การสะท้อนและการส่งผ่านจากรอยต่อราบเรียบของตัวกลางกึ่งไม่จำกัด

REFLECTION AND TRANSMISSION FROM PLANAR BOUNDARY OF SEMI INFINITE MEDIA

นางสาวสุนิษา สาตรจีนพงษ์ รหัส 50364867

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้าและคอมพิวเตอร์

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

ปีการศึกษา 2554

ใบรับรองปริญญานิพนธ์

ชื่อหัวข้อโครงงาน	การสะท้อนและการส่งผ่านจากรอยต่อราบเรียบของตัวกลางกึ่งไม่จำกัด
ผู้ดำเนินโครงงาน	นางสาวสุนิษา สาตรจีนพงษ์ รหัส 50364867
ที่ปรึกษาโครงงาน	ดร.ชัยรัตน์ พินทอง
สาขาวิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า
ภาควิชา	วิศวกรรมไฟฟ้าและคอมพิวเตอร์
ปีการศึกษา	2554

....

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร อนุมัติให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

....ที่ปรึกษาโครงงาน
(ดร.ชัยรัตน์ พินทอง)

....กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรเชษฐ์ กานต์ประชา)

....กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อัครพันธ์ วงศ์กังแห)

ชื่อหัวข้อโครงงาน การสะท้อนและการส่งผ่านจากรอยต่อราบเรียบของตัวกลางกึ่งไม่จำกัด
ผู้ดำเนินโครงงาน นางสาวสุนิษา สาตรจีนพงษ์ รหัส 50364867
ที่ปรึกษาโครงงาน ดร.ชัยรัตน์ พินทอง
สาขาวิชา วิศวกรรมไฟฟ้า
ภาควิชา วิศวกรรมไฟฟ้าและคอมพิวเตอร์
ปีการศึกษา 2554

....

บทคัดย่อ

คุณลักษณะการสะท้อนและการส่งผ่านระหว่างตัวกลางที่ไม่มีการสูญเสีย บนรอยต่อแบบราบเรียบได้รับการเสนอขึ้น คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าตามขวางได้รับการพิจารณาให้ตกกระทบแบบตั้งฉากกับรอยต่อแบบราบเรียบระหว่างสองตัวกลางที่ไม่มีการสูญเสียที่แผ่ขยายออกไปไม่จำกัด โดยแต่ละตัวกลางมีคุณลักษณะของวัสดุที่แตกต่างกัน การสะท้อนและการส่งผ่านจะเกิดขึ้นซึ่งสัมประสิทธิ์สามารถหาได้โดยใช้เงื่อนไขขอบเขต สำหรับการโพลาไรซ์แบบขนานและตั้งฉากพบว่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนและการส่งผ่าน จะเป็นฟังก์ชันของพารามิเตอร์ปรุงแต่งของตัวกลางทั้งสอง สัมประสิทธิ์การสะท้อนจะเพิ่มขึ้นเมื่อความไม่ต่อเนื่องของวัสดุสูงขึ้นในขณะที่สัมประสิทธิ์การส่งผ่านจะลดลง สำหรับการตกกระทบทำมุมเอียง เงื่อนไขขอบเขตและความเข้ากันได้ของเฟสของคลื่นจะได้รับการบังคับเพื่อหาสัมประสิทธิ์การสะท้อน สัมประสิทธิ์การส่งผ่าน มุมของการสะท้อน และมุมของการส่งผ่านของสนามคลื่น ผลลัพธ์ของการโพลาไรซ์ทั้งสองแบบภายใต้เงื่อนไขของตัวกลางที่ไม่มีการสูญเสียแสดงให้เห็นว่าเมื่อความไม่ต่อเนื่องระหว่างตัวกลางเพิ่มขึ้น ในขณะที่มุมตกกระทบคงที่ สัมประสิทธิ์การสะท้อนจะเพิ่มขึ้น ในขณะที่สัมประสิทธิ์การส่งผ่านจะลดลง การสะท้อนกลับหมดจะเกิดขึ้นเมื่อคลื่นแพร่กระจายจากตัวกลางที่หนาแน่นมากกว่าไปยังตัวกลางที่หนาแน่นน้อยกว่า สำหรับการโพลาไรซ์ทั้งสองแบบมุมตกกระทบสำหรับการสะท้อนกลับหมด จะมีรูปแบบสูตรเดียวกันและขึ้นกับความสัมพันธ์ปรุงแต่งของตัวกลาง มุมบริวสเตอร์ คือมุมหนึ่งที่ซึ่งคลื่นสะท้อนสูญไป มุมบริวสเตอร์จะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อการโพลาไรซ์ของคลื่นเป็นแบบขนานเท่านั้น การสะท้อนและการส่งผ่านสำหรับรอยต่อเดียวได้รับการขยายไปยังตัวกลางที่มีหลายรอยต่อ วิธีสองวิธีซึ่งได้แก่ การติดตามรังสีและความไม่ต่อเนื่องของอิมพีแดนซ์ จะได้รับการใช้เพื่อหาสัมประสิทธิ์การสะท้อน สำหรับวิธีการติดตามรังสี การทำซ้ำสองครั้งสำหรับสนามคลื่นที่เคลื่อนที่ไปข้างหน้าและไปข้างหลังจะได้รับการพิจารณาเพื่อคำนวณ

บทคัดย่อ (ต่อ)

เป็นสัมประสิทธิ์การสะท้อน วิธีติดตามรังสีแสดงการขึ้นอยู่กับความถี่ของสัมประสิทธิ์การสะท้อนที่สอดคล้องเป็นอย่างดีกับผลที่ได้จากวิธีความไม่ต่อเนื่องของอิมพีแดนซ์ โปรแกรมแมทแล็บได้รับการพัฒนาขึ้นสำหรับตัวกลางที่ไม่มีการสูญเสียและสามารถขยายออกไปได้สำหรับตัวกลางที่มีการสูญเสีย

Project title	Reflection and Transmission from Planar Boundary of Semi Infinite Media
Name	Miss Sunisa Sartgeenpong ID. 50364867
Project advisor	Chairat Pinthong, Ph.D.
Major	Electrical Engineering
Department	Electrical and Computer Engineering
Academic year	2011

Abstract

The characteristics of the reflection and transmission from planar boundary are proposed. Under consideration is the transverse electromagnetic wave normally incident to the planar interface formed by two semi-infinite lossless media, each of which having different characteristic of material. The reflection and transmission occur for which their coefficients can be derived by applying boundary condition. For parallel and perpendicular polarizations, the result shows that the reflection and transmission coefficients are function of the constitutive parameters of two media. The reflection coefficient is increased when the discontinuity of materials is higher, meanwhile the transmission coefficient is reduced. For oblique of incidence, boundary condition and phase-matching of wave fields are imposed to find the coefficients and the angle of reflection and transmission of wave fields. The results for both polarizations under the condition of losses media show that when the discontinuity of two media is increased, while the angle of incidence is fixed, reflection coefficient is increased whereas the transmission coefficient is decreased. The total reflection occurs when wave propagates from a more dense to a less dense medium. For both polarizations, the angle of incidence for total reflection takes same form of formula and depends on constitutive relation of media. Brewster angle is an angle of incidence such that the reflection wave vanishes. Brewster angle exists only if the polarization of the wave is parallel. Reflection and transmission for single interface are extended to media with multiple interfaces. Two methods, i.e., ray-tracing and discontinuity of impedance methods are used to find reflection coefficient. For the ray-tracing method, two iterations for forward and

Abstract (continue)

ray-tracing and discontinuity of impedance methods are used to find reflection coefficient. For the ray-tracing method, two iterations for forward and backward progression wave fields are considered to account for reflection coefficient. The ray-tracing method shows the dependence of frequency on reflection coefficient owning good agreement with that from method of discontinuity of impedance. Matlab program is developed for lossless media and can be extended further to include lossy media.

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้เป็นการศึกษาเกี่ยวกับเรื่องการสะท้อนและการส่งผ่านซึ่งจะไม่มีทางสำเร็จไปได้ถ้าไม่ได้รับการช่วยเหลือจากบุคคลดังต่อไปนี้

ขอขอบพระคุณ ดร.ชัยรัตน์ พินทอง อาจารย์ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้าและคอมพิวเตอร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร ผู้เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาโครงงานที่ได้ให้ความรู้ ให้คำแนะนำ ให้ความกรุณาในการตรวจทานปริญญานิพนธ์ และให้ความช่วยเหลือแก่ผู้จัดทำเป็นอย่างดีตลอดมา

ขอขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรเชษฐ์ กานต์ประชา และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อัครพันธ์ วงศ์กังแห อาจารย์ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้าและคอมพิวเตอร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร ผู้เป็นกรรมการคุมสอบโครงงานซึ่งเสียสละเวลาในการคุมสอบโครงงานและให้คำแนะนำเป็นอย่างดี

ขอขอบพระคุณคณาจารย์ทุกท่านที่ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ให้กับผู้จัดทำ

นอกจากนี้ยังต้องขอขอบพระคุณภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้าและคอมพิวเตอร์ที่เอื้อเฟื้อสถานที่ในการจัดทำโครงงาน

และที่สำคัญที่สุดขอขอบพระคุณบิดา มารดา ผู้มอบความรักความเมตตา สติปัญญา รวมถึงเลี้ยงดูและอบรมสั่งสอนแก่ผู้จัดทำจนทำให้ผู้จัดทำมีวันนี้ได้ ซึ่งเป็นพระคุณอันหาที่เปรียบไม่ได้ รวมถึงขอขอบพระคุณทุกๆ คนในครอบครัวของผู้จัดทำที่คอยสนับสนุนและเป็นกำลังใจให้ผู้จัดทำโครงงานเป็นอย่างดี

ท้ายนี้ผู้จัดทำใคร่ขอขอบพระคุณผู้ที่มีส่วนเกี่ยวข้องทุกท่านที่ไม่ได้กล่าวนามมา ณ ที่นี้ ที่มีส่วนร่วมในการให้ข้อมูลเป็นที่ปรึกษาในการทำปริญญานิพนธ์ฉบับนี้จนเสร็จสมบูรณ์ ผู้จัดทำจึงขอขอบพระคุณไว้ ณ ที่นี้

นางสาวสุนิษา สาตรจีนพงษ์

สารบัญ

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

สารบัญรูป

รูปที่ หน้า

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญของโครงงาน

ปรากฏการณ์การสะท้อนและการส่งผ่านเป็นปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น เมื่อคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า เดินทางผ่านตัวกลางที่มีคุณลักษณะทางไฟฟ้า หรือแม่เหล็กไม่ต่อเนื่อง ปรากฏการณ์นี้สามารถพบเห็นได้ทั้งในธรรมชาติ เช่น ในชั้นบรรยากาศ บนพื้นผิวโลก และในระบบสื่อสาร เช่น ในสายนำสัญญาณ เคเบิลใยแก้ว และตัวกรองต่างๆ

โครงการนี้นำเสนอการวิเคราะห์การสะท้อนและการส่งผ่านโดยอาศัยทฤษฎีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า โดยสมมติให้ตัวกลางมีรอยต่อลักษณะราบเรียบ และแผ่ขยายออกไปไม่จำกัด ผลลัพธ์ที่ได้ทำให้ทราบถึงคุณลักษณะและพารามิเตอร์ต่างๆ รวมถึงสามารถประยุกต์ในสภาวการณ์จริงได้

1.2 วัตถุประสงค์ของโครงงาน

1. ศึกษาทฤษฎีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าทั่วไป
2. ศึกษาการแพร่กระจายคลื่น
3. ศึกษาและวิเคราะห์การสะท้อนและการส่งผ่านของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

1.3 ขอบเขตของโครงงาน

1. ศึกษาและวิเคราะห์คุณลักษณะของการสะท้อนและการส่งผ่านในตัวกลางที่มีพื้นผิวเรียบ
2. ศึกษาและพัฒนาโปรแกรม MATLAB ที่ใช้ในการวิเคราะห์การสะท้อนและการส่งผ่าน
3. การแพร่กระจายคลื่นที่มีโพลาไรเซชันเชิงเส้น

1.4 ขั้นตอนการดำเนินงาน

กิจกรรม	ปี 2553		ปี 2554		ปี 2555		ปี 2556
	มิ.ย.-ก.ย.	ต.ค.-ธ.ค.	ม.ค.-ก.พ.	มี.ค.-ธ.ค.	ม.ค-ส.ค.	ก.ย.-ธ.ค.	ม.ค.-ก.พ.
1. ศึกษาทฤษฎีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าทั่วไป	↔						
2. ศึกษาหลักการพื้นฐานและวิเคราะห์คุณลักษณะของการสะท้อนและการส่งผ่าน		↔	↔				
3. ศึกษาและพัฒนาโปรแกรม MATLAB ที่ใช้ในการวิเคราะห์การสะท้อนและการส่งผ่าน				↔	↔		
4. รวบรวมข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์การสะท้อนและการส่งผ่าน						↔	
5. สรุปคุณสมบัติและคุณลักษณะของ การสะท้อนและการส่งผ่าน							↔

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เข้าใจคุณสมบัติและคุณลักษณะของการสะท้อนและการส่งผ่าน
2. สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ มาประยุกต์ใช้กับการวิเคราะห์การสะท้อนและการส่งผ่านได้
3. ได้โปรแกรม MATLAB สำหรับวิเคราะห์การสะท้อนและการส่งผ่าน

1.6 งบประมาณของโครงงาน

1. ค่าเอกสารในการค้นคว้าทำโครงงานและค่าเข้าเล่มโครงงาน 700 บาท
2. ค่าวัสดุคอมพิวเตอร์ 300 บาท

รวม (หนึ่งพันบาทถ้วน) 1,000 บาท

หมายเหตุ (ถัวเฉลี่ยทุกรายการ)

บทที่ 2
ทฤษฎีและหลักการที่เกี่ยวข้อง

ในบทนี้จะกล่าวถึงการสะท้อนและการส่งผ่านของคลื่นระหว่างตัวกลางที่ไม่มีการสูญเสีย รอยต่อระหว่างกันมีลักษณะราบเรียบ ในลำดับแรกคลื่นจะได้รับการกำหนดให้ตกกระทบรอยต่อในลักษณะตั้งฉาก จากนั้นจะพิจาณาการตกกระทบทำมุมเอียงกับรอยต่อ ซึ่งแยกการศึกษาเป็นสองกรณีคือ คลื่นตกกระทบที่มีการโพลาไรซ์แบบตั้งฉากและที่มีการโพลาไรซ์แบบขนาน รายละเอียดแสดงได้ดังต่อไปนี้

2.1 การตกกระทบตั้งฉาก (Normal Incidence)

พิจารณาบริเวณสองบริเวณ บริเวณที่หนึ่งอยู่ทางด้านซ้ายของรอยต่อ (interface) และมีค่าความซึมซาบได้และค่าสภาพยอมเท่ากับ μ_1 และ ε_1 ตามลำดับ และบริเวณที่สองอยู่ทางด้านขวาของรอยต่อ และมีค่าความซึมซาบได้และค่าสภาพยอมเท่ากับ μ_2 และ ε_2 ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 2.1 รอยต่อมีลักษณะราบเรียบและแผ่ขยายออกไปไม่จำกัด

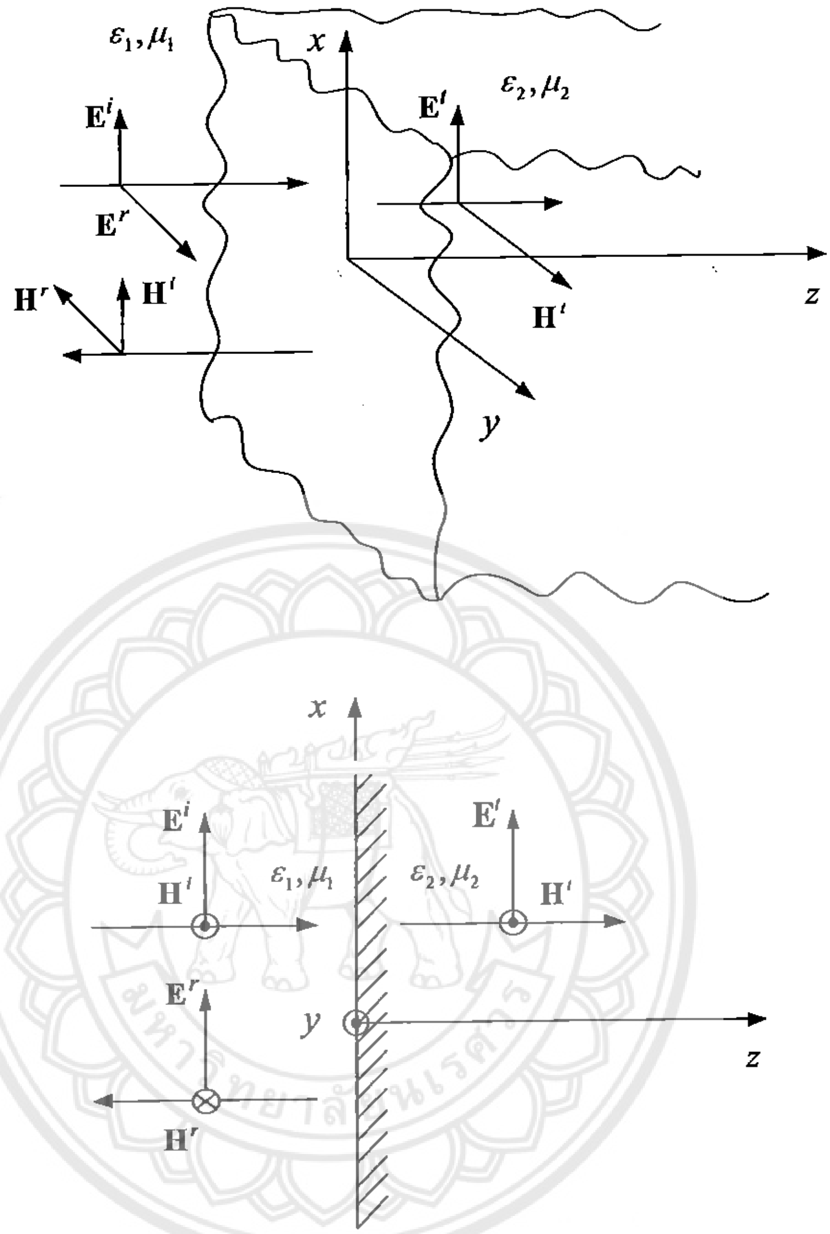
กำหนดให้สนามไฟฟ้าอยู่ในทิศทางของ x มีขนาดเป็น E_0 เนื่องจากรอยต่อมีลักษณะราบเรียบสนามไฟฟ้าสะท้อนและสนามส่งผ่านจึงมีองค์ประกอบเช่นเดียวกันกับสนามตกกระทบและมีโพลาไรซ์แบบเชิงเส้น สนามทั้งสองนี้จะได้รับการสมมติให้มีทางเดียวกันกับสนามตกกระทบ สนามไฟฟ้าเชิงอวกาศ (spatial electric field) ของคลื่นตกกระทบ คลื่นสะท้อน และคลื่นส่งผ่าน สามารถเขียนเป็นสมการได้เป็น

$$\mathbf{E}^i = \hat{\mathbf{a}}_x E_0 e^{-j\beta_1 z} \tag{2.1}$$

$$\mathbf{E}^r = \hat{\mathbf{a}}_x \Gamma^b E_0 e^{+j\beta_1 z} \tag{2.2}$$

$$\mathbf{E}^t = \hat{\mathbf{a}}_x T^b E_0 e^{-j\beta_2 z} \tag{2.3}$$

เมื่อ Γ^b และ T^b คือสัมประสิทธิ์การสะท้อน (reflection efficient) และสัมประสิทธิ์การส่งผ่านคลื่น (reflection coefficient) ณ รอยต่อระหว่างตัวกลางทั้งสอง ตามลำดับ ω คือความเร็วเชิงมุมของคลื่น และ β_1 คือค่าคงตัวเฟสสำหรับตัวกลางที่หนึ่ง β_2 คือค่าคงตัวเฟสสำหรับตัวกลางที่สอง



รูปที่ 2.1 คลื่นสะท้อนและคลื่นส่งผ่านเมื่อคลื่นตกกระทบตั้งฉากรอยต่อของตัวกลางสองชนิด

สนามแม่เหล็กเชิงอวกาศ ที่สอดคล้องกับสนามไฟฟ้า สามารถหาได้จากสมการแมกซ์เวลล์รูปเวลาฮาร์มอนิก (time-harmonic Maxwell's equation) ข้างล่างนี้

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H} \tag{2.4}$$

เมื่อแทนสนามไฟฟ้าตามส่วนต่างๆตามสมการ ทำให้ได้ สนามแม่เหล็กในแต่ละองค์ประกอบเป็น

$$\mathbf{H}^i = \hat{\mathbf{a}}_y \frac{E_0}{\eta_1} e^{-j\beta_1 z} \tag{2.5}$$

$$\mathbf{H}^r = -\hat{\mathbf{a}}_y \frac{\Gamma^b E_0}{\eta_1} e^{+j\beta_1 z} \tag{2.6}$$

$$\mathbf{H}^t = \hat{\mathbf{a}}_y \frac{T^b E_0}{\eta_2} e^{-j\beta_2 z} \tag{2.7}$$

เมื่อ η_1 และ η_2 เป็นอินพีแดนซ์อินทรินซิก ของตัวกลางที่หนึ่งและตัวกลางที่สอง ตามลำดับ สัมประสิทธิ์การสะท้อนและสัมประสิทธิ์การส่งผ่านสามารถหาได้โดยการบังคับความต่อเนื่องของสนามไฟฟ้า $\mathbf{E}$ และสนามแม่เหล็ก $\mathbf{H}$ ในแนวสัมผัสกับรอยต่อ ซึ่งองค์ประกอบเหล่านี้แสดงได้ตามสมการ (2.1) และ (2.3) เมื่อบังคับความต่อเนื่องที่รอยต่อ ณ $z = 0$ ดังที่แสดงในภาคผนวก (ก) ยังผลให้ได้สองสมการข้างล่างนี้

$$1 + \Gamma^b = T^b \tag{2.8}$$

$$\frac{1}{\eta_1}(1 - \Gamma^b) = \frac{1}{\eta_2} T^b \tag{2.9}$$

แก้สมการ (2.8) และ (2.9) ได้

$$\Gamma^b = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} = \frac{E^r}{E^i} = -\frac{H^r}{H^i} \tag{2.10}$$

$$T^b = \frac{2\eta_2}{\eta_1 + \eta_2} = 1 + \Gamma^b = \frac{E^t}{E^i} = \frac{\eta_2}{\eta_1}\frac{H^t}{H^i} \tag{2.11}$$

จะเห็นได้ว่า สำหรับการตกกระทบแบบตั้งฉาก พารามิเตอร์ทั้ง Γ^b และ T^b มีค่าขึ้นอยู่กับคุณสมบัติประจำตัวของตัวกลางทั้งสอง และจะไม่มีการปรากฏของคลื่นสะท้อน $\Gamma^b = 0$ เมื่อ $\eta_2 = \eta_1$

สมการ (2.10) และ (2.11) เป็นสัมประสิทธิ์การสะท้อน สัมประสิทธิ์การส่งผ่าน ณ รอยต่อของตัวกลาง ถ้าพิจารณา ณ ตำแหน่งใดที่ห่างจากรอยต่อ ค่าเหล่านี้สามารถหาได้โดยการหาอัตราส่วนของสนามที่ตำแหน่งนั้น ดังนี้

$$\Gamma(z=-\ell_1)=\left.\frac{E^r(z)}{E^i(z)}\right|_{z=-\ell_1}=\left.\frac{\Gamma^b E_0 e^{+j\beta_1 z}}{E_0 e^{-j\beta_1 z}}\right|_{z=-\ell_1}=\Gamma^b e^{-j2\beta_1\ell_1} \tag{2.12}$$

$$T\begin{pmatrix} z_2=\ell_2, \\ z_1=\ell_1 \end{pmatrix}=\frac{\left.E^t(z)\right|_{z_2=\ell_2}}{\left.E^i(z)\right|_{z_1=\ell_1}}=\frac{T^b E_0 e^{-j\beta_2\ell_2}}{E_0 e^{+j\beta_1\ell_1}}=T^b e^{-j(\beta_2\ell_2+\beta_1\ell_1)} \tag{2.13}$$

โดยที่ ℓ_1 และ ℓ_2 เป็นระยะทางจากรอยต่อที่ 1 ไปยังรอยต่อที่ 2

สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กสมการ (2.1) ถึง (2.3) และ (2.5) ถึง (2.7) สามารถนำมาคำนวณหาความหนาแน่นพลังงานเฉลี่ยของคลื่นในส่วนต่างๆที่สอดคล้องกัน ซึ่งมีค่าดังนี้

$$\mathbf{S}^i_{av}=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left(\mathbf{E}^i\times\mathbf{H}^{i*}\right)=\hat{\mathbf{a}}_z\frac{|E_0|^2}{2\eta_1} \tag{2.14}$$

$$\mathbf{S}^r_{av}=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left(\mathbf{E}^r\times\mathbf{H}^{r*}\right)=-\hat{\mathbf{a}}_z\left|\Gamma^b\right|^2\frac{|E_0|^2}{2\eta_1}=-\hat{\mathbf{a}}_z\left|\Gamma^b\right|^2 S^i_{av} \tag{2.15}$$

$$\mathbf{S}^t_{av}=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left(\mathbf{E}^t\times\mathbf{H}^{t*}\right)=\hat{\mathbf{a}}_z\left|\Gamma^b\right|^2\frac{|E_0|^2}{2\eta_2}=\hat{\mathbf{a}}_z\left|T^b\right|^2\frac{\eta_1}{\eta_2}\frac{|E_0|^2}{2\eta_1} \tag{2.16a}$$

$$=\hat{\mathbf{a}}_z\left|T^b\right|^2\frac{\eta_1}{\eta_2}\mathbf{S}^i_{av}=\hat{\mathbf{a}}_z\left(1-\left|\Gamma^b\right|^2\right)\mathbf{S}^i_{av} \tag{2.16b}$$

ในตัวกลางที่หนึ่ง สนามไฟฟ้ารวมและสนามแม่เหล็กรวมเป็นผลรวมของสนามที่ตกกระทบรวมกับสนามที่สะท้อนจากรอยต่อ นั่นคือ

$$\mathbf{E}^1=\mathbf{E}^i+\mathbf{E}^r=\hat{\mathbf{a}}_x E_0 e^{-j\beta_1 z}\left(1+\Gamma^b e^{+2j\beta_1 z}\right)=\hat{\mathbf{a}}_x E_0 e^{-j\beta_1 z}\left[1+\Gamma(z)\right] \tag{2.17}$$

$$\mathbf{H}^1=\mathbf{H}^i+\mathbf{H}^r=\hat{\mathbf{a}}_y\left(E_0/\eta_1\right)e^{-j\beta_1 z}\left(1-\Gamma^b e^{+2j\beta_1 z}\right)=\hat{\mathbf{a}}_y\frac{E_0}{\eta_1}e^{-j\beta_1 z}\left[1-\Gamma(z)\right] \tag{2.18}$$

ปริมาณคลื่นสะท้อนที่เกิดขึ้นในตัวกลางที่หนึ่ง สามารถบ่งโดยใช้อัตราส่วนคลื่นนิ่ง (standing wave ratio: SWR) ซึ่งเป็นอัตราส่วนระหว่างค่าสูงสุดต่อค่าต่ำสุดของสนามไฟฟ้า นั่นคือ

$$\mathrm{SWR}=\frac{\left|\mathrm{E}^1\right|_{max'}}{\left|\mathrm{E}^1\right|_{min'}}=\frac{1+\left|\Gamma^b\right|}{1-\left|\Gamma^b\right|}=\frac{1+\left|\dfrac{\eta_2-\eta_1}{\eta_2+\eta_1}\right|}{1-\left|\dfrac{\eta_2-\eta_1}{\eta_2+\eta_1}\right|} \tag{2.19}$$

