ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

นิพจน์แปรผันของวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ

นิพจน์แปรผันสำหรับวิเคราะห์ท่อนำคลื่นในวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ

$$\widetilde{F}(\mathrm{H},k_0)=\{\mathrm{H}\}^{-1}\left([S]+p^2[L]\right)\{\mathrm{H}\}-\{\mathrm{H}\}^T k_0^2[M]\{\mathrm{H}\} \qquad (ก.1)$$

เมื่อ

$$\{\mathrm{H}\}=\begin{bmatrix}\{\mathrm{H}_x\}\\ \{\mathrm{H}_y\}\\ \{\mathrm{H}_z\}\end{bmatrix} \qquad (ก.2)$$

p คือสัมประสิทธิ์พีนอลตี

เมตริกซ์ $[S]$ ในสมการ (ก.1) สามารถหาได้จากสมการ

$$[S]=\sum_{\Omega}\iint_{\Omega}[T]^*[\varepsilon_r]^{-1}[T]^T\,dxdy \qquad (ก.3)$$

เมื่อ

$$[T]=\begin{bmatrix}\{0\} & -j\beta\{N\} & -\partial\{N\}/\partial y\\ j\beta\{N\} & \{0\} & \partial\{N\}/\partial x\\ j\partial\{N\}/\partial y & -j\partial\{N\}/\partial x & \{0\}\end{bmatrix} \qquad (ก.4)$$

กำหนดให้องค์ประกอบของเมตริกซ์ $[\varepsilon_r]^{-1}$ คือ

$$\begin{bmatrix}\rho_{xx} & \rho_{xy} & \rho_{xz}\\ \rho_{yx} & \rho_{yy} & \rho_{yz}\\ \rho_{zx} & \rho_{zy} & \rho_{zz}\end{bmatrix}=[\varepsilon_r]^{-1} \qquad (ก.5)$$

และกำหนดให้เมตริกซ์ย่อยของ $[S]$ คือ

$$\begin{bmatrix} [S_{xx}] & [S_{xy}] & [S_{xz}] \\ [S_{yx}] & [S_{yy}] & [S_{yz}] \\ [S_{zx}] & [S_{zy}] & [S_{zz}] \end{bmatrix} = [S] \qquad (ก.6)$$

โดยที่เมตริกซ์ย่อย $[S_{xx}]$, $[S_{xy}]$, ... , $[S_{zz}]$ ในแต่ละอีลีเมนต์ มีอันดับเป็น 3×3

แทนสมการ (ก.4) และ (ก.5) ในสมการ (ก.3) เมตริกซ์ย่อยของ $[S]$ ในสมการ (ก.6) สามารถหาได้จากสมการต่อไปนี้

$$[S_{xx}] = \sum_e \iint_e \begin{pmatrix} \beta^2 \rho_{yy}\{N\}\{N\}^{\mathrm{T}} - j\beta\rho_{yz}\{N\}\{N\}_y^{\mathrm{T}} + j\beta\rho_{zy}\{N\}_y\{N\}^{\mathrm{T}} \\ + \rho_{zz}\{N\}_y\{N\}_y^{\mathrm{T}} \end{pmatrix} dxdy \qquad (ก.7)$$

$$[S_{xy}] = \sum_e \iint_e \begin{pmatrix} -\beta^2 \rho_{yx}\{N\}\{N\}^{\mathrm{T}} + j\beta\rho_{yz}\{N\}\{N\}_x^{\mathrm{T}} - j\beta\rho_{zx}\{N\}_y\{N\}^{\mathrm{T}} \\ + \rho_{zz}\{N\}_y\{N\}_x^{\mathrm{T}} \end{pmatrix} dxdy \qquad (ก.8)$$

$$[S_{xz}] = \sum_e \iint_e \begin{pmatrix} -\beta\rho_{yx}\{N\}\{N\}_y^{\mathrm{T}} + j\beta\rho_{yy}\{N\}\{N\}_x^{\mathrm{T}} - j\beta\rho_{zx}\{N\}_y\{N\}_y^{\mathrm{T}} \\ + \rho_{zy}\{N\}_y\{N\}_x^{\mathrm{T}} \end{pmatrix} dxdy \qquad (ก.9)$$

$$[S_{yx}] = \sum_e \iint_e \begin{pmatrix} -\beta^2 \rho_{xy}\{N\}\{N\}^{\mathrm{T}} + j\beta\rho_{xz}\{N\}\{N\}_y^{\mathrm{T}} - j\beta\rho_{zy}\{N\}_x\{N\}^{\mathrm{T}} \\ - \rho_{zz}\{N\}_x\{N\}_y^{\mathrm{T}} \end{pmatrix} dxdy \qquad (ก.10)$$

$$[S_{yy}] = \sum_e \iint_e \begin{pmatrix} \beta^2 \rho_{xx}\{N\}\{N\}^{\mathrm{T}} - j\beta\rho_{xz}\{N\}\{N\}_x^{\mathrm{T}} + j\beta\rho_{zx}\{N\}_x\{N\}^{\mathrm{T}} \\ + \rho_{zz}\{N\}_x\{N\}_x^{\mathrm{T}} \end{pmatrix} dxdy \qquad (ก.11)$$

