

อภิธาน์นทนาการ

I. 2A68062



สำนักหอสมุด



วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์สำหรับวิเคราะห์ท่อนำคลื่นแบบแอนไอโซทรอปิกไม่เอกพันธ์
โดยใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ

Finite Element Analysis of Inhomogeneous Anisotropic Waveguides
Using 3-fields Magnetic Components

สำนักหอสมุด มหาวิทยาลัยนเรศวร
วันลงทะเบียน - 9 พ.ค. 2544
เลขทะเบียน 4440102
เลขเรียกหนังสือ 92.7

นาย วิเชียร พร้อมโตนด รหัส 40362501

F56
05592

นาย สลักเพชร เกตุแก้ว รหัส 40362584

9543

โครงการนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้าและคอมพิวเตอร์
คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร
ปีการศึกษา 2543



วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์สำหรับวิเคราะห์ท่อนำคลื่นแบบแอนไอโซทรอปิกไม่เอกพันธ์
โดยใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ

**Finite Element Analysis of Inhomogeneous Anisotropic Waveguides
Using 3-fields Magnetic Components**

นาย วิเชียร พร้อมโตนด รหัส 40362501

นาย สลักเพชร เกตุแก้ว รหัส 40362584

โครงการนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้าและคอมพิวเตอร์
คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร
ปีการศึกษา 2543



ใบรับรองโครงการวิจัย

หัวข้อโครงการ : วิถีไฟไนต์อีลีเมนต์สำหรับวิเคราะห์หอนาคลื่นแบบแอนไอโซทรอปิก
ไม่เอกพันธ์โดยใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ

Performance : Finite Element Analysis of Inhomogeneous Anisotropic Waveguides
Using 3-fields Magnetic Components

ผู้ดำเนินโครงการ : นาย วิเชียร พร้อมโดนค รหัส 40362501
นาย สลักเพชร เกตุแก้ว รหัส 40362584

อาจารย์ที่ปรึกษา : อ. ชัยรัตน์ พินทอง

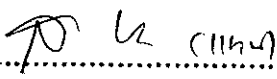
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม : อ. สมยศ เกียรติวนิชวิไล

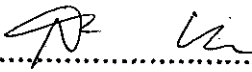
สาขา : วิศวกรรมไฟฟ้า

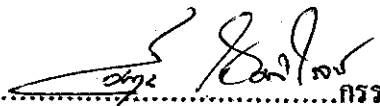
ภาควิชา : วิศวกรรมไฟฟ้าและคอมพิวเตอร์

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร อนุมัติให้โครงการฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของ
การศึกษาตามหลักสูตร วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า

คณะกรรมการสอบโครงการวิจัย


.....ประธานกรรมการ
(อาจารย์ ชัยรัตน์ พินทอง)


.....กรรมการ
(อาจารย์ สมยศ เกียรติวนิชวิไล)


.....กรรมการ
(อาจารย์ สมชาย โชคมาวิโรจน์)

หัวข้อโครงการ : วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์สำหรับวิเคราะห์ท่อนำคลื่นแบบแอนไอโซทรอปิก
ไม่เอกพันธ์โดยใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ

ผู้ดำเนินโครงการ : นาย วิเชียร พร้อมโคนค รหัส 40362501
นาย สลักเพชร เกตุแก้ว รหัส 40362584

อาจารย์ที่ปรึกษา : อ. รัชรัตน์ พินทอง

อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม : อ.สมยศ เกียรติวนิชวิไล

สาขา : วิศวกรรมไฟฟ้า

ภาควิชา : วิศวกรรมไฟฟ้าและคอมพิวเตอร์

ปีการศึกษา : 2543

.....

บทคัดย่อ

โครงการวิจัยเล่มนี้ได้นำเสนอการประยุกต์ใช้วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบที่สามารถวิเคราะห์ท่อนำคลื่นแบบไอโซทรอปิกไม่เอกพันธ์ท่อนำแสงแบบแอนไอโซทรอปิกไฟฟ้าได้ และใช้ในการออกแบบโปรแกรมวิเคราะห์ท่อนำคลื่นแบบไอโซทรอปิกไม่เอกพันธ์ ท่อนำแสงแบบแอนไอโซทรอปิกไฟฟ้าได้ ในโครงการวิจัยนี้ได้ทำการเขียนโปรแกรมเพื่อทำการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นแบบไอโซทรอปิกไม่เอกพันธ์และท่อนำแสงแบบแอนไอโซทรอปิกไฟฟ้าโดยใช้โปรแกรม MATHLAB ผลจากการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรมและวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบนั้น ผลการวิเคราะห์มีความถูกต้องแม่นยำมากเมื่อเปรียบเทียบกับวิธีเชิงวิเคราะห์ โดยไม่มีการปรากฏของผลเฉลยปลอมเทียม

Project Title : Finite Element Analysis of Inhomogeneous Anisotropic Waveguides
Using 3-fields Magnetic Components

Name : Mr.Wichian Promtanod ID 40362501
Mr.Salakpetch Keatkeaw ID 40362584

Project Advisor : Mr.Chairat Pinthong

Co-Project Advisor : Mr.Somyot Kaitwanidvilai

Field of Study : Electrical Engineering

Department : Electrical and Computer Engineering

Academic Year : 2000

.....

Abstract

This project presents a new Finite Element Method using three Magnetic Field Components (FEM) for solving inhomogeneous isotropic waveguide , electric anisotropic waveguide and designing program for analysis. This project has write program for analyze the isotropic waveguide and electric anisotropic waveguide by MATHLAB program. The numerical example by MATHLAB program and transveres waveguide using three magnetic field component in Finite Element Method This numerical example with program and finite element method usir.g two magnetic field components show good agreement with the results computed by using analytic method and the other previously published method , and there is no occurrence of spurious solution .

กิตติกรรมประกาศ

โครงการวิศวกรรมเรื่องวิธีไฟในคัลอิ์เมนต์สำหรับวิเคราะห์ที่่อนาคดินแบบแอนไอโซทรอปีกไม่เอกพันธ์โดยใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบที่สำเร็จเป็นรูปเล่มได้นี้เนื่องด้วยได้รับความกรุณาของ ว่าที่ คีอกเคอร์ ชัยรัตน์ พินทอง หัวหน้าภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า แห่งมหาวิทยาลัยนเรศวร ผู้เป็นอาจารย์วางรากฐานและประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ทางด้านนี้ให้แก่ผู้ดำเนินการโครงการทั้งได้เอื้อเฟื้อให้ความช่วยเหลือและให้กำลังใจอย่างดีเสมอมาข้าพเจ้าและผู้ร่วมงานจึงขอแสดงความขอบคุณไว้ ณ ที่นี้.

นาย วิเชียร พร้อมโคณค

นาย สลักเพชร เกตุแก้ว

สารบัญ

	หน้า
ใบรับรองโครงการวิจัย	ก
บทคัดย่อ	ข
Abstract	ค
กิตติกรรมประกาศ	ง
สารบัญ	จ
สารบัญตาราง	ช
สารบัญรูปภาพ	ฅ
ลำดับสัญลักษณ์	ฉ
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ที่มาและความสำคัญของโครงการ	1
1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการ	2
1.3 ขอบข่ายของโครงการ	2
1.4 ขั้นตอนการดำเนินงาน	3
1.5 ผลที่คาดว่าจะได้รับ	4
1.6 งบประมาณที่ใช้	4
บทที่ 2 ทฤษฎีวิเคราะห์และหลักการจลรูปฟังก์ชันวิเคราะห์	5
2.1 วิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ (Finit Element Method , FEM)	5
2.2 สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ	9
2.3 ท่อนำคลื่น (Wave guide)	9
2.4 โปรแกรม Matlab	11
2.5 นิพจน์แปรผัน(Variational Expression)	11
2.6 เงื่อนไขขอบเขตและการพิจารณาฟังก์ชัน	13
2.7 การจลรูปสมการการวิเคราะห์ท่อนำคลื่น	13

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 3 ขั้นตอนการวิเคราะห์ที่ื่อนำคลื่น	19
บทที่ 4 ผลการทดลองและผลการวิเคราะห์	20
4.1 ที่ื่อนำคลื่นที่บรรจุด้วยโคอีเล็กตริก	20
4.2 ที่ื่อนำแสงแบบฝังในชั้นสเตรท	26
บทที่ 5 สรุปและวิจารณ์ผลการทดลองและข้อเสนอแนะ	45
5.1 ที่ื่อนำแสงแบบแอนไอโซทรอปิกไฟฟ้า	45
5.2 ที่ื่อนำคลื่นแบบไอโซทรอปิกไมเอกพันธ์	45
5.3 แนวทางการพัฒนาและการปรับปรุงแก้ไข	45
บรรณานุกรม	46
ภาคผนวก	47
ภาคผนวก ก	47
ภาคผนวก ข	51
ภาคผนวก ค	53
ภาคผนวก ง	56
ภาคผนวก จ	59
ประวัติผู้ทำโครงการ	79

สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 1.1 ขั้นตอนการดำเนินงาน	1
ตารางที่ 4.1 คุณลักษณะของผลเฉลยปโลมเทียม S_4 และโมดูลฐาน (LSE_{10}) ที่คำนวณได้จากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ $\beta\alpha = 1.0$ ตำแหน่ง $x = 1.125a, y = 0.375a$ ของท่อนำคลื่นบรรจุด้วยไดอิเล็กตริก เมื่อทำการแบ่งอีลิเมนต์ดังแสดงในรูป 4.2 โดยที่สัมประสิทธิ์ที่นอลตีเท่ากับ	23
ตารางที่ 4.2 ตัวอย่างของค่า β/k_0 ที่ $k_0a = 3.0$ ที่คำนวณได้จาก วิธีไฟไนต์อีลิเมนต์และวิธีเชิงวิเคราะห์รวมขนาดความผิดพลาด เมื่อทำการแบ่งอีลิเมนต์ดังแสดงในรูป 2.2 โดยที่ สัมประสิทธิ์ที่นอลตีเท่ากับ 1 และ $1/0.75$	25

สารบัญรูปภาพ

	หน้า
รูปที่ 2.1 อีลีเมนต์ย่อยสามเหลี่ยม	5
รูปที่ 2.2 แสดงส่วนประกอบของท่อนำคลื่น	10
รูปที่ 2.3 แสดงท่อนำคลื่นที่บรรจุด้วย ไดอิเล็กตริก	10
รูปที่ 2.4 แสดงท่อนำคลื่นที่มีภาคตัดขวางรูปใดๆ และมีความสม่ำเสมอในแกน z	12
รูปที่ 4.1 ภาคตัดขวางของท่อนำคลื่นบรรจุด้วย ไดอิเล็กตริก	19
รูปที่ 4.2 การแบ่งอีลีเมนต์บนภาคตัดขวางของท่อนำคลื่นบรรจุด้วย ไดอิเล็กตริกออกเป็น 256 อีลีเมนต์ 153 โหนด	19
รูปที่ 4.3 กราฟคิสเพอร์ชันที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบของท่อนำคลื่นบรรจุด้วย ไดอิเล็กตริก เมื่อปราศจากพจน์พินอลดี ($p=0$)	20
รูปที่ 4.4 กราฟคิสเพอร์ชันที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบของท่อนำคลื่นบรรจุด้วย ไดอิเล็กตริก เมื่อ $p=1$ เทียบกับผลเฉลยแม่นยำตรงที่ได้จากวิธีเชิงวิเคราะห์	21
รูปที่ 4.5 ภาคตัดขวางท่อนำแสงแบบฝังในฉนวน	26
รูปที่ 4.6 การแบ่งอีลีเมนต์ภาคตัดขวางท่อนำคลื่นแบบที่ 1 ออกเป็น 624 อีลีเมนต์ 351 โหนด	26
รูปที่ 4.7 การแบ่งอีลีเมนต์ภาคตัดขวางท่อนำคลื่นแบบที่ 2 ออกเป็น 624 อีลีเมนต์ 351	27
รูปที่ 4.8 กราฟคิสเพอร์ชันที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้ สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ เมื่อ $p = 1/2.289$ และที่ได้จาก วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์ประกอบ ของท่อนำแสงแบบฝังในฉนวนที่มีแกนและฉนวนเป็นเนกาทีฟยูนิเอกเซียล เมื่อใช้ (ก) การแบ่งอีลีเมนต์แบบที่ 1 (ข) การแบ่งอีลีเมนต์แบบที่ 2	29

สารบัญรูปภาพ(ต่อ)

	หน้า
รูปที่ 4.9 แบบรูปของสนามแม่เหล็กที่ $k_0 t = 16.0$ ใน โมด E_{11}^y คำนวณจากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ เมื่อ $p = 1/2.289$ ของท่อนำแสงแบบฝังในฉนวนที่มี แกนและฉนวนเป็นเนกาทีฟยูนิแอกเซียลโดยใช้การแบ่งอีลิเมนต์แบบที่ 1	31
รูปที่ 4.10 แบบรูป 3 มิติของสนามแม่เหล็กที่ $k_0 t = 16.0$ ใน โมด E_{11}^y คำนวณจากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ เมื่อ $p = 1/2.289$ ของท่อนำแสงแบบฝังในฉนวนที่มี แกนและฉนวนเป็นเนกาทีฟยูนิแอกเซียลโดยใช้การแบ่งอีลิเมนต์แบบที่ 1	32
รูปที่ 4.11 แบบรูปของสนามแม่เหล็กที่ $k_0 t = 16.0$ ใน โมด E_{21}^y คำนวณจากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ เมื่อ $p = 1/2.289$ ของท่อนำแสงแบบฝังในฉนวนที่มี แกนและฉนวนเป็นเนกาทีฟยูนิแอกเซียลโดยใช้การแบ่งอีลิเมนต์แบบที่ 1	33
รูปที่ 4.12 แบบรูป 3 มิติของสนามแม่เหล็กที่ $k_0 t = 16.0$ ใน โมด E_{21}^y คำนวณจากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ เมื่อ $p = 1/2.289$ ของท่อนำแสงแบบฝังในฉนวนที่มี แกนและฉนวนเป็นเนกาทีฟยูนิแอกเซียลโดยใช้การแบ่งอีลิเมนต์แบบที่ 1	34
รูปที่ 4.13 แบบรูปของสนามแม่เหล็กที่ $k_0 t = 16.0$ ใน) โมด E_{31}^y ที่คำนวณจาก วิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ เมื่อ $p = 1/2.289$ ของท่อนำแสงแบบฝังในฉนวนที่มีแกนและฉนวนเป็นเนกาทีฟยูนิแอกเซียล โดยใช้การแบ่งอีลิเมนต์แบบที่ 1	35
รูป 4.14 แบบ รูป3 มิติของสนามแม่เหล็กที่ $k_0 t = 16.0$ ใน โมด E_{31}^y ที่คำนวณจาก วิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ เมื่อ $p = 1/2.289$ ของท่อนำแสงแบบ ฝังในฉนวนที่มีแกนและฉนวนเป็น เนกาทีฟยูนิแอกเซียลโดยใช้การแบ่งอีลิเมนต์แบบที่ 1	36

สารบัญรูปภาพ(ต่อ)

	หน้า
รูป 4.15 กราฟคิสเพอร์ชันที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ เมื่อ $p = 1/2.289$ และที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์ประกอบ ของท่อนำแสงแบบฝังในฉนวนที่มีแกนแอนไอโซทรอปิกตามขวางเมื่อใช้ (ก) การแบ่งอีลิเมนต์แบบที่ 1 (ข) การแบ่งอีลิเมนต์แบบที่ 2	38
รูป 4.16 แบบรูปของสนามแม่เหล็กที่ $k_0 t = 16.0$ ในโหมด E_{11}^y ที่คำนวณจากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ เมื่อ $p = 1/2.289$ ของท่อนำแสงแบบฝังในฉนวนที่มีแกนเป็นแอนไอโซทรอปิกตามขวาง และฉนวนเป็นเนกาทีฟยูนิแอกเซียล โดยใช้การแบ่งอีลิเมนต์แบบที่ 2	39
รูป 4.17 แบบรูป 3 มิติของสนามแม่เหล็กที่ $k_0 t = 16.0$ ในโหมด E_{11}^y ที่คำนวณจากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ เมื่อ $p = 1/2.289$ ของท่อนำแสงแบบฝังในฉนวนที่มีแกนเป็นแอนไอโซทรอปิกตามขวาง และฉนวนเป็นเนกาทีฟยูนิแอกเซียล โดยใช้การแบ่งอีลิเมนต์แบบที่ 2	40
รูป 4.18 แบบรูป ของสนามแม่เหล็กที่ $k_0 t = 16.0$ ใน โหมด E_{21}^y ที่คำนวณจากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ เมื่อ $p = 1/2.289$ ของท่อนำแสงแบบฝังในฉนวนที่มีแกนเป็นแอนไอโซทรอปิกตามขวาง และฉนวนเป็นเนกาทีฟยูนิแอกเซียล โดยใช้การแบ่งอีลิเมนต์แบบที่ 2	41
รูป 4.19 แบบรูป 3 มิติของสนามแม่เหล็กที่ $k_0 t = 16.0$ ใน โหมด E_{21}^y ที่คำนวณจากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ เมื่อ $p = 1/2.289$ ของท่อนำแสงแบบฝังในฉนวนที่มีแกนเป็นแอนไอโซทรอปิกตามขวาง และฉนวนเป็นเนกาทีฟยูนิแอกเซียล โดยใช้การแบ่งอีลิเมนต์แบบที่ 2	42

สารบัญรูปภาพ(ต่อ)

	หน้า
รูป 4.20 แบบรูปของสนามแม่เหล็กที่ $k_0 t = 16.0$ ใน โมด E_{31}^y ที่คำนวณจากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ เมื่อ $p = 1/2.289$ ของท่อนำแสงแบบฝังในฉัวยสเตรทที่มีแกน เป็นแอนไอโซทรอปิกตามขวาง และฉัวยสเตรทเป็นเนกาทีฟยูนิแอกเซียล โดยใช้การแบ่งอีลิเมนต์แบบที่ 2	43
รูป 4.21 แบบรูป3 มิติของสนามแม่เหล็กที่ $k_0 t = 16.0$ ใน โมด E_{31}^y ที่คำนวณจากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ เมื่อ $p = 1/2.289$ ของท่อนำแสงแบบฝังในฉัวยสเตรทที่มีแกน เป็นแอนไอโซทรอปิกตามขวาง และฉัวยสเตรทเป็นเนกาทีฟยูนิแอกเซียล โดยใช้การแบ่งอีลิเมนต์แบบที่ 2	44

ลำดับสัญลักษณ์

สัญลักษณ์	ความหมาย	หน่วย
a	เวกเตอร์หนึ่งหน่วยในแนวแกน	
B	ความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็ก	เวฟเบอร์
E	สนามแม่เหล็กไฟฟ้า	
H, H	สนามแม่เหล็ก	
k_0	เวฟนิ่งเบอร์ของอวกาศว่าง	
L	ตัวกระทำการ	
$[N]$	เมตริกฟังก์ชันรูปร่างของค่าคอบทตลอด	
$n_{g, \min}$	ดัชนีหักเหที่มีค่ามากที่สุดในซบสเตรท	
P	พจน์พินอลติ	
S	ผลเฉลยปลอมเทียม	
T	ตัวดำเนินการสลับเปลี่ยน	
Ω	ปริมาณใดๆที่สนใจ	
$[\varepsilon]$	เทนเซอร์สภาพยอม	
μ	ความขบข้มได้ของตัวกลาง	
ϕ	ฟังก์ชันสเกลาร์	
β	ค่าคงตัวเฟส	

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญของโครงการ

ปัจจุบันนี้ท่อนำคลื่นที่ประกอบด้วยตัวกลางเป็นแอนไอโซทรอปิกเช่น ท่อนำแสง (optical waveguide) และท่อนำคลื่นที่บรรจุด้วยไดอิเล็กตริกที่ใช้เป็นอุปกรณ์ไมโครเวฟซึ่งให้คุณสมบัติไว้ภาวะย้อนกลับนั้นได้รับความสนใจและได้รับการใช้งานกันอย่างกว้างขวาง การใช้งานท่อนำคลื่นนั้นจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องทราบคุณลักษณะการแพร่กระจาย (propagation characteristics) ซึ่งพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องเหล่านี้คือ ความถี่ตัด (cutoff frequency) ค่าคงตัวการแพร่กระจาย (propagation constant) แบบแผนคลื่น (mode) และแบบรูปของสนาม (field pattern)

วิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ (Finit Element Method, FEM) เป็นวิธีเชิงตัวเลขวิธีหนึ่งที่ใช้สำหรับแก้สมการเชิงอนุพันธ์และเป็นวิธีที่มีผู้สนใจนำมาใช้วิเคราะห์ปัญหาคุณลักษณะของการแพร่กระจายคลื่นในท่อนำคลื่นเนื่องจากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์เป็นวิธีที่มีความยืดหยุ่นสูงสามารถใช้วิเคราะห์ปัญหาที่มีความซับซ้อนมากๆและมีผลเฉลยที่แม่นยำมากและประยุกต์ใช้ได้กับปัญหาหลายลักษณะ

วิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบได้เสนอขึ้นโดย Koshiba และคณะใน ค.ศ. 1985 ขั้นตอนของวิธีนี้เริ่มจากการจัดรูปฟังก์ชันนอลซึ่งมีคุณสมบัติเป็นนิพจน์แปรผันของสมการคลื่นในรูปของสนามแม่เหล็ก และให้คำตอบทดลองของสนามแม่เหล็กในแต่ละอีลิเมนต์อยู่ในรูปของสนามแม่เหล็กที่โน้ดบนภาคตัดขวางของท่อนำคลื่น คุณลักษณะการแพร่กระจายของท่อนำคลื่นสามารถหาได้จากจุดต่ำสุดของนิพจน์แปรผัน ซึ่งจากผลเฉลยที่ได้รับพบว่า นอกจากผลเฉลยที่ถูกต้องแล้วจะมีผลเฉลยปลอมเทียมปรากฏออกมาด้วย ผลเฉลยปลอมเทียมดังกล่าวนี้มีคุณลักษณะคือความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็กจะไม่สอดคล้องกับกฎของเกาส์ (Gauss's law) หรือเงื่อนไขไดเวอร์เจนซ์ต้องเท่ากับศูนย์ (divergence free condition)

Koshiba และคณะได้เสนอวิธีการกำจัดผลเฉลยปลอมเทียมที่เกิดขึ้น โดยเพิ่มฟังก์ชันนอลที่อยู่ในรูปของไดเวอร์เจนซ์ของความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็กที่เรียกว่าพจน์พินอลตี (penalty term) ให้กับนิพจน์แปรผันเดิม ผลจากการเพิ่มพจน์พินอลตีพบว่าผลเฉลยปลอมเทียมสามารถกำจัดให้หมดไปได้ในบริเวณช่วงหนึ่งซึ่งบริเวณดังกล่าวนี้สามารถควบคุมได้จากสัมประสิทธิ์ในพจน์พินอลตี

หมดไปได้ในบริเวณช่วงหนึ่งซึ่งบริเวณดังกล่าวนี้สามารถควบคุมได้จากสัมประสิทธิ์ในพจน์พื้นนอกดี

โครงการนี้จะนำเสนอวิธีไฟในดออีลิเมนต์สำหรับวิเคราะห์ท่อนำคลื่นแบบแอนไอโซทรอปิกไม่เอกพันธ์โดยเลือกวิธีที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบเป็นพารามิเตอร์ที่ใช้เงื่อนไขโคเวอเรนซ์เท่ากับศูนย์ในการกำจัดผลเฉลยปลอมเทียมซึ่งเป็นที่นิยมและยอมรับกันอย่างกว้างขวาง

1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการ

เพื่อศึกษาวิธีการวิเคราะห์ของวิธีไฟในดออีลิเมนต์สำหรับวิเคราะห์ท่อนำคลื่นแบบแอนไอโซทรอปิกไม่เอกพันธ์โดยใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบและทำการเขียนโปรแกรมผลการวิเคราะห์และเปรียบเทียบผลการทดลองกับผลการทดลองที่มีผู้เสนอไว้แล้วในอดีต

1.3 ขอบเขตของโครงการ

วิธีไฟในดออีลิเมนต์จะได้รับการนำมาวิเคราะห์ตัวอย่างปัญหาท่อนำคลื่นที่ไม่มีการสูญเสียโดยลักษณะของตัวอย่างปัญหาและขอบเขตของโครงการมีหัวข้อดังนี้

1.3.1 ทำการวิเคราะห์ ท่อนำคลื่นที่บรรจุด้วย ไดอิเล็กทริก (lectricloaded waveguide) โดยท่อนำคลื่นที่บรรจุด้วย ไดอิเล็กทริกนี้เป็นตัวอย่างของท่อนำคลื่นแบบไอโซทรอปิกไม่เอกพันธ์

1.3.2 ทำการวิเคราะห์ ท่อนำแสงแบบฝังในฉาบสเตรท(embedded optical waveguide) โดยท่อนำแสงแบบฝังในฉาบสเตรทนี้เป็นตัวอย่างของท่อนำแสงแบบแอนไอโซทรอปิกไฟฟ้าที่เทนเซอร์ $[\epsilon]$ อยู่ในรูปของ

$$[\epsilon] = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad [\epsilon] = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & 0 \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

1.5 ผลที่คาดว่าจะได้รับ

1.5.1 ทราบถึงขั้นตอนการวิเคราะห์ของวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ในการวิเคราะห์ท่อนคลื่นแบบแอนไอโซทรอปิกชนิดไม่เอกพันธ์โดยใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบและทราบถึงความสามารถในการวิเคราะห์ท่อนคลื่นของวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์

1.5.2 ได้โปรแกรมการวิเคราะห์ท่อนคลื่นแอนไอโซทรอปิกไม่เอกพันธ์

1.6 งบประมาณที่ใช้

1.6.1 ค่าถ่ายเอกสารตำราประกอบการวิเคราะห์

“The finite Element Method in Electromagnetics”

(Jianming Jin)

2 เล่ม

= 700 บาท

2. ค่าถ่ายเอกสารอื่นๆ

= 341 บาท

3. ปากกาเขียนแผ่นใส+แผ่นใส

= 178 บาท

บทที่ 2

ทฤษฎีวิเคราะห์และหลักการจตุรูปฟังก์ชันวิเคราะห์

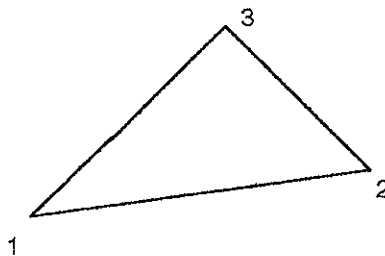
2.1 ไฟไนต์อีลีเมนต์ (Finit Element Method , FEM)

วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์เป็นวิธีการวิเคราะห์เชิงตัวเลขที่ใช้สำหรับการแก้สมการเชิงอนุพันธ์และเป็นที่นิยมนำมาใช้ในงานวิศวกรรม หลักการทั่วไปของวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์จะแบ่งโครงสร้างที่ต้องการวิเคราะห์ออกเป็นส่วนย่อยซึ่งได้รับการเรียกว่า ไฟไนต์อีลีเมนต์ ฟังก์ชันที่นำมาแทนอีลีเมนต์จะต้องต่อเนื่อง แต่ละอีลีเมนต์จะโยงกันด้วยจุดต่อ (mode) หรือเส้นขอบหรือผิวรอบอีลีเมนต์สัมผัสกัน และโดยคุณสมบัติของวัสดุที่ใช้ทำโครงสร้างในที่นี้เรายกตัวอย่างเป็นท่อนาคลีนดังนั้นเราสามารถหาการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กในท่อนาคลีนที่จุดต่างๆของแต่ละอีลีเมนต์ที่ประกอบเป็นโครงสร้างของท่อนาคลีนได้

ขั้นตอนหลักในการวิเคราะห์ปัญหาด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์มีดังนี้

2.1.1 การแบ่งโดเมนหลักของปัญหาออกเป็นส่วนประกอบย่อย (Discretization or subdivision of the domain)

ในการพิจารณาชิ้นงานหรือวัสดุใดๆที่ต้องการวิเคราะห์นั้นเราจะแทนปริมาตรใดๆที่สนใจด้วย Ω ซึ่งอาจเป็นปริมาตรหรือพื้นที่ผิวใดที่สนใจโดยจะได้รับการเรียกว่า โดเมนหลัก(Domain) ซึ่งโดเมนหลักดังกล่าวนี้จะได้รับการแบ่งเป็นส่วนประกอบย่อยและได้รับการเรียกว่า ส่วนประกอบย่อย หรืออีลีเมนต์



รูปที่ 2.1 อีลีเมนต์ย่อยสามเหลี่ยม

การแบ่งโดเมนมีหลักการคือ

2.1.1.1 การแบ่งโดเมนหลักออกเป็นอีลีเมนต์ย่อยนั้นต้องไม่เกิดช่องว่างระหว่างอีลีเมนต์ย่อย

2.1.1.2 ควรหลีกเลี่ยงการทำให้เกิดอีลีเมนต์ย่อยที่มีพื้นที่ภายในสามเหลี่ยมเล็กมากเนื่องจากจะทำให้เกิดผลเฉลยที่ผิดพลาดหรือคลาดเคลื่อนไปจากผลเฉลยที่ถูกต้องซึ่งผลเฉลยที่ผิดพลาดของวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์คือการแปรผันของสัดส่วนของอัตราส่วนภายในสามเหลี่ยมที่เล็กที่สุดเพราะฉะนั้นทุกๆ ส่วนของอีลีเมนต์ย่อยจะทำงานเป็นด้านบิดทุกๆ ด้านเท่ากันและการแบ่งโดเมนหลักต้องการวิเคราะห์ จะต้องคำนึงถึงรูปร่างลักษณะของโครงสร้างเดิม คือแบบจำลองไฟไนต์อีลีเมนต์จะต้องเหมือนหรือสอดคล้องกับโครงสร้างเดิมให้มากที่สุดซึ่งเป็นเหตุให้จำเป็นและนิยมแบ่งอีลีเมนต์ย่อยๆ เป็นสามเหลี่ยม

2.1.1.3 สำหรับการพิจารณาแต่ละอีลีเมนต์ย่อยเราต้องกำหนดตำแหน่งที่ชัดเจนโดยการกำหนดตัวเลขจำนวนเต็มไว้แต่ละส่วนประกอบย่อยนั้นๆ และคล้ายกับการพิจารณาโนด (Node) ที่จุดเชื่อมต่อของแต่ละอีลีเมนต์ย่อยของมุมสามเหลี่ยม โดยที่ส่วนอีลีเมนต์ย่อยแต่ละส่วนจะถูกเชื่อมต่อกันที่โนด ในอีลีเมนต์ย่อยสามเหลี่ยมจะมีโนดสาม โนดซึ่งแต่ละ โนดมีตำแหน่งของตัวเองอยู่ในระบบทั้งหมด

2.1.2 การเลือกฟังก์ชันประมาณค่า (Selection of Interpolation Function)

การเลือกฟังก์ชันประมาณค่านั้น (Interpolation) เป็นการสร้างฟังก์ชันขึ้นมาเพื่อประมาณปริมาณที่ไม่ทราบค่าที่แน่นอนที่อยู่ในอีลีเมนต์ย่อยที่ได้รับการแบ่งจากโดเมนหลักซึ่งโดยปกติสามารถเลือกเอาฟังก์ชันโพลิโนเมียลโดยเป็นกำลังหนึ่ง กำลังสอง รวม กำลังที่สูงขึ้นไปแม้ว่าจะได้ผลเฉลยที่แม่นยำมากแต่มีรูปแบบฟังก์ชันที่ซับซ้อนมาก ดังนั้นจึงมักเลือกใช้ฟังก์ชันแบบง่ายๆ โดยที่เราสามารถแสดงปริมาณที่ไม่ทราบค่าที่อยู่ในส่วนประกอบย่อย (e) ได้ดังนี้

$$\tilde{\phi}^e = \sum_{j=1}^n N_j^e \phi_j = \{N^e\}^T \{\phi^e\} = \{\phi^e\}^T \{N^e\} \quad (2.1)$$

โดยที่

ϕ คือปริมาณที่ต้องการสร้างฟังก์ชันประมาณค่า

n คือจำนวน โนดในอีลีเมนต์ย่อย

ϕ_j^e คือค่าของ ϕ ที่โนด j ของอีลีเมนต์ย่อย

N_j^e คือเป็นปริมาณที่ทราบค่าและเป็นค่าของฟังก์ชันหลัก

2.1.3 รูปแบบของระบบสมการ (Formulation of the system of equations)

ขั้นตอนที่สามนั้นเป็นขั้นตอนสำคัญของวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์โดยเป็นขั้นตอนที่ทำให้ได้มาซึ่งสูตรของระบบสมการ โดยหลักการแปรผันของริทซ์ (Ritz variational) และ วิธีของกาเลอร์กิน (Galerkin method) ซึ่งเป็นหลักการที่ความมุ่งหมายที่คล้ายกัน โดยมีรายละเอียดดังนี้

2.1.3.1 หลักการแปรผันของริทซ์

โดยหลักการของริทซ์นั้นจะแสดงฟังก์ชันของปัญหาอยู่ในรูปดังสมการ (2.2)

$$F\{\tilde{\phi}\} = \sum_{e=1}^M F^e(\tilde{\phi}^e)$$

$$F^e(\tilde{\phi}^e) = \frac{1}{2} \int_{\Omega^e} \tilde{\phi}^e L \phi^e d\Omega - \int_{\Omega^e} f \tilde{\phi}^e d\Omega \quad (2.3)$$

เมื่อแทน (2.1) ในสมการ (2.3) จะได้สมการที่ (2.4) ดังนี้

$$F^e = \frac{1}{2} \{\phi^e\}^T [K^e] \{\phi^e\} - \{\phi^e\}^T \{b^e\} \quad (2.4)$$

$$K_{ij}^e = \int_{\Omega^e} N_i^e L N_j^e d\Omega \quad (2.5)$$

$$\{b_i^e\} = \int_{\Omega^e} f N_i^e d\Omega \quad (2.6)$$

M คือจำนวนของอีลิเมนต์ย่อย

$[K^e]$ คือเมทริกซ์สมมาตรขนาด $n \times n$

$\{b^e\}$ คือ $n \times 1$ เวกเตอร์หลัก

L คือกระทำการ (self-adjoint)

เมื่อแทนสมการ (2.4) ในสมการ (2.1) จะได้สมการ (2.7) หลังจากนั้นจัดรูปฟังก์ชัน (2.7) ได้สมการ (2.8)

$$F(\tilde{\phi}) = \sum_{e=1}^M \left(\frac{1}{2} \{\phi^e\}^T [K^e] \{\phi^e\} - \{\phi^e\}^T \{b^e\} \right) \quad (2.7)$$

$$\{R^e\} = [K^e] \{\phi^e\} - \{b^e\} \quad (1.14)$$

โดยที่

$$\{R^e\} = [R_1^e, R_2^e, \dots, R_n^e]$$

$[K^e]$ ไม่จำเป็นต้องเป็นเมทริกซ์สมมาตร

โดยใช้ความสัมพันธ์ของแต่ละอีลีเมนต์ย่อยซึ่งแต่ละอีลีเมนต์ย่อยเชื่อมกันด้วยโนดที่กล่าวมาแล้วในตอนต้นกับโดเมนหลักซึ่งอาจพูดได้ว่าเป็นความสัมพันธ์ของ Global กับ Local และการรวมอีลีเมนต์ย่อยทำให้ได้สมการมาหนึ่งสมการและโดยอาศัยหลักการพาเชียลดิฟเฟอเรนเชียล (partial differential) คล้ายกับการได้มาของสมการที่ (2.12) ทำให้ได้สมการ (2.15) ดังนี้

$$\sum_{e=1}^M ([K^e] \{\phi^e\} - \{b^e\}) = \{0\} \quad (2.15)$$

2.1.4 การแก้ปัญหาของระบบสมการ (Solution of the System of Equation)

การวิเคราะห์ปัญหาโดยการแก้ปัญหของระบบสมการเป็นขั้นตอนสุดท้ายของการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ซึ่งผลของการวิเคราะห์จะปรากฏในรูปของสมการที่ (2.16) และ (2.17) แบบใดแบบหนึ่งดังนี้

$$[K] \{\phi\} = \{b\} \quad (2.16)$$

หรือ

$$[A] \{\phi\} = \lambda [B] \{\phi\} \quad (2.17)$$

$[K]$ สามารถเขียนเป็น $[A] - \lambda [B]$ ได้

$\{b\}$ คือเวกเตอร์ที่ไม่ทราบค่า

λ แสดงตัวแปรค่าไอเกน (eigenvalues) ที่ไม่ทราบค่า

ซึ่งในการคำนวณค่าที่ต้องการสามารถทำได้โดยการแทนค่าต่างที่เกี่ยวข้องในสมการการวิเคราะห์และประกอบกับขั้นตอนทั้งสี่ขั้นที่กล่าวมาแล้วทำให้สามารถคำนวณค่าที่ต้องการออกมาได้

2.2 สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ

การวิเคราะห์ท่อนำคลื่นโดยใช้วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์นั้นที่โดยประมาณ 30 ปีผ่านมามีผู้ทำการศึกษาวิจัยมาแล้วมากมาย อาทิ

Koshiba และคณะ (1985) ได้เสนอการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นโดยใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ ร่วมกับฟังก์ชันที่ใช้ในการกำจัดผลเฉลยปลอมเทียม ที่เรียกว่า ฟังก์ชันพินอคติซึ่งเป็นฟังก์ชันที่อยู่ในรูปความหนาแน่นฟลักซ์ รวมถึงเสนอข้อดีข้อเสียของการทำงานฟังก์ชันไว้ด้วย

Hayata, Koshiba และ Suzuki (1984) ได้เสนอการวิเคราะห์ ท่อนำคลื่น โดยใช้วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์โดยใช้สนามไฟฟ้า และสนามแม่เหล็กอย่างละ 1 องค์ประกอบ

Hayata, Koshiba, Eguchi และ Suzuki (1986) Chew และ Nasir (1989) Lu และ Fernandez (1993) ได้เสนอวิธีการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นโดยใช้สนามตามขวาง 2 องค์ประกอบและเสนอวิธีการกำจัดผลเฉลยปลอมเทียม โดยการบังคับเงื่อนไขโคเวอเรนซ์เท่ากับศูนย์

Svendin (1989) เสนอวิธีวิเคราะห์ท่อนำคลื่นแบบแอนไอโซทรอปิกโดยใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบและสนามไฟฟ้า 3 องค์ประกอบ ร่วมกับเงื่อนไขขอบเขตบนรอยต่อที่มีตัวกลางไม่ต่อเนื่อง โดยที่ Svendin แสดงให้เห็นว่า ผลที่ได้ไม่มีการปรากฏของผลเฉลยปลอมเทียม แม้ว่าไม่มีการบังคับเงื่อนไขโคเวอเรนซ์เท่ากับศูนย์ แต่วิธีนี้มีข้อเสียคือมีการใช้ตัวแปรไม่ทราบค่าถึง 6 ตัวต่อหนึ่งอีลีเมนต์

ซึ่งหลักการของการใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบในการวิเคราะห์ก็คือการแทนเวกเตอร์สนามแม่เหล็ก 3 แกนในระบบสมการที่นำไปใช้วิเคราะห์ระบบนั่นเอง

2.3 ท่อนำคลื่น (Wave guide)

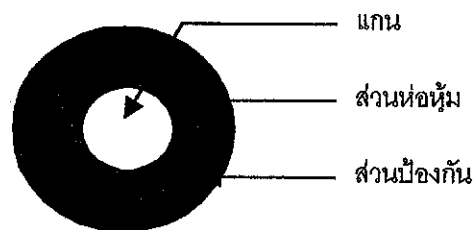
ในปี พ.ศ. 2509 นักวิทยาศาสตร์ชาวสหราชอาณาจักร ชื่อ ฮอคแคม (G.A. Hockham) และ (C.C. Kao) ได้ทำการวิจัยว่าตัวกลางที่ทำด้วยใยแก้วนำแสงสามารถส่งแสงได้ 1% ของ แสงอินพุตด้วยระยะทาง 1 กิโลเมตร จนปัจจุบันทำให้สามารถมีใยแก้วนำแสงที่มีการส่งผ่านแสงได้อย่างมีประสิทธิภาพ หรือมีการสูญเสียต่ำได้ซึ่งใยแก้วบางชนิดมีการสูญเสียต่ำมากเพียง 0.1 เดซิเบลต่อกิโลเมตรเท่านั้นและใช้เป็นวัสดุทำท่อนำคลื่น

