การกำหนดอัตราการผลิตใหม่ กำลังการผลิตด้านแรงงานใหม่ พิจารณาการใช้การล่วงเวลา และปริมาณวัสดุคงคลังที่ควรจะมี

2.10.3 จากข้อ 2 ซึ่งจะทำให้ทราบปริมาณสินค้า ที่จะผลิตซึ่งช่วยให้เราสามารถคำนวณหาปริมาณของวัตถุดิบและปริมาณส่วนประกอบของสินค้าที่จำเป็นต้องใช้

2.10.4 จากปริมาณการผลิตและความสามารถในการผลิตด้านแรงงาน จะทำให้เราได้ทราบถึงความต้องการในการปรับปรุงเปลี่ยนแปรงหน่วยงานต่าง ๆ เพื่อที่จะสามารถผลิตให้ได้ตามอัตราที่ตั้งไว้ ซึ่งการปรับปรุงนี้อาจจะทำให้มีการเพิ่มหรือลดกำลังการผลิตด้านแรงงานในหน่วยงาน

2.10.5 วางแผนการทำงานโดยใช้การกำหนดงาน เพื่อที่จะให้ได้แผนงานที่ผลิตสินค้าได้ตามจำนวนที่ต้องการ และภายในเวลาที่กำหนด

2.11 เทคนิคทางสถิติสำหรับการจำลองแบบปัญหา

การทดสอบลักษณะการกระจายของความน่าจะเป็นของประชากร (Goodness of Fit Test) ในการจำลองแบบปัญหาในระบบงานจริงซึ่งมีความไม่แน่นอน เรามักจะมีปัญหาซึ่งทำให้ต้องการทราบลักษณะการกระจายของความน่าจะเป็นของตัวแปร โดยเฉพาะว่าลักษณะการกระจายนั้นมีรูปแบบที่เหมือนกับรูปแบบซึ่งมีฟังก์ชั่นคณิตศาสตร์สำเร็จรูปอยู่แล้วหรือไม่

ขั้นตอนปกติในการทดสอบลักษณะการกระจายของความน่าจะเป็นของประชากรนั้นเราต้องมีการเก็บข้อมูล แล้วหาค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรแบบสุ่มซึ่งสอดคล้องกับค่าของตัวแปรนั้น ๆ จากค่าความน่าจะเป็นและค่าของตัวแปรแบบสุ่ม เราจะทำการสร้างกราฟเพื่อดูลักษณะการกระจายของค่าความน่าจะเป็น โดยดูจากลักษณะของกราฟและกระบวนการเกิดข้อมูล จากนั้นก็ตั้งสมมติฐานเพื่อทดสอบว่าลักษณะการกระจายของความน่าจะเป็นที่คิดไว้นั้นมีนัยสำคัญทางสถิติแบบใด วิธีการทดสอบที่นิยมใช้แพร่หลายมี 2 วิธี คือ การทดสอบแบบไคสแควร์ (X^2-Test) และการทดสอบแบบโคโมโกรอฟ-สเมอร์นอฟ (Kolmogorov-Smirnov Test)

2.11.1 การแจกแจงความถี่ข้อมูลที่ได้เก็บรวบรวมมา ซึ่งยังไม่มีการวิเคราะห์ เราเรียกว่าข้อมูลดิบ (Raw data) หรือคะแนนดิบ (Raw score) ข้อมูลดิบเหล่านี้ถ้ามีจำนวนมากเราจะไม่สามารถมองเห็นลักษณะของข้อมูลได้ จึงต้องมีการจัดเตรียมข้อมูลดิบให้เป็นหมวดหมู่เพื่อดำเนินการวิเคราะห์ต่อไป การเตรียมข้อมูลดิบให้เป็นระเบียบเป็นหมวดหมู่ก็เพื่อความสะดวกในการวิเคราะห์ข้อมูลทำได้ดังนี้

ก) ถ้าข้อมูลดิบมีจำนวนน้อย ก็ให้เรียงข้อมูลจากมากไปหาน้อย หรือจากน้อยไปหามาก ข้อมูลที่เรียงลำดับเสร็จแล้วเรียกว่า Ungrouped data การวิเคราะห์ข้อมูลชนิดนี้จะได้ค่าตรงต่อความเป็นจริงเสมอ

ข) ถ้าข้อมูลดิบมีจำนวนมาก ต้องทำการแจกแจงความถี่โดยทั่ว ๆ ไป เราถือว่าข้อมูลที่มีจำนวนตั้งแต่ 30 จำนวนขึ้นไปเป็นข้อมูลที่มีจำนวนมาก ต้องทำการแจกแจงความถี่

การแจกแจงความถี่ (Frequency distribution) หมายถึง การเรียงลำดับข้อมูลดิบที่รวบรวมมาได้ โดยจัดให้เป็นหมวดหมู่ แล้วหาจำนวนของข้อมูลในแต่ละหมู่นี้เรียกว่า ความถี่ (frequency) การวิเคราะห์ประเภท Grouped data จะได้ค่าที่มีความคลาดเคลื่อนเล็กน้อย แต่ก็เป็นค่าที่ใกล้เคียงกับความเป็นจริง การแจกแจงความถี่ทำได้ 2 แบบ ดังต่อไปนี้

ก) การแจกแจงความถี่ด้วยตาราง เรียกว่าตารางแจกแจงความถี่

ข) การแจกแจงความถี่ด้วยกราฟหรือแผนภูมิ

ค) การแจกแจงความถี่ด้วยตาราง

ลักษณะของตารางแจกแจงความถี่โดยทั่วไปจะประกอบด้วย คะแนนหรือข้อมูล รอยคะแนนหรือรอยขีดและความถี่

วิธีการสร้างตารางแจกแจงความถี่

กรณีที่ 1 เมื่อคะแนนดิบ (Raw –Score) เป็นจำนวนเต็ม

2.11.1.1 หาค่าต่ำสุด (Minimum Value) และค่าสูงสุด (Maximum Value) ของข้อมูล

2.11.1.2 หาค่าความแตกต่างระหว่างค่าต่ำสุดและค่าสูงสุดของข้อมูล ซึ่งเรียกว่า พิสัย (Range)

Range = Maximum Value – Minimum Value หรือ

พิสัย = ค่าสูงสุด – ค่าต่ำสุด (2.1)

2.11.1.3 กำหนดอันตรภาคชั้น (Class Interval) สำหรับจำนวนชั้น (Number of Class) จะประมาณได้จากสูตร

Number of Class = Range/Class Interval

Class interval = Range/ Number of lass (2.2)