$$[S_{yz}] = \sum_e \iint_e \begin{pmatrix} \beta\rho_{xx}\{N\}\{N\}_Y^{\mathrm{T}} - \beta\rho_{xy}\{N\}\{N\}_x^{\mathrm{T}} + j\rho_{zx}\{N\}_x\{N\}_y^{\mathrm{T}} \\ - j\rho_{zy}\{N\}_x\{N\}_x^{\mathrm{T}} \end{pmatrix} dxdy \qquad (ก.12)$$

$$[S_{zx}] = \sum_e \iint_e \begin{pmatrix} -\beta\rho_{xy}\{N\}_y\{N\}^{\mathrm{T}} + j\rho_{xz}\{N\}_y\{N\}_y^{\mathrm{T}} + \beta\rho_{yy}\{N\}_x\{N\}^{\mathrm{T}} \\ - j\rho_{yz}\{N\}_x\{N\}_y^{\mathrm{T}} \end{pmatrix} dxdy \qquad (ก.13)$$

$$[S_{zy}] = \sum_e \iint_e \begin{pmatrix} \beta\rho_{xx}\{N\}_y\{N\}^{\mathrm{T}} - j\rho_{xz}\{N\}_y\{N\}_x^{\mathrm{T}} - \beta\rho_{yx}\{N\}_x\{N\}^{\mathrm{T}} \\ + j\rho_{yz}\{N\}_x\{N\}_x^{\mathrm{T}} \end{pmatrix} dxdy \qquad (ก.14)$$

$$[S_{zz}] = \sum_e \iint_e \begin{pmatrix} \rho_{xx}\{N\}_y\{N\}_y^{\mathrm{T}} - \rho_{xy}\{N\}_y\{N\}_x^{\mathrm{T}} - \rho_{yx}\{N\}_x\{N\}_y^{\mathrm{T}} \\ + \rho_{yy}\{N\}_x\{N\}_x^{\mathrm{T}} \end{pmatrix} dxdy \qquad (ก.15)$$

เมตริกซ์ $[L]$ สมการ (ก.1)สามารถหาได้จากสมการ

$$[L]=\sum_e \iint_e \mu_\gamma \{C\}\{C\}^{\mathrm{T}}\,dxdy \qquad (ก.16)$$

เมื่อ

$$\{C\}=\begin{bmatrix} \partial\{N\}/\partial x \\ \partial\{N\}/\partial y \\ \beta\{N\} \end{bmatrix} \qquad (ก.17)$$

กำหนดองค์ประกอบของเมตริกซ์ $[L]$คือ

$$\begin{bmatrix} [L_{xx}] & [L_{xy}] & [L_{xz}] \\ [L_{yx}] & [L_{yy}] & [L_{yz}] \\ [L_{zx}] & [L_{zy}] & [L_{zz}] \end{bmatrix}=[L] \qquad (ก.18)$$

โดยที่เมตริกซ์ย่อย$[L_{xx}]$, $[L_{xy}]$,… , $[L_{zz}]$ ในแต่ละอีลีเมนต์ มีอันดับเป็น 3×3 แทนสมการ(ก.17) ในสมการ (ก.16) เมตริกซ์ย่อยของ$[L]$ในสมการ(ก.18) สามารถได้จากสมการดังต่อไปนี้

$$[L_{xx}]=\sum_e \iint_e \mu_\gamma \{N\}_x \{N\}_x^{\mathrm{T}} dxdy \qquad (ก.19)$$

$$[L_{xy}]=\sum_e \iint_e \mu_\gamma \{N\}_x \{N\}_y^{\mathrm{T}} dxdy \qquad (ก.20)$$

$$[L_{xy}]=\beta\sum_e \iint_e \mu_\gamma \{N\}_x \{N\}^{\mathrm{T}} dxdy \qquad (ก.21)$$

$$[L_{yx}]=\sum_e \iint_e \mu_\gamma \{N\}_y \{N\}_x^{\mathrm{T}} dxdy \qquad (ก.22)$$

$$[L_{yy}]=\sum_e \iint_e \mu_\gamma \{N\}_y \{N\}_y^{\mathrm{T}} dxdy \qquad (ก.23)$$

$$[L_{yz}]=\beta\sum_e \iint_e \mu_\gamma \{N\}_y \{N\}^{\mathrm{T}} dxdy \qquad (ก.24)$$

$$[L_{zx}]=\beta\sum_e \iint_e \mu_\gamma \{N\}\ \{N\}_x^{\mathrm{T}} dxdy \qquad (ก.25)$$

$$[L_{zy}] = \beta \sum_{e} \iint_{e} \mu_r \{N\} \ \{N\}_y^{\mathrm{T}} dxdy \tag{ก.26}$$

$$[L_{zz}] = \beta \sum_{e} \iint_{e} \mu_r \{N\} \ \{N\}^{\mathrm{T}} dxdy \tag{ก.27}$$

เมตริกซ์ $[M]$ ในสมการ(ก.1)สามารถหาได้จาก

$$[M] = \sum_{e} \iint_{e} \mu_r \{N\}^{*} \{N\}^{\mathrm{T}} dxdy \tag{ก.28}$$

เมื่อ

$$[N] = \begin{bmatrix} \{N\} & \{0\} & \{0\} \\ \{0\} & \{N\} & \{0\} \\ \{0\} & \{0\} & j\{N\} \end{bmatrix} \tag{ก.29}$$

กำหนดให้องค์ประกอบของเมตริกซ์ $[M]$ คือ

$$\begin{bmatrix} [M_{xx}] & [M_{xy}] & [M_{xz}] \\ [M_{yx}] & [M_{yy}] & [M_{yz}] \\ [M_{zx}] & [M_{zy}] & [M_{zz}] \end{bmatrix} = [M] \tag{ก.30}$$