ถ้ากำหนดค่าความซาบซึมได้ของตัวกลางทั้งสองให้มีค่าเท่ากัน $\mu_1 = \mu_2$ พารามิเตอร์ SWR จะกลายเป็น

$$\text{SWR} = \frac{\left|\sqrt{\varepsilon_1} + \sqrt{\varepsilon_2}\right| + \left|\sqrt{\varepsilon_1} - \sqrt{\varepsilon_2}\right|}{\left|\sqrt{\varepsilon_1} + \sqrt{\varepsilon_2}\right| - \left|\sqrt{\varepsilon_1} - \sqrt{\varepsilon_2}\right|} = \begin{cases} \sqrt{\dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} & \varepsilon_1 > \varepsilon_2 \\ \sqrt{\dfrac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} & \varepsilon_1 > \varepsilon_2 \end{cases} \tag{2.20}$$

2.2 การตกกระทบทำมุมเอียง (Oblique Incidence)

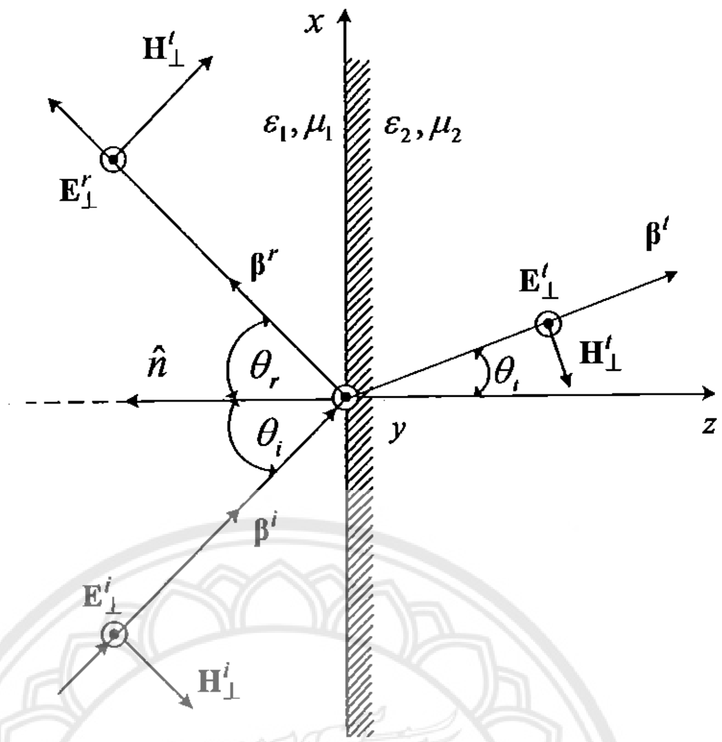
เพื่อที่จะวิเคราะห์การสะท้อนคลื่นและการส่งผ่านคลื่น เมื่อคลื่นเดินทางมาตกกระทบทำมุมเอียงกับรอยต่อระหว่างตัวกลางทั้งสอง จำเป็นต้องนิยามระนาบของการตกกระทบเสียก่อน ระนาบตกกระทบ หมายถึง ระนาบที่ทอดตัวตามเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ตั้งฉากกับรอยต่อ และเวกเตอร์ในทิศทางของคลื่นตกกระทบ

เพื่อความสะดวกการวิเคราะห์การสะท้อนและการส่งผ่านที่มุมเอียงใดๆ ที่ทำกับรอยต่อจะแยกพิจารณาเป็นสองกรณีคือ กรณีสนามไฟฟ้ามีทิศตั้งฉากกับระนาบตกกระทบ และกรณีที่สนามไฟฟ้ามีทิศขนานกับระนาบของการตกกระทบ โดยวิเคราะห์แต่ละส่วนแยกกัน สนามรวมของคลื่นที่สะท้อนและคลื่นที่ส่งผ่าน จะเป็นผลรวมของคลื่นทั้งส่วนที่ตั้งฉาก และส่วนที่ขนานกับระนาบของการตกกระทบ

สนามไฟฟ้าซึ่งมีทิศทางตั้งฉากกับระนาบของการตกกระทบจะได้รับการเรียกว่าสนามมีการโพลาไรซ์แบบตั้งฉาก (perpendicular polarization) หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่าการโพลาไรซ์แนวนอน (horizontal polarization) ในทางกลับกันคลื่นจะเป็นการโพลาไรซ์แบบขนาน (parallel polarization) หรือการโพลาไรซ์แนวตั้ง (vertical polarization) เมื่อสนามไฟฟ้ามีทิศทางขนานกับระนาบของการตกกระทบ

2.2.1 การโพลาไรซ์แบบตั้งฉาก

กรณีนี้สนามไฟฟ้าอยู่ในทิศทางตั้งฉากกับระนาบของการตกกระทบ สมมติให้สนามไฟฟ้าของคลื่นระนาบสม่ำเสมอ ตกกระทบบนรอยต่อที่เป็นระนาบระหว่างตัวกลางทั้งสอง โดยที่คลื่นทำมุมเอียงกับแนวตั้งฉากกับรอยต่อ ดังแสดงในรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 คลื่นระนาบสม่ำเสมอมีการโพลาไรซ์แบบตั้งฉากเดินทางทำมุมเอียง**มาตกกระทบรอยต่อ**

สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่เดินทางมาตกกระทบแสดงได้ดังสมการ

$$\mathbf{E}_{\perp}^{i} = \hat{a}_y E_{\perp}^{i} e^{-j\beta^i \cdot \mathbf{r}} = \hat{a}_y E_0 e^{-j\beta_1(x\sin\theta_i + z\cos\theta_i)} \tag{2.21}$$

$$\mathbf{H}_{\perp}^{i} = (-\hat{a}_x \cos\theta_i + \hat{a}_z \sin\theta_i) H_{\perp}^{i} e^{-j\boldsymbol{\beta}^i \cdot \mathbf{r}} \tag{2.22a}$$

$$= (-\hat{a}_x \cos\theta_i + \hat{a}_z \sin\theta_i) \frac{E_0}{\eta_1} e^{-j\beta_1(x\sin\theta_i + z\cos\theta_i)} \tag{2.22b}$$

เมื่อ

$$\mathbf{E}_{\perp}^{i} = E_0 \tag{2.23}$$

$$\mathbf{H}_{\perp}^{i} = \frac{E_{\perp}^{i}}{\eta_1} = \frac{E_0}{\eta_1} \tag{2.24}$$

เนื่องจากรอยต่อมีลักษณะราบเรียบสนามไฟฟ้าตกกระทบยังคงโพลาไรซ์เดิมไว้ทำให้สนามไฟฟ้าของคลื่นตกกระทบมีค่าเป็น

$$\mathbf{E}_{\perp}^{r} = \hat{\mathbf{a}}_y E_{\perp}^{r} e^{-j\boldsymbol{\beta}^r \cdot \mathbf{r}} = \hat{\mathbf{a}}_y \Gamma_{\perp}^{b} E_0 e^{-j\beta_1(x\sin\theta_r - z\cos\theta_r)} \tag{2.25}$$

$$\mathbf{H}_{\perp}^{r} = (\hat{\mathbf{a}}_x \cos\theta_r + \hat{\mathbf{a}}_z \sin\theta_r) H_{\perp}^{r} e^{-j\boldsymbol{\beta}^r \cdot \mathbf{r}} \tag{2.26a}$$

$$= (\hat{\mathbf{a}}_x \cos\theta_r + \hat{\mathbf{a}}_z \sin\theta_r) \frac{\Gamma_{\perp}^{b} E_0}{\eta_1} e^{-j\beta_1 (x\sin\theta_r - z\cos\theta_r)} \tag{2.26b}$$

เมื่อ

$$E_{\perp}^{r} = \Gamma_{\perp}^{b} E^{i} = \Gamma_{\perp}^{b} E_0 \tag{2.27}$$

$$H_{\perp}^{r} = \frac{E_{\perp}^{r}}{\eta_1} = \frac{\Gamma_{\perp}^{r} E_0}{\eta_1} \tag{2.28}$$

ส่วนประกอบของคลื่นที่เดินทางเข้าไปยังตัวกลางที่สองแสดงได้ดังนี้

$$\mathbf{E}_{\perp}^{t} = \hat{\mathbf{a}}_y E_{\perp}^{t} e^{-j\boldsymbol{\beta}^t \cdot \mathbf{r}} = \hat{\mathbf{a}}_y T_{\perp}^{b} E_0 e^{-j\beta_2 (x\sin\theta_t + z\cos\theta_t)} \tag{2.29}$$

$$\mathbf{H}_{\perp}^{t} = (-\hat{\mathbf{a}}_x \cos\theta_t + \hat{\mathbf{a}}_z \sin\theta_t) H_{\perp}^{t} e^{-j\boldsymbol{\beta}^t \cdot \mathbf{r}} \tag{2.30a}$$

$$= (-\hat{\mathbf{a}}_x \cos\theta_t + \hat{\mathbf{a}}_z \sin\theta_t) \frac{T_{\perp}^{b} E_0}{\eta_2} e^{-j\beta_2 (x\sin\theta_t + z\cos\theta_t)} \tag{2.30b}$$

เมื่อ

$$E_{\perp}^{t} = T_{\perp}^{b} E_{\perp}^{i} = T_{\perp}^{b} E_0 \tag{2.31}$$

$$H_{\perp}^{t} = \frac{E_{\perp}^{t}}{\eta_2} = \frac{T_{\perp}^{b} E_0}{\eta_2} \tag{2.32}$$

สัมประสิทธิ์การสะท้อน $\Gamma_{\perp}^{b}$ และสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน $T_{\perp}^{b}$ ที่รอยต่อและความสัมพันธ์ระหว่างมุม θ_i และมุมสะท้อน θ_r และมุมส่งผ่าน θ_t สามารถหาได้โดยอาศัยเงื่อนไขขอบเขตความต่อเนื่องของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กต้องในแนวเส้นสัมผัส ดังนี้

$$\left(\mathbf{E}_{\perp}^{i} + \mathbf{E}_{\perp}^{r}\right)\Big|_{\substack{\tan \\ z=0}} = \left(\mathbf{E}_{\perp}^{t}\right)\Big|_{\substack{\tan \\ z=0}} \tag{2.33}$$

$$\left(\mathbf{H}_{\perp}^{i} + \mathbf{H}_{\perp}^{r}\right)\Big|_{\substack{\tan \\ z=0}} = \left(\mathbf{H}_{\perp}^{t}\right)\Big|_{\substack{\tan \\ z=0}} \tag{2.34}$$

เมื่อแทนค่าส่วนต่างๆของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กลงในสมการ (2.34) และ (2.35) จะได้

$$e^{-j\beta_1 x\sin\theta_i} + \Gamma_{\perp}^{b} e^{-j\beta_1 x\sin\theta_r} = T_{\perp}^{b} e^{-j\beta_2 x\sin\theta_t} \tag{2.35}$$

$$\frac{1}{\eta_1}\left(-\cos\theta_i e^{-j\beta_1 x\sin\theta_i} + \Gamma_{\perp}^{b} \cos\theta_r e^{-j\beta_1 x\sin\theta_r}\right) = -\frac{T_{\perp}^{b}}{\eta_2} \cos\theta_t e^{-j\beta_2 x\sin\theta_t} \tag{2.36}$$

จะเห็นได้ว่า (2.35) และ (2.36) สองสมการนี้มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าอยู่สี่ตัว ($\Gamma_{\perp}^{b}, T_{\perp}^{b}, \theta_r$ และ θ_t) เนื่องจากสมการทั้งสองเป็นสมการเชิงซ้อน เมื่อจำแนกส่วนที่เป็นค่าจริง และส่วนที่เป็นจินตภาพ จะทำให้มีทั้งหมดสี่สมการ (2.31) ถึง (2.36)

$$\theta_r = \theta_i \qquad \text{(Snell's law of reflection)} \tag{2.37}$$

$$\beta_1 \sin\theta_i = \beta_2 \sin\theta_t \qquad \text{(Snell's law of refraction)} \tag{2.38}$$

สมการ (2.37) และ (2.38) มีชื่อเรียกว่ากฎการสะท้อนของสเนลล์ และกฎการหักเหของสเนลล์ ตามลำดับ

เมื่อแทนกฎของสเนลล์ลงในสมการเงื่อนไขขอบเขต (2.33) และ (2.34) จะได้ความสัมพันธ์ดังต่อไปนี้

$$1 + \Gamma_{\perp}^{b} = T_{\perp}^{b} \tag{2.39}$$

$$\frac{\cos\theta_i}{\eta_1}\left(-1 + \Gamma_{\perp}^{b}\right) = -\frac{\cos\theta_t}{\eta_2} T_{\perp}^{b} \tag{2.40}$$

เมื่อแก้สมการ (2.39), (2.40) เพื่อหา $\Gamma_{\perp}^{b}$ และ $T_{\perp}^{b}$ จะได้ผลลัพธ์ดังนี้

$$\Gamma_{\perp}^{b} = \frac{E_{\perp}^{r}}{E_{\perp}^{i}} = \frac{\eta_2 \cos\theta_i - \eta_1 \cos\theta_t}{\eta_2 \cos\theta_i + \eta_1 \cos\theta_t} = \frac{\sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}\cos\theta_i - \sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}\cos\theta_t}{\sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}\cos\theta_i + \sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}\cos\theta_t} \tag{2.41}$$

$$T_{\perp}^{b} = \frac{E_{\perp}^{t}}{E_{\perp}^{i}} = \frac{2\eta_2 \cos\theta_i}{\eta_2 \cos\theta_i + \eta_1 \cos\theta_t} = \frac{2\sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}\cos\theta_i}{\sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}\cos\theta_i + \sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}\cos\theta_t} \tag{2.42}$$

$\Gamma_{\perp}^{b}$ ใน (2.41) และ $T_{\perp}^{b}$ใน (2.42) เรียกว่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนและสัมประสิทธิ์การส่งผ่านของเฟรสเนลของคลื่นโพลาไรซ์แบบตั้งฉากตามลำดับ

โดยปกติไดอิเล็กตริกทั่วๆไป (ยกเว้นสารเฟอร์โรแมกเนติค) จะมีค่า $\mu_1 \approx \mu_2 \approx \mu_0$ ดังนั้นสัมประสิทธิ์การสะท้อนและสัมประสิทธิ์การส่งผ่านของเฟรสเนลจะกลายเป็น

$$\Gamma_{\perp}^{b}\Big|_{\mu_1=\mu_2} = \frac{\cos\theta_i - \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}\sqrt{1-\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)\sin^2\theta_i}}{\cos\theta_i + \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}\sqrt{1-\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)\sin^2\theta_i}} \tag{2.43}$$

$$T_{\perp}^{b}\Big|_{\mu_1=\mu_2} = \frac{2\cos\theta_i}{\cos\theta_i + \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}\sqrt{1-\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)\sin^2\theta_i}} \tag{2.44}$$

ในกรณีที่ $\varepsilon_1/\varepsilon_2$ มีค่าน้อยกว่าหนึ่ง ทั้ง $\Gamma_{\perp}^{b}$ และ $T_{\perp}^{b}$ ต่างก็เป็นค่าจริงที่ $\Gamma_{\perp}^{b}$ มีค่าเป็นลบ และ $T_{\perp}^{b}$ มีค่าเป็นบวก ที่ทุกค่ามุมตกกระทบ ดังนั้นเฟสของ $\Gamma_{\perp}^{b}$ จะเป็น 180 องศา ส่วนเฟสของ $T_{\perp}^{b}$ จะเป็นศูนย์ เมื่อ $\varepsilon_1/\varepsilon_2$ มีค่าเท่ากับหนึ่ง สัมประสิทธิ์การสะท้อนจะมีค่าเป็นศูนย์ สัมประสิทธิ์การส่งผ่านจะมีค่าเป็นหนึ่ง

เมื่อ $\varepsilon_1/\varepsilon_2$ มีค่ามากกว่าหนึ่งทั้ง $\Gamma_{\perp}^{b}$ และ $T_{\perp}^{b}$ จะเป็นค่าจริงที่มุม θ_i ต่างๆ จนกระทั่งเมื่อ θ_i เท่ากับ θ_c หลังจากนั้นจะมีค่าเป็นเชิงซ้อน จะเรียกมุม θ_i ที่ทำให้ $\left|\Gamma_{\perp}^{b}\right|_{\varepsilon_1/\varepsilon_2<1}(\theta_i=\theta_c)=1$ ว่ามุมวิกฤติ ซึ่งมุมนี้แสดงเงื่อนไขของการสะท้อนกลับหมดของคลื่นเมื่อมาตกกระทบรอยต่อระหว่างตัวกลางสองชนิด

ในตัวกลางที่ 1 สนามไฟฟ้ารวมจะเป็น

$$\mathbf{E}_{\perp}^{1} = \mathbf{E}_{\perp}^{i} + \mathbf{E}_{\perp}^{r} = \hat{\mathbf{a}}_y E_0 e^{-j\beta_1(x\sin\theta_i + z\cos\theta_i)}\left[1+\Gamma_{\perp}^{b}e^{+j2\beta_1 z\cos\theta_i}\right] \tag{2.45a}$$

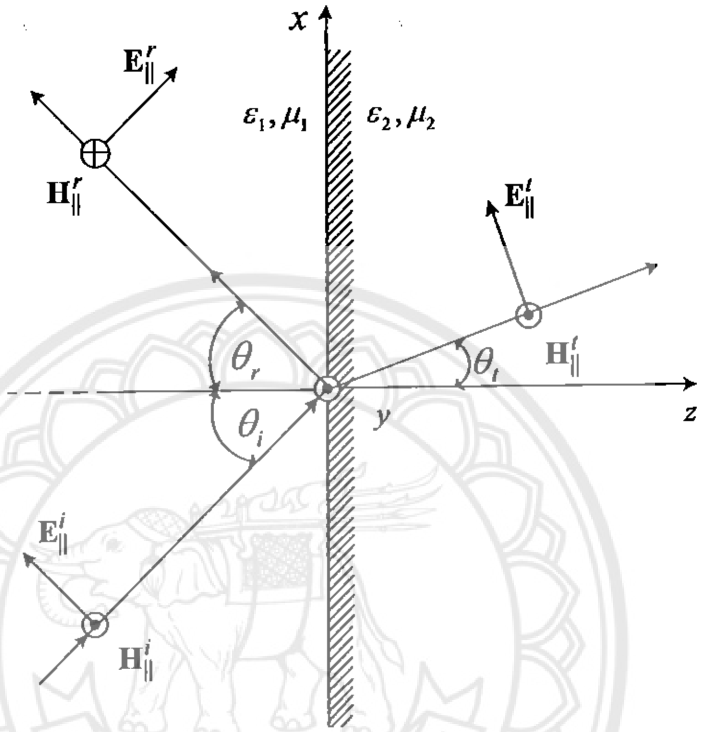
$$= \hat{\mathbf{a}}_y e^{-j\beta_1(x\sin\theta_i + z\cos\theta_i)}\left[1+\Gamma_{\perp}^{b}(z)\right] \tag{2.45b}$$

เมื่อ

$$\Gamma_{\perp}(z) = \Gamma_{\perp}^{b}e^{+j2\beta_1 z\cos\theta_i} \tag{2.46}$$

2.2.2 การโพลาไรซ์แบบขนาน

พิจารณาคลื่นระนาบสม่ำเสมอที่มีโพลาไรเซชันแบบขนานเดินทางทำมุมเอียงตกกระทบรอยต่อระหว่างตัวกลาง ดังแสดงในรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 คลื่นระนาบสม่ำเสมอมีการโพลาไรซ์แบบขนานเดินทางทำมุมเอียงมาตกกระทบรอยต่อ

เมื่อแยกองค์ประกอบของสนามจะได้สนามไฟฟ้าตกกระทบ และสนามแม่เหล็กตกกระทบ ดังสมการต่อไปนี้

$$\mathbf{E}_{\|}^{i} = (\hat{\mathbf{a}}_x \cos\theta_i - \hat{\mathbf{a}}_z \sin\theta_i) E_0 e^{-j\boldsymbol{\beta}^i \cdot \mathbf{r}} \tag{2.47a}$$

$$= (\hat{\mathbf{a}}_x \cos\theta_i - \hat{\mathbf{a}}_z \sin\theta_i) E_0 e^{-j\beta_1 (x \sin\theta_i + z\cos\theta_i)} \tag{2.47b}$$

และ

$$\mathbf{H}_{\|}^{i} = \hat{\mathbf{a}}_y H_{\|}^{i} e^{-j\boldsymbol{\beta}^i \cdot \mathbf{r}} = \hat{\mathbf{a}}_y \frac{E_0}{\eta_1} e^{-j\beta_1 (x \sin\theta_i + z\cos\theta_i)} \tag{2.48}$$

เมื่อ

$$E_{\|}^{i} = E_0 \tag{2.49}$$

$$H_{\|}^{i} = \frac{E_{\|}^{i}}{\eta_1} = \frac{E_0}{\eta_1} \tag{2.50}$$

สำหรับองค์ประกอบของสนามสะท้อนจะเขียนได้เป็น

$$\mathbf{E}_{\|}^{r} = \left(\hat{\mathbf{a}}_x \cos\theta_r + \hat{a}_z \sin\theta_r\right)E^r e^{-j\boldsymbol{\beta}^i\cdot\mathbf{r}} \tag{2.51a}$$

$$= \left(\hat{\mathbf{a}}_x \cos\theta_r + \hat{a}_z \sin\theta_r\right)\Gamma_{\|}^{b} E_0 e^{-j\beta_1\left(x\sin\theta_r - z\cos\theta_r\right)} \tag{2.51b}$$

และ

$$\mathbf{H}_{\|}^{r} = -\hat{\mathbf{a}}_y H_{\|}^{i} e^{-j\boldsymbol{\beta}^i\cdot\mathbf{r}} = -\hat{\mathbf{a}}_y \frac{\Gamma_{\|}^{b} E_0}{\eta_1} e^{-j\beta_1\left(x\sin\theta_r - z\cos\theta_r\right)} \tag{2.52}$$

เมื่อ

$$E_{\|}^{r} = \Gamma_{\|}^{b} E^i = \Gamma_{\|}^{b} E_0 \tag{2.53}$$

$$H_{\|}^{r} = \frac{E_{\|}^{r}}{\eta_1} = \frac{\Gamma_{\|}^{b} E_0}{\eta_1} \tag{2.54}$$

และองค์ประกอบของสนามที่ส่งผ่านไปในตัวกลางที่สองจะแสดงได้ดังนี้

$$\mathbf{E}_{\|}^{t} = \left(\hat{\mathbf{a}}_x \cos\theta_t - \hat{a}_z \sin\theta_t\right)E_{\|}^{t} e^{-j\boldsymbol{\beta}^t\cdot\mathbf{r}} \tag{2.55a}$$

$$= \left(\hat{\mathbf{a}}_x \cos\theta_t - \hat{a}_z \sin\theta_t\right)T_{\|}^{b} E_0 e^{-j\beta_2\left(x\sin\theta_t + z\cos\theta_t\right)} \tag{2.55b}$$

และ

$$\mathbf{H}_{\|}^{t} = \hat{\mathbf{a}}_y H_{\|}^{t} e^{-j\boldsymbol{\beta}^t\cdot\mathbf{r}} = \hat{\mathbf{a}}_y \frac{T_{\|}^{b} E_0}{\eta_1} e^{-j\beta_2\left(x\sin\theta_t + z\cos\theta_t\right)} \tag{2.56}$$

เมื่อ

$$E_{\|}^{t} = T_{\|}^{b} E^i = T_{\|}^{b} E_0 \tag{2.57}$$

$$H_{\|}^{t} = \frac{E_{\|}^{t}}{\eta_2} = \frac{T_{\|}^{b} E_0}{\eta_2} \tag{2.58}$$

เช่นเดียวกับกรณีการโพลาไรซ์แบบตั้งฉาก จะเห็นว่าสมการ มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าอยู่สี่ตัว ($\Gamma_{\|}^{b}, T_{\|}^{b}, \theta_r$ และ θ_t) ตัวแปรเหล่านี้สามารถหาค่าได้โดยอาศัยเงื่อนไขขอบเขตความต่อเนื่องของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กในแนวสัมผัส สมการ (2.47a) ถึง (2.56) ณ รอยต่อ ยังผลให้ได้

$$\cos\theta_i e^{-j\beta_1 x\sin\theta_i} + \Gamma_{\|}^{b}\cos\theta_r e^{-j\beta_1 x\sin\theta_r} = T_{\|}^{b}\cos\theta_t e^{-j\beta_2 x\sin\theta_t} \tag{2.59}$$

$$\frac{1}{\eta_1}\left(e^{-j\beta_1 x\sin\theta_i} - \Gamma_{\|}^{b} e^{-j\beta_1 x\sin\theta_r}\right) = \frac{1}{\eta_2} T_{\|}^{b} e^{-j\beta_2 x\sin\theta_t} \tag{2.60}$$

เมื่อกระจายสมการออกเป็นสมการของพจน์ค่าจริง และสมการของพจน์ค่าจินตภาพ แล้วแก้สมการหาคำตอบของสมการทั้งสี่แล้วจะได้ผลลัพธ์ดังต่อไปนี้

$$\theta_r = \theta_i \qquad \text{(Snell's law of reflection)} \tag{2.61}$$

$$\beta_1 \sin\theta_i = \beta_2 \sin\theta_t \qquad \text{(Snell's law of refraction)} \tag{2.62}$$

$$\Gamma_{\parallel}^{b} = \frac{-\eta_1\cos\theta_i + \eta_2\cos\theta_t}{\eta_1\cos\theta_i + \eta_2\cos\theta_t} = \frac{-\sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}\cos\theta_i + \sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}\cos\theta_t}{\sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}\cos\theta_i + \sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}\cos\theta_t} \tag{2.63}$$

$$T_{\parallel}^{b} = \frac{2\eta_2\cos\theta_i}{\eta_1\cos\theta_i + \eta_2\cos\theta_t} = \frac{2\sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}\cos\theta_i}{\sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}\cos\theta_i + \sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}\cos\theta_t} \tag{2.64}$$

$\Gamma_{\parallel}^{b}$ และ $T_{\parallel}^{b}$ คือสัมประสิทธิ์การสะท้อนเฟรสเนลของคลื่นระนาบและสัมประสิทธิ์การส่งผ่านของเฟรสเนลของคลื่นระนาบ ตามลำดับ พารามิเตอร์เหล่านี้เป็นฟังก์ชันของ มุมตกกระทบ มุมส่งผ่าน และคุณสมบัติของตัวกลางทั้งสอง

ในกรณีที่ไม่ได้เป็นสารแม่เหล็ก สัมประสิทธิ์การสะท้อนและสัมประสิทธิ์การส่งผ่านจะมีค่าเป็น

$$\Gamma_{\parallel}^{b} = \frac{-\cos\theta_i + \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}\sqrt{1-\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)\sin^2\theta_i}}{\cos\theta_i + \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}\sqrt{1-\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)\sin^2\theta_i}} \tag{2.65}$$

$$T_{\parallel}^{b} = \frac{2\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}\cos\theta_i}{\cos\theta_i + \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}\sqrt{1-\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)\sin^2\theta_i}} \tag{2.66}$$