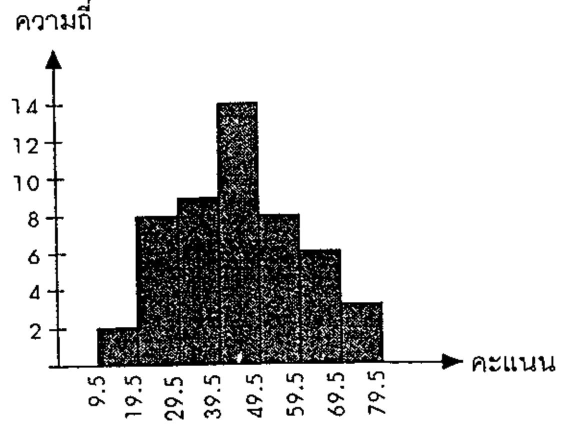
2.11.1.4 สร้างตารางแจกแจงความถี่ โดยเริ่มเรียงค่าในชั้นแรกจากค่าที่ต่ำ ให้มีอันตรภาคชั้นตามที่ต้องการไปเรื่อย จนกระทั่งถึงชั้นที่มีค่าสูงสุดอยู่ ก็เป็นอันว่าได้ชั้นของค่าครบทุกชั้น ต่อจากนั้นก็ดำเนินการหารอยค่าและความถี่ของแต่ละชั้น

กรณีที่ 2 เมื่อคะแนนดิบ (Raw –Score) เป็นจำนวนเต็มและทศนิยม การสร้างตารางแจกแจงความถี่ของค่า ก็ทำลักษณะเช่นเดียวกันดังที่ได้กล่าวมาแล้ว

4740410
22 ก.ค. 2547
สำนักหอสมุด

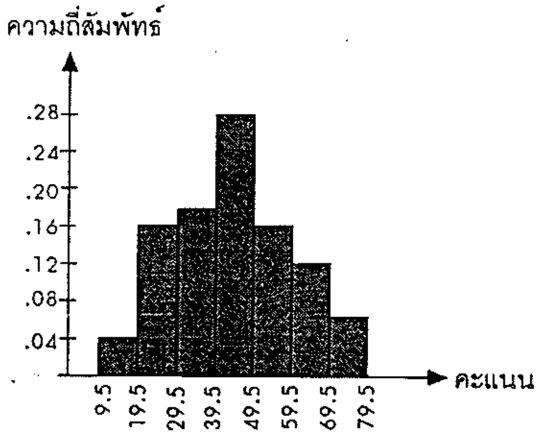
2.11.2 การแจกแจงความถี่ด้วยกราฟหรือแผนภูมิ

2.11.2.1 ฮิสโตแกรม (Histogram) เป็นการแจกแจงความถี่ด้วยแผนภูมิแท่ง โดยให้ความสูงของแต่ละแท่งแทนขนาดของความถี่ของแต่ละชั้น และความกว้างของแท่งแทนขีดจำกัดที่แท้จริงดังตัวอย่างข้างล่างนี้เป็นฮิสโตแกรม



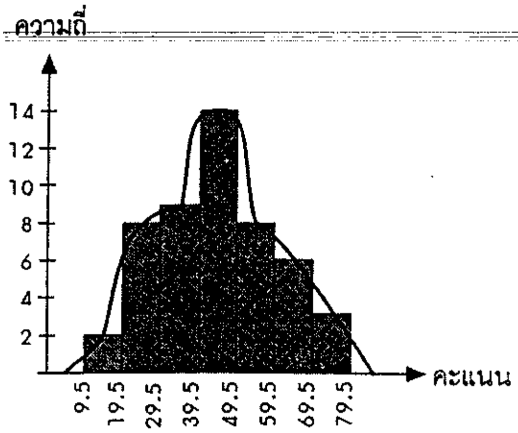
รูปที่ 2.3 แผนภูมิแสดง ฮิสโตแกรม

2.11.2.2 รูปหลายเหลี่ยมแห่งความถี่ (Frequency Polygon) คือ แผนภูมิเส้นที่แสดงการแจกแจงความถี่ของคะแนนแต่ละชั้นวิธีสร้างอาจจะสร้าง Histogram ขึ้นก่อนแล้วเขียนรูปหลายเหลี่ยมแห่งความถี่ได้โดยลากเส้นตรงเชื่อมจุดกึ่งกลางของกราฟแท่งตามลำดับหรืออาจจะไม่สร้าง Histogram ขึ้นก่อนก็เขียนรูปหลายเหลี่ยมแห่งความถี่ได้โดยลากเส้นตรงเชื่อมจุดทุกจุดที่ประกอบด้วยความถี่และจุดกึ่งกลางของค่าในแต่ละชั้นดังรูปที่ 2.4



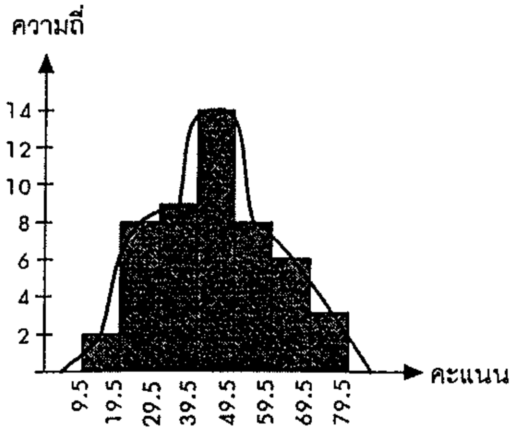
รูปที่ 2.4 แผนภูมิแสดงรูปหลายเหลี่ยมแห่งความถี่

2.11.2.3 โค้งแห่งความถี่ (Curve of Frequency Distribution) มีลักษณะคล้ายรูปหลายแห่งความถี่ แต่ปรับรูปหลายเหลี่ยมให้เป็นเส้นโค้ง การปรับต้องพยายามทำให้พื้นที่ส่วนที่เกินมาเท่ากับพื้นที่ส่วนที่หาย



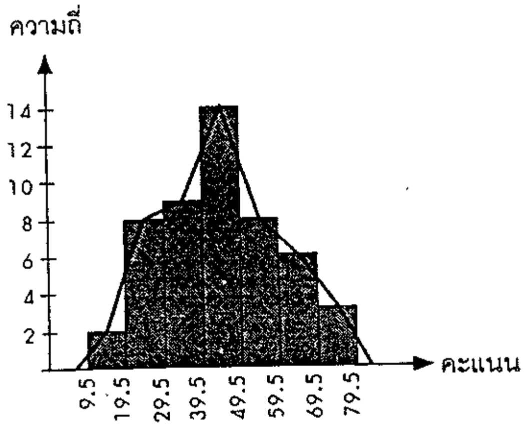
รูปที่ 2.5 แผนภูมิแสดงโค้งแห่งความถี่

2.11.2.4 โค้งความถี่สะสม (Ogive) คือ แผนภูมิเส้นที่แสดงความถี่สะสมของค่าตั้งแต่ค่าต่ำสุดไปจนถึงค่าสูงสุด แผนภูมิชนิดนี้มีประโยชน์ในเรื่องการหาตำแหน่งของค่าและการเปรียบเทียบค่าต่าง ๆ