โดยเมตริกซ์ย่อย $[M_{xx}]$, $[M_{xy}]$,... , $[M_{zz}]$ ในแต่ละอีลีเมนต์มีอันดับเป็น 3×3
แทนสมการ(ก.29)ในสมการ (ก.28)เมตริกซ์ย่อยของ $[M]$ ในสมการ(ก.30)สามารถหาได้จากสมการต่อไปนี้

$$[M_{xx}] = [M_{yy}] = [M_{zz}] = \sum_{e} \iint_{e} \mu_r \{N\} \{N\}^{\mathrm{T}} dxdy \tag{ก.31}$$

$$[M_{xy}] = [M_{yx}] = [0] \tag{ก.32}$$

$$[M_{xz}] = [M_{zx}] = [0] \tag{ก.33}$$

$$[M_{yz}] = [M_{zx}] = [0] \tag{ก.34}$$

เมื่อ $\{N\}_x = \partial\{N\}/\partial x$, $\{N\}_y = \partial\{N\}/\partial y$, T คือตัวดำเนินการสลับเปลี่ยน
ผลอินทิกรัลของฟังก์ชันรูปร่างในแต่ละอีลีเมนต์

ภาคผนวก ข

1.การได้มาซึ่ง ∇ ในรูปเมตริกซ์เราพิจารณาจากผลคูณคาร์ทีเซียน

$$\nabla \times \mathrm{H} = \left(\frac{\partial \mathrm{H}_z}{\partial y} - \frac{\partial \mathrm{H}_y}{\partial z}\right)a_x + \left(\frac{\partial \mathrm{H}_x}{\partial z} - \frac{\partial \mathrm{H}_z}{\partial x}\right)a_y + \left(\frac{\partial \mathrm{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \mathrm{H}_x}{\partial y}\right)a_z \qquad (ข.1)$$

เมื่อพิจารณาทำให้ทราบว่า

$$\nabla \times \mathrm{H} = [\nabla]\{\mathrm{H}\} = \begin{bmatrix} 0 & -\partial/\partial z & \partial/\partial y \\ \partial/\partial z & 0 & -\partial/\partial x \\ -\partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathrm{H}_x \\ \mathrm{H}_y \\ \mathrm{H}_z \end{Bmatrix} \qquad (ข.2)$$

$$[\nabla] = \begin{bmatrix} 0 & -\partial/\partial z & \partial/\partial y \\ \partial/\partial z & 0 & -\partial/\partial x \\ -\partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 \end{bmatrix} \qquad (ข.3)$$

2.คุณสมบัติของเวกเตอร์

$$a \cdot (b \times c) = b \cdot (c \times a) = c \cdot (a \times b) \qquad (ข.4)$$

$$a \times (b \times c) = (a \cdot c)b - (a \cdot b)c \qquad (ข.5)$$

$$\nabla(ab) = a\nabla b + b\nabla a \qquad (ข.6)$$

$$\nabla \cdot (ab) = a\nabla \cdot b + b \cdot \nabla a \qquad (ข.7)$$

$$\nabla \times (ab) = a\nabla \times b - b \times \nabla a \qquad (ข.8)$$

$$\nabla(a \cdot b) = a \times \nabla \times b + b \times \nabla \times a + (a \cdot \nabla)b + (b \cdot \nabla)a \qquad (ข.9)$$

$$\nabla \cdot (a \times b) = b \cdot \nabla \times a - a \cdot \nabla \times b \qquad (ข.10)$$

$$\nabla \times (a \times b) = a \cdot \nabla \cdot b - b\nabla \cdot a - (a \cdot \nabla)b + (b \cdot \nabla)a \qquad (ข.11)$$

$$\nabla \cdot (\nabla a) = \nabla^2 a \qquad (ข.12)$$

$$\nabla \times (\nabla \times a) = \nabla(\nabla \cdot a) - \nabla^2 a \qquad (ข.13)$$

$$\nabla \times (\nabla a) = 0 \qquad (ข.14)$$

$$\nabla \cdot (\nabla \times a) = 0 \tag{ข.15}$$

หลักการอินทิกรัล

กฎของเกร์เดียน(Gradient theorem)

$$\iiint_V \nabla f dV = \oiint_S \hat{n} f dS \tag{ข.16}$$

กฎของไดเวอร์เจนซ์(Divergence theorem)

$$\iiint_V \nabla \cdot f dV = \oiint_S \hat{n} \cdot f dS \tag{ข.17}$$

กฎของเคอร์(Curl theorem)

$$\iiint_V \nabla \times f dV = \oiint_S \hat{n} \times f dS \tag{ข.18}$$

กฎของเกร์เดียน-คอส(Cross-Gradient theorem)

$$\iint_S \hat{n} \times \nabla f dS = \oint_C \hat{l} f dl \tag{ข.19}$$

กฎของสโตกส์(Stokes theorem)

$$\iint_S \hat{n} \cdot \nabla \times f dS = \oint_C \hat{l} \cdot f dl \tag{ข.20}$$

กฎของคอส-เดล-คอส (Cross –del-cross theorem)

$$\iint_S (\hat{n} \times \nabla) \times f dS = \oint_S \hat{l} \times f dl \tag{ข.21}$$

