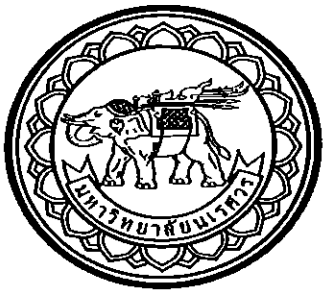


ออกแบบและสร้างระบบควบคุมระบบลูกตุ้มผกผัน

(Design and Construction of Inverted Pendulum)

นายกู้เกียรติ ตั้งอิสราวุฒิกุล

นายราโชทัย มหาพรม

นายวัลลภ ตี่เกิด

ห้องสมุดคณะวิศวกรรมศาสตร์
วันที่รับ...../...../.....
เลขทะเบียน 5200051
เลขเรียกหนังสือ.....
มหาวิทยาลัยนเรศวร

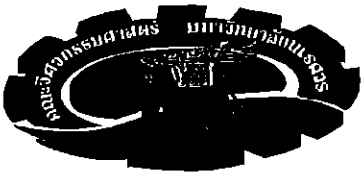
ว 509.361
ป5
ก741อ
2550

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตร์บัณฑิต

สาขาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

ปีการศึกษา 2550



ใบรับรองโครงงาน

หัวข้อโครงงาน : ออกแบบและสร้างระบบควบคุมระบบลูกตุ้มผกผัน
(Design and Construction of Inverted Pendulum)

ผู้ดำเนินโครงงาน	: 1.นายกู้เกียรติ	ตั้งอิสราวุฒิกุล	รหัส 47360672
	2.นายราโชทัย	มหาพรม	รหัส 47360821
	3.นายวัลลภ	ตี่เกิด	รหัส47363049
อาจารย์ที่ปรึกษา	: อาจารย์สุรัตน์	ปัญญาแก้ว	
ภาควิชา	: วิศวกรรมเครื่องกล		
ปีการศึกษา	: 2550		

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร อนุมัติให้โครงงานนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร วิศวกรรมศาสตร์บัณฑิต สาขาวิศวกรรมเครื่องกล

คณะกรรมการตรวจสอบโครงงาน

.....ประธานกรรมการ
(อาจารย์สุรัตน์ ปัญญาแก้ว)

.....กรรมการ
(อาจารย์ศิษฐ์ภัณฑ์ แคนลา)

.....กรรมการ
(ดร.ปิยะนันท์ เจริญสวรรค์)

หัวข้อโครงงาน	: ออกแบบและสร้างระบบควบคุมระบบลูกตุ้มผกผัน		
ผู้ดำเนินโครงงาน	: 1. นายกู้เกียรติ	ตั้งอิสราวุฒิกุล	รหัส 47360672
	2. นายราโชทัย	มหาพรม	รหัส 47360821
	3. นายวัลลภ	ตี่เกิด	รหัส 47363049
อาจารย์ที่ปรึกษา	: อาจารย์สุรัตน์	ปัญญาแก้ว	
ภาควิชา	: วิศวกรรมเครื่องกล		
ปีการศึกษา	: 2550		

บทคัดย่อ

โครงการนี้ได้ทำการศึกษาและออกแบบระบบควบคุมของลูกตุ้มผกผัน(Inverted Pendulum) ซึ่งเป็นกระบวนการที่ไม่มีเสถียรภาพ และมีความไวต่อสัญญาณรบกวน โดยใช้หลักการเหมือนกับการเลี้ยงไม้บนมือเพื่อรักษาสมดุลของไม้ไว้ไม่ให้ล้ม โดยพยายามที่จะเลี้ยงลูกตุ้มไว้เพื่อรักษาสมดุลไม่ให้ลูกตุ้มล้มเนื่องจากว่าลูกตุ้มจะมีอิสระในการเคลื่อนที่ แต่จะมีจุดสมดุลเพียงจุดเดียวเท่านั้นก็คือจุดที่ตั้งฉากกับแนวราบ โครงงานนี้มีจุดประสงค์เพื่อออกแบบระบบควบคุมให้กับลูกตุ้มผกผันเพื่อรักษาเสถียรภาพ โดยจะควบคุมตำแหน่ง x ของตัวรถให้วิ่งมายังตำแหน่งตรงกลางราง ในขณะเดียวกันก็ควบคุมมุม θ ของลูกตุ้ม จึงได้ทำการแปลงระบบไม่เชิงเส้นให้เป็นระบบเชิงเส้นและเลือกใช้ State space control มาควบคุมระบบ โดยในตอนแรกได้ทดลองใส่สัญญาณอินพุทแบบ Unit step function ซึ่งจะได้กราฟการตอบสนองของระบบซึ่งมีค่า Percent overshoot ของตัวรถและของลูกตุ้มจะเท่ากับ 8.35 % และทั้งสองกราฟจะเข้าสู่เสถียรภาพเมื่อเวลาผ่านไปประมาณ 1 วินาที หลังจากนั้นได้ทดสอบระบบโดยการใส่สัญญาณรบกวนภายนอกแบบ Impulse function ซึ่งจะได้กราฟการตอบสนองของระบบซึ่งมีค่าการกวัดแกว่งของตัวรถและของลูกตุ้มเกิดขึ้นในช่วงแรกและทั้งสองกราฟจะเข้าสู่เสถียรภาพเมื่อเวลาผ่านไปประมาณ 1 วินาที จากกราฟการตอบสนองนี้หมายความว่าระบบควบคุมที่เราออกแบบโดยใช้การควบคุมแบบ State space control นี้สามารถควบคุมตำแหน่งของตัวรถให้เคลื่อนที่มายังตำแหน่งที่ต้องการพร้อมทั้งรักษาเสถียรภาพของก้านไม้ให้ตั้งตรงเสมอ และคงทนต่อแรงรบกวนภายนอกที่มารบกวนระบบได้

Project title	: Design and Construction of Inverted Pendulum		
Name	: 1. Mr.Kukiat	Tangisaravuttikoon	Code 47360672
	2. Mr.Rashothai	Mahaprom	Code 47360821
	3. Mr.Wallop	Teekerd	Code 47363049
Project Advisor	: Mr.Surat	Punyakeaw	
Academic Year	: 2007		

Abstract

This project aims to design and construction controls system of Inverted Pendulum which be the system that have not the stability and have the quickly reaction with disturbance by use the principle like supporting wood on a hand for stabilization of the wood. This project try to stability preservation don't give the pendulum falls because pendulum will has free in the movement but it will has one equilibriums point only that is perpendicular with horizontal.If have no the control when have signal comes to disturb system the pendulum will fall. The aim of This project is controls pendulum for stabilization by will control a position x of the cart give run to a position in the middle a rack and in the same time will control a degree θ of the pendulum perpendicularly always. This project modifying nonlinear system to linear system and use State space control come to control system. At the first stage get test by add a input signal kind Unit step function into system will get reaction graph of the system which has value of Percent overshoot of a cart and of the pendulum is equal to 8.35 % and both of the graph will reach the stability when the time passes by about 1 second.Then test the system by disturbance kind Impulse function which get reaction graph of the system have value of overshoot of a car and of the pendulum happen during first and reach the stability when the time passes by about 1 second. From response graph means the controls system that us designs by use the supervision kind State space control can control a position of a cart move to the position wants together and in the same time can control a degree of the pendulum perpendicularly always and can durable with outside disturbance that disturb the system.