รูปที่ 2.6 แผนภูมิแสดงเส้นโค้งความถี่สะสม

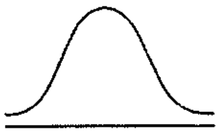
2.11.2.5 การแจกแจงความถี่สัมพัทธ์ การแจกแจงความถี่สัมพัทธ์อาจแสดงด้วยกราฟ Histogram หรือ Frequency Polygon โดยการเปลี่ยนสเกลในแนวตั้งจากความถี่เป็นความถี่สัมพัทธ์ รูปที่ได้จะอยู่ในลักษณะเดิมเรียกว่า Relative Frequency Histogram หรือ Relative Frequency Polygon



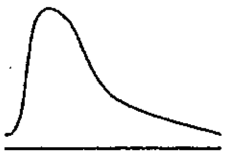
รูปที่ 2.7 แผนภูมิแสดงการแจกแจงความถี่สัมพัทธ์

2.11.2.6 ลักษณะการแจกแจงความถี่ การแจกแจงของข้อมูลจะมีลักษณะเป็นอย่างไรนั้น ขึ้นอยู่กับขนาดและจำนวนของข้อมูลลักษณะของการแจกแจงความถี่โดยกราฟหรือแผนภูมิจำแนกได้ตามรูปร่างดังนี้

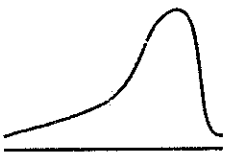
1.โค้งปกติ



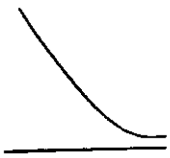
2.โค้งเบ้ขวา



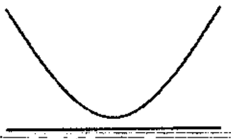
3.โค้งเบ้ซ้าย



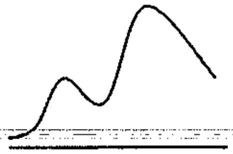
4.โค้งรูปตัว J กลับ



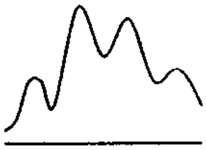
5.โค้งรูปตัว U



6.โค้ง 2 ตอน (Bi – Model)



7.โค้งหลายตอน



2.11.3 การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบปกติ (Normal Probability Distribution) เป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องที่มีความสำคัญมากและใช้กันมากที่สุด เนื่องจากข้อมูลต่าง ๆ ส่วนใหญ่มีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบปกติหรือใกล้เคียงแบบปกติ กราฟของการแจกแจงแบบปกติ เรียกว่า โค้งปกติ (Normal Curve) ซึ่งมีคุณสมบัติดังนี้

2.11.3.1 เป็นกราฟที่มีจุดยอดเพียงจุดเดียว (Unimodel)

2.11.3.2 โค้งปกติจะมีลักษณะสมมาตร (Symmetric) โดยมีค่าเฉลี่ยเป็นจุดกึ่งกลางซึ่งแบ่งพื้นที่ออกเป็น 2 ส่วน โดยที่ครึ่งหนึ่ง (50%) ของพื้นที่ใต้โค้งของโค้งปกติ จะอยู่ทางซ้ายของจุดกึ่งกลางและอีกครึ่งหนึ่ง (50%) พื้นที่จะอยู่ทางขวาของจุดกึ่งกลาง

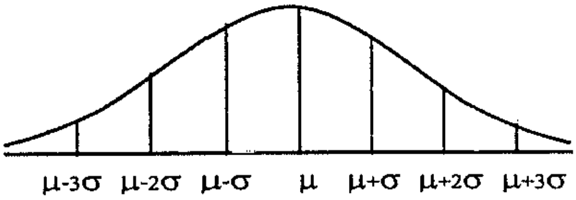
2.11.3.3 ค่าเฉลี่ย ค่ามัธยฐาน และค่าฐานนิยมจะเท่ากันและอยู่ที่จุดกึ่งกลาง เนื่องจากคุณสมบัติความสมมาตรของโค้งปกติ

2.11.3.4 พื้นที่ใต้โค้งปกติทั้งหมดเป็น 1

ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มแบบปกติ ด้วยค่าเฉลี่ย μ และค่าความแปรปรวน σ^2 ฟังก์ชันความน่าจะเป็นของ X คือ

$$f(X;\mu,\sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left\{\frac{-(X-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\};-\infty < X < \infty \qquad (2.3)$$

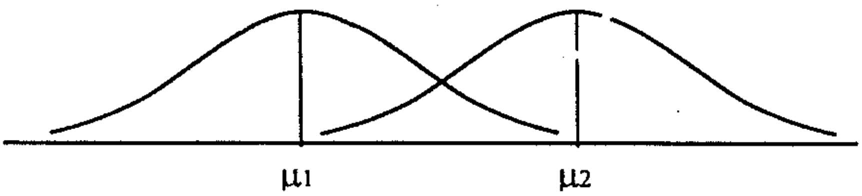
โดยที่ $\pi = 3.14159..., e = 2.718.., -\infty < \mu < \infty, \sigma^2 > 0$ และ $\int_{-\infty}^{\infty} f(X,\mu,\sigma^2)dx = 1$



รูปที่ 2.8 การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบปกติ

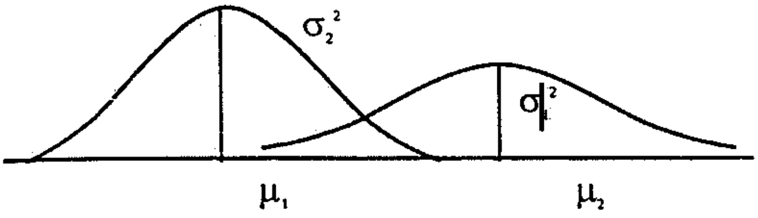
ลักษณะของกราฟจะเป็นระฆังคว่ำ โดยจะขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ 2 ตัวคือ μ และ σ^2 กราฟจะโด่งหรือแบบราบขึ้นอยู่กับค่าแปรปรวน σ^2 ถ้าค่าแปรปรวนมีค่าน้อย กราฟจะไม่โด่งแต่ถ้าค่าความแปรปรวนมากกราฟจะข่อนข้างลาด และเส้นโค้งจะมีจุดยอด (จุดสูงสุด)ที่ $X = \mu$ โดยมีความสูง $= \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ และสมมาตรที่ $X = \mu$

ถ้าเปรียบเทียบเส้นโค้งปกติ 2 เส้นที่มีค่าเฉลี่ย μ เท่ากัน แต่ค่าแปรปรวนไม่เท่ากันคือ $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$ ดังแสดงในรูปที่ 3 ซึ่งเส้นโค้งทั้งสองจะตั้งอยู่ที่เดียวกันแต่เส้นที่มีค่าความแปรปรวนน้อยกว่า จะโด่งกว่าเส้นที่มีค่าแปรปรวนมาก ดังรูป 2.9



