

การศึกษาเชิงตัวเลขของการไหลของเลือดผ่านหลอดเลือดแยกสองง่าม โดยใช้
แบบจำลองของการไหลแบบ Carreau – Yasuda เปรียบเทียบกับนิวทอนเนียน
NUMERICAL INVESTIGATION OF BLOOD FLOW THROUGH A BIFURCATION
USING CARREAU – YASUDA COMPARED TO NEWTONIAN MODELS

นายจิระพันธ์ พิมพภา รหัสสนិត 52360904
นายอภิสิทธิ์ พงษ์จันทร์ รหัสสนិត 52361499

กองกลาง มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้า
วันพิมพ์..... 2 .. ต.ค. 2556 ..
เลขทะเบียน..... 16430429 ..
เลขเรียกหนังสือ.....
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้า 557

2555

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
สาขาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล
คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้า
ปีการศึกษา 2555



ใบรับรองปริญญาโท

ชื่อหัวข้อโครงการ	การศึกษาเชิงตัวเลขของการไหลของเลือดผ่านหลอดเลือดแยกสอง ง่าม โดยใช้แบบจำลองของการไหลแบบ Carreau – Yasuda เปรียบเทียบกับนิเวทเนียน
ผู้ดำเนินโครงการ	นายจีระพันธ์ พิมพ์ภา รหัสนิต 52360904 นายอภิสิทธิ์ พงษ์จันทร์ รหัสนิต 52361499
ที่ปรึกษาโครงการ	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. กุลยา กนกजारูจิตร
สาขาวิชา	วิศวกรรมเครื่องกล
ภาควิชา	วิศวกรรมเครื่องกล
ปีการศึกษา	2555

.....

คุณวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร อนุมัติให้ปริญญาโทฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเครื่องกล

Kunfaya K. Vijit.
.....
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. กุลยา กนกजारูจิตร)

ที่ปรึกษาโครงการ

Dr. Panu Puthongk
.....
(ดร. ภาณุ พุทธวงศ์)

กรรมการ

Dr. Mathee Sangwanseem
.....
(รศ.ดร. มัทนี สงวนเสริมศรี)

กรรมการ

Dr. Rattana Karunabunyanant
.....
(ดร. รัตนา การุญบุญญานันท์)

กรรมการ

ชื่อหัวข้อโครงการงาน	การศึกษาเชิงตัวเลขของการไหลของเลือดผ่านหลอดเลือดแยกสองง่าม โดยใช้แบบจำลองของการไหลแบบ Carreau – Yasuda เปรียบเทียบกับนิวทอนเนียน
ผู้ดำเนินโครงการงาน	นายจิระพันธ์ ทิมพ์ภา รหัสนิต 52360904 นายอภิสิทธิ์ พงษ์พันธ์ รหัสนิต 52361499
ที่ปรึกษาโครงการงาน	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. กุลยา กนกजारุจิตร
สาขาวิชา	วิศวกรรมเครื่องกล
ภาควิชา	วิศวกรรมเครื่องกล
ปีการศึกษา	2555

บทคัดย่อ

โครงการนี้เป็นการศึกษาเชิงตัวเลขของการไหลของเลือดผ่านหลอดเลือดแยกสองง่าม (Bifurcation) ในสามมิติ โดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อศึกษาความเค้นเฉือนที่ผนัง (Wall Shear Stress) ความเร็วของการไหล และสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ผิว (Skin Friction Coefficient) ที่การไหลแบบตามจังหวะชีพจร (Pulsatile Flow) ที่ (1) จังหวะที่หัวใจบีบตัวสูงสุด (Peak Systole), (2) จังหวะที่หัวใจเริ่มคลายตัว (Beginning of Diastole) และ (3) จังหวะที่หัวใจสิ้นสุดการคลายตัว (End of Diastole) โดยศึกษาการไหลของของไหล 3 ชนิด ได้แก่ เลือด น้ำ และอากาศ โดยกำหนดให้เลือดประพฤติตนตามแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ Carreau-Yasuda พบว่าแนวโน้มของค่าความเค้นเฉือนที่ผนังของของไหลทั้งสามชนิดเป็นไปในทิศทางเดียวกัน กล่าวคือ ที่บริเวณจุดยอด (Apex) ของทางแยกสองง่าม ให้ค่าความเค้นเฉือนที่ผนังสูงสุด เส้นเค้าโครงของความเร็วที่หลอดเลือดแขนง Skew เข้าหาผนังฝั่งในทำให้ค่าความเค้นเฉือนที่ผนังมีค่าสูงที่บริเวณผนังฝั่งในเช่นกัน น้ำและอากาศให้ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ผิวออกมาใกล้เคียงกันมากทุกหน้าตัด และมีแนวโน้มเดียวกันกับค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ผิวของเลือด แต่มีค่าต่างกัน ซึ่งเป็นผลของเซลล์เม็ดเลือดแดงจากแบบจำลองของเลือด

Project title NUMERICAL INVESTIGATION OF BLOOD FLOW THROUGH A
BIFURCATION USING CARREAU – YASUDA COMPARED TO
NEWTONIAN MODELS

Name Mr. Jeeraphan Pimppa ID 52360904
Mr. Apisit Pongkhan ID 52361499

Project advisor Assit. Prof. Dr. Koonlaya Kanokjaruvijit

Major Mechanical Engineering

Department Mechanical Engineering

Academic year 2555

Abstracts

This project is to numerically study blood flow through a bifurcation in three dimension by using the finite element method. The calculated results are shown in terms of wall shear stress (WSS) velocity contours and skin friction coefficients at pulsatile flow such as peak systole, beginning of diastole and end of diastole. Three types of fluid were examined: blood, which followed mathematical model of Carreau-Yasuda, water and air. The high values of wall shear stress were found in the vicinity of bifurcation apex. The velocity contours for both daughter vessels were skewed toward the internal side of the wall due to the change of the flow direction and the centrifugal force. The values of skin friction coefficients for water and air show similarity, but differ for blood due to the effect of red blood cells the mathematical model.

กิตติกรรมประกาศ

โครงการนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี ผู้จัดทำโครงการขอกราบขอบพระคุณ บุคคลและกลุ่มบุคคล ต่างๆ ที่ให้การสนับสนุนในด้านต่างๆ เช่น ให้คำปรึกษา ให้คำแนะนำช่วยเหลือทั้งในด้านความรู้และงบประมาณซึ่งได้แก่บุคคลดังต่อไปนี้

- ผศ.ดร.กฤษยา กนกजारุจิตร ที่ปรึกษาโครงการ
- ดร.ภาณุ พุทธวงศ์ กรรมการ
- รศ.ดร.มีทนี สงวนเสริมศรี กรรมการ
- ดร.รัตนา การุญบุญญานันท์ กรรมการ
- พี่ กฤษนันท์ พันภูวงษ์ และ กิตติพงศ์ มีสนุ่น
- คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร ที่เป็นผู้สนับสนุนโครงการและมอบเงินให้ในการจัดทำโครงการ
- และบุคคลท่านอื่นๆที่ไม่ได้กล่าวชื่อนามทุกท่านที่ได้ให้คำแนะนำ ช่วยเหลือในการทำปริญญานิพนธ์ฉบับนี้

คณะผู้ดำเนินโครงการวิศวกรรม

นายจีระพันธ์ ทิมพภา

นายอภิสิทธิ์ พงษ์ขันธุ์

สารบัญ

หน้า

ใบรับรองปริญญาโท	ก
บทคัดย่อ	ข
กิตติกรรมประกาศ	ง
สารบัญ	จ
สารบัญตาราง	ช
สารบัญรูป	ซ
สารบัญสัญลักษณ์และอักษรย่อ	ฎ
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ที่มาและความสำคัญของโครงการ	1
1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการ	2
1.3 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	2
1.4 ขอบเขตการทำโครงการ	2
1.5 ขั้นตอนการดำเนินงาน	3
1.6 แผนการดำเนินงาน	5
1.7 งบประมาณ	6
บทที่ 2 หลักการและทฤษฎี	7
2.1 ทฤษฎี	7
2.2 วรรณกรรมปริทัศน์	11

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 3 ระเบียบวิธีวิจัย	23
3.1 ขั้นตอนการสร้างแบบจำลองสามมิติของหลอดเลือดแยกสองง่าม	23
3.2 การ Import file เข้า COMSOL และการสร้างตาข่าย (Mesh)	28
3.3 Governing Equation	29
3.4 ค่าเริ่มต้นและสภาวะขอบเขต	31
3.5 Data Reduction	33
บทที่ 4 ผลและอภิปรายผลการคำนวณ	35
4.1 ผลของความเค้นเฉือนที่ผนังของหลอดเลือดที่การไหลแบบตามจังหวะชีพจร (Pulsatile)	35
4.2 ผลของเส้นเค้าโครง (Contour) ของความเร็วที่การไหลแบบตามจังหวะชีพจร (Pulsatile)	43
4.3 การวิเคราะห์เชิงมิติ (Dimensional Analysis) สำหรับความเค้นเฉือนที่ผนัง	48
บทที่ 5 สรุปผลการคำนวณ	57
เอกสารอ้างอิง	58
ภาคผนวก	
ภาคผนวก ก เส้นกระแสการไหลที่เกิดจากผลของแรงเหวี่ยงหนีศูนย์กลาง	60
ภาคผนวก ข โปรไฟล์ความเร็วของของไหลนิวทอนเนียนและของไหลนอนนิวทอนเนียน	62
ภาคผนวก ค เส้นเค้าโครง (Contour) ของความเร็วของน้ำและอากาศ	64
ประวัติผู้ดำเนินโครงการ	71

สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 1.1 แผนการดำเนินงาน	5
ตารางที่ 1.2 รายละเอียดงบประมาณ	6
ตารางที่ 3.1 ค่าคงที่และสมบัติของเลือด น้ำ และอากาศ ที่ใช้ในการคำนวณ	32



สารบัญรูป

	หน้า	
รูปที่ 1.1	แบบจำลองหลอดเลือดแยกสองง่าม	3
รูปที่ 1.2	แผนภาพสรุปขั้นตอนการดำเนินงานของโครงการ	4
รูปที่ 2.1	ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือน (τ) กับอัตราเฉือน ($\dot{\gamma}$) ของของไหลประเภทต่างๆ	8
รูปที่ 2.2	รูปร่างจากระนาบบนของ Carotid Bifurcation	12
รูปที่ 2.3	โปรไฟล์ความเร็วใน Common Carotid Artery	12
รูปที่ 2.4	การเปรียบเทียบการคำนวณโปรไฟล์ความเร็วระหว่างของไหลนิวทอเนียนกับของไหลนอนนิวทอเนียนที่ระนาบ $A-A'$, $B-B'$	13
รูปที่ 2.5	รูปร่างสามมิติของ Bifurcation Model	14
รูปที่ 2.6	โปรไฟล์ความเร็วในระนาบ Bending (a, c) และระนาบ Bifurcation (b, d) ที่ Peak Systole ของของไหลนอนนิวทอเนียน ของไหลนิวทอเนียน และนิวทอเนียนปรับสเกล	15
รูปที่ 2.7	การกระจายของ WSS ที่ End of Diastole ในระนาบ $A-A'$, $C-C'$, $1-1'$, $3-3'$	15
รูปที่ 2.8	แบบจำลองของหลอดเลือดแยกสองง่ามและรายละเอียดการกำหนดเงื่อนไขค่าต่างๆ	17
รูปที่ 2.9	ความเค้นเฉือนที่ผนังบริเวณ Bifurcation ที่มุมต่างๆ	17
รูปที่ 2.10	ความเค้นเฉือนที่ผนังของเส้นเลือดแขนงใหญ่ที่มุม Bifurcation ต่างๆ	17
รูปที่ 2.11	ระนาบและมุมมองของหลอดเลือดแยกสองง่ามที่คอ (Carotid)	18
รูปที่ 2.12	ความเค้นเฉือนที่ผนังในหลอดเลือดแยกสองง่ามที่คอในระหว่างรอบการเต้นของหัวใจ	19
รูปที่ 2.13	การเปรียบเทียบเส้นเค้าโครงของความเร็วระหว่างการคำนวณด้วย CFD กับการวัดด้วย MR	20

สารบัญรูป (ต่อ)

	หน้า
รูปที่ 2.14 มุมมองของหลอดเลือดซ้ายหลักที่หัวใจที่ใส่ขดลวด	21
รูปที่ 2.15 ความเค้นเฉือนที่ผนังที่อัตราการไหลต่างๆ	21
รูปที่ 3.1 การเตรียมพื้นที่เพื่อใช้ในการวาดรูป	24
รูปที่ 3.2 การวาดชิ้นส่วนวงกลมพร้อมรัศมี	24
รูปที่ 3.3 ตัดชิ้นส่วนของวงกลมให้เหลือเพียง $\frac{1}{4}$	25
รูปที่ 3.4 การสร้างรูปครึ่งทรงกลม	25
รูปที่ 3.5 การสร้างแกนเส้นเลือด	26
รูปที่ 3.6 การสร้างระนาบตั้งฉากแนวแกนเส้นเลือด	26
รูปที่ 3.7 แบบจำลองของหลอดเลือดที่เสร็จสมบูรณ์	27
รูปที่ 3.8 การบันทึกข้อมูลในรูปแบบ File STEP AP203	28
รูปที่ 3.9 การสร้างเมช	29
รูปที่ 3.10 เงื่อนไขขอบเขตของแบบจำลองของหลอดเลือดแยกสองง่าม	33
รูปที่ 3.11 แผนภาพแสดงการคำนวณของโครงการนี้	34
รูปที่ 4.1 (วัฏจักรชีพจร) Pulse Cycle ของ Peak Systole (A), Beginning of Diastole (B) และ End of Diastole (C)	36
รูปที่ 4.2 หน้าตัดต่างๆที่จะใช้แสดงรายละเอียดของการไหล	36
รูปที่ 4.3 ข้อกำหนดในการวัดมุมที่จุดพิกัด (x, y)	37
รูปที่ 4.4 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนที่ผนังกับพิกัดผนังหลอดเลือดหลัก	38
รูปที่ 4.5 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนที่ผนังกับพิกัดของผนังหลอดเลือดบริเวณ Bifurcation	39

สารบัญรูป (ต่อ)

	หน้า
รูปที่ 4.6 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนที่ผนังกับพิกัดของผนังหลอดเลือด แขนง	40
รูปที่ 4.7 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนที่ผนังกับพิกัดของผนังหลอดเลือดหลัก	41
รูปที่ 4.8 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนที่ผนังกับพิกัดของผนังหลอดเลือด บริเวณ Bifurcation	42
รูปที่ 4.9 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนที่ผนังกับพิกัดของผนังของหลอดเลือด แขนง	43
รูปที่ 4.10 เส้นเค้าโครง (Contour) ของความเร็วที่ Peak systole ของแต่ละหน้าตัด	45
รูปที่ 4.11 เส้นเค้าโครง (Contour) ของความเร็วที่ Beginning of Diastole (B) และ End of Diastole (C) ของแต่ละหน้าตัด	48
รูปที่ 4.12 ความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ผิวกับพิกัดของผนังหลอดเลือด หลัก	50
รูปที่ 4.13 ความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ผิวกับพิกัดของผนังหลอดเลือด บริเวณ Bifurcation	51
รูปที่ 4.14 ความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ผิวกับพิกัดของผนังหลอดเลือด แขนง	52
รูปที่ 4.15 ความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ผิวกับพิกัดของผนังหลอดเลือด หลัก	53
รูปที่ 4.16 ความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ผิวกับพิกัดของผนังหลอดเลือด บริเวณ Bifurcation	54
รูปที่ 4.17 ความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ผิวกับพิกัดของผนังหลอดเลือด แขนง	56

สารบัญสัญลักษณ์และอักษรย่อ

สัญลักษณ์	ความหมาย	หน่วย
n	ค่าคงที่ของแบบจำลอง	-
p	ความดัน	Pa
R	รัศมีของท่อ	m
Re	Reynolds number	-
r	รัศมีของท่อ ณ จุดใดๆ	m
U	ความเร็วการไหล	m/s
\bar{U}	ความเร็วเฉลี่ย	m/s
u	ความเร็วการไหลในแนวแกน x	m/s
v	ความเร็วการไหลในแนวแกน y	m/s
w	ความเร็วการไหลในแนวแกน z	m/s
α	มุม Bifurcation	องศา
$\dot{\gamma}$	อัตราเฉือน	1/s
μ	ความหนืด	Pa.s
μ_0	ความหนืดเนื่องจากความเค้นเฉือนศูนย์	Pa.s
μ_∞	ความหนืดเนื่องจากความเค้นเฉือนอนันต์	Pa.s
ρ	ความหนาแน่น	kg/m ³
τ_w	ความเค้นเฉือนที่ผนัง	Pa
τ_0	ความเค้นเฉือนที่จุดคราก	Pa
λ	ค่าคงที่เวลา	s
ϕ	เส้นผ่านศูนย์กลาง	mm

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของโครงการ

ในการศึกษาการไหลของเลือดนั้น บริเวณจุดแยกสองง่ามของหลอดเลือดมีความสำคัญต่อการเปลี่ยนแปลงทิศทางการไหลของเลือดและเป็นแหล่งที่มีโอกาสเกิดการสะสมไขมันมากที่สุด จึงอาจเป็นสาเหตุที่ทำให้เกิดโรคต่างๆ เช่น โรคความดันสูง โรคไขมันอุดตัน เป็นต้น ซึ่งเป็นปัญหาอย่างมากในสังคมปัจจุบัน

จากการศึกษาเชิงตัวเลขของการไหลของเลือดผ่านหลอดเลือดแยกสองง่ามสำหรับการไหลที่สถานะคงที่ของ กฤษนันท์ และกิตติพงศ์ [1] โดยใช้แบบจำลองของ Carreau-Yasuda พบว่าการไหลของเลือดผ่านหลอดเลือดแยกสองง่ามที่มุม 45 องศา มีความเค้นเฉือนที่ผนังบริเวณจุดแยก (Bifurcation) และเส้นเลือดแขนงสูงกว่าที่มุม 50 และ 80 องศา และมีสนามความเร็วที่เส้นเลือดแขนงทั้งสอง Skew ไปทางผนังด้านนอก ซึ่งความเค้นเฉือนที่ผนังและสนามความเร็วนั้นเป็นข้อมูลที่น่าสนใจในทางการแพทย์ที่ใช้เป็นค่าบ่งชี้ถึงโอกาสที่ก่อให้เกิดการอุดตันของหลอดเลือด

อย่างไรก็ตามการไหลของเลือดในหลอดเลือดจริงนั้น ไม่ได้อยู่ในสถานะคงที่ ดังนั้นในงานวิจัยนี้เราจึงจะศึกษาการไหลแบบ Pulsatile ซึ่งมีรูปแบบที่คล้ายคลึงกับวัฏจักรการเต้นของหัวใจ นอกจากนี้เนื่องจากในทางวิศวกรรมเรามีศาสตร์ของการวิเคราะห์ตัวแปรไร้หน่วย (Dimensional Analysis) และความคล้ายคลึงกัน (Similarity) แต่ในการทดลองเกี่ยวกับเลือดนั้นมีความยุ่งยาก ทั้งในด้านสิ่งแวดล้อม สมบัติของเลือด และจรรยาบรรณ เป็นต้น ดังนั้นในงานวิจัยนี้เราจึงจะทำการวิเคราะห์การไหลของของไหลนิวทอนเนียนในรูปสัมประสิทธิ์ความเสียดทานที่ผิว (Skin Friction Coefficient, C_f) เปรียบเทียบกับของไหลนอนิวทอนเนียน

1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการ

1.2.1 ศึกษาเชิงตัวเลขของการไหลของแบบ Pulsatile ที่ตำแหน่งบีบตัวและคลายตัวของชีพจรของของไหลชนิดต่างๆทั้ง Non-Newtonian และ Newtonian ผ่านหลอดเลือดแยกสองง่ามรูปตัววายด้วยระเบียบวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์

1.2.2 คำนวณหาความเค้นเฉือนที่ผนัง (Wall Shear Stress) ของหลอดเลือดรูปตัววายและความเร็ว

1.3 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.3.1 ข้อมูลเบื้องต้น (Pre-clinical Data) สำหรับการวิเคราะห์ปัญหาของหลอดเลือด

1.3.2 ข้อมูลสำหรับการทดลอง Aerodynamics ต่อไป

1.4 ขอบเขตการทำโครงการ

1.4.1 สร้างแบบจำลองสามมิติของหลอดเลือดแยกสองง่ามรูปตัววายโดยใช้ระเบียบวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์ด้วยโปรแกรม COMSOL

1.4.2 เป็นสภาวะที่ผนังไม่มีการลื่นไถล

1.4.3 ของไหลที่ใช้ได้แก่ อากาศ น้ำ และแบบจำลองนอนนิวทอนเนียนของเลือด ซึ่งในที่นี้เรากำหนดให้เลือดประพฤติตนตามแบบจำลองของ Carreau-Yasuda

1.4.4 การไหลเป็นแบบ Pulsatile Flow

1.5 ขั้นตอนการดำเนินงาน

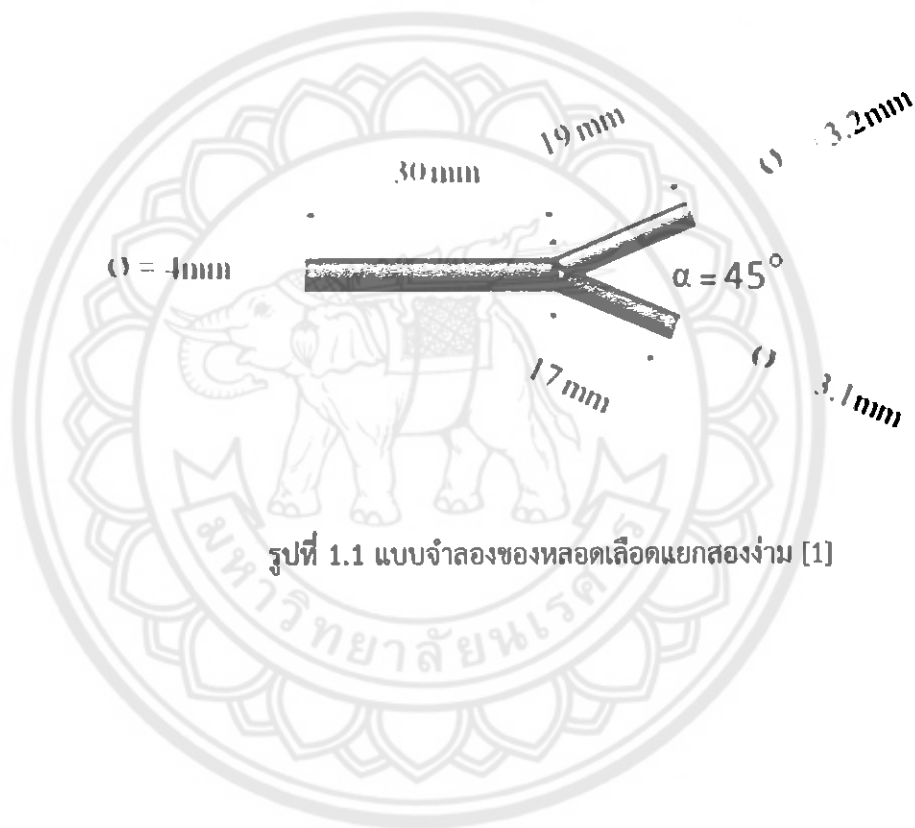
1.5.1 ศึกษาและทบทวนวรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง

1.5.2 สร้างแบบจำลองของหลอดเลือดรูปตัววาย ดังแสดงในรูปที่ 1.1 แล้ว Import เข้าสู่

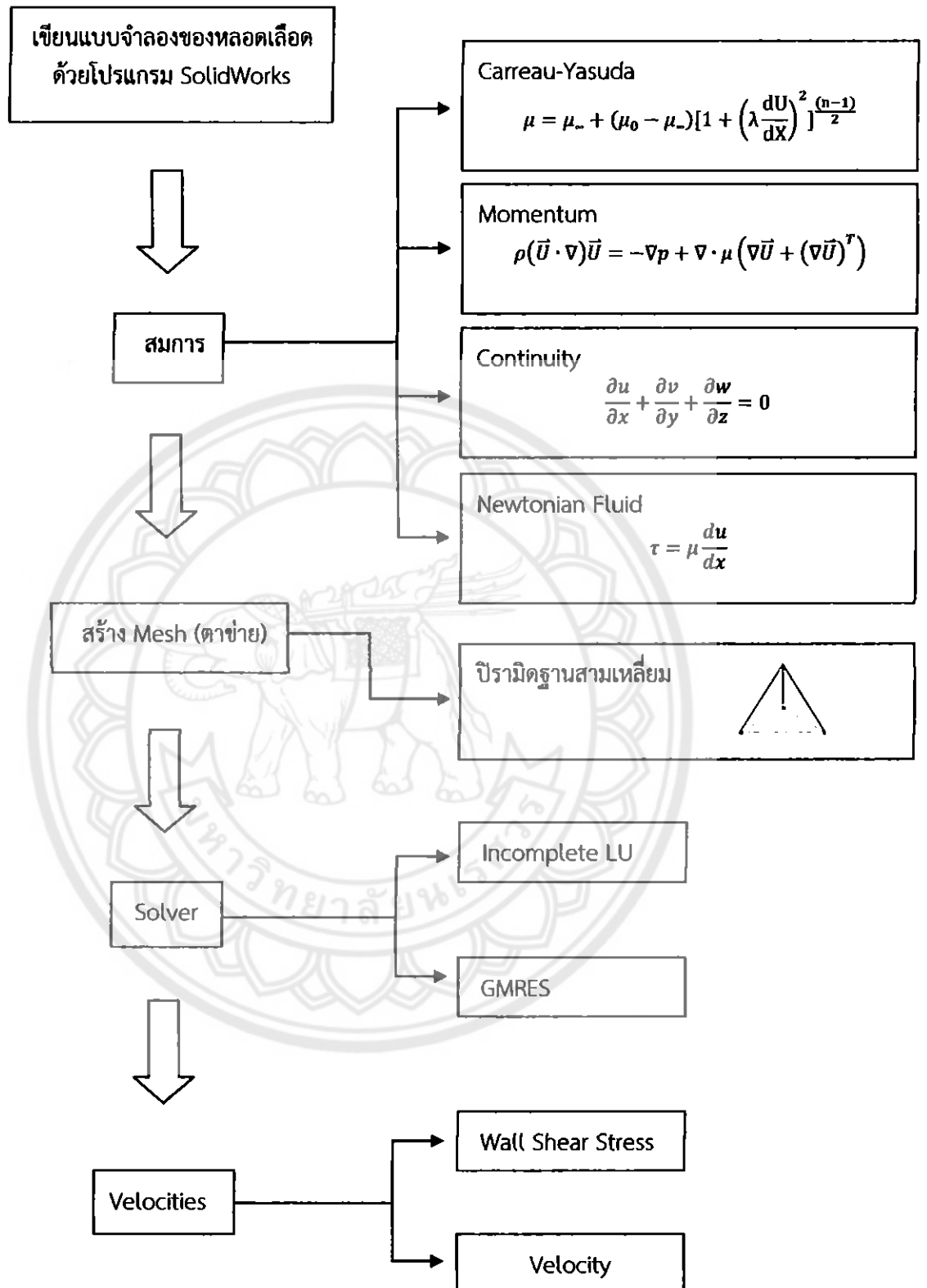
โปรแกรม COMSOL

1.5.3 ใช้โปรแกรมคำนวณผล กำหนดสภาวะเงื่อนไขต่างๆ ดังแสดงในรูปที่ 1.2

1.5.4 วิเคราะห์และสรุปผลจากการคำนวณของโปรแกรม



รูปที่ 1.1 แบบจำลองของหลอดเลือดแยกสองง่าม [1]