กฎข้อที่ 1 สำหรับสเกลาร์ของ กรีนส์(First scalar Green's theorem)

$$\iiint_V [a\nabla \cdot (u\nabla b) + u(\nabla a) \cdot (\nabla b)] dV = \oiint_S au \frac{\partial}{\partial n} dS \tag{ข.22}$$

กฎข้อที่ 2 สำหรับสเกลาร์ของ กรีนส์(Second scalar Green's theorem)

$$\iiint_V [a\nabla \cdot (u\nabla b) - b\nabla \cdot (u\nabla a)] dV = \oiint_S u\left(a\frac{\partial b}{\partial n} - b\frac{\partial a}{\partial n}\right) dS \tag{ข.23}$$

กฎข้อที่ 1 สำหรับเวกเตอร์ของ กรีนส์(First vector Green's theorem)

$$\iiint_V [u(\nabla \times a) \cdot (\nabla \times b) - a \cdot (\nabla \times u\nabla \times b)] dV = \oiint_S u(a \times \nabla \times b) \cdot \hat{n} dS \tag{ข.24}$$

กฎข้อที่ 2 สำหรับเวกเตอร์ของ กรีนส์(Second vector Green's theorem)

$$\iiint_V [b \cdot (\nabla \times u\nabla \times a) - a \cdot (\nabla \times u\nabla \times b)] dV = \oiint_S u(a \times \nabla \times b - b \times \nabla \times a) \cdot \hat{n} dS \tag{ข.25}$$

....

ภาคผนวก ค

ปัญหาค่าขอบเขตที่ปรากฏในสมการทางคณิตศาสตร์รูปแบบของค่าขอบเขตสามารถกำหนดได้โดยการบังคับสมการดิฟเฟอร์เรนเชียลในโดเมนโอเมกา (Ω)

$$L\phi = f \tag{ค.1}$$

วิธีของริตซ์ (The Ritz Method)

เป็นที่ทราบกันว่าวิธีของ เรเลย์ริตซ์ คือวิธีที่แปรผันตามปัญหาค่าขอบเขตจะได้รับการจัดรูปเป็นนิพจน์แปรผันโดยอ้างถึงฟังก์ชันนอล ซึ่งมีผลตอบสนองต่ำสุดโดยการบังคับสมการดิฟเฟอร์เรนเชียลภายใต้การให้เงื่อนไขขอบเขตโดยดำเนินการให้เรากำหนดผลคูณภายใน (inner product) โดยแสดงเป็นรูปปีกกาเหลี่ยม $(\langle\ \rangle)$ โดย

$$\langle \phi, \psi \rangle = \int_{\Omega} \phi\varphi^{*} d\Omega \tag{ค.2}$$

โดย

$$\langle L\phi, \varphi \rangle = \langle \phi, L\varphi \rangle \tag{ค.3}$$

เครื่องหมายได้รับการกำหนดโดย

$$\langle L\phi, \varphi \rangle \quad \begin{cases} > 0 & \phi \neq 0 \\ = 0 & \phi = 0 \end{cases} \tag{ค.4}$$

ฟังก์ชันของปัญหาที่มีการตอบสนองต่ำสุดเขียนได้เป็น

$$F(\tilde{\phi}) = \frac{1}{2}\langle L\tilde{\phi}, \tilde{\phi} \rangle - \frac{1}{2}\langle \tilde{\phi}, f \rangle - \frac{1}{2}\langle f, \tilde{\phi} \rangle \tag{ค.5}$$

$\tilde{\phi}$ คือฟังก์ชันของคำตอบทดลอง

$$\widetilde{\phi} = \sum_{j=1}^{N} C_j V_j = \{C\}^{\mathrm{T}}\{V\} = \{V\}^{\mathrm{T}}\{C\} \qquad (\text{ค.6})$$

T แสดงถึงการทรานสโพสท์เมตริกซ์

C_j คือสัมประสิทธิ์ค่าคงที่ที่กำหนดขึ้น

φ_j คือฟังก์ชันที่ได้รับการเลือกมาในข้างต้นทั้งโดเมนต์ Ω

เมื่อแทนสมการ (ค.5)ใน (ค.6) ได้ว่า

$$F = \frac{1}{2}\{C\}^{\mathrm{T}} \int_{\Omega} \{V\} L \{V\}^{\mathrm{T}} d\Omega \{C\} - \{C\}^{\mathrm{T}} \int_{\Omega} \{V\} f d\Omega \qquad (\text{ค.7})$$

ทำการ dif สมการ(ค.7)ได้ว่า

$$\frac{\partial F}{\partial C_i} = \frac{1}{2}\int_{\Omega} v_i L \{v\}^{\mathrm{T}} d\Omega \{C\} + \frac{1}{2}\{C\}^{\mathrm{T}} \int_{\Omega} \{v\} L v_i d\Omega - \int_{\Omega} v_i f d\Omega$$

$$= \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{N} C_j \int_{\Omega} \left(v_i L v_j + v_j L v_j\right) d\Omega - \int_{\Omega} v_i f d\Omega$$

$$= 0 \quad , \qquad i=1,2,3,4,5,6,\ldots,N \qquad (\text{ค.8})$$

ซึ่งสามรถเขียนในรูปเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$[S]\{C\} = \{b\} \qquad (\text{ค.9})$$

โดยในแต่ละอีลิเมนต์ $[S]$ สามารถแสดงได้โดย

$$S_{ij} = \frac{1}{2}\int_{\Omega} \left(v_i L v_j + v_j L v_i\right) d\Omega \qquad (\text{ค.10})$$

โดยในแต่ละอีลีเมนต์ของ $\{b\}$ สามารถแสดงได้โดย

$$b_i = \int_{\Omega} v_i f d\Omega \qquad (\text{ค.11})$$

โดย $[S]$ เป็นเมตริกซ์สามาตร โดยนำมาซึ่งคุณสมบัติเซลแอทจอยต์(self adjiont)ของตัวโอเปอเรเตอร์ L , S_{ij} สามารถเขียนได้เป็น

$$S_{ij} = \int_{\Omega} v_i L v_j d\Omega \qquad (ค.12)$$

ผลเฉลยโดยประมาณของสมการ (ค.1) ได้รับเมื่อแก้สมการเมตริกซ์(ค.9)นั้นเอง

....