สนามไฟฟ้ารวมเป็นผลบวกของสนามไฟฟ้าตกกระทบและสนามไฟฟ้าสะท้อน กล่าวคือ

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_{\parallel}^{1} = \mathbf{E}_{\parallel}^{i} + \mathbf{E}_{\parallel}^{r} &= \hat{\mathbf{a}}_x \cos\theta_i E_0 e^{-j\beta_1(x\sin\theta_i + z\cos\theta_i)}\left[1 + \Gamma_{\parallel}^{b} e^{+j2\beta_1 z\cos\theta_i}\right] \\ &\quad - \hat{\mathbf{a}}_z \sin\theta_i E_0 e^{-j\beta_1(x\sin\theta_i + z\cos\theta_i)}\left[1 - \Gamma_{\parallel}^{b} e^{+j2\beta_1 z\cos\theta_i}\right]\end{aligned} \tag{2.67}$$

$$\mathbf{E}_{\parallel}^{1} = \mathbf{E}_{x}^{1} + \mathbf{E}_{z}^{1} = \hat{\mathbf{a}}_{x}\cos\theta_{i}E_{0}e^{-j\beta_{1}(x\sin\theta_{i}+z\cos\theta_{i})}\left[1+\Gamma_{\parallel}(z)\right] - \hat{\mathbf{a}}_{z}\sin\theta_{i}E_{0}e^{-j\beta_{1}(x\sin\theta_{i}+z\cos\theta_{i})}\left[1-\Gamma_{\parallel}(z)\right] \tag{2.68}$$

โดยที่

$$\Gamma_{\parallel}(z) = \Gamma_{\parallel}^{b}e^{+j2\beta_{1}z\cos\theta_{i}} \tag{2.69}$$

2.3 การส่งผ่านทั้งหมดและมุมบริวสเตอร์

เป็นที่ทราบแล้วว่า สัมประสิทธิ์การสะท้อนและสัมประสิทธิ์การส่งผ่านคลื่นจะขึ้นอยู่กับมุมตกกระทบและคุณสมบัติของตัวกลาง ในหัวข้อนี้จะพิจารณาเงื่อนไขที่ทำให้สัมประสิทธิ์การสะท้อนมีค่าเป็นศูนย์ นั่นคือคลื่นทั้งหมดส่งผ่านไปยังตัวกลางที่สองทั้งหมด โดยจะแยกเป็นสองกรณีคือการโพลาไรซ์แบบตั้งฉาก และแบบขนาน มีรายละเอียดดังนี้

2.3.1 การโพลาไรซ์แบบตั้งฉาก

ในกรณีนี้ เมื่อให้ $\Gamma_{\parallel}^{b}$ เท่ากับศูนย์ สมการ สามารถเขียนได้เป็น

$$\Gamma_{\parallel}^{b} = \frac{\sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}\cos\theta_i - \sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}\cos\theta_t}{\sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}\cos\theta_i + \sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}\cos\theta_t} = 0 \tag{2.70}$$

สมการ จะมีค่าเป็นศูนย์เมื่อตัวเศษมีค่าเป็นศูนย์ยังผลให้ได้

$$\cos\theta_i = \sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right)}\cos\theta_i \tag{2.71}$$

เมื่อใช้ความสัมพันธ์ของกฎการหักเหของสเนลล์ แทนลงในสมการ (2.71) จากนั้นยกกำลังสองจะได้

$$\left(1-\sin^2\theta_i\right) = \frac{\mu_1}{\mu_2}\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right)\left(1-\sin^2\theta_i\right) \tag{2.72}$$

และ

$$\left(1-\sin^2\theta_i\right) = \frac{\mu_1}{\mu_2}\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right)\left(1-\sin^2\theta_i\left(1-\frac{\mu_1}{\mu_2}\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right)\left(\sin^2\theta_i\right)\right)\right) \tag{2.73}$$

หรือ

$$\sin\theta_i = \sqrt{\frac{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - \frac{\mu_2}{\mu_1}}{\frac{\mu_1}{\mu_2} - \frac{\mu_2}{\mu_1}}} \tag{2.74}$$

เนื่องจากมุมตกกระทบ เป็นจำนวนจริง ค่า $\sin\theta_i$ จึงมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับหนึ่ง ซึ่งจะเกิดขึ้นได้เมื่อ

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - \frac{\mu_2}{\mu_1} \le \frac{\mu_1}{\mu_2} - \frac{\mu_2}{\mu_1} \tag{2.75}$$

หรือ

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \le \frac{\mu_2}{\mu_1} \tag{2.76}$$

ถ้า μ_1 มีค่าเท่ากับ μ_2 สมการ (2.76) จะกลายเป็น

$$\sin\theta_i\big|_{\mu_1=\mu_2} \to \infty \tag{2.77}$$

ซึ่งหมายความว่า สำหรับคลื่นที่มีโพลาไรซ์แบบตั้งฉาก ถ้า μ_1 มีค่าเท่ากับ μ_2 แล้ว จะไม่มีเงื่อนไขที่ทำให้เกิดการส่งผ่านได้ทั้งหมด

2.3.2 การโพลาไรซ์แบบขนาน

พิจารณาสัมประสิทธิ์การสะท้อนของคลื่นที่มีการโพลาไรซ์ขนานกับระนาบของการตกกระทบมีค่าเป็นศูนย์ กล่าวคือ

$$\Gamma_{\parallel}^{b} = \frac{-\sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}\cos\theta_i + \sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}\cos\theta_t}{\sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}\cos\theta_i + \sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}\cos\theta_t} = 0 \tag{2.78}$$

ซึ่งจะทำให้ได้ความสัมพันธ์

$$\cos\theta_i = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)}\cos\theta_t \tag{2.79}$$

เมื่อใช้ความสัมพันธ์ของกฎการหักเหของสเนลล์ จะได้ว่า

$$\left(1-\sin^2\theta_i\right)=\frac{\mu_2}{\mu_1}\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)\left(1-\sin^2\theta_i\right) \tag{2.80}$$

และ

$$\left(1-\sin^2\theta_i\right)=\frac{\mu_2}{\mu_1}\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)\left(1-\sin^2\theta_i\left(1-\frac{\mu_1}{\mu_2}\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)\left(\sin^2\theta_i\right)\right)\right) \tag{2.81}$$

ทำให้ได้ว่า

$$\sin\theta_i=\sqrt{\frac{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}-\frac{\mu_2}{\mu_1}}{\frac{\mu_1}{\mu_2}-\frac{\mu_2}{\mu_1}}} \tag{2.82}$$

สมการ (2.82) จะเป็นจริงได้ ก็ต่อเมื่อ

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}-\frac{\mu_2}{\mu_1}\leq\frac{\mu_1}{\mu_2}-\frac{\mu_2}{\mu_1} \tag{2.83}$$

หรือ

$$\frac{\mu_2}{\mu_1}\geq\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \tag{2.84}$$

ถ้า μ_1 มีค่าเท่ากับ μ_2 จะส่งผลให้ ε_2 ต้องมีค่ามากกว่า ε_1 สมการ (2.82) จะกลายเป็น

$$\theta_i=\theta_B=\sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1+\varepsilon_2}}\right) \tag{2.85}$$

จะเรียกมุม θ_i ที่ทำให้ $\Gamma_{\parallel}^{b}$ มีค่าเท่ากับศูนย์ว่ามุมบริวสเตอร์ (Brewster angle) (θ_B) และสามารถเขียนในรูปแบบอื่นได้ดังนี้

$$\theta_i=\theta_B=\cos^{-1}\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1+\varepsilon_2}}\right) \tag{2.86}$$

หรือ

$$\theta_i=\theta_B=\tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}\right) \tag{2.87}$$

2.4 การสะท้อนกลับหมดและมุมวิกฤติ

จากหัวข้อของมุมบริวสเตอร์ (Brewster angle) ได้แสดงมุมตกกระทบที่ทำให้เกิดการส่งผ่านคลื่นทั้งหมดในกรณีที่คลื่นมีการโพลาไรซ์ตั้งฉากและขนานกับระนาบของการตกกระทบ และพบว่าเมื่อค่าความซึมซาบได้ในตัวกลางทั้งสองมีค่าเท่ากันจะมีเฉพาะกรณีที่คลื่นมีการโพลาไรซ์ขนานกับระนาบของการตกกระทบเท่านั้นที่จะเกิดการส่งผ่านคลื่นทั้งหมด ซึ่งมุมที่ทำให้เกิดการส่งผ่านคลื่นทั้งหมดนี้จะเรียกว่ามุมบริวสเตอร์ ในหัวข้อนี้จะพิจารณา เงื่อนไขที่สำคัญอีกตัวหนึ่งของการแพร่กระจายคลื่น ซึ่งก็คือเงื่อนไขสำหรับการสะท้อนกลับหมด เกิดขึ้นเมื่อ $|\Gamma| = 1$ เงื่อนไขที่ว่านี้จะมีบทบาทสำคัญสำหรับการสื่อสารในใยแก้วนำแสง เช่นเดียวกันกับที่ได้ศึกษาก่อนหน้านี้การพิจารณาการสะท้อนกลับหมดจะแยกพิจารณาเป็นสองกรณีมีรายละเอียดดังนี้

2.4.1 การโพลาไรซ์แบบตั้งฉาก

จากสมการแสดงค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนสมการ (2.45) ถ้ากำหนดให้สัมประสิทธิ์มีค่าเท่ากับหนึ่ง จะได้ว่า

$$\frac{\left|\sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}\cos\theta_i - \sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}\cos\theta_t\right|}{\left|\sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}\cos\theta_i + \sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}\cos\theta_t\right|} = 1 \qquad (2.88)$$

สมการนี้จะเป็นจริงก็ต่อเมื่อพจน์ที่สองในเศษและส่วนเป็นค่าจินตภาพ เมื่ออาศัยกฎการหักเหของสเนลล์ พจน์ที่สองของทั้งเศษและส่วนในสมการจะเป็นค่าจินตภาพได้ ถ้า

$$\cos\theta_t = \sqrt{1-\sin^2\theta_t} = \sqrt{1-\frac{\mu_1\varepsilon_1}{\mu_2\varepsilon_2}\sin^2\theta_i} = -j\sqrt{\frac{\mu_1\varepsilon_1}{\mu_2\varepsilon_2}\sin^2\theta_i - 1} \qquad (2.89)$$

สมการนี้จะเป็นจริงได้ ก็ต่อเมื่อ

$$\frac{\mu_1\varepsilon_1}{\mu_2\varepsilon_2}\sin^2\theta_i \geq 1 \qquad (2.90)$$

หรือ

$$\theta_i \geq \theta_c = \sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{\mu_2\varepsilon_2}{\mu_1\varepsilon_1}}\right) \qquad (2.91)$$

มุมตกกระทบ θ_i ที่น้อยที่สุดในสมการ (2.49) ที่ทำให้เกิดการสะท้อนกลับหมด มีชื่อเรียกว่า มุมวิกฤติ เขียนแทนด้วย θ_c มุมนี้จะเกิดขึ้นจริงก็ต่อเมื่อ

$$\mu_2\varepsilon_2 \le \mu_1\varepsilon_1 \tag{2.92}$$

ถ้าความซาบซึมได้ของตัวกลางทั้งสองมีค่าเท่ากัน สมการ (2.91) จะกลายเป็น

$$\theta_i \ge \theta_c \sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}\right) \tag{2.93}$$

ซึ่งจะเป็นจริงได้เมื่อ ε_2 มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ ε_1

ดังนั้นสำหรับตัวกลางสองชนิดที่มีค่าความซึมซาบได้เหมือนกันซึ่งเป็นกรณีของสารไดอิเล็กตริกทั่วๆ ไป มุมวิกฤติจะเกิดขึ้นได้เฉพาะเมื่อคลื่นเดินทางจากตัวกลางที่หนาแน่นกว่าไปยังตัวกลางที่เจือจางกว่า

2.4.2 การโพลาไรซ์แบบขนาน

การสะท้อนกลับหมดสำหรับกรณี การโพลาไรซ์แบบขนาน จะพิจาณาจากสมการแสดงค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนสมการ (2.45) ถ้ากำหนดให้สัมประสิทธิ์มีค่าเท่ากับหนึ่ง จะได้ว่า

$$\frac{\left|\sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}\cos\theta_t - \sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}\cos\theta_i\right|}{\left|\sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}\cos\theta_t + \sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}\cos\theta_i\right|} = 1 \tag{2.94}$$

สมการนี้จะเป็นจริงก็ต่อเมื่อพจน์ที่สองในเศษและส่วนเป็นค่าจินตภาพ เมื่ออาศัยกฎการหักเหของสเนลล์ และวิเคราะห์เช่นเดียวกันกรณีการโพลาไรซ์แบบตั้งฉาก จะได้

$$\frac{\mu_1\varepsilon_1}{\mu_2\varepsilon_2}\sin^2\theta_i \ge 1 \tag{2.95}$$

หรือ

$$\theta_i \ge \theta_c = \sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{\mu_2\varepsilon_2}{\mu_1\varepsilon_1}}\right) \tag{2.96}$$

สมการ (2.89) เหมือนกับสมการ (2.94) ฉะนั้นเงื่อนไขการสะท้อนกลับหมดจึงเป็นเช่นเดียวกับกรณีการโพลาไรซ์แบบตั้งฉาก และแสดงให้เห็นว่ามุมวิกฤติจะมีค่าที่ไม่ขึ้นอยู่กับการโพลาไรซ์ของคลื่น แต่จะขึ้นกับคุณลักษณะของตัวกลาง และจะปรากฏเมื่อคลื่นต้องเดินทางจากตัวกลางที่หนาแน่นกว่าไปสู่ตัวกลางที่เจือจางกว่า $\mu_2\varepsilon_2 < \mu_1\varepsilon_1$ หรือ $\varepsilon_2 < \varepsilon_1$ เมื่อ $\mu_2 = \mu_1$

2.4.3 ความหนาแน่นพลังงาน ผลของค่าคงตัวเฟส และค่าคงตัวการลดทอน

เมื่อคลื่นตกกระทบได้รับการส่งผ่านเข้าสู่ตัวกลางที่สอง คลื่นจะนำพลังงานไปด้วย ความหนาแน่นพลังงานเฉลี่ยของคลื่นที่ส่งผ่านเข้าไปในตัวกลางที่สอง สำหรับกรณีการโพลาไรซ์แบบตั้งฉาก ณ มุมวิกฤต สามารถหาได้จาก

$$\mathbf{S}^{t}_{\mathrm{av}}\Big|_{\theta_i=\theta_c} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left(\mathbf{E}^{t}{}_{\perp} \times \mathbf{H}^{t}{}_{\perp}{}^{*}\right)_{\theta_i=\theta_c} = \hat{a}_x \frac{2|E_0|^2}{\eta_2} \tag{2.97}$$

จะเห็นได้ว่าค่าที่คำนวณได้มีเฉพาะองค์ประกอบในแนวแกน x แต่เพียงอย่างเดียว ซึ่งก็คือมีเฉพาะองค์ประกอบที่ขนานกับรอยต่อเท่านั้น ซึ่งแสดงให้เห็นว่าไม่มีส่วนของพลังงานงานจริงที่ข้ามผ่านรอยต่อไปสู่ตัวกลางที่สอง การเดินทางของคลื่นสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2.4 โดยลูกศรแสดงทิศทางการเคลื่อนที่ของคลื่น เส้นประแสดงแนวที่เฟสของคลื่นที่ค่าคงที่คำกล่าวนี้จะเห็นได้ชัดขึ้นเมื่อพิจารณาขนาดของความหนาแน่นกำลังงานเฉลี่ยที่ตกกระทบ และที่สะท้อนรอยต่อภายใต้เงื่อนไขมุมตกกระทบเท่ากับมุมวิกฤติ ซึ่งจะแสดงได้ดังนี้

เมื่อมุมตกกระทบมากกว่ามุมวิกฤติ $(\theta_i > \theta_c)$ จะแสดงกฎการหักเหของสเนลล์ได้ดังนี้

$$\sin\theta_t\Big|_{\theta_i>\theta_c} = \frac{\beta_1}{\beta_2}\sin\theta_i\Big|_{\theta_i>\theta_c} = \sqrt{\frac{\mu_1\varepsilon_1}{\mu_2\varepsilon_2}}\sin\theta_i\Big|_{\theta_i>\theta_c} > 1 \tag{2.98}$$

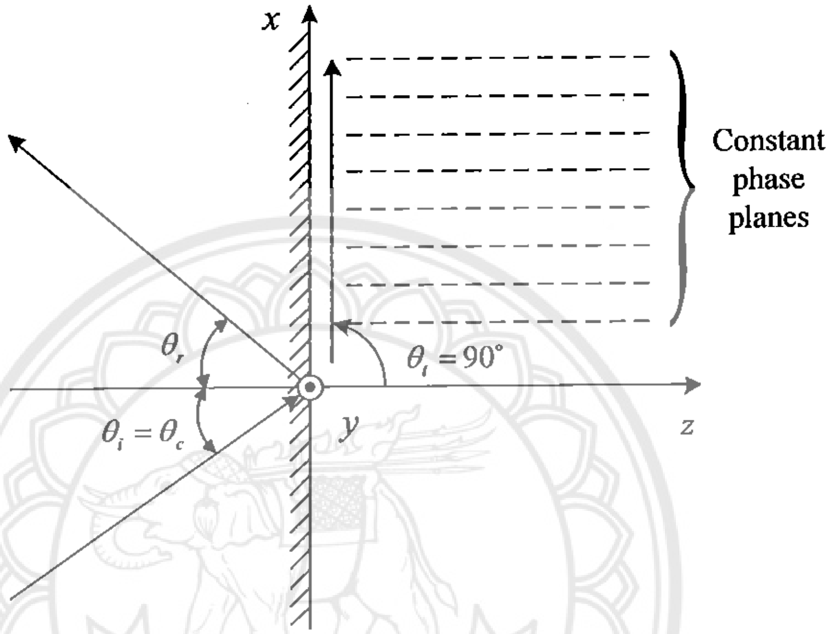
ซึ่งจะเป็นจริงได้ เมื่อ θ_t เป็นค่าเชิงซ้อน นั่นคือ $\theta_t = \theta_R + j\theta_x$ และ

$$\cos\theta_t\Big|_{\theta_i>\theta_c} = \sqrt{1-\sin^2\theta_t}\Big|_{\theta_i>\theta_c} = \sqrt{1-\frac{\mu_1\varepsilon_1}{\mu_2\varepsilon_2}\sin^2\theta_i}\Bigg|_{\theta_i>\theta_c} \tag{2.99a}$$

$$\cos\theta_t\Big|_{\theta_i>\theta_c} = \pm j\sqrt{\frac{\mu_1\varepsilon_1}{\mu_2\varepsilon_2}\sin^2\theta_i - 1}\Bigg|_{\theta_i>\theta_c} \tag{2.99b}$$

ซึ่งยังคงยืนยันว่า θ_t เป็นค่าเชิงซ้อน ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า เมื่อ $\theta_i > \theta_c$ จะไม่มีค่ามุม θ_t ที่เป็นจริงในทางกายภาพ

เมื่อมุมตกกระทบมีค่ามากกว่ามุมวิกฤต $(\theta_i > \theta_c)$ สนามส่งผ่านสมการ (2.16) สามารถเขียนโดยใช้สมการ (2.29) และ (2.49)



รูปที่ 2.4 ระนาบเฟสและขนาดคงที่ในกรณีที่มุมตกกระทบมีค่าเท่ากับมุมวิกฤติ

เมื่อมุมตกกระทบมีค่ามากกว่ามุมวิกฤต $(\theta_i > \theta_c)$ สนามส่งผ่านสมการ (2.16) สามารถเขียนโดยใช้สมการ (2.29) และสมการ (2.49)

$$\mathbf{E}_\perp^t\Big|_{\theta_i>\theta_c} = \hat{\mathbf{a}}_y T_\perp^b E_0 \exp(-j\beta_2 x \sin\theta_t)\exp(-j\beta_2 z\cos\theta_t)\Big|_{\theta_i>\theta_c} \tag{2.100a}$$

$$= \hat{\mathbf{a}}_y T_\perp^b E_0 \exp\left(-j\beta_2 x\sqrt{\frac{\mu_1\varepsilon_1}{\mu_2\varepsilon_2}}\sin\theta_i\right)\exp\left(-j\beta_2 z\sqrt{1-\sin^2\theta_t}\right)\Bigg|_{\theta_i>\theta_c} \tag{2.100b}$$

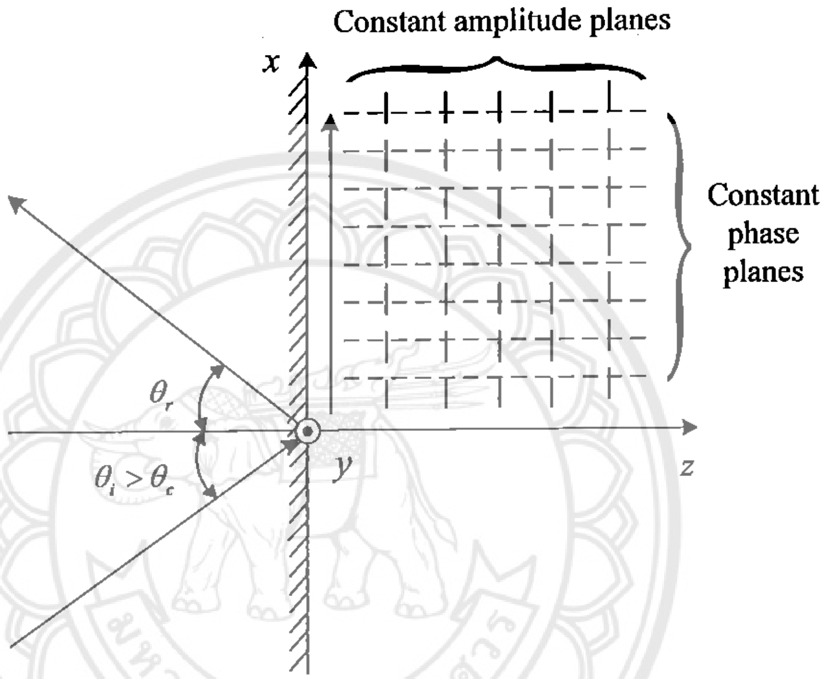
$$= \hat{\mathbf{a}}_y T_\perp^b E_0 \exp\left(-j\beta_2 x\sqrt{\frac{\mu_1\varepsilon_1}{\mu_2\varepsilon_2}}\sin\theta_i\right)\exp\left(-j\beta_2 z\sqrt{1-\frac{\mu_1\varepsilon_1}{\mu_2\varepsilon_2}\sin^2\theta_i}\right)\Bigg|_{\theta_i>\theta_c} \tag{2.100c}$$

$$= \hat{\mathbf{a}}_y T_\perp^b E_0 \exp\left(-j\beta_2 x\sqrt{\frac{\mu_1\varepsilon_1}{\mu_2\varepsilon_2}}\sin\theta_i\right)\exp\left(-\beta_2 z\sqrt{\frac{\mu_1\varepsilon_1}{\mu_2\varepsilon_2}\sin^2\theta_i-1}\right)\Bigg|_{\theta_i>\theta_c} \tag{2.100d}$$

$$= \hat{\mathbf{a}}_y T_\perp^b E_0 \exp\left(-\beta_2 z\sqrt{\frac{\mu_1\varepsilon_1}{\mu_2\varepsilon_2}\sin^2\theta_i-1}\right)\exp\left(-j\beta_2 x\sqrt{\frac{\mu_1\varepsilon_1}{\mu_2\varepsilon_2}}\sin\theta_i\right)\Bigg|_{\theta_i>\theta_c} \tag{2.100e}$$

$$\mathbf{E}_{\perp}^{t}\Big|_{\theta_i>\theta_c} = \hat{\mathbf{a}}_y T_{\perp}^{b} E_0 e^{-\alpha_c z} e^{-j\beta_c x} \qquad (2.100f)$$

จากสมการ (2.100f) แสดงให้เห็นว่าสนามไฟฟ้าประกอบด้วยค่าคงตัวการลดทอน แทนด้วย α และค่าคงตัวเฟส แทนด้วย β การเดินทางของคลื่นที่ได้รวมผลของ α และ β ในกรณีนี้แสดงได้ดังรูปที่ 2.5



รูปที่ 2.5 ระนาบเฟสและขนาดคงที่ในกรณีที่มุมตกกระทบมีค่ามากกว่ามุมวิกฤติ

2.5 การสะท้อนและการส่งผ่านคลื่นในหลายรอยต่อ

ในหัวข้อนี้จะวิเคราะห์คลื่นในตัวกลางที่มีหลายรอยต่อ โดยจะกำหนดให้ตัวกลางไม่มีการสูญเสีย และมีโครงสร้างดังรูปที่ 2.6 ตัวกลางมีทั้งหมดสามตัว ตัวกลางที่สองมีความหนาเท่ากับ d คลื่นตกกระทบจะได้รับการกำหนดให้เดินทางในลักษณะตั้งฉากเข้าสู่รอยต่อระหว่างตัวกลางที่สองและตัวกลางที่หนึ่ง ยังผลให้คลื่นบางส่วนเดินทางผ่านรอยต่อและบางส่วนสะท้อนจากรอยต่อนี้ สัมประสิทธิ์การสะท้อนจะกำหนดโดยคุณสมบัติของตัวกลางตลอดโครงสร้าง ซึ่งสามารถหาได้สองวิธี วิธีแรกจะอาศัยความไม่ต่อเนื่องของอิมพีแดนซ์ และวิธีที่สองคือการติดตามรังสี มีรายละเอียดดังนี้

2.5.1 ความไม่ต่อเนื่องของอิมพีแดนซ์

พิจาณารูปที่ 2.9 เมื่อพิจารณาในทิศทางไปสู่ตัวกลางที่สอง อิมพีแดนซ์ขาเข้า ณ ตำแหน่ง $z = 0^+$ จะมีค่าเท่ากับ η_3

$$Z_{\text{in}}(z = 0^+) = \eta_3 = \sqrt{\frac{\mu_3}{\varepsilon_3}} \tag{2.101}$$

อิมพีแดนซ์บนสาย (line impedance) ณ ระยะ ℓ จากภาระมีค่าเป็น

$$Z(\ell) = \eta_2 \frac{\eta_3 + \eta_2 \tanh j\beta\ell}{\eta_2 + \eta_3 \tanh j\beta\ell} \tag{2.102a}$$

$$= \eta_2 \frac{\eta_3 + \eta_2 \left(\dfrac{\sinh j\beta\ell}{\cosh j\beta\ell}\right)}{\eta_2 + \eta_3 \left(\dfrac{\sinh j\beta\ell}{\cosh j\beta\ell}\right)} \tag{2.102b}$$

โดยอาศัย

$$\sinh j\beta\ell = j \sin \beta\ell \tag{2.103}$$

$$\cosh j\beta\ell = \cos \beta\ell \tag{2.104}$$

จะได้

$$Z(\ell) = \eta_2 \frac{\eta_3 \cos(\beta\ell) + \eta_2 j \sin(\beta\ell)}{\eta_2 \cos(\beta\ell) + \eta_3 j \sin(\beta\ell)} \tag{2.105}$$

และ

$$\sin \beta\ell = \frac{e^{j\beta\ell} - e^{-j\beta\ell}}{2j} \tag{2.106}$$

$$\cos \beta\ell = \frac{e^{j\beta\ell} + e^{-j\beta\ell}}{2j} \tag{2.107}$$

จะได้ว่า

$$Z(\ell) = \eta_2 \frac{(\eta_3 + \eta_2)e^{j\beta\ell} + (\eta_3 - \eta_2)e^{-j\beta\ell}}{(\eta_3 + \eta_2)e^{j\beta\ell} + (\eta_3 - \eta_2)e^{-j\beta\ell}} \tag{2.108}$$