รูปที่ 1.2 แผนภาพสรุปขั้นตอนการดำเนินงานของโครงการ

1.7 รายละเอียดงบประมาณตลอดโครงการ

ตารางที่ 1.2 รายละเอียดงบประมาณ

ลำดับที่	รายการ	ราคา (บาท)
1	ค่ากระดาษ	500
2	ค่า Print เอกสาร	1000
3	ค่าเช่ารูปเล่ม	500
	รวม	2000



บทที่ 2

หลักการและทฤษฎี

2.1 ทฤษฎี

ในหัวข้อนี้กล่าวถึงทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการไหลของของไหลนอนนิวทอนเนียน และสมการที่เกี่ยวข้องกับการไหล

2.1.1 Rheology ของเลือด

Rheology คือศาสตร์หนึ่งของกลศาสตร์ของไหล ซึ่งศึกษาพฤติกรรมของของไหลที่ไม่เป็นไปตามกฎของนิวตันดังแสดงในสมการที่ (2.1) กล่าวคือ ความหนืดมีค่าเปลี่ยนไปเมื่อมีแรงเฉือนมากระทำกับของไหล เราเรียกของไหลประเภทนี้ว่าของไหลนอนนิวทอนเนียน (Non-Newtonian Fluid) เลือดเป็นของไหลนอนนิวทอนเนียนชนิดหนึ่งที่เป็นสารแขวนลอยไม่เป็นเนื้อเดียว (Heterogeneous Fluid) ประกอบไปด้วย พลาสมา เซรัม ฮีมาโตคริต (Hematocrit) ฮีโมโกลบิน (Hemoglobin) เซลล์เม็ดเลือดแดง เซลล์เม็ดเลือดขาว และอื่นๆ

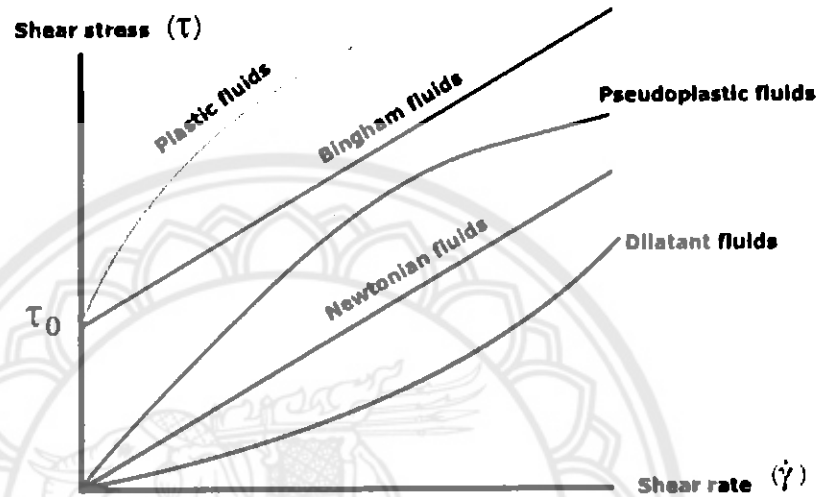
$$\tau = \mu \frac{du}{dx} \quad \dots(2.1)$$

เมื่อ τ คือ ความเค้นเฉือน (Pa)

μ คือ ความหนืดของของไหล (Pa.s)

$\frac{du}{dx}$ คือ อัตราเฉือน (s^{-1})

รูปที่ 2.1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนกับอัตราเฉือนของของไหลนิวทอนเนียนที่แสดงความสัมพันธ์เป็นเส้นตรงผ่านจุด (0,0) กับของไหลนอนิวทอนเนียนที่ไม่เป็นไปตามกฎของนิวตันที่ว่าความหนืดมีค่าคงที่ที่อุณหภูมิหนึ่งๆ โดยของไหลนอนิวทอนเนียนสามารถแบ่งได้เป็น 2 ชนิดใหญ่ได้แก่



รูปที่ 2.1 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือน (τ) กับอัตราเฉือน ($\dot{\gamma}$) ของของไหลประเภทต่างๆ [2]

1. ของไหลที่ไม่ขึ้นกับเวลา

ค่าความหนืดของของไหลพวกนี้จะขึ้นอยู่กับความเค้นเฉือนและอัตราเฉือน แต่จะไม่ขึ้นอยู่กับระยะเวลาที่ของไหลได้รับความเค้นเฉือนแต่อย่างใดได้แก่

1.1 ของไหลซูโดพลาสติก (Pseudoplastic Fluids)

เป็นของไหลที่มีค่าความหนืดลดลงเมื่อความเค้นเฉือนเพิ่มสูงขึ้น ซึ่งของไหลนอนิวทอนเนียนโดยมากมักจะไหลในลักษณะนี้ นอกจากนี้ลักษณะการไหลประเภทนี้ยังมีชื่อเรียกอื่นๆว่า Shear-Thinning และ Power Law ตัวอย่างทั่วไปของของไหลประเภทนี้ได้แก่ นม, มายองเนส, มัสตาด รวมถึงเลือด

1.2 ของไหลไตลาแทนต์ (Dilatant Fluids)

เป็นของไหลที่มีค่าความหนืดเพิ่มขึ้นเมื่อความเค้นเฉือนเพิ่มสูงขึ้น ลักษณะของการไหลประเภทนี้พบเห็นได้ยากกว่าประเภทซูโดพลาสติก ของไหลไตลาแทนต์จะพบเห็นได้ในของไหลหรืออาหารลักษณะมีตะกอนของแข็งนอนกัน ยกตัวอย่างเช่น น้ำแป้งข้าวโพด นอกจากนี้ลักษณะของไหลไตลาแทนต์ยังเรียกอีกอย่างได้ว่าลักษณะการไหลแบบ Shear-Thickening

1.3 ของไหลพลาสติก (Plastic fluids) และของไหลบิงแฮม (Bingham fluid)

fluid)

ของไหลประเภทนี้ ที่ค่าความเค้นเฉือนมีค่าต่ำๆจะไม่มี การเคลื่อนที่แต่อย่างใด จนกระทั่งค่าความเค้นเฉือนเพิ่มขึ้นถึงค่า τ_0 ซึ่งเรียกจุดที่ความเค้นเฉือนมีผลทำให้ของไหลเกิดการเคลื่อนที่นี้ว่า Yield stress ในของไหลบิงแฮม (Bingham fluids) เมื่อออกความเค้นเฉือนจนถึงจุด Yield stress หลังจากนั้นของไหลจะมีพฤติกรรมเหมือนของไหลนิวทอนเนียน ตัวอย่างของของไหลที่มีพฤติกรรมแบบนี้ได้แก่ ซอสมะเขือเทศ ส่วนของไหลพลาสติกนั้นเมื่อออกแรงจนถึงจุด Yield stress ของไหลก็จะมีพฤติกรรมการไหลคล้ายกับของไหล Pseudoplastic

2. ของไหลที่ขึ้นกับเวลา

ค่าความหนืดของของไหลพวกนี้นอกจากจะขึ้นอยู่กับค่า ความเค้นเฉือนและ อัตราเฉือนแล้วยังขึ้นอยู่กับระยะเวลาที่ของไหลได้รับความเค้นเฉือน ได้แก่

2.1 ของไหลไรโซทรอปิก (Thixotropic Fluids)

เป็นของไหลที่มีความหนืดลดลงตามระยะเวลาที่ให้ความเค้นเฉือนอย่างต่อเนื่องลักษณะการไหลประเภทนี้พบน้อย แต่ก็พบบ้างในวัสดุประเภทน้ำหมึกสำหรับเครื่องพิมพ์ขนาดใหญ่

2.2 ของไหลรีโอเพคซิก (Rheopepic Fluids)

เป็นของไหลที่มีความหนืดจะเพิ่มขึ้นตามระยะเวลา ที่ให้ความเค้นเฉือนอย่างต่อเนื่องลักษณะการไหลแบบรีโอเพคซิกนี้ค่อนข้างจะพบได้ยาก

2.1.2 สมการที่เกี่ยวข้อง

สมการที่เกี่ยวข้องกับการไหลของเลือดนั้นประกอบไปด้วยสมการอนุรักษ์มวลหรือสมการความต่อเนื่อง (Continuity Equation) และสมการอนุรักษ์โมเมนตัม โดยในงานวิจัยนี้เรากำหนดให้เลือดประพฤติตนตามแบบจำลอง Carreau-Yasuda ภายใต้สมมติฐานของการไหลแบบ Pulsatile ผ่าน Bifurcation ซึ่งเป็นการไหลแบบสามมิติ และเป็นแบบราบเรียบ (Laminar) แสดงดังต่อไปนี้

Conservation Laws:

Continuity

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \dots(2.2)$$

Momentum

$$\rho(\vec{U} \cdot \nabla)\vec{U} = -\nabla p + \nabla \cdot \mu(\nabla\vec{U} + (\nabla\vec{U})^T) \quad \dots(2.3)$$

Carreau-Yasuda:

$$\mu = \mu_{\infty} + (\mu_0 - \mu_{\infty}) \left[1 + \left(\lambda \frac{dU}{dX} \right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \quad \dots(2.4)$$

เมื่อ μ คือ ความหนืดเชิงประสิทธิผล (Pa.s)

μ_0 คือ ความหนืดเนื่องจากความเค้นเฉือนศูนย์ (Pa.s)

μ_{∞} คือ ความหนืดเนื่องจากความเค้นเฉือนอนันต์ (Pa.s)

λ คือ ค่าคงที่เวลา (s)

n คือ ค่าคงที่แบบจำลอง

X คือ โคออร์ดิเนตบนแกน x, y หรือ z

U คือ องค์ประกอบความเร็ว ได้แก่ u, v, w

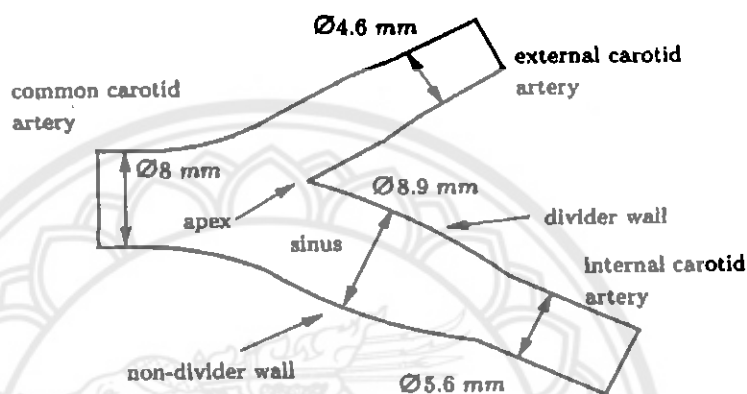
โดยที่ μ จากสมการที่ (2.3) ได้มาจากการคำนวณจากสมการที่ (2.4)

2.2 วารณกรรมปริทัศน์

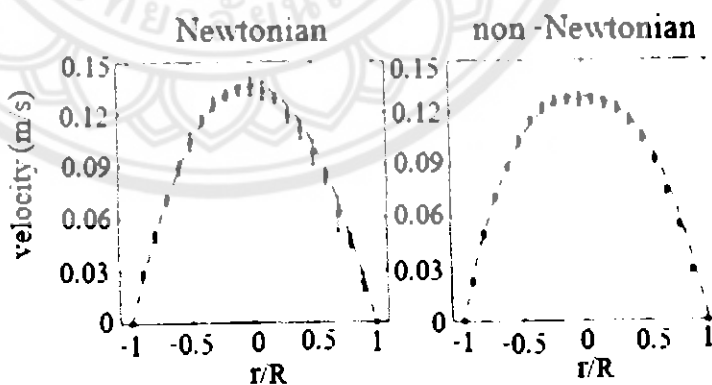
Gijsen และคณะ [3] ศึกษาผลของสมบัตินอนนิวทอเนียนของเลือดสำหรับการไหลในหลอดเลือดแดงที่คอ (Carotid) ขนาดใหญ่โดยกำหนดให้การไหลอยู่ที่สภาวะคงที่ โดยทำการพิจารณาผลของการกระจายความเร็วจากการทดลองโดยใช้ Laser Doppler Anemometry (LDA) วัดการเคลื่อนของสารละลายโพแทสเซียมไทโอไซยาเนต (KSCN) เข้มข้น 71% ใช้สำหรับของไหลนิวทอเนียนและนำมาผสมกับ Xanthan Gum เข้มข้น 250 ppm (KSCN-X) ใช้สำหรับของไหลนอนนิวทอเนียน จากแบบจำลอง (ดังแสดงในรูปที่ 2.2) ซึ่งเส้นเลือดหลักคือ Common Carotid Artery มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 8 mm แล้วแยกออกเป็น 2 ง่าม โดยเส้นเลือด External Carotid Artery มีเส้นผ่านศูนย์กลางเป็น 4.6 mm และบริเวณ Sinus ซึ่งเป็นส่วนที่มีพื้นที่หน้าตัดกว้างที่สุด 8.9 mm แล้วลดลงเป็น 5.6 mm สำหรับ Internal Carotid Artery โดยกำหนดให้เลือดประพฤติตนตามแบบจำลองของ Carreau-Yasuda และใช้ผลทางระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เปรียบเทียบกับแบบจำลองการไหลของนิวทอเนียนผ่านเส้นเลือดหลักโดยแสดงผลในรูปของความเร็วกับระยะในแนวรัศมี (ดังแสดงในรูปที่ 2.3) พบว่าผลการคำนวณสอดคล้องกับการทดลองในทั้งสองแบบจำลอง และเมื่อพิจารณาเปรียบเทียบโปรไฟล์ความเร็วของทั้งสองแบบจำลอง พบความแตกต่างแสดงที่บริเวณกึ่งกลางของท่อ กล่าวคือ แบบจำลองนิวทอเนียนให้โปรไฟล์ความเร็วเป็นรูปพาราโบลา ในขณะที่แบบจำลอง Carreau-Yasuda ให้โปรไฟล์ความเร็วที่มีลักษณะแบนบริเวณกึ่งกลางท่อ

รูปที่ 2.4 แสดงโปรไฟล์ความเร็วและเส้นกระแสในเส้นเลือดแขนงใหญ่ โดยแสดงในระนาบด้านข้าง ($A-A'$) และระนาบด้านบน ($B-B'$) ของ Bifurcation ทั้งสองแบบจำลองพบว่า โปร

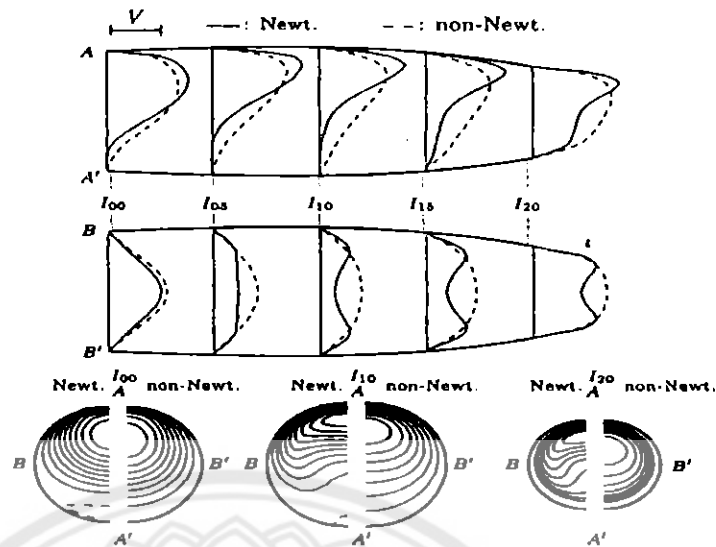
ไฟล์ความเร็วจากแบบจำลอง Carreau-Yasuda (เส้นประ) ให้ค่าต่ำกว่าจากแบบจำลองนิวทอนเนียน (เส้นทึบ) อย่างไรก็ตามโปรไฟล์ความเร็วจากทั้ง 2 แบบจำลอง จุดสูงสุด Skew ไปทาง Divider Wall เมื่อพิจารณาโปรไฟล์ความเร็วจากระนาบ $(B-B')$ พบ Secondary Flow ที่ระยะไกลออกจากจุดแยก (Apex) มีลักษณะเป็นรูปตัว M สำหรับของไหลนิวทอนเนียน



รูปที่ 2.2 รูปร่างจากระนาบของ Carotid Bifurcation [3]



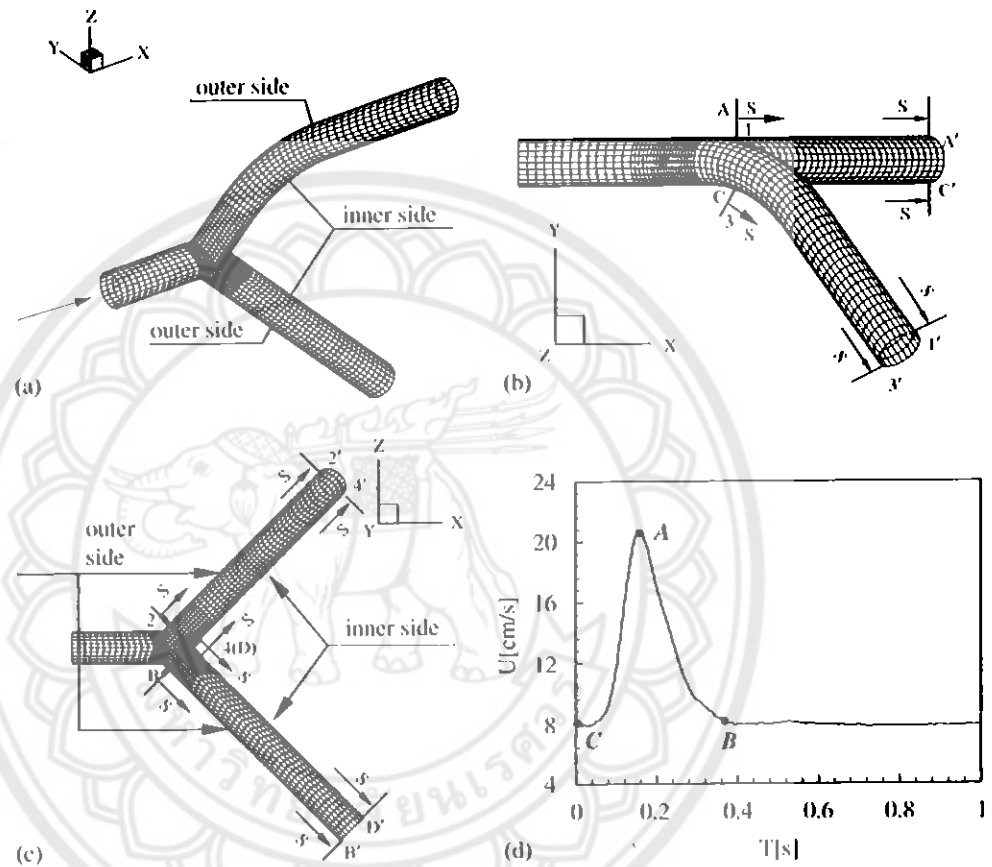
รูปที่ 2.3 โปรไฟล์ความเร็วใน Common Carotid Artery ผลการทดลองแสดงโดยจุดทึบ และผลการคำนวณที่ได้จากระเบียบวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์แสดงโดยเส้นประ [3]



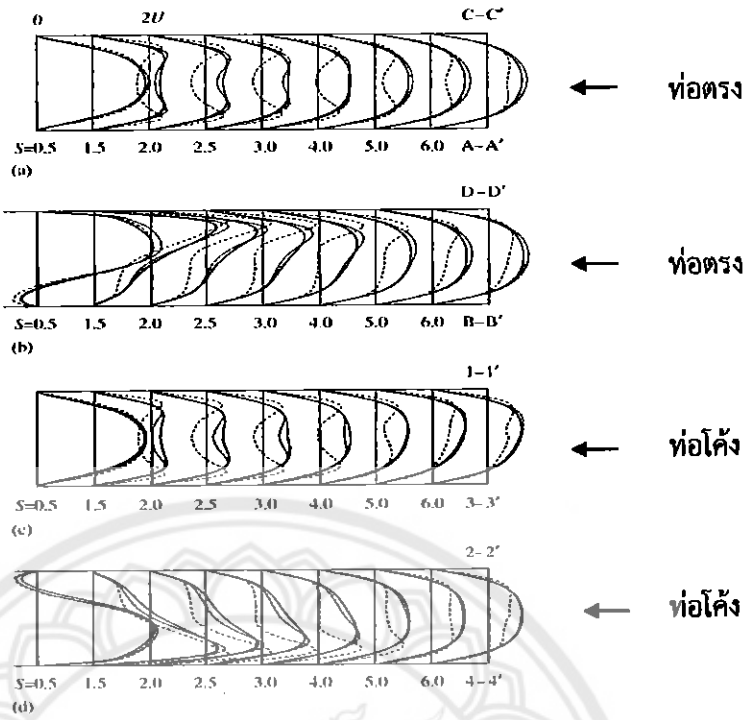
รูปที่ 2.4 การเปรียบเทียบการคำนวณโปรไฟล์ความเร็วระหว่างของไหลนิวตันเนียนกับของไหลอนินิวตันเนียนที่ระนาบ $A-A', B-B'$ [3]

Chen และ Lu [4] ศึกษาผลเชิงตัวเลขของของไหลอนินิวตันเนียนที่การไหลของเลือดแบบ Pulsatile ใน Bifurcation Model ที่แยกออกเป็นท่อตรงและท่อโค้ง (ดังแสดงในรูปที่ 2.5) โดยพิจารณาผลของ ความเค้นเฉือนที่ผนัง (WSS) และโปรไฟล์ความเร็วของของไหลอนินิวตันเนียน เปรียบเทียบกับของไหลนิวตันเนียน และนิวตันเนียนปรับสเกล ซึ่งแต่ละท่อจะมีเส้นผ่านศูนย์กลาง เป็น D ท่อหลักจะมีความยาว $3D$ ท่อตรงและท่อโค้งยาว $8D$ ท่อโค้งจะหักงอทำมุม 45° (ดังรูปที่ 2.5(b)) และทำการคำนวณผลที่จุด Peak Systole (A), Beginning of Diastole (B) และ End of Diastole (C) (ดังแสดงในรูปที่ 2.5(d)) โดยกำหนดให้เลือดประพฤติตนตามแบบจำลอง Carreau-Yasuda และใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แสดงผลในรูปของโปรไฟล์ความเร็วและระยะทาง (ดังแสดงในรูปที่ 2.6) พบว่านิวตันเนียนปรับสเกลให้ผลที่ใกล้เคียงกับของไหลอนินิวตันเนียน ที่ Peak Systole ท่อตรงและท่อโค้งของระนาบ Bending มีโปรไฟล์ความเร็วเป็นลักษณะรูปตัว M สำหรับของไหลนิวตันเนียน ส่วนท่อตรงและท่อโค้งของระนาบ Bifurcation โปรไฟล์ความเร็ว Skew ไปทางผนังด้านใน ($4-4', D-D'$) และมีลักษณะแบบแบนที่ระยะ $S = 5$ (ดังแสดงในรูปที่ 2.6) สำหรับของไหลอนินิวตันเนียน ผลของ WSS (ดังแสดงในรูปที่ 2.7) พบว่าที่ End of Diastole ของผนัง

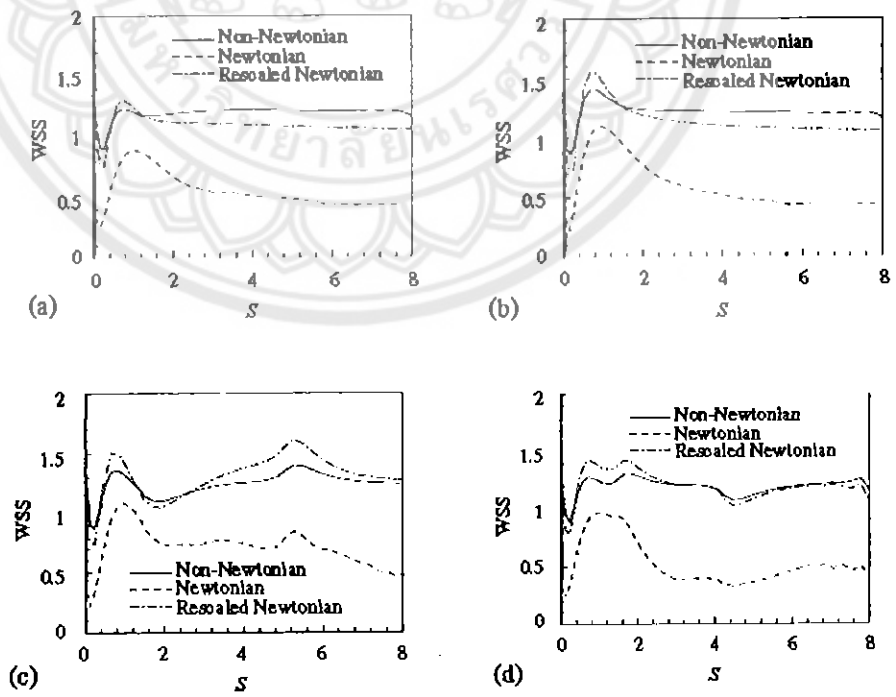
ด้านในท่อโค้ง 3-3' (ดังแสดงในรูปที่ 2.7(d)) มีค่าลดลง 10-15% เมื่อเปรียบเทียบกับท่อตรง C-C' (ดังแสดงในรูปที่ 2.7(b)) และที่ผนังด้านนอกของท่อโค้ง 1-1' (ดังแสดงในรูปที่ 2.7(c)) จะมีค่าเพิ่มขึ้น 10-15% เมื่อเปรียบเทียบกับท่อตรง A-A' (ดังแสดงในรูปที่ 2.7(a))



รูปที่ 2.5 รูปร่างสามมิติของ Bifurcation Model (a) มุมมองภาพรวม (b) มุมมองด้านข้างในแนวแกน Z (c) มุมมองด้านบนในแนวแกน Y (d) ความเร็วเฉลี่ยที่ Pulse Cycle [4]