ภาคผนวก ง

อินทิกรัลของฟังก์ชันรูปร่าง

อินทิกรัลของฟังก์ชันรูปร่างในอีลีเมนต์สามเหลี่ยมสามารถหาได้จากสมการต่อไปนี้ (Kardestuncer , 1988 , Sivester และ ferrari , 1990)

$$I^e(l,m,n) = \iint_e (L_1)^l (L_2)^m (L_3)^n \, dxdy \tag{ง.1a}$$

$$= \frac{l!m!n!}{(l+m+n)!} 2A \tag{ง.1b}$$

เมื่อ (L_1, L_2, L_3) คือฟังก์ชันเชิงเส้นที่สามารถหาได้จากสมการ

$$\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ x \\ y \end{bmatrix} \tag{ง.2}$$

เมื่อ

$$a_k = x_l y_m - x_m y_l \tag{ง.3}$$

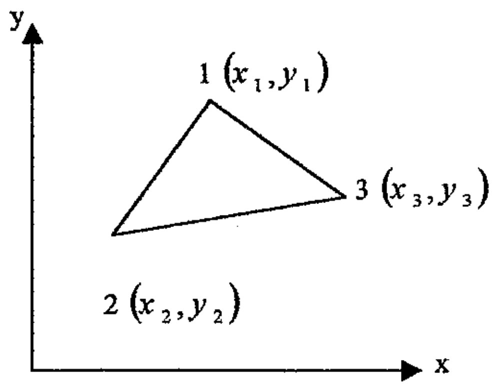
$$b_k = y_l - y_m \tag{ง.4}$$

$$c_k = x_m - x_l \tag{ง.5}$$

โดยที่ (k, l, m) เรียงในลักษณะมอดุโล 3 , (x_1, y_1), (x_2, y_2) และ (x_3, y_3) คือพิกัดของมุม 1, 2 และ 3 ของอีลีเมนต์สามเหลี่ยม ตามลำดับ ดังแสดงในรูป ฉ.1 , A คือพื้นที่ของอีลีเมนต์รูปสามเหลี่ยมซึ่งหาได้จากสมการ

$$A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \tag{ง.6}$$

โดยที่ [ ] คือตัวกำหนด



รูป ฉ.1 อีลีเมนต์รูปสามเหลี่ยม และพิกัดโนด

สำหรับอีลีเมนต์อันดับที่หนึ่ง ดังแสดงในรูป ฉ.1 ฟังก์ชันรูปร่าง $\{N\}$ คือ

$$\{N\} = [L_1 \quad L_2 \quad L_3]^T \tag{ง.7}$$

ผลอินทิกรัลของฟังก์ชันรูปร่างสำหรับแต่ละอีลีเมนต์ในวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามไฟฟ้า 3 องค์ประกอบ วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้แม่เหล็กสนามตามขวาง 2 องค์ประกอบ และวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามไฟฟ้าตามขวาง 2 องค์ประกอบ และวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามไฟฟ้าในแนวสัมผัสและในแนวแกน มีดังนี้

$$\left[\iint_e \{N\}\{N\}^T\, dxdy\right]_{ij} = \begin{Bmatrix} \dfrac{A}{6}, i = j \\ \dfrac{A}{12}, i \neq j \end{Bmatrix} \tag{ง.8}$$

$$\left[\iint_e \{N\}_x \{N\}_x^T dxdy\right]_{ij} = \frac{1}{4A} b_i b_j \tag{ง.9}$$

$$\left[\iint_e \{N\}_x \{N\}_y^T dxdy\right]_{ij} = \frac{1}{4A} b_i c_j \tag{ง.10}$$

$$\left[\iint_e \{N\}_y \{N\}_y^T dxdy\right]_{ij} = \frac{1}{4A} c_i c_j \tag{ง.11}$$

$$\left[\iint_e \{N\}\{N\}_x^T dxdy\right]_{ij} = \frac{b_j}{6} \tag{ง.12}$$

$$\left[\iint_e \{N\}\{N\}_y^T dxdy\right]_{ij} = \frac{c_j}{6} \tag{ง.13}$$

$$\iint_e \{N\}_y \{N\}_x^T dxdy = \left[\iint_e \{N\}_y \{N\}_y dxdy\right]^T \tag{ง.14}$$

$$\iint_e \{N\}_x \{N\}^T dxdy = \left[\iint_e \{N\}\{N\}_x^T dxdy\right]^T \tag{ง.15}$$

$$\iint_e \{N\}_y \{N\}^T dxdy = \left[\iint_e \{N\}\{N\}_y^T dxdy\right]^T \tag{ง.16}$$