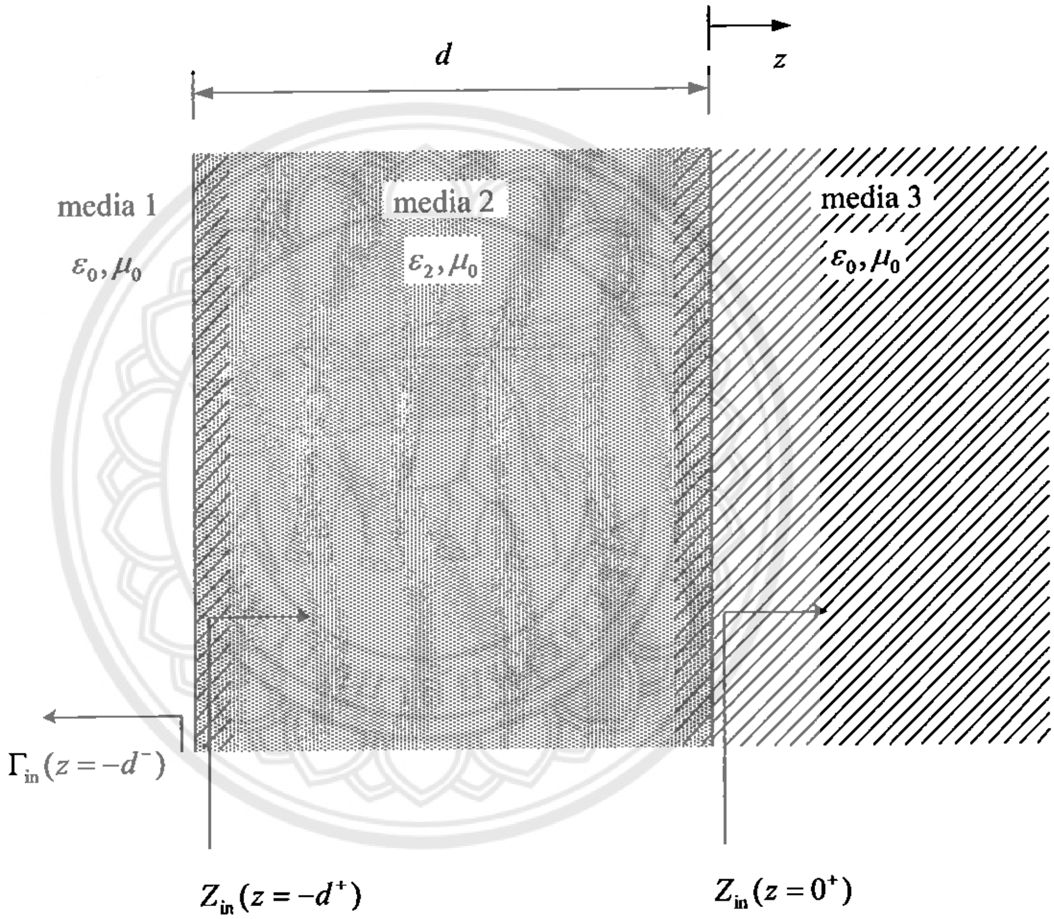
ทำให้สัมประสิทธิ์การสะท้อน ณ ตำแหน่ง ℓ จะมีค่าเท่ากับ

$$\Gamma_{\text{in}}(\ell) = \frac{Z(\ell) - \eta_1}{Z(\ell) + \eta_1} \tag{2.109a}$$

$$\Gamma_{in}(\ell) = \frac{\eta_2\left[(\eta_3+\eta_2)+(\eta_3-\eta_2)e^{-j2\beta\ell}\right]-\eta_1\left[(\eta_3+\eta_2)+(\eta_3-\eta_2)e^{-j2\beta\ell}\right]}{\eta_2\left[(\eta_3+\eta_2)+(\eta_3-\eta_2)e^{-j2\beta\ell}\right]+\eta_1\left[(\eta_3+\eta_2)+(\eta_3-\eta_2)e^{-j2\beta\ell}\right]} \quad (2.109b)$$

ทำให้สัมประสิทธิ์การสะท้อน ณ ตำแหน่ง ℓ จะมีค่าเท่ากับดังสมการข้างล่างนี้ ดังแสดงในภาคผนวก (ค)

$$\Gamma_{in}(\ell) = \frac{\Gamma_{12}+\Gamma_{23}e^{-j2\beta\ell}}{1+\Gamma_{12}\Gamma_{23}e^{-j2\beta\ell}} \quad (2.109c)$$



รูปที่ 2.6 สัมประสิทธิ์การสะท้อนที่เกิดขึ้นจากความไม่ต่อเนื่องของอิมพีแดนซ์ (method of discontinuity)

2.5.2 การติดตามรังสี

การหาสัมประสิทธิ์การสะท้อน โดยอาศัยการติดตามรังสี (method of ray-tracing) สามารถทำได้โดยการพิจารณารูปที่ 2.7 เริ่มแรกคลื่นที่กำลังเดินทางในตัวกลางที่ 1 ตกกระบทที่รอยต่อระหว่าง

ตัวกลาง ณ $z=-d$ เป็นผลให้คลื่นส่วนหนึ่งเดินทางเข้าสู่ตัวกลางที่ 2 และส่วนที่เหลือจะสะท้อนกลับสู่ ตัวกลางที่ 1 สัมประสิทธิ์การสะท้อน ณ รอยต่อนี้เขียนแทนด้วย Γ_{12} มีค่าเป็น

$$\Gamma_{12}=\frac{\eta_2-\eta_1}{\eta_2+\eta_1} \tag{2.110}$$

คลื่นที่เดินทางเข้าสู่ตัวกลางที่ 2 สามารถหาได้จากสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน ซึ่งรอยต่อเดียวกันนี้สามารถหาได้จาก

$$T_{21}=\frac{2\eta_2}{\eta_1+\eta_2} \tag{2.111}$$

เมื่อผ่านรอยต่อ ณ $z=-d$ แล้ว คลื่นจะเดินทางในทิศจากซ้ายไปขวาไปยังรอยต่อ ณ ตำแหน่ง $z=0$ เนื่องจากตัวกลางที่ 2 เป็นตัวกลางที่ไม่มีการสูญเสีย ฉะนั้นคลื่น ณ ตำแหน่ง $z=0$ จึงมีขนาดสูงสุดคงเดิม หน้าคลื่นจะได้รับการประวิงเป็นช่วงเวลาหนึ่ง ซึ่งทำให้มีเฟส ณ ตำแหน่ง $z=0$ ช้าไปจากตำแหน่ง $z=-d$ เท่ากับ θ เขียนได้เป็น $T_{21}e^{-j\theta}$ ดังแสดงในรูปที่ 2.10

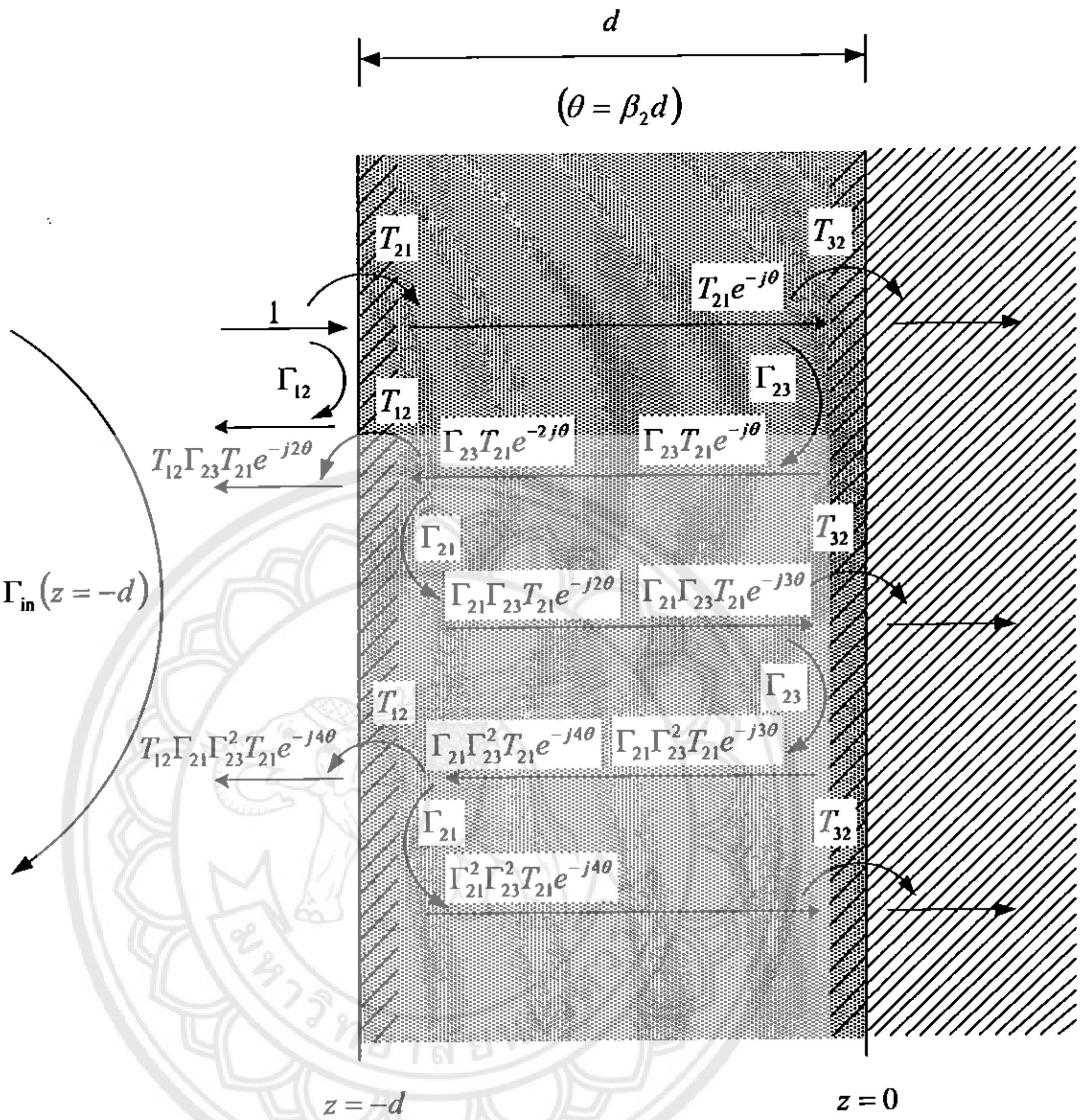
เมื่อคลื่น $T_{21}e^{-j\theta}$ ตกกระทบ รอยต่อ ณ ตำแหน่ง $z=0$ จะมีคลื่นบางส่วนที่ส่งผ่านเข้าสู่ตัวกลางที่ 3 บ่งด้วยค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน T_{32} และคลื่นส่วนที่เหลือจะสะท้อนสู่ตัวกลางที่ 2 คลื่นสะท้อนที่เกิดขึ้นมีค่าเท่ากับ $\Gamma_{23}T_{21}e^{-j\theta}$ และเดินทางในทิศทางจากขวาไปซ้ายไปยังรอยต่อ ณ ตำแหน่ง $z=-d$ เช่นเดียวกันกับที่กล่าวมาแล้ว เนื่องจากตัวกลางที่ 2 เป็นตัวกลางที่ไม่มีการสูญเสีย คลื่นที่เดินทางมาถึงรอยต่อ ณ ตำแหน่ง $z=-d$ จึงเป็นคลื่นประวิงเฟสของคลื่น ณ ตำแหน่ง $z=0$ ทำให้ได้คลื่นที่จะตกกระทบ ณ รอยต่อ $z=-d$ มีค่าเป็น $\Gamma_{23}T_{21}e^{-j2\theta}$

เมื่อคลื่น $\Gamma_{23}T_{21}e^{-j2\theta}$ ตกกระทบรอยต่อ ณ ตำแหน่ง $z=-d$ จะมีคลื่นบางส่วนที่ส่งผ่านเข้าสู่ตัวกลางที่ 1 บ่งด้วยค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน T_{12} และคลื่นส่วนที่เหลือจะสะท้อนสู่ตัวกลางที่ 2 คลื่นสะท้อนที่เกิดขึ้นมีค่าเท่ากับ $\Gamma_{21}\Gamma_{23}T_{21}e^{-j2\theta}$ และเดินทางในทิศทางจากซ้ายไปขวาไปยังรอยต่อ ณ ตำแหน่ง $z=0$ เช่นเดียวกับที่กล่าวมาแล้ว และขบวนการการเคลื่อนที่ของคลื่นไปกลับระหว่างรอยต่อทั้งสอง จะได้รับการทำซ้ำอีก ดังแสดงในรูปที่ 2.10

ถ้าพิจาณาการเคลื่อนไปทางขวาและไปทางซ้ายอย่างละหนึ่งครั้ง สัมประสิทธิ์การสะท้อนรวมจะพิจารณาจากคลื่นสะท้อน และคลื่นส่งผ่าน ณ บริเวณ $z=-d$ มีค่าเป็น

$$\Gamma_{in}=\Gamma_{12}+T_{12}\Gamma_{23}T_{21}e^{-j2\theta} \tag{2.112}$$

โดยที่ θ มีค่าเป็น βd ทำให้ได้ สัมประสิทธิ์การสะท้อน Γ_{in} เท่ากับ $\Gamma_{12}+T_{12}\Gamma_{23}T_{21}e^{-j2\theta}$ จะเห็นได้ว่า ค่าที่ได้นี้จะมีค่าเท่ากับที่ได้จากวิธีความไม่ต่อเนื่องของอิมพีแดนซ์



รูปที่ 2.7 สัมประสิทธิ์การสะท้อนและการส่งผ่านที่เกิดขึ้นจากการ**ติดตามรังสี**

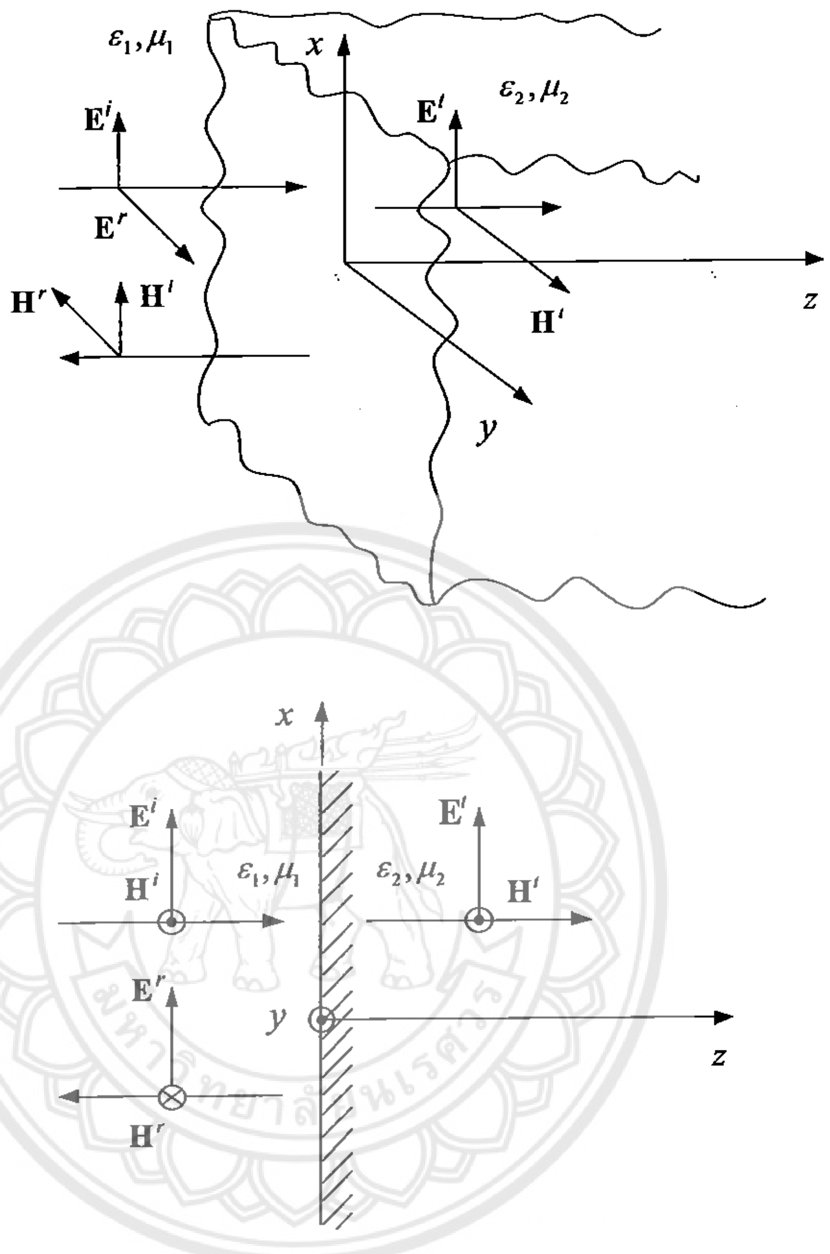
(method of ray-tracing)

บทที่ 3
ผลการวิเคราะห์การสะท้อนและการส่งผ่าน

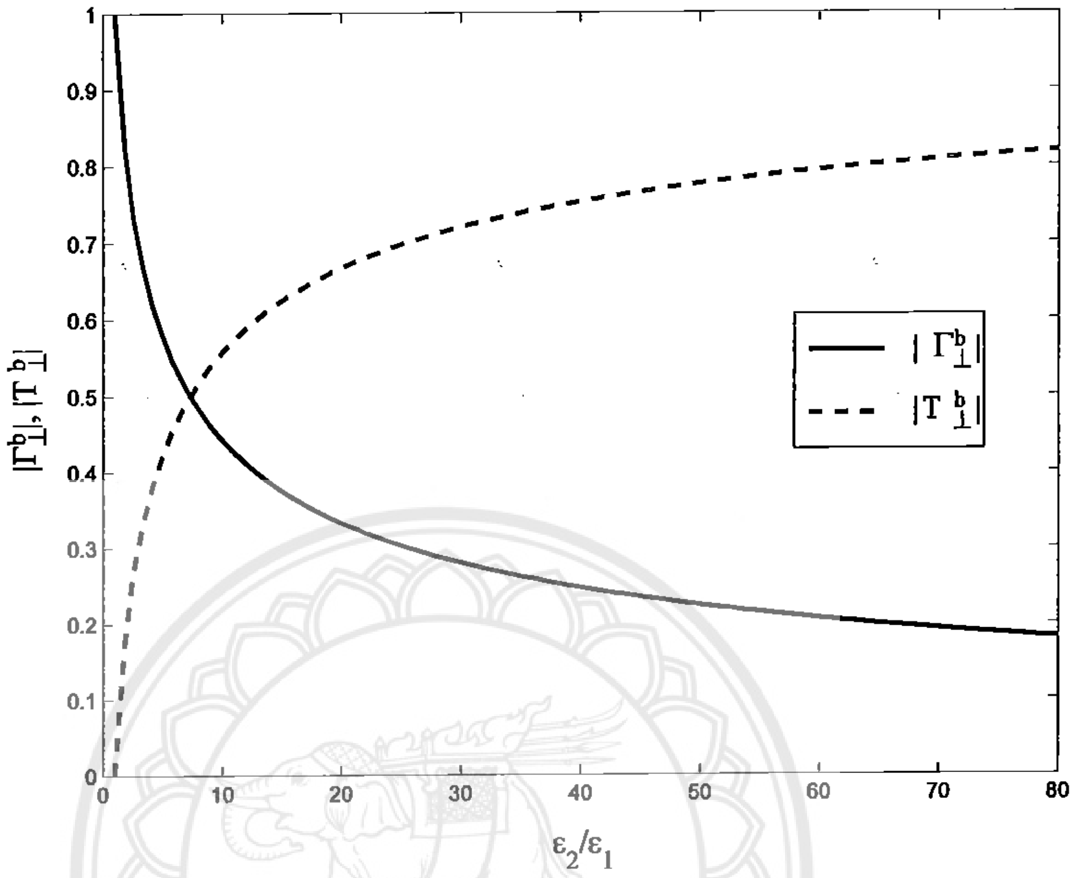
ในบทนี้จะกล่าวถึงการสะท้อนและการส่งผ่านของคลื่นระหว่างตัวกลางที่ไม่มีการสูญเสีย รอยต่อระหว่างกันมีลักษณะราบเรียบ ในลำดับแรกคลื่นจะได้รับการกำหนดให้ตกกระทบรอยต่อในลักษณะตั้งฉาก จากนั้นจะพิจาณาการตกกระทบแบบทำมุมเอียงกับรอยต่อ ซึ่งแยกการศึกษาเป็นสองกรณีคือ คลื่นตกกระทบที่มีการโพลาไรซ์แบบตั้งฉากและที่มีการโพลาไรซ์แบบขนาน รายละเอียดแสดงได้ดังต่อไปนี้

3.1 การตกกระทบตั้งฉาก (Normal Incidence)

เมื่อคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าเดินทางในตัวกลางที่หนึ่งที่มีคุณสมบัติประจำตัวเป็น μ_1 และ ε_1 มาตกกระทบตั้งฉากกับรอยต่อระหว่างตัวกลางที่หนึ่งกับตัวกลางที่สองที่มีคุณสมบัติประจำตัวเป็น μ_2 และ ε_2 บางส่วนของคลื่นจะเดินทางเข้าไปในตัวกลางที่สองและบางส่วนสะท้อนกลับจะมีค่ามากหรือน้อยขึ้นอยู่กับค่า μ และ ε ของตัวกลางทั้งสอง ดังแสดงในรูปที่ 3.1 เมื่อวิเคราะห์ตามสมการ (2.10) และ (2.11) จะได้รูปของสัมประสิทธิ์การสะท้อนและการส่งผ่านของคลื่นดังแสดงในรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.1 คลื่นสะท้อนและคลื่นส่งผ่านเมื่อคลื่นตกกระทบตั้งฉากรอยต่อของตัวกลางสองชนิด

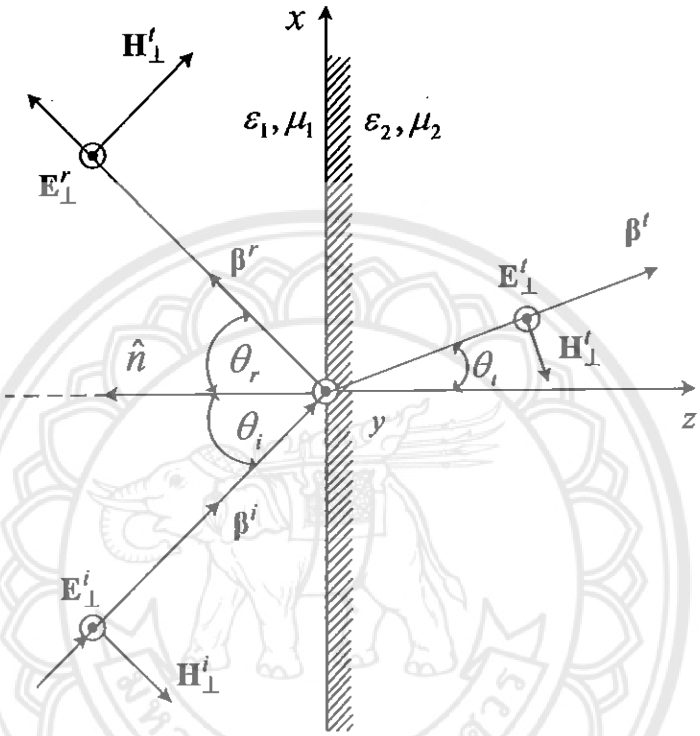


รูปที่ 3.2 สัมประสิทธิ์การสะท้อนและการส่งผ่านของคลื่นที่ตกกระทบรอยต่อในลักษณะตั้งฉาก

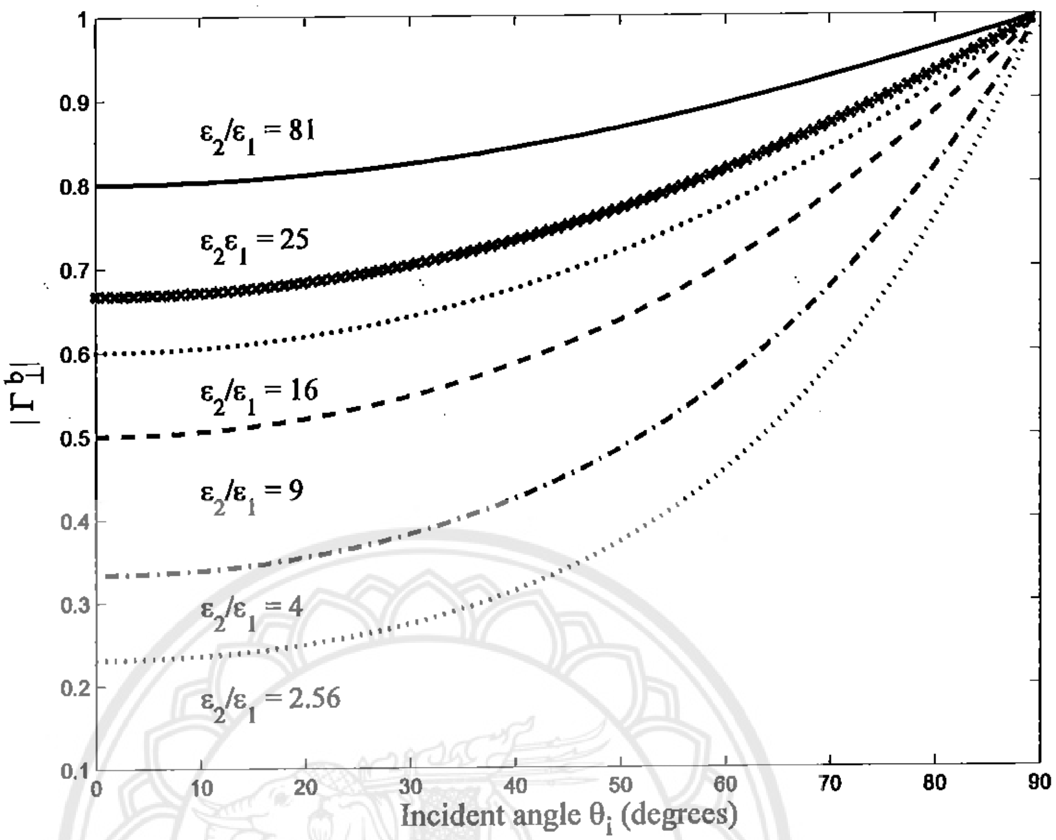
รูปที่ 3.2 แสดงสัมประสิทธิ์การสะท้อนและสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน คำนวณตามสมการ (2.10) และ (2.11) โดยใช้โปรแกรม MATLAB ที่แสดงในภาคผนวก (ง) เส้นทึบแสดงสัมประสิทธิ์การสะท้อน เส้นประแสดงสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน แกนนอนแสดงอัตราส่วนของ $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ โดยแปรเปลี่ยนจาก 1 ถึง 81 และแกนตั้งแสดงค่าของสัมประสิทธิ์ทั้งสอง จากรูปนี้พบว่า เมื่อ $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ มีค่าเท่ากับ 1 สัมประสิทธิ์การสะท้อน (Γ^b) จะมีค่าเป็นศูนย์ สัมประสิทธิ์การส่งผ่าน (T^b) มีค่าเท่ากับ 1 แสดงว่าเมื่อตัวกลางมีความต่อเนื่องจะไม่มีคลื่นสะท้อนเกิดขึ้น คลื่นตกกระทบในตัวกลางที่หนึ่ง จะได้รับการส่งผ่านไปยังตัวกลางที่สองทั้งหมด เมื่อสัดส่วนของ $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ มีค่าเพิ่มขึ้น ส่งผลให้เกิดความไม่ต่อเนื่องของตัวกลางที่สูงขึ้นด้วย จะพบว่าขนาดของสัมประสิทธิ์การสะท้อน $|\Gamma^b|$ จะมีค่าเพิ่มขึ้น สัมประสิทธิ์การส่งผ่าน $|T^b|$ จะมีค่าลดลง

3.2 การโพลาไรซ์แบบตั้งฉาก

กรณีนี้สนามไฟฟ้าอยู่ในทิศทางตั้งฉากกับระนาบของการตกกระทบ สมมติให้สนามไฟฟ้าของคลื่นระนาบสม่ำเสมอ ตกกระทบบนรอยต่อที่เป็นระนาบระหว่างตัวกลางทั้งสอง โดยที่คลื่นทำมุมเอียงกับแนวตั้งฉากกับรอยต่อ ดังแสดงในรูปที่ 3.3