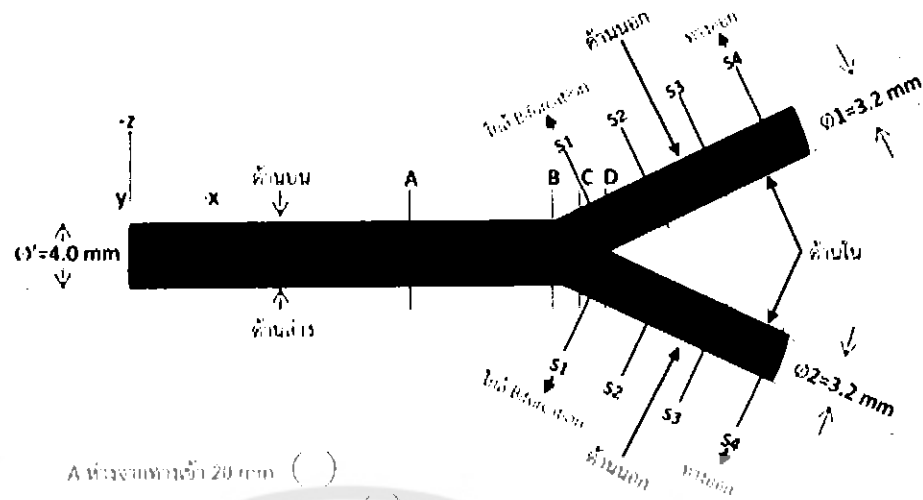


รูปที่ 2.6 โปรไฟล์ความเร็วในระนาบ Bending (a, c) และระนาบ Bifurcation (b, d) ที่ Peak Systole ของไหลอนิวทอนเนียนแสดงโดยเส้นทึบ ของไหลนิวทอนเนียนแสดงโดยเส้นปะ และนิวทอนเนียนปรับสเกลแสดงโดยเส้นประ-จุด [4]



รูปที่ 2.7 การกระจายของ WSS ที่ End of Diastole ในระนาบ A-A', C-C', 1-1', 3-3' [4]

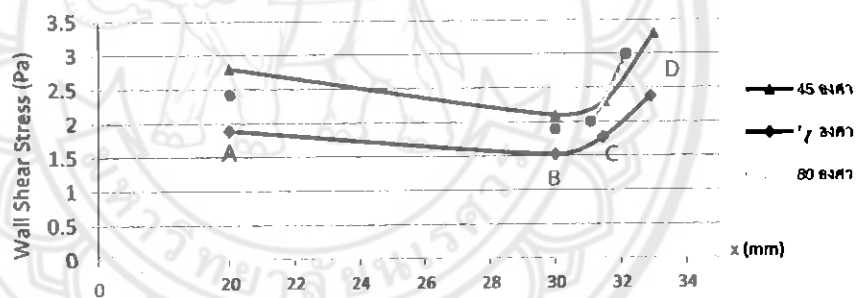
กฤษนันท์ พันภูวงษ์ และ กิตติพงศ์ มีสนุ่น [1] ศึกษาเชิงตัวเลขของการไหลของเลือดผ่าน หลอดเลือดแยกสองง่ามรูปตัววายที่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของเส้นเลือดหลัก 4 mm เส้นเลือด แขนงเส้นใหญ่ 3.2 mm และเส้นเลือดแขนงเส้นเล็ก 3.1 mm (ดังแสดงในรูปที่ 2.8) โดยศึกษา ผลกระทบของมุมบริเวณทางแยก (Bifurcation) ที่ 45° , 50° และ 80° โดยแสดงผลในรูปของความ แค้นเฉือนที่ผนัง (Wall Shear Stress, WSS) และการกระจายความเร็วในรูปของเวกเตอร์ความเร็ว พบว่าบริเวณ Junction ค่าของ WSS มีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกันในทุกมุม กล่าวคือ มีค่าลดลง เมื่อเริ่มเข้าสู่ Junction และเพิ่มมากขึ้นที่ใน Junction และปลายยอด Junction ตามลำดับ (ดัง แสดงในรูปที่ 2.9) ที่เส้นเลือดแขนง WSS มีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกันทั้งสองเส้น โดยที่มุม 45° และ 50° องศาให้เส้นกราฟที่มีลักษณะที่คล้ายกัน กล่าวคือ มีลักษณะคล้ายเส้นตรง แต่ในกรณีมุม 80° องศา นั้นต่างออกไปโดยให้เส้นกราฟในลักษณะคล้ายกับพาราโบลา (ดังแสดงในรูปที่ 2.10) นั้นเป็น เพราะผลเนื่องจากองค์ประกอบของแรงโน้มถ่วง สำหรับผลของเวกเตอร์ความเร็วนั้นแสดงจากหน้า ตัดขวางของแบบจำลองสามมิติซึ่งมีพฤติกรรมเหมือนกันในทุกมุมกล่าวคือ ก่อนไหลเข้าสู่ Junction มีการหมุนวนเข้าสู่ศูนย์กลาง เมื่อเริ่มเข้าสู่ Junction เริ่มมีการแบ่งทิศทางการไหลออกเป็น สองทิศทางไปตามเส้นเลือดแขนงทั้งสองเส้น ที่ Junction เลือดแบ่งทิศทางการไหลอย่างชัดเจน และ จากปลายยอดของ Junction เป็นต้นไปจนถึงการไหลหมุนวนจากผนังด้านในไปสู่ผนังด้านนอก



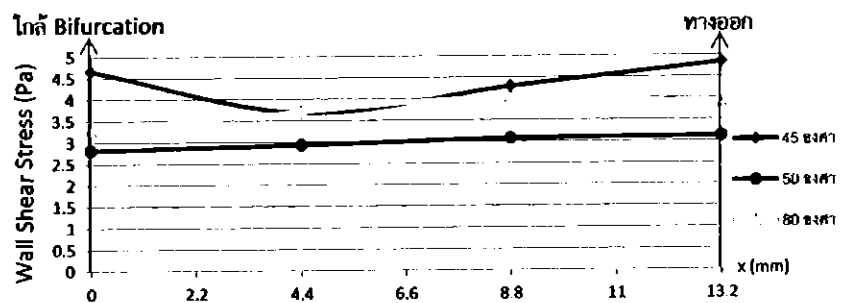
- A ห่างจากพาดเข้า 20 มม. ()
- B ห่างจากพาดเข้า 30 มม. ()
- C ห่างจากพาดเข้า เส้นผ่าศูนย์กลาง 45, 50, และ 80 องศา คือ 31.5, 31.45 และ 31.075 มม. ตามลำดับ ()
- D ห่างจากพาดเข้า เส้นผ่าศูนย์กลาง 45, 50, และ 80 องศา คือ 33, 32.9 และ 32.15 มม. ตามลำดับ ()

รูปที่ 2.8 แบบจำลองของหลอดเลือดแยกสองง่ามและรายละเอียดการกำหนดเงื่อนไขค่าต่างๆ เพื่อใช้

ในการวิเคราะห์ความเค้นเฉือนที่ผนัง [1]

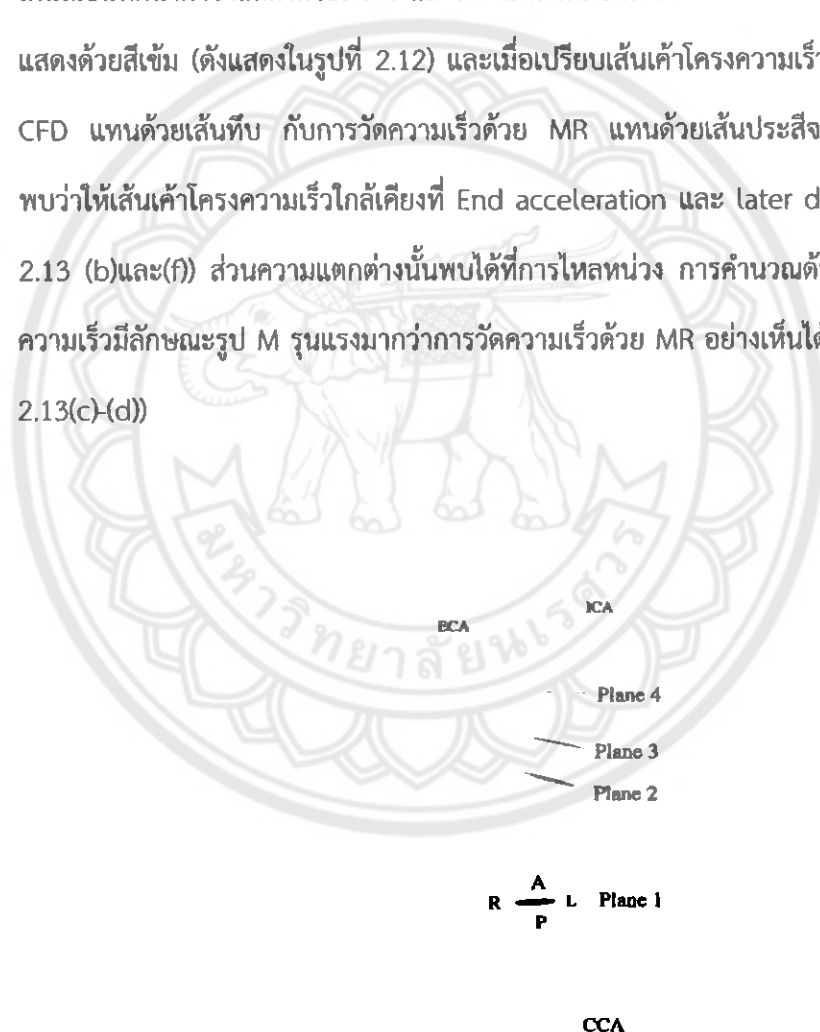


รูปที่ 2.9 ความเค้นเฉือนที่ผนังบริเวณ Bifurcation ที่มุมต่างๆ [1]

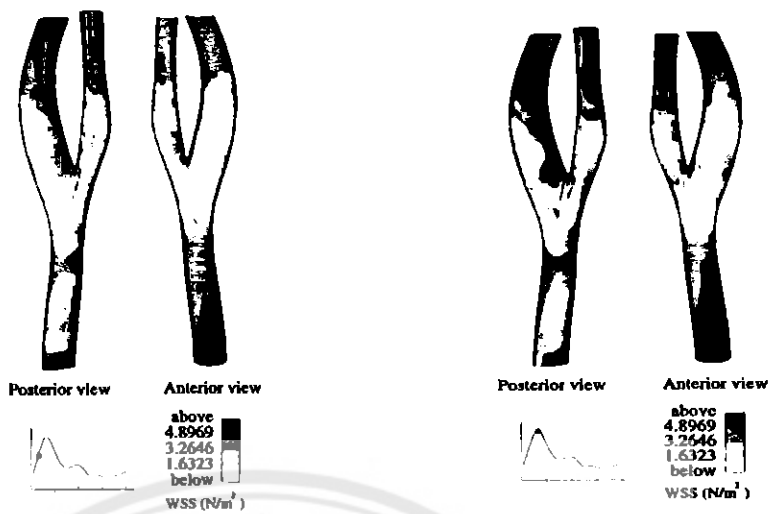


รูปที่ 2.10 ความเค้นเฉือนที่ผนังของเส้นเลือดแขนงใหญ่ที่มุม Bifurcation ต่างๆ [1]

Long และคณะ [5] ได้ศึกษาผลของรูปแบบการไหลแบบ Pulsatile ในของหลอดเลือดแยกสองข้างที่คอ โดยพิจารณาผลของการกระจายความเค้นเฉือนที่ผนังและโปรไฟล์ความเร็วจาก Magnetic Resonance Imaging (MRI) และการคำนวณทาง Computational Fluid Dynamics (CFD) ซึ่งการไหลผ่านหลอดเลือดแบ่งหน้าตัดการไหลที่ Internal Carotid Artery (ICA) เป็น 4 ระบายและมุมมองการไหลเป็น 4 มุมมอง ได้แก่ ด้านซ้าย (L), ด้านขวา (R), ด้านหน้า (A), และด้านหลัง (P) (ดังแสดงในรูปที่ 2.11) พบว่าที่บริเวณด้านหน้าของหลอดเลือดระบาย 2 และ 3 มีความเค้นเฉือนที่ผนังต่ำซึ่งแสดงด้วยสีจาง และที่ด้านหลังหลอดเลือดระบาย 1 พบความเค้นเฉือนที่ผนังสูงแสดงด้วยสีเข้ม (ดังแสดงในรูปที่ 2.12) และเมื่อเปรียบเทียบเส้นเคาโครงความเร็วระหว่างการคำนวณด้วย CFD แทนด้วยเส้นทึบ กับการวัดความเร็วด้วย MR แทนด้วยเส้นประสีจางที่หลอดเลือดหลักที่คอ พบว่าให้เส้นเคาโครงความเร็วใกล้เคียงที่ End acceleration และ later diastole (ดังแสดงในรูปที่ 2.13 (b) และ (f)) ส่วนความแตกต่างนั้นพบได้จากการไหลทวน การคำนวณด้วย CFD ให้เส้นเคาโครงความเร็วมีลักษณะรูป M รุนแรงมากกว่าการวัดความเร็วด้วย MR อย่างเห็นได้ชัดเจน (ดังแสดงในรูปที่ 2.13(c)-(d))

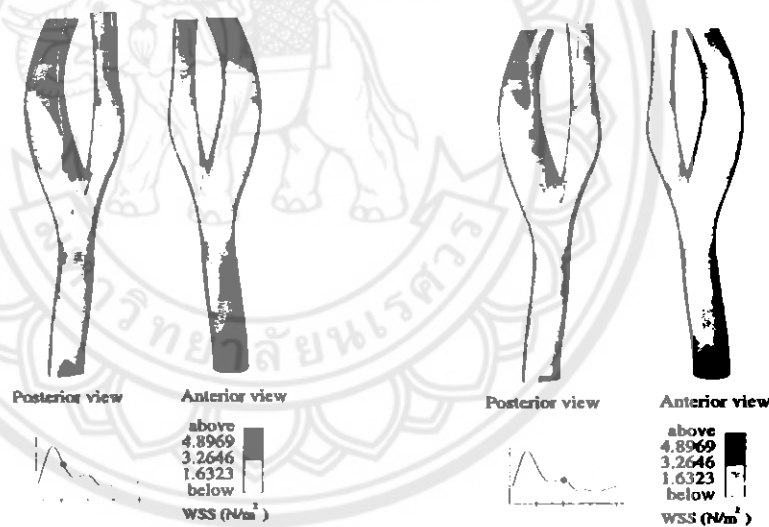


รูปที่ 2.11 ระบายและมุมมองของหลอดเลือดแยกสองข้างที่คอ (Carotid) [5]



(a) mid-way acceleration

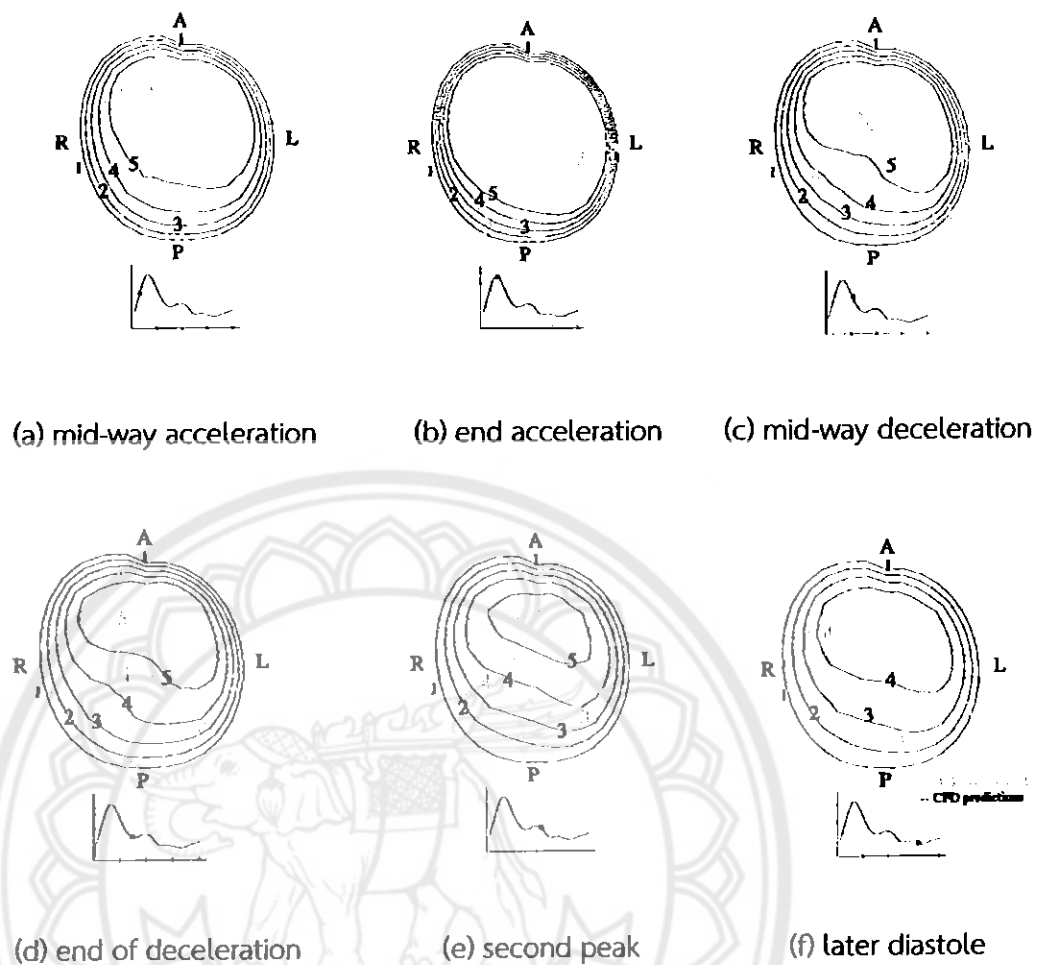
(b) peak systole



(c) mid-way deceleration

(d) diastole

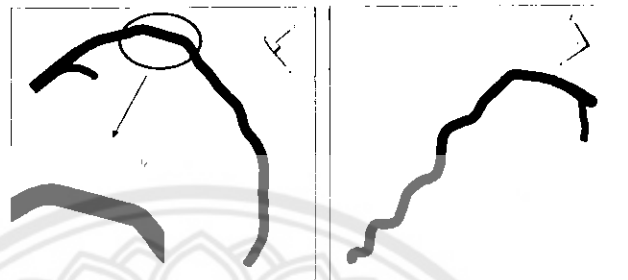
รูปที่ 2.12 ความเค้นเฉือนที่ผนังในหลอดเลือดแยกสองง่ามที่คอในระหว่างรอบการเต้นของหัวใจ [5]



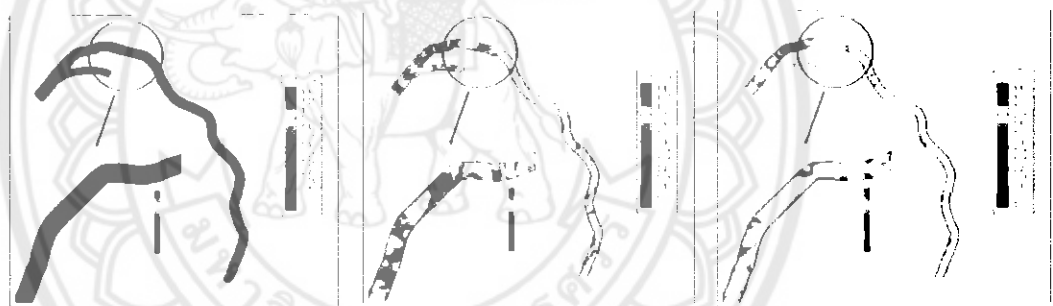
รูปที่ 2.13 การเปรียบเทียบเส้นเค้าโครงความเร็วระหว่างการคำนวณด้วย CFD แสดงด้วย เส้น ทึบ และการวัดด้วย MR แสดงด้วยเส้นประ [5]

Nouyrigat และ Szumbariski [6] ได้ศึกษาการจำลองเชิงตัวเลขของหลอดเลือดแยกสองง่ามของหลอดเลือดแดงของหัวใจห้องซ้ายมือ โดยที่หลอดเลือดหลักมีเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 5 mm. ท่อที่ใส่ขดลวดสวนหัวใจ 4 mm. และท่อที่ไม่ได้ใส่ขดลวดเป็น 3 mm. (ดังแสดงในรูปที่ 2.14) พิจารณาผลของการกระจายความเค้นเฉือนที่ผนัง และการกระจายความเร็ว พบว่าที่อัตราการไหลน้อยทำให้เกิดค่าความเค้นเฉือนที่ผนังต่ำ (ดังแสดงในรูปที่ 2.15(a)) ซึ่งค่าความเค้นเฉือนที่ผนังต่ำอย่างถาวรสามารถพบได้บริเวณที่ใส่ขดลวดโดยเฉพาะที่ขอบขดลวด ซึ่งสามปัจจัยหลักที่เป็นสาเหตุของการกลับมาตีบตันได้แก่ ความเสียหายเชิงกลของผนังหลอดเลือดที่เกิดจากสาเหตุของการใส่

ขดลวด ปฏิกริยาระหว่างขดลวดกับส่วนประกอบของเลือด และการกระตุ้นการเติบโตของ Endothelial Cell โดยค่าความเค้นเฉือนที่ผนังต่ำกว่า 1.5 Pa



รูปที่ 2.14 มุมมองของหลอดเลือดซ้ายหลักที่หัวใจที่ใส่ขดลวด



(a) อัตราการไหลน้อย

(b) อัตราการไหลปานกลาง

(c) อัตราการไหลสูง

รูปที่ 2.15 ความเค้นเฉือนที่ผนังที่อัตราการไหลต่างๆ [6]

จากวรรณกรรมปริทัศน์ทั้งสามบทความแรกได้ศึกษาการไหลของเลือดผ่านหลอดเลือดแยกสองง่ามโดยใช้ระเบียบวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์และกำหนดให้เลือดประพฤติตนตามแบบจำลอง Carreau-Yasuda ซึ่งให้ผลเป็นที่ยอมรับและสอดคล้องกัน แล้วแสดงผลในรูปของความเค้นเฉือนที่ผนังและสนามความเร็ว ซึ่ง Gijsen และคณะ [3] ใช้ค่า $Re = 270$ วัดจากทางเข้า สำหรับการไหลที่สถานะคงที่ Chen และ Lu [4] ใช้ค่า $Re = 300$ ที่ Diastole และ 750 ที่ Peak Systole ณุชนันท์ พันภูวงษ์ และ กิตติพงศ์ มีสนุ่น [1] ใช้ค่า $Re = 212$ วัดจากทางเข้า สำหรับการไหลที่สถานะคงที่ และศึกษามุม Bifurcation ที่ต่างกัน

สำหรับ Long และคณะ [5] ศึกษาความเค้นเฉือนที่ผนังและเส้นเค้าโครงความเร็วที่การไหลแบบ Pulsatile โดยใช้การวัดความเร็วจาก Magnetic Resonance Imaging (MRI) เปรียบเทียบกับการคำนวณทาง Computational Fluid Dynamics (CFD) Nouyrigat และ Szumbariski [6] ศึกษาความเค้นเฉือนที่ผนังสำหรับอัตราการไหลต่างๆ ซึ่งในงานวิจัยของเราได้ใช้ระเบียบวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์ แบบจำลอง Carreau-Yasuda โดยกำหนดมุม Bifurcation ที่ 45° และศึกษาเพิ่มเติมในส่วนของตัวแปรไร้หน่วยในรูปของสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ผิวของของไหลนิวทอนเนียน เปรียบเทียบกับของไหลอนิวทอนเนียนที่การไหลแบบ Pulsatile



บทที่ 3

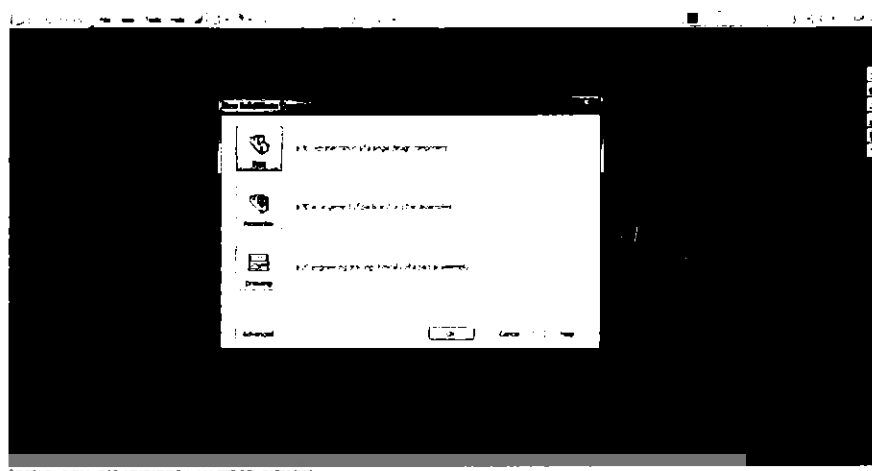
ระเบียบวิธีวิจัย

บทนี้กล่าวถึงระเบียบวิธีวิจัยและรายละเอียดสำหรับการศึกษาเชิงตัวเลขของการไหลของไหลแตกแยกสองง่าม (Bifurcation) ด้วยการใช้ระเบียบวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์โดยซอฟต์แวร์เชิงพาณิชย์ COMSOL ในการคำนวณรูปทรงสามมิติของไหลแตกแยกสองง่าม ซึ่งได้มาจากการเขียนโปรแกรม Solidworks โดยกำหนดให้เลือดประพฤติตนเป็นของไหล Non-Newtonian กล่าวคือ กำหนดให้ความหนืดเปลี่ยนแปลงตามความเค้นเฉือน และเลือกใช้แบบจำลอง Carreau-Yasuda ซึ่งเป็น Pseudo-plastic ชนิดหนึ่งที่เป็นที่นิยมใช้จำลองแบบการไหลของเลือดแบบจำลองหนึ่ง สำหรับการสร้างเมชนั้นเราเลือกใช้เมชรูปทรงปิรามิดสามเหลี่ยมไร้ระเบียบ แล้วทำการแก้สมการเพื่อให้ได้คำตอบสุดท้ายเป็นความเค้นเฉือนที่ผนังหลอดเลือด (Wall Shear Stress, WSS) และสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานผิว (Skin Friction Coefficient, C_f)

3.1 ขั้นตอนการสร้างแบบจำลองสามมิติของไหลแตกแยกสองง่าม

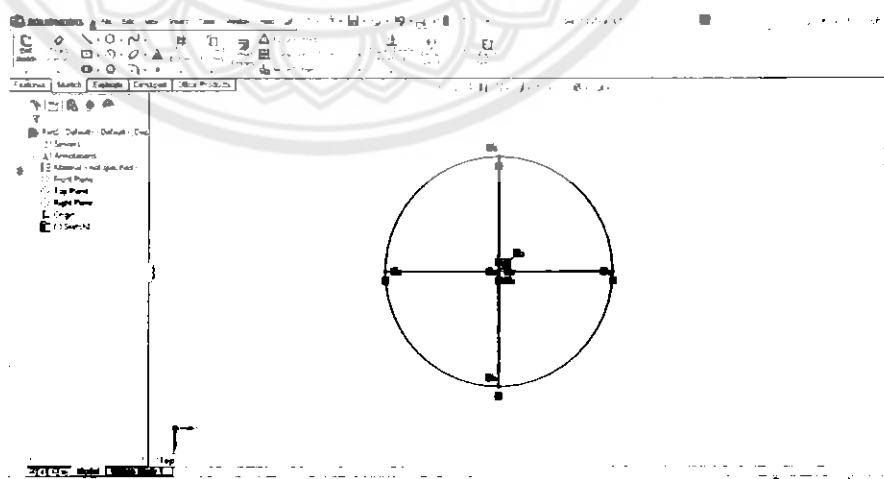
หัวข้อนี้แสดงขั้นตอนการเขียนแบบจำลองของไหลแตกแยกสองง่าม (Bifurcation) โดยใช้โปรแกรม Solidworks ดังนี้