2.3.1 โครงสร้างของท่อนำคลื่น

ส่วนประกอบของท่อนำคลื่นที่สำคัญ คือส่วนที่เป็นแกน (core) โดยดัชนีหักเหของแสงที่ส่วนนี้ต้องมีค่ามากกว่าส่วนที่เป็นเปลือกโดยเปลือกคือส่วนที่กั้นทำหน้าที่เป็นฉนวนโปร่งใสแล้วลำแสงที่ผ่านไปแกนจะถูกควบคุมให้เคลื่อนที่ไปตามเส้นใยแก้วนำแสงด้วยขบวนการสะท้อนกลับหมดภายใน

2.3.2 ส่วนป้องกันหรือส่วนห่อหุ้ม

เป็นส่วนที่ต่อจากแคลคเป็นที่กันแสงจากภายนอกเข้าเส้นใยแก้วนำแก้วและกันแสงภายในออกข้างนอกและยังใช้ประโยชน์เมื่อมีการเชื่อมต่อเส้นใยแก้วนำแสงและทำหน้าที่เป็นส่วนป้องกันภายนอกอีกด้วย

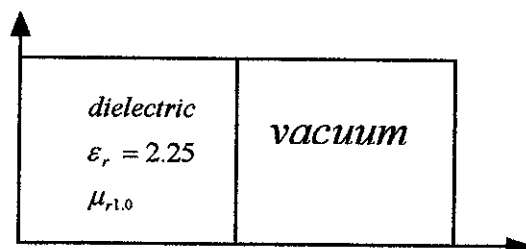


รูป 2.2 แสดงส่วนประกอบของท่อนำคลื่น

2.3.3 สำหรับท่อนำคลื่นที่ได้รับการเลือกเป็นตัวอย่างปัญหาในการวิเคราะห์ก็คือ

2.3.3.1 ท่อนำคลื่นที่บรรจุด้วยไดอิเล็กตริก

ซึ่งเป็นตัวอย่างของท่อนำคลื่นแบบไอโซทรอปิกไม่เอกพันธ์ซึ่งเป็นตัวอย่างของปัญหาที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลาย ซึ่งภายในบรรจุด้วยไดอิเล็กตริกล้อมรอบด้วยตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบ โดยที่ลักษณะของไดอิเล็กตริกทุกชนิดสามารถสะสมพลังงานได้ซึ่งเกิดจากการที่ประจุบวกและประจุลบของอะตอมเคลื่อนขยับจากปกติและครึ่งหนึ่งของท่อนำคลื่นที่บรรจุด้วยไดอิเล็กตริกที่มีสภาพยอมสัมพัทธ์ ϵ_r และความซาบซึมได้สัมพัทธ์ μ_r เท่ากับ 2.25 และ 1.0 ตามลำดับ



รูป 2.3 แสดงท่อนำคลื่นที่บรรจุด้วยไดอิเล็กตริก

2.2 สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ

การวิเคราะห์ท่อนำคลื่นโดยใช้วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์นั้นที่โดยประมาณ 30 ปีผ่านมามีผู้ทำการศึกษาวิจัยมาแล้วมากมาย อาทิ

Koshiba และคณะ (1985) ได้เสนอการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นโดยใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ ร่วมกับฟังก์ชันที่ใช้ในการกำจัดผลเฉลยปลอมเทียม ที่เรียกว่า ฟังก์ชันพินอลติซึ่งเป็นฟังก์ชันที่อยู่ในรูปความหนาแน่นฟลักซ์ รวมถึงเสนอข้อดีข้อเสียของการใช้งานฟังก์ชันไว้ด้วย

Hayata, Koshiba และ Suzuki (1984) ได้เสนอการวิเคราะห์ ท่อนำคลื่น โดยใช้วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์โดยใช้สนามไฟฟ้า และสนามแม่เหล็กอย่างละ 1 องค์ประกอบ

Hayata, Koshiba, Eguchi และ Suzuki (1986) Chew และ Nasir (1989) Lu และ Fernandez (1993) ได้เสนอวิธีการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นโดยใช้สนามตามขวาง 2 องค์ประกอบและเสนอวิธีการกำจัดผลเฉลยปลอมเทียม โดยการบังคับเงื่อนไขไดเวอร์เจนซ์เท่ากับศูนย์

Svendin (1989) เสนอวิธีวิเคราะห์ท่อนำคลื่นแบบแอนไอโซทรอปิกโดยใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบและสนามไฟฟ้า 3 องค์ประกอบ ร่วมกับเงื่อนไขขอบเขตบนรอยต่อที่มีตัวกลางไม่ต่อเนื่อง โดยที่ Svendin แสดงให้เห็นว่า ผลที่ได้ไม่มีการปรากฏของผลเฉลยปลอมเทียม แม้ว่าไม่มีการบังคับเงื่อนไขไดเวอร์เจนซ์เท่ากับศูนย์ แต่วิธีนี้มีข้อเสียคือมีการใช้ตัวแปรไม่ทราบค่าถึง 6 ตัวต่อหนึ่งอีลีเมนต์

ซึ่งหลักการของการใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบในการวิเคราะห์ก็คือการแทนเวกเตอร์สนามแม่เหล็ก 3 แกนในระบบสมการที่นำไปใช้วิเคราะห์ระบบนั่นเอง

2.3 ท่อนำคลื่น (Wave guide)

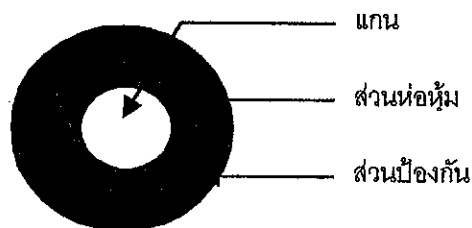
ในปี พ.ศ. 2509 นักวิทยาศาสตร์ชาวสหราชอาณาจักร ชื่อ ฮอคแคม (G.A. Hockham) และ (C.C. Kao) ได้ทำการวิจัยว่าตัวกลางที่ทำด้วยใยแก้วนำแสงสามารถส่งแสงได้ 1% ของ แสงอินฟราเรดด้วยระยะทาง 1 กิโลเมตร จนปัจจุบันทำให้สามารถมีใยแก้วนำแสงที่มีการส่งผ่านแสงได้อย่างมีประสิทธิภาพ หรือมีการสูญเสียต่ำได้ซึ่งใยแก้วนำชนิดมีการสูญเสียต่ำมากเพียง 0.1 เดซิเบลต่อกิโลเมตรเท่านั้นและใช้เป็นวัสดุทำท่อนำคลื่น

2.3.1 โครงสร้างของท่อนำคลื่น

ส่วนประกอบของท่อนำคลื่นที่สำคัญ คือส่วนที่เป็นแกน (core) โดยดัชนีหักเหของแสงที่ส่วนนี้ต้องมีค่ามากกว่าส่วนที่เป็นเปลือก โดยเปลือกคือส่วนที่กั้นทำหน้าที่เป็นฉนวนโปร่งใสแล้วถ้าแสงที่ผ่านไปแกนจะถูกควบคุมให้เคลื่อนที่ไปตามเส้นใยแก้วนำแสงด้วยขบวนการสะท้อนกลับหมดภายใน

2.3.2 ส่วนป้องกันหรือส่วนท่อดำ

เป็นส่วนที่ต่อจากแคลคเป็นทึบกันแสงจากภายนอกเข้าเส้นใยแก้วนำแก้วและกันแสงภายในออกข้างนอกและยังใช้ประโยชน์เมื่อมีการเชื่อมต่อเส้นใยแก้วนำแสงและทำหน้าที่เป็นส่วนป้องกันภายนอกอีกด้วย

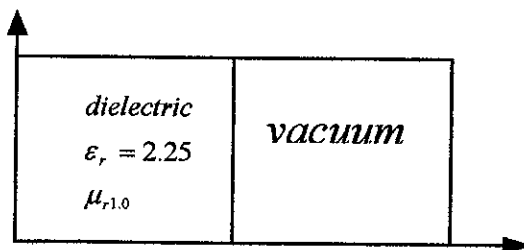


รูป 2.2 แสดงส่วนประกอบของท่อนำคลื่น

2.3.3 สำหรับท่อนำคลื่นที่ได้รับการเลือกเป็นตัวอย่างปัญหาในการวิเคราะห์คือ

2.3.3.1 ท่อนำคลื่นที่บรรจุด้วยไดอิเล็กตริก

ซึ่งเป็นตัวอย่างของท่อนำคลื่นแบบไอโซทรอปิก ไม่เอกพันธ์ซึ่งเป็นตัวอย่างของปัญหาที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลาย ซึ่งภายในบรรจุด้วยไดอิเล็กตริกล้อมรอบด้วยตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบ โดยที่ลักษณะของ ไดอิเล็กตริกทุกชนิดสามารถสะสมพลังงานได้ซึ่งเกิดจากการที่ประจุบวกและประจุลบของอะตอมเคลื่อนขยับจากปกติและครึ่งหนึ่งของท่อนำคลื่นที่บรรจุด้วยไดอิเล็กตริกที่มีสภาพยอมสัมพัทธ์ ϵ_r และความซาบซึมได้สัมพัทธ์ μ_r เท่ากับ 2.25 และ 1.0 ตามลำดับ



รูป 2.3 แสดงท่อนำคลื่นที่บรรจุด้วยไดอิเล็กตริก

2.2 สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ

การวิเคราะห์ท่อนำคลื่นโดยใช้วิธีไฟไนต์อีลิเมนต์นั้นที่โดยประมาณ 30 ปีผ่านมามีผู้ทำการศึกษาวิจัยมาแล้วมากมาย อาทิ

Koshiba และคณะ (1985) ได้เสนอการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นโดยใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ ร่วมกับฟังก์ชันที่ใช้ในการกำจัดผลเฉลยปลอมเทียม ที่เรียกว่า ฟังก์ชันพินอลติซึ่งเป็นฟังก์ชันที่อยู่ในรูปความหนาแน่นฟังก์ชัน รวมถึงเสนอข้อดีข้อเสียของการใช้งานฟังก์ชันไว้ด้วย

Hayata, Koshiba และ Suzuki (1984) ได้เสนอการวิเคราะห์ ท่อนำคลื่น โดยใช้วิธีไฟไนต์อีลิเมนต์โดยใช้สนามไฟฟ้า และสนามแม่เหล็กอย่างละ 1 องค์ประกอบ

Hayata, Koshiba, Eguchi และ Suzuki (1986) Chew และ Nasir (1989) Lu และ Fernandez (1993) ได้เสนอวิธีการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นโดยใช้สนามตามขวาง 2 องค์ประกอบและเสนอวิธีการกำจัดผลเฉลยปลอมเทียม โดยการบังคับเงื่อนไขไดเวอร์เจนซ์เท่ากับศูนย์

Svendin (1989) เสนอวิธีวิเคราะห์ท่อนำคลื่นแบบแอนไอโซทรอปิกโดยใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบและสนามไฟฟ้า 3 องค์ประกอบ ร่วมกับเงื่อนไขขอบเขตบนรอยต่อที่มีตัวกลางไม่ต่อเนื่อง โดยที่ Svendin แสดงให้เห็นว่า ผลที่ได้ไม่มีการปรากฏของผลเฉลยปลอมเทียม แม้ว่าไม่มีการบังคับเงื่อนไขไดเวอร์เจนซ์เท่ากับศูนย์ แต่วิธีนี้มีข้อเสียคือมีการใช้ตัวแปรไม่ทราบค่าถึง 6 ตัวต่อหนึ่งอีลิเมนต์

ซึ่งหลักการของการใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบในการวิเคราะห์ก็คือการแทนเวกเตอร์สนามแม่เหล็ก 3 แกนในระบบสมการที่นำไปใช้วิเคราะห์ระบบนั่นเอง

2.3 ท่อนำคลื่น (Wave guide)

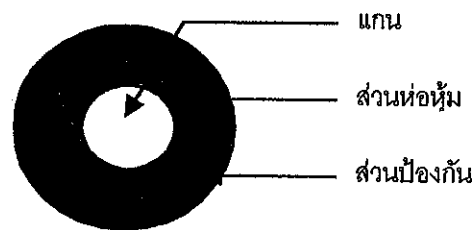
ในปี พ.ศ. 2509 นักวิทยาศาสตร์ชาวสหราชอาณาจักร ชื่อ ฮอคแคม (G.A. Hockham) และ (C.C. Kao) ได้ทำการวิจัยว่าตัวกลางที่ทำด้วยใยแก้วนำแสงสามารถส่งแสงได้ 1% ของ แสงอินฟราเรดระยะทาง 1 กิโลเมตร จนปัจจุบันทำให้สามารถมีใยแก้วนำแสงที่มีการส่งผ่านแสงได้อย่างมีประสิทธิภาพ หรือมีการสูญเสียต่ำได้ซึ่งใยแก้วนำแสงชนิดมีการสูญเสียต่ำมากเพียง 0.1 เดซิเบลต่อกิโลเมตรเท่านั้นและใช้เป็นวัสดุทำท่อนำคลื่น

2.3.1 โครงสร้างของท่อนำคลื่น

ส่วนประกอบของท่อนำคลื่นที่สำคัญ คือส่วนที่เป็นแกน (core) โดยดัชนีหักเหของแสงที่ส่วนนี้ต้องมีค่ามากกว่าส่วนที่เป็นเปลือก โดยเปลือกคือส่วนที่กั้นทำหน้าที่เป็นฉนวน โปรงใสแล้วลำแสงที่ผ่านไปแกนจะถูกควบคุมให้เคลื่อนที่ไปตามเส้นใยแก้วนำแสงด้วยขบวนการสะท้อนกลับหมดภายใน

2.3.2 ส่วนป้องกันหรือส่วนห่อหุ้ม

เป็นส่วนที่ต่อจากเคลดเป็นที่กันแสงจากภายนอกเข้าเส้นใยแก้วนำแก้วและกันแสงภายในออกข้างนอกและยังใช้ประโยชน์เมื่อมีการเชื่อมต่อเส้นใยแก้วนำแสงและทำหน้าที่เป็นส่วนป้องกันภายนอกอีกด้วย

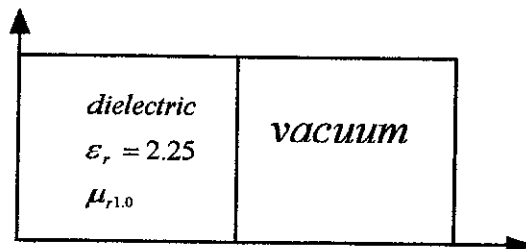


รูป 2.2 แสดงส่วนประกอบของท่อนาคลีน

2.3.3 สำหรับท่อนาคลีนที่ได้รับการเลือกเป็นตัวอย่างปัญหาในการวิเคราะห์คือ

2.3.3.1 ท่อนาคลีนที่บรรจุด้วยไดอิเล็กตริก

ซึ่งเป็นตัวอย่างของท่อนาคลีนแบบไอโซทรอปิกไม่เอกพันธ์ซึ่งเป็นตัวอย่างของปัญหาที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลาย ซึ่งภายในบรรจุด้วยไดอิเล็กตริกล้อมรอบด้วยตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบโดยที่ลักษณะของไดอิเล็กตริกทุกชนิดสามารถสะสมพลังงานได้ซึ่งเกิดจากการที่ประจุบวกและประจุลบของอะตอมเคลื่อนขยับจากปกติและครึ่งหนึ่งของท่อนาคลีนที่บรรจุด้วยไดอิเล็กตริกที่มีสภาพยอมสัมพัทธ์ ϵ_r และความซบซิมได้สัมพัทธ์ μ_r เท่ากับ 2.25 และ 1.0 ตามลำดับ



รูป 2.3 แสดงท่อนาคลีนที่บรรจุด้วยไดอิเล็กตริก

2.3.3.2 ท่อนำแสงแบบฝังในซับสเตรท

ท่อนำแสงแบบฝังในซับสเตรทซึ่งประกอบด้วยแกน (core) ฝังในซับสเตรท(substrate) และด้านบนของแกนเป็นอากาศว่าง ซึ่งเป็นตัวอย่างของท่อนำแสงแบบแอนไอโซทรอปิกไฟฟ้า ที่เทนเซอร์ $[\epsilon]$ อยู่ในรูปของ

$$[\epsilon] = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \text{ และ } [\epsilon] = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & 0 \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

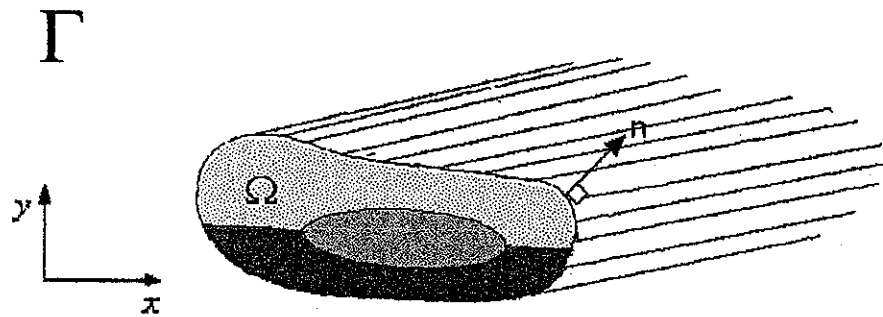
2.4 โปรแกรม Matlab

Matlab เป็นโปรแกรมที่มีความสามารถในการคำนวณ, วิเคราะห์ และแสดงกราฟฟิค 3 มิติได้รับความนิยมใช้งานกันอย่างแพร่หลาย ซึ่งการสั่งการทำงานของโปรแกรมจะมีชุดคำสั่งหลักอยู่และคำสั่งหลักดังกล่าวจะมีฟังก์ชันการทำงานที่สามารถรองรับคำสั่งที่เกิดจากการเขียนโปรแกรมสั่งการทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพมาก โดยพอจะสรุปฟังก์ชันการทำงานหลักๆ ที่จำเป็นในการเขียนโปรแกรมสั่งการทำงานเพื่อวิเคราะห์ท่อนำคลื่นได้ อาทิเช่น ฟังก์ชันที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาเชิงเส้น ฟังก์ชันกระทำการทางเมทริกซ์ขั้นสูง สามารถแสดงผลการวิเคราะห์เป็นกราฟฟิค 2 มิติและ 3 มิติได้ดี ส่วนรายละเอียดผู้สนใจสามารถค้นคว้าเพิ่มเติมจากคู่มือ โปรแกรม Matlab ทั่วไป โปรแกรมหลักในการวิเคราะห์แสดงไว้ในภาคผนวก การทำงานของโปรแกรมหลักจะเรียกฟังก์ชันที่สร้างไว้ในโปรแกรมย่อยมาใช้ในการคำนวณค่าเมื่อผู้ใช้งานโปรแกรมพิมพ์ข้อถูกต้องตามสถานะที่ผู้ออกแบบโปรแกรมสร้างฟังก์ชันไว้ แต่ถ้ามีถูกต้องตามเงื่อนไข โปรแกรมแสดงสภาพเดิมอีกครั้งจะโดยฟังก์ชันหลักจะได้รับการสร้างให้มีการแสดงสถานะเพื่อโต้ตอบกับผู้ใช้งานโปรแกรม

2.5 นิพจน์แปรผัน(Variational Expression)

นิพจน์แปรผัน คือ ฟังก์ชันที่แปรผันค่าตามปริมาณใดปริมาณหนึ่ง สำหรับการในโครงงานนี้นิพจน์แปรผันของสมการการวิเคราะห์สนามแม่เหล็กจะแปรผันตามระยะห่างในทิศทางตามแนวฟิวด์ xy

Koshiba และคณะ ได้เสนอวิธีการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นที่ไม่มีการสูญเสียและมีภาคตัดขวางรูปทรงใดๆ Ω ในระนาบ xy ดังแสดงในรูป



รูป 2.4 แสดงท่อนำคลื่นที่มีภาคตัดขวางรูปใดๆ และมีความสม่ำเสมอในแกน z

ท่อนำคลื่นประกอบด้วยตัวกลางที่มีสภาพยอมอยู่ในรูปเทนเซอร์ $[\mathcal{E}]$ และความซบซึ่มได้ (μ) อยู่ในรูปสเกลาร์ คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่เดินทางในท่อนำคลื่นสามารถวิเคราะห์ได้จากสมการคลื่นที่อยู่ในรูปสนามแม่เหล็ก (H) ดังนี้

$$\nabla \times ([\varepsilon_r]^{-1} \nabla \times H) - k_0^2 \mu_r H = 0 \quad (2.19)$$

$$[\varepsilon_r] = \frac{1}{\varepsilon_0} [\varepsilon] \quad (2.20)$$

$$\mu_r = \mu / \mu_0 \quad (2.21)$$

เมื่อ $k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$ คือเวฟเนัมเบอร์ของอวกาศว่าง