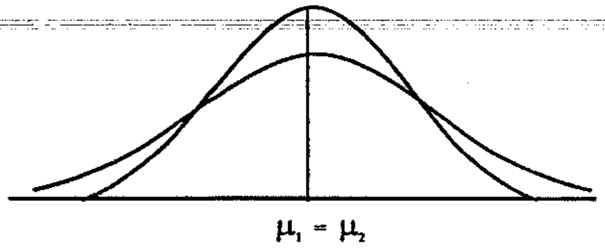
รูปที่ 2.9 การแจกแจงแบบปกติเมื่อ $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ **และ** $\mu_1 < \mu_2$

แต่ถ้าเส้นโค้งปกติทั้งสองมีค่าเฉลี่ยต่างกัน $(\mu_2 > \mu_1)$ และมีค่าแปรปรวนเท่ากัน ดังนั้นเส้นโค้งทั้งสองจะมีขนาดและลักษณะเหมือนกันทุกประการ เพียงแต่ที่ตั้งต่างกันเท่ากัน ดังแสดงในรูปที่ 2.10



รูปที่ 2.10 การแจกแจงแบบปกติเมื่อ $\mu_1 < \mu_2$ และ $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

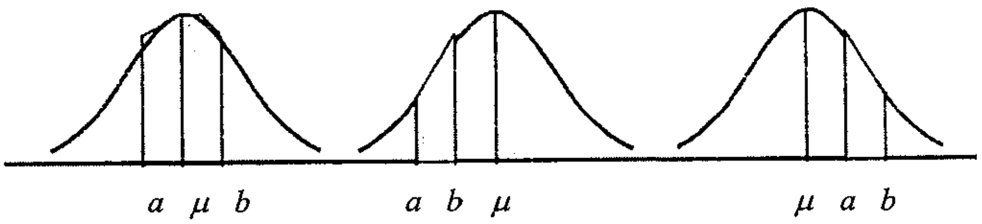
ในกรณีที่เส้นโค้งปกติทั้งสองมีทั้งค่าเฉลี่ยและค่าแปรปรวนต่างกันเช่นให้ $\mu_1 < \mu_2$ และ $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ จึงทำให้เส้นโค้งที่มีค่าเฉลี่ยมาก (μ_2) จะอยู่ทางขวา และเส้นโค้งที่มีค่าแปรปรวนน้อย (σ^2) จะโด่ง ดังแสดงในรูปที่ 2.11



รูปที่ 2.11 การแจกแจงแบบปกติเมื่อ $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ และ $\mu_1 < \mu_2$

การคำนวณหาความน่าจะเป็นที่ตัวแปรสุ่ม X จะมีค่าอยู่ระหว่าง a และ b (a และ b เป็นค่าคงที่) จะหมายถึงการหาพื้นที่ใต้โค้งปกติระหว่าง $X = a$ ถึง $X = b$

$$P[a < X < b] = \int_a^b f(x)dx = \int_a^b \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{\frac{-(X-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}dx \qquad (2.4)$$



รูปที่ 2.12 พื้นทีใต้โค้งที่ X มีค่าระหว่าง a ถึง b

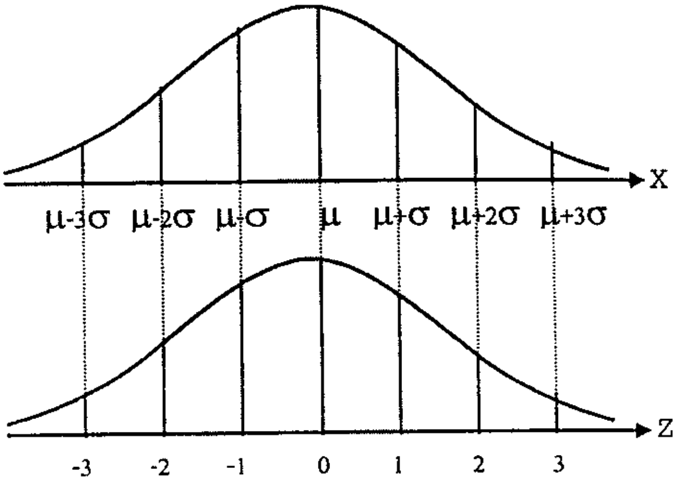
การคำนวณค่า $P[a < X < b]$ ค่อนข้างจะยุ่งยาก ดังนั้นเพื่อความสะดวกจึงมีผู้คิดทำตารางเพื่อหาพื้นที่ดังกล่าวได้ง่ายขึ้น โดยจะเปลี่ยนจากโค้งปกติที่มีค่าเฉลี่ย μ และค่าความแปรปรวน σ^2 เป็นโค้งปกติที่มีค่าเฉลี่ย 0 และค่าความแปรปรวน 1 และเรียกการแจกแจงแบบปกติที่มี $\mu = 0$ และ $\sigma^2 = 1$ ว่า การแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน (Standard Normal Distribution) และเรียกเส้นโค้งปกติที่ $\mu = 0$ และ $\sigma^2 = 1$ ว่าเส้นโค้งปกติมาตรฐาน (Standard Normal Curve) โดยกำหนดให้

$Z = \dfrac{X - \mu}{\sigma}$ Z จะเป็นตัวแปรสุ่มแบบปกติมาตรฐาน

ค่าเฉลี่ยของ Z คือ $\mathrm{E}(Z) = \mathrm{E}\left[\frac{X-\mu}{\sigma}\right] = \frac{1}{\sigma}[\mathrm{E}(X-\mu)] = \frac{1}{\sigma}[\mu-\mu] = 0$ (2.5)

ค่าแปรปรวนของ Z คือ $\vee(Z) = \vee\left[\frac{X-\mu}{\sigma}\right] = \frac{1}{\sigma^2}\vee(X) = \frac{\sigma^2}{\sigma^2} = 1$ (2.6)

ได้แสดงการเปรียบเทียบเส้นโค้งปกติและเส้นโค้งปกติมาตรฐานดังรูปที่ 2.13



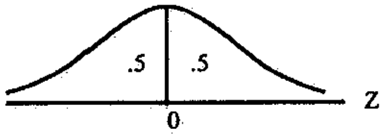
รูปที่ 2.13 เส้นโค้งปกติและเส้นโค้งปกติมาตรฐาน

กรณีที่ $X = \mu - \sigma$ จะได้ $Z = \frac{\mu-\sigma-\mu}{\sigma} = -1$

ถ้า $X = \mu + \sigma$ จะได้ $Z = \frac{\mu+\sigma-\mu}{\sigma} = 1$

โดยที่ฟังก์ชันความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มแบบปกติมาตรฐาน Z คือ

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left\{\frac{-z^2}{2}\right\};-\infty < z < \infty \quad (2.7)$$