1. เปิดโปรแกรม SolidWorks ขึ้นมาหลังจากนั้นเลือกที่เมนู File เลือกคำสั่ง New จะมีหน้าต่างปรากฏขึ้นมาเพื่อให้เลือกประเภทของการเขียนชิ้นงาน เลือกที่คำสั่ง Part (เขียนชิ้นงานเป็นชิ้นงานเดียว) แล้วกด OK



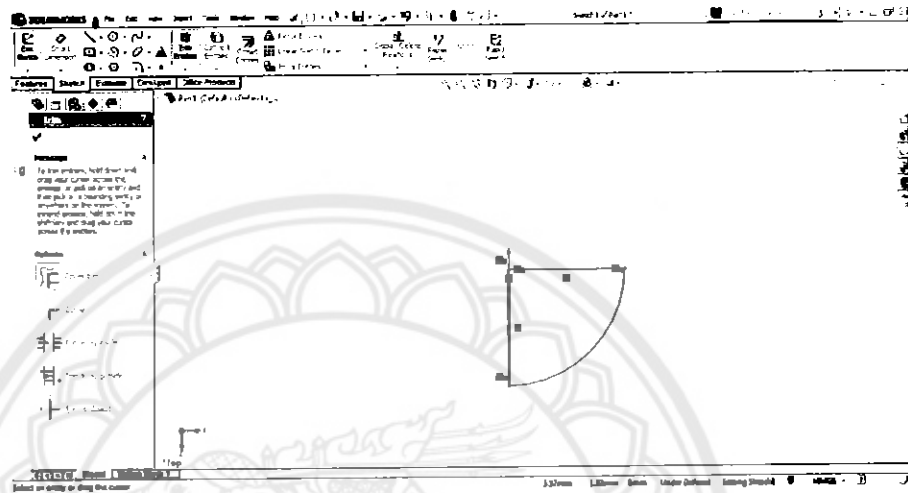
รูปที่ 3.1 การเตรียมพื้นที่เพื่อใช้ในการวาดรูป

2.เราจะเริ่มจากการวาด Junction เสียก่อนแล้วจึงวาดท่อ 3 ท่อมาเชื่อมต่อกับ Junction โดยเริ่มจากเลือกตำแหน่งการมองภาพในที่นี้เราเลือกที่ระนาบบน Top plane เพราะเมื่อ Import เข้าสู่โปรแกรม COMSOL แล้วโปรแกรมจะแสดงรูปร่างของแบบจำลองได้อย่างชัดเจน จากนั้นวาด วงกลมขนาดรัศมี 2 mm แล้ววาดเส้นรัศมียาว 2 mm สองเส้นในแนวแกน x และแกน z โดยใช้ คำสั่งวาดวงกลมและคำสั่งวาดเส้นตรงจาก Toolbar



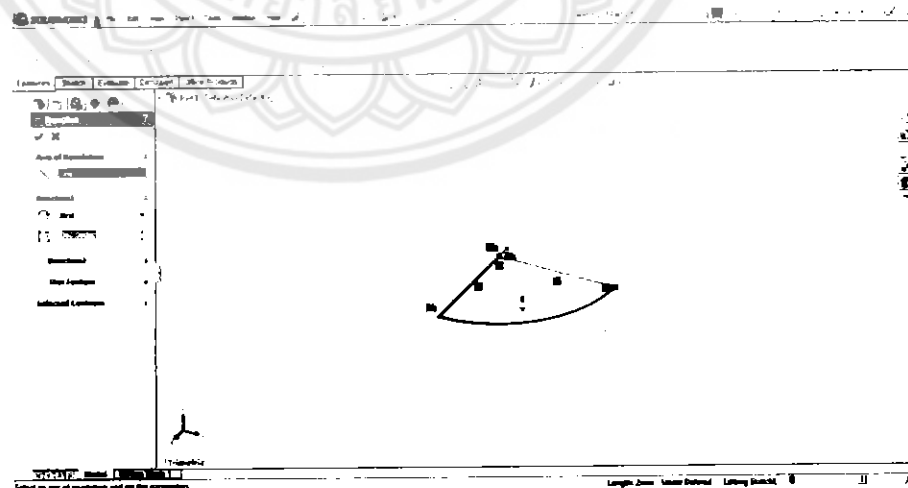
รูปที่ 3.2 การวาดชิ้นส่วนวงกลมพร้อมรัศมี

3. ตัดส่วนของวงกลมออกให้เหลือเพียง $\frac{1}{4}$ ของวงกลมเท่านั้นเพื่อใช้หมุนขึ้นรูปครึ่งทรงกลม โดยใช้คำสั่ง Trim Entities บน Toolbar เพื่อให้จากนั้นใช้คำสั่ง Center Line วาดเส้น Center Line ในแนวแกน x ที่จุดศูนย์กลางของวงกลม



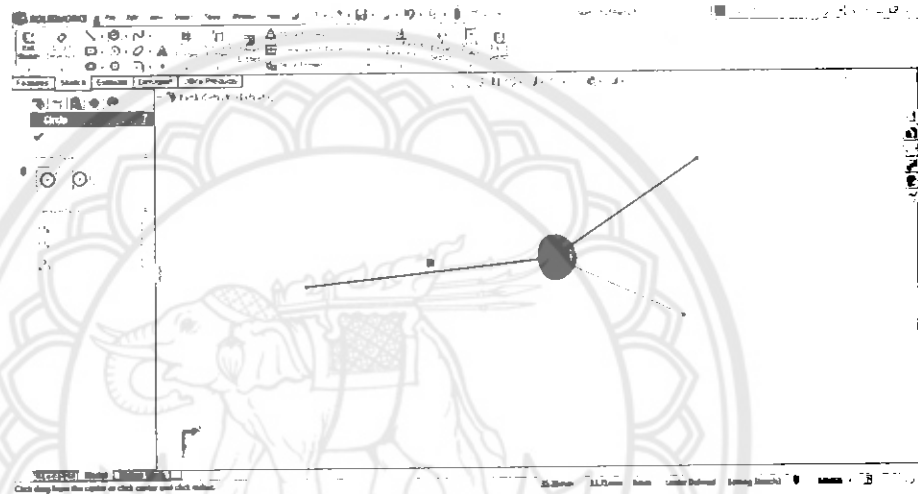
รูปที่ 3.3 ตัดชิ้นส่วนของวงกลมให้เหลือเพียง $\frac{1}{4}$

4. ลากเส้น Centerline ในแนวแกน x โดยใช้คำสั่ง Revolved เพื่อหมุนกวาดรอบแกนกลาง จะได้รูปทรงกลมผ่าครึ่ง



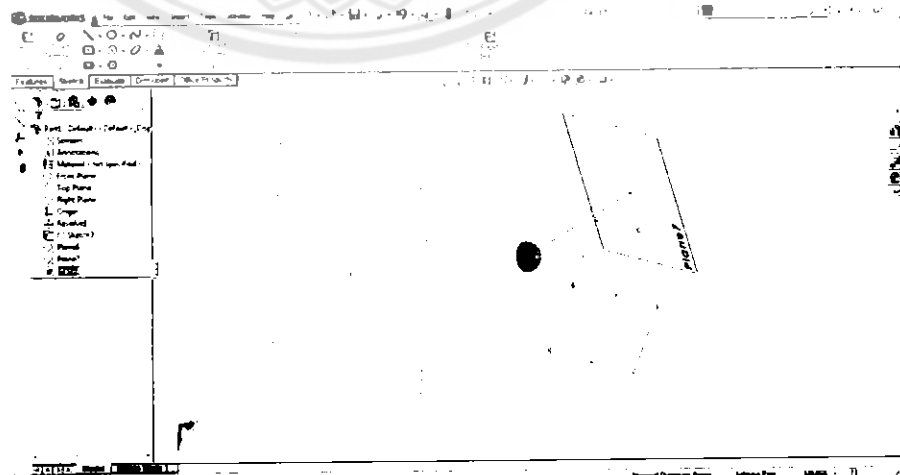
รูปที่ 3.4 การสร้างรูปครึ่งทรงกลม

5. ลากเส้นแกนของหลอดเลือดจำลองเลือดทั้ง 3 แกนของเส้นเลือด เส้นทั้งสามคือแกนกลางของท่อหลัก ท่อแขนงเส้นใหญ่ และท่อแขนงเส้นเล็กของเส้นเลือด โดยที่การทำมุม (α) ระหว่างหลอดเลือดแขนงทั้งสองสามารถกระทำได้โดยเลือกที่แกนของเส้นเลือดแขนงจากนั้นก็ใส่ขนาดมุมของแกนที่ทำกับแกน x เพื่อให้ได้ขนาดของมุมระหว่างเส้นเลือดแขนงทั้งสองได้ค่าตามที่ต้องการ พร้อมกับใส่ความยาวของแต่ละแกนโดยกำหนดความยาวของแกนเส้นเลือดหลักเป็น 30 mm แกนเส้นเลือดแขนงเส้นใหญ่ยาว 19 mm และแกนเส้นเลือดแขนงเส้นเล็กยาว 17 mm



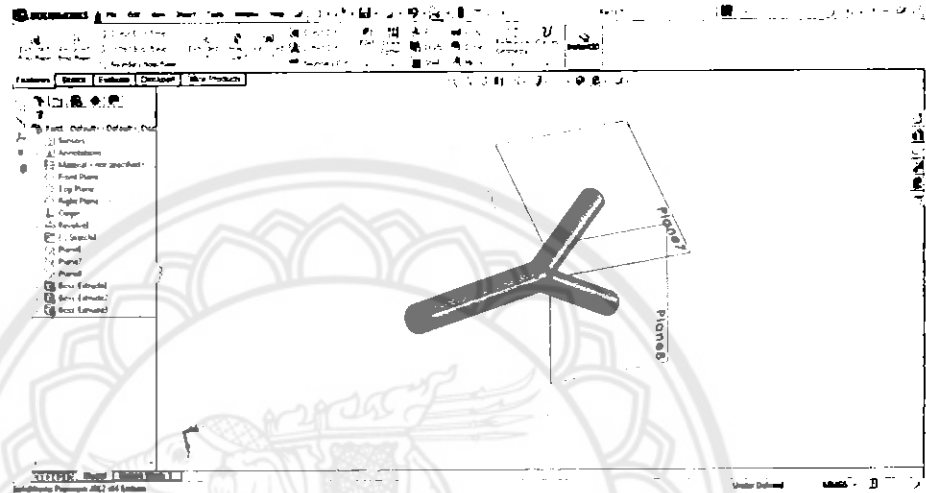
รูปที่ 3.5 การสร้างแกนเส้นเลือด

6. ใช้คำสั่ง Plane เพื่อสร้างระนาบสำหรับวาดวงกลมที่ปลายแกนทั้ง 3 แกน เพื่อกำหนดเส้นผ่าศูนย์กลางสำหรับแต่ละท่อ



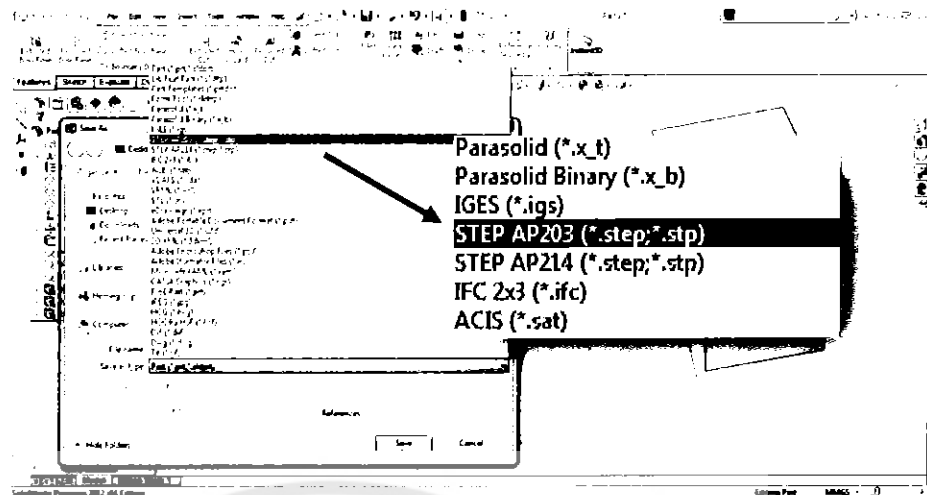
รูปที่ 3.6 การสร้างระนาบตั้งฉากแนวแกนเส้นเลือด

7. วาดวงกลมตามขนาดของเส้นผ่านศูนย์กลางของเส้นเลือดแต่ละเส้นลงบนระนาบทั้ง 3 โดยการออกจากคำสั่ง Sketch แล้วเลือก Plane ที่จะวาด จากนั้นวาดวงกลมลงบนระนาบที่จุดปลายของแกนของเส้นเลือดทั้งสามเส้น



รูปที่ 3.7 แบบจำลองของหลอดเลือดที่เสร็จสมบูรณ์

8. เพิ่มมิติให้วงกลม โดยการเลือกที่วงกลมแต่ละวงแล้วใช้คำสั่ง Extruded boss/base เพื่อให้กลายเป็นท่อตันยาว (ท่อที่ไม่มีช่องว่างภายในท่อ) เพราะเมื่อ Import เข้าสู่โปรแกรม COMSOL แล้วชิ้นงานซึ่งเป็นทรงตันนั้นจะถูกกำหนดให้เป็นของไหล ทำให้เราสามารถสร้างเมชในชิ้นงานได้ (สำหรับความหนาของผนังท่อนั้นเราไม่ได้กำหนดเพราะไม่มีผลกับการคำนวณเนื่องจากเรากำหนดคุณสมบัติที่ผนังหลอดเลือดให้ไม่มีการสั่นไหวแล้ว)



รูปที่ 3.8 การบันทึกข้อมูลในรูปแบบ File STEP AP203

3.2 การ Import file เข้า COMSOL และการสร้างตาเมช (Mesh)

ในหัวข้อนี้จะอธิบายการนำแบบจำลองที่เราได้เขียนจากหัวข้อที่ 3.1 Import เข้าสู่โปรแกรม COMSOL และการสร้างเมช

3.2.1 เปิดโปรแกรม COMSOL จากนั้นเลือก 3D ที่คำสั่ง Select Space Dimension โดยเลือกคุณสมบัติทางกายภาพเป็นการไหลของของไหล (Fluid Flow) และเลือกคำสั่ง Single-Phase Flow เนื่องจากเป็นการไหลของของไหลชนิดเดียวและเลือกเป็นการไหลแบบลามินาร์ (Laminar Flow) เนื่องจากเป็นสภาพการไหลภายในหลอดเลือดที่มีค่า Reynolds Number ต่ำ จากนั้นเลือกคำสั่ง Stationary เพราะในการศึกษานี้เป็นการไหลที่ไม่ขึ้นกับเวลา

3.2.2 การ Import File ทำได้โดยเลือกคำสั่ง Geometry เพื่อ Import File แล้วเลือกหน่วยของความยาวและมุม จากนั้นเลือกไฟล์ที่ต้องการ

3.2.3 การสร้างเมชเริ่มจากเลือกรูปร่างเมชเป็นแบบ Free Tetrahedral จากนั้นเลือกคำสั่ง Size เพื่อเลือกขนาดของเมชและเลือก Extremely Fine คือรูปแบบเมชละเอียดอย่างยิ่งเพื่อให้ได้ค่าความถูกต้องสูงสุด ซึ่งมีค่าจำนวนเมชเท่ากับ 93468 เมช ปริมาตรของหลอดเลือดเท่ากับ

634.3 mm^3 และให้ค่าความหนาแน่นเมฆเท่ากับ 147.36 เมฆ/ mm^3 จากนั้นเลือกคำสั่ง Build All แล้วจะได้รูปที่ 3.9



รูปที่ 3.9 การสร้างเมฆในโดเมนการคำนวณ

3.3 Governing Equations

สมการที่เกี่ยวข้องกับการไหลของเลือดนั้นประกอบไปด้วยสมการอนุรักษ์มวลหรือสมการความต่อเนื่อง (Continuity Equation) และสมการอนุรักษ์โมเมนตัม โดยในงานวิจัยนี้เราสมมติฐานให้เลือดเป็นของไหลอัดตัวไม่ได้และประพฤติตนตามแบบจำลอง Carreau-Yasuda ภายใต้สมมติฐานที่การไหลแบบตามจังหวะชีพจร (Pulsatile) ผ่าน Bifurcation เป็นการไหลสามมิติ และเป็นแบบราบเรียบ (Laminar) แสดงดังต่อไปนี้

Conservation Laws

Continuity

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \dots(3.1)$$

Momentum

$$\rho\left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 u}{\partial^2 y} + \frac{\partial^2 u}{\partial^2 z}\right) \quad \dots(3.2)$$

$$\rho\left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 v}{\partial^2 y} + \frac{\partial^2 v}{\partial^2 z}\right) \quad \dots(3.3)$$

$$\rho\left(\mu \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 w}{\partial^2 y} + \frac{\partial^2 w}{\partial^2 z}\right) \quad \dots(3.4)$$

โดยที่ค่า μ ในสมการที่ (3.2)-(3.4) สำหรับเลือดนั้นได้มาจากแบบจำลอง Carreau-Yasuda ในสมการที่ (3.5)-(3.7) ข้างล่าง และสำหรับน้ำและอากาศซึ่งเป็นของไหลนิวทอนเนียน เราใช้ค่า μ ที่อุณหภูมิร่างกาย 37C°

Carreau-Yasuda (สำหรับเลือด)

$$\mu = \mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty) \left[1 + \left(\lambda \frac{du}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \quad \dots(3.5)$$

$$\mu = \mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty) \left[1 + \left(\lambda \frac{dv}{dy} \right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \quad \dots(3.6)$$

$$\mu = \mu_{\infty} + (\mu_0 - \mu_{\infty}) \left[1 + \left(\lambda \frac{dw}{dz} \right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \quad \dots(3.7)$$

เมื่อ u คือ ความเร็วแนวแกน x

v คือ ความเร็วแนวแกน y

w คือ ความเร็วแนวแกน z

μ คือ ความหนืดเชิงประสิทธิผล (Pa-s)

μ_0 คือ ความหนืดเนื่องจากความเค้นเฉือนศูนย์ (Pa-s) มีค่าเท่ากับ 0.022 Pa-s

μ_{∞} คือ ความหนืดเนื่องจากความเค้นเฉือนอนันต์ (Pa-s) มีค่าเท่ากับ 0.0022 Pa-s

λ คือ Relaxation time (s) มีค่าเท่ากับ 0.110 s

n คือ Power Index มีค่าเท่ากับ 0.392

3.4 ค่าเริ่มต้นและสภาวะขอบเขต

ตารางที่ 3.1 แสดงสมบัติต่างๆ ของของไหลที่ใช้ในการคำนวณ ซึ่งได้แก่ เลือด น้ำ และอากาศ โดยที่สมบัติต่างๆ ของของไหลทั้ง 3 ชนิดหาที่อุณหภูมิ 37 °C ซึ่งเป็นอุณหภูมิเฉลี่ยของร่างกายมนุษย์ ได้แก่ ความหนาแน่น ความหนืด ความเร็วเริ่มต้นของการไหลที่ Systole (จุด A) และความเร็วเริ่มต้นของการไหลสำหรับ Beginning of Diastole และ End of Diastole (จุด B และ C ตามลำดับ) โดยค่าความเร็วเริ่มต้นคำนวณได้จากสมการที่ 3.8

$$U_0 = \frac{\mu Re}{\rho D} \quad \dots(3.8)$$

โดยที่ในการศึกษานี้เราเลือกใช้ $Re = 750$ (จุด A) และ 300 (จุด B และ C) ที่ทางเข้าซึ่งเป็นการไหลผ่านเส้นเลือด Left Anterior Coronary Artery

ตาราง 3.1 ค่าคงที่และสมบัติของเลือด น้ำ และอากาศ ที่ใช้ในการคำนวณ

สมบัติ	หน่วย	ของไหล		
		เลือด	น้ำ	อากาศ
ความหนาแน่น	kg/m^3	1410	993.2	1.1377
ความหนืด	$\text{Pa}\cdot\text{s}$	2.9×10^{-3}	6.996×10^{-4}	1.885×10^{-5}
ความเร็วเริ่มต้นของการไหลที่ A	m/s	0.38564	0.13208	3.1066
ความเร็วเริ่มต้นของการไหลที่ B และ C	m/s	0.15426	0.05283	1.24264

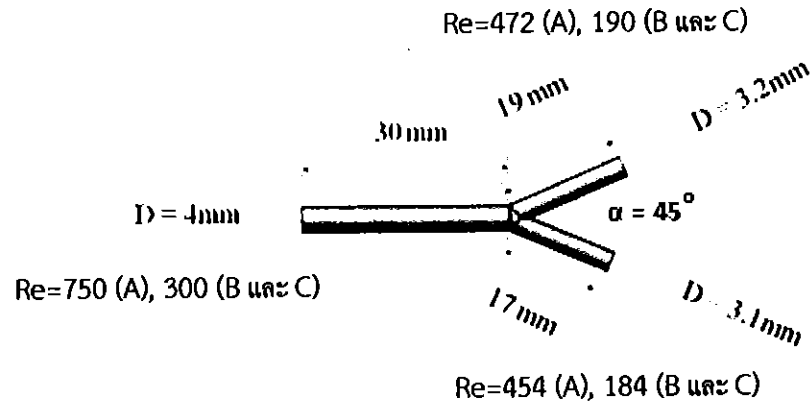
ลักษณะการไหลของเลือดนั้น พิจารณาว่าเลือดไหลจากเส้นเลือดหลักไปยังเส้นเลือดแขนงทั้งสองเส้นโดยมีรายละเอียดการกำหนดเงื่อนไขเริ่มต้นแสดงดังตาราง 3.1 และมีขอบเขตการไหลดังนี้

3.4.1 กำหนดให้หน้าตัดทางเข้าของการไหลมีเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 4 mm และกำหนดให้หน้าตัดต่อแขนง เป็นทางออกของการไหล โดยมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 3.2 และ 3.1 mm ตามลำดับดังแสดงในรูปที่ 3.10

3.4.3 ของไหลที่ใช้ได้แก่ อากาศ น้ำ และแบบจำลองนอนนิวทอนเนียนของเลือด ซึ่งในที่นี้เรากำหนดให้เลือดประพฤติตนตามแบบจำลองของ Carreau-Yasuda

3.4.4 การไหลเป็นแบบตามจังหวะชีพจร (Pulsatile Flow)

3.4.5 ผนังหลอดเลือดแข็งเกร็ง (Rigid Wall) และของไหลที่ชั้นชิดผิวมีความเร็วเป็นศูนย์ (no-slip)



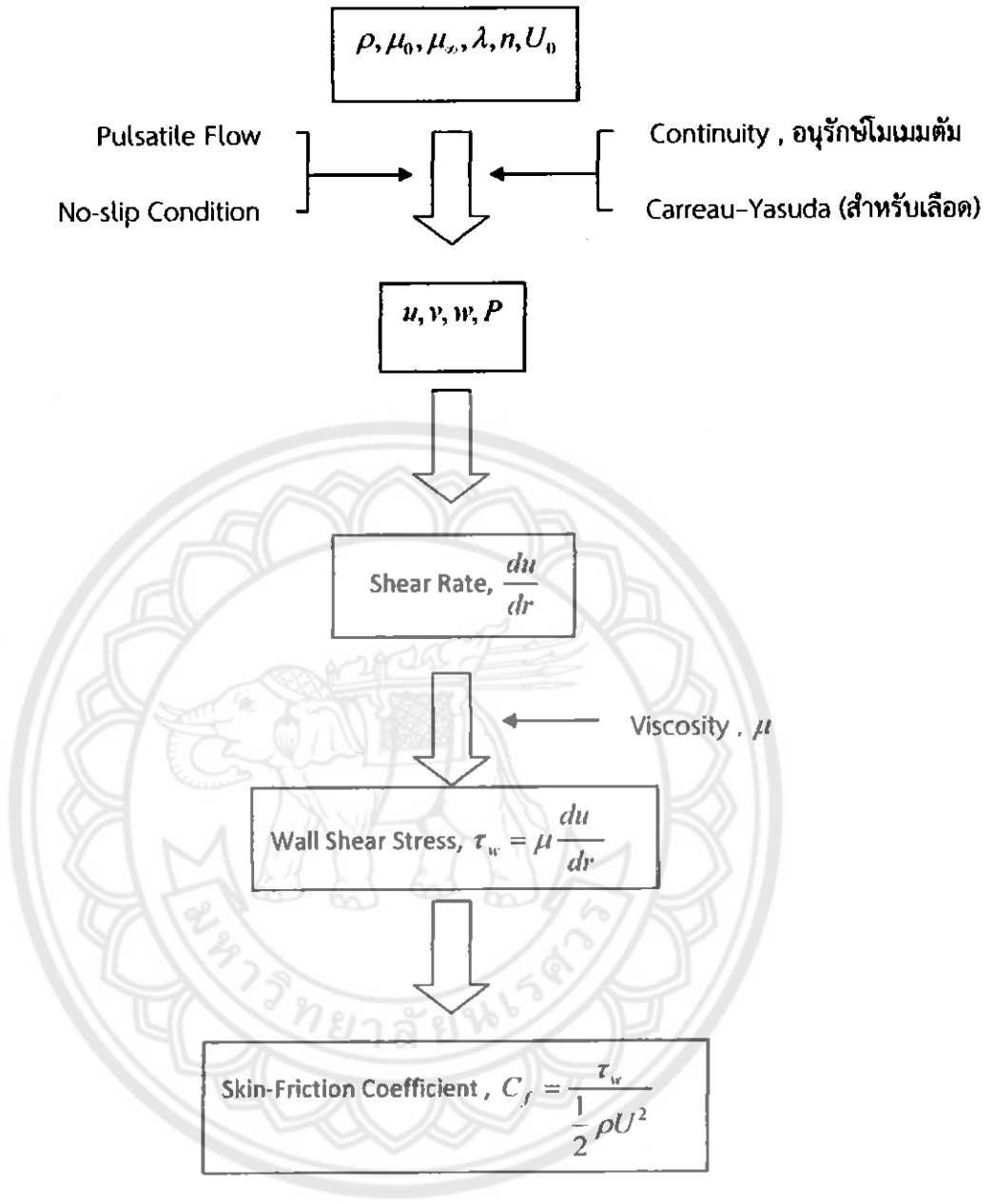
รูปที่ 3.10 เงื่อนไขขอบเขตของแบบจำลองของหลอดเลือดแยกสองง่าม