$[\varepsilon]$ คือ เทนเซอร์สภาพยอมของตัวกลาง

μ คือ ความซบซึ่มได้ของตัวกลาง

$[\varepsilon_r]$ คือ เทนเซอร์สภาพยอมสัมพัทธ์ของตัวกลาง

μ_r คือ ความซบซึ่มได้สัมพัทธ์ของตัวกลาง

$[\varepsilon_0]$ คือ เทนเซอร์สภาพยอมสัมพัทธ์ของอวกาศ

μ_0 คือ ความซบซึ่มได้สัมพัทธ์ของอวกาศ

2.6 เงื่อนไขขอบเขตและการพิจารณาฟังก์ชัน

การพิจารณาฟังก์ชันในการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นนั้นเราจะพิจารณาโดยมีเงื่อนไขขอบเขตดังต่อไปนี้

- first kind คือ ผิวตัวนำแม่เหล็กสมบูรณ์แบบ (perfect magnetic conductor) Γ_m

$$n \times H = 0 \quad \text{บนขอบเขต } \Gamma_m \quad (2.22)$$

- second kind คือ ผิวตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบ (perfect Electric conductor) Γ_e

$$n \times (\epsilon_r \nabla \times H) = 0 \quad \text{บนขอบเขต } \Gamma_e \quad (2.23)$$

เงื่อนไขที่ถูกกำหนดขึ้นนั้นจะได้รับการนำมาใช้ในการลดรูปฟังก์ชันวิเคราะห์ซึ่งรายละเอียดในการลดรูปฟังก์ชันจะแสดงไว้ในหัวข้อต่อไป

2.7 การจัดรูปสมการการวิเคราะห์ท่อ

การจัดรูปสมการการวิเคราะห์ที่มีคุณสมบัติเป็นนิพจน์แปรผันของสมการคลื่นในรูปแบบสนามแม่เหล็กเมื่อพิจารณาสมการคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่เดินทางในท่อตามสมการที่ (2.19) และโดยอาศัยวิธีของวิธีนิพจน์แปรผันในสมการที่ (2.19) สามารถเขียนได้ดังสมการ (2.24)

$$F = \langle LH, \bar{H} \rangle = \iiint_{\Omega} (\nabla \times (\epsilon_r \nabla \times \bar{H}) - k_0^2 \bar{H}) \cdot \bar{H}^* d\Omega \quad (2.24)$$

โดย

$$L = \nabla \times (\epsilon_r \nabla \times) - k_0^2 \quad (2.25)$$

F แสดงถึงฟังก์ชัน

\bar{H} แสดงถึงเวกเตอร์สนามแม่เหล็ก

$d\Omega$ แสดงถึงปริมาณเล็กๆใดที่เราสนใจพิจารณา

จากนั้นอาศัยกฎของกรีนส์จตุรพหุฟังก์ชันใหม่ดังนี้

จาก Second vector Green's theorem(๒.25)จะได้ว่า (2.25)

$$\begin{aligned} \langle L\bar{H}, \bar{H} \rangle &= \iiint_{\Omega} \bar{H} \cdot (\nabla \times [\epsilon_r]^{-1} \nabla \times \bar{H}^*) d\Omega \\ &+ \iint_S \epsilon_r^{-1} (\bar{H} \times \nabla \times \bar{H}^*) \cdot \hat{n} dS \\ &- \iint_S \epsilon_r^{-1} (\bar{H}^* \times \nabla \times \bar{H}) \cdot n dS \\ &- \iiint_{\Omega} k_0^2 \bar{H} \bar{H}^* d\Omega \end{aligned} \quad (2.26)$$

ภายใต้เงื่อนไขขอบเขตการพิจารณาฟังก์ชัน โดย first kind และ second kind จะได้ว่า

$$\iint_S \epsilon_r^{-1} (\bar{H} \times \nabla \times \bar{H}^*) \cdot \hat{n} dS = -\iint_S \epsilon_r^{-1} (\bar{H}^* \times \nabla \times \bar{H}) \cdot n dS = 0 \quad (2.27)$$

ในสมการที่ (2.22), (2.23) ตามลำดับ สามารถจัดรูปสมการ (2.26) จัดรูปได้ดังสมการ (2.28)

$$F = \langle L\bar{H}, \bar{H} \rangle = \iiint_{\Omega} \bar{H} \cdot (\nabla \times [\epsilon_r]^{-1} \nabla \times \bar{H}^*) d\Omega - \iiint_{\Omega} k_0^2 \bar{H} \bar{H}^* d\Omega \quad (2.28)$$

ทำให้ได้ว่า

$$F(H) = \partial F = \langle L\bar{H}, \bar{H} \rangle = \iint_{\Omega} \bar{H} \cdot (\nabla \times [\epsilon_r]^{-1} \nabla \times \bar{H}^*) d\Omega - \iint_{\Omega} k_0^2 \bar{H} \cdot \bar{H}^* d\Omega \quad (2.29)$$

จากที่ผ่านมาทำให้เราทราบว่านิพจน์แปรผันของสมการ (2.19) สามารถเขียนได้ดังสมการที่ (2.30)

$$F(H) = \iint_{\Omega} [(\nabla \times H)^* \cdot ([\epsilon_r]^{-1} \nabla \times H) - k_0^2 \mu_r H^* \cdot H] d\Omega \quad (2.30)$$

เมื่อ * คือสังยุคเชิงซ้อน (complex conjugate)

ผลเฉลย H ที่สอดคล้องกับสมการ (2.30) และเงื่อนไขขอบเขตของท่อนำคลื่นนี้เป็นฟังก์ชันซึ่งทำให้ค่าของ F(H) ในสมการ(2.30) มีค่าต่ำสุด

เมื่อใช้นิพจน์แปรผันในสมการ (2.30) วิเคราะห์ที่ซ่อนเร้นพบว่า มีการปรากฏของผลเฉลยปลอมที่เชื่อมร่วมกับผลเฉลยที่ถูกต้องซึ่งผลเฉลยปลอมที่เกิดขึ้นมีคุณลักษณะคือ ความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็ก (B) ไม่สอดคล้องกับกฎของเกาส์ หรือเงื่อนไขไดเวอร์เจนซ์ต้องเป็นศูนย์ $\nabla \cdot B = 0$ และผลเฉลยปลอมที่เกิดขึ้นนี้สามารถแยกได้เป็น 2 กลุ่ม คือผลเฉลยปลอมที่เชื่อม S_1

ที่มีคุณลักษณะสอดคล้องกับสมการ

$$\begin{aligned} \nabla \times H &= 0 & \text{ที่ } k_0^2 &= 0 & (2.31) \\ \nabla \cdot \mu H &\neq 0 \end{aligned}$$

และผลเฉลยปลอมที่เชื่อม S_2 ที่มีคุณลักษณะสอดคล้องกับสมการ

$$\begin{aligned} \nabla \times H &\neq 0 & \text{ที่ } k_0^2 &> 0 & (2.32) \\ \nabla \cdot \mu H &\neq 0 \end{aligned}$$

เพื่อที่กำจัดผลเฉลยปลอมดังกล่าวนี้ Koshiba และคณะ ได้ทำการปรับปรุงนิพจน์แปรผันตามสมการ (2.30) โดยเพิ่มพจน์ที่อยู่ในรูปความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็กให้กับนิพจน์แปรผันตามสมการ (2.30) ซึ่งทำให้ได้นิพจน์แปรผัน $\tilde{F}(H)$ ดังนี้

$$F(H) = F + \frac{P^2}{\mu_r} \iint_{\Omega} (\nabla \cdot \mu_r H)^* (\nabla \cdot \mu_r H) d\Omega \quad (2.33)$$

โดยที่ $\frac{P^2}{\mu_r} \iint_{\Omega} (\nabla \cdot \mu_r H)^* (\nabla \cdot \mu_r H) d\Omega$ คือ พจน์พินอลดี

p คือ สัมประสิทธิ์พินอลดี เป็นค่าคงที่

นิพจน์แปรผันจากสมการ (2.33) สามารถกำจัดผลเฉลยปลอมที่เชื่อม S_1 และ S_2 ได้ อย่างไรก็ตามผลเฉลย S_3 ที่มีคุณลักษณะดังสมการ

$$\nabla \times H = 0, \nabla \cdot \mu H \neq 0 \text{ เมื่อ } k_0^2 > 0 \quad (2.34)$$

สามารถเกิดขึ้นได้ โดยผลเฉลยปอดมเทียม S_3 ที่เกิดขึ้นสอดคล้องกับสมการต่อไปนี้

$$\mu H = \nabla \phi \quad (2.35a)$$

$$(p^2 \nabla^2 + k_0^2) \phi = 0 \quad (2.35b)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \text{ บนตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบ (perfect electric conductor) } \Gamma_e \quad (2.35c)$$

$$\phi = 0 \text{ บนตัวนำแม่เหล็กสมบูรณ์แบบ (perfect magnetic conductor) } \Gamma_m \quad (2.35d)$$

โดยที่ ϕ คือ ฟังก์ชันสเกลาร์ (scalar function)

เมื่อแทน ϕ ในสมการ (2.35) ด้วย H_z พบว่า ผลเฉลยปอดมเทียม S_3 ที่เกิดขึ้นจะสอดคล้องกับโหมดทีอี (TE mode) ของท่อนำคลื่นที่บรรจุด้วยไดอิเล็กตริกที่มีสภาพยอมสัมพัทธ์เท่ากับ $(1/p)^2$ และผลเฉลยปอดมเทียม S_3 นี้จะอยู่ในช่วง $\beta/k_0 < 1/p S_3$ เท่านั้น

จากที่กล่าวมาว่าวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบ่งภาคตัดขวางของท่อนำคลื่นออกเป็นอีลิเมนต์ย่อยรูปสามเหลี่ยม และให้ค่าขอบทดลองของสนามแม่เหล็ก โดยที่ในแต่ละอีลิเมนต์อยู่ในรูปของ

$$H = [N] \{H\}_e \exp(-j\beta z) \quad (2.36)$$

$$[N] = \begin{bmatrix} \{N\}^T & \{0\}^T & \{0\}^T \\ \{0\}^T & \{N\}^T & \{0\}^T \\ \{0\}^T & \{0\}^T & \{0\}^T \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

$$\{H\}_e = \begin{bmatrix} \{H_x\}_e \\ \{H_y\}_e \\ \{H_z\}_e \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

เมื่อ

β คือค่าคงตัวเฟส

$[N]$ คือ เมทริกซ์ฟังก์ชันรูปร่างของค่าตอบทดลองของสนามแม่เหล็กในทิศ x, y และ z
 $\{H\}$, คือเมทริกซ์แถวตั้งที่องค์ประกอบคือสนามแม่เหล็กที่โนดของอีลีเมนต์ในทิศ x, y

และ z

T คือตัวดำเนินการสลับเปลี่ยน

แทนสมการ (2.36) ในสมการ (2.33) และรวมทุกอีลีเมนต์ทั้งหมดบนภาคตัดขวางของ
 ท่อนำคลื่นเข้าด้วยกัน ได้นิพจน์แปรผันที่สามารถเขียนได้ดังสมการ

$$F(H) = \{H\}^T ([S] + p^2[L] - k_0^2[M])\{H\} \quad (2.39)$$

$$[S] = [T]^* [\epsilon_r]^{-1} [T]^T \quad (2.40)$$

$$[L] = \begin{bmatrix} [L_{xx}] & [L_{xy}] & [L_{xz}] \\ [L_{yx}] & [L_{yy}] & [L_{yz}] \\ [L_{zx}] & [L_{zy}] & [L_{zz}] \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

$$[M] = \begin{bmatrix} [M_{xx}] & [M_{xy}] & [M_{xz}] \\ [M_{yx}] & [M_{yy}] & [M_{yz}] \\ [M_{zx}] & [M_{zy}] & [M_{zz}] \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

เมื่อ $\{H\}$ คือสนามแม่เหล็กที่โนดทั้งหมดบนภาคตัดขวางของท่อนำคลื่น เมทริกซ์

$[S], [L]$ และ $[M]$ เป็นเมทริกซ์เฮอร์มิเชียน (hermitian matrix)

คุณลักษณะการแพร่กระจายของท่อนำคลื่นสามารถหาได้จากการพิจารณาจุดต่ำสุดของ
 สมการ (2.33) ซึ่งยังผลให้ได้สมการที่อยู่ในรูปเมทริกซ์เจาะจงที่มี k_0^2 เป็นค่าเจาะจงดังนี้

$$[S]\{H\} + p^2[L]\{H\} - k_0^2[M]\{H\} = \{0\} \quad (2.43)$$

สมการ (2.43) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของปัญหาค่าเฉพาะมาตรฐาน (standard eigenvalue problem) ได้เป็น

$$[M]^{-1}([S] + p^2[L])\{H\} - k_0^2\{H\} = 0 \quad (2.44)$$

บทที่ 3

ขั้นตอนการวิเคราะห์หอนำคลื่น

การดำเนินงานของวิธีไฟในดออีลิเมนต์สำหรับวิเคราะห์หอนำคลื่นแบบแอนไอโซทรอปิกไม่เอกพันธ์โดยใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบนั้นมีขั้นตอนดังนี้

3.1 ทำการศึกษาถึงโครงสร้างและหลักการของวิธีไฟในดออีลิเมนต์ซึ่งได้แสดงดังรายละเอียดในบทที่ 2

3.2 ทำการศึกษาถึงโครงสร้างและการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่เดินทางในหอนำคลื่นรวมถึงกฎและทฤษฎีต่างๆเกี่ยวกับสนามแม่เหล็ก

3.3 ทำการเขียนโปรแกรมเพื่อวิเคราะห์ค่าพารามิเตอร์ที่มีผลต่อการกระจายตัวของคลื่นที่เดินทางในหอนำคลื่นและแสดงแบบรูปของคลื่นที่โมดตัวอย่าง แบบ 2 มิติและ 3 มิติ

3.4 วิเคราะห์และเปรียบเทียบผลการทดลอง

3.5 วิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการกำจัดผลเฉลยปลอมเทียม

3.6 สรุปผล

3.7 เขียนและพิมพ์โครงงาน

.....

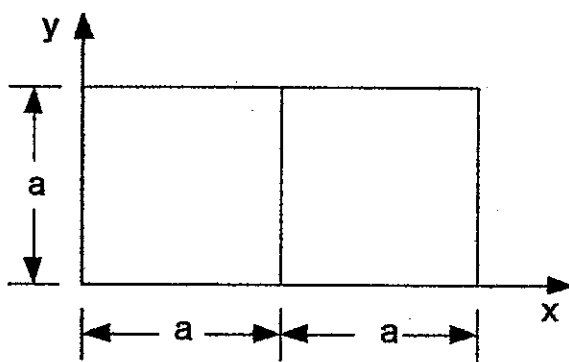
บทที่ 4

ผลการทดลอง และ ผลการวิเคราะห์

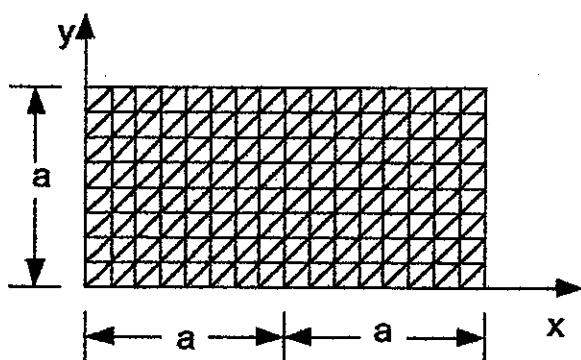
การวิเคราะห์ท่อนำคลื่นของวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์โดยใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบที่กล่าวมาข้างต้นนั้น

4.1 ท่อนำคลื่นที่บรรจุด้วยไดอิเล็กทริก

พิจารณาท่อนำคลื่นที่บรรจุด้วยไดอิเล็กทริกที่มีขนาดเป็น $2a \times a$ ล้อมรอบด้วยตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบและครึ่งหนึ่งของท่อนำคลื่นที่บรรจุด้วยไดอิเล็กทริกที่มีสภาพยอมสัมพัทธ์ ϵ_r และความขรุขระได้สัมพัทธ์ μ_r เท่ากับ 2.25 และ 1.0 ตามลำดับดังแสดงในรูป 4.1



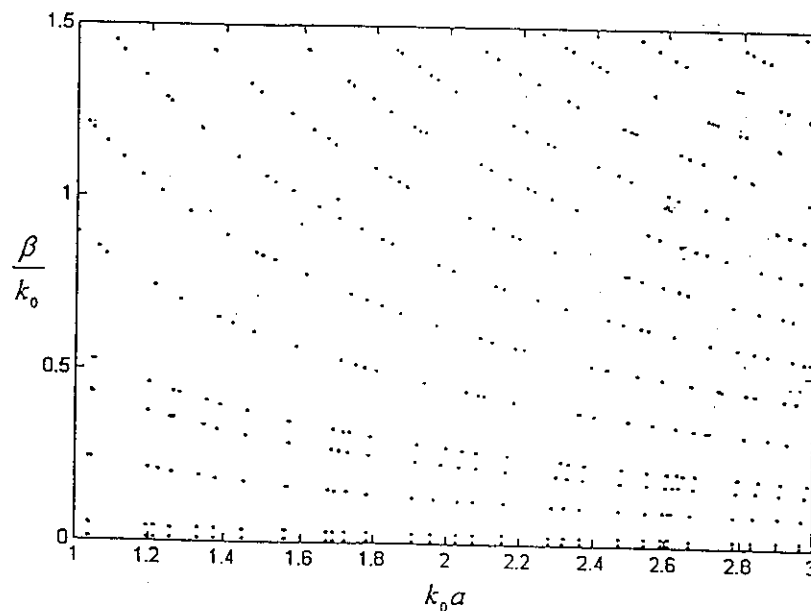
รูป 4.1 ภาคตัดขวางของท่อนำคลื่นบรรจุด้วยไดอิเล็กทริก



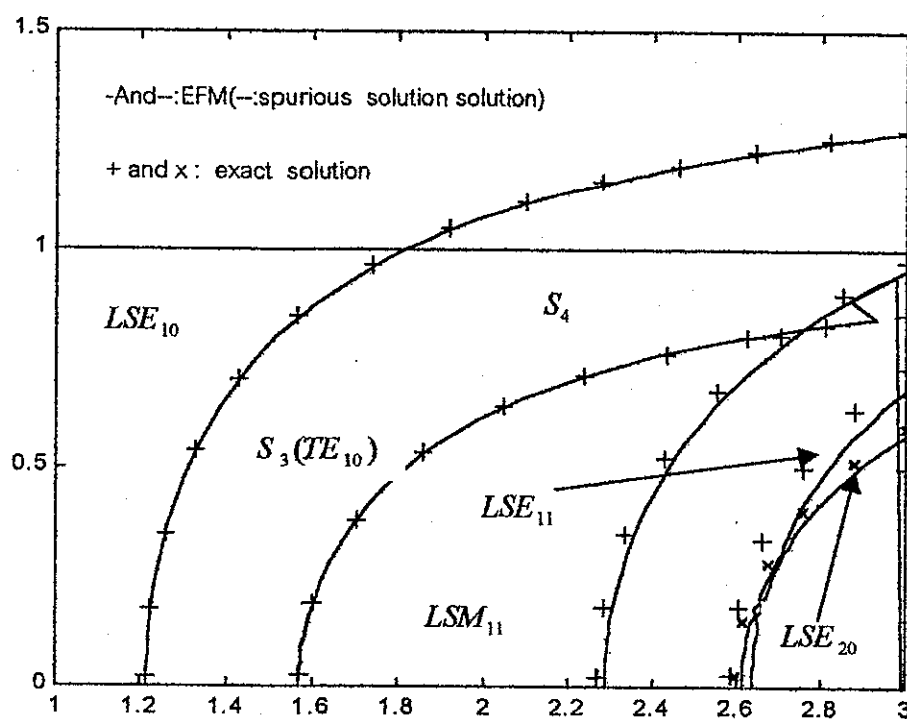
รูป 4.2 การแบ่งอีลีเมนต์บนภาคตัดขวางของท่อนำคลื่น