รูปที่ 2.14 แสดงโค้งปกติมาตรฐานจะแบ่งพื้นที่เป็น 2 ส่วนเท่ากัน

โค้งปกติมาตรฐานจะแบ่งพื้นที่เป็น 2 ส่วนเท่ากันที่ $Z = 0$ เนื่องจากเส้นโค้งมีลักษณะสมมาตรที่จุด $Z = 0$

พื้นที่ใต้โค้งปกติมาตรฐานจาก $Z = 0$ ถึง Z เข้าสู่ ∞ $= P[-\infty < Z < \infty] = 0.5$

พื้นที่ใต้โค้งปกติมาตรฐานทั้งหมด $= P[-\infty < Z < \infty] = 1$

จาก $Z = 0$ ถึง Z เข้าสู่ ∞ $= P[-\infty < Z < \infty] = 0.5$

พื้นที่ใต้โค้งปกติมาตรฐาน

จาก $Z = 0$ ถึง Z เข้าสู่ ∞ $= P[0 \le Z] = 0.5$

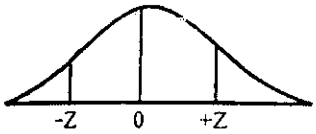
พื้นที่ใต้โค้งปกติมาตรฐาน

จาก $Z = 0$ ถึง Z เข้าสู่ $-\infty$ $= P[Z \le 0] = 0.5$

การหาค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มปกติ นอกจากจะใช้ตารางปกติมาตรฐานแล้วยังต้องใช้คุณสมบัติความสมมาตรเข้าช่วย ดังนี้

$$P(Z \le -z) = P(Z \ge z) \text{ และ } P(0 < Z < -z) = P(-z < Z \le 0) \qquad (2.8)$$

ดังแสดงในรูปที่ 2.15



รูปที่ 2.15 การหาค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มปกติ

ในการหาค่าความน่าจะเป็นที่ X จะมีค่าในช่วงใดช่วงหนึ่ง จะต้องปรับตัวแปร X ให้เป็นตัวแปร Z โดยที่

$$Z = \frac{X - \mathrm{E}(X)}{SD(X)} = \frac{X - \mu}{\sigma} \qquad (2.9)$$

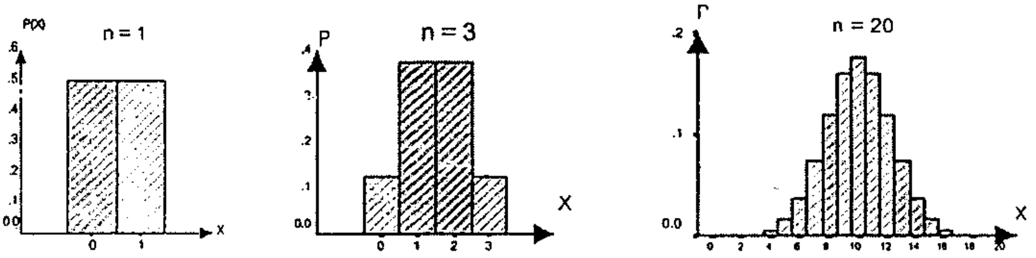
2.11.4 การประมาณค่าความน่าจะเป็นแบบทวินามด้วยความน่าจะเป็นแบบปกติ (The Normal Approximation to the Binomial) เมื่อตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงแบบทวินาม ที่มีจำนวนครั้งการทดลอง (n) มาก ๆ การคำนวณค่าความน่าจะเป็นจะยุ่งยากเสียเวลามาก ซึ่งอาจแก้ปัญหาโดยการ

2.11.4.1 ประมาณค่าความน่าจะเป็นแบบทวินามด้วยความน่าจะเป็นแบบปัวส์ซอง เมื่อ n มีค่ามากและ p มีค่าน้อยหรือเข้าใกล้ศูนย์

2.11.4.2 ประมาณค่าความน่าจะเป็นแบบทวินามด้วยความน่าจะเป็นแบบปกติ โดยมีเงื่อนไขดังนี้

เมื่อ n มีค่าไม่มากแต่ p หรือเข้าใกล้ 0.5

เมื่อ $p = 0.5$ หรือเข้าใกล้ 0.5 การแจกแจงแบบทวินามจะค่อนข้างสมมาตร และ n มีค่ามากขึ้นการแจกแจงแบบทวินามจะเข้าสู่การแจกแจงแบบปกติดังแสดงในรูปที่ 2.16



รูปที่ 2.16 การแจกแจงแบบทวินาม เมื่อ $n = 1, 3$ และ 20 โดยที่ $p = 0.5$

จากรูปที่ 2.16 เมื่อ $p = 0.5$ และ n มีค่ามากขึ้นเรื่อย ๆ การแจกแจงแบบทวินามจะยิ่งเข้าใกล้การแจกแจงแบบปกติ และเมื่อ $n = 20$ การแจกแจงจะใกล้เคียงกับแบบปกติ

2.11.4.3 n มีค่ามาก ๆ ถึงแม้ $p \neq 0.5$ หรือไม่ใกล้ 0.5 นั้นคือ p อาจมีค่าใกล้ศูนย์หรือสามารถใช้การแจกแจงปกติมาประมาณค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรแบบทวินามได้ จึงมักมีคำถามว่า n ต้องมีค่าเท่าใดจึงจะถือว่ามากพอที่จะใช้การแจกแจงแบบปกติได้ โดยทั่วไปก่อนที่จะใช้การแจกแจงแบบปกติมาประมาณค่าการแจกแจงแบบทวินาม จะต้องตรวจสอบเงื่อนไข 2 ข้อคือ

เงื่อนไขที่ 1 $np \geq 5$ และ

เงื่อนไขที่ 1 $n(1-p) \geq 5$

ถ้าเงื่อนไขทั้งสองข้อเป็นจริง จึงใช้การแจกแจงแบบปกติประมาณการแจกแจงแบบ ทวินามได้

2.11.5 การปรับค่าเมื่อมีการประมาณการแจกแจงแบบทวินามด้วยการแจกแจงแบบปกติ

การที่มีการประมาณความน่าจะเป็นแบบทวินามด้วยแบบปกตินั้น เท่ากับเป็นการเปลี่ยนตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง (ทวินาม) ให้เป็นตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง (ปกติ) จึงต้องมีการปรับค่าของตัวแปรแบบไม่ต่อเนื่อง โดยนำเอา 0.5 ไปบวก หรือลบออกจากค่าของ X ที่ต้องการหาโดย X เป็นตัวแปรแบบทวินาม และจะเรียก 0.5 ว่า Continuity Correction Factor

การนำ 0.5 ไปบวกหรือลบออกจากค่าตัวแปร เป็นได้ 4 กรณี ดังนี้

2.11.5.1 ความน่าจะเป็นที่ตัวแปร X มีค่าอย่างน้อย a จะเป็นพื้นที่ที่ X มากกว่า $a-0.5$

$$P\{X \geq a\} = P\{X \geq a-0.5\}$$
$$P\{X \geq a\} = P\left\{Z \geq \frac{(a-0.5)-np}{\sqrt{npq}}\right\} \tag{2.10}$$