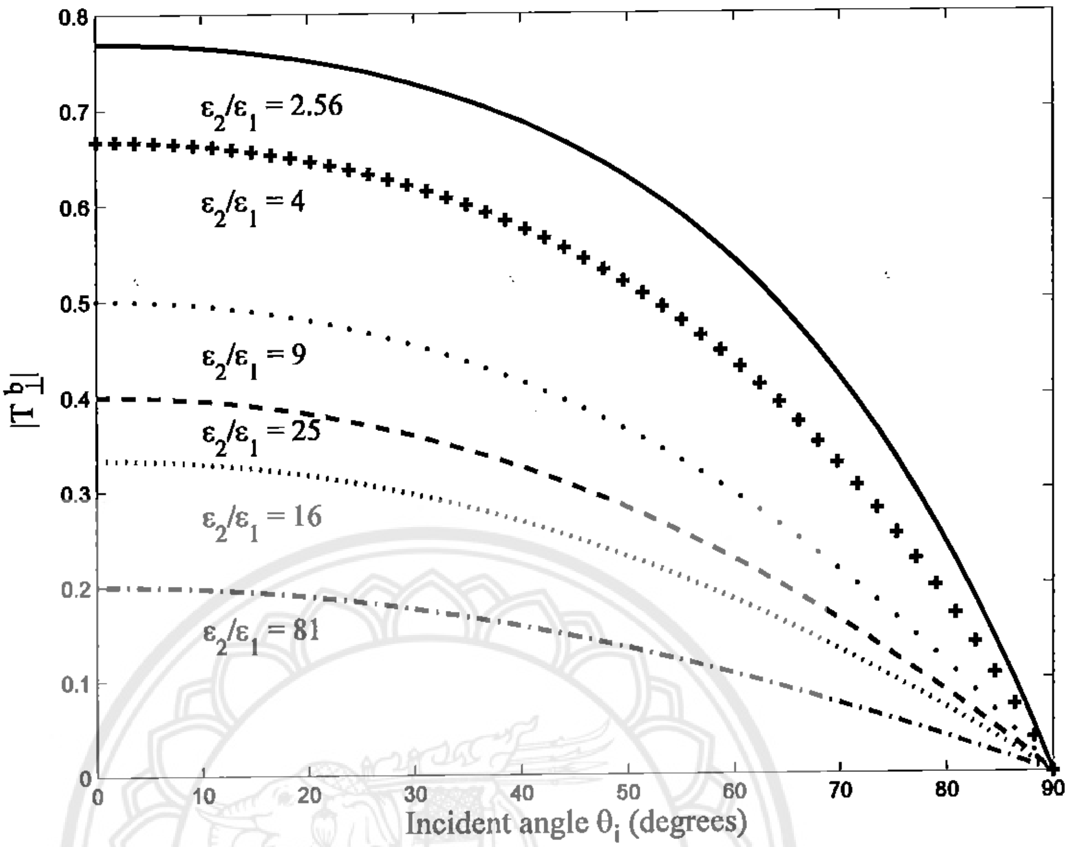


รูปที่ 3.3 คลื่นระนาบสม่ำเสมอมีการโพลาไรซ์ตั้งฉากเดินทางทำมุมเอียงมาตกกระทบรอยต่อ



รูปที่ 3.4 ขนาดของสัมประสิทธิ์การสะท้อน $\Gamma_\perp^b$ เป็นฟังก์ชันของมุมตกกระทบ

รูปที่ 3.4 แสดงขนาดของสัมประสิทธิ์การสะท้อน $\left|\Gamma_\perp^b\right|$ ณ รอยต่อระหว่างตัวกลาง ที่ค่า $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ ต่างๆ เมื่อแปรเปลี่ยนมุมตกกระทบ θ_i จาก 0 ถึง 90 องศา แกนนอนแสดงมุมตกกระทบ แกนตั้งแสดงขนาดของสัมประสิทธิ์การสะท้อน ซึ่งคำนวณตามสมการ (2.41) สำหรับทุกค่าของ $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ ในกราฟ เมื่อมุมตกกระทบ θ_i เพิ่มขึ้น ขนาดของสัมประสิทธิ์การสะท้อน $\left|\Gamma_\perp^b\right|$ จะมีค่าสูงขึ้น และจะลู่เข้าสู่ $\left|\Gamma_\perp^b\right| = 1$ ค่าของ $\Gamma_\perp^b$ ที่คำนวณตามสมการ (2.42) มีค่าเป็นลบ ซึ่งแสดงว่าคลื่นสะท้อนจะกลับเฟสกับคลื่นตกกระทบรอยต่อ เมื่อพิจารณาที่มุมตกกระทบเดียวกันที่ไม่เท่ากับ 90 องศา จะพบว่า $\left|\Gamma_\perp^b\right|$ จะมีค่าเพิ่มขึ้น เมื่อ $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ เพิ่มขึ้น ผลที่ได้นี้จะสอดคล้องกับการตกกระทบแบบตั้งฉาก และสอดคล้องกับลักษณะทางกายภาพ กล่าวคือ ขนาดของคลื่นสะท้อนจะเพิ่มสูงขึ้นเมื่อความไม่ต่อเนื่องระหว่างตัวกลางเพิ่มขึ้น

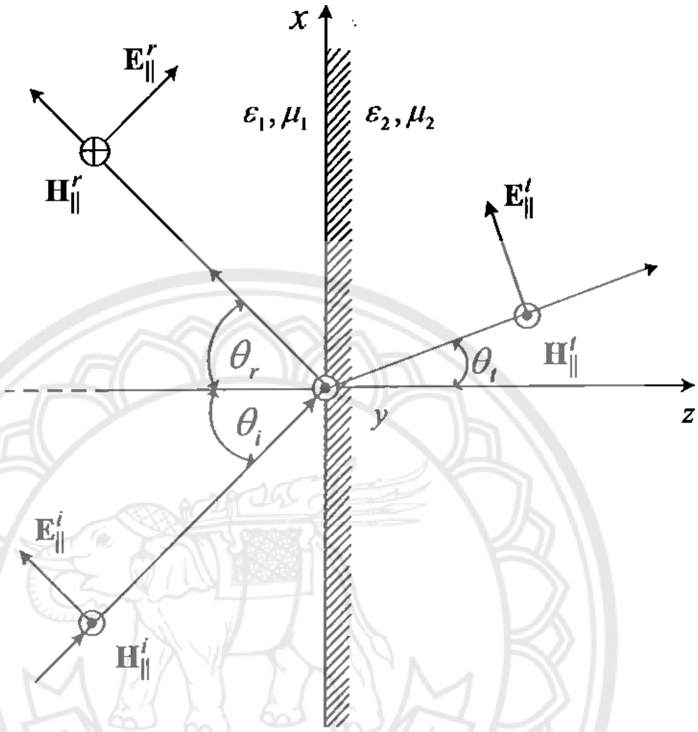


รูปที่ 3.5 ขนาดของสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน $T_\perp^b$ เป็นฟังก์ชันของมุมตกกระทบ

รูปที่ 3.5 แสดงขนาดสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน $\left|T_\perp^b\right|$ ณ รอยต่อระหว่างตัวกลาง ที่ค่า $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ ต่างๆ เมื่อแปรเปลี่ยนมุมตกกระทบ θ_i แปรเปลี่ยนจาก 0 ถึง 90 องศา เช่นเดียวกันกับรูปที่ 3.2 แกนนอนแสดงมุมตกกระทบ และแกนตั้งแสดงค่าของสัมประสิทธ์การส่งผ่าน คำนวณตามสมการ (2.42) สำหรับทุกค่าของ $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ ในกราฟ เมื่อมุมตกกระทบ θ_i เพิ่มขึ้น ขนาดของสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน $\left|T_\perp^b\right|$ จะมีค่าลดลง และจะลู่เข้าสู่ $\left|T_\perp^b\right| = 0$ ค่าของ $T_\perp^b$ เมื่อคำนวณตามสมการ (2.45) มีค่าเป็นบวก ซึ่งแสดงว่าคลื่นที่ส่งผ่านจะมีเฟสเดียวกับคลื่นที่มาตกกระทบรอยต่อ เมื่อพิจารณาที่มุมตกกระทบเดียวกันที่ไม่เท่ากับ 90 องศา จะพบว่า $\left|T_\perp^b\right|$ จะมีค่าลดลง เมื่อ $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ เพิ่มขึ้น ผลที่ได้นี้จะสอดคล้องกับการตกกระทบแบบตั้งฉาก และสอดคล้องกับลักษณะทางกายภาพ กล่าวคือ ขนาดของคลื่นส่งผ่านจะลดลงเมื่อความไม่ต่อเนื่องระหว่างตัวกลางเพิ่มขึ้น

3.3 โพลาไรซ์แบบขนาน

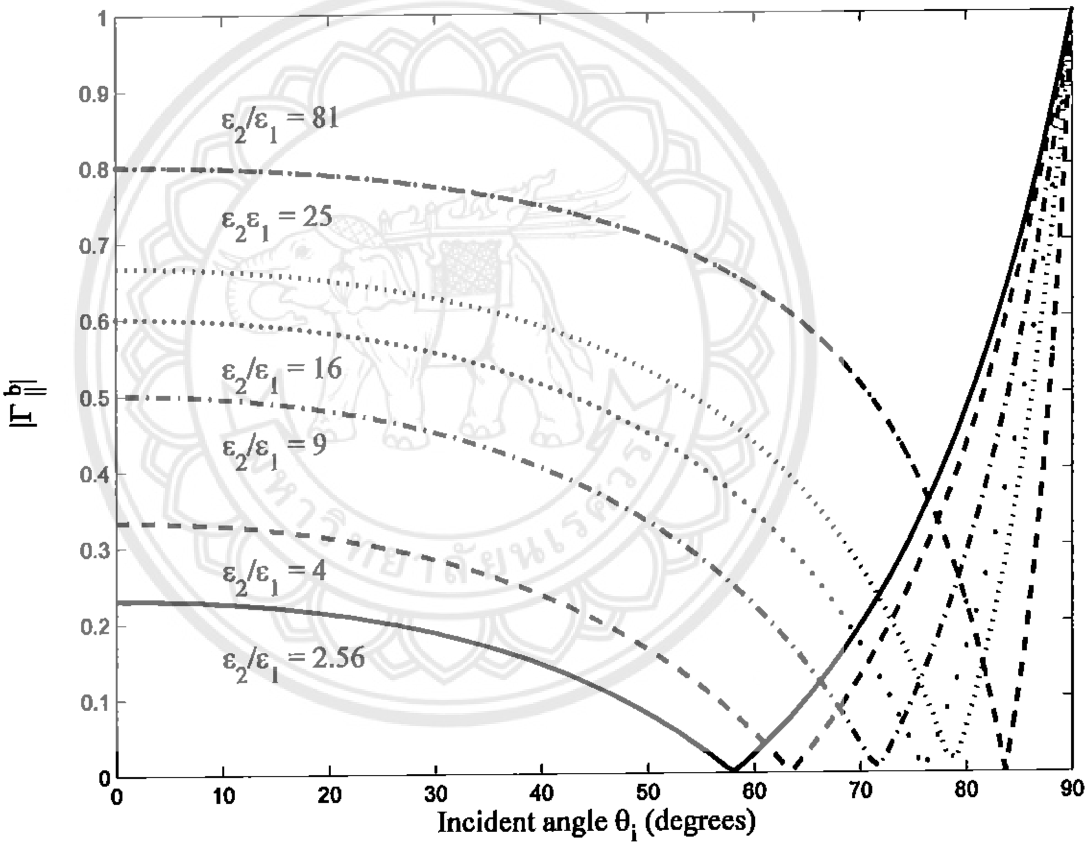
พิจารณาคลื่นระนาบสม่ำเสมอที่มีโพลาไรเซชันแบบขนานเดินทางทำมุมเอียงตกกระทบรอยต่อระหว่างตัวกลาง ดังแสดงดังรูปที่ 3.6



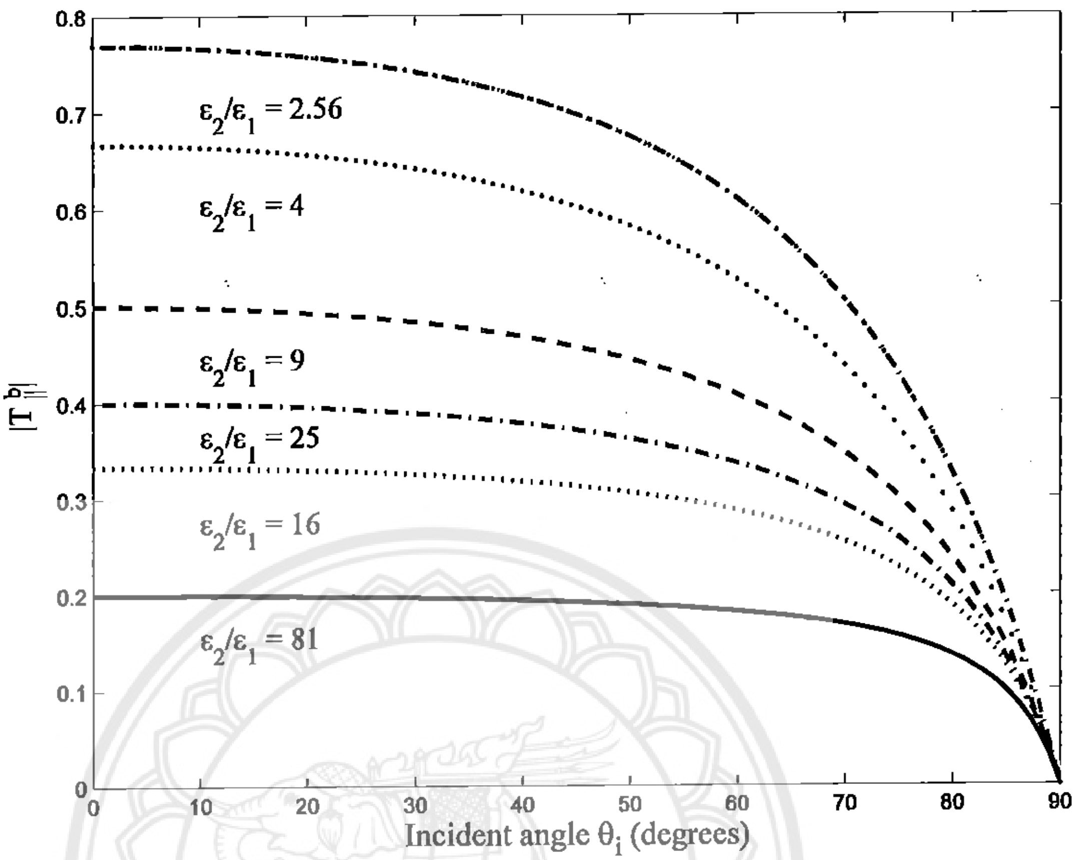
รูปที่ 3.6 คลื่นระนาบสม่ำเสมอมีการโพลาไรซ์แบบขนานเดินทางทำมุมเอียงมาตกกระทบรอยต่อ

ขนาดของสัมประสิทธิ์การสะท้อนและสัมประสิทธิ์การส่งผ่านสำหรับกรณีการโพลาไรซ์ขนาน สามารถหาได้จากสมการ (2.63) และ (2.64) เมื่อคำนวณโดยใช้โปรแกรม MATLAB ที่แสดงไว้ในภาคผนวก (ง) พร้อมกับแปรเปลี่ยนค่ามุม θ_i และอัตราส่วนของค่า $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ จะได้ค่าของขนาดสัมประสิทธิ์การสะท้อน $\Gamma_{\parallel}^{b}$ และสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน $T_{\parallel}^{b}$ แสดงได้ดังรูปที่ 3.7 และ 3.8

รูปที่ 3.7 แสดงขนาดของสัมประสิทธิ์การสะท้อน $\left|\Gamma_{\parallel}^{b}\right|$ ณ รอยต่อระหว่างตัวกลาง ที่ค่า $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ ต่างๆ เมื่อแปรเปลี่ยนมุมตกกระทบ θ_i จาก 0 ถึง 90 องศา แกนนอนแสดงมุมตกกระทบ และแกนตั้งแสดงค่าของสัมประสิทธิ์การสะท้อน จะเห็นได้ว่า เมื่อมุมกระทบมีค่ามากขึ้นจาก 0 องศา ขนาดของสัมประสิทธิ์จะมีค่าลดลงจนกระทั่งมีค่าต่ำสุดที่ซึ่งค่าขนาดของสัมประสิทธิ์มีค่าเป็นศูนย์ มุมตกกระทบ ณ ตำแหน่งนี้มีชื่อเรียกว่า มุมบริวสเตอร์ (Brewster angle) และถ้ามุมตกกระทบมีค่ามากกว่ามุมบริวสเตอร์นี้ออกไป ขนาดของสัมประสิทธิ์การสะท้อนจะมีค่าเพิ่มสูงขึ้น และจะเข้าสู่หนึ่ง เมื่อมุมตกกระทบมีค่า 90 องศา เมื่อตรวจสอบสัมประสิทธิ์การสะท้อนตาม สมการ (2.63) จะพบว่า มีเครื่องหมายเป็นลบแสดงว่าคลื่นสะท้อนจะกลับเฟสกับคลื่นตกกระทบรอยต่อ



รูปที่ 3.7 ขนาดของสัมประสิทธิ์การสะท้อน $\Gamma_{\parallel}^{b}$ เป็นฟังก์ชันของมุมตกกระทบ



รูปที่ 3.8 ขนาดของสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน $T_{||}^b$ เป็นฟังก์ชันของมุมตกกระทบ

รูปที่ 3.8 แสดงขนาดของสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน $\left|T_{||}^b\right|$ ณ รอยต่อระหว่างตัวกลาง ที่ค่า $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ ต่างๆ เมื่อแปรเปลี่ยนมุมตกกระทบ θ_i โดยแปรเปลี่ยนจาก 0 ถึง 90 องศา แกนนอนแสดงมุมตกกระทบ และแกนตั้งแสดงค่าของสัมประสิทธ์การส่งผ่าน คำนวณตามสมการ (2.64) สำหรับทุกค่าของ $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ ในกราฟ เมื่อ มุมตกกระทบ θ_i เพิ่มขึ้น ขนาดของสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน $\left|T_{||}^b\right|$ จะมีค่าลดลง และจะลู่เข้าสู่ $\left|T_{||}^b\right| = 0$ ค่าที่ได้เมื่อคำนวณ $T_{||}^b$ ตามสมการ (2.64) มีค่าเป็นบวก ซึ่งแสดงว่าคลื่นที่ส่งผ่านจะมีเฟสเดียวกับคลื่นที่มาตกกระทบรอยต่อ เมื่อพิจารณาที่มุมตกกระทบเดียวกันที่ไม่เท่ากับ 90 องศา จะพบว่า $\left|T_{||}^b\right|$ จะมีค่าลดลง เมื่อ $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ เพิ่มขึ้น ผลที่ได้นี้จะสอดคล้องกับการตกกระทบแบบตั้งฉาก และสอดคล้องกับลักษณะทางกายภาพ กล่าวคือ ขนาดของคลื่นส่งผ่านจะลดลงเมื่อความไม่ต่อเนื่องระหว่างตัวกลางเพิ่มขึ้น

3.4 ผลของค่าคงตัวเฟส

พิจาณาการตกกระทบและการส่งผ่านในตัวกลางสองตัวกลาง หนึ่งรอยต่อ ที่ตัวกลางที่หนึ่ง คือ อวกาศว่าง มีค่าสภาพยอม และ ความซึมซาบได้เท่ากับ $\varepsilon_1 = \varepsilon_0$ และ $\mu_1 = \mu_0$ ตามลำดับ ตัวกลางที่สอง มีค่าสภาพยอม และความซึมซาบได้ $\varepsilon_2 = 2.56\varepsilon_0$ และ $\mu_2 = \mu_0$ คลื่นตกกระทบได้รับการป้อนเข้าสู่รอยต่อเป็นมุมเฉียง ดังแสดงในรูปที่ 2.5 จากการวิเคราะห์สำหรับกรณีมุมตกกระทบมากกว่ามุมวิกฤต $\theta_i > \theta_c$ ในหัวข้อ 2.4.2 ทำให้ได้คลื่นส่งผ่านสำหรับโครงสร้างนี้มีค่าเป็น

$$E_\perp^b\Big|_{\theta_i>\theta_c} = \hat{a}_y T_\perp^b E_0 \exp\left[-\beta_2 z\left(\sqrt{\frac{\mu_1\varepsilon_1}{\mu_2\varepsilon_2}\sin^2\theta_i - 1}\right)\right]\exp\left[-\beta_2 z\left(\sqrt{\frac{\mu_1\varepsilon_1}{\mu_2\varepsilon_2}}\sin\theta_i\right)\right]\Bigg|_{\theta_i>\theta_c} \tag{3.1}$$

$$E_\perp^b\Big|_{\theta_i>\theta_c} = \hat{a}_y T_\perp^b E_0 e^{-\alpha_e z} e^{-j\beta_e x} \tag{3.2}$$

เมื่อ

$$\beta_e = T_\perp^b E_0 \exp\left[-\beta_2 z\left(\sqrt{\frac{\mu_1\varepsilon_1}{\mu_2\varepsilon_2}}\sin\theta_i\right)\right] \tag{3.3}$$

$$\alpha_e = T_\perp^b E_0 \exp\left[-\beta_2 z\left(\sqrt{\frac{\mu_1\varepsilon_1}{\mu_2\varepsilon_2}\sin^2\theta_i - 1}\right)\right] \tag{3.4}$$

$$\beta_2 = 2\pi/\lambda \tag{3.5}$$

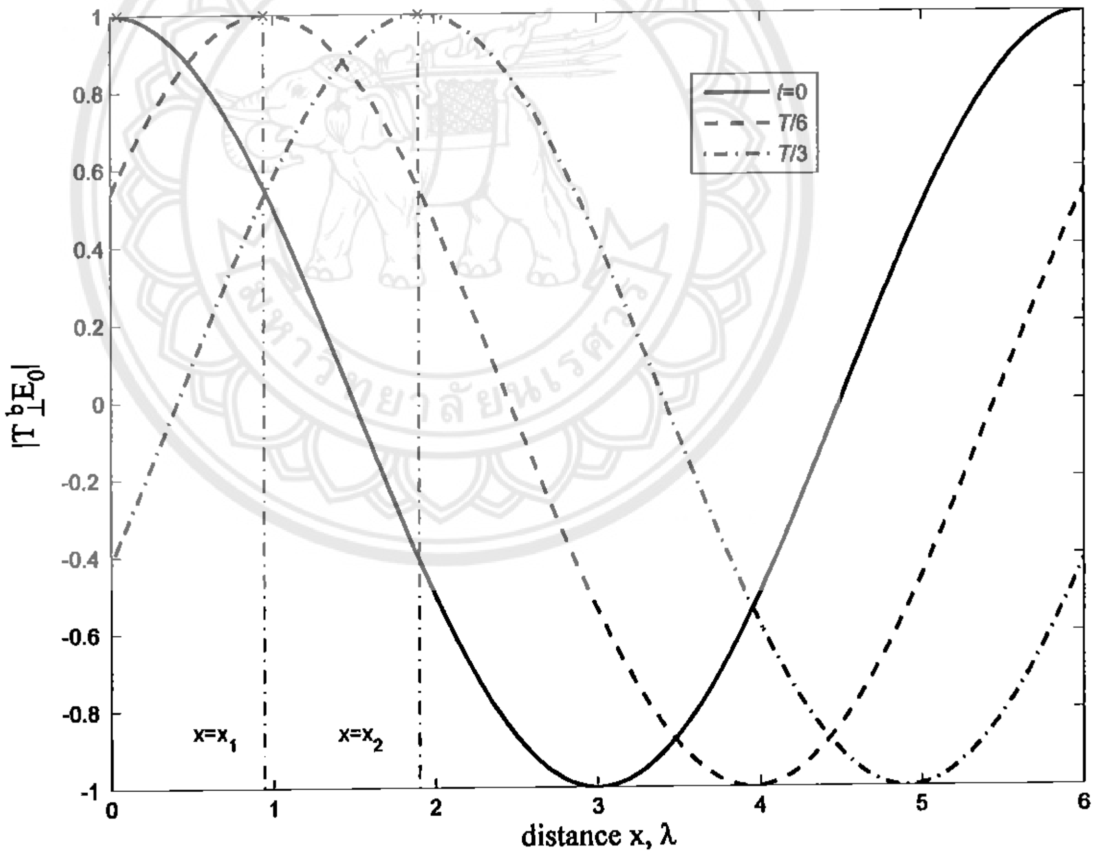
เพื่อที่จะศึกษาผลของค่าคงตัวเฟส β_e (constant phase) จะแปลง $T_\perp^b E_0 e^{-\alpha_e z} e^{-j\beta_e x}$ ให้อยู่ในรูปชั่วขณะ (instantaneous field) โดยนำพจน์นี้มาคูณกับ $e^{j\omega t}$ เพื่อความง่ายจะสมมติให้เฟสของ $T_\perp^b E_0$ มีค่าเป็นศูนย์จะได้ว่า $T_\perp^b E_0 e^{j0} e^{-\alpha_e z} e^{-j\beta_e x} e^{j\omega t} = \left|T_\perp^b E_0\right| e^{-\alpha_e z} e^{-j\beta_e x} e^{j\omega t}$ จากนั้นพิจารณาส่วนจริง ดังนี้

$$\mathscr{E}(x;t) = \mathrm{Re}\left\{T_\perp^b E_0 e^{-\alpha_e z} e^{-j\beta_e x} e^{j\omega t}\right\} = \mathrm{Re}\left\{\left|T_\perp^b E_0\right| e^{-\alpha_e z} e^{j(\omega t - \beta_e x)}\right\} = \left|T_\perp^b E_0\right| e^{-\alpha_e z}\cos(\omega t - \beta x) \tag{3.6}$$

เพื่อให้เห็นภาพของคลื่นที่กำลังเคลื่อนที่ง่ายขึ้นจะสมมติให้ค่าคงตัวการลดทอนเท่ากับศูนย์ $\alpha = 0$ ดังนั้นสมการจะลดรูปเป็น $\mathscr{E}(x;t) = \left|T_\perp^b E_0\right|\cos(\omega t - \beta x)$

รูปที่ 3.9 แสดงผลของค่าคงตัวเฟสต่อสนามไฟฟ้า โดยอาศัยสมการ (2.100f) แกนนอนแสดงระยะทางตามแนว x ซึ่งได้รับการแปรเปลี่ยนจาก 0λ ถึง 9λ ซึ่งในที่นี้ระยะทางจะอยู่ในรูปของระยะทางเชิงไฟฟ้าคือความยาวคลื่น แกนตั้งแสดงแอมปิจูดของสนามไฟฟ้า ณ เวลา $t=0,\ T/6$ และ $T/3$ เมื่อ T คือคาบของสัญญาณไซนูซอยด์ กากบาทได้รับการวางบนยอดคลื่น ณ เวลาเท่ากับ 0 และตำแหน่ง $x=0$ และเรียกตำแหน่งนี้ว่าจุดเริ่มต้น

เมื่อเวลาผ่านพ้นไปจะเห็นเครื่องหมายกากบาทเลื่อนออกไปจากจุดเริ่มต้น จากซ้ายไปขวาในทิศ $+z$ ที่จุด $x=x_1$ จะมีเฟสเท่ากับเฟส ณ จุดเริ่มต้นที่เวลา $t=0$ ก็ต่อเมื่อเวลาผ่านพ้นไปแล้ว $T/6$ และที่จุด $x=x_2$ จะมีเฟสเท่ากับเฟส ณ จุดเริ่มต้นที่เวลา $t=0$ ก็ต่อเมื่อเวลาผ่านพ้นไปแล้ว $T/3$ แต่ละจุดตลอดความยาว เฟสจะไม่เท่ากับเฟสที่เพิ่งจะออกจากจุดเริ่มต้นในทันทีทันใด แต่จะถูกประวิงไว้เป็นช่วงเวลาหนึ่ง จะเห็นได้ว่าผลของ β ทำให้คลื่นมีการเคลื่อนที่ และทำให้แต่ละจุดตลอดความยาว เฟสจะได้รับการประวิงไว้เป็นช่วงเวลาหนึ่งจึงจะเท่ากับเฟสจากจุดเริ่มต้น