บรรจุด้วยไดอิเล็กทริกออกเป็น 256 อีลีเมนต์ 153 โหนด

แบ่งภาคตัดขวางของท่อนำคลื่นออกเป็นสามเหลี่ยมตามหลักของวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ แสดงในรูป 4.2 โดยมีจำนวนอีลิเมนต์เท่า 256 และมีจำนวนโนดเท่ากับ 153 รูป 4.3 แสดงกราฟดิสเพอร์ชันที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์โดยปราศจากพจน์พื้นนอลดี ($p=0$) พบว่าเกิดผลเฉลยปลอมเพิ่มขึ้นทำให้ไม่สามารถแยกแยะกับผลเฉลยที่ถูกต้องได้ รูป 4.4 แสดงกราฟดิสเพอร์ชันที่ใช้สัมประสิทธิ์พื้นนอลดีเท่ากับ 1 ($p=1$) เส้นทึบและเส้นประแสดงผลที่ได้จากการคำนวณโดยใช้วิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ สัญลักษณ์ $+$ และ \times คือผลเฉลยแม่นยำที่ได้จากวิธีเชิงวิเคราะห์ (Balanis, 1989)



รูป 4.3 กราฟดิสเพอร์ชันที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบของท่อนำคลื่นบรรจุด้วยไดอิเล็กตริก เมื่อปราศจากพจน์พื้นนอลดี ($p=0$)



รูป 4.4 กราฟลักษณะที่ได้อาจได้จากวิธีไฟในดออีลีเมนต์ที่ใช้สามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบของท่อนำคลื่นบรรจุด้วยไดอิเล็กทริกเมื่อ $p=1$ เทียบกับผลเฉลยแม่นยำตรงที่ได้จากวิธีเชิงวิเคราะห์

จากรูป 4.4 พบว่าโหมดฐาน LSE_{10} สอดคล้องกับผลเฉลยแม่นยำตรงที่ได้จากวิธีเชิงวิเคราะห์ ส่วนโหมด LSM_{11} , LSE_{11} และ LSE_{20} ต่างจากผลเฉลยแม่นยำตรงไม่มากนัก อย่างไรก็ตามโหมดเหล่านี้จะมีค่าสอดคล้องกับผลเฉลยแม่นยำตรงมากขึ้นเมื่อเพิ่มจำนวนอีลีเมนต์ให้สูงขึ้น

จากรูป 4.4 นอกจากโหมดที่ถูกต้องที่วิเคราะห์ได้แล้ว พบว่ามีผลเฉลยปลอมเทียมซึ่งแสดงเป็นเส้นประออกมาด้วยผลเฉลยปลอมเทียมดังกล่าวนี้คือผลเฉลยปลอมเทียม S_3 และ S_4 ผลเฉลยปลอมเทียม S_3 สอดคล้องกับสมการ (2.19) และสมมูลกับโหมด TE_{10} ของท่อนำคลื่นกวางที่มีภาคตัดขวางเท่ากัน ซึ่งโหมด TE_{10} มีความถี่ตัดเป็น (Balanis, 1989)

$$k_0 a = p \frac{\pi}{2} \quad (4.1a)$$

$$= (1) \frac{\pi}{2} \approx 1.571 \quad (4.1b)$$

ผลเฉลยปโลมเทียม S_3 นี้จะปรากฏในบริเวณ $\beta/k_0 < 1$ เท่านั้น

นอกจากผลเฉลยปโลมเทียม S_3 ที่ Koshiba และคณะได้กล่าวถึงแล้ว ผู้ทำโครงการงานยังตรวจพบผลเฉลยชนิดใหม่ที่เพิ่มขึ้นมาด้วย โดยผู้ทำโครงการงานเรียกผลเฉลยปโลมเทียมชนิดใหม่นี้ว่า ผลปโลมเทียม S_4 ผู้ทำโครงการงานได้ทำการตรวจสอบคุณลักษณะที่สำคัญของผลเฉลยปโลมเทียม S_4 เปรียบเทียบกับโมเดลฐาน (LSE_{10}) ที่ตำแหน่ง $x=1.125a$, $y=0.375a$ ได้แสดงในตาราง 4.1

จากข้อมูลที่ได้ในตาราง 4.1 ผลเฉลยปโลมเทียม S_4 ที่เกิดขึ้นสามารถอธิบายได้ตามขั้นตอนและดังสมการต่อไปนี้

เมื่อพิจารณาจุดค่าสุดของสมการ (2.17) จะได้สมการต่อไปนี้

$$\begin{aligned} & \iint_{\Omega} \delta H^* \cdot \left[\nabla \times (\epsilon_r \nabla \times H) - p^2 \nabla (\nabla \cdot \mu_r H) - k_0^2 \mu_r H \right] d\Omega \\ & - \int_{\Gamma} \delta H^* \cdot \left[n \times (\epsilon_r \nabla \times H) - p^2 (\nabla \cdot \mu_r H) n \right] d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (4.2)$$

โดยที่ n คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทางตั้งฉากกับผนังท่อนำคลื่น

สมการออยเลอร์ (Euler equation) ของสมการ (4.2) คือ

$$\nabla \times (\epsilon_r \nabla \times H) - p^2 \nabla (\nabla \cdot \mu_r H) - k_0^2 \mu_r H = 0 \quad (4.3)$$

เนื่องจาก $\nabla \times H$ ของผลเฉลยปโลมเทียม S_4 มีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับที่ได้จากโมเดลฐาน (LSE_{10}) สมการ 4.3 จึงเขียนได้เป็น

$$p^2 \nabla (\nabla \cdot \mu_r H) + k_0^2 \mu_r H = 0 \quad (4.4)$$

ผลเฉลย	H	$\nabla \times \mathbf{H}$	$\nabla \cdot \mu_0 \mathbf{H}$	$\nabla_t \cdot \mu_0 \mathbf{H}$ $\nabla_t = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}$	$\nabla_t H_z$
โหมด LSE_{10}	$-0.4531a_x$ $+1.1306 \times 10^{-4}a_z$ $-j0.3731a_z$	$j(0.0015a_x$ $+0.8990a_y$ $-j0.0016a_z)$	$0.0278\mu_0$	$0.4009\omega_0$	$j(-0.4459a_x$ $+0.0014a_y)$
ผลปดอม เทียม S_4	$-2.1714 \times 10^{-16}a_x$ $-1.4385 \times 10^{-14}a_y$ $+1.0000a_z$	$j10^{-14}$ $(1.4925a_x$ $-2.7316a_y$ $+j4.1637a_z)$	$1.0000\mu_0$	10^{-15} $5.4522\mu_0$	$j10^{-14}$ $(2.7534a_x$ $+2.9310a_y)$

ตาราง 4.1 คุณสมบัติของผลเฉลยปดอมเทียม S_4 และโหมดมูลฐาน (LSE_{10}) ที่คำนวณได้จากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ $\beta a = 1.0$ ตำแหน่ง $x = 1.125a, y = 0.375a$ ของท่อนำคลื่นบรรจุด้วยไดอิเล็กตริก เมื่อทำการแบ่งอีลิเมนต์ดังแสดงในรูป 4.2 โดยที่สัมประสิทธิ์พื้นนอลดีเท่ากับ 1 (กำหนดให้ขนาดสูงสุดของสนามแม่เหล็กที่โนดบนภาคตัดขวางของท่อนำคลื่นมีค่าเท่ากับ 1)

ตัวดำเนินการเดล (del operator) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปองค์ประกอบตามขวางและองค์ประกอบในแนวแกน z ได้ดังนี้

$$\nabla = \nabla_t - j\beta a_z \quad (4.5)$$

เมื่อใช้ความสัมพันธ์ในสมการ (4.5) สมการ (4.4) สามารถเขียนได้เป็น

$$p^2 \nabla (\nabla_t \cdot \mu_r \mathbf{H}) - p^2 \nabla (j\beta \mu_r H_z) + k_0^2 \mu_r \mathbf{H} = 0 \quad (4.6)$$

จากตาราง 4.1 ค่าของ H_x, H_y และ $\nabla_r \cdot \mu_0 H$ ของผลเฉลยปโลมเทียม S_4 มีค่าน้อยมากเทียบกับที่ได้จากโมเดลฐาน สมการ (4.6) จึงเขียนได้ดังนี้

$$-p^2(j\beta\mu_r)(\nabla_r H_z - j\beta H_z a_z) + k_0^2 \mu_r H_z a_z = 0 \quad (4.7)$$

จากตาราง 4.1 ค่าของ $\nabla_r H_z$ ของผลเฉลยปโลมเทียม S_4 มีค่าน้อยมากเทียบกับที่ได้จากโมเดลฐาน สมการ (4.7) จึงเขียนได้เป็น

$$\left[\left(\frac{\beta}{k_0}\right)^2 \left(\frac{1}{p}\right)^2\right] \mu_r H_z = 0 \quad (4.8)$$

ผลเฉลยของสมการ (4.8) คือ

$$\frac{\beta}{k_0} = \pm \frac{1}{p} \quad (4.9)$$

เมื่อค่า β ที่เป็นบวกหมายถึงการแพร่กระจายในทิศ $+z$ และค่า β ที่เป็นลบหมายถึงการแพร่กระจายในทิศ $-z$ สำหรับในกรณีตัวอย่างปัญหานี้สัมประสิทธิ์ฟีนอลดีถูกกำหนดให้มีค่าเท่ากับ 1 เพราะฉะนั้นเมื่อพิจารณาเฉพาะการแพร่กระจายในทิศ $+z$ ผลเฉลยปโลมเทียม S_4 จะปรากฏที่ $\beta/k_0 = 1$ ซึ่งสอดคล้องกับผลการคำนวณในกราฟดิสเพอร์ชันรูป 4.4

จากที่กล่าวมาพบว่าผลเฉลยปโลมเทียม S_3 เกิดขึ้นในช่วง $\beta/k_0 < 1/p$ และผลเฉลยปโลมเทียม S_4 เกิดขึ้นที่ $\beta/k_0 = 1/p$ เพราะฉะนั้นจึงสรุปได้ว่าผลเฉลยปโลมเทียมทั้งหมดปรากฏในบริเวณสมการ (4.10) เท่านั้น

$$\frac{\beta}{k_0} \leq \frac{1}{p} \quad (4.10)$$

บริเวณที่เกิดผลเฉลยปโลมเทียม S_3 และ S_4 สามารถกำหนดได้จากสัมประสิทธิ์ฟีนอลดี กล่าวคือบริเวณที่เกิดผลเฉลยปโลมเทียม S_3 จะแคบลงเมื่อสัมประสิทธิ์ฟีนอลดีมีค่าสูงขึ้น แต่การเพิ่มสัมประสิทธิ์ฟีนอลดีให้สูงขึ้น ทำให้ความแม่นยำของผลเฉลยที่ได้ลดลงไปด้วย ตัวอย่างของค่า β/k_0 และขนาดความผิดพลาดที่ $k_0 a = 3.0$ จากโมเดลฐาน $LSE_{10}, LSM_{11}, LSE_{11}$

๑๘
20.7
.F56
๒55๙๗
๒543

- 9 พ.ศ. 2544

4440102



และ LSE_{20} ที่คำนวณจากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ เมื่อทำการแบ่งอีลิเมนต์ดังแสดงในรูป 4.2 โดยมีค่าสัมประสิทธิ์ที่นอลดีเท่ากับ 1 และ $1/0.75$ ตามลำดับ แสดงในตาราง 4.2

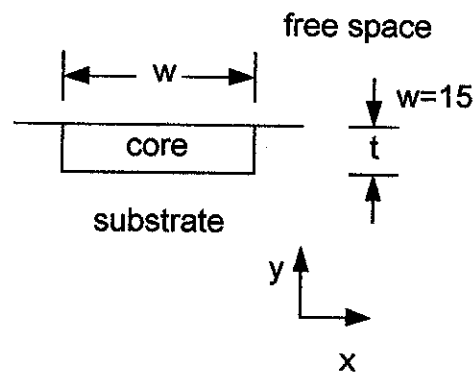
โมด	ผลเฉลยแม่นยำตรง ของ β/k_0 ที่ $k_0 a = 3.0$	β/k_0 ที่ $k_0 a = 3.0$ จากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์		ขนาดความผิดพลาด ของ β/k_0 ที่ $k_0 a = 3.0$ จากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์	
		$p=1$	$p=1/0.75$	$p=1$	$p=1/0.75$
LSE_{10}	1.275757	1.27243	1.270253	0.260%	0.431%
LSM_{11}	0.971538	0.95392	0.946630	1.813%	2.564%
LSE_{11}	0.728649	0.68084	0.662076	6.561%	9.137%
LSM_{20}	0.593897	0.57572	0.571497	3.060%	3.772%

ตาราง 4.2 ตัวอย่างของค่า β/k_0 ที่ $k_0 a = 3.0$ ที่คำนวณได้จากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ และวิธีเชิงวิเคราะห์รวมขนาดความผิดพลาด เมื่อทำการแบ่งอีลิเมนต์ดังแสดงในรูป 2.2 โดยที่สัมประสิทธิ์ที่นอลดีเท่ากับ 1 และ $1/0.75$

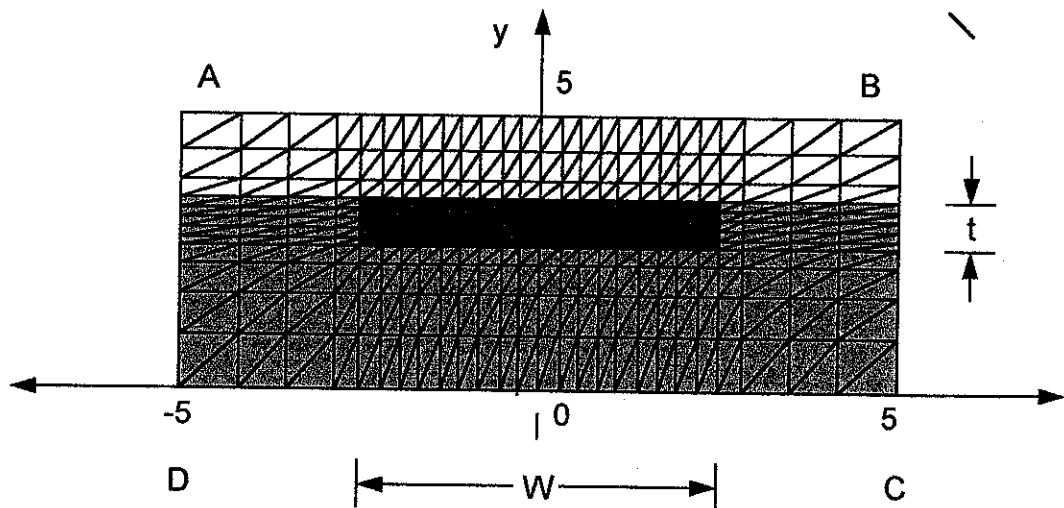
จากผลการวิเคราะห์ที่ได้แสดงในตารางที่ 4.2 แสดงการเปรียบเทียบค่า β/k_0 ที่ $k_0 a = 3.0$ ที่คำนวณได้จากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์และวิธีเชิงวิเคราะห์รวมถึงขนาดความผิดพลาด โดยที่ พิจารณาค่าดังกล่าวที่ โมดมูลฐาน 4 โมด และได้ผลดังตารางที่ 4.2 แสดงให้เห็นว่า ค่าความผิดพลาดอยู่ในช่วงที่ยอมรับได้ดังนั้นจึงสามารถสรุปได้ว่าวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ ที่เสนอโดย Koshiba และคณะ สามารถวิเคราะห์ที่อ่อนแอแบบไอโซทรอปิกไม่เอกพันธ์ได้ แต่ต้องมีการควบคุมการปรากฏของผลเฉลยปลอมเทียบกับพจน์ที่นอลดี

4.2 ท่อนำแสงแบบฝังในฉัษสเตรท

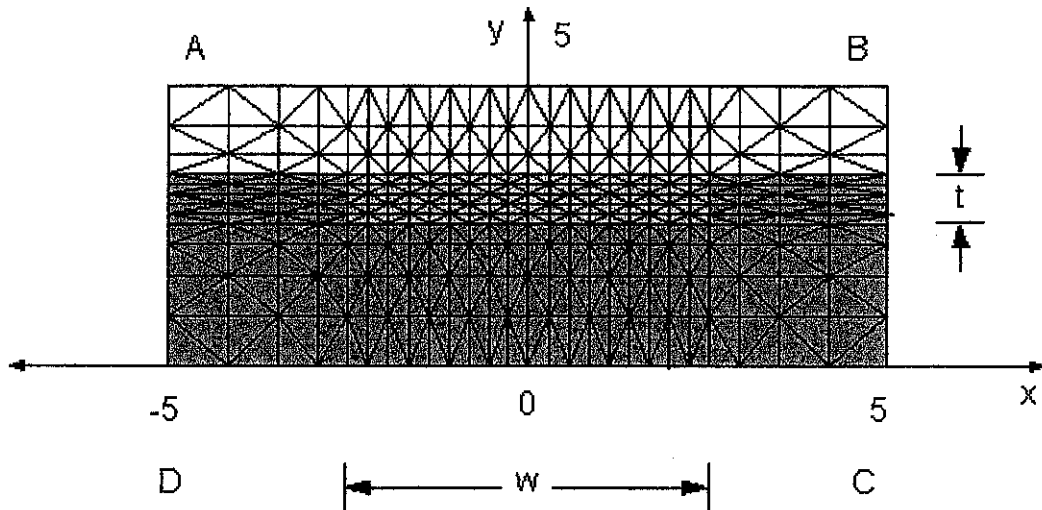
พิจารณาท่อนำแสงแบบฝังในฉัษสเตรท ที่ประกอบด้วยแกน (core) ฝังในฉัษสเตรท (substrate) ซึ่งเป็นส่วนรองรับแกนอยู่ด้านล่างและด้านบนของแกนเป็นอากาศว่าง ดังแสดงในรูป 4.5 การศึกษาในส่วนนี้จะแบ่งเป็น 2 กรณีคือ กรณีที่ท่อนำแสงเป็นแอนไอโซทรอปิกแนวทแยง และกรณีที่ท่อนำแสงเป็นแอนไอโซทรอปิกตามขวาง ซึ่งแต่ละกรณีมีรายละเอียดดังนี้



รูป 4.5 ภาคตัดขวางท่อนำแสงแบบฝังในฉัษสเตรท



รูป 4.6 การแบ่งอีลิเมนต์ภาคตัดขวางท่อนำคลื่นแบบที่ 1
ออกเป็น 624 อีลิเมนต์ 351 โหนด



รูป 4.7 การแบ่งอีลีเมนต์ภาคตัดขวางท่อนำคลื่นแบบที่ 2
ออกเป็น 624 อีลีเมนต์ 351 โหนด

กรณีที่ท่อนำแสงเป็นแอนไอโซทรอปิกแนวทแยง (Koshiha, 1992)

พิจารณาท่อนำแสงแบบฝังในชั้นสเตรทที่มีภาคตัดขวางดังแสดงในรูป 4.5 แกนและชั้นสเตรทของท่อนำคลื่นนี้เป็นแอนไอโซทรอปิกเนกาทีฟยูนิแอกเซียล (negative uniaxial anisotropic) ที่แกนทางแสงขนานกับแกน x สภาพยอมสัมพัทธ์และความซาบซึมได้สัมพัทธ์ของแกนมีค่าดังนี้

$$[\epsilon_r] = \begin{bmatrix} 2.222^2 & 0 & 0 \\ 0 & 2.3129^2 & 0 \\ 0 & 0 & 2.3129^2 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$$\mu_r = 1.0 \quad (4.12)$$

สภาพยอมสัมพัทธ์และความซาบซึมได้สัมพัทธ์ของชั้นสเตรทมีค่าดังนี้

$$[\epsilon_r] = \begin{bmatrix} 2.20^2 & 0 & 0 \\ 0 & 2.29^2 & 0 \\ 0 & 0 & 2.29^2 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