2.11.5.2 ความน่าจะเป็นที่ตัวแปร X มีค่ามากกว่า a จะเป็นพื้นที่ที่ X มากกว่า $a+0.5$

$$P\{X > a\} = P\{X \geq a+0.5\}$$
$$P\{X > a\} = P\left\{Z \geq \frac{(a+0.5)-np}{\sqrt{npq}}\right\} \tag{2.11}$$

2.11.5.3 ความน่าจะเป็นที่ตัวแปร X มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ a จะเป็นพื้นที่ที่ X น้อยกว่าหรือเท่ากับ $a + 0.5$

$$P\{X \leq a\} = P\{X \leq a+0.5\}$$
$$P\{X \leq a\} = P\left\{Z \leq \frac{(a+0.5)-np}{\sqrt{npq}}\right\} \tag{2.12}$$

2.11.5.4 ความน่าจะเป็นที่ตัวแปร X มีค่าน้อยกว่า a จะเป็นพื้นที่ที่ X มากกว่า $a-0.5$

$$P\{X < a\} = P\{X \leq a-1\}$$
$$P\{X < a\} = P\{X \leq a-0.5\} \tag{2.13}$$
$$P\{X \geq a\} = P\left\{Z \leq \frac{(a-0.5)-np}{\sqrt{npq}}\right\}$$

ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินาม ซึ่งมีค่าเฉลี่ย $\mu = np$ ค่าแปรปรวน $\sigma^2 = npq$ ถ้า $n \to \infty$ จะทำให้ตัวแปรสุ่ม $Z = \dfrac{X-np}{\sqrt{npq}}$ มีการแจกแจงเข้าใกล้การแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน

2.11.6 การแจกแจงปัวส์ซอง (Poisson Distribution)

การทดลองที่มีค่าของตัวแปรสุ่ม X ซึ่งมีจำนวนครั้งของความสำเร็จในช่วงเวลาใดเวลาหนึ่งหรือภายในอาณาบริเวณหนึ่งโดยเฉพาะ การทดลองชนิดนี้ส่วนมากเรียกว่า การทดลอง ปัวส์ซอง ช่วงเวลาที่กำหนดให้จะเป็นเท่าไรก็ได้ เช่น หนึ่งนาที หนึ่งวัน หนึ่งสัปดาห์ หนึ่งเดือน หรือหนึ่งปี การทดลองปัวส์ซองอาจได้จากการสังเกตซึ่งมีตัวแปรสุ่ม X ที่แสดงจำนวนครั้ง อาจจะที่แสดงจำนวนครั้งของโทรศัพท์ที่เรียกเข้าต่อวันในบริษัทแห่งหนึ่ง หรือแสดงจำนวนวันที่โรงเรียนปิดเนื่องจากน้ำท่วมในฤดูฝน สำหรับอาณาบริเวณหนึ่งโดยเฉพาะนั้น อาจเป็นส่วนหนึ่งของเส้นตรง พื้นที่ส่วนหนึ่ง ปริมาตรส่วนหนึ่ง ในกรณี X อาจแสดงจำนวนของหนูในนาหนึ่งไร่ ลักษณะของการทดลองปัวส์ซองมีดังนี้

2.11.6.1 จำนวนครั้งของความสำเร็จที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาใดเวลาหนึ่ง หรืออาณาบริเวณใดบริเวณหนึ่งเป็นอิสระกับจำนวนครั้งของความสำเร็จที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาอื่นหรืออาณาบริเวณอื่น

2.11.6.2 ความน่าจะเป็นของการได้ความสำเร็จหนึ่งครั้ง ในช่วงเวลาที่สั้นกว่ามากช่วงหนึ่ง หรืออาณาบริเวณที่เล็กมากบริเวณหนึ่ง เป็นปฏิภาคโดยตรงกับช่วงเวลาหรือขนาดของอาณาบริเวณนั้น และไม่ขึ้นกับจำนวนครั้งของเวลาความสำเร็จที่เกิดขึ้นนอกช่วงเวลา หรือนอกอาณาบริเวณดังกล่าว

2.11.6.3 ความน่าจะเป็นของการได้รับความสำเร็จที่เกิดขึ้น มากกว่าหนึ่งครั้งในช่วงเวลาที่สั้นมาก หรือภายในอาณาบริเวณที่เล็กมาก มีค่าน้อยมากจนสามารถตัดทิ้งได้

ถ้าให้ X เป็นจำนวนเหตุการณ์หรือจำนวนสิ่งที่น่าสนใจที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาใดเวลาหนึ่ง หรือในพื้นที่หนึ่ง X จะเป็นตัวแปรสุ่มแบบปัวส์ซอง ที่มีพารามิเตอร์ μ โดยมีฟังก์ชันความน่าจะเป็นดังนี้

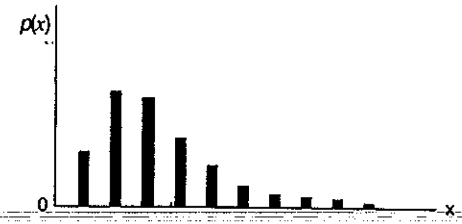
$$p(x;\mu) = p(x = x) = \frac{e^{-\mu}\mu^{x}}{X!} \; ; \; x = 0,1,2,... \qquad (2.14)$$

โดยที่ $e = 2.71828 ...$ และ $\mu =$ จำนวนสิ่ง ที่สนใจที่เกิดขึ้นโดยเฉลี่ยในช่วงเวลาหรือในพื้นที่ หรือขอบเขตที่กำหนด

ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มแบบปัวส์ซอง

ค่าเฉลี่ย E(X) = μ

$$\text{ค่าความแปรปรวน } V(X) = \sigma^{2} = \mu \qquad (2.15)$$



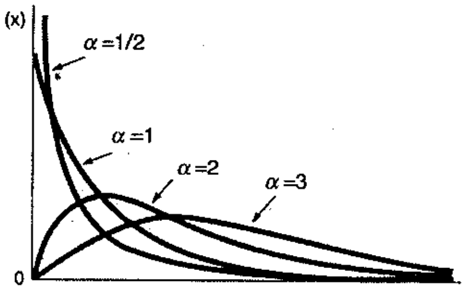
รูปที่ 2.17 แสดงการกระจายตัวแบบปัวส์ซอง

2.11.7 การแจกแจงแกมมา (Gamma Distribution)

ตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง X ที่มีการแจกแจงแกมมา พารามิเตอร์ > 0และ > 0 จะมีฟังก์ชั่นความน่าจะเป็นดังนี้

$$f(X) = \left\{ \frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta} \right\} \quad \text{เมื่อ X > 0} \qquad (2.16)$$