3.5 Data Reduction

หัวข้อนี้กล่าวถึงกระบวนการนำข้อมูลต่างๆที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณมาใช้ประกอบการคำนวณอย่างเป็นขั้นตอนเพื่อคำนวณหาค่า WSS ในลำดับขั้นตอนสุดท้ายแสดงใน Flowchart ในรูปที่ 3.12 ภายใต้สมมติฐานผนังหลอดเลือดไม่เปลี่ยนแปลง การไหลเป็นไปตามสมการอนุพันธ์ และใช้แบบจำลองการไหลของ Carreau-Yasuda ส่วนน้ำและอากาศจะใช้แบบจำลองการไหลนิวทอนเนียน ในการประมวลผลใช้ Delaunay Algorithm สำหรับการสร้างเมชเพื่อให้ได้ความเร็ว u, v, w ที่แต่ละ Node จากนั้นจะได้ค่า Shear Rate $\dot{\gamma} = \frac{du_i}{dx_j}$ แล้วจึงนำค่า μ ของแต่ละ Node ซึ่งคำนวณจากแบบจำลองของ Carreau-Yasuda มาคูณกับ $\dot{\gamma}$ ได้เป็นความเค้นเฉือนที่ผนัง (WSS) ของแต่ละตำแหน่งแต่สำหรับน้ำและอากาศซึ่งเป็นของไหลนิวทอนเนียนมี μ คงที่สามารถนำมาคูณกับ $\dot{\gamma}$ ได้เป็น WSS เช่นเดียวกันและนำค่า WSS มาคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานผิว (Skin Friction Coefficient, C_f) ดังสมการที่ 3.9

$$C_f = \frac{2\tau_w}{\rho U} \quad \dots(3.9)$$

จากนั้นเราจึงนำค่า C_f ของแต่ละของไหลมาเปรียบเทียบกัน



รูปที่ 3.11 แผนภาพแสดงการคำนวณของโครงการนี้

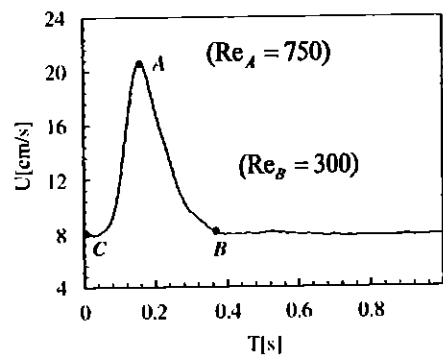
บทที่ 4

ผลและอภิปรายผลการคำนวณ

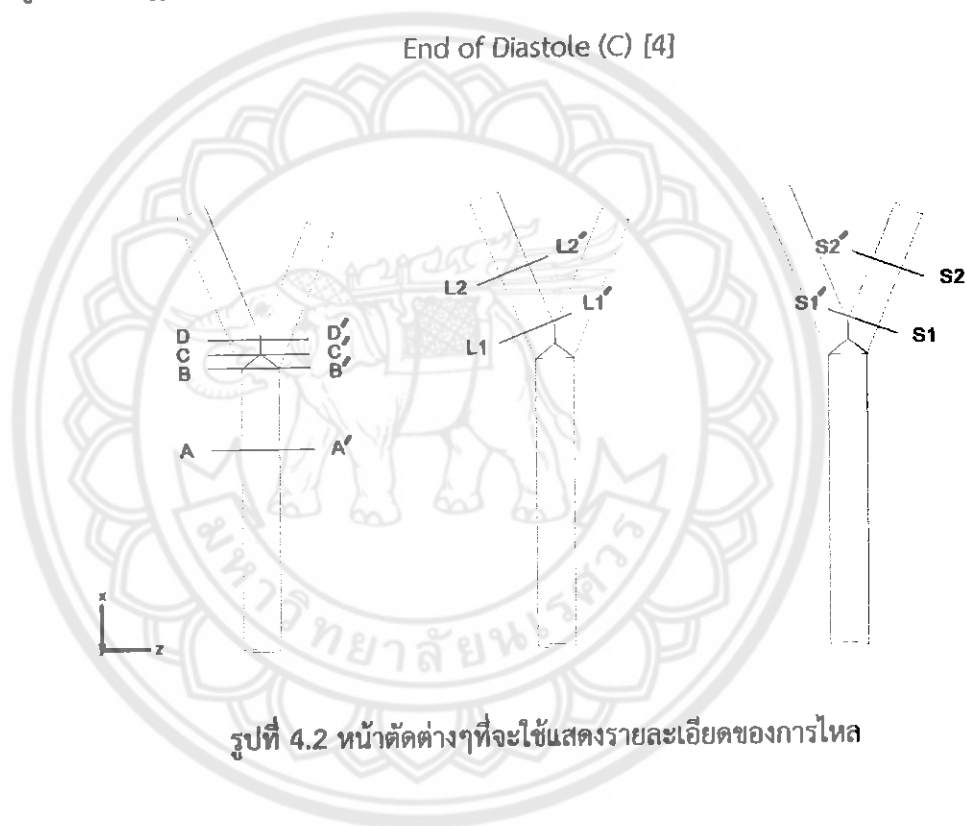
การอภิปรายผลในการวิจัยนี้เราได้แบ่งหัวข้อออกเป็นสามส่วนได้แก่ อภิปรายผลความเค้นเฉือนที่ผนัง (Wall Shear Stress) ที่ท่อหลัก บริเวณแยกสองง่าม (Bifurcation) และที่ท่อแขนง ส่วนที่สองการอภิปรายเส้นเค้าโครงรูปร่าง (Contour) ของความเร็ว และส่วนที่สามเป็นการวิเคราะห์เชิงมิติ (Dimensional Analysis) สำหรับความเค้นเฉือนที่ผิว โดยของของไหล 3 ชนิดได้แก่ เลือด โดยอาศัยแบบจำลอง Carreau-Yasuda น้ำ และอากาศ (โปรไฟล์และเส้นเค้าโครงความเร็วแสดงในภาคผนวก ข และ ค) แล้วแสดงผลในรูปของสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ผิว (Skin Friction Coefficient, C_f)

4.1 ผลของความเค้นเฉือนที่ผนังของหลอดเลือดที่การไหลแบบตามจังหวะชีพจร (Pulsatile)

ในหัวข้อนี้เราได้แบ่งการอภิปรายผลของความเค้นเฉือนที่ผนังออกเป็น 3 ส่วน ได้แก่ จุด Peak Systole (A) เป็นจุดที่หัวใจบีบตัวสูงสุด จุด Beginning of Diastole (B) และ End of Diastole (C) เป็นจุดที่หัวใจเริ่มคลายตัวและสิ้นสุดการคลายตัวตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 4.1 โดยที่จุด B และ C ให้ค่าความเร็วเริ่มต้นใกล้เคียงกันมากดังนั้นทั้งสองจุดนี้จึงให้คุณลักษณะของการไหลออกมาแทบจะเหมือนกัน และเราได้แบ่งหน้าตัดออกเป็น 8 หน้าตัดเพื่อแสดงการกระจายของความเค้นเฉือนที่ผนังหลอดเลือดและความเร็ว ดังแสดงในรูปที่ 4.2 ได้แก่ หน้าตัด A-A' ที่ระยะ 20 mm จากทางเข้า เป็นหน้าตัดในส่วนของท่อหลักโดยเลือกมาเพียงหน้าตัดเดียวเพราะเป็นการไหลในท่อตรงซึ่งเป็นตัวแทนของทุกหน้าตัดตลอดท่อ หน้าตัด B-B', C-C' และ D-D' เป็นส่วน Bifurcation ซึ่งเป็นจุดที่มีความสำคัญเนื่องจากเป็นบริเวณที่จะแยกการไหลออกเป็นสองส่วน และหน้าตัดในส่วนของท่อแขนงคือ L1-L1' S1-S1' เป็นบริเวณเริ่มต้นหลังทางแยก และ L2-L2', S2-S2' เป็นหน้าสุดท้ายของการไหลของท่อแขนงที่ห่างจากทางออกเป็นระยะ 15.22 และ 13.22 mm ตามลำดับ



รูปที่ 4.1 (วิจัยจักรชีพจร) Pulse Cycle ของ Peak Systole (A), Beginning of Diastole (B) และ End of Diastole (C) [4]



รูปที่ 4.2 หน้าตัดต่างๆที่จะใช้แสดงรายละเอียดของการไหล

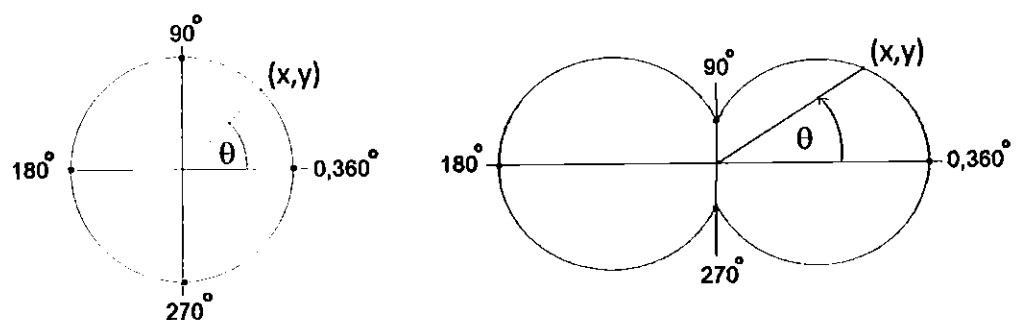
4.1.1 ผลของความเค้นเฉือนที่ผนังที่ Peak Systole (A)

รูปที่ 4.3 แสดงการระบุพิกัดบนผนังหลอดเลือดโดยการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนที่ผนังกับมุมในหน่วยองศาโดยเราจะแบ่งหน้าตัดออกเป็น 2 ลักษณะด้วยกันคือหน้าตัดของท่อตรงคือ A-A', L1-L1', L2-L2', S1-S1', S2-S2' และบริเวณทางแยก Bifurcation B-B', C-C', D-D' จากการวิเคราะห์แต่ละหน้าตัดพบว่าน้ำและอากาศมีค่าความเค้นเฉือนที่ผนังใกล้เคียงกันเนื่องจากเป็นของไหลนิวทอนเนียน

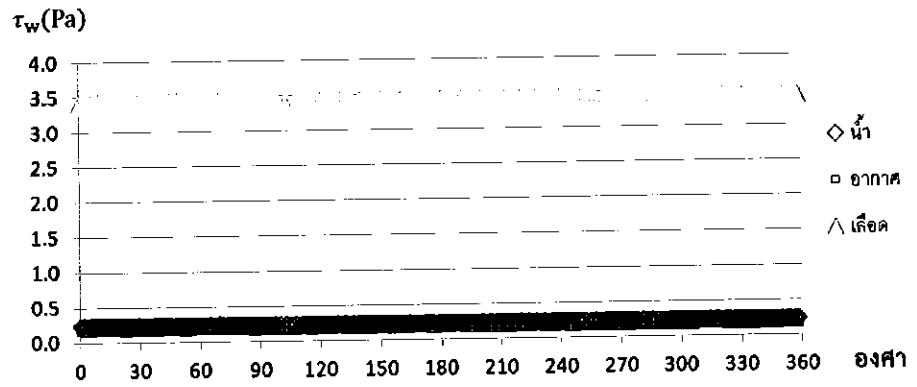
พิจารณารูปที่ 4.4 หน้าตัดการไหล A-A' ที่ท่อหลักโดยมี $Re = 750$ ของไหลทุกชนิดมีความเค้นเฉือนที่คงที่ เนื่องจากความเร็วการไหลที่คงที่โดยที่เลือดมีค่าความเค้นที่ผนังประมาณ 3.5 Pa น้ำและอากาศมีค่าความเค้นที่ผนังประมาณ 0.1-0.3 Pa

รูปที่ 4.5 (a) แสดงบริเวณแยกสองง่าม (Bifurcation) หน้าตัด B-B' ความเค้นเฉือนที่ผนังของของไหลทั้งสามชนิดจะมีลักษณะคล้ายกันกล่าวคือเมื่อแบ่งครึ่งหน้าตัดที่พิกัด 180 องศาจะได้ภาพสะท้อนในกระจกเงา โดยมีจุดสูงสุดอยู่ที่จุด 0 และ 360 องศา และมีค่าต่ำสุดอยู่ที่ 90 และ 270 องศา เลือดมีค่าสูงสุดประมาณ 6.5 Pa น้ำและอากาศมีค่าประมาณ 0.5 Pa สำหรับหน้าตัด C-C' และ D-D' ให้ค่าความเค้นเฉือนสูงสุดของของไหลสามชนิดที่ตำแหน่งเดียวกันคือที่ 90 และ 270 องศา เพราะเป็นบริเวณที่การไหลถูกแบ่งเป็น 2 ทางทำให้มีพื้นที่การไหลลดลง และมีค่าต่ำสุดอยู่ที่ 0, 180 และ 360 องศาโดยที่หน้าตัด C-C' D-D' เลือดมีค่าความเค้นเฉือนที่ผนังสูงสุดประมาณ 12 และ 25 Pa ตามลำดับ ส่วนน้ำและอากาศมีค่าประมาณ 1 และ 2.5 Pa ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 4.5(b)-(c)

สำหรับหลอดเลือดแขนงคือหน้าตัด L1-L1', S1-S1' ซึ่งมี $Re = 472$ และ 454 ตามลำดับ ให้ค่าความเค้นเฉือนที่ผนังเหมือนกันคือมีค่าสูงสุดที่ผนังฝั่งในเป็นผลเนื่องมาจากแรงเหวี่ยงหนีศูนย์กลาง (ดูรูปที่ ก.1 ในภาคผนวก) โดยเลือดมีค่าประมาณ 25 Pa น้ำและอากาศมีค่าประมาณ 2 Pa ดังแสดงในรูปที่ 4.6(a)-(b) ส่วนหน้าตัด L2-L2', S2-S2' ให้ค่าความเค้นเฉือนที่ผนังที่คล้ายคลึงกันแต่จะมีค่าน้อยกว่าที่หน้าตัด L1-L1', S1-S1' เนื่องจากผลของแรงเหวี่ยงหนีศูนย์กลางที่รุนแรงน้อยกว่า ดังแสดงในรูปที่ 4.6(c)-(d)

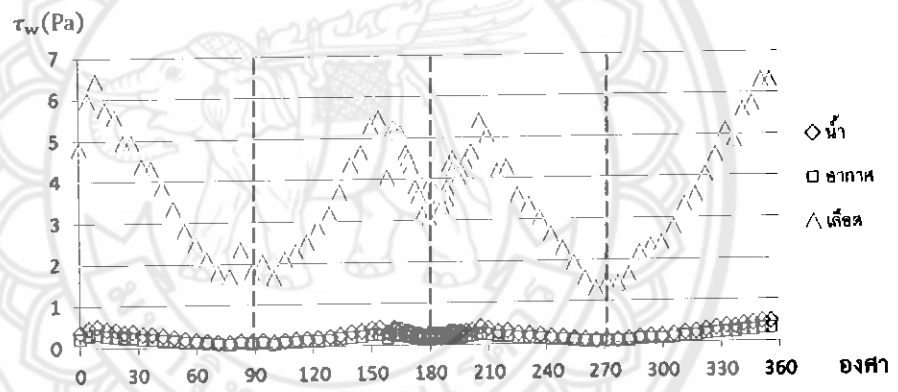


รูปที่ 4.3 ข้อกำหนดในการวัดมุมที่จุดพิกัด (x, y)

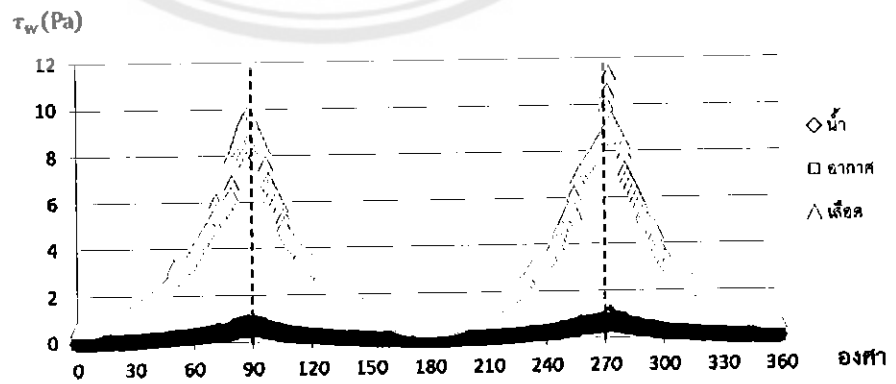


(a) หน้าตัด A-A'

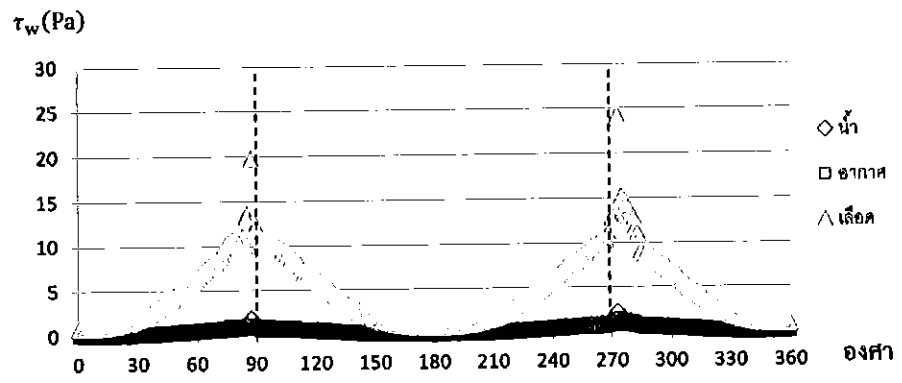
รูปที่ 4.4 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนที่ผนังกับพิกัดของผนังหลอดเลือดหลัก



(a) หน้าตัด B-B'

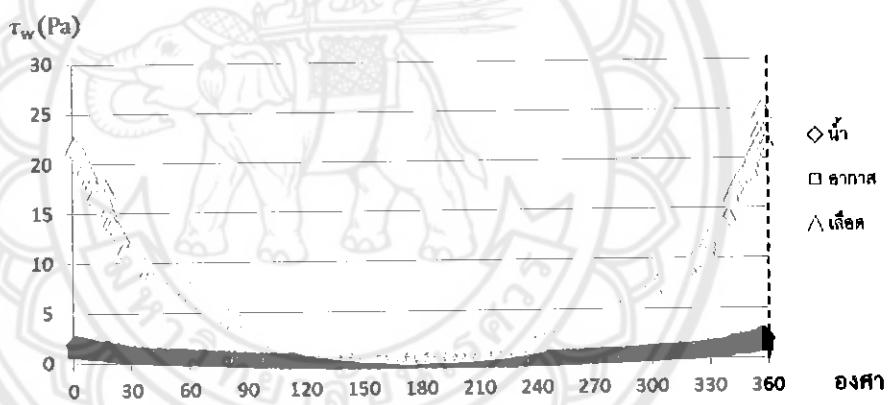


(b) หน้าตัด C-C

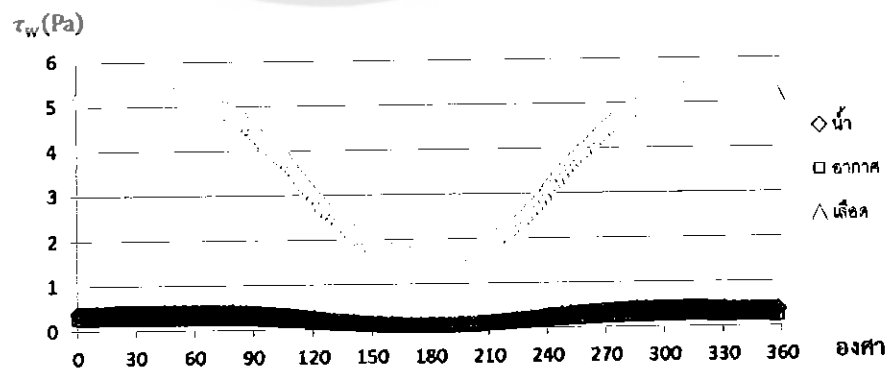


(c) หน้าตัด D-D'

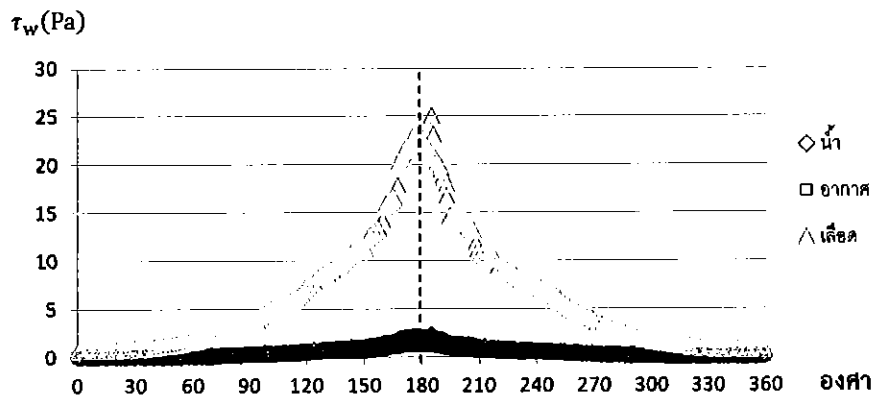
รูปที่ 4.5 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนที่ผนังกับทิศทางของผนังหลอดเลือดบริเวณ Bifurcation



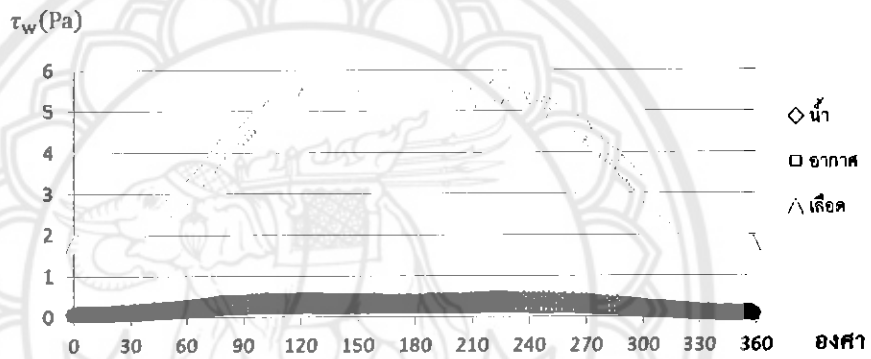
(a) หน้าตัด L1-L1'



(b) หน้าตัด L2-L2'



(c) หน้าตัด S1-S1'

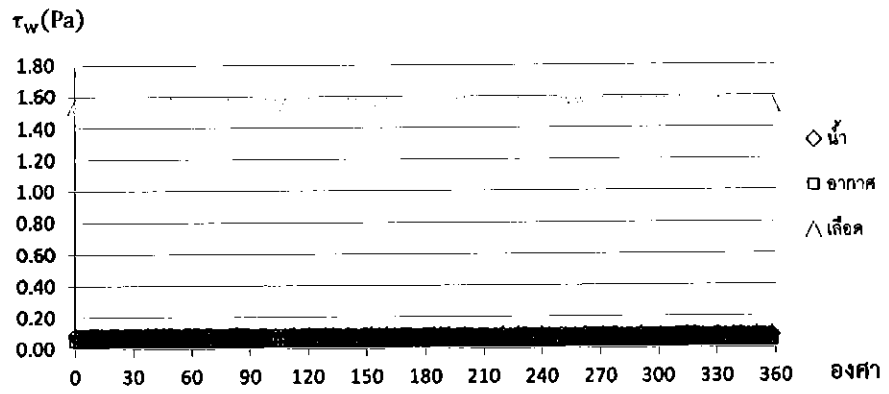


(d) หน้าตัด S2-S2'

รูปที่ 4.6 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนที่ผนังกับทิศทางของผนังหลอดเลือดแขนง

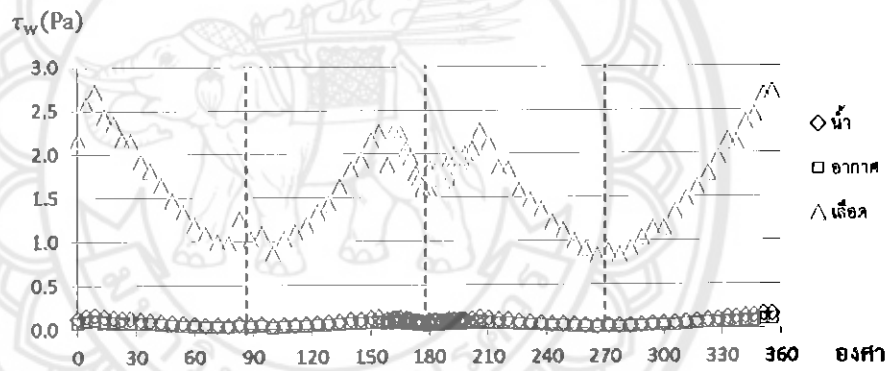
4.1.2 ผลของความเค้นเฉือนที่ผนังที่ Beginning of Diastole (จุด B) และ End of Diastole (จุด C)

สำหรับการแสดงค่า WWS ของหลอดเลือดในรูปที่ 4.7-4.9 กรณี Beginning of Diastole และ End of Diastole รูปร่างของกราฟ WWS คล้ายคลึงกับกรณีของ Peak Systole ในรูปที่ 4.4-4.6 ตามลำดับ แต่มีค่า WWS ที่ต่ำกว่า เนื่องจากความเร็วที่ทางเข้าของ Beginning of Diastole และ End of Diastole มีค่าน้อยกว่า โดยที่ Re ที่หลอดเลือดหลักมีค่าเป็น 300 ในกรณีนี้ และที่หลอดเลือดแขนงเส้นผ่านศูนย์กลาง 3.2 mm. เป็น 190 และที่ 3.1 mm. เป็น 184

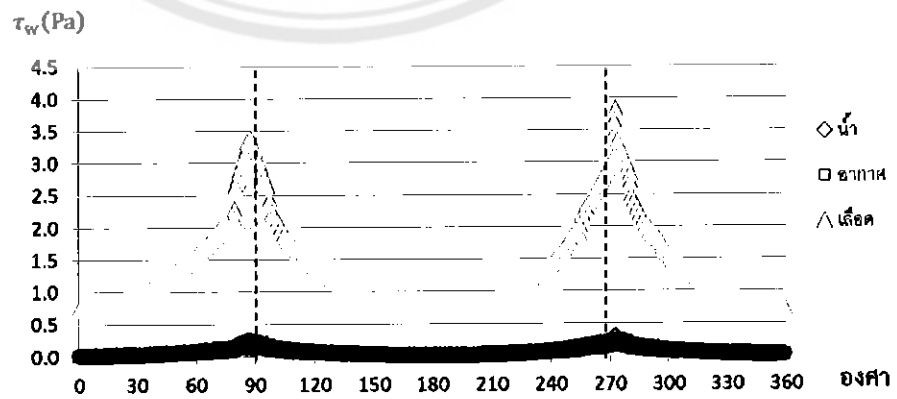


(a) หน้าตัด A-A'