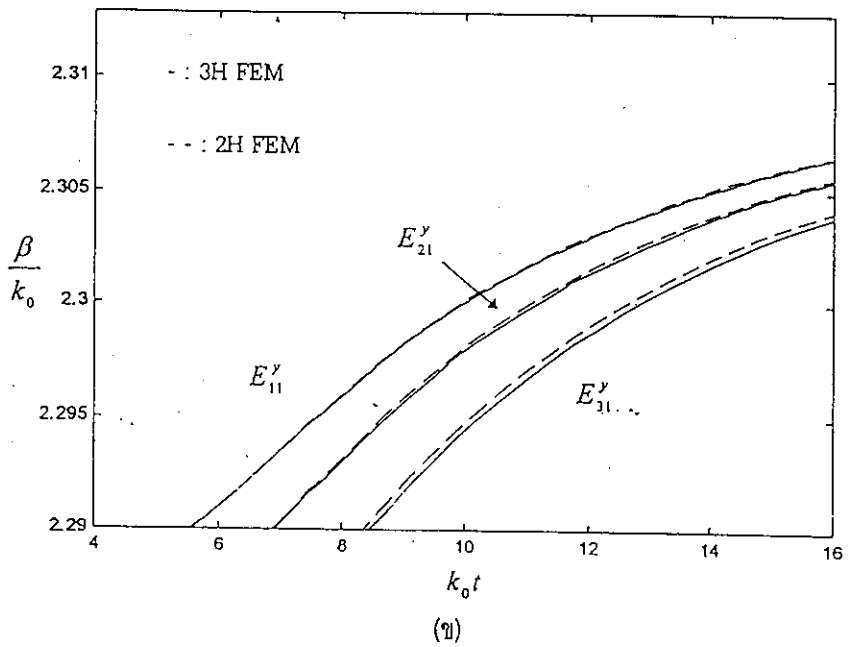
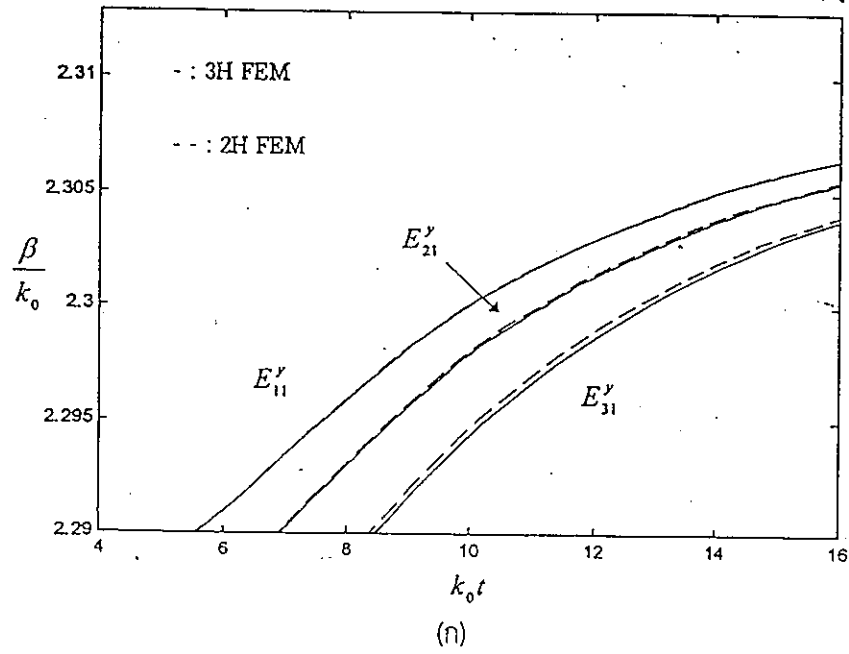
$$\mu_r = 1.0 \quad (4.14)$$

แบ่งภาคตัดขวางของท่อนนำคลื่นออกเป็นสามเหลี่ยม โดยมีจำนวนอิเล็กเมนต์เท่ากับ 624 มีจำนวน โหนดเท่ากับ 351 ดังแสดงใน 4.6 และ 4.7 ตามลำดับ โดยที่ขอบเขต AB,BC,CD และ DA คือขอบเขตเสมือน (virtual boundary) ซึ่งสมมุติให้เป็นตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบ เพื่อไม่ให้มีผลเฉลยปลอมเทียม S_3 และ S_4 ในบริเวณที่ถูกนำทาง (guided region) ของกราฟดิสเพอร์ชัน สัมประสิทธิ์พินอลดีต้องสอดคล้องกับสมการ

$$p > 1/n_{g,\min} \quad (4.15)$$

เมื่อ $n_{g,\min}$ คือดัชนีหักเหที่มีค่ามากที่สุดในชั้นสเตรท ด้วยเหตุนี้สัมประสิทธิ์พินอลดี ถูกกำหนดให้มีค่าเท่ากับ $1/2.289$

เนื่องจากท่อนนำแสงในกรณีนี้ ไม่สามารถหาผลเฉลยแม่นยำตรงจากวิธีวิเคราะห์ได้ จึงจำเป็นต้องตรวจสอบความถูกต้อง โดยเทียบผลคำนวณที่ได้กับผลคำนวณที่ได้จากวิธีอื่น ผลการคำนวณที่นำมาเปรียบเทียบคือ ผลการคำนวณที่ได้จากวิธีไฟในอิตีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์ประกอบ (Hayata, Eguchi และ Koshiba, 1986) รูป 4.8 (ก) และ (ข) แสดงผลการคำนวณกราฟดิสเพอร์ชันที่ได้จากวิธีไฟในอิตีเมนต์เมื่อใช้การแบ่งอิตีเมนต์แบบที่ 1 ดังแสดงในรูป 4.15 และแบบที่ 2 ดังแสดงในรูป 4.16 ตามลำดับ เส้นที่บ่งแสดงผลการคำนวณที่ได้จากวิธีไฟในอิตีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ เมื่อสัมประสิทธิ์พินอลดี (p) เท่ากับ $1/2.289$ (เพื่อความสะดวกได้กำหนดให้ $p = 1/2.289$) เส้นประแสดงผลการคำนวณที่ได้จากวิธีไฟในอิตีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์ประกอบ

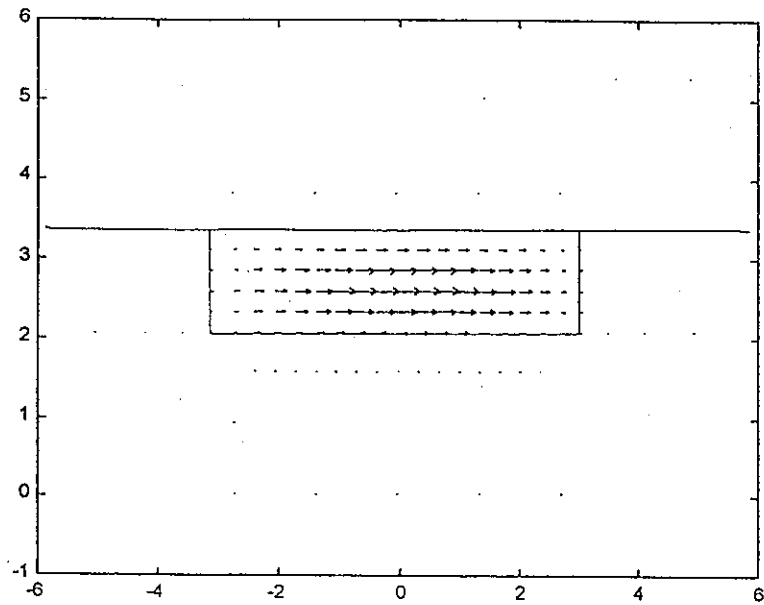


รูป 4.8 กราฟคิสเพอร์ชันที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ เมื่อ $p = 1/2.289$ และที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์ประกอบ ของท่อนำแสงแบบฝังในฉนวนที่มีแกนและฉนวนเป็นเนกาทีฟอินเดกซ์ เมื่อใช้

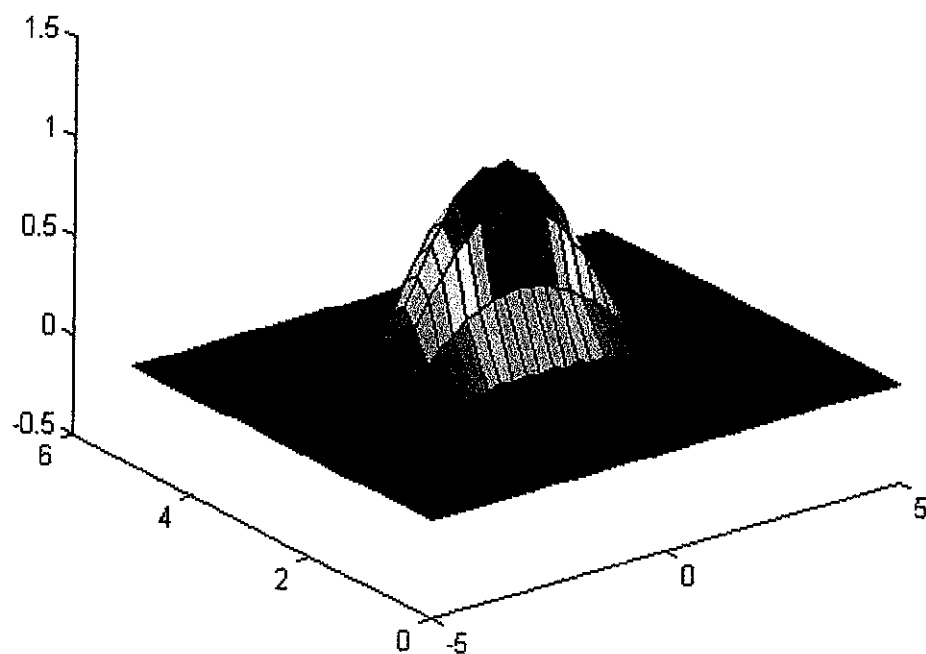
(ก) การแบ่งอีลิเมนต์แบบที่ 1 (ข) การแบ่งอีลิเมนต์แบบที่ 2

จากรูป 4.17 พบว่าโหมด 3 อันดับแรกที่เลือกมาแสดงคือโหมด E_{11}^y , E_{21}^y และ E_{31}^y เมื่อ E_{pq}^y คือโหมดที่มีองค์ประกอบของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าหลักคือ E_y และ H_x คำนวณค่า (subscript) p และ q แทนอันดับ (order) ของโหมด ทิศ x และ y ตามลำดับโดย p และ q มีค่าเท่ากับจำนวนจุดสูงสุดหรือต่ำสุด (extrema) ที่เกิดขึ้นในการกระจายขององค์ประกอบหลักในทิศ x และ y ตามลำดับ (Marcuse, 1974; Koshiha, 1992) จะเห็นได้ว่าโหมด E_{11}^y และ E_{21}^y ที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ และวิธีที่ใช้สนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์ประกอบ ทั้งที่ได้จากการแบ่งอีลีเมนต์แบบที่ 1 และแบบที่ 2 ให้ผลเฉลยที่สอดคล้องกัน ส่วนผลการคำนวณที่ได้ในโหมด E_{31}^y ต่างกันไม่มากนัก แต่อย่างไรก็ตามโหมด E_{31}^y ที่ได้จากทั้งสองวิธีนี้จะมีค่าสอดคล้องกันมากขึ้น เมื่อใช้จำนวนอีลีเมนต์ที่สูงขึ้น จากรูป 4.17 พบว่าไม่มีการปรากฏของผลเฉลยปลอมเทียม เนื่องจากได้จำกัดให้ผลเฉลยปลอมเทียมเกิดขึ้นในช่วง $\beta/k_0 < 2.289$ ซึ่งบริเวณนี้เป็นบริเวณแผ่พลังงาน (radiation region)

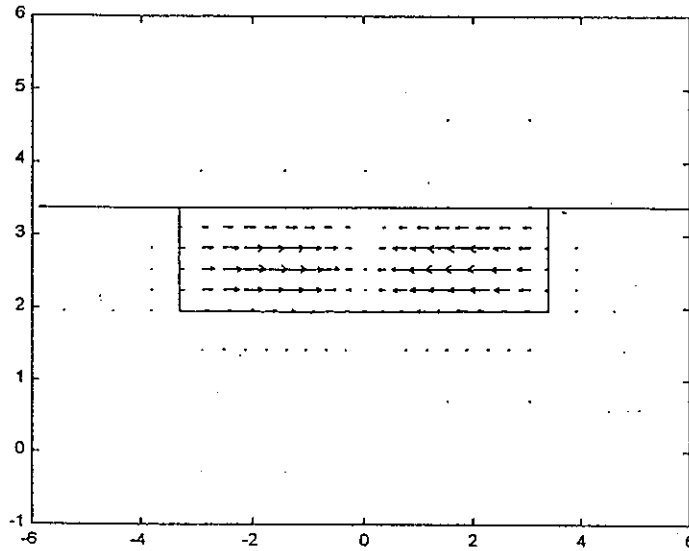
รูป 4.18 และ 4.19 แสดงแบบรูปของสนามแม่เหล็ก H และการกระจายของ H_x ในลักษณะ 3 มิติตามลำดับที่ $k_0 t = 16.0$ ในโหมด E_{11}^y , E_{21}^y และ E_{31}^y โดยกำหนดให้ขนาดสูงสุดของสนามแม่เหล็กที่โน้มนานภาคตัดขวางของท่อนำคลื่นมีค่าเท่ากับ 1



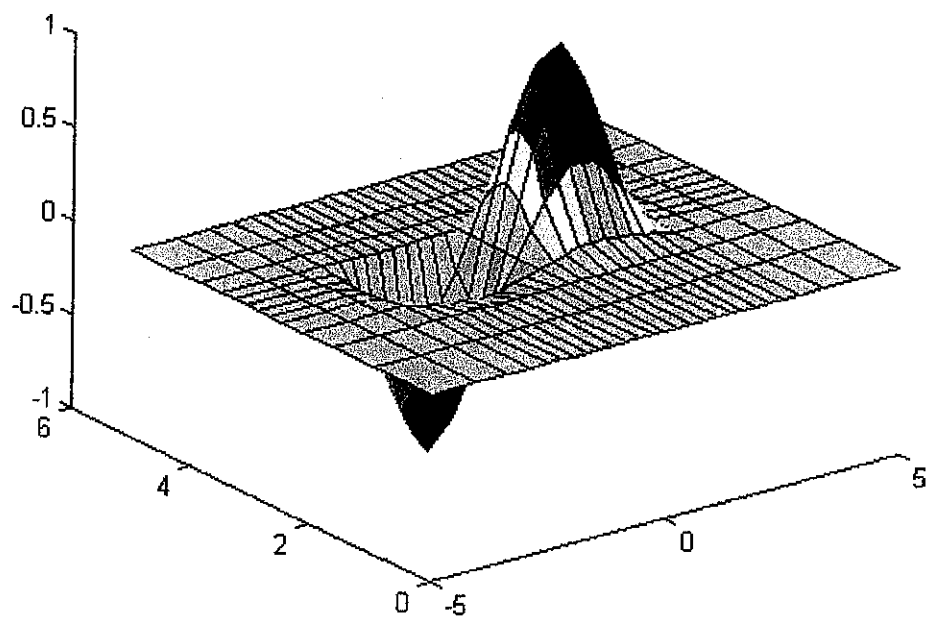
รูป 4.9 แบบรูปของสนามแม่เหล็กที่ $k_0 t = 16.0$ ใน โมด E_{11}^x คำนวณจาก
 วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ เมื่อ $p = 1/2.289$ ของท่อนำแสง
 แบบฝังในฉนวนที่มีแกนและฉนวนเป็นเนกาทีฟยูนิแอกเซียลโดยใช้การแบ่งอีลี
 เมนต์แบบที่ 1



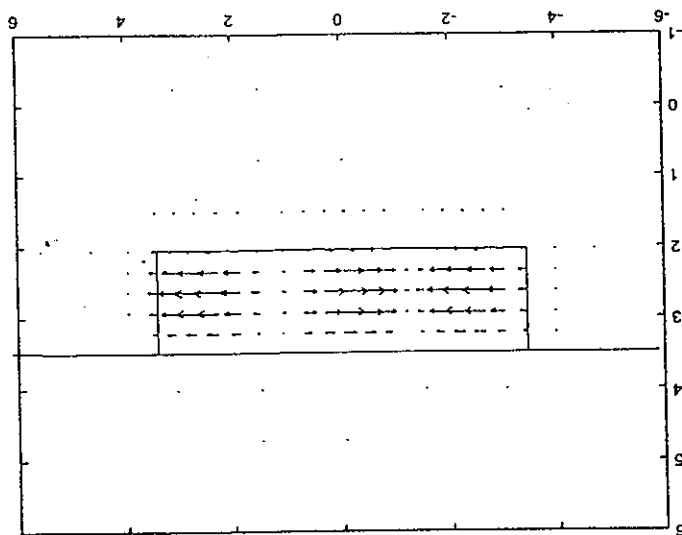
รูป 4.10 แบบรูป 3 มิติของสนามแม่เหล็กที่ $k_0 t = 16.0$ ใน โมด E_{11}^y คำนวณจากวิธีไฟไนต์ อีลีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ เมื่อ $p = 1/2.289$ ของท่อนำแสงแบบฝังใน ชั้นสเตรทที่มีแกนและชั้นสเตรทเป็นเนกาทีฟยูนิแอกเซียล โดยใชการแบ่งอีลีเมนต์แบบที่ 1



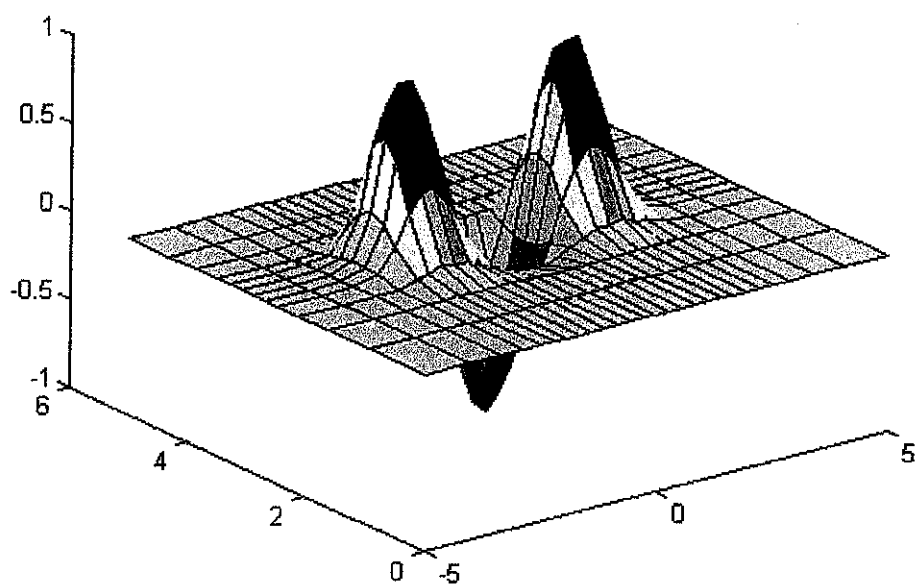
รูป 4.11 แบบรูปของสนามแม่เหล็กที่ $k_0 t = 16.0$ ใน โมด E_{21}^x ที่คำนวณจากวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ เมื่อ $p = 1/2.289$ ของท่อนำแสงแบบคี่ในชั้นสเตรทที่มีแกนและชั้นสเตรทเป็นเนกาทีฟยูนิแอกเซียลโดยใช้การแบ่งอีลีเมนต์แบบที่ 1



รูป 4.12 แบบรูป 3 มิติของสนามแม่เหล็กที่ $k_0 t = 16.0$ ใน โหมด E_{21}^y ที่คำนวณจากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ เมื่อ $p = 1/2.289$ ของท่อนำแสงแบบฝังในชั้นสเตรทที่มีแกนและชั้นสเตรทเป็นเนกาทีฟยูนิแอกเซียลโดยใช้การแบ่งอีลิเมนต์แบบที่ 1



รูป 4.13 แบบรูปของสนามแม่เหล็กที่ $k_0 t = 16.0$ ใน) โหมด E_{31}^Y ที่คำนวณจากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ เมื่อ $p = 1/2.289$ ของท่อนำแสงแบบฝังในชั้นสเตรทที่มีแกนและชั้นสเตรทเป็นเนกาทีฟยูนิแอกเซียลโดยใช้การแบ่งอีลิเมนต์แบบที่ 1



รูป 4.14 แบบ รูป 3 มิติของสนามแม่เหล็กที่ $k_0 t = 16.0$ ใน โมด E_{31}^y ที่คำนวณจากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ เมื่อ $p = 1/2.289$ ของท่อนำแสงแบบฝังในชั้นสเตรทที่มีแกนและชั้นสเตรทเป็นเนกาทีฟยูนิแอกเซียล โดยใช้อะไรอีลิเมนต์แบบที่