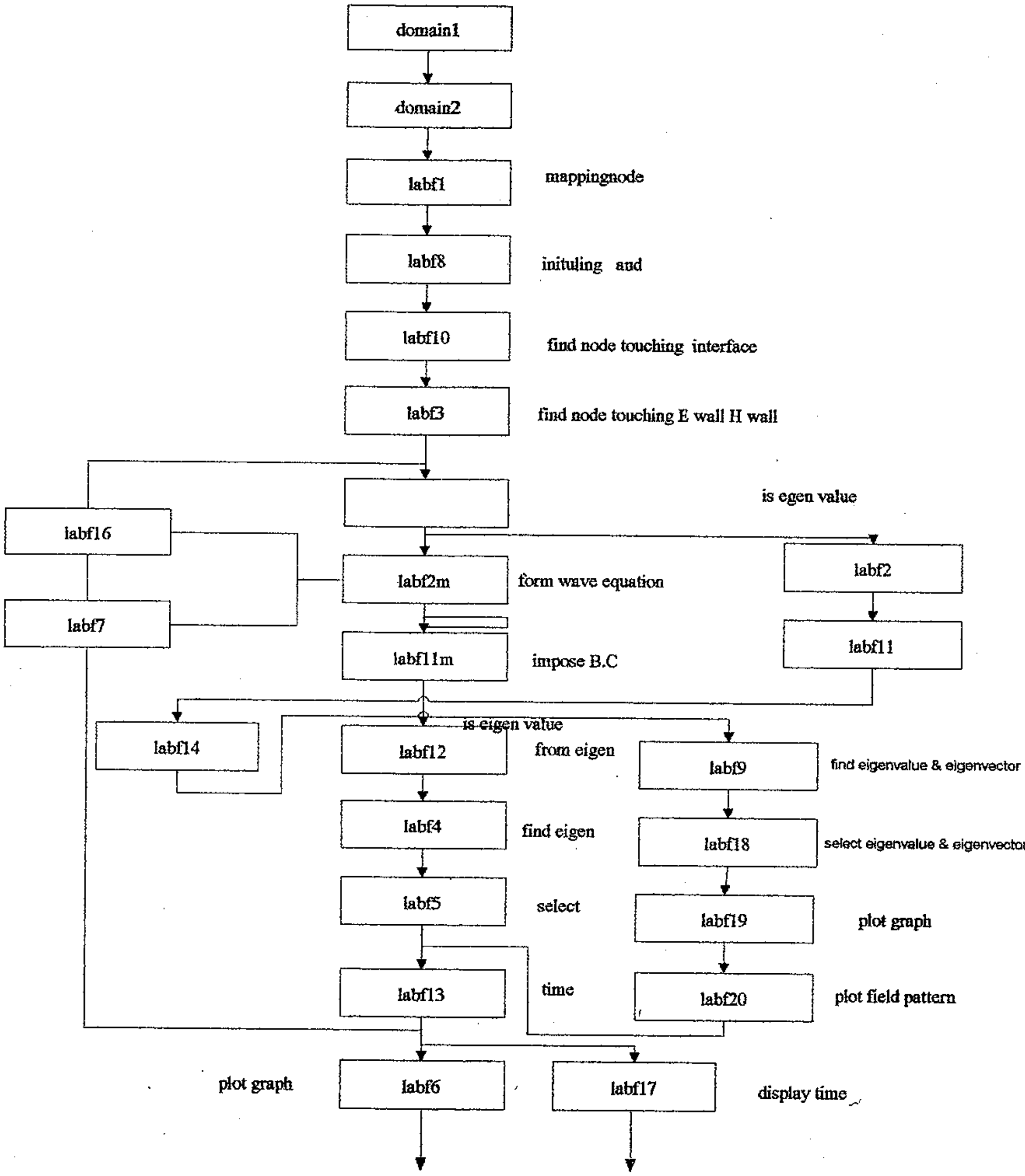
เมื่อ $i = 1,2,3$ และ $j = 1,2,3$

ภาคผนวก จ

แผนผังการทำงานของโปรแกรมวิเคราะห์ท่อนำคลื่น

การทำงานของโปรแกรมที่ผู้ดำเนินโครงงานวิจัยได้ใช้เป็นโปรแกรมหลักในการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นสามารถแสดงได้ดังต่อไปนี้