เมื่อ X มีค่าอื่นๆ



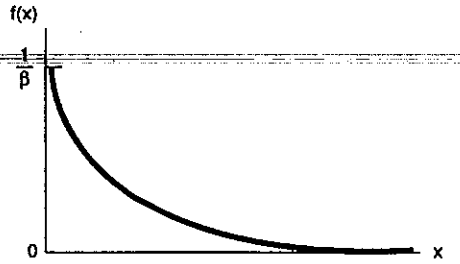
รูปที่ 2.18 แสดงการแจกแจงแกมมา

2.11.8 การแจกแจงเอ็กซ์โพเนนเชียล (Exponential Distribution) ตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง X ที่มีการแจกแจงเอ็กซ์โพเนนเชียล พารามิเตอร์ $\beta > 0$ จะมีฟังก์ชันความน่าจะเป็นดังนี้

$$f(X) = \left\{ \frac{1}{\beta} e^{-x/\beta} \right\} \quad \text{เมื่อ X > 0} \qquad (2.17)$$

เมื่อ X มีค่าอื่นๆ

จะเห็นได้ว่า ฟังก์ชั่นความน่าจะเป็นนี้อาจหาได้จากฟังก์ชั่นความน่าจะเป็นแบบแกมมา เมื่อ $\alpha = 1$ ดังนั้น $\mu = \beta$ และ $\alpha^2 = \beta^2$



รูปที่ 2.19 แสดงการแจกแจงเอ็กซ์โพเนนเชียล

2.11.9 ความน่าจะเป็นแบบสามเหลี่ยม (Triangular) พารามิเตอร์ โดยที่ค่าที่น้อยที่สุด (a) , mode(m) และ maximum (b) เป็นลักกษณะการกระจายตัวของเลขจำนวนจริง

$$f(X) = \frac{2(x-a)}{(m-a)(b-a)} \quad \text{เมื่อ } a \le x \le m \quad \text{และ}$$

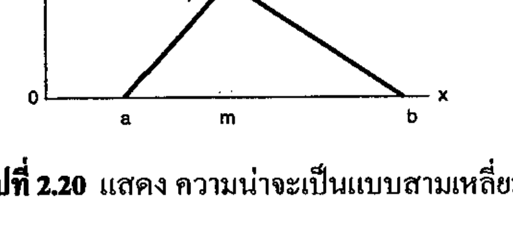
$$= 2\frac{(b-x)}{(b-m)(b-a)} \quad \text{เมื่อ } m \le x \le m \qquad (2.18)$$

ดังนั้น

พิสัย(Range) คือ $[a, b]$

Mean คือ $(a + m + b)/3$ (2.19)

ค่าความแปรปรวน (Variance) คือ $(a^2 + m^2 + ma - ab - mb)/18)$ (2.20)



รูปที่ 2.20 แสดง ความน่าจะเป็นแบบสามเหลี่ยม

ความน่าจะเป็นแบบสามเหลี่ยมมีลักษณะการกระจายตัวแบบธรรมดาใช้ในการหาค่าใกล้เคียงกับความเป็นจริง จากการกระจายตัวของข้อมูลโดยที่เราไม่รู้ แต่สามารถที่จะประมาณหรือคาดเดาจากค่าที่น้อย และค่าที่มากที่สุดของข้อมูล

2.11.10 การแจกแจงไคสแควร์ (Chi – Square Distribution) χ เป็นอักษรกรีกอ่านว่า ไค และ χ^2 อ่านว่าไคสแควร์ การแจกแจกแบบไคสแควร์ค้นพบโดย Karl Pearson เมื่อปี ค.ศ. 1900

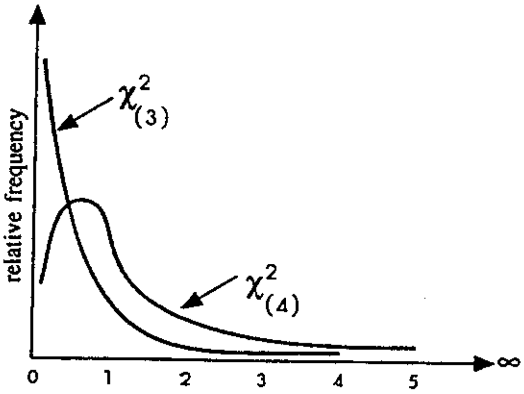
ให้ตัวแปรสุ่ม (Random variance) y มาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ มีค่าเฉลี่ย (Mean) เท่ากับ μ และความแปรปรวน (Variance) เท่ากับ σ^2 ถ้าเลือกสุ่มตัวอย่างจากประชากรมา 1 $(n = 1)$ โดยแต่ละครั้งเรายกกำลังสองของคะแนนมาตรฐาน

$$Z^2 = \frac{(y-\mu)^2}{\sigma^2} \quad \text{โดยที่} \quad \chi^2_{(1)} = Z^2 \qquad (2.21)$$

นั้นคือเราจะได้การแจกแจงของ χ^2 ซึ่งมีชั้นแห่งความเป็นอิสระ (Degree of Freedom) เท่ากับ 1 ถ้าเราเลือกสุ่มตัวอย่างมา 2 ครั้ง $(n = 2)$ ซึ่งเป็นอิสระจากกันแล้วจะได้

$$\chi^2_{(2)} = Z_1^2 + Z_2^2 \qquad (2.22)$$

นั้นคือเราจะได้การแจกแจงของ χ^2 ซึ่งมีชั้นแห่งความเป็นอิสระ (Degree of Freedom) เท่ากับ 2 กล่าวโดยทั่ว ๆ ไปได้ว่า ถ้าเลือกตัวอย่างขนาด n ซึ่งมีอิสระต่อกันจากมวลประชากรที่มีการแจกแจงปกติแล้ว ผลบวกของกำลังสองของคะแนนมาตรฐาน จะมีการแจกแจงแบบ χ^2 ที่มีชั้นแห่งความเป็นอิสระ (Degree of Freedom) เท่ากับ n ดังนั้น



รูปที่ 2.21 แสดง การแจกแจงของ χ^2

$$\chi^2_{(n)} = Z_1^2 + Z_2^2 + Z_3^2 + \ldots + Z_n^2$$
$$\chi^2_{(n)} = \sum_{i=1}^{n} Z_i^2$$
$$\chi^2_{(n)} = \sum_{i=1}^{n} \frac{(y_i - \mu)^2}{\sigma^2} \quad (2.23)$$

ตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง x จะมีการแจกแจงแบบไคสแควร์ เมื่อฟังก์ชันของการแจกแจงเป็นดังนี้

$$f(x) = \frac{1}{2^{n/2}(\frac{n}{2}!)} x^{\frac{n}{2}-1} e^{-x/2}; x \geq 0 \text{ เมื่อ } n = \text{degree of freedom}$$

หรือ $$f(\chi^2) = \frac{1}{2^{\nu/2}(\frac{\nu}{2}!)} (\chi^2)^{\frac{\nu-2}{2}} e^{\frac{-\chi^2}{2}}; \chi^2 \geq 0 \text{ เมื่อ } \nu = \text{Degree of freedom} \quad (2.24)$$