1

$$\varepsilon_{xx} = n_e^2 \cos^2 \theta + n_o^2 \sin^2 \theta \quad (4.16a)$$

$$\varepsilon_{yy} = n_o^2 \cos^2 \theta + n_e^2 \sin^2 \theta \quad (4.16b)$$

$$\varepsilon_{zz} = n_o^2 \quad (4.16c)$$

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = (n_e^2 - n_o^2) \sin \theta \cos \theta \quad (4.16d)$$

$$n_o = 2.3129 \quad (4.16e)$$

$$n_e = 2.222 \quad (4.16f)$$

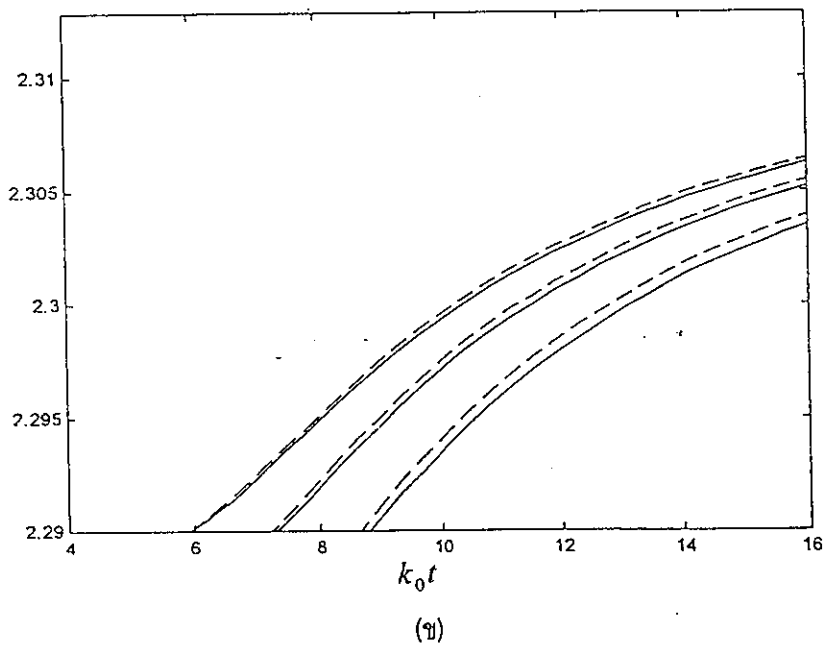
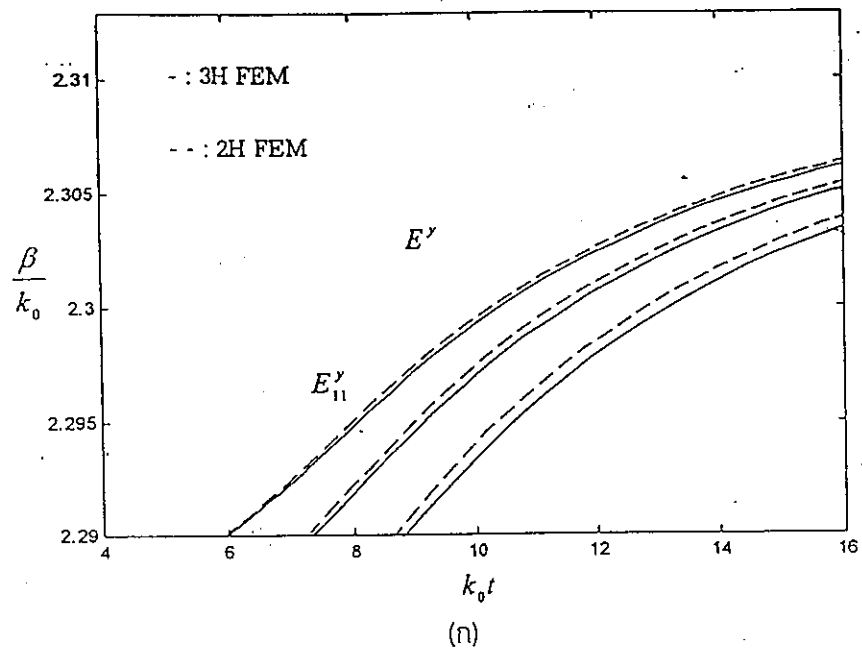
เมื่อ n คือดัชนีหักเห (refractive index), θ คือมุมระหว่างแกนทางแสง x ในที่นี้กำหนดให้มีค่าเท่ากับ $-\pi/8$ เรเดียน ชั้นเสตรทของท่อนำคลื่นนี้เป็นแอนไอโซทรอปิกเนกาทีฟยูนิแอกเซียลที่แกนทางแสงขนานกับแกน x สภาพยอมดัมพท์และความขุ่นได้ดัมพท์ของชั้นเสตรทคือ

$$[\varepsilon_r] = \begin{bmatrix} 2.20^2 & 0 & 0 \\ 0 & 2.29^2 & 0 \\ 0 & 0 & 2.29^2 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

$$\mu_r = 1.0 \quad (4.18)$$

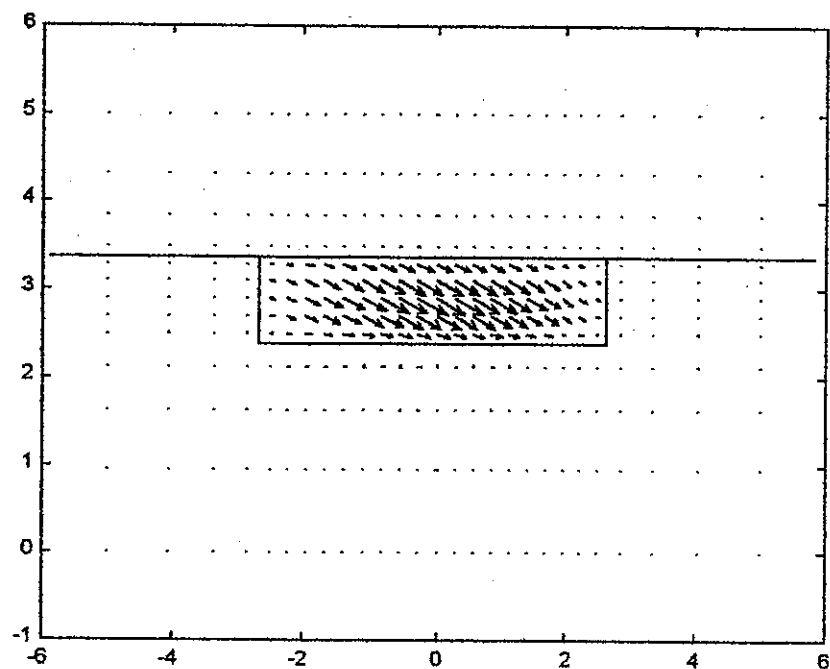
เช่นเดียวกับกรณีแรก ท่อนำแสงกรณีนี้ไม่สามารถหาผลเฉลยแม่นยำตรงจากวิธีเชิงวิเคราะห์ได้ จึงจำเป็นต้องตรวจสอบความถูกต้องโดยเทียบผลการคำนวณที่ได้จากวิธีอื่น ผลการคำนวณที่นำมาเปรียบเทียบคือ ผลการคำนวณที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์ประกอบ (Hayata, Eguchi และ Koshiba, 1986) รูป 4.15-4.21 แสดงกราฟคิสเปอร์ชันที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์เมื่อใช้การแบ่งอีลิเมนต์แบบที่ 1 ดังแสดงในรูป 4.5 และแบบที่ 2 ดังแสดงในรูป 4.6 ตามลำดับ เส้นที่บแสดงผลการคำนวณที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ เมื่อสัมประสิทธิ์พินอลดี เท่ากับ $1/2.289$ ($p = 1/2.289$) เส้นประแสดงผลการคำนวณที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์ประกอบ

จากรูป 4.15 พบว่า โหมด 3 อันดับแรกที่เลือกมาแสดงคือ โหมด E_{11}^y , E_{21}^y และ E_{31}^y จะเห็นได้ว่า โหมด E_{11}^y จากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ และวิธีที่ใช้สนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์ประกอบให้ผลเฉลยที่สอดคล้องกัน ส่วนผลการคำนวณในโหมด E_{21}^y และ E_{31}^y ยังไม่สอดคล้องกันมากนัก แต่อย่างไรก็ตาม โหมด E_{21}^y , E_{31}^y ที่ได้จากสองวิธีนี้จะมีค่าสอดคล้อง

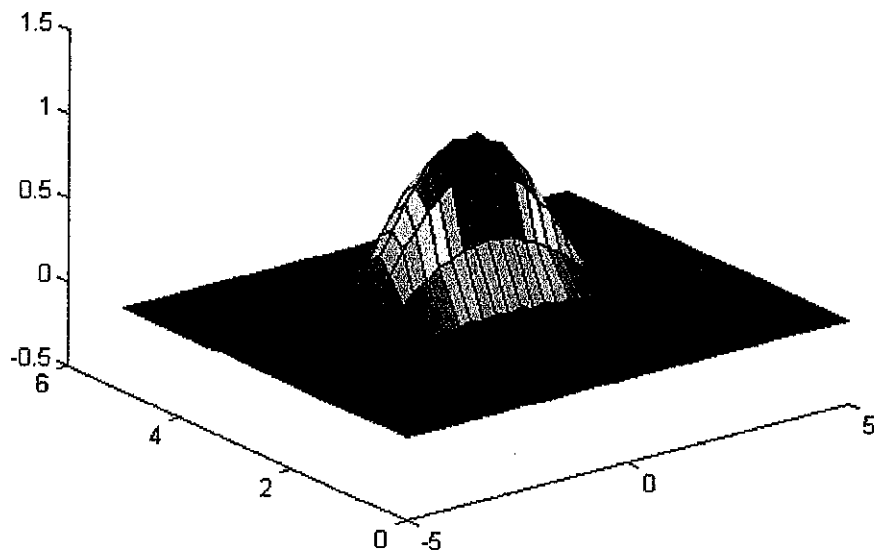


รูป 4.15 กราฟคิสเปอร์ชันที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ เมื่อ $p = 1/2.289$ และที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์ประกอบ ของท่อนำแสงแบบฝังในฉนวนที่มีแกนแอนไอโซทรอปิกตามขวาง เมื่อใช้

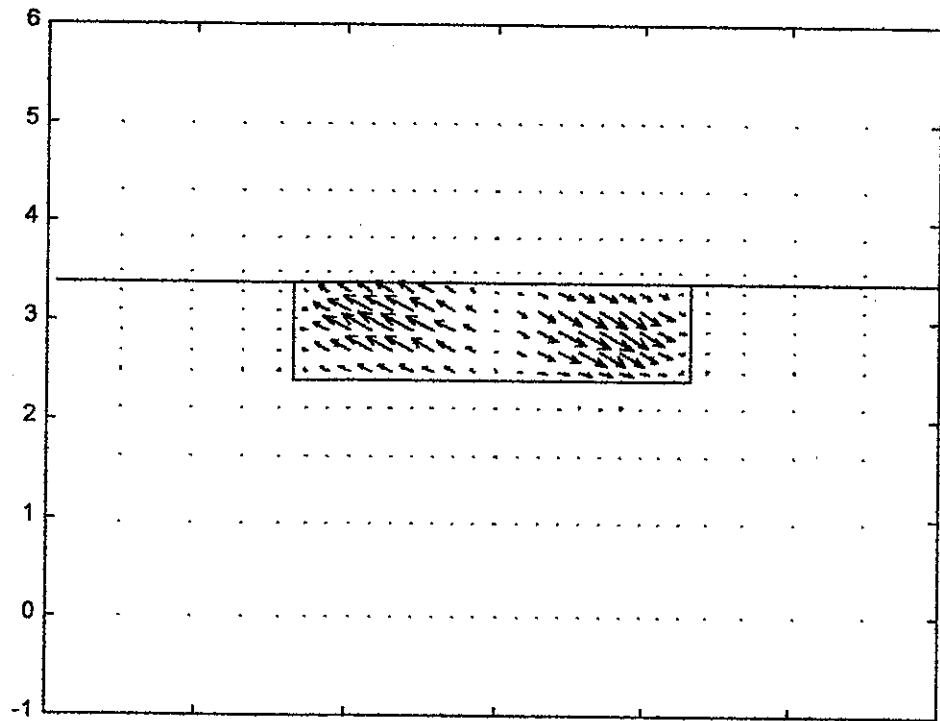
(ก) การแบ่งอีลิเมนต์แบบที่ 1 (ข) การแบ่งอีลิเมนต์แบบที่ 2



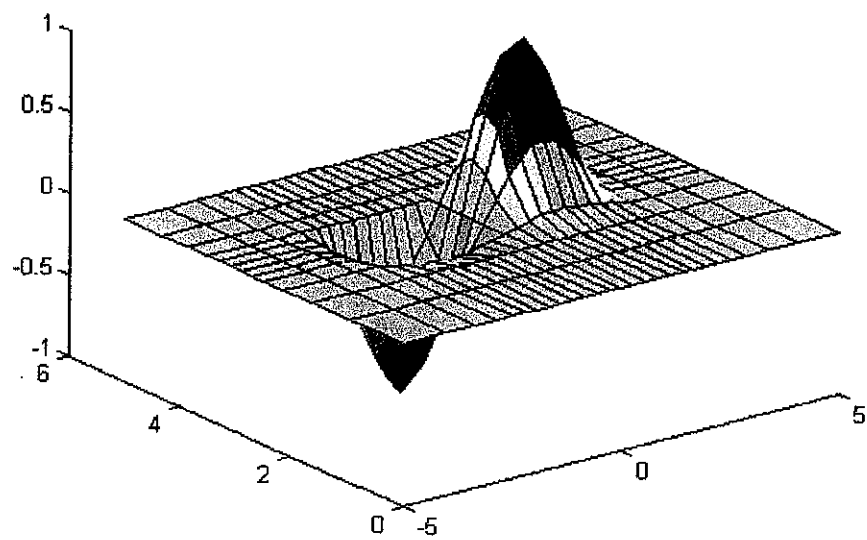
รูป 4.16 แบบรูปของสนามแม่เหล็กที่ $k_0 t = 16.0$ ใน โมด E_{11}^x ที่ คำนวณจากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ เมื่อ $p = 1/2.289$ ของท่อนำแสงแบบฝังในฉนวนที่มีแกนเป็นแอนไอโซทรอปิกตามขวาง และฉนวนเป็นเนกาทีฟยูนิแอกเซียล โดยใช้การแบ่งอีลิเมนต์แบบที่ 2



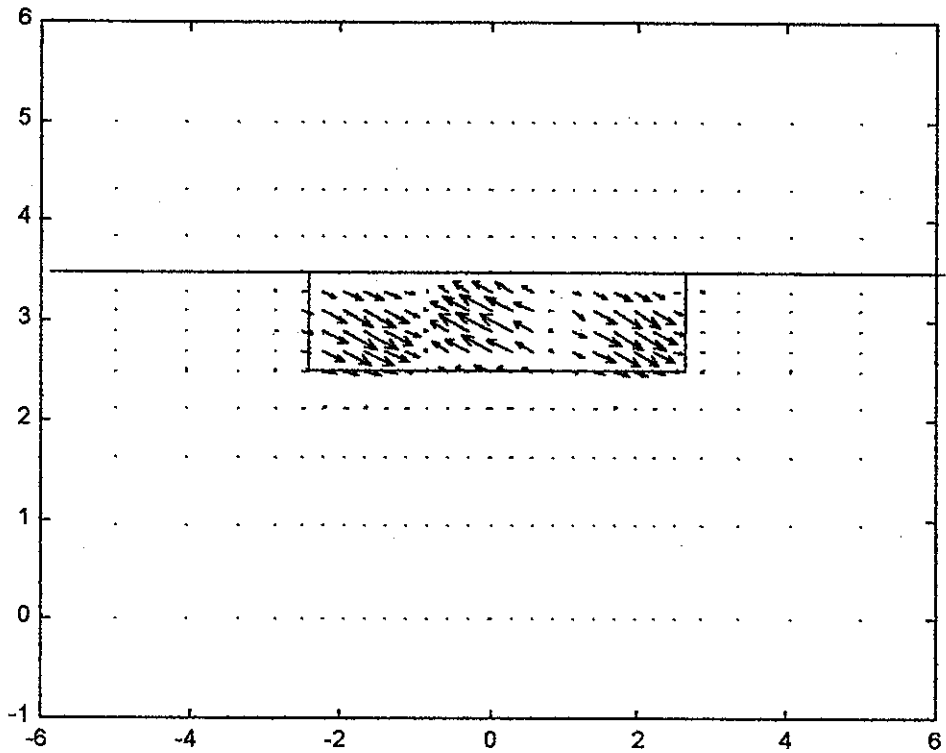
รูป 4.17 แบบรูป 3 มิติของสนามแม่เหล็กที่ $k_0 t = 16.0$ ในโหมด E_{11}^y ที่คำนวณจากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ เมื่อ $p = 1/2.289$ ของท่อนำแสงแบบฝังในชั้นสเตรทที่มีแกนเป็นแอนไอโซทรอปิกตามขวาง และชั้นสเตรทเป็นเนกาทีฟยูนิแอกเซียล โดยใช้การแบ่งอีลิเมนต์แบบที่ 2



รูป 4.18 แบบรูป ของสนามแม่เหล็กที่ $k_0 t = 16.0$ ใน โมด E_{21}^* ที่ คำนวณจากวิธีไฟ
 ในดอ์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ เมื่อ $p = 1/2.289$ ของท่อนำแสง
 แบบฝังในฉนวนที่มีแกนเป็นแอนไอโซทรอปิกตามขวาง และฉนวนเป็นเนกา
 ทิฟตุนีแอกซีล โดยใช้การแบ่งอีลีเมนต์แบบที่ 2



รูป 4.19 แบบรูป 3 มิติของสนามแม่เหล็กที่ $k_0 t = 16.0$ ใน โมด E_{21}^y ที่ คำนวณจากวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ เมื่อ $p = 1/2.289$ ของท่อนำแสงแบบฝังในชั้นสเตรทที่มีแกนเป็นแอนไอโซทรอปิกตามขวาง และชั้นสเตรทเป็นเนกาทีฟยูนิแอกเซียล โดยใช้ในการแบ่งอีลีเมนต์แบบที่ 2



รูป 4.20 แบบรูปของสนามแม่เหล็กที่ $k_0 t = 16.0$ ใน โมด E_{31}^y ที่ คำนวณจากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ เมื่อ $p = 1/2.289$ ของท่อนำแสงแบบฝังในฉนวนที่มีแกนเป็นแอนไอโซทรอปิกตามขวาง และฉนวนเป็นเนกาทีฟยูนิแอกเซียล โดยใช้การแบ่งอีลิเมนต์แบบที่ 2

ภาคผนวก ข

1. การได้มาซึ่ง ∇ ในรูปเมตริกซ์เราพิจารณาจากผลคูณคาร์ทีเซียน

$$\nabla \times \mathbf{H} = \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) \mathbf{a}_x + \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \mathbf{a}_y + \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \mathbf{a}_z \quad (\text{ข.1})$$

เมื่อพิจารณาทำให้ทราบว่า

$$\nabla \times \mathbf{H} = [\nabla][\mathbf{H}] = \begin{bmatrix} 0 & -\partial/\partial z & \partial/\partial y \\ \partial/\partial z & 0 & -\partial/\partial x \\ -\partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{Bmatrix} \quad (\text{ข.2})$$

$$[\nabla] = \begin{bmatrix} 0 & -\partial/\partial z & \partial/\partial y \\ \partial/\partial z & 0 & -\partial/\partial x \\ -\partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{ข.3})$$

2. คุณสมบัติของเวกเตอร์

$$\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b} \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{a}) = \mathbf{c} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \quad (\text{ข.4})$$

$$\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})\mathbf{b} - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c} \quad (\text{ข.5})$$

$$\nabla(ab) = a\nabla b + b\nabla a \quad (\text{ข.6})$$

$$\nabla \cdot (ab) = a\nabla \cdot b + b \cdot \nabla a \quad (\text{ข.7})$$

$$\nabla \times (ab) = a\nabla \times b - b \times \nabla a \quad (\text{ข.8})$$

$$\nabla(a \cdot b) = a \times \nabla \times b + b \times \nabla \times a + (a \cdot \nabla)b + (b \cdot \nabla)a \quad (\text{ข.9})$$

$$\nabla \cdot (a \times b) = b \cdot \nabla \times a - a \cdot \nabla \times b \quad (\text{ข.10})$$

$$\nabla \times (a \times b) = a \cdot \nabla \cdot b - b \nabla \cdot a - (a \cdot \nabla)b + (b \cdot \nabla)a \quad (\text{ข.11})$$

$$\nabla \cdot (\nabla a) = \nabla^2 a \quad (\text{ข.12})$$

$$\nabla \times (\nabla \times a) = \nabla(\nabla \cdot a) - \nabla^2 a \quad (\text{ข.13})$$

$$\nabla \times (\nabla a) = 0 \quad (\text{ข.14})$$

$$\nabla \cdot (\nabla \times a) = 0 \quad (\text{ข.15})$$

หลักการอินทิกรัล

กฎของเกรดีเยนต(Gradient theorem)

$$\iiint_V \nabla f dV = \iint_S \hat{n} f dS \quad (\text{ข.16})$$

กฎของไดเวอร์เจนซ์(Divergence theorem)

$$\iiint_V \nabla \cdot f dV = \iint_S \hat{n} \cdot f dS \quad (\text{ข.17})$$

กฎของเคอร์(Curl theorem)

$$\iiint_V \nabla \times f dV = \iint_S \hat{n} \times f dS \quad (\text{ข.18})$$

กฎของเกรดีเยนต-คอส(Cross-Gradient theorem)

$$\iint_S \hat{n} \times \nabla f dS = \oint_C \hat{i} f dl \quad (\text{ข.19})$$

กฎของสโตกส์(Stokes theorem)

$$\iint_S \hat{n} \cdot \nabla \times f dS = \oint_C \hat{i} \cdot f dl \quad (\text{ข.20})$$

กฎของคอส-เดล-คอส (Cross-del-cross theorem)

$$\iint_S (\hat{n} \times \nabla) \times f dS = \oint_S \hat{i} \times f dl \quad (\text{ข.21})$$

กฎข้อที่ 1 สำหรับสเกลาร์ของ กรีนส์(First scalar Green's theorem)

$$\iiint_V [a \nabla \cdot (u \nabla b) + u (\nabla a) \cdot (\nabla b)] dV = \iint_S a u \frac{\partial}{\partial n} dS \quad (\text{ข.22})$$

กฎข้อที่ 2 สำหรับสเกลาร์ของ กรีนส์(Second scalar Green's theorem)

$$\iiint_V [a \nabla \cdot (u \nabla b) - b \nabla \cdot (u \nabla a)] dV = \iint_S u \left(a \frac{\partial b}{\partial n} - b \frac{\partial a}{\partial n} \right) dS \quad (\text{ข.23})$$

กฎข้อที่ 1 สำหรับเวกเตอร์ของ กรีนส์(First vector Green's theorem)

$$\iiint_V [u (\nabla \times a) \cdot (\nabla \times b) - a \cdot (\nabla \times u \nabla \times b)] dV = \iint_S u (a \times \nabla \times b) \cdot \hat{n} dS \quad (\text{ข.24})$$

กฎข้อที่ 2 สำหรับเวกเตอร์ของ กรีนส์(Second vector Green's theorem)

$$\iiint_V [b \cdot (\nabla \times u \nabla \times a) - a \cdot (\nabla \times u \nabla \times b)] dV = \iint_S u (a \times \nabla \times b - b \times \nabla \times a) \cdot \hat{n} dS \quad (\text{ข.25})$$

.....