กิตติกรรมประกาศ

โครงงานนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดีด้วยความช่วยเหลือจากหลายๆท่านผู้จัดทำจึงถือโอกาสนี้ขอกราบขอบพระคุณ

ขอขอบคุณอาจารย์สุรัตน์ ปัญญาแก้ว ซึ่งเป็นอาจารย์ที่ปรึกษา และคณะกรรมการการสอบโครงงานทุกท่านที่ได้ให้คำปรึกษาชี้แนะแนวทางและข้อคิดเห็นต่างๆในการแก้ปัญหาที่เป็นประโยชน์อย่างสูงในการทำโครงงานนี้ให้สำเร็จลุล่วงด้วยดี

ขอขอบคุณทางภาควิชาที่ให้ความสะดวกในการจัดหางบประมาณในการจัดซื้อวัสดุรวมถึงขอขอบคุณเจ้าหน้าที่ทุกท่านที่อำนวยความสะดวกในการขอใช้อุปกรณ์เครื่องมือต่างๆตลอดจนการขอใช้ห้องปฏิบัติการทำโครงการ

ท้ายนี้ผู้จัดทำโครงงานขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา และญาติพี่น้องของข้าพเจ้าที่เลี้ยงดูและคอยสนับสนุนด้านการเงิน รวมทั้งเป็นกำลังใจ ให้ผู้จัดทำเสมอมาจนสำเร็จการศึกษา ไว้ ณ ที่นี้ด้วย

คณะผู้ดำเนินโครงงาน

สารบัญ

	หน้า
ใบรับรองโครงงาน	ก
บทคัดย่อภาษาไทย	ข
Abstract	ค
กิตติกรรมประกาศ	ง
สารบัญ	จ
สารบัญ(ต่อ)	ฉ
สารบัญตาราง	ช
สารบัญรูปภาพ	ซ
สารบัญกราฟ	ฌ
ลำดับสัญลักษณ์	ญ
บทที่ 1 บทนำ	
1.1 ที่มาและความสำคัญ	1
1.2 วัตถุประสงค์	1
1.3 ขอบเขต	1
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	1
1.5 ระยะเวลาและแผนการปฏิบัติงาน	2
1.6 อุปกรณ์ที่ใช้	2
บทที่ 2 หลักการและทฤษฎี	
2.1 ระบบควบคุม	3
2.2 การเลือกและปรับแต่งอุปกรณ์ควบคุม	8
2.3 DC Servo motor	10
2.4 แบบจำลองปริภูมิสเตต (State space model)	14

สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
บทที่ 3 การวิเคราะห์ระบบลูกตุ้มผกผัน	
3.1 การหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบลูกตุ้มผกผัน	18
3.2 การออกแบบระบบควบคุมของลูกตุ้มผกผันทาง State space	23
3.3 ออกแบบตัว Observer (ตัวประมาณค่า)	28
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์	
4.1 กรณีที่ 1 ยังไม่ใส่ Disturbance	31
4.2 กรณีที่ 2 เมื่อใส่ Disturbance	33
บทที่ 5 สรุปผลการทดลอง	
5.1 สรุปผลการวิเคราะห์	35
5.2 ข้อเสนอแนะ	35
บรรณานุกรม	36
ภาคผนวก	37
ประวัติผู้เขียน โครงงาน	46

สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 1.1 ระยะเวลาและแผนการปฏิบัติงาน	2
ตารางที่ 2.1 แสดงการเปรียบเทียบการควบคุมแบบต่างๆ	8
ตารางที่ 3.1 แสดงค่าพารามิเตอร์ของลูกตุ้มผกผัน	22

มหาวิทยาลัยนเรศวร

สารบัญรูปภาพ

หน้า

รูปที่ 2.1 การควบคุมระบบ 3

รูปที่ 2.2 ระบบควบคุมแบบเปิด 3

รูปที่ 2.3 ระบบควบคุมแบบป้อนกลับ 4

รูปที่ 2.4 ระบบควบคุมแบบเปิด 4

รูปที่ 2.5 ระบบควบคุมแบบป้อนกลับ 5

รูปที่ 2.6 โครงสร้างของระบบควบคุมตำแหน่ง 11

รูปที่ 2.7 ชิ้นส่วน Servo motor 12

รูปที่ 2.8 แสดงลักษณะความกว้างของพลัลส์จาก PWM 13

รูปที่ 2.9 แสดงการควบคุมลักษณะ Pulse Width Modulation 14

รูปที่ 2.10 แผนภาพบล็อกของระบบควบคุมที่แสดงอยู่ในรูปปริภูมิสเตต 16

รูปที่ 3.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบลูกตุ้มผกผัน 18

รูปที่ 3.2 Free body diagram ของลูกตุ้มผกผัน 19

รูปที่ 3.3 ระบบความคุมทาง State space ของลูกตุ้มผกผัน 23

รูปที่ 3.4 แสดงโปรม MATLAB 27

สารบัญกราฟ

หน้า

กราฟที่ 4.1 Step response ของระยะทางของตัวรถ 31
กราฟที่ 4.2 Step response ของมุมของแท่ง pendulum 32
กราฟที่ 4.3 Impulse response ของระยะทางของตัวรถ 33
กราฟที่ 4.4 Impulse response ของมุมของแท่ง pendulum 34

มหาวิทยาลัยนเรศวร

ลำดับสัญลักษณ์

A	เมตริกซ์ A	-
a	ความเร่งแนวแกน x	m/s^2
B	เมตริกซ์ B	-
C	เมตริกซ์ C	-
D	Disturbance	-
F	แรง	N
g	แรงโน้มถ่วงของโลก	m/s^2
I	โมเมนต์ความเฉื่อย	$kg.m^2$
K	ค่าคงที่	-
k_I	ค่าคงที่ของ Integral control	-
L	ระยะจากปลายไม้ถึงจุดC.G	m
M	มวลของตัวรถ	kg
m	มวลของแท่ง Pendulum	kg
O	จุดศูนย์กลางมวล	-
r	Reference input	-
u	สัญญาณควบคุม(Input)	-
T_O	โมเมนต์รอบจุดศูนย์กลางมวลลูกตุ้มผกผัน	$N.m$
x	ระยะทางของรถ	m
$\dot{x}$	ความเร็วเชิงเส้นของรถ	m/s
$\ddot{x}$	ความเร่งเชิงเส้นของรถ	m/s^2
y	สัญญาณ Output	-
θ	มุมของ Pendulum	$Radian$
$\dot{\theta}$	ความเร็วเชิงมุมของ Pendulum	Rad/s
$\ddot{\theta}$	ความเร่งเชิงมุมของ Pendulum	Rad/s^2
ω_n	ความถี่ธรรมชาติ	$Hertz$
ξ	สัญญาณ Out put ที่ออกจากตัว Integrator	-