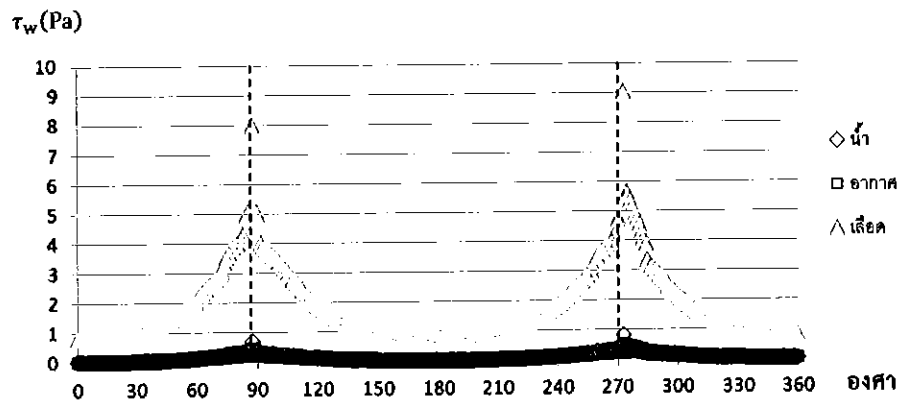
รูปที่ 4.7 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนที่ผนังกับทิศทางของผนังหลอดเลือดหลัก



(a) หน้าตัด B-B'

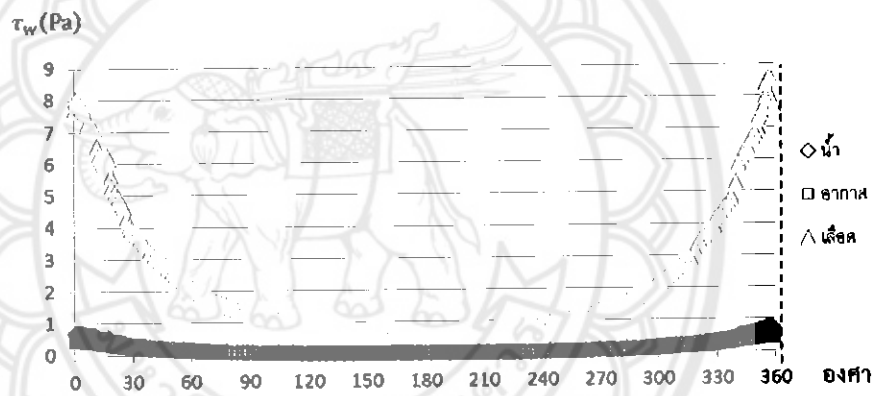


(b) หน้าตัด C-C'

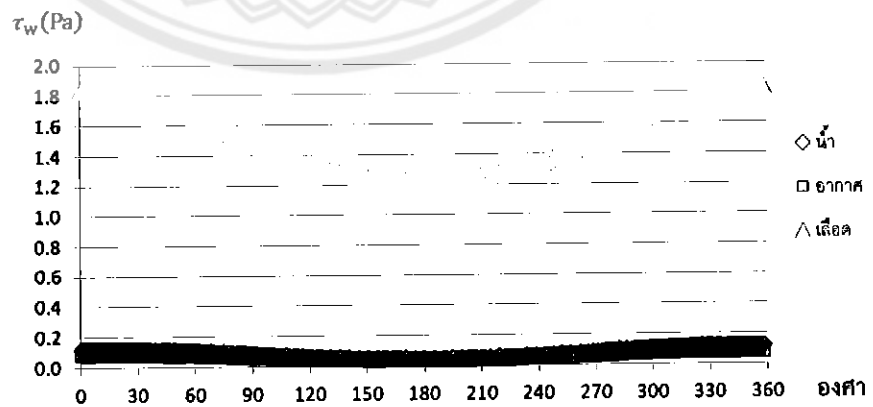


(c) หน้าตัด D-D'

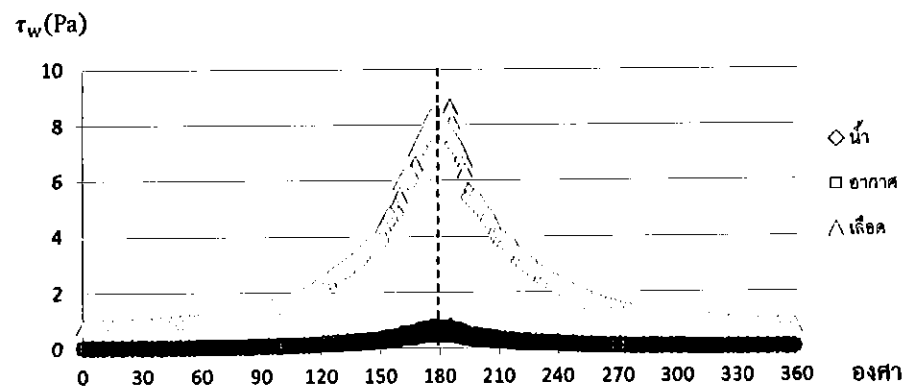
รูปที่ 4.8 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนที่ผนังกับพิกัดของผนังหลอดเลือดบริเวณ Bifurcation



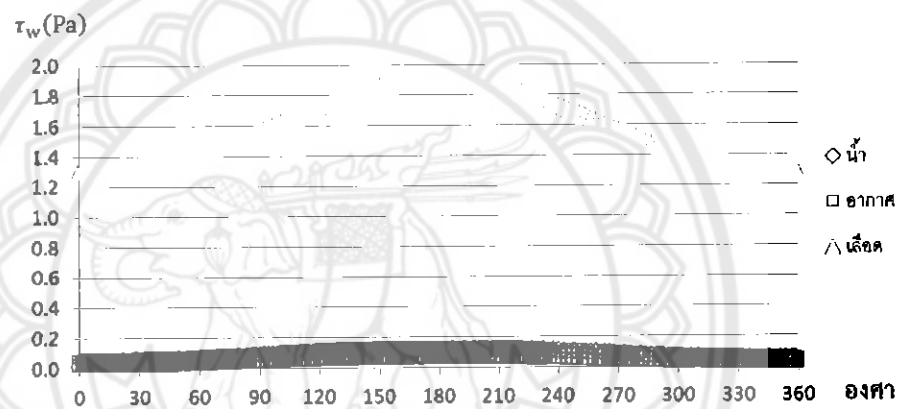
(a) หน้าตัด L1-L1'



(b) หน้าตัด L2-L2'



(c) หน้าตัด S1-S1'



(d) หน้าตัด S2-S2'

รูปที่ 4.9 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนที่ผนังกับทิศทางของหลอดเลือดแขนง

4.2 ผลของเส้นเค้าโครง (Contour) ของความเร็วที่การไหลแบบตามจังหวะชีพจร (Pulsatile)

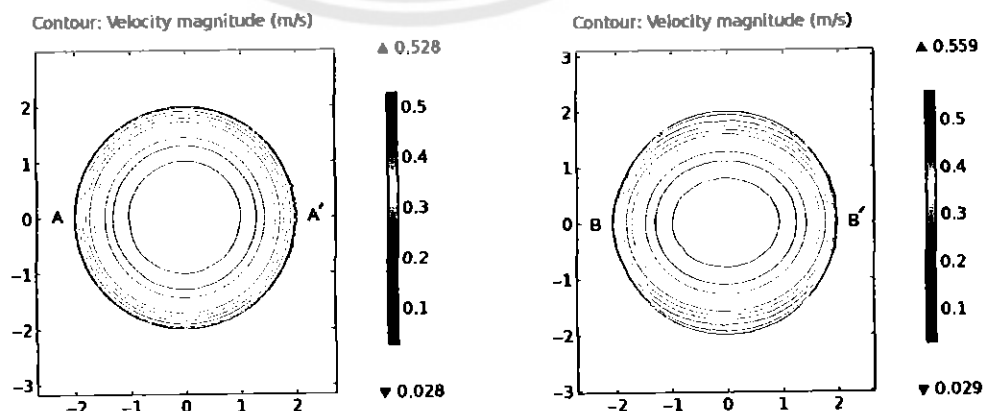
เราได้แบ่งการอธิบายเส้นเค้าโครง (Contour) ของความเร็วออกเป็น 3 ส่วนได้แก่ส่วนที่หนึ่ง Peak systole (A) ส่วนที่สอง Beginning of Diastole (B) และ End of Diastole (C) โดยศึกษาเส้นเค้าโครง (Contour) ของความเร็วในแปดหน้าตัดคือ A-A', B-B', C-C', D-D', L1-L1', L2-L2', S1-S1' และ S2-S2' เพื่อช่วยอธิบายผลของความเค้นเฉือนที่ผนังในหัวข้อที่ 4.1

4.2.1 เส้นเค้าโครง (Contour) ของความเร็วที่ Peak systole (A)

เมื่อพิจารณาเส้นเค้าโครง (Contour) ของความเร็วที่หน้าตัด A-A' พบว่าหมุนวนอย่างเป็นระเบียบเส้นมีลักษณะเป็นวงกลม ดังแสดงในรูปที่ 4.10(a) เนื่องจากที่ท่อตรงมีความเร็วการไหลคงที่ ส่งผลให้ค่าความเค้นเฉือนที่ผนังเป็นเส้นตรง

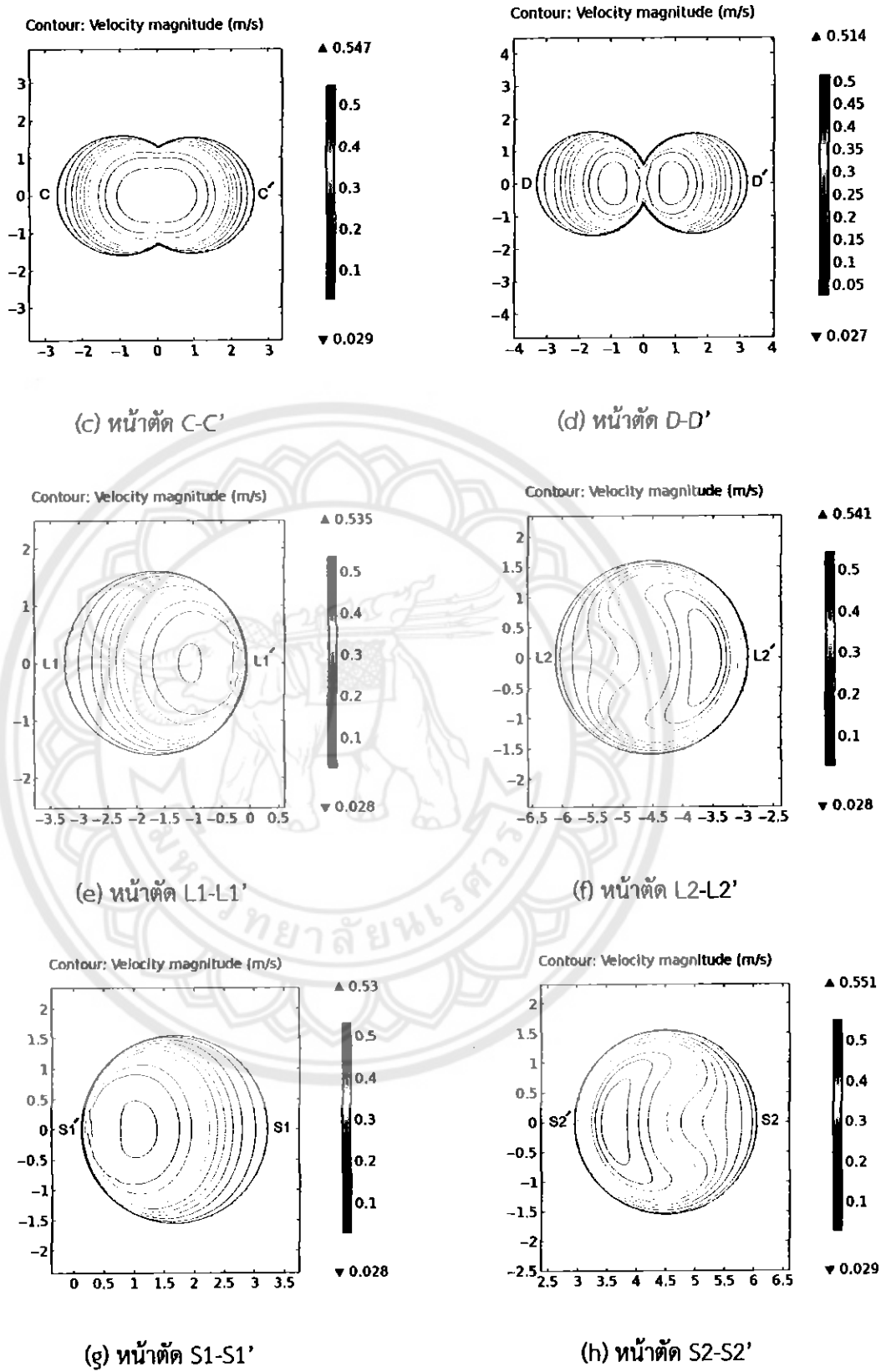
สำหรับบริเวณ Bifurcation หน้าตัด B-B' พบว่าการไหลเส้นเค้าโครงของความเร็วเริ่มมีลักษณะเป็นรูปวงรี เนื่องจากเป็นตำแหน่งที่การไหลกำลังเริ่มแยกออก ดังแสดงในรูปที่ 4.10(b) หน้าตัด C-C' เส้นเค้าโครงของความเร็วมีลักษณะเป็นรูปวงรีอย่างชัดเจนโดยเส้นเค้าโครงของความเร็วเริ่มถูกแบ่งเป็น 2 ทาง ดังแสดงในรูปที่ 4.10(c) และหน้าตัด D-D' เส้นเค้าโครงของความเร็วถูกแบ่งเป็น 2 ทางอย่างชัดเจนเนื่องจากการเปลี่ยนทิศทางการไหล ดังแสดงในรูปที่ 4.10(d) ส่งผลให้ค่าความเค้นเฉือนที่ผนังที่จุดแบ่ง (90,270 องศา) มีค่าสูงสุด

สำหรับหลอดเลือดแขนง หน้าตัด L1-L1', S1-S1' ซึ่งเป็นบริเวณเริ่มต้นของหลังทางแยก พบว่าเส้นเค้าโครงของความเร็ว Skew เข้าหาผนังฝั่งด้านในเนื่องจากการเปลี่ยนทิศทางการไหลและแรงเหวี่ยงหนีศูนย์กลาง ดังแสดงในรูปที่ 4.10(e)-(g) ส่งผลให้ค่าความเค้นเฉือนที่ผนังมีค่าสูงสุดของหน้าตัดที่บริเวณผนังฝั่งด้านใน (0,360 องศา) และหน้าตัด L2-L2', S2-S2' เส้นเค้าโครงของความเร็วยังคงมีลักษณะ Skew เข้าหาผนังฝั่งด้านในอยู่แต่ความรุนแรงจะน้อยกว่าในส่วน of หน้าตัด L1-L1', S1-S1'



(a) หน้าตัด A-A'

(b) หน้าตัด B-B'



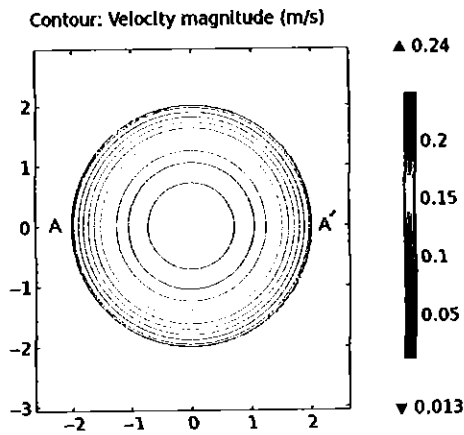
รูปที่ 4.10 เส้นเค้าโครง (Contour) ของความเร็วที่ Peak systole ของแต่ละหน้าตัด

4.2.2 เส้นเค้าโครง (Contour) ของความเร็วที่ Beginning of Diastole (B) และ End of Diastole (C)

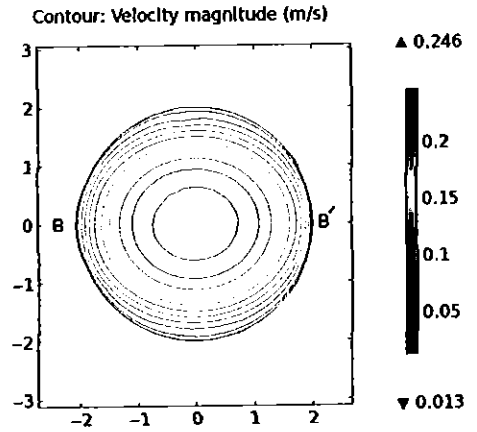
เมื่อพิจารณาเส้นเค้าโครง (Contour) ของความเร็วที่หน้าตัด A-A' พบว่าทมนวนอย่างเป็นระเบียบเส้นมีลักษณะเป็นวงกลม ดังแสดงในรูปที่ 4.11(a) เนื่องจากที่ท่อตรงมีความเร็วการไหลคงที่ ส่งผลให้ความเค้นเฉือนที่ผนังเป็นเส้นตรง

สำหรับของบริเวณ Bifurcation หน้าตัด B-B' พบว่าการไหลเส้นเค้าโครงของความเร็วเริ่มมีลักษณะเป็นรูปวงรี เนื่องจากเป็นตำแหน่งที่การไหลกำลังเริ่มแยกออกดังรูปที่ 4.11(b) หน้าตัด C-C' เส้นเค้าโครงของความเร็วมีลักษณะเป็นรูปวงรีอย่างชัดเจนโดยเส้นเค้าโครงของความเร็วเริ่มถูกแบ่งเป็น 2 ทาง ดังรูปที่ 4.11(c) และหน้าตัด D-D' เส้นเค้าโครงของความเร็วถูกแบ่งเป็นสองส่วนอย่างชัดเจนเนื่องจากการเปลี่ยนทิศทางการไหลดังแสดงในรูปที่ 4.11(d) ส่งผลให้ค่าความเค้นเฉือนที่ผนังมีค่าสูงสุดที่บริเวณจุดแบ่งของการไหล (90 และ 270 องศา) สังเกตได้ว่าเส้นเค้าโครงของหน้าตัด A-A' B-B' และ C-C' มีรูปร่างคล้ายกันกับกรณีของ Peak Systole (จุด A) แต่มีความเร็วต่ำกว่า จนกระทั่งหน้าตัด D-D' ความแตกต่างเริ่มปรากฏ

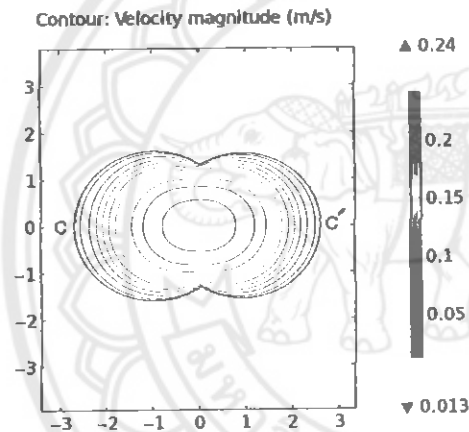
สำหรับหลอดเลือดแขนงคือหน้าตัด L1-L1', S1-S1' ซึ่งเป็นบริเวณเริ่มต้นของหลังทางแยก พบว่าเส้นเค้าโครงของความเร็ว Skew เข้าหาผนังฝั่งด้านในเช่นเดียวกับกรณี Peak Systole (จุด A) เนื่องจากการเปลี่ยนทิศทางการไหลและแรงเหวี่ยงหนีศูนย์กลางดังรูปที่ 4.11(e)-(g) ส่งผลให้ความเค้นเฉือนที่ผนังมีค่าสูงที่ผนังฝั่งด้านใน และหน้าตัด L2-L2', S2-S2' เส้นเค้าโครงของความเร็วยังคงมีลักษณะ Skew เข้าหาผนังฝั่งด้านในของท่ออยู่แต่ความรุนแรงจะน้อยกว่าในส่วนของหน้าตัด L1-L1', S1-S1' ดังรูปที่ 4.11(f)-(h) สังเกตได้ว่าการไหลในท่อแขนงสำหรับ Beginning of Diastole และ End of Diastole ลักษณะการไหลจากผนังฝั่งด้านนอกไปยังฝั่งด้านในมีความแตกต่างกับ Peak Systole อย่างเห็นได้ชัด เนื่องจากผลของ Adverse Axial Pressure Gradient และความเร็วที่การไหลที่มีค่ามากกว่า ทำให้ของไหลที่ Peak Systole มีโมเมนตัมสูงกว่าซึ่งจากผลของการอนุรักษ์โมเมนตัมความเร็วที่กระทบผนังฝั่งในแล้วเบนออกด้านข้างทำให้เส้นเค้าโครงความเร็วมีลักษณะคล้ายตัว M



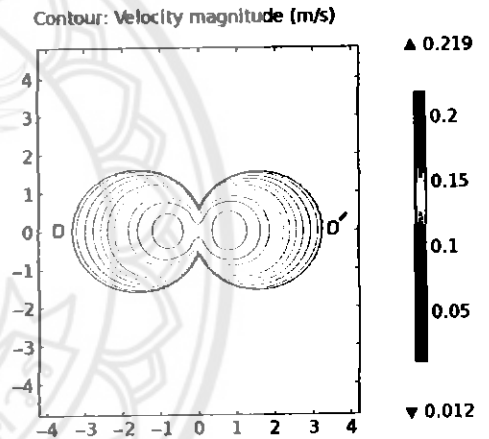
(a) หน้าตัด A-A'



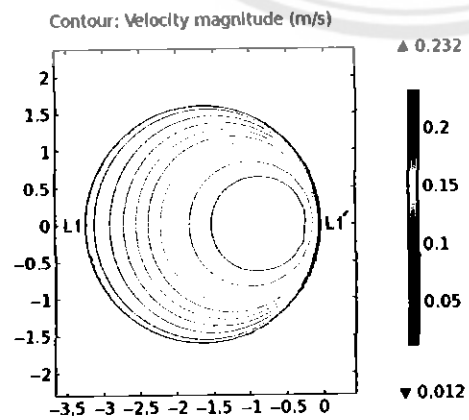
(b) หน้าตัด B-B'



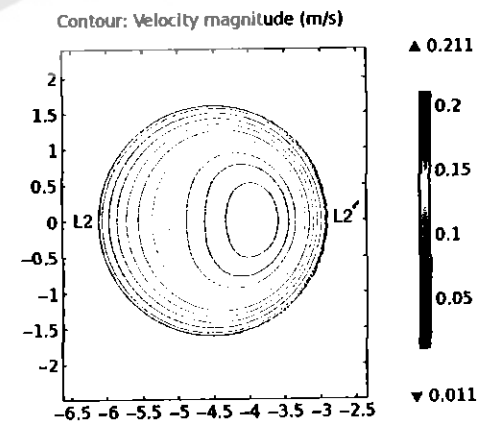
(c) หน้าตัด C-C'



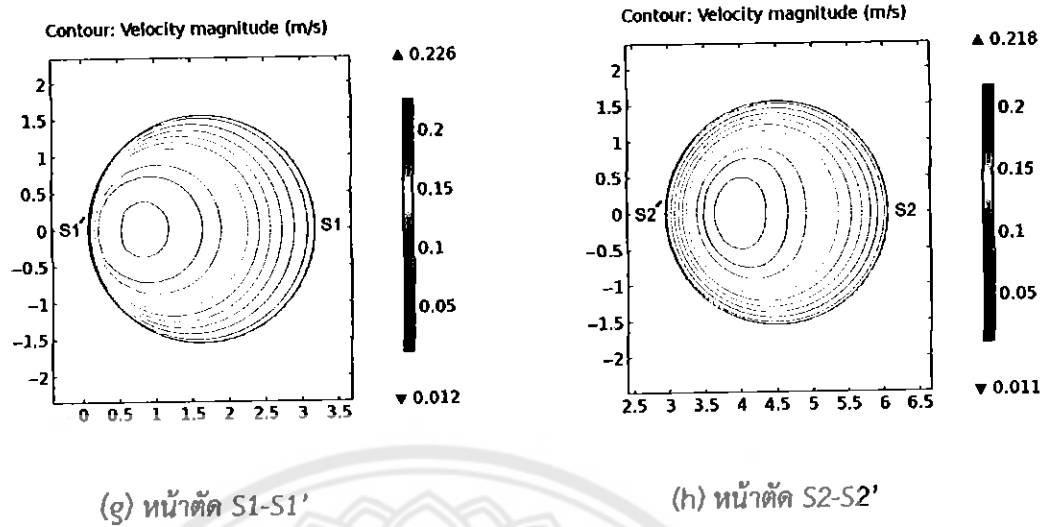
(d) หน้าตัด D-D'



(e) หน้าตัด L1-L1'



(f) หน้าตัด L2-L2'



รูปที่ 4.11 เส้นเค้าโครง (Contour) ของความเร็วที่ Beginning of Diastole (B) และ End of Diastole (C) ของแต่ละหน้าตัด

4.3 การวิเคราะห์เชิงมิติ (Dimensional Analysis) สำหรับความเค้นเฉือนที่ผนัง

ในหัวข้อนี้เราได้ศึกษาผลการวิเคราะห์เชิงมิติสำหรับความเค้นเฉือนที่ผนังซึ่งแสดงผลในรูปแบบของสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานผิว (Skin Friction Coefficient, C_f) กับพิกัดของผนังหลอดเลือดของหน้าตัดแต่ละหน้าตัดในหน่วยขององศาโดย C_f เป็นตัวแปรไร้มิติของความเค้นเฉือนที่ผนังซึ่งหาได้จากสมการความสัมพันธ์

$$C_f = \frac{2\tau_w}{\rho U^2}$$

จากนั้นเราจะนำค่า C_f ของที่คำนวณได้ของของไหลแต่ละชนิดคือ เลือด น้ำและอากาศเปรียบเทียบกัน

4.3.1 สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ผิว (Skin-Friction Coefficient, C_f) ที่

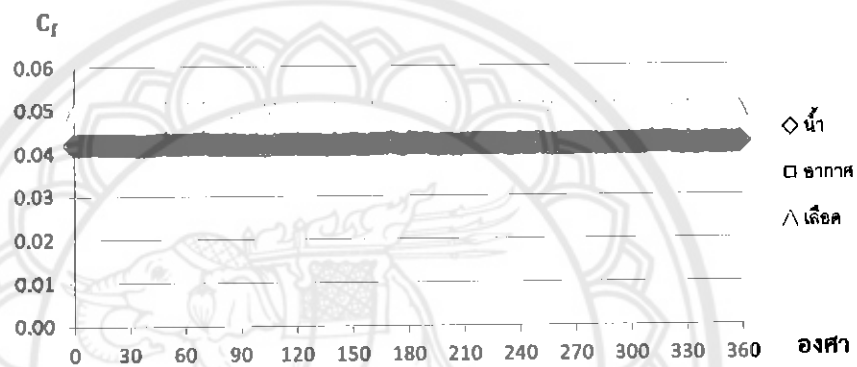
Peak systole (A)