ภาคผนวก ค

ปัญหาค่าขอบเขตที่ปรากฏในสมการทางคณิตศาสตร์รูปแบบของค่าขอบเขตสามารถกำหนดได้โดยการบังคับสมการดิฟเฟอเรนเชียลในโดเมนโอเมกา (Ω)

$$L\phi = f \quad (\text{ค.1})$$

วิธีของริตซ์ (The Ritz Method)

เป็นที่ทราบกันว่าวิธีของ เรเลย์ริตซ์ คือวิธีที่แปรผันตามปัญหาค่าขอบเขตจะได้รับการจัดรูปเป็นนิพจน์แปรผันโดยอ้างถึงฟังก์ชันนอล ซึ่งมีผลตอบสนองต่ำสุดโดยการบังคับสมการดิฟเฟอเรนเชียลภายใต้การให้เงื่อนไขขอบเขตโดยดำเนินการให้เรากำหนดผลคูณภายใน (inner product) โดยแสดงเป็นรูปปริกกาเหลี่ยม ($\langle \cdot \cdot \rangle$) โดย

$$\langle \phi, \psi \rangle = \int_{\Omega} \phi \psi^* d\Omega \quad (\text{ค.2})$$

โดย

$$\langle L\phi, \phi \rangle = \langle \phi, L\phi \rangle \quad (\text{ค.3})$$

เครื่องหมายได้รับการกำหนดโดย

$$\langle L\phi, \phi \rangle \begin{cases} > 0 & \phi \neq 0 \\ = 0 & \phi = 0 \end{cases} \quad (\text{ค.4})$$

ฟังก์ชันของปัญหาที่มีการตอบสนองต่ำสุดเขียนได้เป็น

$$F(\tilde{\phi}) = \frac{1}{2} \langle L\tilde{\phi}, \tilde{\phi} \rangle - \frac{1}{2} \langle \tilde{\phi}, f \rangle - \frac{1}{2} \langle f, \tilde{\phi} \rangle \quad (\text{ค.5})$$

$\tilde{\phi}$ คือฟังก์ชันของค่าตอบทดลอง

$$\tilde{\phi} = \sum_{j=1}^N C_j V_j = \{C\}^T \{V\} = \{V\}^T \{C\} \quad (\text{ค.6})$$

T แสดงถึงการทรานสโพสท์เมตริกซ์

C_j คือสัมประสิทธิ์ค่าคงที่ที่กำหนดขึ้น

ϕ_j คือฟังก์ชันที่ได้รับการเลือกมาในข้างต้นทั้งโดเมน Ω

เมื่อแทนสมการ (ค.5) ใน (ค.6) ได้ว่า

$$F = \frac{1}{2} \{C\}^T \int_{\Omega} \{V\} L \{V\}^T d\Omega \{C\} - \{C\}^T \int_{\Omega} \{V\} f d\Omega \quad (\text{ค.7})$$

ทำการ dif สมการ(ค.7) ได้ว่า

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial C_i} &= \frac{1}{2} \int_{\Omega} v_i L \{v\}^T d\Omega \{C\} + \frac{1}{2} \{C\}^T \int_{\Omega} \{v\} L v_i d\Omega - \int_{\Omega} v_i f d\Omega \\ &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N C_j \int_{\Omega} (v_i L v_j + v_j L v_i) d\Omega - \int_{\Omega} v_i f d\Omega \\ &= 0 \quad , \quad i=1,2,3,4,5,6,\dots,N \end{aligned} \quad (\text{ค.8})$$

ซึ่งสามารถเขียนในรูปเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$[S]\{C\} = \{b\} \quad (\text{ค.9})$$

โดยในแต่ละอีลีเมนต์ $[S]$ สามารถแสดงได้โดย

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (v_i L v_j + v_j L v_i) d\Omega \quad (\text{ค.10})$$

โดยในแต่ละอีลีเมนต์ของ $\{b\}$ สามารถแสดงได้โดย

$$b_i = \int_{\Omega} v_i f d\Omega \quad (\text{ค.11})$$

โดย $[S]$ เป็นเมทริกซ์สามเหลี่ยม โดยนำมาซึ่งคุณสมบัติเชลแอกจอยด์ (self adjoint) ของตัว
โอเปอเรเตอร์ L , S_{ij} สามารถเขียนได้เป็น

$$S_{ij} = \int_{\Omega} v_i L v_j d\Omega \quad (\text{ค.12})$$

ผลเฉลยโดยประมาณของสมการ (ค.1) ได้รับเมื่อแก้สมการเมทริกซ์ (ค.9) นั้นเอง

ภาคผนวก ง

อินทิกรัลของฟังก์ชันรูปร่าง

อินทิกรัลของฟังก์ชันรูปร่างในอีลิเมนต์สามเหลี่ยมสามารถหาได้จากสมการต่อไปนี้

(Kardestuncer, 1988, Sivester และ ferrari, 1990)

$$I^e(l, m, n) = \iint_{\Omega} (L_1)^l (L_2)^m (L_3)^n dx dy \quad (3.1a)$$

$$= \frac{l!m!n!}{(l+m+n)!} 2A \quad (3.1b)$$

เมื่อ (L_1, L_2, L_3) คือฟังก์ชันเชิงเส้นที่สามารถหาได้จากสมการ

$$\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ x \\ y \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

เมื่อ

$$a_k = x_l y_m - x_m y_l \quad (3.3)$$

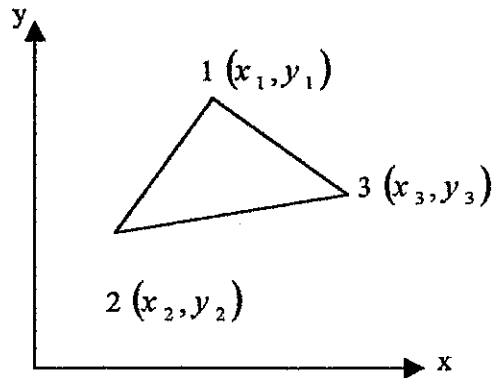
$$b_k = y_l - y_m \quad (3.4)$$

$$c_k = x_m - x_l \quad (3.5)$$

โดยที่ (k, l, m) เรียงในลักษณะมอดุโล 3, (x_1, y_1) , (x_2, y_2) และ (x_3, y_3) คือพิกัดของมุม 1, 2 และ 3 ของอีลิเมนต์สามเหลี่ยม ตามลำดับ ดังแสดงในรูป ฅ.1, A คือพื้นที่ของอีลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมซึ่งหาได้จากสมการ

$$A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

โดยที่ [] คือตัวกำหนด



รูป จ.1 อีลีเมนต์รูปสามเหลี่ยม และพิกัดโนด

สำหรับอีลีเมนต์อันดับที่หนึ่ง ดังแสดงในรูป จ.1 ฟังก์ชันรูปร่าง $\{N\}$ คือ

$$\{N\} = [L_1 \quad L_2 \quad L_3] \quad (จ.7)$$

ผลอินทิกรัลของฟังก์ชันรูปร่างสำหรับแต่ละอีลีเมนต์ในวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามไฟฟ้า 3 องค์ประกอบ วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้แม่เหล็กสนามตามขวาง 2 องค์ประกอบ และวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามไฟฟ้าตามขวาง 2 องค์ประกอบ และวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามไฟฟ้าในแนวสัมผัสและในแนวแกน มีดังนี้

$$\left[\iint_e \{N\} \{N\}^T dx dy \right]_{ij} = \begin{cases} \frac{A}{6}, & i = j \\ \frac{A}{12}, & i \neq j \end{cases} \quad (จ.8)$$

$$\left[\iint_e \{N\}_x \{N\}_x^T dx dy \right]_{ij} = \frac{1}{4A} b_i b_j \quad (จ.9)$$

$$\left[\iint_e \{N\}_x \{N\}_y^T dx dy \right]_{ij} = \frac{1}{4A} b_i c_j \quad (จ.10)$$

$$\left[\iint_e \{N\}_y \{N\}_y^T dx dy \right]_{ij} = \frac{1}{4A} c_i c_j \quad (จ.11)$$

$$\left[\iint_e \{N\} \{N\}_x^T dx dy \right]_{ij} = \frac{b_j}{6} \quad (จ.12)$$

$$\left[\iint_e \{N\} \{N\}_y^T dx dy \right]_j = \frac{c_j}{6} \quad (3.13)$$

$$\iint_e \{N\}_y \{N\}_x^T dx dy = \left[\iint_e \{N\}_y \{N\}_y dx dy \right]^T \quad (3.14)$$

$$\iint_e \{N\}_x \{N\}^T dx dy = \left[\iint_e \{N\} \{N\}_x^T dx dy \right]^T \quad (3.15)$$

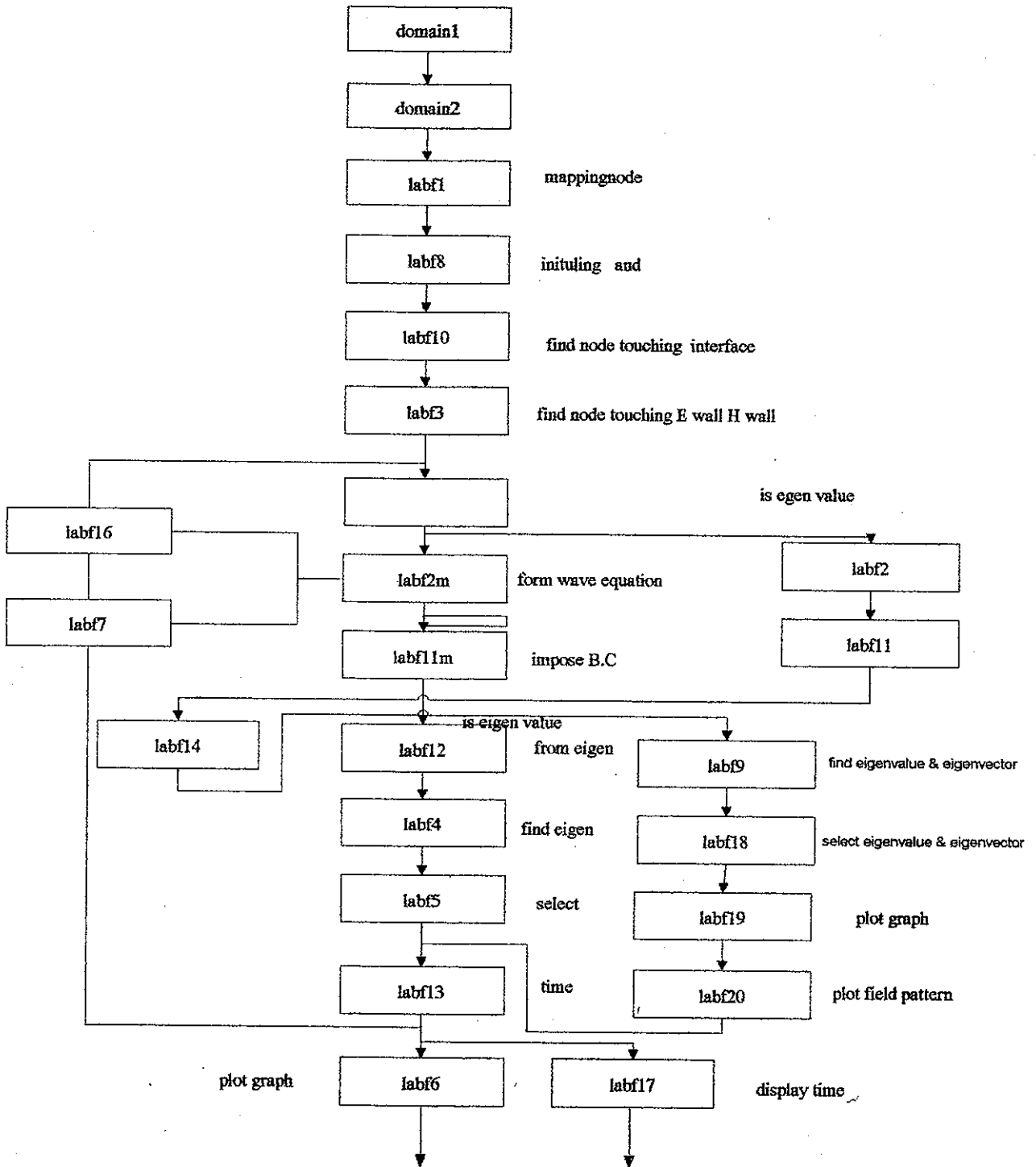
$$\iint_e \{N\}_y \{N\}^T dx dy = \left[\iint_e \{N\} \{N\}_y^T dx dy \right]^T \quad (3.16)$$

เมื่อ $i = 1, 2, 3$ และ $j = 1, 2, 3$

ภาคผนวก จ

แผนผังการทำงานของ โปรแกรมวิเคราะห์ท่อนาคลิ้น
การทำงานของ โปรแกรมที่ผู้ดำเนิน โครงการวิจัยได้ใช้เป็น โปรแกรมหลักในการ
วิเคราะห์ท่อนาคลิ้นสามารถแสดง ได้ดังต่อไปนี้

Flowchart of 3-H component for rectangular waveguide




```

%*****

%main program

%*****

runmod %call for runmode

if rmfg==1

    clc

    fprintf('\n\n')

    disp(' *****')

    disp(' *                               *')

    disp(' *   Vectorial Finite-element Method Without   *')

    disp(' *   Any Spurious Solutions for Electrically     *')

    disp(' *   and Magnetically Anisotropic Waveguiding Problems *')

    disp(' *   Using three Magnetic-Fields Component by     *')

    disp(' *   modified penalty method.                       *')

    disp(' *                               *')

    disp(' *****')

end

if rmfg==1

    while 1

        fprintf('\n\n')

        disp(' Do you wish to run program')

        disp(' 1. yes')

        disp(' 2. no')

        temp=input(' input your selection >> ');

        if (temp==2)|(temp==1),break,end

    end

else

    temp=1; %data for background mode

```

```
end

if temp==2,break,end

clear all
save dhdf.mat
save infor.mat

format short

runmod
tic
domain1
timed1=toc;

if (ehtnfg==1),break,end

if disfg==2 %non-dispersive media
tic
domain2 %call for permeability and permittivity
timed2=toc;
end

if disfg==2
if rmfg==1
while 1
fprintf('\n\n')
disp(' select your eigen value')
disp(' 1. k0 is eigen value')
disp(' 2. beta is eigen value')
```

```

k0fg=input(' input your selection >> ');
if (k0fg==1)|(k0fg==2),break,end
end
else
k0fg=1; %data for background mode
end
else
k0fg=2; %media is dispersive
end

if rmfg==1
while 1
fprintf('\n\n')
k0mn=input(' input the minimum value for k0 axis >> ');
k0mx=input(' input the maximum value for k0 axis >> ');
if (k0mn>=0)&(k0mn<k0mx),break,end
end
else
k0mn=4;
k0mx=16;
end

if (mhtnfg==1)
if rmfg==1
while 1
fprintf('\n\n')
disp(' select your range for beta/k0 axis')
disp(' 1. automatic adapt range')
disp(' 2. custom adapt range')
lifg=input('input your selection >> ');

```

```
if fufg==1
    labf48
else
    labf28 %initualize permeability and epsilon
end

end

if fufg==1
    labf43
else
    labf23 %find node touching E wall and H wall
end

end

for loop98=1:inl
    loop99=1;

    while (loop99<=temp99(loop98))
        temp98=(loop99-1)*istep(loop98)+min(loop98);
        acomp=(temp95(loop98)+loop99)*100/temp96;

        if cwfg==2 %rectangular waveguide

            if (span==1)
                if disfg==1 %dispersive
                    tic
                    domain2
```

```
    timed2=toc;
    labf8 %initialize permeability and permittivity to each element
    labf10 %find node touching interface
end
if k0fg==1
    labf2m %form wave and divergence matrix
else
    labf2
end
else
if disfg==1 %dispersive
    tic
    domain2
    timed2=toc;
    labf8 %initialize permeability and permittivity to each element
    labfa10 %find node touching interface
end
    labfa2 %second order
end

else %circular cross-section waveguide

if disfg==1
    tic
    domain2
    timed2=toc

if fufg==1
    labf48
else
```

```
labf28
end

end

if k0fg==1

if fufg==1
labf42m
else
labf22m
end

else
labf22
end

end %cwfg==2

if k0fg==1
labf11m %impose boundary condition
labf12 %form eigen matrix where k0 is eigenvalue
else
labf11
labf14
end

if ptnfg==1 %plot field pattern
labf9
labf18
labf19
```

```
labf20
else
labf4
labf5
end

if flag99==0 %record time
labf13
flag99=1;
end

loop99=loop99+1;
end

end

clear
save finish.mat
load infor.mat

if (qfg==1)
quit
end
```

ประวัติผู้ทำโครงการ

1. Mr.Salakpetch Keatkeaw ID. 40362584

นาย สลักเพชร เกตุแก้ว

เกิดวันที่ 9 กันยายน 2519

117 ถนนคลองคะเชนทร์ ต.ในเมือง อ.เมือง จ. พิจิตร 66000

จบการศึกษาระดับประถมศึกษาจากโรงเรียนอนุบาลพิจิตร

จบการศึกษาระดับมัธยมศึกษาจากโรงเรียนพิจิตรพิทยาคม

ปัจจุบันกำลังศึกษาอยู่ในชั้นปีที่ 4 คณะวิศวกรรมศาสตร์ เอก ไฟฟ้า

มหาวิทยาลัยนเรศวร

2. Mr.Wichian Promtanod ID. 40362501

นาย วิเชียร พร้อมโตนด

เกิดวันที่ 16 พฤษภาคม 2521

104 หมู่ 8 ต.ชัยนาม อ. วังทอง จ.พิษณุโลก 65130

จบการศึกษาระดับประถมศึกษาจากโรงเรียนบ้านบึงพร้าว อ.วังทอง จ.พิษณุโลก

จบการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้นจากโรงเรียนวังทองพิทยาคม จ.พิษณุโลก

จบการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนปลายจากโรงเรียนพิษณุโลกพิทยาคม จ.พิษณุโลก

ปัจจุบันกำลังศึกษาอยู่ในชั้นปีที่ 4 คณะวิศวกรรมศาสตร์ เอก ไฟฟ้า

มหาวิทยาลัยนเรศวร