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญ

ระบบ Inverted Pendulum เป็นระบบที่นิยมนำไปใช้เพื่อเปรียบเทียบสมรรถนะ algorithms ของระบบควบคุมซึ่งมีอยู่หลายแบบ อาทิเช่น PID controller ,neural networks,Genetic algorithms เป็นต้น นอกจากนี้แล้วระบบ Inverted Pendulum ยังเป็นที่นิยมนำไปใช้อธิบายปรากฏการณ์ต่างๆที่เกิดขึ้นในระบบควบคุม อาทิเช่น การตอบสนองเสถียรภาพของระบบได้เป็นอย่างดีอีกด้วย ดังนั้นในโครงงานนี้จึงได้ทำการออกแบบและสร้างระบบกลไกและระบบควบคุมของInverted Pendulum เพื่อทำให้ระบบมีเสถียรภาพและเพื่อเป็นแนวทางในการนำไปใช้ประโยชน์ตามที่กล่าวมาแล้วต่อไป

1.2วัตถุประสงค์

1. เพื่อสร้างระบบกลไกของ Inverted pendulum
2. ออกแบบระบบควบคุมของ Inverted pendulum

1.3 ขอบเขต

1. ระบบ Inverted pendulum ที่จะออกแบบและสร้างนี้เป็นแบบแกนเดียว
2. ในการออกแบบระบบควบคุมให้กับ Inverted pendulum นั้นจะไม่คำนึงถึงแรงเสียดทานที่มีอยู่ในระบบ
3. ในการทดลองและการวิเคราะห์เราจะนำแบบจำลองไปทดสอบด้วยโปรแกรม MATLAB
4. ในการทดสอบจะทดสอบด้วยสัญญาณที่เป็นแบบ Unit step function และ Impulse function

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ได้ระบบกลไกและระบบควบคุมของ Inverted pendulum
2. ได้ความรู้และแนวทางในการออกแบบระบบควบคุม

1.5 ระยะเวลาและแผนการปฏิบัติงาน

ตารางที่ 1.1 ระยะเวลาและแผนการปฏิบัติงาน

กิจกรรม	ช่วงเวลาปฏิบัติงาน (2550)								
	ม.ค.	ก.พ.	มี.ค.	เม.ย.	พ.ค.	มิ.ย.	ก.ค.	ส.ค.	ก.ย.
1.สร้างระบบกลไกของInverted pendulum									
2.หาค่าพารามิเตอร์ของระบบ									
3.หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบ									
4.ออกแบบระบบควบคุมให้กับระบบ Inverted pendulum									
5.ทดสอบระบบควบคุมที่ออกแบบมา									
6.วิเคราะห์ผล									
7.สรุปผล									

1.6 อุปกรณ์ที่ใช้

1. Servomotor
2. Potentiometer
3. ชุดเฟือง
4. โซ่ราวลิ้น
5. เฟืองราวลิ้น
6. แผ่นอลูมิเนียม
7. ไม้อัด
8. แท่งอลูมิเนียม

บทที่ 2
หลักการและทฤษฎี

2.1 ระบบควบคุม

ระบบควบคุม คือ ส่วนประกอบหลายๆส่วนต่อเชื่อมกันขึ้นเป็นระบบที่จะให้การตอบสนองตามที่เราต้องการ พื้นฐานของการวิเคราะห์ระบบจะมีพื้นฐานมาจากทฤษฎีระบบเชิงเส้น ซึ่งจะแสดงความสัมพันธ์ของอินพุทและเอาท์พุทหรือการตอบสนองดังนั้นส่วนประกอบหรือกระบวนการ (process) ที่เราต้องการที่จะควบคุมสามารถแทนด้วยบล็อก (block) ดังแสดงในรูปที่ 2.1 โดยสัญญาณอินพุทจะเป็นส่วนสำคัญของผลลัพธ์หรือเอาท์พุทนั่นเอง

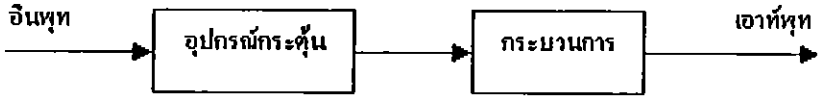
รูปที่ 2.1 การควบคุมระบบ

ระบบควบคุมสามารถแบ่งออกเป็นประเภทใหญ่ๆ ตามลักษณะการทำงานได้เป็น 2 แบบคือ

1. ระบบควบคุมแบบเปิด (Open Loop Control System)
2. ระบบควบคุมแบบปิด หรือ ระบบควบคุมแบบป้อนกลับ (Closed Loop or Feedback Control System)

2.1.1ระบบควบคุมแบบเปิด(Open Loop Control System)

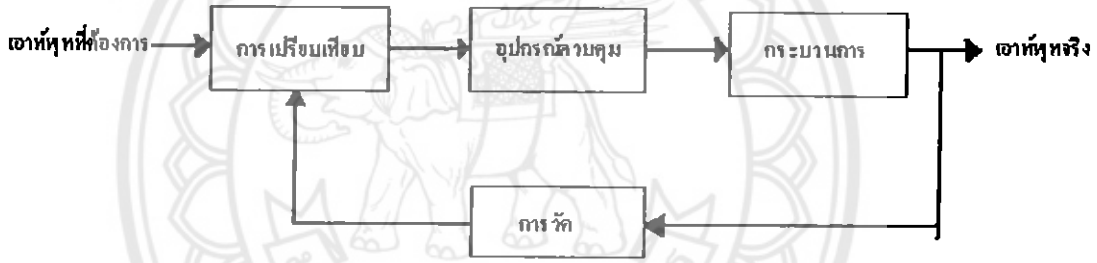
ระบบควบคุมแบบเปิดเป็นการใช้อุปกรณ์ควบคุม (Controller) หรืออุปกรณ์ส่งกำลัง เพื่อให้ได้การตอบสนองตามที่เราต้องการ โดยไม่ต้องนำผลการตอบสนองของระบบกลับเข้ามาสู่การพิจารณาอีก ลักษณะของระบบควบคุมแบบเปิดแสดงในรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 ระบบควบคุมแบบเปิด

2.1.2ระบบควบคุมแบบปิด(Closed loop or Feedback control system)