เนื่องจากการแจกแจงไคสแควร์ มีการแจกแจงที่เฉพาะที่ได้จากการแจกแจงความน่าจะเป็นของข้อมูลที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ 1 ถ้า z มีการแจกแจงแบบปกติ $N(Z;0,1)$ แล้ว Z^2 ก็คือการแจกแจงแบบไคสแควร์ที่มี $df = 1$ ซึ่งเขียนแทนด้วย $Z^2 = \chi^2_{(1)}$ ดังกล่าวมาแล้วการที่ χ^2 แทนการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรกำลังสอง จึงทำให้ค่าของ χ^2 เป็นลบไม่ได้ และเนื่องจาก Z ที่ได้ใกล้กลับ 0 มีความน่าจะเป็นมากที่สุด ดังนั้นค่า χ^2 ใกล้กับ 0 ก็มีความน่าจะเป็นมากที่สุดเช่นเดียวกันและลักษณะของการแจกแจงไคสแควร์ ยังขึ้นอยู่กับค่าของชั้นแห่งความอิสระ (df) ดังแสดงในรูป

คุณสมบัติ 2 ประการของการแจกแจงแบบไคสแควร์ ที่มี $df = 1$ คือค่าเฉลี่ยหรือค่าความคาดหวังของ $\chi_1^2 = 1$ และค่าความแปรปรวนของ $\chi_1^2 = 2$

เราอาจใช้ตารางการแจกแจงความน่าจะเป็นของ Z ในการคำนวณหาเปอร์เซนต์ไทล์ของ χ^2 ได้เพราะว่า $(-Z^2) = Z^2$ แสดงว่าทุก ๆ ค่า Z ที่ต่ำกว่า 0 จะกลายเป็นค่าของ χ^2 ที่เป็นบวกทั้งหมดเช่น

2.11.11 คุณสมบัติของการแจกแจงแบบไคสแควร์

การแจกแจงแบบไคสแควร์ มีคุณสมบัติที่สำคัญดังต่อไปนี้

2.11.11.1 ค่าเฉลี่ยของ $\chi^2_{(n)}$ เท่ากับชั้นแห่งความเป็นอิสระ (degree of freedom) ของมัน

2.11.11.2 ค่ามัธยฐานของ $\chi^2_{(n)} = n-1$

2.11.11.3 ความแปรปรวนของ $\chi^2_{(n)} = 2n$ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ $\chi^2_{(n)} = \sqrt{2n}$

2.11.11.4 ค่าความเบ้ของส่วนโค้ง (Skewness) ของ $\chi^2_{(n)} = \sqrt{\frac{8}{n}}$

2.11.11.5 ค่า n มีค่ามากขึ้นหรือกลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่ขึ้นจากการแจกแจงอย่าง $\chi^2_{(n)}$ จะมีลักษณะใดใกล้โค้งปกติมากที่สุด

2.11.11.6 $\chi^2_{(n_1)} + \chi^2_{n_2} = \chi^2_{(n_1+n_2)}$ เมื่อ n_1, n_2 เป็น (degree of freedom) เช่น $\chi^2_{(10)} + \chi^2_{(20)} = \chi^2_{(30)}$

ค่าของ χ^2 สำหรับค่า α และ df ต่าง ๆ กันจะหาได้จากตารางไคสแควร์ ประโยชน์ของการแจกแจงแบบไคสแควร์ก็คือใช้ในการประมาณค่าและการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแปรปรวนของประชากรกลุ่มเดียว

2.11.12 การทดสอบแบบโคโรกรอฟ-สเมอร์นอฟ การทดสอบแบบนี้ใช้ได้ผลดีในการทดสอบลักษณะการกระจายของความน่าจะเป็นแบบต่อเนื่อง ถ้าไม่ต้องประมาณค่าพารามิเตอร์จากข้อมูล การทดสอบใช้ D เป็นสถิติสำหรับการทดสอบ โดยที่ D คำนวณได้จากสูตร

$$D = \frac{\max}{x} |S(x) - F(x)| \tag{2.27}$$

โดยที่

$S(x)$ = ความน่าจะเป็นสะสมของข้อมูล(Observed Cumulative Probability)

$F(x)$ = ความน่าจะเป็นสะสมคาดหมาย ถ้าข้อมูลมาจากการกระจายของความน่าจะเป็นที่ต้องการที่จะทดสอบ (Expected Cumulative Probability)

2.12 โปรแกรม Simulation with Arena

Simulation เป็นวิธีการวิเคราะห์หาวิธีการแก้ปัญหาที่ดี ที่นำไปสู่การแก้ปัญหาระบบและแบบจำลองปัญหา ยกตัวอย่างเช่น แบบจำลองซึ่งบอกแนวทางเลือกในระบบที่มีความสัมพันธ์กัน ลักษณะโปรแกรม Simulation With Arena รวบรวมความสะดวกในการค้นหาในระดับสูง เกี่ยวกับการจำลอง ซึ่งสามารถแก้ไขและเปลี่ยนแปลงได้ง่าย ในเรื่องของภาษา ที่ใช้ในแบบจำลอง และ มีทิศทางที่ลดคลงสม่ำเสมอ และลักษณะการใช้งาน เหมือนกับ Microsoft , Visual Basic , ระบบโปรแกรมเหมือนกับภาษา C ที่เรามักจะคุ้นเคยในการใช้งาน การที่จะทำแบบจำลองปัญหาขึ้น ก็จะต้องอยู่ภายในเงื่อนไข และมีรูปแบบ ที่แสดงการเปลี่ยนแปลงในทางกราฟฟิก และการวิเคราะห์แบบจำลองเป็นลักษณะที่คล้าย ๆ กันกับภาพกราฟฟิก ในความหลากหลายของแบบจำลองสำหรับความสะดวกในการแสดงผล และรูปแบบของผังองค์กรแบบจำลองแต่ละชนิดที่ประกอบด้วยรูปแบบต่าง ๆ

หลักของ Arena แบบจำลองที่ง่ายต่อการปรับเปลี่ยนโดย มีลักษณะเป็นลำดับขั้นตอนที่ทุก ๆ เวลา สามารถดูในลักษณะพื้นฐานตั้งแต่เริ่มต้น จากคำสั่ง และส่วนประกอบ Panel และหลักเกณฑ์ในการใช้คำสั่งที่มีความสะดวก ถ้าแบบจำลองมีความซับซ้อนมาก ซึ่งเราอาจจะเขียนคำสั่งเอง ในภาษา Visual Basic หรือ C / C++

ในความเป็นจริงแล้ว แบบจำลอง Arena คือส่วนประกอบของ SIMAN เป็นส่วนประกอบ ที่สามารถจะออกแบบจำลองและแก้ไขแบบจำลองได้ในรูปแบบต่างในแบบจำลองที่เราต้องการ