เมื่อพิจารณาสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานผิวที่หน้าตัด A-A' พบว่า C_f ของของไหลทั้ง 3 ชนิด มีค่าคงที่ เนื่องจากของไหลทั้ง 3 ชนิดมีความเร็วการไหลคงที่ในท่อหลักโดยน้ำและอากาศจะให้ C_f ใกล้เคียงกันคือประมาณ 0.04 เนื่องจากเป็นของไหลนิวทอนเนียนเหมือนกัน เลือดยให้ค่า C_f ประมาณ 0.05 ดังแสดงในรูปที่ 4.12(a)

เมื่อพิจารณาบริเวณ Bifurcation ในรูปที่ 4.13 พบว่าทุกหน้าตัดให้ค่า C_f ของการไหลของไหลทั้ง 3 ชนิดในแต่ละหน้าตัดออกมาใกล้เคียงกันมาก พิจารณาหน้าตัด B-B' ในรูปที่ 4.13(a) ซึ่งเป็นตำแหน่งที่เริ่มจะเกิดการแยกของการไหลออกเป็น 2 ทาง บริเวณที่หย่อตุ๋นทุติยภูมิ (Secondary Peak) 180 องศา เนื่องจากหน้าตัด B-B' เริ่มไม่เป็นสมมาตร โดยเฉพาะที่ตำแหน่ง 180 องศา ผนังหลอดเลือดนูนออกด้านข้างเล็กน้อย ในขณะที่ 90 และ 270 องศา ปรากฏ C_f ค่าต่ำสุด เป็นเพราะ Centrifugal force ที่ของไหลกระทำต่อผนังและเตรียมตัวที่จะแยกตัวออกเป็น 2 ทาง รูปที่ 4.13(b) แสดง C_f ที่หน้าตัด C-C' ซึ่งเป็นรูปคล้ายวงรี แต่ไม่ได้สมมาตรโดยสิ้นเชิงเนื่องจากหลอดเลือดแขนงทั้งสองมีขนาดแตกต่างกัน 0.1 mm ดังนั้นจุดยอดที่ 90 และ 270 องศา จึงไม่ได้มีค่าเท่ากัน นอกจากนี้บริเวณนี้ยังถูกบีบเข้ามาให้มีพื้นที่การไหลแคบลง จึงเป็นสาเหตุให้แสดงจุดยอดของ C_f จุดต่ำสุดปรากฏที่ตำแหน่ง 0 และ 180 องศา ซึ่งสามารถอธิบายได้ดังนี้ คือเป็นตำแหน่งที่อยู่ตามแกนหลัก (Major Axis) และเป็นส่วนที่กว้างที่สุดของหน้าตัด จาก Contour ความเร็วแสดงให้เห็นว่าเป็นบริเวณที่มีความเร็วต่ำจึงให้ τ_w ต่ำไปด้วย

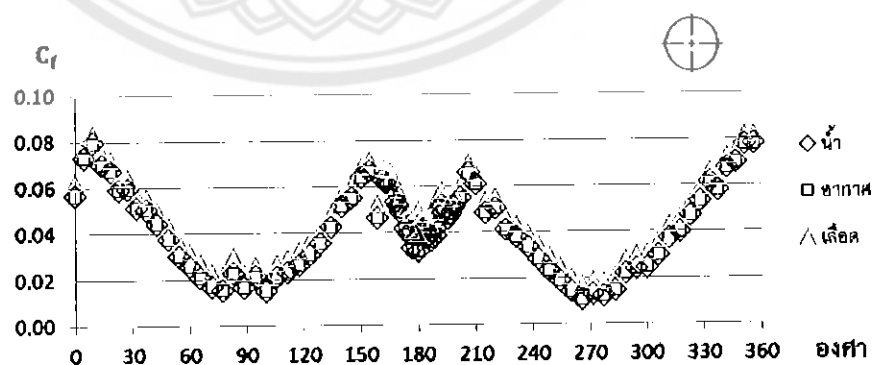
หน้าตัด D-D' ในรูปที่ 4.13(c) ก็ให้ผลของ C_f คล้ายกับหน้าตัด C-C' เนื่องจากมีหน้าตัดที่มีลักษณะคล้ายๆกัน แต่หน้าตัด D-D' ให้ C_f สูงกว่าหน้าตัด C-C' เพราะเป็นตำแหน่งที่การไหลแยกออกเป็น 2 ทางอย่างเห็นได้ชัด รวมไปถึงผลของ Centrifugal Force ที่รุนแรงกว่า

สำหรับหลอดเลือดแขนง หน้าตัด L1-L1' การไหล Skew ไปทางท่อด้านในซึ่งตรงกับพิกัด 0 และ 360 องศา ในขณะที่ หน้าตัด S1-S1' การไหล Skew ไปทางท่อด้านในเช่นกันซึ่งตรงกับพิกัด 180 องศา และเนื่องจากท่อแขนงทั้งสองมีขนาดใกล้เคียงกันจึงให้ C_f ที่บริเวณการไหล Skew ออกมาใกล้เคียงกัน ดังแสดงในรูปที่ 4.14(a)-(b) เหมือนกับหน้าตัด L2-L2' และ S2-S2' ให้ค่า C_f ใกล้เคียงกันแต่มีค่าน้อยกว่าหน้าตัด L1-L1' และ S1-S1' ดังแสดงในรูปที่ 4.14(c)-(d)

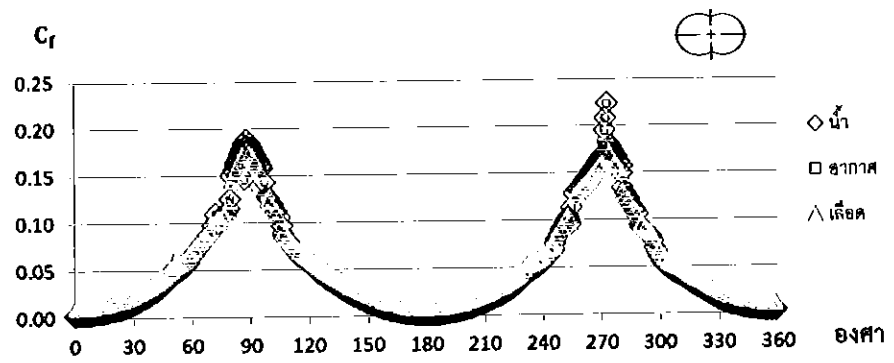


(a) หน้าตัด A-A'

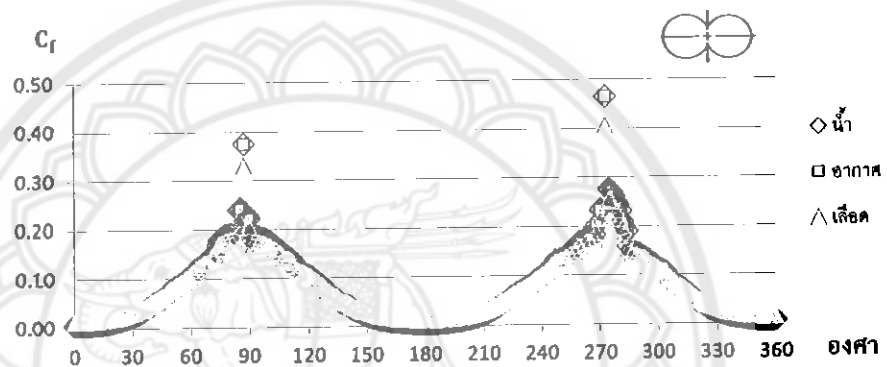
รูปที่ 4.12 ความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานผิวกับพิกัดของผนังหลอดเลือดหลัก



(b) หน้าตัด B-B'

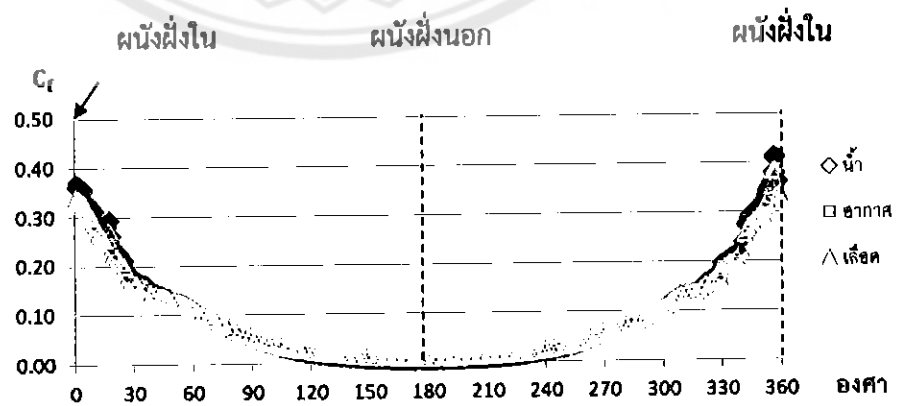


(b) หน้าตัด C-C'

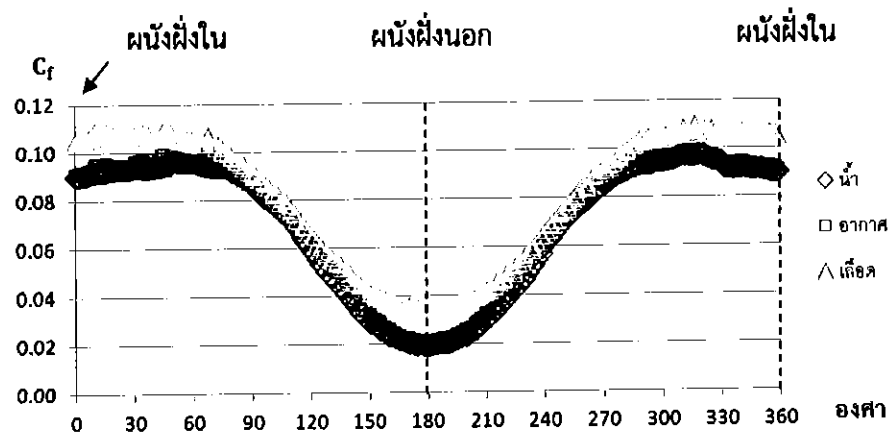


(c) หน้าตัด D-D'

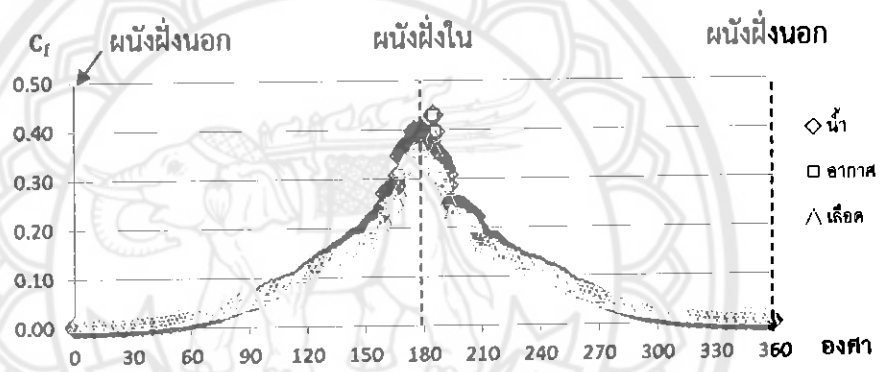
รูปที่ 4.13 ความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานผิวกับทิศทางของผนังหลอดเลือดบริเวณ Bifurcation



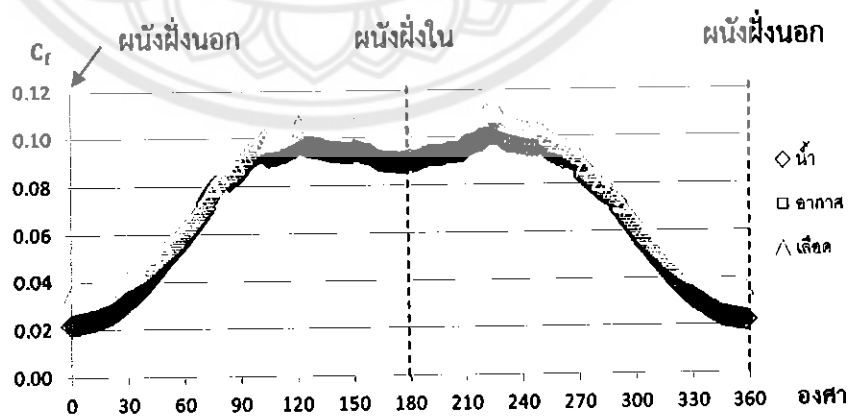
(a) หน้าตัด L1-L1'



(b) หน้าตัด L2-L2'



(c) หน้าตัด S1-S1'



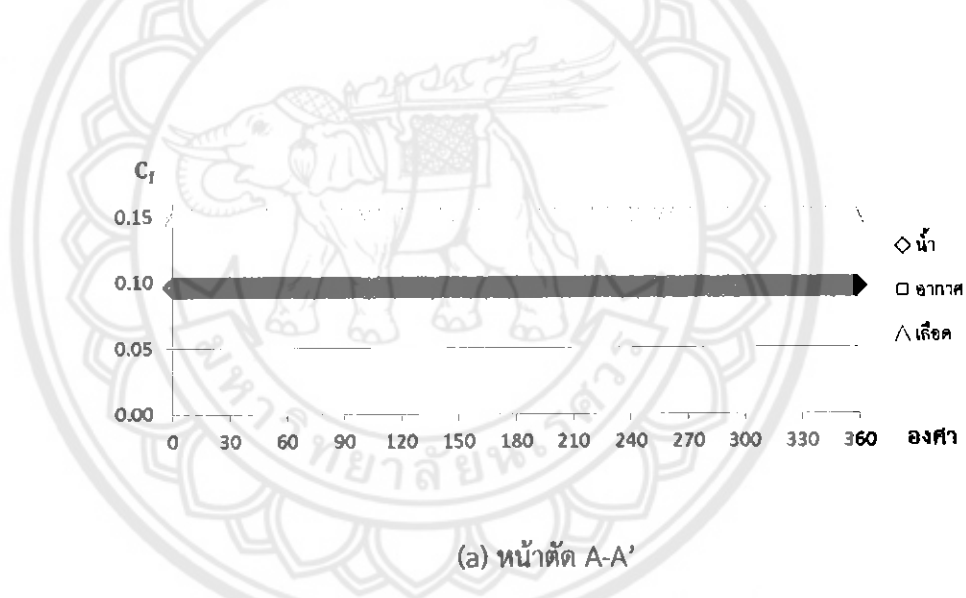
(d) หน้าตัด S2-S2'

รูปที่ 4.14 ความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานผิวกับพิกัดของผนังหลอดเลือดแขนง

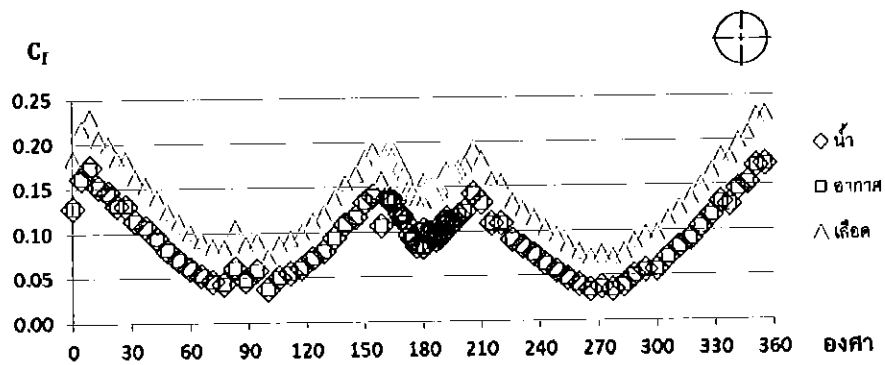
4.3.2 การวิเคราะห์เชิงมิติ (Dimensional Analysis) สำหรับความเค้นเฉือนที่ผนัง ที่ Beginning of Diastole (จุด B) และ End of Diastole (จุด C)

สำหรับการแสดงค่า C , ตามผนังหลอดเลือดในรูปที่ 4.15-4.17 กรณี Beginning of Diastole และ End of Diastole รูปร่างของกราฟ C , คล้ายคลึงกับในรูปที่ 4.12-4.14 ตามลำดับ แต่ในกรณีนี้จะพบผลต่างของ C , จากเลือดซึ่งเป็นของไหล Non-Newtonian กับน้ำและอากาศ

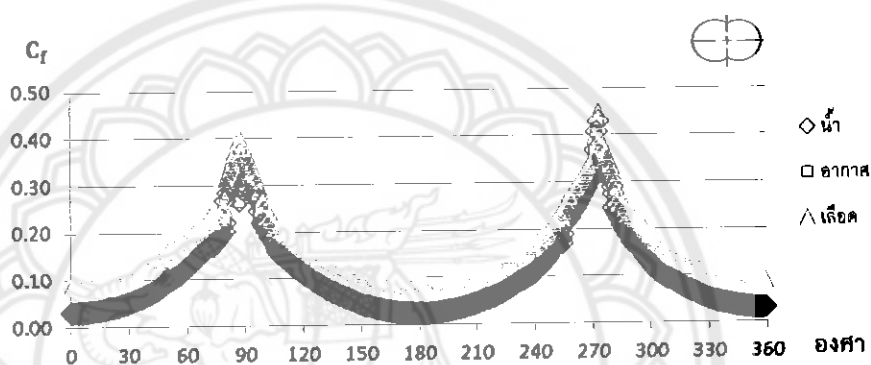
ทั้งนี้โดยเลือดให้ค่า C , สูงสุด เนื่องจากเลือดไม่ใช่สารเนื้อเดียว และจำลอง Carreau-Yasuda ได้รวมผลของเซลล์เม็ดเลือดแดง และสังเกตได้ว่ากรณี Beginning of Diastole และ End of Diastole ให้ค่า C , ของเลือดเมื่อเปรียบเทียบกับน้ำและอากาศต่างกันมากกว่าที่ Peak Systole



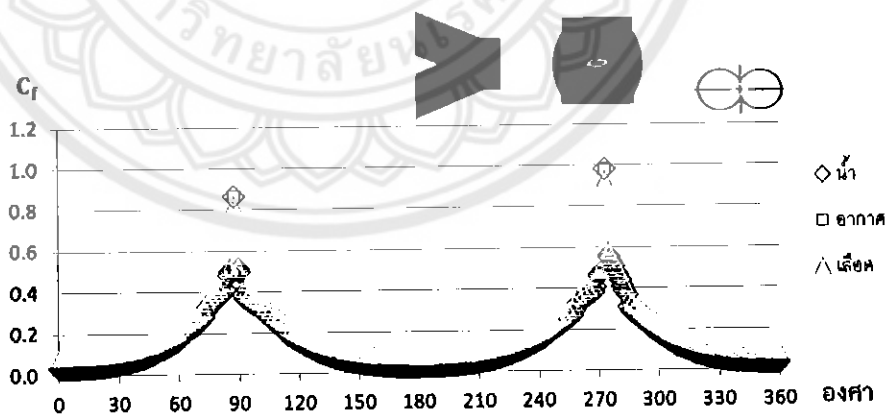
รูปที่ 4.15 ความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ผิวกับพิกัดของผนังหลอดเลือดหลัก



(a) หน้าตัด B-B'

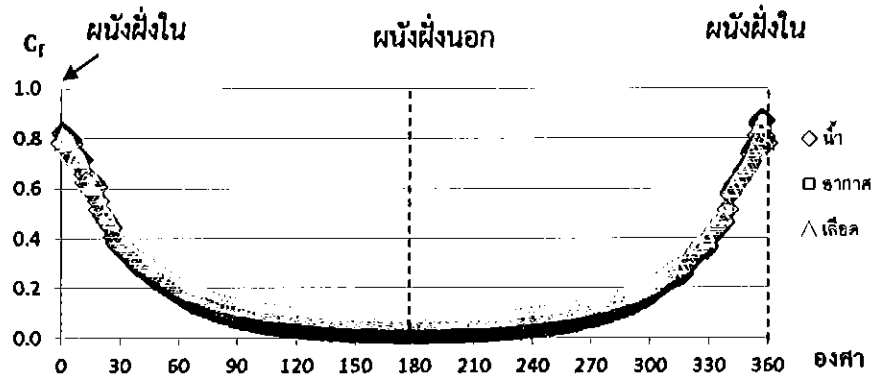


(b) หน้าตัด C-C'

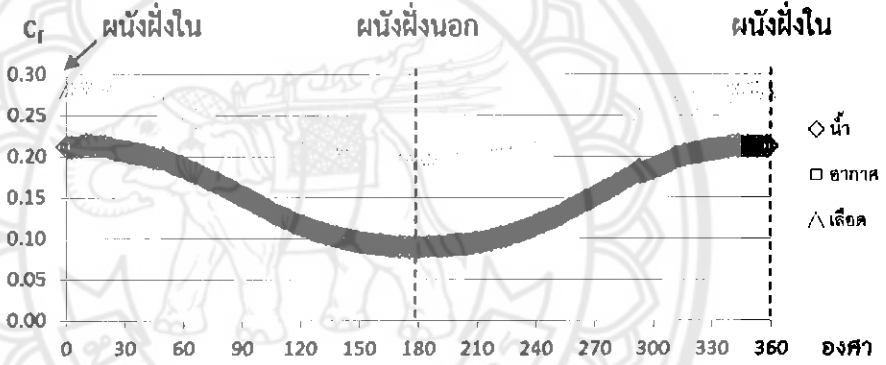


(c) หน้าตัด D-D'

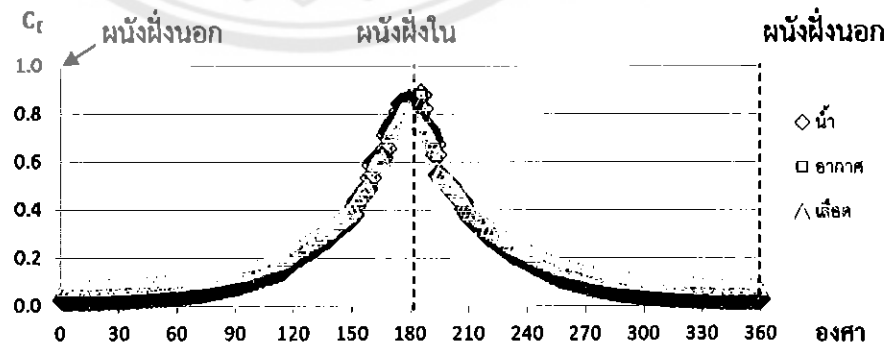
รูปที่ 4.16 ความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ผิวกับพิกัดของผนังหลอดเลือดบริเวณ Bifurcation



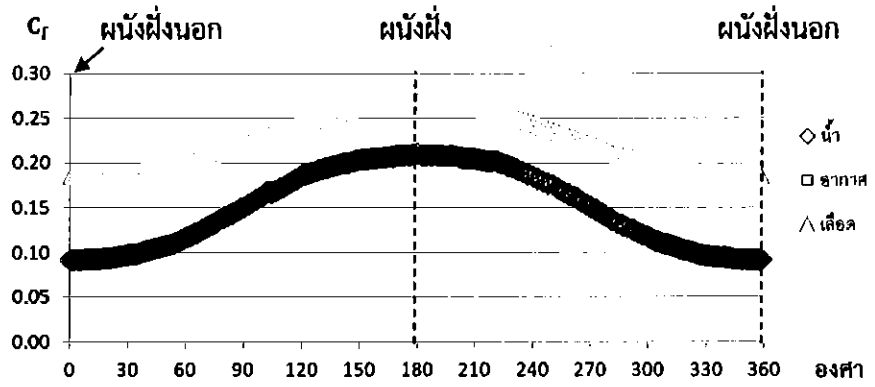
(a) หน้าตัด L1-L1'



(b) หน้าตัด L2-L2'



(c) หน้าตัด S1-S1'



(d) หน้าตัด S2-S2'

รูปที่ 4.17 ความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ผิวกับทิศทางของผนังตลอดเลียดแขนง



บทที่ 5

สรุปผลการคำนวณ

ในการศึกษาเชิงตัวเลขของการไหลแบบตามจังหวะชีพจร (Pulsatile) ผ่านหลอดเลือดแยกสองง่าม (Bifurcation) โดยทดสอบของไหล 3 ชนิด ได้แก่ น้ำ อากาศ และ เลือด (ใช้แบบจำลองของ Carreau-Yasuda) ที่ Peak Systole, Beginning of Diastole และ End of Diastole สามารถสรุปได้ดังนี้

1. ที่จุดยอดของทางแยกสองง่ามของหลอดเลือดให้ค่าความเค้นเฉือนที่ผนังสูงสุด และเลือดให้ค่าความเค้นเฉือนที่ผนังสูงกว่า น้ำ และอากาศ เนื่องจากเลือดไม่ใช่สารเนื้อเดียว และแบบจำลองของ Carreau-Yasuda ได้รวมผลของเซลล์เม็ดเลือดแดงเข้าไว้ด้วย และเมื่อเปรียบเทียบความเค้นเฉือนที่ผนังแต่ละหน้าตัดที่ Peak Systole กับ Beginning of Diastole และ End of Diastole พบว่าที่ Peak Systole ให้ค่าความเค้นเฉือนที่ผนังสูงกว่าที่ Beginning of Diastole และ End of Diastole เนื่องจากผลของความเร็วที่ทางเข้ามีค่ามากกว่า

2. สำหรับหลอดเลือดแขนงเส้นเค้าโครงของความเร็วแสดงการ Skew เข้าหาผนังฝั่งใน เนื่องจากการเปลี่ยนทิศทางการไหลจากบริเวณทางแยกสองง่าม (Bifurcation) และผลของแรงเหวี่ยงหนีศูนย์กลาง ส่งผลให้ความเค้นเฉือนที่ผนังมีค่าสูงสุดของหน้าตัดที่ผนังฝั่งในเช่นกัน

3. น้ำและอากาศให้ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ผิวใกล้เคียงกันมากทั้ง 3 จุดคือที่ Peak Systole, Beginning of Diastole และ End of Diastole ซึ่งของไหลทั้งสองเป็นของไหลนิวทอนเนียน โดยของไหลดังกล่าวมีค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ผิวแตกต่างจากเลือดซึ่งเป็นของไหลนอนนิวทอนเนียน สำหรับที่ Beginning of Diastole และ End of Diastole น้ำและอากาศ ให้ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ผิวแตกต่างจากเลือดมากกว่าที่ Peak Systole ซึ่งที่ Peak Systole ให้แนวโน้มค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ผิวน้อยกว่าที่ Beginning of Diastole และ End of Diastole เนื่องจากของไหลที่ Peak Systole มีความเร็วการไหลมากกว่า ดังนั้นจึงมีเซลล์เม็ดเลือดแดงอยู่ใน Bulk Flow มากกว่าทำให้เกิดแรงเสียดทานที่ผิวน้อยกว่าที่ Beginning of Diastole และ End of Diastole