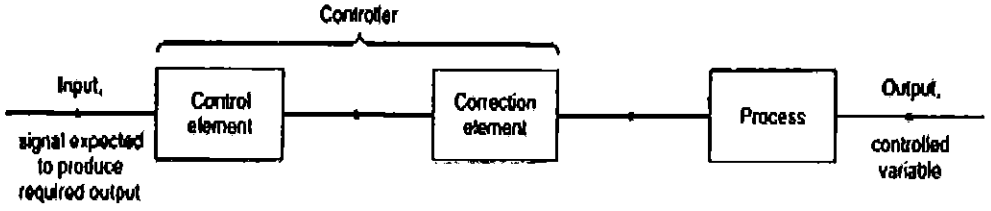
ระบบควบคุมแบบปิด หรือระบบควบคุมป้อนกลับจะแตกต่างจากระบบควบคุมแบบเปิดก็คือมีการนำเอาผลที่ได้จากกระบวนการกลับเข้ามาเป็นส่วนหนึ่งของข้อมูลที่จะส่งเข้าไปเป็นอินพุทให้กับระบบอีกครั้ง การที่จะทราบค่าเอาท์พุทได้จะต้องมีการวัดข้อมูลของเอาท์พุท เมื่อทราบค่าเอาท์พุทแล้วเรามักจะนำค่าเอาท์พุทที่ได้ไปเปรียบเทียบกับเอาท์พุทที่เราต้องการจากระบบ จากนั้นความแตกต่างระหว่างเอาท์พุทที่ต้องการและเอาท์พุทที่แท้จริงจะได้รับการส่งต่อไปสู่อุปกรณ์ควบคุมแล้วส่งต่อเป็นอินพุทเข้าสู่ระบบ เพื่อให้ความแตกต่างของเอาท์พุทที่ต้องการและเอาท์พุทที่แท้จริงลดลงเรื่อยๆจนกระทั่งไม่มีความแตกต่างระหว่างค่าทั้งสอง ดังนั้นเราก็จะได้ว่า ค่าเอาท์พุทของระบบเป็นไปตามต้องการ ระบบควบคุมแบบป้อนกลับจะมีลักษณะดังที่แสดงในรูปที่ 2.3 สำหรับหลักการของการป้อนกลับที่ได้อธิบายไปแล้วนี้ถือว่าเป็นพื้นฐานของการวิเคราะห์ และออกแบบระบบควบคุมอัตโนมัติที่ใช้กันอยู่ในปัจจุบัน



รูปที่ 2.3 ระบบควบคุมแบบป้อนกลับ

2.1.3 ส่วนประกอบพื้นฐานของระบบควบคุมแบบเปิด

ในระบบควบคุมแบบเปิด เราสามารถพิจารณาได้ว่าระบบประกอบด้วยระบบย่อย ดังที่แสดงอยู่ในรูปที่ 2.2 ในความเป็นจริงอุปกรณ์ที่ทำงานเป็นระบบย่อยเหล่านี้ เราอาจจะไม่สามารถแยกออกมาเป็นส่วนๆได้ หรือแยกอย่างชัดเจนได้ว่าอุปกรณ์ใดทำหน้าที่อย่างใดโดยเฉพาะ แต่ว่าอุปกรณ์ในความเป็นจริงเหล่านั้น สามารถแยกหน้าที่การทำงานออกเป็นส่วนๆ ได้ตามที่แสดงในรูป 2.4



รูปที่ 2.4 ระบบควบคุมแบบเปิด

ซึ่งส่วนประกอบย่อยจะประกอบด้วย

1. Control element ส่วนนี้จะพิจารณาว่าควรจะให้ระบบทำงานต่อไปอย่างไรเมื่อได้รับค่าอินพุทของระบบควบคุม

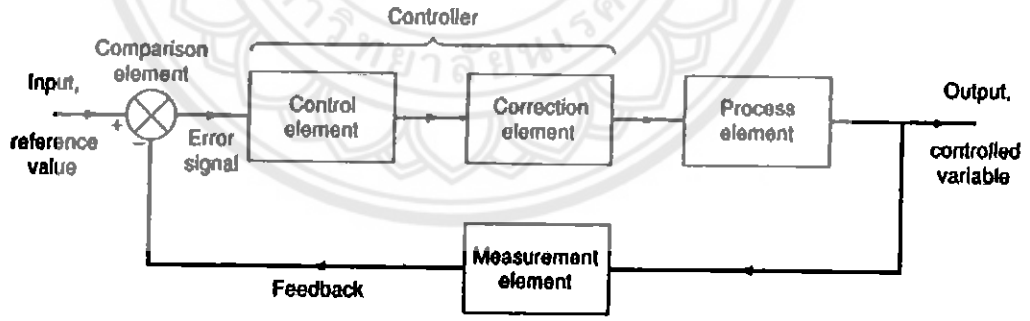
2. Correction element ส่วนนี้จะตอบสนองต่ออินพุทที่ได้รับจากส่วนของ Control element และนำไปปรับเปลี่ยนตัวแปรที่จะถูกควบคุมเพื่อให้ได้ค่าตามต้องการ

3. Process หรืออาจเรียกว่า Plant ระบบจะเป็นส่วนปฏิบัติการเพื่อให้ได้ค่าเอาท์พุทที่เราต้องการออกมา

ส่วนประกอบสองส่วนแรกคือ Control element และ Correction element เมื่อรวมกันแล้วเราอาจเรียกรวมกันว่า Controller

2.1.4 ส่วนประกอบพื้นฐานของระบบควบคุมแบบป้อนกลับ

ระบบควบคุมแบบปิดสามารถพิจารณาได้ว่า ประกอบด้วยระบบย่อยที่ต่อวางกันตามที่แสดงในรูปที่ 2.3 ซึ่งในความเป็นจริงระบบย่อยเหล่านี้ไม่สามารถที่จะแยกแต่ละชิ้นส่วนออกมาเป็นส่วนๆได้ หรือไม่สามารถแยกอุปกรณ์ใดอุปกรณ์หนึ่งได้ว่าอุปกรณ์นั้นทำหน้าที่โดยเฉพาะอย่างหนึ่งอย่างใด แต่ในความเป็นจริงอุปกรณ์เหล่านี้ สามารถแยกการทำงานออกเป็นส่วนต่างๆได้ตามที่แสดงในรูป 2.5



รูปที่ 2.5 ระบบควบคุมแบบป้อนกลับ

โดยส่วนต่างๆในระบบควบคุมแบบปิดนี้จะประกอบด้วย

1. Comparison element ส่วนนี้จะทำหน้าที่เปรียบเทียบค่าตัวแปรที่เราต้องการออกมา หรืออาจเรียกว่าค่ามาตรฐานของตัวแปรที่เราต้องการ เพื่อนำมาเปรียบเทียบกับค่าที่เราวัดค่าตัวแปรนั้นได้ในสภาพความเป็นจริง ซึ่งเป็นค่าเอาท์พุทของระบบ ส่วนนี้จะให้สัญญาณหรือค่าความผิดพลาดออกมา ซึ่งความผิดพลาดนี้จะบอกให้ทราบว่าขณะนี้ค่าตัวแปรที่ต้องการควบคุมนั้นมีค่าแตกต่าง