Flowchart of 3-H component for rectangular waveguide



```
%************
%main program
%************
runmod  %call for runmode

if rmfg==1
  clc
  fprintf('\n\n')
  disp(' ***********************************************************')
  disp(' *                                              *')
  disp(' *     Vectorial Finite-element Method Without            *')
  disp(' *     Any Spurious Solutions for Electrically            *')
  disp(' *     and Magnetically Anisotropic Waveguiding Problems  *')
  disp(' *     Using three Magnetic-Fields Component by           *')
  disp(' *     modified penalty method.                           *')
  disp(' *                                              *')
  disp(' ***********************************************************')
end

if rmfg==1
 while 1
  fprintf('\n\n')
  disp(' Do you wish to run program')
  disp('  1. yes')
  disp('  2. no')
  temp=input(' input your selection >> ');
  if (temp==2)|(temp==1),break,end
 end
else
 temp=1;  %data for background mode
```

```
end

if temp==2,break,end

clear all
save dhdf.mat
save infor.mat

format short

runmod
tic
domain1
timed1=toc;

if (ehtnfg==1),break,end

if disfg==2  %non-dispersive media
 tic
 domain2  %call for permeability and permittivity
 timed2=toc;
end

if disfg==2
 if rmfg==1
  while 1
   fprintf('\n\n')
   disp(' select your eigen value')
   disp('  1. k0 is eigen value')
   disp('  2. beta is eigen value')
```

```
  k0fg=input(' input your selection >> ');
  if (k0fg==1)|(k0fg==2),break,end
 end
else
 k0fg=1;  %data for background mode
end
else
 k0fg=2;  %media is dispersive
end

if rmfg==1
 while 1
  fprintf('\n\n')
  k0mn=input(' input the minimum value for k0 axis >> ');
  k0mx=input(' input the maximum value for k0 axis >> ');
  if (k0mn>=0)&(k0mn<k0mx),break,end
 end
else
 k0mn=4;
 k0mx=16;
end

if (mhtnfg~=1)
 if rmfg==1
  while 1
   fprintf('\n\n')
   disp(' select your range for beta/k0 axis')
   disp('  1. automatic adapt range')
   disp('  2. custom adapt range')
   lifg=input('input your selection >> ');
```

```
if (lifg==1)|(lifg==2),break,end
end
else
lifg=1;  %data for background mode
end
else
lifg=2;  %data for dispersive media
end

if lifg==2
while 1
nefmn=[0,0];
nefmx=[0,0];
if rmfg==1
fprintf('\n\n')
nefmn(1,2)=input(' input minimum value for beta/k0 axis >> ');
nefmx(1,2)=input(' input maximum value for beta/k0 axis >> ');
else
nefmn(1,2)=0;  %data for background mode
nefmx(1,2)=9;
end
temp=(nefmx(1,2)>nefmn(1,2));
if (temp==1)
clear temp;
timelt=0;
save dsltf.mat nefmn nefmx k0mx k0mn
break
end
end
else
```

```
 limit
end

if cwfg==2  %rectangular cross-section waveguide
 if rmfg==1
 fprintf('\n\n')
 disp('  A                  B')
 disp(' -----------------------')
 disp(' |                  |')
 disp(' |                  |')
 disp(' |    waveguide       |')
 disp(' |                  |')
 disp(' |                  |')
 disp(' -----------------------')
 disp('  D                  C')
 fprintf('\n')
 disp(' Impose boundary condition')
 disp(' Enter  1.for H wall')
 disp('        2.for E wall')
 disp('        3.for not inpose anything')
 fprintf('\n')

while 1
 abside =input('  AB side >> ');
 if abside==1|abside==2|abside==3,break,end
end

while 1
 bcside=input('  BC side >> ');
 if bcside==1|bcside==2|bcside==3,break,end
```

```
end

while 1
 cdside=input('  CD side >> ');
 if cdside==1|cdside==2|cdside==3,break,end
end

while 1
 daside=input('  DA side >> ');
 if daside==1|daside==2|daside==3,break,end
end

else  %data for background mode
 abside=2;
 bcside=2;
 cdside=2;
 daside=2;
end

else  %circular cross-section waveguide

if rmfg==1
 fprintf('\n\n')
 disp(' Select model for calculation')
 disp('  1.full model ')
 disp('  2.quater model ')
 fufg=input(' input your selection >> ');
else
 fufg=1;
end
```

```
if fufg==1
 if rmfg==1
  fprintf('\n\n')
  disp(' Select wall of waveguide ')
  disp('  1. H wall')
  disp('  2. E wall')
  wafg=input(' input your selection >> ');
 else
  wafg=2;  %data for background mode
 end

else
if rmfg==1
 fprintf('\n\n')
 disp('A')
 disp('**')
 disp('*  * ')
 disp('*    * ')
 disp('*     *')
 disp('*       *')
 disp('*         *')
 disp('*           *')
 disp('*             * ')
 disp('* * * * * * * * *  ')
 disp('C              B')

fprintf('\n')
disp(' Impose boundary condition')
disp(' Enter  1.for H wall')
```

```
disp('      2.for E wall')
disp('      3.for not inpose anything')
fprintf('\n')

while 1
 abside =input('  AB side >> ');
 if abside==1|abside==2|abside==3,break,end
end

while 1
 bcside=input('  BC side >> ');
 if bcside==1|bcside==2|bcside==3,break,end
end

while 1
 caside=input('  CA side >> ');
 if caside==1|caside==2|caside==3,break,end
end

else  %data for background mode
 abside=1;
 bcside=2;
 caside=2;
end

end  %fufg
end  %cwfg

if rmfg==1
 while 1
```

```
    fprintf('\n\n')
    disp(' select choice when finish work')
    disp('  1. quit matlab')
    disp('  2. stay at prompt')