รูปที่ 3.9 ผลของค่าคงตัวเฟส ต่อสนามไฟฟ้า

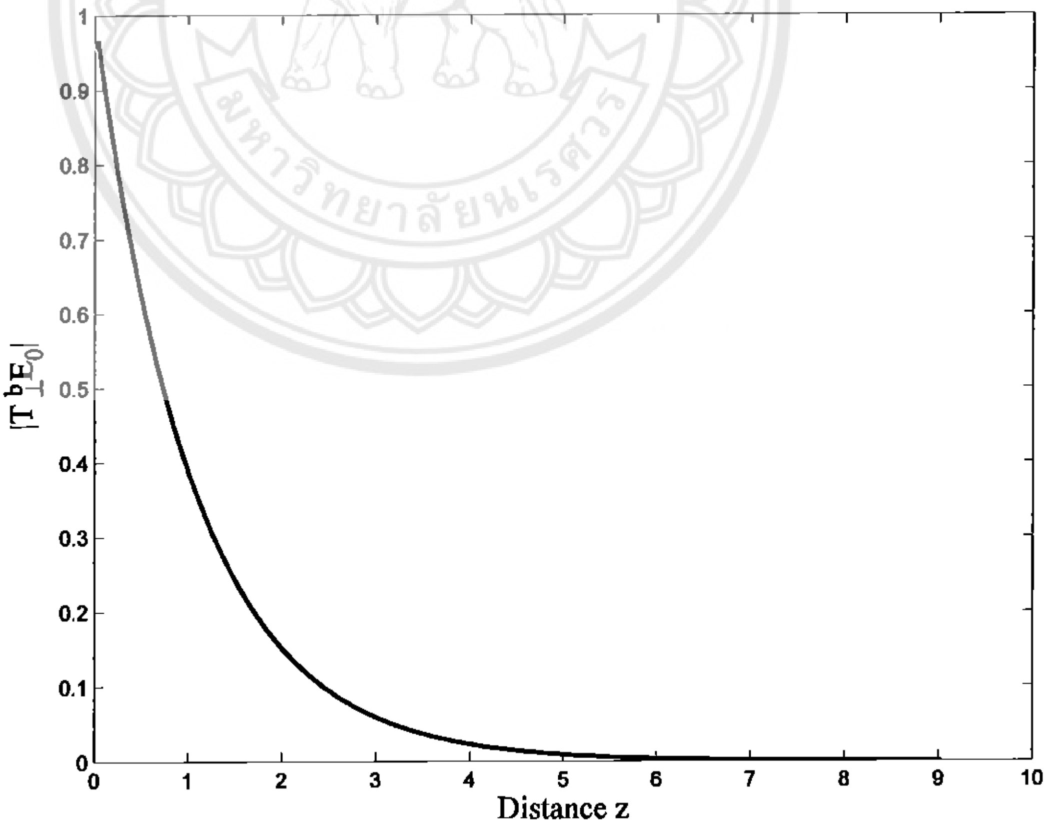
3.5 ผลของค่าคงตัวการลดทอน

กำหนดให้คลื่นตกกระทบมีมุมตกกระทบมากกว่ามุมวิกฤต $\theta_i > \theta_c$ ตกกระทบโครงสร้างตามรูปที่ 2.5 ยังผลให้ได้คลื่นส่งผ่าน มีค่าตามสมการ (2.99) พจน์ $T_{\perp}^{b}E_0$ ที่ปรากฏในสมการ (2.100f) เป็นปริมาณเฟสเซอร์ นั่นคือ $T_{\perp}^{b}E_0$ จะประกอบด้วยขนาดและมุมเฟส เพื่อความง่าย ในที่นี้ จะสมมติให้เฟสของ $T_{\perp}^{b}E_0$ มีค่าเป็นศูนย์ จะได้ว่า

$$T_{\perp}^{b}E_0 e^{-\alpha_c z} e^{-j\beta_c x} = \left|T_{\perp}^{b}E_0\right| e^{j0} e^{-\alpha_c z} e^{-j\beta_c x} = \left|T_{\perp}^{b}E_0\right| e^{-\alpha_c z} e^{-j\beta_c x} \tag{3.7}$$

เพื่อที่จะศึกษาผลของค่าคงตัวการลดทอน จะนำขนาดของสนามไฟฟ้า $\left|T_{\perp}^{b}E_0\right| e^{-\alpha_c z}$ ในสมการ (2.99) มาวาดเป็นกราฟเทียบกับระยะทาง z ทำให้ได้กราฟดังแสดงในรูปที่ 3.10

รูปที่ 3.10 แสดงผลของค่าคงตัวการลดทอน โดยแปรเปลี่ยนระยะทาง z จะเห็นได้ว่าที่จุดเริ่มต้น $z = 0$ ขนาดของสนามไฟฟ้าจะมีค่าเท่ากับ $\left|T_{\perp}^{b}E_0\right|$ ค่านี้จะลดลงอย่างเอกซ์โพเนนเชียล จากจุดเริ่มต้น ไปยังจุดสุดท้าย ณ $z = 9\lambda$ พจน์ α ที่เป็นค่าบวก แสดงถึงการลดทอนที่เกิดขึ้น จึงได้รับการเรียกว่า "ค่าคงตัวการลดทอน (attenuation constant)"



รูปที่ 3.10 ผลของค่าคงตัวการลดทอน

3.6 การสะท้อนและการส่งผ่านคลื่นในหลายรอยต่อ

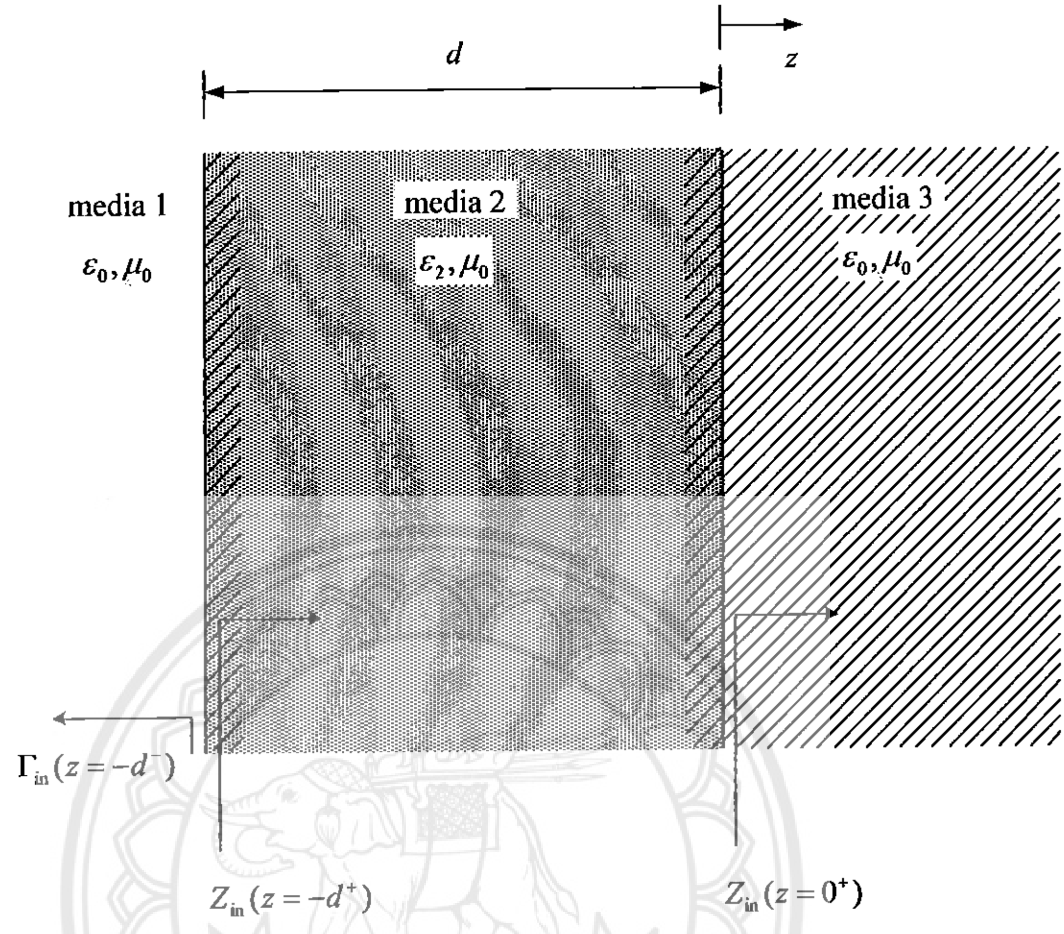
ในหัวข้อนี้จะวิเคราะห์คลื่นในตัวกลางที่มีหลายรอยต่อ ตัวอย่างที่ใช้คือวิธีที่หนึ่ง โครงสร้างที่มีสามตัวกลาง สองรอยต่อ ตัวกลางไม่มีการสูญเสีย และมีโครงสร้างตามรูปที่ 3.11 ตัวกลางที่หนึ่งและตัวกลางที่สองเป็นอวกาศว่าง สภาพยอมเท่ากับ ε_0 ตัวกลางที่สองเป็นสารไดอิเล็กตริก มีความหนาเท่ากับ d ในที่นี้กำหนดให้มีค่าเท่ากับ 0.009375 cm มีสภาพยอมสัมพัทธ์เท่ากับ $\varepsilon_2 = 2.56$ ตัวกลางทั้งสามตัวมีค่าความซึมซาบได้เท่ากันทั้งหมด และเท่ากับ $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ ค่าของอวกาศว่าง หรือ $\mu_1 = \mu_0$ คลื่นตกกระทบจะได้รับการกำหนดให้เดินทางในลักษณะตั้งฉากจากทางด้านซ้ายเข้าสู่รอยต่อ

สัมประสิทธิ์การสะท้อน สำหรับโครงสร้างนี้ สามารถหาได้สองวิธี วิธีแรกเป็นวิธีที่อาศัยความไม่ต่อเนื่องของอิมพีแดนซ์ และอีกวิธีหนึ่งเป็นวิธีที่อาศัยการติดตามรังสี มีรายละเอียดดังนี้

3.6.1 การสะท้อนโดยอาศัยความไม่ต่อเนื่องของอิมพีแดนซ์

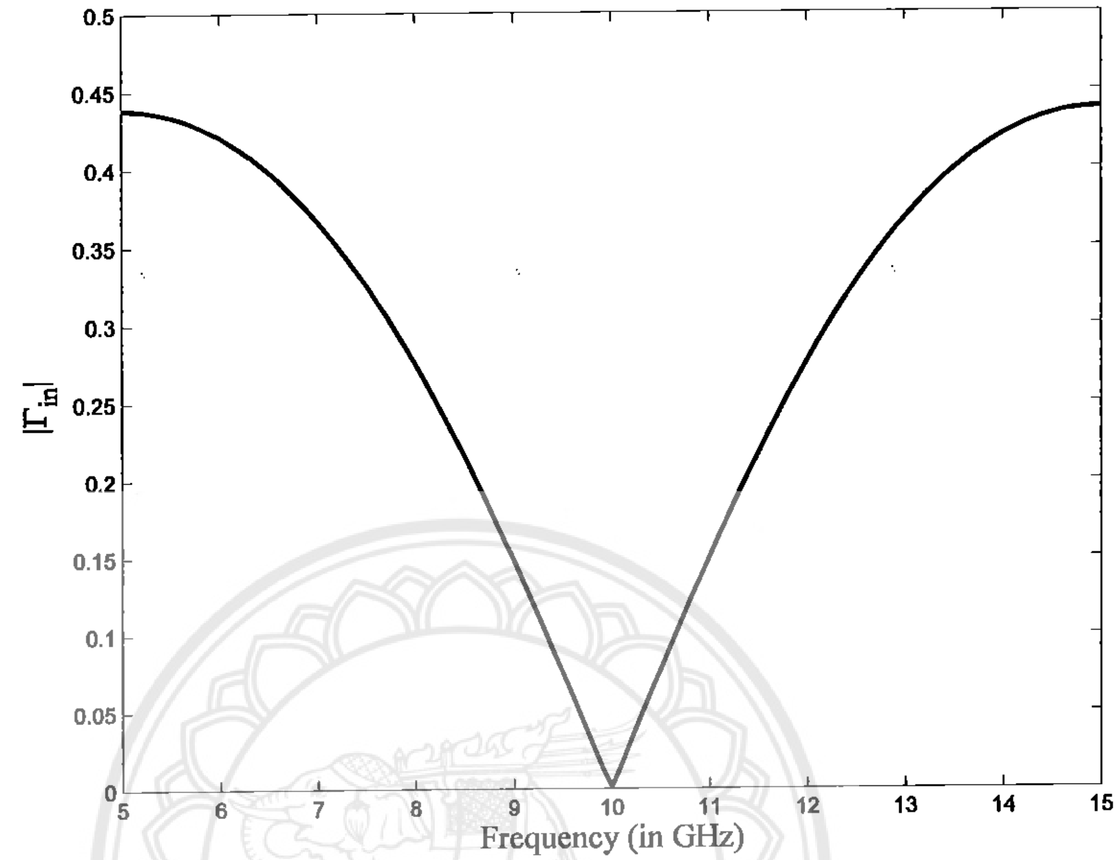
สำหรับการวิเคราะห์โดยอาศัยความไม่ต่อเนื่องของอิมพิแดนซ์ จะใช้โครงสร้างตามรูปที่ 3.11 อินพุทอิมพีแดนซ์สามารถหาได้จาก ณ ตำแหน่ง $z = -d^-$ ทางด้านซ้ายเข้าสู่รอยต่อ สัมประสิทธิ์การสะท้อน ณ ตำแหน่ง $z = -d^-$ คำนวณได้ตามสมการ (2.109c)

การวิเคราะห์ทำให้ได้ค่าอินพุทสัมประสิทธิ์การสะท้อนกับฟังก์ชันของความถี่ดังสมการ (2.109c) เมื่อคำนวณด้วยการใช้โปรแกรม MATLAB ที่แสดงไว้ในภาคผนวก (ง) จะได้ค่าของอินพุทสัมประสิทธิ์การสะท้อน ดังแสดงในรูปที่ 3.12



รูปที่ 3.11 โครงสร้างสามตัวกลาง สองรอยต่อพร้อมคลื่นมาตกกระทบจากด้านซ้าย

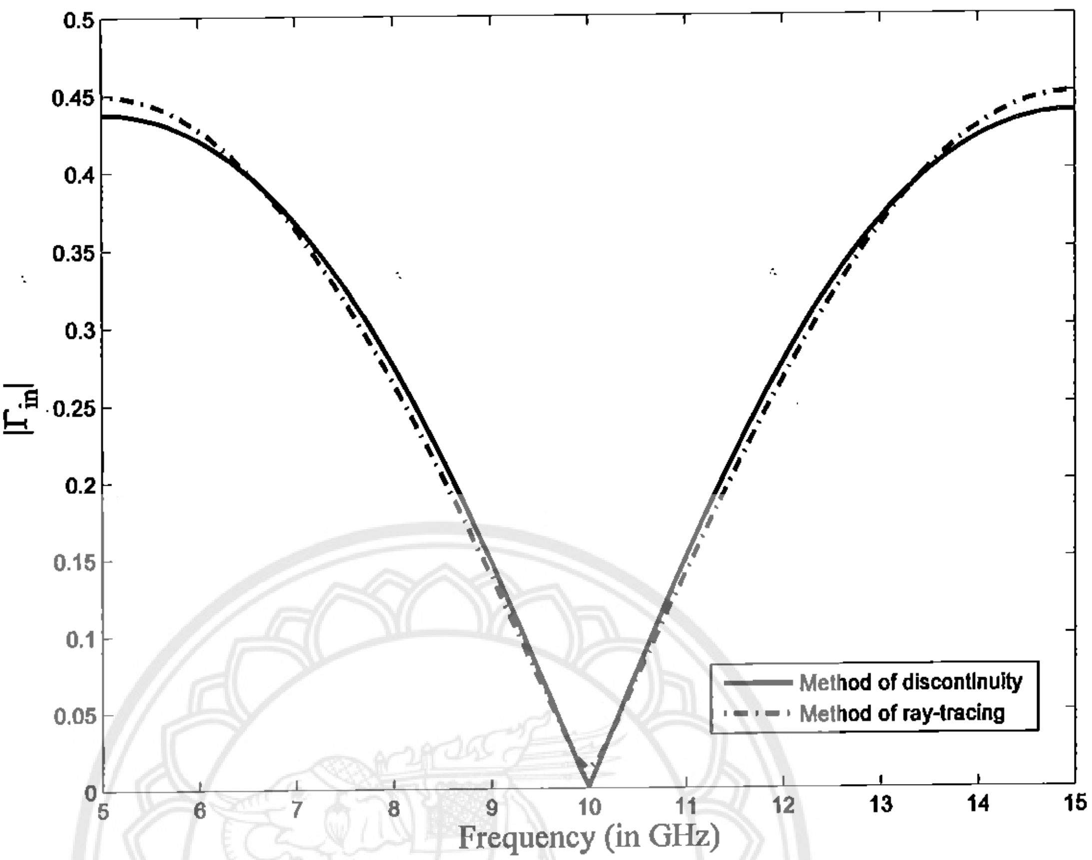
รูปที่ 3.12 แสดงอินพุทสัมประสิทธิ์การสะท้อนที่หาจากวิธีการของความไม่ต่อเนื่องของอิมพีแดนซ์ เมื่อแปรเปลี่ยนความถี่จาก 5 GHz ถึง 15 GHz แกนนอนแสดงความถี่ แกนตั้งแสดงขนาดของสัมประสิทธิ์การสะท้อน ณ อินพุท $\Gamma_{in}(z=-d^-)$ โดยอาศัยสมการ (2.109c) ด้วยโปรแกรม MATLAB ขนาดของสัมประสิทธิ์การสะท้อนมีค่าลดลง เมื่อความถี่แปรเปลี่ยนจาก 5 GHz ถึง 10 GHz จนกระทั่งมีค่าต่ำสุดที่ความถี่เท่ากับ 10 GHz ณ จุดนี้สัมประสิทธิ์การสะท้อนมีค่าเท่ากับศูนย์ แสดงให้เห็นว่าคลื่นส่งผ่านไปยังตัวกลางที่สองทั้งหมด เมื่อเพิ่มความถี่จาก 10 GHz ถึง 15 GHz จะพบว่า ขนาดของสัมประสิทธิ์การสะท้อนจะมีค่าสูงขึ้น กราฟจะมีความสมมาตรรอบแนวความถี่ 10 GHz



รูปที่ 3.12 ขนาดสัมประสิทธิ์การสะท้อน ณ อินพุท กับฟังก์ชันของความถี่

3.6.2 การสะท้อนโดยอาศัยการติดตามรังสี

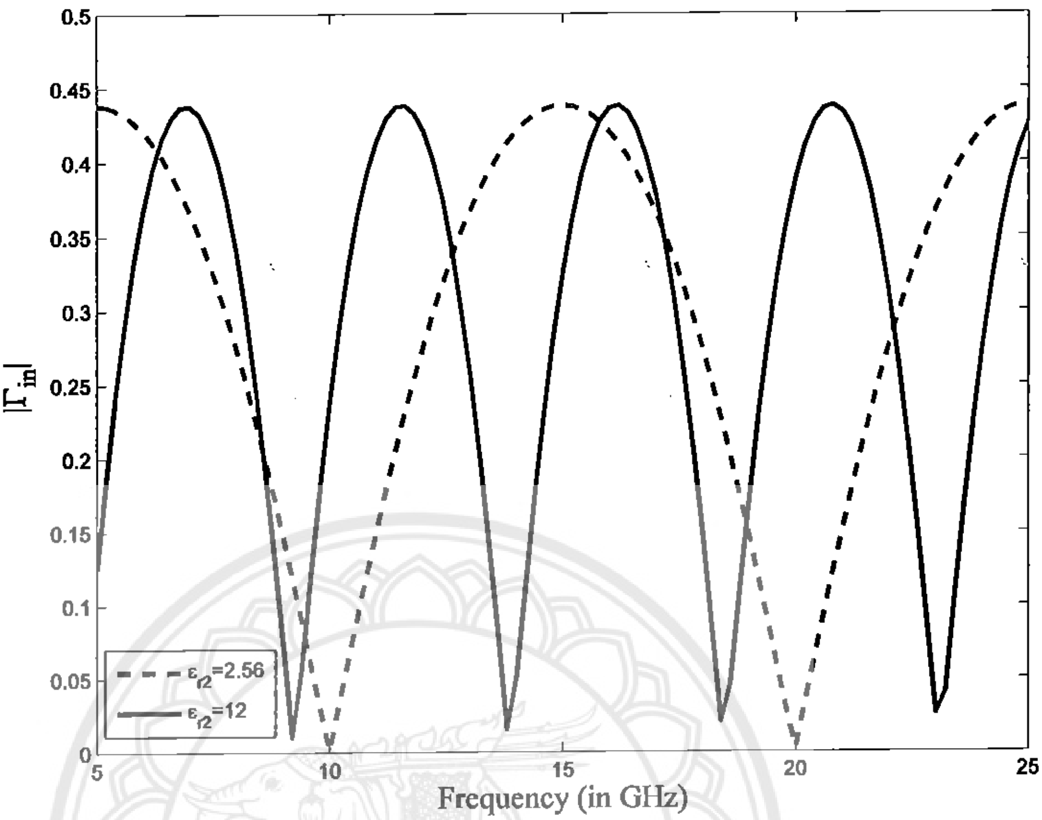
สัมประสิทธิ์การสะท้อนสามารถหาได้จากอีกวิธีหนึ่ง คืออาศัยการติดตามรังสีของคลื่น ดังแสดงในหัวข้อ 2.5.2 เมื่อพิจารณาในโครงสร้างเดียวกับในส่วนอาศัยความไม่ต่อเนื่องของอิมพีแดนซ์ ผลการวิเคราะห์สามารถแสดงเป็นกราฟได้ดังรูปที่ 3.13



รูปที่ 3.13 ขนาดสัมประสิทธิ์การสะท้อน ณ อินพุท กับฟังก์ชันของความถี่

รูปที่ 3.13 แสดงขนาดอินพุทสัมประสิทธิ์การสะท้อน เมื่อแปรเปลี่ยนความถี่จาก 5 GHz ถึง 15 GHz เส้นทึบแสดงสัมประสิทธิ์การสะท้อนที่อาศัยการติดตามรังสี เส้นประแสดงสัมประสิทธิ์การสะท้อนที่อาศัยความไม่ต่อเนื่องของอิมพีแดนซ์ สำหรับวิธีการติดตามรังสี จะพิจารณาการเคลื่อนที่ไปกลับสองรอบ ยังผลให้ได้สมการ (2.112) ผลการวิเคราะห์พบว่า กราฟทั้งสองมีค่าใกล้เคียงกันตลอดช่วงทั้งหมดของความถี่

รูปที่ 3.14 แสดงขนาดอินพุทสัมประสิทธิ์การสะท้อนที่หาจากความไม่ต่อเนื่องของอิมพีแดนซ์ เมื่อแปรเปลี่ยนความถี่จาก 5 GHz ถึง 25 GHz โดยอาศัยสมการ (2.109c), (2.112) สำหรับกรณี $\varepsilon_{r2} = 12$ (เส้นทึบ) ตลอดช่วงความถี่นี้ กราฟจะแสดงการเพิ่มขึ้นและการลดลงของขนาดสัมประสิทธิ์เป็นคาบ โดยมีค่าสูงสุดและต่ำสุดสลับกัน จุดสูงสุดมีอยู่ 4 ตำแหน่ง คือ ณ ความถี่ 7, 11.6, 16.2 และ 20.8 GHz จุดต่ำสุดมีอยู่ 4 ตำแหน่ง คือ ณ ความถี่ 9.2, 13.8, 18.4 และ 23 GHz ค่าของขนาดสัมประสิทธิ์ตามตำแหน่งที่กล่าวมามีค่าไม่เกินอันดับ 10^{-2} ซึ่งถือว่าเข้าใกล้ศูนย์ จุดต่ำสุดที่อยู่ติดกันมีอยู่ห่างกันเท่ากับ 3.6 GHz สำหรับกรณี $\varepsilon_{r2} = 2.56$ (เส้นประ) กราฟจะแสดงลักษณะการเพิ่มขึ้นและลดลง และการเกิดสลับกันของค่าสูงสุดและต่ำสุดเช่นเดียวกับ จุดสูงสุดมีอยู่ 3 ตำแหน่งคือ ณ ความถี่ 5, 10, 15 GHz จุดต่ำสุดมีอยู่ 2 ตำแหน่ง คือ



รูปที่ 3.14 ขนาดสัมประสิทธิ์การสะท้อนจากวิธีความไม่ต่อเนื่องของอิมพีแดนซ์

ณ ความถี่ 10 และ 20 GHz ค่าของขนาดสัมประสิทธิ์ ณ ทุกตำแหน่งมีค่าไม่เกินอันดับ 10^{-2} จุดต่ำสุดที่อยู่ติดกันมีระยะห่าง 10 GHz จะเห็นได้ว่าเมื่อ ε_{r2} มีค่าเพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ระยะระหว่างจุดต่ำสุดที่อยู่ติดกันมีค่าลดลง

บทที่ 4
สรุปผลการวิเคราะห์และข้อเสนอแนะ

4.1 สรุปผลการวิเคราะห์

การสะท้อนและการส่งผ่านของคลื่นระหว่างตัวกลางที่ไม่มีการสูญเสีย บนรอยต่อแบบราบเรียบ ได้รับการศึกษา คลื่นตามขวางได้รับการกำหนดให้ตกกระทบในลักษณะตั้งฉากและตกกระทบทำมุมเอียงลงบนรอยต่อของสองตัวกลาง ผลการวิเคราะห์สำหรับกรณีแรกแสดงให้เห็นว่า คลื่นจะสะท้อนกลับเพิ่มขึ้น และส่งผ่านไปยังตัวกลางถัดไปลดลง เมื่อความแตกต่างระหว่างอิมพิแดนซ์มีค่าสูงขึ้น สำหรับการตกกระทบทำมุมเอียง จะแยกเป็นสองกรณีคือ คลื่นตกกระทบที่มีการโพลาไรซ์แบบตั้งฉากและที่มีการโพลาไรซ์แบบขนาน พบว่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนจะเพิ่มขึ้นในขณะที่สัมประสิทธิ์การส่งผ่านจะลดลง สำหรับการส่งผ่านหมดจะเกิดขึ้นเมื่อคลื่นแพร่กระจายจากตัวกลางที่หนาแน่นมากกว่าไปยังตัวกลางที่หนาแน่นน้อยกว่า และสำหรับการโพลาไรซ์ทั้งสองแบบ มุมสะท้อนกลับหมดจะมีรูปแบบสูตรเดียวกันและขึ้นกับความสัมพันธ์ปรุงแต่งของตัวกลาง มุมบริวสเตอร์คือมุมหนึ่งที่ซึ่งคลื่นสะท้อนสูญไป มุมบริวสเตอร์จะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อการโพลาไรซ์ของคลื่นเป็นแบบขนานเท่านั้น สำหรับผลของค่าคงตัวเฟส พบว่าค่าคงตัวเฟส จะทำให้คลื่นมีการเคลื่อนที่ และทำให้แต่ละจุดตลอดความยาว เฟสจะได้รับการประวิงไว้เป็นช่วงเวลาหนึ่งจึงจะเท่ากับเฟสจากจุดเริ่มต้น และสำหรับผลของค่าคงตัวการลดทอน พบว่าขนาดของสนามไฟฟ้าจะลดลงอย่างเอกซ์โพเนนเชียลจากจุดเริ่มต้น ไปยังจุดสุดท้าย แสดงถึงการลดทอนที่เกิดขึ้น การสะท้อนและส่งผ่านคลื่นในหลายรอยต่อสามารถหาได้สองวิธี วิธีแรกจะอาศัยความไม่ต่อเนื่องของอิมพีแดนซ์ และวิธีที่สองคือการติดตามรังสี วิธีติดตามรังสีแสดงการขึ้นอยู่กับความถี่ของสัมประสิทธิ์การสะท้อนที่สอดคล้องเป็นอย่างดีกับผลที่ได้จากวิธีความไม่ต่อเนื่องของอิมพีแดนซ์

4.2 ข้อเสนอแนะ

การวิเคราะห์การสะท้อนและส่งผ่านของคลื่นระหว่างตัวกลางที่ไม่มีการสูญเสีย บนรอยต่อแบบราบเรียบ เป็นเพียงการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์โดยวิธีการทางทฤษฎี แต่เนื่องจากในการใช้งานจริงอาจมีปัจจัยภายนอกเข้ามาเกี่ยวข้อง เช่น ภูมิอากาศ สภาพแวดล้อม และปัจจัยอื่นๆที่อาจทำให้ผลการวิเคราะห์นี้มีความคลาดเคลื่อนไปบ้าง หากต้องการที่จะให้ข้อมูลเกี่ยวกับสมรรถนะขณะปฏิบัติงานได้ใกล้เคียงความจริงมากที่สุด ก็สามารถทำได้โดยการวัดและทดสอบในย่านทดสอบจริง

เอกสารอ้างอิง

[1] Constantine A. Balanis. (2005). Advanced engineering electromagnetics (Ed). United States of America: John Wiley & Sons.