เอกสารอ้างอิง

- [1] กฤษนันท์ พันภูวงษ์ และ กิตติพงศ์ มีสนุ่น, 2555, การศึกษาเชิงตัวเลขของการไหลของเลือดผ่านหลอดเลือดแยกสองง่าม, ปรินญานิพนธ์ในระดับปริญญาตรี มหาวิทยาลัยนเรศวร
- [2] Food Engineering for education site. Retrieved August 22, 2012 .from http://pirun.ku.ac.th/~g4765306/fluid_mech/viscosity_behavior_htm
- [3] Gijsen, F., Van de Vosse, F., Janssen, J., (1999), The influence of the non-Newtonian properties of blood on the flow in large arteries: steady flow in a carotid model, Journal of Biomechanics, Vol. (32), pp. 601-608.
- [4] Chen, J., Lu, X., (2006). Numerical investigation of the non-Newtonian pulsatile blood flow in a bifurcation model with a non-planar branch, Journal of Biomechanics, Vol. (39), pp. 818-832.
- [5] Long, Q. Lu, Y. Ariff, B. Thom, S, A. Hughes, A, D. Stanton, A, V., (2000). Reconstruction of Blood Flow Patterns in a Human Carotid Bifurcation: A Combined CFD and MRI Study, JOURNAL OF MAGNETIC RESONANCE IMAGING, Vol. (11), pp. 299-311.
- [6] Kurowska-Nouyrigat, W ,Szumbariski,J,(2009). Numerical Simulation of Restenosis in aStented Coronary Artery,World Academy of Science Engineering Technology ,Vol.(58)



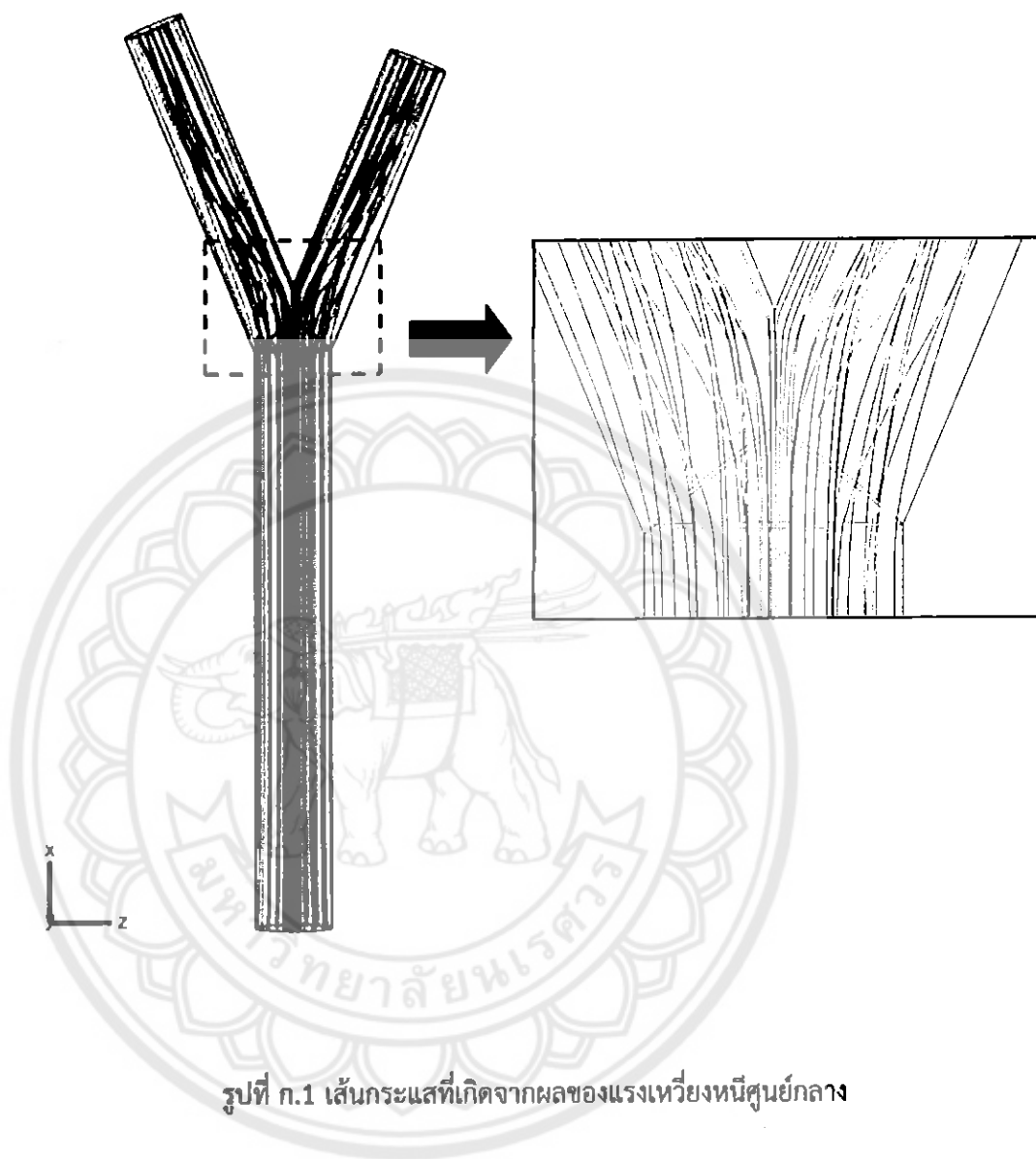
ภาคผนวก

มหาวิทยาลัยพระเชตุพน



ภาคผนวก ก

เส้นกระแสการไหลที่เกิดจากผลของแรงเหวี่ยงหนีศูนย์กลาง

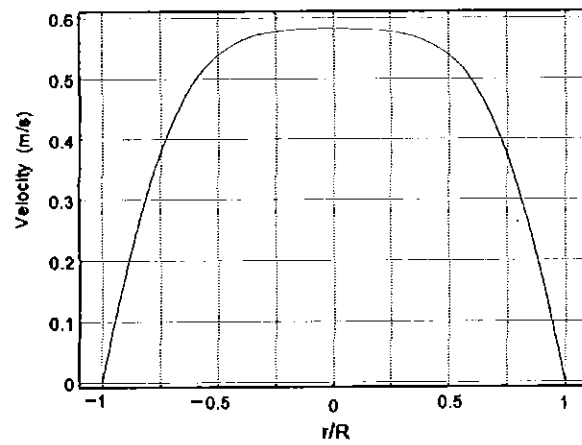


รูปที่ ก.1 เส้นกระแสที่เกิดจากผลของแรงเหวี่ยงหนีศูนย์กลาง

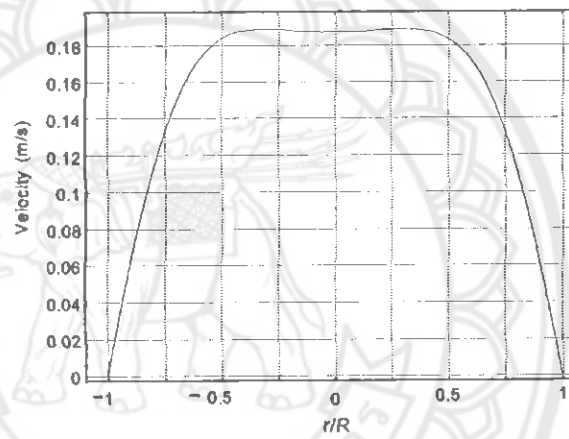


ภาคผนวก ข

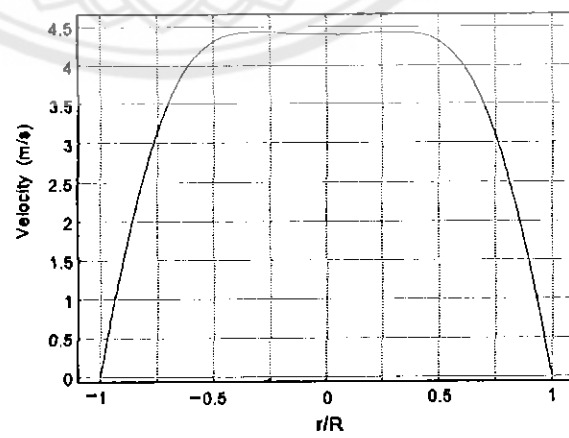
โปรไฟล์ความเร็วของของไหลนิวทอนเนียนกับของไหลนอนิวทอนเนียน



รูปที่ ข.1 โปรไฟล์ความเร็วของเลือดในท่อหลัก



รูปที่ ข.2 โปรไฟล์ความเร็วของน้ำในท่อหลัก

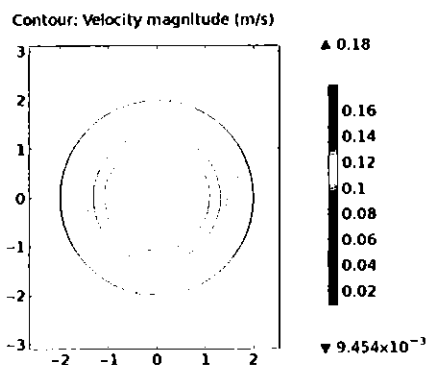


รูปที่ ข.3 โปรไฟล์ความเร็วของอากาศในท่อหลัก

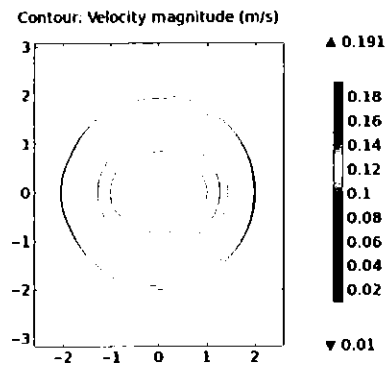


ภาคผนวก ค

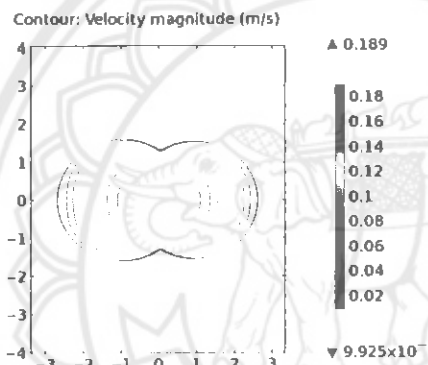
เส้นเค้าโครง (Contour) ของความเร็วของน้ำและอากาศ



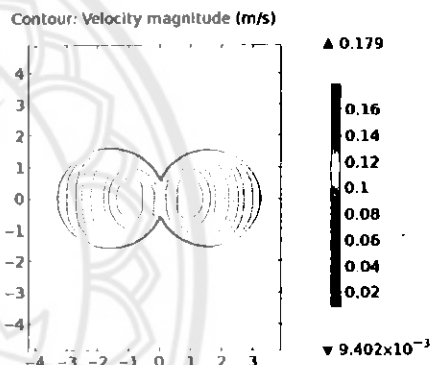
(a) หน้าตัด A-A'



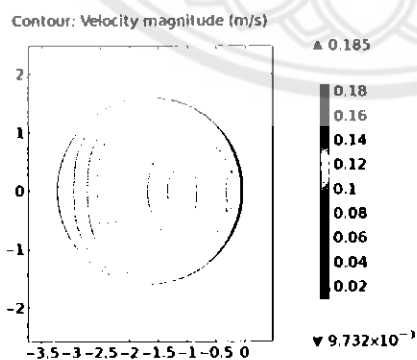
(b) หน้าตัด B-B'



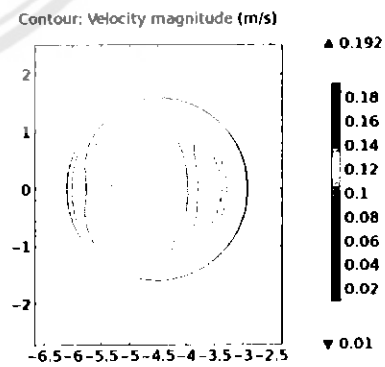
(c) หน้าตัด C-C'



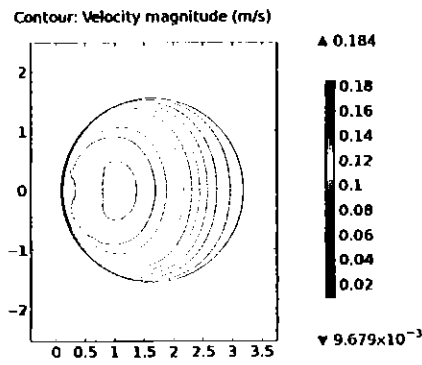
(d) หน้าตัด D-D'



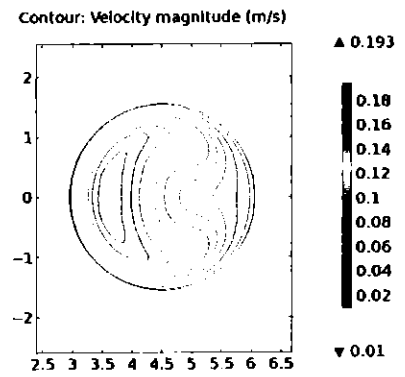
(e) หน้าตัด L1-L1'



(f) หน้าตัด L2-L2'

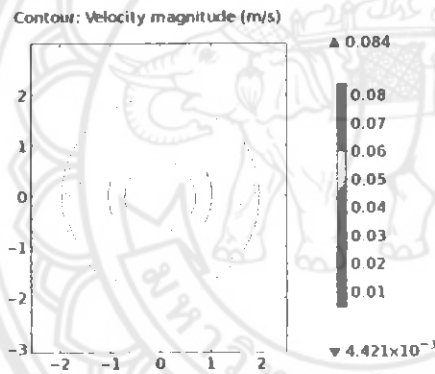


(g) หน้าตัด S1-S1'

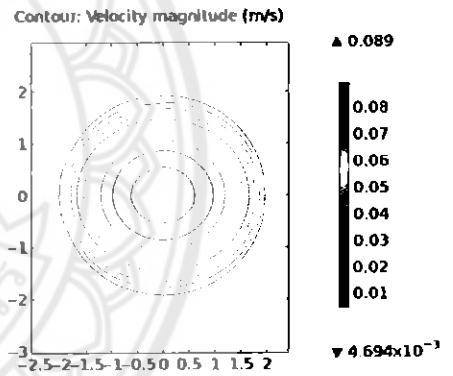


(h) หน้าตัด S2-S2'

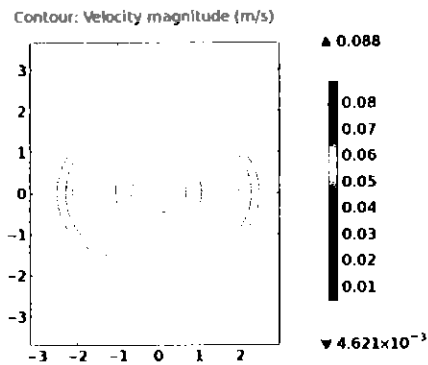
รูปที่ ค.1 เส้นเค้าโครง (Contour) ของความเร็วของน้ำที่ Peak Systole



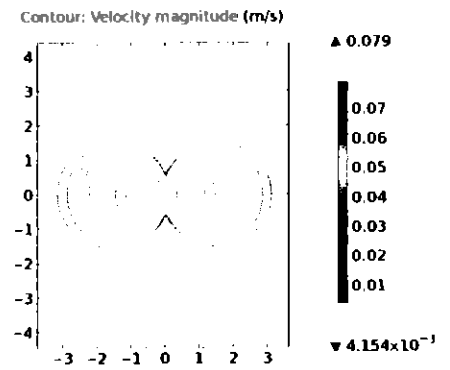
(a) หน้าตัด A-A'



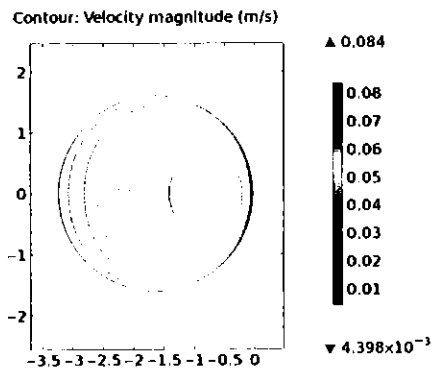
(b) หน้าตัด B-B'



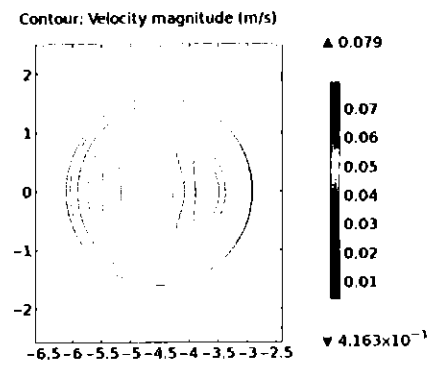
(c) หน้าตัด C-C'



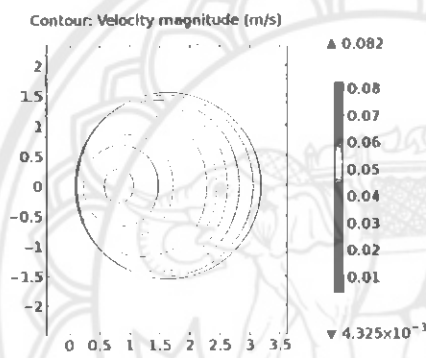
(d) หน้าตัด D-D'



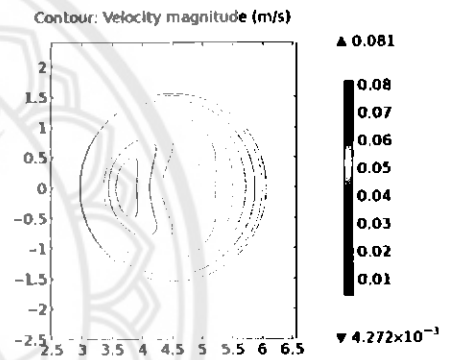
(e) หน้าตัด L1-L1'



(f) หน้าตัด L2-L2'

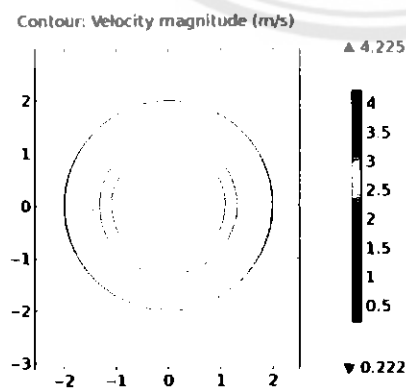


(g) หน้าตัด S1-S1'

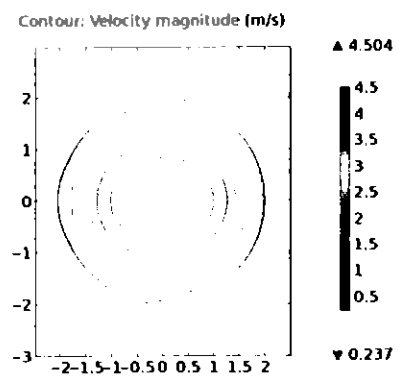


(h) หน้าตัด S2-S2'

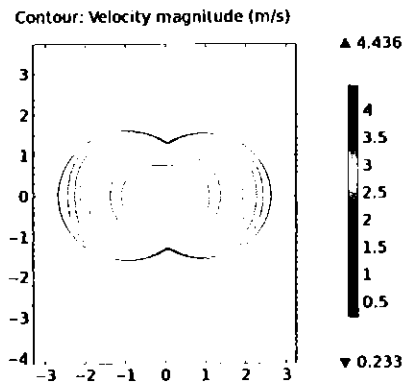
รูปที่ ค.2 เส้นเค้าโครง (Contour) ของความเร็วของน้ำที่ Beginning of Diastole และ End of Diastole



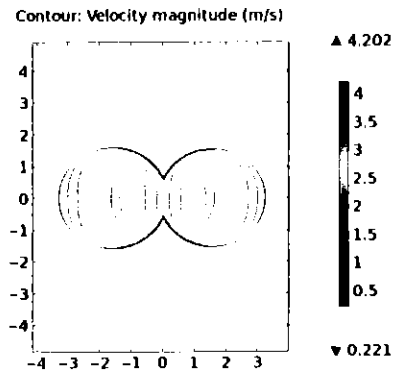
(a) หน้าตัด A-A'



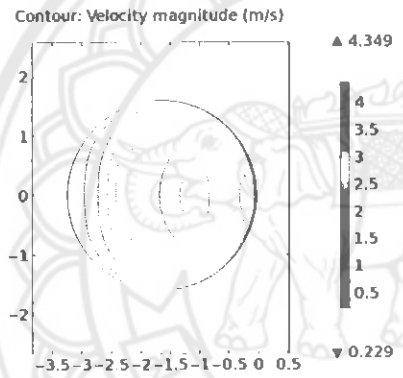
(b) หน้าตัด B-B'



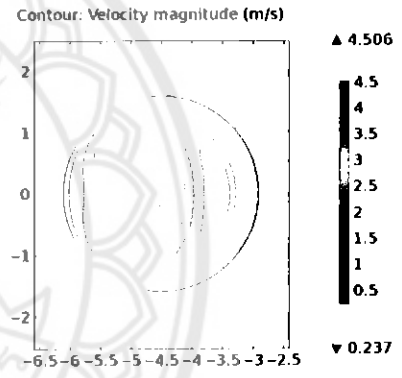
(c) หน้าตัด C-C'



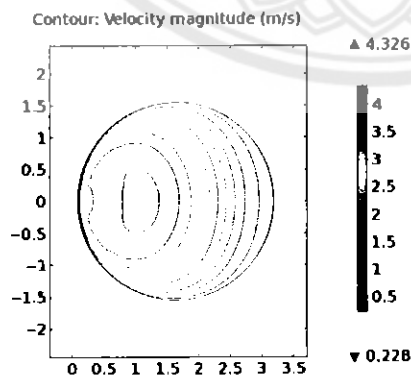
(d) หน้าตัด D-D'



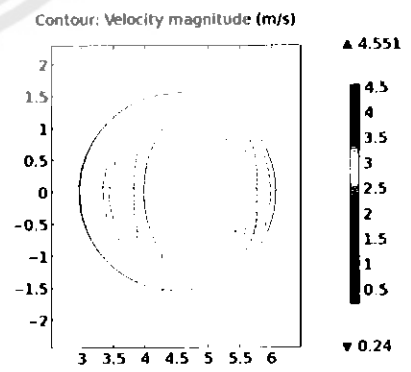
(e) หน้าตัด L1-L1'



(f) หน้าตัด L2-L2'

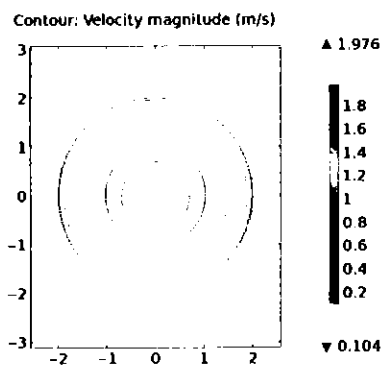


(g) หน้าตัด S1-S1'

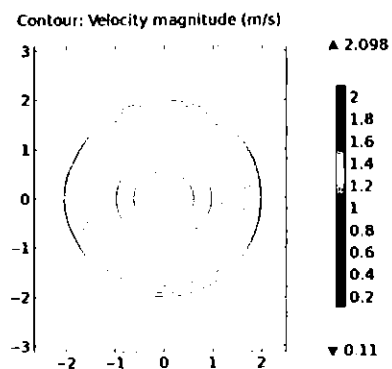


(h) หน้าตัด S2-S2'

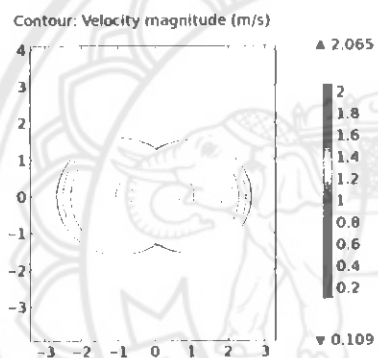
รูปที่ ค.3 เส้นเค้าโครง (Contour) ของความเร็วของอากาศที่ Peak Systole



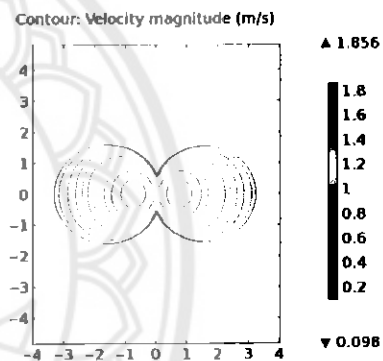
(a) หน้าตัด A-A'



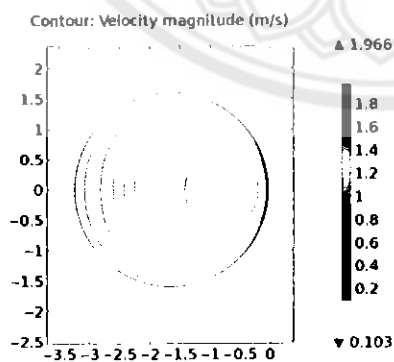
(b) หน้าตัด B-B'



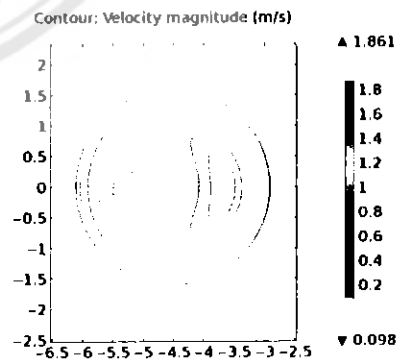
(c) หน้าตัด C-C'



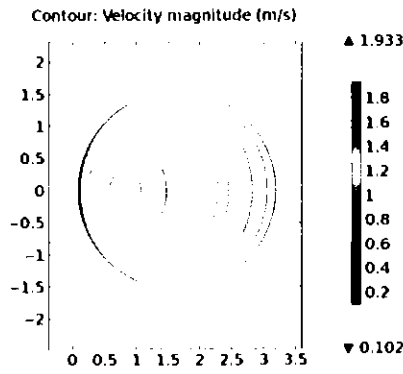
(d) หน้าตัด D-D'



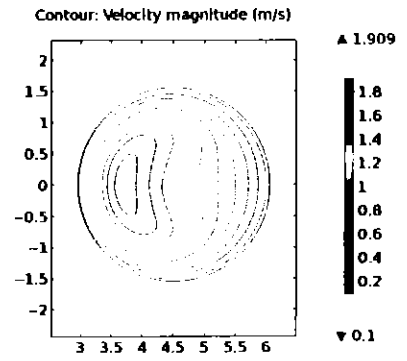
(e) หน้าตัด L1-L1'



(f) หน้าตัด L2-L2'



(g) หน้าตัด S1-S1'



(h) หน้าตัด S2-S2'

รูปที่ ค.4 เส้นเค้าโครง (Contour) ของความเร็วของอากาศที่ Beginning of Diastole และ End of

Diastole