    qfg=input('input your selection >> ');
    if (qfg==1)|(qfg==2),break,end
   end
  else
   qfg=2;
  end

 if rmfg==1
  fprintf('\n\n')
  span=input(' input order of trial function >> ');
 else
  span=1;
 end

 if rmfg==1
  while 1
   fprintf('\n\n')
   fprintf(' select mesh pattern. \n')
   fprintf('  1. type A \n')
   fprintf('  2. type B \n')
   mhfg=input(' input your selection >> ');
   if (mhfg==1)|(mhfg==2),break,end
  end
 else
  mhfg=1;  %data for background mode
 end
```

```
if rmfg==1
 fprintf('\n\n')
 s=input(' input penalty factor >> ');
else
 s=(1/2.289)^2;
end

if rmfg==1
 fprintf('\n\n')
 disp(' Do you want to plot field pattern ')
 disp('  1. yes ')
 disp('  2. no  ')
 ptnfg=input(' select >> ');
else
 ptnfg=2;
 % background mode
end

if rmfg==1
 fprintf('\n\n')
 disp(' DO you want to see used memory ')
 disp('  1. yes ')
 disp('  2. no ')
 sefg=input(' select >> ');
else
 sefg=2;
end

if rmfg==1
```

```
 fprintf('\n\n')
 inl=input(' number of interval >> ');
else
 inl=1;
end

if rmfg==1
 for loop1=1:inl
  fprintf('\n\n')
  if (k0fg==1)
   fprintf(' input min t-normalized beta of interval %g ',loop1)
   min(loop1)= input(' >> ');
   fprintf(' input max t-normalized beta of interval %g ',loop1')
   max(loop1)=input(' >> ');
  else
   fprintf(' input min t-normalized freq. of interval %g ',loop1)
   min(loop1)=input(' >> ');
   fprintf(' input max t-normalized freq. of interval %g ',loop1')
   max(loop1)=input(' >> ');
  end
  istep(loop1)=input(' input step >> ');
 end
else
 min(1)=13.4;
 max(1)=36.8;
 istep(1)=(34.5-13.4)/48;
end

temp96=0;
for loop1=1:inl
```

```
temp99(loop1)=((max(loop1)-min(loop1))/istep(loop1))+1;
temp1=temp99(loop1);
temp99(loop1)=round(temp1);
%number of input data in each interval

temp96=temp96+temp99(loop1);
 %total number of input interval

if loop1==1
 temp95(loop1)=0;
else
 temp95(loop1)=temp95(loop1-1)+temp99(loop1-1);
 %offset of each interval
 temp1=temp95(loop1);
 temp95(loop1)=round(temp1);
end
clear temp1;
end

if cwfg==2
save infor.mat k0fg lifg abside bcside cdside daside qfg span...
        inl min max istep dofg disfg temp95 temp96 ...
        temp99 mhfg mhtnfg ehtnfg cwfg ptnfg sefg s

else
if fufg==1
save infor.mat k0fg lifg qfg span wafg fufg...
        inl min max istep dofg disfg temp95 temp96 ...
        temp99 mhfg mhtnfg ehtnfg cwfg ptnfg sefg s
```

```
 else
  save infor.mat k0fg lifg abside bcside caside qfg span ...
             inl min max istep dofg disfg temp95 temp96 ...
             temp99 mhfg mhtnfg ehtnfg cwfg ptnfg sefg s
 end
end

%**************************
%initaulize calculating time
%**************************
time4=0;
time5=0;
time9=0;
time18=0;
time11=0;
time12=0;
time14=0;

if cwfg==2  %rectangular waveguide
 time1=0;
 time8=0;
 time10=0;
 time3=0;
 time2=0;
else  %circular cross-section waveguide
 time21=0;
 time28=0;
 time23=0;
 time22=0;
end
```

```
flag99=0;

if cwfg==2 %rectangular waveguide

 if (span==1)
  labf1 %mapping
  if disfg==2 %non-dispersive
   labf8 %initualize permeability and permittivity to each element
   labf10 %find node touching interface
  end
  labf3 %find node touching E wall and H wall of waveguide
 else
  labfa1 %mapping (second order)
  if disfg==2 %non-dispersive
   labf8 %initualize permeability and permittivity to each element
   labfa10 %find node touching interface
  end
  labfa3 %find node touching E wall and H wall of waveguide
 end

else %circular cross-section waveguide

 if fufg==1
  labf41
 else
  labf21 %mapping
 end

 if disfg==2
```

```
 if fufg==1
  labf48
 else
  labf28  %initualize permeability and epsilon
 end

end

if fufg==1
 labf43
else
 labf23  %find node touching E wall and H wall
end

end

for loop98=1:inl
 loop99=1;

 while (loop99<=temp99(loop98))
  temp98=(loop99-1)*istep(loop98)+min(loop98);
  acomp=(temp95(loop98)+loop99)*100/temp96;

 if cwfg==2  %rectangular waveguide

  if (span==1)
   if disfg==1  %dispersive
    tic
    domain2
```

```
  timed2=toc;
  labf8  %initualize permeability and permittivity to each element
  labf10  %find node touching interface
 end
 if k0fg==1
  labf2m  %form wave and divergence matrix
 else
  labf2
 end
else
 if disfg==1  %dispersive
  tic
  domain2
  timed2=toc;
  labf8  %initualize permeability and permittivity to each element
  labfa10  %find node touching interface
 end
 labfa2  %second order
end

else  %circular cross-section waveguide

if disfg==1
 tic
 domain2
 timed2=toc

if fufg==1
 labf48
else
```

```
labf28
end

end
if k0fg==1

 if fufg==1
  labf42m
 else
  labf22m
 end

else
 labf22
end

end %cwfg==2

if k0fg==1
 labf11m %impose boundary condition
 labf12 %form eigen matrix where k0 is eigenvalue
else
 labf11
 labf14
end

if ptnfg==1 %plot field pattern
 labf9
 labf18
 labf19
```

```
    labf20
   else
    labf4
    labf5
   end

  if flag99==0  %record time
   labf13
   flag99=1;
  end

  loop99=loop99+1;
 end

end

clear
save finish.mat
load infor.mat

if (qfg==1)
 quit
end
```