จากค่าที่เราต้องการให้มันเป็นเท่าใด นั่นก็คือ ค่าความผิดพลาด = ค่าสัญญาณอ้างอิง – ค่าสัญญาณที่วัดได้

2. Control element เป็นส่วนที่ทำหน้าที่ตัดสินใจว่าจะต้องทำอย่างไร เมื่อได้รับสัญญาณความผิดพลาด เรามักจะใช้คำว่า Controller เมื่อเราเรียกส่วนนี้รวมกับส่วน Correction element

3. Correction element ส่วนนี้มีหน้าที่กำหนดการเปลี่ยนแปลงของตัวแปร เพื่อที่จะลดค่าความผิดพลาดให้น้อยลง เรามักเรียกอุปกรณ์ที่ทำหน้าที่ในส่วนนี้ว่าActuator

4. Process element กระบวนการ หรือ Plant จะเป็นระบบซึ่งเราต้องการควบคุมค่าตัวแปรตัวใดตัวหนึ่งหรือหลายตัว

5. Measure element ส่วนนี้จะเป็นส่วนของเครื่องมือวัด ซึ่งเครื่องมือวัดนี้จะให้สัญญาณที่แสดงถึงขนาดของตัวแปรที่เราต้องการที่จะควบคุม และเมื่อได้ค่าที่วัดแล้วก็จะมีการป้อนสัญญาณนั้นกลับเข้าสู่ส่วนเปรียบเทียบ(Comparison lement)เพื่อให้ระบบพิจารณาว่ามีความผิดพลาดเกิดขึ้นหรือไม่

การทำงานของระบบป้อนกลับนี้จะทำไปเรื่อยๆ จนกว่าค่ามาตรฐาน และค่าที่วัดได้มีค่าเท่ากัน นั่นคือระบบควบคุมของเราสามารถควบคุมให้ค่าตัวแปรที่เราต้องการมีค่าตามที่เรากำหนดได้เรียบร้อยแล้วนั่นเอง ส่วนสำคัญและจำเป็นของระบบควบคุมแบบปิดก็คือส่วนป้อนกลับ ซึ่งหมายถึงสัญญาณที่ได้มาจากค่าตัวแปรที่ต้องการจริงๆ เปลี่ยนเป็นสัญญาณแล้วป้อนกลับ เพื่อเปรียบเทียบกับค่าของตัวแปรที่ต้องการ การป้อนกลับนี้จะถือว่าเป็นการป้อนกลับแบบลบ ซึ่งเมื่อนำสัญญาณป้อนกลับนี้นำไปลบออกจากค่าที่ต้องการหรือค่ามาตรฐานแล้วค่าที่ได้ คือ ค่าความผิดพลาด

การป้อนกลับแบบลบนี้มีความจำเป็นในการที่เราต้องการให้ค่าตัวแปรที่เราต้องการควบคุมมีค่าตรงกับความต้องการของเราคือค่าของสัญญาณมาตรฐานส่วนการป้อนกลับแบบบวกนั้นจะเกิดขึ้นเมื่อสัญญาณป้อนกลับจะนำมารวมกับค่ามาตรฐานแล้วค่าที่ได้ คือ ค่าความผิดพลาด

2.1.5 คำจำกัดความของระบบควบคุมพื้นฐานมีดังนี้

1. สัญญาณด้านเข้า (Input) สัญญาณด้านเข้านั้นบางครั้งเราอาจเรียกอีกชื่อหนึ่งว่า อินพุทอ้างอิง(Reference input) หรือค่าที่ตั้งไว้ (Set point) ซึ่งหมายถึงค่าหรือผลตอบสนองที่ต้องการของระบบที่ต้องการควบคุมที่กำหนดไว้ เช่น ต้องการควบคุมระยะห่างของรถไฟฟ้าให้มีระยะห่างคงที่เท่ากับ 15 เมตร

2. ตัวควบคุม (Controller) หมายถึงเครื่องมือหรืออุปกรณ์ที่ใช้ในการสร้างสัญญาณควบคุม เพื่อทำหน้าที่ควบคุมให้ระบบหรือกระบวนการที่ต้องการควบคุมให้มีสัญญาณด้านออก (Output) หรือผลตอบสนองตามที่ต้องการ โดยตัวควบคุมจะมีหลายแบบเช่น ตัวควบคุมชนิดพี (Proportional, P) ตัวควบคุมชนิดไอ (Integral, I) ตัวควบคุมชนิดดี (Derivative, D) เป็นต้น

3. กระบวนการ(Plant or Process) หมายถึงระบบหรือกระบวนการที่ถูกควบคุม หรืออาจจะเป็นวัตถุทางกายภาพที่ถูกควบคุมก็ได้ เช่น กระบวนการในการควบคุมอุณหภูมิเตาเผากระบวนการควบคุมระบบแขนกลในโรงงาน เป็นต้น

4. สัญญาณด้านออก (Output) หมายถึง ผลตอบสนองของระบบหรือกระบวนการที่ถูกควบคุมซึ่งโดยทั่วไปแล้วต้องการจะควบคุมให้สัญญาณด้านออกมีค่าตามสัญญาณด้านเข้า(Input) ที่กำหนด (หรือตามค่าของสัญญาณด้านเข้าที่เปลี่ยนแปลงไป) หรือมีค่าคงเดิมได้เมื่อมีการรบกวนทั้งภายในและภายนอกที่มากระทำต่อระบบควบคุม

5. การรบกวน (Disturbance) หมายถึงสัญญาณรบกวนที่อาจจะเกิดขึ้นในระบบที่ถูกควบคุม สัญญาณรบกวนนี้อาจเกิดขึ้นที่จุดใดๆในระบบก็ได้ เช่นเกิดขึ้นที่กระบวนการ เกิดขึ้นที่อุปกรณ์วัดเป็นต้น การเกิดขึ้นของสัญญาณรบกวนอาจเกิดขึ้นในเวลาใดๆทั้งที่คาดเดาได้และคาดเดาไม่ได้ การรบกวนนี้แบ่งได้เป็น 2 ลักษณะ

- การรบกวนภายใน (Internal disturbance) ซึ่งอาจเกิดจากการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์ต่างๆ ของอุปกรณ์ที่ใช้ในระบบ

- การรบกวนจากภายนอก (External disturbance) เป็นการรบกวนที่เกิดขึ้นจากภายนอกระบบ แต่มีผลต่อระบบที่กำลังควบคุมอยู่ โดยทั่วไปจะถือว่าการรบกวนจากภายนอกเป็นสัญญาณด้านเข้าหนึ่งที่ไม่พึงประสงค์ของระบบควบคุม