[2] รศ.ดร.มนัส สังวรศิลป์ และคณะ. (2543). คู่มือการใช้งาน MATLAB ฉบับสมบูรณ์. (พิมพ์ครั้งที่ 1). นนทบุรี: สำนักพิมพ์อินโฟเพรส.

[3] โมไนย ไกรฤกษ์. (2544). วิศวกรรมคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า. (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์พิมพ์สวย.

[4] สุริภณ สมควรพาณิชย์, ขนิษฐา แซ่ตั้ง.(2541). สนามแม่เหล็กไฟฟ้า (Engineeringelectromagnetics). (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพมหานคร:สำนักพิมพ์พิมพ์ท้อป.

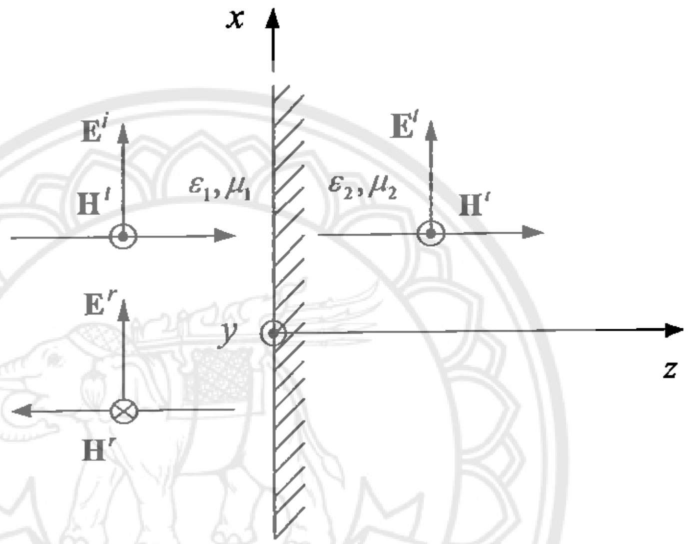
[5] ดร.กิตติพัฒน์ ตันตระรุ่งโรจน์ (2541). (พิมพ์ครั้งแรก) ทฤษฎีสายส่งไฟฟ้า.กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์พิมพ์ดี.

ภาคผนวก ก

สัมประสิทธิ์การสะท้อนและสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน

สัมประสิทธิ์การสะท้อนและสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน

กำหนดให้คลื่นระนาบตัวหนึ่งซึ่งสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กค่าเป็น **E** และ **H** กำลังตกกระทบรอยต่อ ระหว่างตัวกลางที่หนึ่ง และตัวกลางที่สอง มีสภาพยอมและความซึมซาบได้ของตัวกลางที่หนึ่ง เท่ากับ μ_1 และ ε_1 และตัวกลางที่สองมีค่าสภาพยอมและความซึมซาบได้เท่ากับ μ_2 และ ε_2 ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ ก.1



รูปที่ ก.1 คลื่นสะท้อนและคลื่นส่งผ่านเมื่อคลื่นตกกระทบตั้งฉากรอยต่อของตัวกลางสองชนิด

สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กเชิงอวกาศ สำหรับคลื่นตกกระทบในตัวกลางที่หนึ่ง ซึ่งเคลื่อนที่ในทิศ $+z$ สามารถเขียนได้ตามลำดับเป็น

$$\mathbf{E}^i = \hat{\mathbf{a}}_x E_0 e^{-j\beta_1 z} \tag{ก.1}$$

$$\mathbf{H}^i = \hat{\mathbf{a}}_y \frac{E_0}{\eta_1} e^{-j\beta_1 z} \tag{ก.2}$$

เมื่อ E_0 คือแอมปิจูดของคลื่นตกกระทบ และ η_1 คือ อิมพิแดนซ์ทรินซิก (intrinsic impedance) ของตัวกลางที่หนึ่ง คลื่นตกกระทบบางส่วนจะได้รับการส่งผ่านไปยังตัวกลางที่สอง ในที่นี้กำหนดให้มีค่าเป็น

$$\mathbf{E}^t = \hat{\mathbf{a}}_x T^b E_0 e^{-j\beta_2 z} \tag{ก.3}$$

$$\mathbf{H}^{t} = \hat{\mathbf{a}}_y \frac{T^b E_0}{\eta_2} e^{-j\beta_2 z} \tag{ก.4}$$

เมื่อ T^b คือสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน ณ รอยต่อ (transmission coefficient) และ η_2 คือ อิมพิแดนซ์ทรินซิก (intrinsic impedance) ของตัวกลางที่สอง คลื่นที่เหลือจะสะท้อนจากรอยต่อ และเคลื่อนที่ในทิศทาง $-z$ มีค่าดังนี้

$$\mathbf{E}^{r} = \hat{\mathbf{a}}_x \Gamma^b E_0 e^{+j\beta_1 z} \tag{ก.5}$$

$$\mathbf{H}^{r} = -\hat{\mathbf{a}}_y \frac{\Gamma^b E_0}{\eta_1} e^{+j\beta_1 z} \tag{ก.6}$$

เมื่อ Γ^b คือ สัมประสิทธิ์การสะท้อน (reflection coefficient) ณ รอยต่อ
บังคับเงื่อนไขขอบเขต ความต่อเนื่องสนามไฟฟ้าในแนวสัมผัสที่รอยต่อ ณ ตำแหน่ง $z=0$ หรือ $\left[\mathbf{E}^{i} + \mathbf{E}^{r}\right]_{z=0} = \mathbf{E}^{t}\Big|_{z=0}$ จากนั้นแทนค่าด้วย (ก.1), (ก.3) และ (ก.5) ทำให้ได้

$$1 + \Gamma^b = T^b \tag{ก.7}$$

บังคับเงื่อนไขขอบเขต ความต่อเนื่องสนามแม่เหล็กในในแนวสัมผัสที่รอยต่อ ณ ตำแหน่ง $z=0$ หรือ $\left[\mathbf{H}^{i} + \mathbf{H}^{r}\right]_{z=0} = \mathbf{H}^{t}\Big|_{z=0}$ แทนค่าด้วย (ก.2), (ก.4) และ (ก.6) ทำให้ได้

$$\frac{1}{\eta_1}\left(1 - \Gamma^b\right) = \frac{1}{\eta_2} T^b \tag{ก.8}$$

แทน T^b ใน (ก.8) ด้วย (ก.7) จะได้ว่า

$$\frac{1}{\eta_1}\left(1 - \Gamma^b\right) = \frac{1}{\eta_2}\left(1 + \Gamma^b\right) \tag{ก.9}$$

ทำให้ได้สัมประสิทธิ์การสะท้อนมีค่าเป็น

$$\Gamma^b = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} \tag{ก.10}$$

เพื่อที่จะหาค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน T^b ณ รอยต่อ จะแทน Γ^b ใน (ก.8) ด้วย (ก.7) จะได้ว่า

$$\frac{1}{\eta_1}\left[1-\left(T^b-1\right)\right]=\frac{1}{\eta_2}T^b \qquad \text{(ก.11)}$$

ทำให้ได้สัมประสิทธิ์การส่งผ่าน ณ รอยต่อ มีค่าเป็น

$$T^b=\frac{2\eta_2}{\eta_2+\eta_1} \qquad \text{(ก.12)}$$

ภาคผนวก ข

การสะท้อนและการส่งผ่านคลื่นในหลายรอยต่อ โดยอาศัยวิธีความไม่ต่อเนื่องของอิมพีแดนซ์

การสะท้อนและการส่งผ่านคลื่นในหลายรอยต่อ โดยอาศัยวิธีความไม่ต่อเนื่องของอิมพีแดนซ์

พิจารณาตัวกลางไม่มีการสูญเสีย และมีโครงสร้างตามรูปที่ ข.1 ตัวกลางมีทั้งหมดสามตัว ตัวกลางที่หนึ่ง สอง และสาม มีสภาพยอมเท่ากับ ε_1, ε_2 และ ε_3 และมีความซึมซาบได้เท่ากับ μ_1, μ_2 และ μ_3 ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ ข.1 รอยต่อระหว่างตัวกลางมีลักษณะราบเรียบ โดยที่ตัวกลางที่สองมีความหนาเท่ากับ d คลื่นตกกระทบจะได้รับการกำหนดให้เดินทางในลักษณะตั้งฉากเข้าสู่รอยต่อระหว่างตัวกลางที่สองและตัวกลางที่หนึ่ง ยังผลให้คลื่นบางส่วนเดินทางผ่านรอยต่อ และบางส่วนสะท้อนจากรอยต่อนี้ สัมประสิทธิ์การสะท้อนจะกำหนดโดยคุณสมบัติของตัวกลางตลอดโครงสร้าง ซึ่งสามารถหาได้สองวิธี ในที่นี้จะกล่าวถึงการอาศัยความไม่ต่อเนื่องของอิมพีแดนซ์ มีรายละเอียดดังนี้

พิจารณารูปที่ ข.1 เมื่อพิจารณา ณ ด้านขวาของรอยต่อระหว่างตัวกลางที่สองและตัวกลางที่สาม ในทิศทางไปสู่ตัวกลางที่สาม อิมพีแดนซ์ขาเข้า ณ ตำแหน่ง $Z_{\text{in}}(z=0^+)$ ดังแสดงในรูปที่ ข.1 จะมีค่าเท่ากับ η_3

$$Z_{\text{in}}(z=0^+) = \eta_3 = \sqrt{\frac{\mu_3}{\varepsilon_3}} \tag{ข.1}$$

อิมพีแดนซ์บนสาย (line impedance) ณ ระยะ d จากภาระ มีค่าเป็น

$$Z(d) = \eta_2 \frac{\eta_3 + \eta_2 \tanh j\beta d}{\eta_2 + \eta_3 \tanh j\beta d} \tag{ข.2}$$

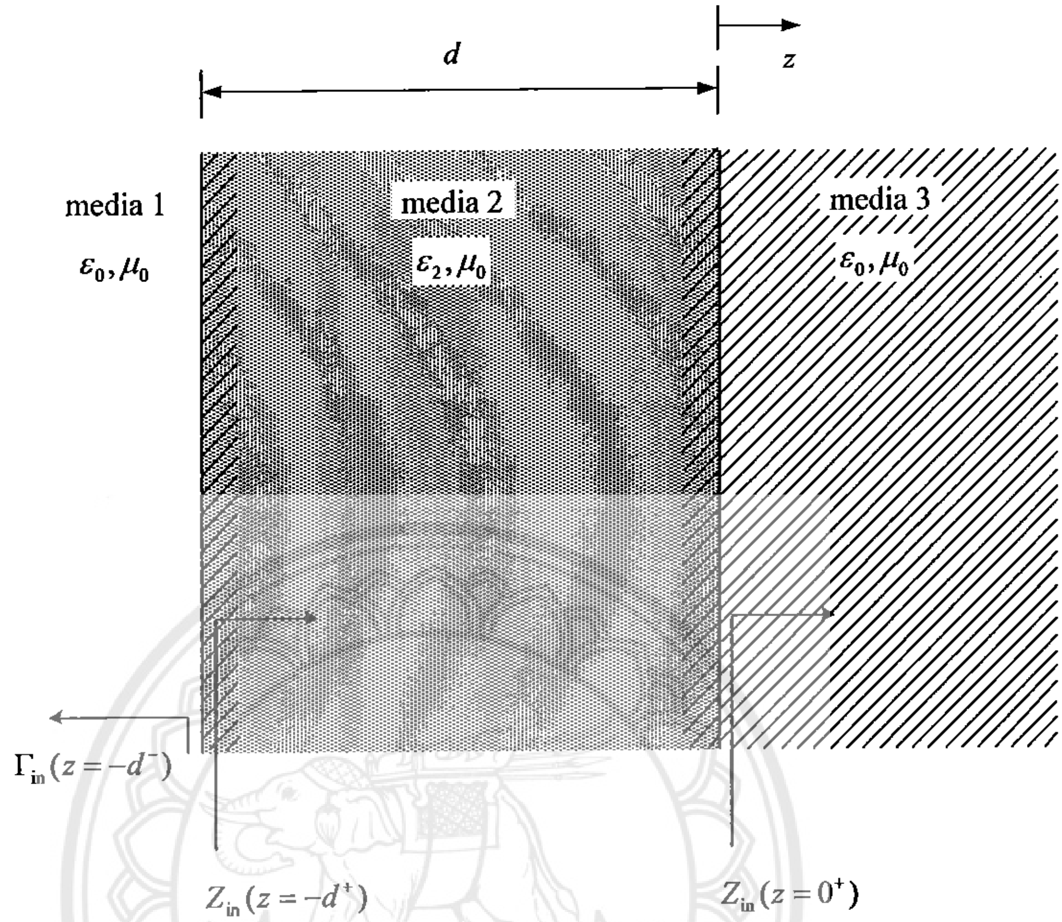
โดยอาศัย

$$\sinh j\beta d = j\sin\beta d \tag{ข.3}$$

$$\cosh j\beta d = \cos\beta d \tag{ข.4}$$

จะได้

$$Z(d) = \eta_2 \frac{\eta_3\cos(\beta d) + \eta_2 j\sin(\beta d)}{\eta_2\cos(\beta d) + \eta_3 j\sin(\beta d)} \tag{ข.5}$$



รูปที่ ข.1 สัมประสิทธิ์การสะท้อนที่เกิดขึ้นจากความไม่ต่อเนื่องของอิมพีแดนซ์ (method of discontinuity)

โดยอาศัย

$$\sin\beta d = \frac{e^{j\beta d} - e^{-j\beta d}}{2j} \tag{ข.6}$$

$$\cos\beta d = \frac{e^{j\beta d} + e^{-j\beta d}}{2j} \tag{ข.7}$$

จะได้ว่า

$$Z(d) = \eta_2 \frac{(\eta_3 + \eta_2)e^{j\beta d} + (\eta_3 - \eta_2)e^{-j\beta d}}{(\eta_3 + \eta_2)e^{j\beta d} + (\eta_3 - \eta_2)e^{-j\beta d}} \tag{ข.8}$$

ทำให้สัมประสิทธิ์การสะท้อน ณ ตำแหน่ง d จะมีค่าเท่ากับ

$$\Gamma_{in}(d) = \frac{Z(d)-\eta_1}{Z(d)+\eta_1} \tag{ข.9}$$

$$= \frac{\eta_2\left[(\eta_3+\eta_2)+(\eta_3-\eta_2)e^{-j2\beta d}\right]-\eta_1\left[(\eta_3+\eta_2)+(\eta_3-\eta_2)e^{-j2\beta d}\right]}{\eta_2\left[(\eta_3+\eta_2)+(\eta_3-\eta_2)e^{-j2\beta d}\right]+\eta_1\left[(\eta_3+\eta_2)+(\eta_3-\eta_2)e^{-j2\beta d}\right]} \tag{ข.10}$$

$$= \frac{\eta_2\eta_3+\eta_2^2+\eta_2\eta_3 e^{-j2\beta_1 d}-\eta_2^2 e^{-j2\beta_1 d}-\eta_1\eta_3-\eta_1\eta_2+\eta_1\eta_3 e^{-j2\beta_1 d}-\eta_1\eta_2 e^{-j2\beta_1 d}}{\eta_2\eta_3+\eta_2^2+\eta_2\eta_3 e^{-j2\beta_1 d}-\eta_2^2 e^{-j2\beta_1 d}+\eta_1\eta_3+\eta_1\eta_2-\eta_1\eta_3 e^{-j2\beta_1 d}+\eta_1\eta_2 e^{-j2\beta_1 d}} \tag{ข.11}$$

$$\Gamma_{in}(d) = \frac{(\eta_2-\eta_1)(\eta_3+\eta_2)+(\eta_2+\eta_1)(\eta_3-\eta_2)e^{-j2\beta_1 d}}{(\eta_2+\eta_1)(\eta_3+\eta_2)+(\eta_2-\eta_1)(\eta_3-\eta_2)e^{-j2\beta_1 d}} \tag{ข.12}$$

โดยใช้ความสัมพันธ์ของสมการ

$$\Gamma_{12} = \frac{\eta_2-\eta_1}{\eta_2+\eta_1} \tag{ข.13}$$

โดยที่ Γ_{12} เป็นสัมประสิทธิ์การสะท้อนจากตัวกลางที่สองไปยังตัวกลางที่หนึ่ง

และ

$$\Gamma_{23} = \frac{\eta_3-\eta_2}{\eta_3+\eta_2} \tag{ข.14}$$

จะเป็นสัมประสิทธิ์การสะท้อนที่ตัวกลางที่สามไปยังตัวกลางที่สอง

ทำให้สัมประสิทธิ์การสะท้อน ณ ตำแหน่ง d ดังแสดงในรูปที่ ข.1 จะมีค่าเท่ากับดังสมการข้างล่างนี้

$$\Gamma_{in}(d) = \frac{\Gamma_{12}+\Gamma_{23}e^{-j2\beta d}}{1+\Gamma_{12}\Gamma_{23}e^{-j2\beta d}} \tag{ข.15}$$

ภาคผนวก ค

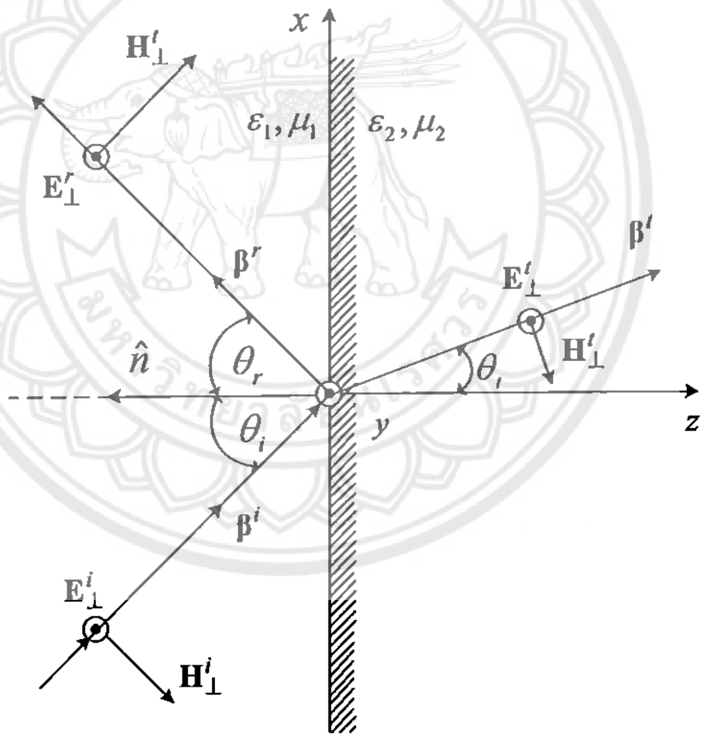
สัมประสิทธิ์การสะท้อนและสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน เมื่อคลื่นตกกระทบทำมุมเอียงกับรอยต่อ

สัมประสิทธิ์การสะท้อนและสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน เมื่อคลื่นตกกระทบทำมุมเอียงกับรอยต่อ

การวิเคราะห์การสะท้อนและการส่งผ่านที่มุมเอียงใดๆ ที่ทำกับรอยต่อ จะแยกพิจารณาเป็นสองกรณีคือ กรณีการโพลาไรซ์แบบตั้งฉาก และกรณีโพลาไรซ์แบบขนาน

ค.1 การโพลาไรซ์แบบตั้งฉาก

กรณีนี้สนามไฟฟ้าอยู่ในทิศทางตั้งฉากกับระนาบของการตกกระทบ สมมติให้สนามไฟฟ้าของคลื่นระนาบสม่ำเสมอ ตกกระทบบนรอยต่อที่เป็นระนาบระหว่างตัวกลางทั้งสอง โดยที่คลื่นทำมุมเอียงกับแนวตั้งฉากกับรอยต่อ ดังแสดงในรูปที่ ค.1



รูปที่ ค.1 คลื่นระนาบสม่ำเสมอมีการโพลาไรซ์แบบตั้งฉากเดินทางทำมุมเอียงมาตกกระทบรอยต่อ

สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่เดินทางมาตกกระทบแสดงได้ดังสมการ

$$\mathbf{E}_{\perp}^{i} = \hat{\mathbf{a}}_y E_{\perp}^{i} e^{-j\boldsymbol{\beta}^{i}\cdot\mathbf{r}} = \hat{a}_y E_0 e^{-j\beta_1(x\sin\theta_i + z\cos\theta_i)} \quad (ค.1)$$

$$\mathbf{H}_{\perp}^{i} = (-\hat{a}_x \cos\theta_i + \hat{a}_z \sin\theta_i) H_{\perp}^{i} e^{-j\boldsymbol{\beta}^{i}\cdot\mathbf{r}} \quad (ค.2)$$

$$= (-\hat{a}_x \cos\theta_i + \hat{a}_z \sin\theta_i) \frac{E_0}{\eta_1} e^{-j\beta_1(x\sin\theta_i + z\cos\theta_i)} \quad (ค.3)$$

เนื่องจากรอยต่อมีลักษณะราบเรียบสนามไฟฟ้าตกกระทบยังคงโพลาไรซ์เดิมไว้ทำให้สนามไฟฟ้าของคลื่นตกกระทบมีค่าเป็น

$$\mathbf{E}_{\perp}^{r} = \hat{\mathbf{a}}_y E_{\perp}^{r} e^{-j\boldsymbol{\beta}^{r}\cdot\mathbf{r}} = \hat{\mathbf{a}}_y \Gamma_{\perp}^{b} E_0 e^{-j\beta_1(x\sin\theta_r - z\cos\theta_r)} \quad (ค.4)$$

$$\mathbf{H}_{\perp}^{r} = (\hat{\mathbf{a}}_x \cos\theta_r + \hat{\mathbf{a}}_z \sin\theta_r) H_{\perp}^{r} e^{-j\boldsymbol{\beta}^{r}\cdot\mathbf{r}} \quad (ค.5)$$

$$= (\hat{\mathbf{a}}_x \cos\theta_r + \hat{\mathbf{a}}_z \sin\theta_r) \frac{\Gamma_{\perp}^{b} E_0}{\eta_1} e^{-j\beta_1(x\sin\theta_r - z\cos\theta_r)} \quad (ค.6)$$

ส่วนประกอบของคลื่นที่เดินทางเข้าไปยังตัวกลางที่สองแสดงได้ดังนี้

$$\mathbf{E}_{\perp}^{t} = \hat{\mathbf{a}}_y E_{\perp}^{t} e^{-j\boldsymbol{\beta}^{t}\cdot\mathbf{r}} = \hat{\mathbf{a}}_y T_{\perp}^{b} E_0 e^{-j\beta_2(x\sin\theta_t + z\cos\theta_t)} \quad (ค.7)$$

$$\mathbf{H}_{\perp}^{t} = (-\hat{\mathbf{a}}_x \cos\theta_t + \hat{\mathbf{a}}_z \sin\theta_t) H_{\perp}^{t} e^{-j\boldsymbol{\beta}^{t}\cdot\mathbf{r}} \quad (ค.8)$$

$$= (-\hat{\mathbf{a}}_x \cos\theta_t + \hat{\mathbf{a}}_z \sin\theta_t) \frac{T_{\perp}^{b} E_0}{\eta_2} e^{-j\beta_2(x\sin\theta_t + z\cos\theta_t)} \quad (ค.9)$$

บังคับเงื่อนไขขอบเขต ความต่อเนื่องของสนามแม่เหล็กในแนวสัมผัสที่รอยต่อ ณ ตำแหน่ง $z = 0$ หรือ $\left[\mathbf{E}_{\perp}^{i} + \mathbf{E}_{\perp}^{r}\right]_{z=0}^{\tan} = \mathbf{E}_{\perp}^{t}\Big|_{z=0}^{\tan}$ ทำให้ได้

$$1 + \Gamma_{\perp}^{b} = T_{\perp}^{b} \quad (ค.10)$$

บังคับเงื่อนไขขอบเขต ความต่อเนื่องของสนามแม่เหล็กในแนวสัมผัสที่รอยต่อ ณ ตำแหน่ง $z = 0$ หรือ $\left[\mathbf{H}_{\perp}^{i} + \mathbf{H}_{\perp}^{r}\right]_{z=0}^{\tan} = \mathbf{H}_{\perp}^{t}\Big|_{z=0}^{\tan}$ ทำให้ได้

$$\frac{\cos\theta_i}{\eta_1}\left(-1 + \Gamma_{\perp}^{b}\right) = -\frac{\cos\theta_t}{\eta_2} T_{\perp}^{b} \quad (ค.11)$$

แทน $T_{\perp}^{b}$ ใน (ค.13) ด้วย (ค.14) เพื่อหา $\Gamma_{\perp}^{b}$

$$\frac{\cos\theta_i}{\eta_1}\left(-1+\Gamma_{\perp}^{b}\right)=-\frac{\cos\theta_t}{\eta_2}\left(1+\Gamma_{\perp}^{b}\right) \qquad (ค.12)$$

$$-\frac{\cos\theta_i}{\eta_1}+\frac{\cos\theta_i\Gamma_{\perp}^{b}}{\eta_1}=-\frac{\cos\theta_t}{\eta_2}-\frac{\cos\theta_t\Gamma_{\perp}^{b}}{\eta_2} \qquad (ค.13)$$

$$\Gamma_{\perp}^{b}\left(\frac{\eta_2\cos\theta_i+\eta_1\cos\theta_t}{\eta_1\eta_2}\right)=\frac{\eta_2\cos\theta_i-\eta_1\cos\theta_t}{\eta_1\eta_2} \qquad (ค.14)$$

$$\Gamma_{\perp}^{b}=\frac{\eta_2\cos\theta_i-\eta_1\cos\theta_t}{\eta_2\cos\theta_i+\eta_1\cos\theta_t} \qquad (ค.15)$$