6. อุปกรณ์วัด (Measuring instruments) หมายถึงอุปกรณ์ที่ใช้วัดหรือแปลงสัญญาณ เช่น เซนเซอร์(Sensor) ทรานสดิวเซอร์(Transducer) หรืออุปกรณ์แปลงสัญญาณ หรือวัดสัญญาณอื่นๆที่ทำหน้าที่วัดค่าของสัญญาณด้านออกของระบบที่ถูกควบคุม

7. ระบบ(System) หมายถึงการนำเอาอุปกรณ์ต่างๆที่สามารถทำงานร่วมกันได้ มารวบรวมเข้าด้วยกันเพื่อให้ทำงานอย่างใดอย่างหนึ่งที่ต้องการ เช่น ระบบเชิงกล ระบบทางกายภาพของวงจรไฟฟ้าเป็นต้น

2.2 การเลือกและปรับแต่งอุปกรณ์ควบคุม

หลักเกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินใจเลือกและปรับแต่งอุปกรณ์ควบคุมมีหลายวิธี โดยทั้งนี้จะขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ในการควบคุมและการออกแบบ ตัวอย่างเช่น ต้องการลดค่าการตอบสนองสูงสุดของระบบควบคุมให้มีค่าน้อยที่สุด ต้องการลดค่าช่วงเวลาเข้าสู่สมดุล หรือเสถียรภาพให้สั้นที่สุด หรือต้องการลดค่าความคลาดเคลื่อนรวมในการควบคุมให้มีค่าน้อยที่สุด เป็นต้น ซึ่งแน่นอนว่าการใช้หลักเกณฑ์ในการเลือกและการตัดสินใจที่แตกต่างกันย่อมจะทำให้ระบบได้รับผลของการควบคุมที่แตกต่างกันออกไป

การเลือกอุปกรณ์ควบคุมเพื่อลดความยุ่งยากในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และเหมาะกับการออกแบบระบบควบคุมทำได้ โดยการพิจารณาการตอบสนองของกระบวนการจากผลการควบคุมซึ่งสามารถแบ่งลักษณะการควบคุมได้เป็น 3 ชนิดตามที่แสดงในตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 แสดงการเปรียบเทียบการควบคุมแบบต่างๆ

การควบคุมแบบ P	การควบคุมแบบ I	การควบคุมแบบ D
-ทำให้ระบบการตอบสนองของตัวแปรเข้าสู่ระบบเร็วขึ้น -ทำให้ระบบการควบคุมมีความคลาดเคลื่อนในการควบคุมเกิดขึ้นเสมอภายหลังการเปลี่ยนแปลงเป้าหมายของการควบคุมหรือภาระการควบคุม	-ทำให้ระบบการควบคุมรวมไม่มีความคลาดเคลื่อนในการควบคุม แต่มีค่าการตอบสนองสูงสุดเกิดขึ้นทำให้ความคลาดเคลื่อนในการควบคุมของกระบวนการในช่วงแรกมากกว่ากระบวนการเดิม -ทำให้กระบวนการตอบสนองจากตัวแปรเข้าภายนอกช้าลง เมื่อเปรียบเทียบกับกระบวนการเดิมและผลการตอบสนองมีการแกว่งเกิดขึ้นเสมอ -การปรับค่า K_I เพิ่มขึ้นในการควบคุมจะทำให้กระบวนการตอบสนองเร็วขึ้นแต่มีการแกว่งเพิ่มขึ้น ทำให้เสถียรภาพลดลง	-การควบคุมแบบนี้จะส่งสัญญาณควบคุมเพื่อปรับสภาพการก่อนการคลาดเคลื่อนจริง จะเกิดขึ้นกับกระบวนการทำให้ระบบควบคุมมีผลดีกว่าการควบคุมแบบอื่น -การควบคุมแบบนี้จะช่วยเพิ่มเสถียรภาพของกระบวนการให้ดีขึ้น

การเลือกชนิดการควบคุม

1. การเลือกใช้การควบคุมแบบ P

การควบคุมชนิดนี้จะเลือกใช้เมื่อระบบควบคุมนั้นไม่จำเป็นต้องได้ผลการควบคุมที่แม่นยำมากนัก โดยสามารถปรับค่า Kp ของอุปกรณ์ควบคุมเพื่อให้มีค่าความคลาดเคลื่อนอยู่ในช่วงที่ยอมรับได้

2. การเลือกใช้อุปกรณ์ควบคุมแบบ PD

การควบคุมชนิดนี้จะเลือกใช้เพราะการควบคุมแบบ P นั้นจะมีปัญหาในเรื่องของการเกิด Overshoot ดังนั้นจึงเพิ่มการควบคุมแบบ D เพื่อเข้ามาช่วยในการลดค่า Overshoot และทำให้ระบบมีการตอบสนองของตัวแปรเข้าสู่ระบบเร็วขึ้นและค่า Overshoot มีค่าลดลง ทำให้เสถียรภาพของระบบดีขึ้น

3. การเลือกใช้อุปกรณ์ควบคุมแบบ PI

การควบคุมชนิดนี้จะเลือกใช้เมื่อไม่ต้องการให้มีความคลาดเคลื่อนในการควบคุมเกิดขึ้นเลย

4. การเลือกใช้อุปกรณ์ควบคุมแบบ PID

แม้ว่าอุปกรณ์ควบคุมแบบ PI นั้นจะไม่ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนในการควบคุม แต่การตอบสนองของกระบวนการจะช้าลง ซึ่งการเพิ่มความเร็วของการตอบสนองโดยการปรับค่า Kp เพิ่มขึ้นจะทำให้ผลการตอบสนองของระบบรวมมีการแกว่งเพิ่มขึ้นและเสถียรภาพลดลง ดังนั้นการใช้อุปกรณ์ควบคุมแบบ PID จะทำให้ผลของการควบคุมไม่มีความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้น และสามารถปรับค่า Kp เพื่อให้กระบวนการตอบสนองเร็วขึ้นโดยเสถียรภาพของระบบยังคงเดิม

สิ่งที่สำคัญที่สุดในการออกแบบระบบควบคุมก็คือระบบควบคุมนั้นจะต้องมีความเสถียร (Stable) ซึ่งหมายความว่า เมื่อมีอินพุทที่มีค่าแน่นอนค่าหนึ่งป้อนเข้าไปในระบบแล้วค่าเอาท์พุทของระบบจะต้องมีค่าอยู่ในช่วงที่แน่นอนด้วยเหมือนกันกล่าวคือเอาท์พุทที่ได้จะต้องไม่มีค่าเข้าสู่อนันต์ หรือไม่มีขีดจำกัดนั่นเอง ยกตัวอย่างเช่น เมื่อได้รับอินพุทแบบขั้นบันไดแล้วการตอบสนองหรือเอาท์พุทของระบบจะต้องมีค่าจำกัดค่าหนึ่ง อย่างไรก็ตามหากมีระบบหนึ่งที่ได้รับฟังก์ชันขั้นบันไดค่าหนึ่งแล้วปรากฏว่าเอาท์พุทที่ได้มีค่าแน่นอนค่าหนึ่ง แต่ไม่ได้หมายความว่าระบบนี้จะเป็นระบบที่เสถียรเพราะระบบที่เสถียรจะต้องให้เอาท์พุทมีค่าจำกัดเทียบต่ออินพุทแบบขั้นบันไดหลายๆแบบ

2.3 DC Servo motor

คำว่าเซอร์โวมอเตอร์เกิดจากการรวมคำว่า มอเตอร์ ซึ่งอาจเป็นดีซีหรือเอซี รวมกับคำว่าเซอร์โว ซึ่งหมายถึงระบบการควบคุม ดังนั้น ความหมายของคำว่าเซอร์โวมอเตอร์ ก็คือมอเตอร์ที่เกี่ยวกับ หรือมีส่วนเกี่ยวข้องกับการควบคุม ไม่ว่าจะเป็นการควบคุมตำแหน่ง หรือการควบคุมความเร็ว โดยเซอร์โวมอเตอร์ก็มี 2 แบบคือ

1. ดีซีเซอร์โวมอเตอร์
2. เอซีเซอร์โวมอเตอร์

2.3.1โครงสร้างระบบควบคุมเซอร์โว

ระบบควบคุมเซอร์โวมอเตอร์จะเป็นระบบควบคุมแบบลูปปิด (Closed loop control) ซึ่งประกอบด้วย 3 โหมดการควบคุมคือ โหมดการควบคุมแรงบิด(Torque control mode) ซึ่งอยู่วงรอบหรือลูปในสุด โหมดการควบคุมอัตราเร็ว(Velocity control mode) และโหมดการควบคุมตำแหน่ง (Position control mode) ซึ่งอยู่ลูปด้านนอกสุด โดยมีอุปกรณ์ที่สำคัญ คือ

1. เซอร์โวมอเตอร์ (Servo Motor)
2. ชุดควบคุมการขับเคลื่อนเซอร์โว (Servo drive or Servo amplifier)
3. อุปกรณ์ป้อนกลับ (Feedback device เช่น Speed encoder และ Position sensor)

2.3.2 การควบคุมความเร็วมอเตอร์

เป็นที่ทราบกันดีว่าการควบคุมความเร็วของมอเตอร์สามารถทำได้โดยการควบคุมระดับแรงดันตกคร่อมตัวมอเตอร์ และ วิธีการที่นิยมใช้จะมีสองวิธีดังนี้

1. การปรับระดับแรงดันโดยใช้หลักการเปลี่ยนค่าความต้านทานของวงจร ซึ่งทำให้แรงดันตกคร่อมเปลี่ยนไปด้วย แต่จะเห็นว่ามีวิธีนี้เป็นการสร้างความสูญเสียเนื่องจากกำลังไฟฟ้าตกคร่อมตัวต้านทาน (พลังงานไฟฟ้าเปลี่ยนเป็นพลังงานความร้อน)

2. การปรับระดับแรงดันโดนการเปิดปิดแหล่งจ่ายไฟ โดยระดับแรงดันเฉลี่ยที่ได้จะขึ้นกับช่วงเปิดและช่วงปิด เรียกวิธีการนี้ว่า Pulse width modulation และเรียกอัตราส่วนของช่วงเปิดและช่วงปิดว่า Duty cycle วิธีการนี้มี ข้อเสียคือ หากเลือกความถี่ของพัลส์ไม่เหมาะสมอาจจะทำให้มอเตอร์สั่นได้

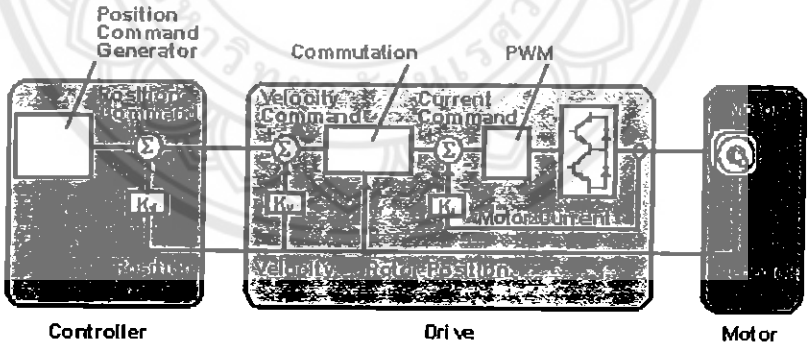
2.3.3การควบคุมตำแหน่งมอเตอร์

การควบคุมตำแหน่งของมอเตอร์ก็คือ การควบคุมความเร็วนั่นเอง ยกตัวอย่างเช่น หากต้องการให้มอเตอร์ หมุน10 อาศา ในช่วง 0-10 องศา นั้นจะต้องควบคุมให้มอเตอร์มีความเร็ว (ค่าหนึ่ง) และเมื่อถึงตำแหน่ง 10 องศาแล้ว จึงสั่งให้มอเตอร์มีความเร็วเป็น 0 ในขณะเดียวกัน หากกลับทิศทางการหมุนของมอเตอร์นั่นก็คือสั่งให้มอเตอร์หมุนด้วยความเร็วที่เป็นลบนั่นเอง

สำหรับการใช้ระบบควบคุมป้อนกลับเพื่อควบคุมตำแหน่งของมอเตอร์นั้น จำเป็นต้องมีอุปกรณ์ในการป้อนกลับตำแหน่งปัจจุบันของมอเตอร์ ในการออกแบบระบบควบคุมตำแหน่งจะต้องตั้งระบบควบคุมความเร็วก่อนและอาศัยสัญญาณผลต่างของตำแหน่งที่ต้องการเคลื่อนที่ไปและสัญญาณที่ได้จากอุปกรณ์ป้อนกลับ (เรียกสัญญาณนี้ว่าสัญญาณคลาดเคลื่อน)สัญญาณที่ได้นี้จะถูกป้อนเป็นสัญญาณขาเข้าของตัวควบคุม หลังจากนั้นตัวควบคุมจะประมวลผลเพื่อให้สัญญาณขับให้มอเตอร์หมุนไปในตำแหน่งที่ต้องการ