แทน $\Gamma_{\perp}^{b}$ ใน (ค.13) ด้วย (ค.14) เพื่อหา $T_{\perp}^{b}$

$$\frac{\cos\theta_i}{\eta_1}\left(-1+\Gamma_{\perp}^{b}\right)=-\frac{\cos\theta_t}{\eta_2}T_{\perp}^{b} \qquad (ค.16)$$

$$-\frac{\cos\theta_i}{\eta_1}+\frac{\cos\theta_i\left(T_{\perp}^{b}-1\right)}{\eta_1}=-\frac{\cos\theta_t}{\eta_2}T_{\perp}^{b} \qquad (ค.17)$$

$$\frac{\cos\theta_i T_{\perp}^{b}}{\eta_1}+\frac{\cos\theta_t T_{\perp}^{b}}{\eta_2}=\frac{\cos\theta_i}{\eta_1}+\frac{\cos\theta_i}{\eta_1} \qquad (ค.18)$$

$$T_{\perp}^{b}\left(\frac{\eta_2\cos\theta_i+\eta_1\cos\theta_t}{\eta_1\eta_2}\right)=\frac{2\cos\theta_i}{\eta_1} \qquad (ค.19)$$

$$T_{\perp}^{b}=\frac{2\eta_2\cos\theta_i}{\eta_2\cos\theta_i+\eta_1\cos\theta_t} \qquad (ค.20)$$

จะได้ผลลัพธ์ดังนี้

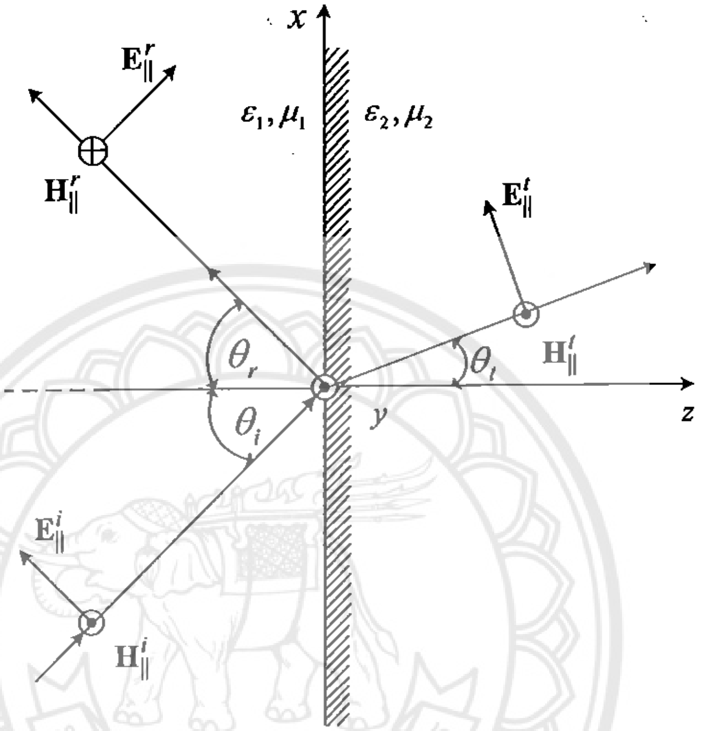
$$\Gamma_{\perp}^{b}=\frac{E_{\perp}^{r}}{E_{\perp}^{i}}=\frac{\eta_2\cos\theta_i-\eta_1\cos\theta_t}{\eta_2\cos\theta_i+\eta_1\cos\theta_t}=\frac{\sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}\cos\theta_i-\sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}\cos\theta_t}{\sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}\cos\theta_i+\sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}\cos\theta_t} \qquad (ค.21)$$

$$T_{\perp}^{b}=\frac{E_{\perp}^{t}}{E_{\perp}^{i}}=\frac{2\eta_2\cos\theta_i}{\eta_2\cos\theta_i+\eta_1\cos\theta_t}=\frac{2\sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}\cos\theta_i}{\sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}\cos\theta_i+\sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}\cos\theta_t} \qquad (ค.22)$$

เมื่อ $\Gamma_{\perp}^{b}$ และ $T_{\perp}^{b}$ เรียกว่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนและสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน ตามลำดับ

ค.2 การโพลาไรซ์แบบขนาน

พิจารณาคลื่นระนาบสม่ำเสมอที่มีโพลาไรเซชันแบบขนานเดินทางทำมุมเอียงตกกระทบรอยต่อระหว่างตัวกลาง ดังแสดงดังรูปที่ ค.2



รูปที่ ค.2 คลื่นระนาบสม่ำเสมอมีการโพลาไรซ์แบบขนานเดินทางทำมุมเอียง**มาตกกระทบรอยต่อ**

เมื่อแยกองค์ประกอบของสนามจะได้สนามไฟฟ้าตกกระทบและสนามแม่เห**ล็กตกกระทบดัง** **สม**การต่อไปนี้

$$\mathbf{E}_{\|}^{i} = (\hat{\mathbf{a}}_x \cos\theta_i - \hat{\mathbf{a}}_z \sin\theta_i) E_0 e^{-j\boldsymbol{\beta}^i \cdot \mathbf{r}} \tag{ค.23}$$

$$= (\hat{\mathbf{a}}_x \cos\theta_i - \hat{\mathbf{a}}_z \sin\theta_i) E_0 e^{-j\beta_1 (x\sin\theta_i + z\cos\theta_i)} \tag{ค.24}$$

และ

$$\mathbf{H}_{\|}^{i} = \hat{\mathbf{a}}_y H_{\|}^{i} e^{-j\boldsymbol{\beta}^i \cdot \mathbf{r}} = \hat{\mathbf{a}}_y \frac{E_0}{\eta_1} e^{-j\beta_1 (x\sin\theta_i + z\cos\theta_i)} \tag{ค.25}$$

สำหรับองค์ประกอบของสนามสะท้อนจะเขียนได้เป็น

$$\mathbf{E}_{\|}^{r} = \left(\hat{\mathbf{a}}_x \cos\theta_r + \hat{a}_z \sin\theta_r\right)E^r e^{-j\boldsymbol{\beta}^i\cdot\mathbf{r}} \tag{ค.26}$$

$$= \left(\hat{\mathbf{a}}_x \cos\theta_r + \hat{a}_z \sin\theta_r\right)\Gamma_{\|}^{b} E_0 e^{-j\beta_1\left(x\sin\theta_r - z\cos\theta_r\right)} \tag{ค.27}$$

และ

$$\mathbf{H}_{\|}^{r} = -\hat{\mathbf{a}}_y H_{\|}^{i} e^{-j\boldsymbol{\beta}^i\cdot\mathbf{r}} = -\hat{\mathbf{a}}_y \frac{\Gamma_{\|}^{b} E_0}{\eta_1} e^{-j\beta_1\left(x\sin\theta_r - z\cos\theta_r\right)} \tag{ค.28}$$

และองค์ประกอบของสนามที่ส่งผ่านไปในตัวกลางที่สองจะแสดงได้ดังนี้

$$\mathbf{E}_{\|}^{t} = \left(\hat{\mathbf{a}}_x \cos\theta_t - \hat{a}_z \sin\theta_t\right)E_{\|}^{t} e^{-j\boldsymbol{\beta}^t\cdot\mathbf{r}} \tag{ค.29}$$

$$= \left(\hat{\mathbf{a}}_x \cos\theta_t - \hat{a}_z \sin\theta_t\right)T_{\|}^{b} E_0 e^{-j\beta_2\left(x\sin\theta_t + z\cos\theta_t\right)} \tag{ค.30}$$

และ

$$\mathbf{H}_{\|}^{t} = \hat{\mathbf{a}}_y H_{\|}^{t} e^{-j\boldsymbol{\beta}^t\cdot\mathbf{r}} = \hat{\mathbf{a}}_y \frac{T_{\|}^{b} E_0}{\eta_1} e^{-j\beta_2\left(x\sin\theta_t + z\cos\theta_t\right)} \tag{ค.31}$$

บังคับเงื่อนไขขอบเขต ความต่อเนื่องของสนามแม่เหล็กในแนวสัมผัสที่รอยต่อ ณ ตำแหน่ง $z = 0$ หรือ $\left[\mathbf{E}_{\|}^{i} + \mathbf{E}_{\|}^{r}\right]_{\substack{\tan\\ z=0}} = \mathbf{E}_{\|}^{t}\Big|_{\substack{\tan\\ z=0}}$ ทำให้ได้

$$\frac{1}{\eta_1} - \frac{\Gamma_{\|}^{b}}{\eta_1} = \frac{T_{\|}^{b}}{\eta_2} \tag{ค.32}$$

บังคับเงื่อนไขขอบเขต ความต่อเนื่องของสนามแม่เหล็กในแนวสัมผัสที่รอยต่อ ณ ตำแหน่ง $z = 0$ หรือ $\left[\mathbf{H}_{\|}^{i} + \mathbf{H}_{\|}^{r}\right]_{\substack{\tan\\ z=0}} = \mathbf{H}_{\|}^{t}\Big|_{\substack{\tan\\ z=0}}$ ทำให้ได้

$$\cos\theta_i + \Gamma_{\|}^{b}\cos\theta_r = T_{\|}^{b}\cos\theta_t \tag{ค.33}$$

แทน $T_{\|}^{b}$ ใน (ค.23) ด้วย (ค.24) เพื่อหา $\Gamma_{\|}^{b}$

$$\cos\theta_i + \Gamma_{\|}^{b}\cos\theta_i = \left(\frac{\eta_2 - \eta_2\Gamma_{\|}^{b}}{\eta_1}\right)\cos\theta_t \tag{ค.34}$$

$$\cos\theta_i + \Gamma_{\|}^{b}\cos\theta_i = \frac{\eta_2\cos\theta}{\eta_1} - \frac{\eta_2\Gamma_{\|}^{b}\cos\theta_t}{\eta_1} \tag{ค.35}$$

$$\Gamma_{\parallel}^{b}\cos\theta_i + \frac{\eta_2\Gamma_{\parallel}^{b}\cos\theta_t}{\eta_1} = \frac{\eta_2\cos\theta}{\eta_1} - \cos\theta_i \qquad (ค.36)$$

$$\Gamma_{\parallel}^{b}\left(\frac{\eta_1\cos\theta + \eta_2\cos\theta_t}{\eta_1}\right) = \frac{\eta_2\cos\theta - \eta_1\cos\theta_i}{\eta_1} \qquad (ค.37)$$

$$\Gamma_{\parallel}^{b} = \frac{-\eta_1\cos\theta_i + \eta_2\cos\theta_t}{\eta_1\cos\theta_i + \eta_2\cos\theta_t} \qquad (ค.38)$$

แทน $\Gamma_{\parallel}^{b}$ ใน (ค.27) ด้วย (ค.28) เพื่อหา $T_{\parallel}^{b}$

$$\cos\theta_i + \left(1 - \frac{\eta_1 T_{\parallel}^{b}}{\eta_2}\right)\cos\theta_t = T_{\parallel}^{b}\cos\theta_t \qquad (ค.39)$$

$$\cos\theta_i + \cos\theta_t - \frac{\eta_1 T_{\parallel}^{b}\cos\theta_t}{\eta_2} = T_{\parallel}^{b}\cos\theta_t \qquad (ค.40)$$

$$T_{\parallel}^{b}\left(\frac{\eta_2\cos\theta_t}{\eta_2} + \frac{\eta_1\cos\theta_i}{\eta_2}\right) = \frac{2\eta_2\cos\theta_i}{\eta_2} \qquad (ค.41)$$

$$T_{\parallel}^{b} = \frac{2\eta_2\cos\theta_i}{\eta_1\cos\theta_i + \eta_2\cos\theta_t} \qquad (ค.42)$$

จะได้ผลลัพธ์ดังนี้

$$\Gamma_{\parallel}^{b} = \frac{-\eta_1\cos\theta_i + \eta_2\cos\theta_t}{\eta_1\cos\theta_i + \eta_2\cos\theta_t} = \frac{-\sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}\cos\theta_i + \sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}\cos\theta_t}{\sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}\cos\theta_i + \sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}\cos\theta_t} \qquad (ค.43)$$

$$T_{\parallel}^{b} = \frac{2\eta_2\cos\theta_i}{\eta_1\cos\theta_i + \eta_2\cos\theta_t} = \frac{2\sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}\cos\theta_i}{\sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}\cos\theta_i + \sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}\cos\theta_t} \qquad (ค.44)$$

เมื่อ $\Gamma_{\parallel}^{b}$ และ $T_{\parallel}^{b}$ คือสัมประสิทธิ์การสะท้อนและสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน ตามลำดับ พารามิเตอร์เหล่านี้เป็นฟังก์ชันของ มุมตกกระทบ มุมส่งผ่าน และคุณสมบัติของตัวกลางทั้งสอง

ภาคผนวก ง

โปรแกรมวิเคราะห์สัมประสิทธิ์การสะท้อนและการส่งผ่าน

โปรแกรมวิเคราะห์สัมประสิทธิ์การสะท้อนและการส่งผ่าน

โปรแกรมค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนและสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน

โปรแกรม MATLAB ได้รับการพัฒนาขึ้นเพื่อแสดงค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนและการส่งผ่านของคลื่นตกกระทบรอยต่อในลักษณะตั้งฉากจะอาศัยสมการ (2.31) ซึ่งเขียนโปรแกรมได้ดังนี้

```
%*******************************************************************
% Reflection and Transmission coefficient
%*******************************************************************

max=80;
min=1;
num=101;
step=(max.min)/(num.1);
 for ii=1:num
   temp1=ii;
   temp2=min+(ii.1)*step;
   T(ii,1)=(2/(sqrt(temp1)+1));
   E(ii,1)=temp2;
for ii=1:num
   temp1=ii;
   temp2=min+(ii.1)*step;
   gamma(ii,1)=abs((1.sqrt(temp1))/(1+sqrt(temp1)));
   E(ii,1)=temp2;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

โปรแกรม MATLAB ได้รับการพัฒนาขึ้นเพื่อแสดงค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนในพจน์ของมุม θ_i และค่า ε_1 และ ε_2 แสดงขนาดของ $\Gamma_{\perp}^{b}$ เป็นฟังก์ชันของมุมตกกระทบจะอาศัยสมการ (2.31) ซึ่งเขียนโปรแกรมได้ดังนี้

```
%*******************************************************************
```

```
% Reflection coefficients for perpendicular polarization as a function
% of incident angle
%*****************************************************************


max=pi/2;
min=0;
num=100;
step=(max.min)/(num.1);
e2e10=[2.56,4,9,16,25,81];
position1=[0.2,0.3,0.4,0.56,0.75,0.9];
figure(1)
hold on
for ii=1:length(e2e10)
   e2e1=e2e10(ii);
for jj=1:num
      theta=min+(jj.1)*step;
temp1=cos(theta).sqrt(e2e1)*sqrt(1.(1/e2e1)*sin(theta).^2);
temp2=cos(theta)+sqrt(e2e1)*sqrt(1.(1/e2e1)*sin(theta).^2);
temp3(jj)=abs(temp1./temp2);
theta_now(jj)=theta*180/pi;
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

การหาค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่านในพจน์ของมุม θ_i และค่า ε_1 และ ε_2 แสดงขนาดของ $T_\perp^b$ เป็นฟังก์ชันของมุมตกกระทบจะอาศัยสมการ (2.31) ซึ่งเขียนโปรแกรมได้ดังนี้

```
%*****************************************************************
% Transmission coefficients for perpendicular polarization of incident angle
%*****************************************************************


max=pi/2;
```

```
min=0;
num=100;
step=(max.min)/(num.1);
e2e1=81;
for ii=1:num
   theta=min+(ii.1)*step;
temp1=2*cos(theta);
temp2=cos(theta)+sqrt(e2e1)*sqrt(1.(1/e2e1)*sin(theta).^2);
temp3(ii)=abs(temp1./temp2);
theta_now(ii)=theta*180/pi;
end
e2e1=25;
for ii=1:num
   theta=min+(ii.1)*step;
temp1=2*cos(theta);
temp2=cos(theta)+sqrt(e2e1)*sqrt(1.(1/e2e1)*sin(theta).^2);
temp3(ii)=abs(temp1./temp2);
theta_now(ii)=theta*180/pi;
end
e2e1=16;
for ii=1:num
theta=min+(ii.1)*step;
temp1=2*cos(theta);
temp2=cos(theta)+sqrt(e2e1)*sqrt(1.(1/e2e1)*sin(theta).^2);
temp3(ii)=abs(temp1./temp2);
theta_now(ii)=theta*180/pi;
end
e2e1=9;
for ii=1:num
theta=min+(ii.1)*step;
temp1=2*cos(theta);
temp2=cos(theta)+sqrt(e2e1)*sqrt(1.(1/e2e1)*sin(theta).^2);
```

```
temp3(ii)=abs(temp1./temp2);
theta_now(ii)=theta*180/pi;
end
e2e1=4;
for ii=1:num
   theta=min+(ii.1)*step;
temp1=2*cos(theta);
temp2=cos(theta)+sqrt(e2e1)*sqrt(1.(1/e2e1)*sin(theta).^2);
temp3(ii)=abs(temp1./temp2);
theta_now(ii)=theta*180/pi;
end
e2e1=2.56;
for ii=1:num
   theta=min+(ii.1)*step;
temp1=2*cos(theta);
temp2=cos(theta)+sqrt(e2e1)*sqrt(1.(1/e2e1)*sin(theta).^2);
temp3(ii)=abs(temp1./temp2);
theta_now(ii)=theta*180/pi;
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

การหาค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนของคลื่นระนาบในพจน์ของมุม θ_i และค่า ε_1 และ ε_2 แสดงขนาดของ $\Gamma_{\|}^{b}$ เป็นฟังก์ชันของมุมตกกระทบจะอาศัยสมการ (2.45) ซึ่งเขียนโปรแกรมได้ดังนี้

```
%********************************************************************
% Reflection coefficients for parallel polarization of incident angle
%********************************************************************

max=pi/2;
min=0;
num=100;
```

```
step=(max.min)/(num.1);
e2e1=4;
for ii=1:num
   theta=min+(ii.1)*step;
temp1=.cos(theta)+sqrt(1/e2e1)*sqrt(1.(1/e2e1)*sin(theta).^2);
temp2=cos(theta)+sqrt(1/e2e1)*sqrt(1.(1/e2e1)*sin(theta).^2);
temp3(ii)=abs(temp1./temp2);
theta_now(ii)=theta*180/pi;
end
e2e1=2.56;
for ii=1:num
   theta=min+(ii.1)*step;
temp1=.cos(theta)+sqrt(1/e2e1)*sqrt(1.(1/e2e1)*sin(theta).^2);
temp2=cos(theta)+sqrt(1/e2e1)*sqrt(1.(1/e2e1)*sin(theta).^2);
temp3(ii)=abs(temp1./temp2);
theta_now(ii)=theta*180/pi;
end
e2e1=9;
for ii=1:num
   theta=min+(ii.1)*step;
temp1=.cos(theta)+sqrt(1/e2e1)*sqrt(1.(1/e2e1)*sin(theta).^2);
temp2=cos(theta)+sqrt(1/e2e1)*sqrt(1.(1/e2e1)*sin(theta).^2);
temp3(ii)=abs(temp1./temp2);
theta_now(ii)=theta*180/pi;
end
e2e1=16;
for ii=1:num
   theta=min+(ii.1)*step;
temp1=.cos(theta)+sqrt(1/e2e1)*sqrt(1.(1/e2e1)*sin(theta).^2);
temp2=cos(theta)+sqrt(1/e2e1)*sqrt(1.(1/e2e1)*sin(theta).^2);
temp3(ii)=abs(temp1./temp2);
theta_now(ii)=theta*180/pi;
```

```
end
e2e1=25;
for ii=1:num
   theta=min+(ii.1)*step;
temp1=.cos(theta)+sqrt(1/e2e1)*sqrt(1.(1/e2e1)*sin(theta).^2);
temp2=cos(theta)+sqrt(1/e2e1)*sqrt(1.(1/e2e1)*sin(theta).^2);
temp3(ii)=abs(temp1./temp2);
theta_now(ii)=theta*180/pi;
end
e2e1=81;
for ii=1:num
   theta=min+(ii.1)*step;
temp1=.cos(theta)+sqrt(1/e2e1)*sqrt(1.(1/e2e1)*sin(theta).^2);
temp2=cos(theta)+sqrt(1/e2e1)*sqrt(1.(1/e2e1)*sin(theta).^2);
temp3(ii)=abs(temp1./temp2);
theta_now(ii)=theta*180/pi;
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

การหาค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่านของคลื่นในพจน์ของมุม θ_i และค่า ε_1 และ ε_2 แสดงขนาดของ $\Gamma_{\parallel}^{b}$ เป็นฟังก์ชันของมุมตกกระทบจะอาศัยสมการ (2.46) ซึ่งเขียนโปรแกรมได้ดังนี้

```
%**********************************************************************
% Transmission coefficients for parallel polarization of incident angle
%**********************************************************************

max=pi/2;
min=0;
num=100;
step=(max.min)/(num.1);
e2e1=4;
```

```
for ii=1:num
   theta=min+(ii.1)*step;
temp1=2*sqrt(1/e2e1)*cos(theta);
temp2=cos(theta)+sqrt(1/e2e1)*sqrt(1.(1/e2e1)*sin(theta).^2);
temp3(ii)=abs(temp1./temp2);
theta_now(ii)=theta*180/pi;
end
e2e1=2.56;
for ii=1:num
   theta=min+(ii.1)*step;
temp1=2*sqrt(1/e2e1)*cos(theta);
temp2=cos(theta)+sqrt(1/e2e1)*sqrt(1.(1/e2e1)*sin(theta).^2);
temp3(ii)=abs(temp1./temp2);
theta_now(ii)=theta*180/pi;
end
e2e1=9;
for ii=1:num
   theta=min+(ii.1)*step;
temp1=2*sqrt(1/e2e1)*cos(theta);
temp2=cos(theta)+sqrt(1/e2e1)*sqrt(1.(1/e2e1)*sin(theta).^2);
temp3(ii)=abs(temp1./temp2);
theta_now(ii)=theta*180/pi;
end
e2e1=16;
for ii=1:num
   theta=min+(ii.1)*step;
temp1=2*sqrt(1/e2e1)*cos(theta);
temp2=cos(theta)+sqrt(1/e2e1)*sqrt(1.(1/e2e1)*sin(theta).^2);
temp3(ii)=abs(temp1./temp2);
theta_now(ii)=theta*180/pi;
end
e2e1=25;
```

```
for ii=1:num
   theta=min+(ii.1)*step;
temp1=2*sqrt(1/e2e1)*cos(theta);
temp2=cos(theta)+sqrt(1/e2e1)*sqrt(1.(1/e2e1)*sin(theta).^2);
temp3(ii)=abs(temp1./temp2);
theta_now(ii)=theta*180/pi;
end
e2e1=81;
for ii=1:num
   theta=min+(ii.1)*step;
temp1=2*sqrt(1/e2e1)*cos(theta);
temp2=cos(theta)+sqrt(1/e2e1)*sqrt(1.(1/e2e1)*sin(theta).^2);
temp3(ii)=abs(temp1./temp2);
theta_now(ii)=theta*180/pi;
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

โปรแกรมหาอินพุทสัมประสิทธิ์การสะท้อนที่หาจากวิธีการของความไม่ต่อเนื่องของอิมพีแดนซ์ โดยอาศัยสมการ (2.79) สามารถเขียนโปรแกรมได้ดังนี้

```
%*****************************************************************
% Magnitude of input reflection coefficient
%*****************************************************************

e0=8.854e.12; %permittivity of free space
u0=4*pi*1e.7; %permeability of free space
c=299792458;  %speed of light
d=0.9375/100; %the thickness of slab#2


%****************************************
```

```
% relative permittivity and permeability
%***************************************

er1=1;
ur1=1;

er2=2.56;
ur2=1;

er3=1;
ur3=1;

%*******************
%intrinsic impedance
%*******************

n1=sqrt(ur1*u0/(er1*e0));
n2=sqrt(ur2*u0/(er2*e0));
n3=sqrt(ur3*u0/(er3*e0));

%**********************
%reflection coefficient
%**********************

gamma_12=(n2.n1)/(n2+n1);
gamma_23=(n3.n2)/(n3+n2);
min=5e9;
max=15e9;
num=101;
step=(max.min)/(num.1);
for ii=1:num
ff=min+(ii.1)*step;
```

```
beta2=(2*pi*ff)*sqrt(u0*e0)*sqrt(ur2*er2);
temp1=gamma_12+gamma_23*exp(.j*2*beta2*d);
temp2=1+gamma_12*gamma_23*exp(.j*2*beta2*d);
gamma_in=temp1/temp2;
abs_gamma_in(ii)=abs(gamma_in);
f(ii)=ff/1e9;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

โปรแกรมหาอินพุทสัมประสิทธิ์การสะท้อนที่หาจากความไม่ต่อเนื่องของอิมพีแดนซ์และวิธีอาศัยการติดตามรังสี โดยอาศัยสมการ (2.79) และ (2.90) สามารถเขียนโปรแกรมได้ดังนี้

```
%***********************************************************************
% Magnitude of input reflection coefficient
%***********************************************************************

e0=8.854e.12; %permittivity of free space
u0=4*pi*1e.7; %permeability of free space
c=299792458;  %speed of light
d=0.9375/100; %the thickness of slab#2

%****************************************
% relative permittivity and permeability
%****************************************

er1=1;
ur1=1;

er2=2.56;
ur2=1;
 er3=1;
ur3=1;
```

```
%*******************
%intrinsic impedance
%*******************

n1=sqrt(ur1*u0/(er1*e0));
n2=sqrt(ur2*u0/(er2*e0));
n3=sqrt(ur3*u0/(er3*e0));

%**********************
%reflection coefficient
%**********************

gamma_12=(n2.n1)/(n2+n1);
gamma_23=(n3.n2)/(n3+n2);
min=5e9;
max=15e9;
num=101;
step=(max.min)/(num.1);
for ii=1:num
ff=min+(ii.1)*step;
beta2=(2*pi*ff)*sqrt(u0*e0)*sqrt(ur2*er2);
temp1=gamma_12+gamma_23*exp(.j*2*beta2*d);
temp2=1+gamma_12*gamma_23*exp(.j*2*beta2*d);
gamma_in=temp1/temp2;
abs_gamma_in(ii)=abs(gamma_in);
f(ii)=ff/1e9;
end
er2=12;
ur2=1;
for ii=1:num
ff=min+(ii.1)*step;
```

```
beta2=(2*pi*ff)*sqrt(u0*e0)*sqrt(ur2*er2);
temp1=gamma_12+gamma_23*exp(.j*2*beta2*d);
temp2=1+gamma_12*gamma_23*exp(.j*2*beta2*d);
gamma_in=temp1/temp2;
abs_gamma_in(ii)=abs(gamma_in);
f(ii)=ff/1e9;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

โปรแกรมหาผลของค่าคงตัวเฟส โดยอาศัยสมการ (2.43) สามารถเขียนโปรแกรมได้ดังนี้

```
%**************************************************************
% Amplitude of electric field
%**************************************************************

min=0;
num=100;
T=6;
max=1.5*T;
step=(max.min)/(num.1);
t1=0;
for ii=1:num
   x1=min+(ii.1)*step;
   z(ii,1)=cos(2*pi*x1/T.t1);
   t(ii,1)=x1;
end
t2=T/6;
for ii=1:num
   x1=min+(ii.1)*step;
   z(ii,1)=cos(2*pi*x1/T.t2);
   t(ii,1)=x1;
end
```

```
t3=T/3;
for ii=1:num
   x1=min+(ii.1)*step;
   z(ii,1)=cos(2*pi*x1/T.t3);
   t(ii,1)=x1;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

โปรแกรมหาผลของค่าคงตัวการลดทอนโดยอาศัยสมการ (2.46) สามารถเขียนโปรแกรมได้ดังนี้

```
%*******************************************************************
% Amplitude of electric field
%*******************************************************************

max=9;
min=0;
num=501;
u1e1=3
u2e2=10
theta=pi/2
beta2=2*pi
step=(max.min)/(num.1);
for ii=1:num
   z1=min+(ii+1)*step;
   temp1=(u1e1/u2e2);
   temp2=(sin(theta)^2);
   alpha=sqrt(((beta2*temp1*temp2).1));
   y(ii,1)=exp(.alpha*z1);
   z(ii,1)=z1;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```