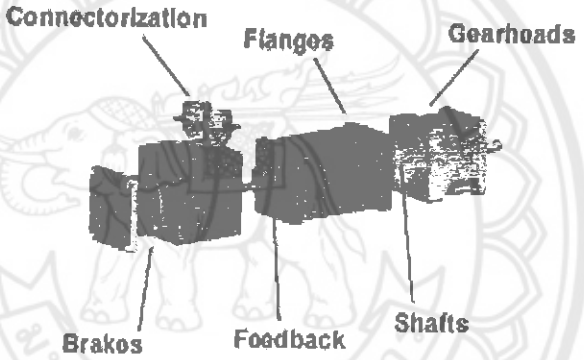
จะเห็นว่าหากตำแหน่งที่ต้องการเคลื่อนที่ไปมีค่าเท่ากับตำแหน่งที่อ่านได้จากการอ่านตำแหน่งป้อนกลับ สัญญาณคลาดเคลื่อนจะมีค่าเป็นศูนย์นั่นคือจะไม่มีสัญญาณขับออกมาจากตัวควบคุมทำให้มอเตอร์ไม่มีการหมุนหรือมอเตอร์มีความเร็วเป็นศูนย์นั่นเอง

โครงสร้างของระบบควบคุมตำแหน่ง สามารถแสดงอย่างคร่าวๆได้ดังรูป 2.6



รูปที่ 2.6 โครงสร้างของระบบควบคุมตำแหน่ง

ระบบควบคุมเซอร์โวมอเตอร์โดยทั่วไปจะต้องใช้งานในระบบ Closed loop เท่านั้น ไม่สามารถเลือกให้เป็น Open loop หรือ Closed loop เหมือนกันระบบเอซีไดรฟ์เซอร์ โวมอเตอร์ไม่สามารถควบคุมการทำงานได้ดีหากไม่มีสัญญาณจาก Encoder ป้อนกลับไปยังชุดขับเคลื่อนเซอร์โว (Servo drive) ระบบจำเป็นต้องใช้ Encoder เข้ามามีส่วนเกี่ยวข้องในระบบควบคุมเสมอ เสมือนกับเป็นของคู่กันระหว่างเซอร์โวมอเตอร์และEncoder ขาดซึ่งกันและกันไม่ได้ จึงทำให้บริษัทผู้ผลิตออกแบบคิดสร้างเซอร์โวมอเตอร์และEncoderรวมไว้เป็นตัวเดียวกันจึงทำให้ลักษณะโครงสร้างโดยรวมของเซอร์โวมอเตอร์ที่เราพบเห็นในเชิงพานิชย์ทั่วไป จึงมีลักษณะเป็นแพคเกจ(package)ซึ่งประกอบด้วยเซอร์โวมอเตอร์และEncoder (ติดอยู่ที่ส่วนท้ายของมอเตอร์) รวมไว้เป็นชุดเดียวกัน ดังรูป 2.7



รูปที่ 2.7 ชิ้นส่วน Servo motor

ชิ้นส่วนของ Servo motor ประกอบด้วย

Gearheads = เกียร์สำหรับลดความเร็วรอบเพื่อเพิ่มแรงบิด

Shafts = แกนเพลาของมอเตอร์

Flanges = หน้าแปลนสำหรับติดตั้งมอเตอร์

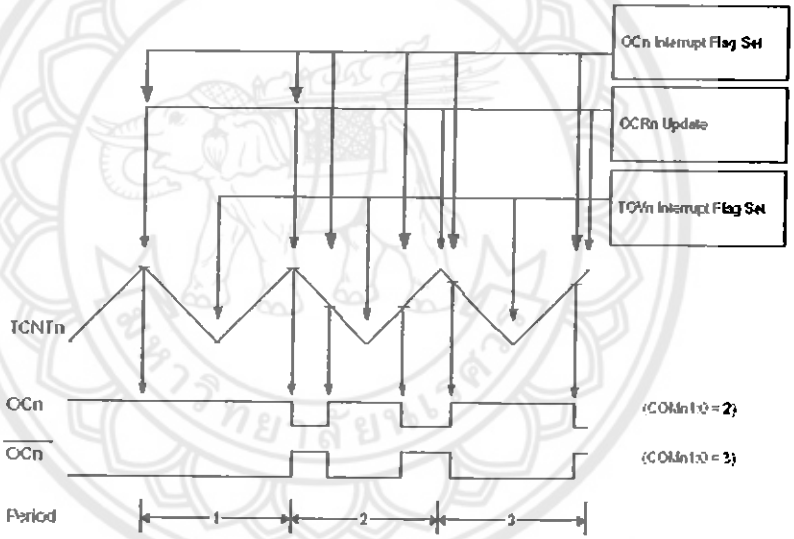
Feed back = อุปกรณ์ป้อนกลับเช่น Encoder

Connectorization = ขั้วต่อสายไฟเข้ามอเตอร์ และขั้วต่อสายสำหรับ Encoder

Breakes = เบรค

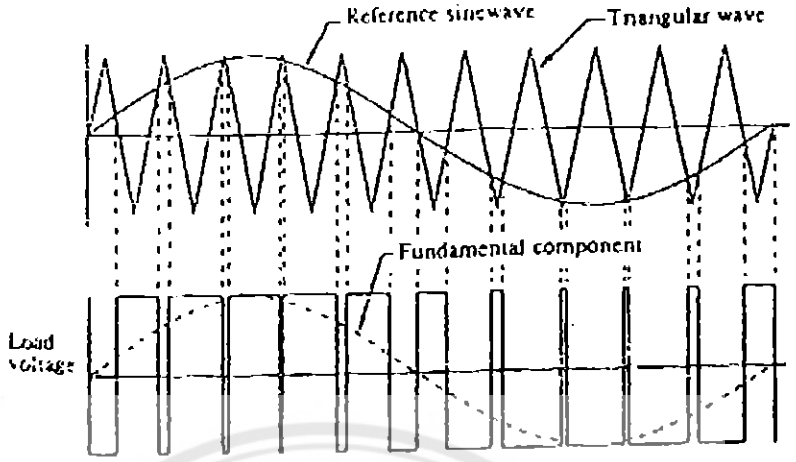
2.3.4 Pulse Width Modulation

Pulse Width Modulation (PWM) คือ หลักการที่ทำให้แรงดันเอาท์พุทของอินเวอร์เตอร์มีลักษณะเป็นสัญญาณพลัลส์เพื่อที่จะสามารถควบคุมระดับความเร็วของมอเตอร์ได้ โดยควบคุมจากแรงดัน โดยจะอาศัยการป้อนกลับค่าแรงดันที่เอาท์พุตและเปรียบเทียบกับแรงดันอ้างอิง (Reference voltage) ของวงจร เพื่อตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของแรงดันที่เอาท์พุต ค่าความแตกต่างที่ได้จะถูกขยายโดยวงจรขยายความแตกต่างก่อนที่จะส่งต่อไปยังวงจร PWM โดยค่าแรงดันที่ได้จากวงจรขยายความแตกต่าง จะถูกเปรียบเทียบกับแรงดันรูปฟันเลื่อยของ PWM อีกครั้งหนึ่ง เอาท์พุตที่ได้จากวงจร PWM จะมีลักษณะเป็นพลัลส์สี่เหลี่ยมซึ่งมีคาบเวลาคงที่เท่ากับคาบเวลาของแรงดันรูปฟันเลื่อยและมีความกว้างของพลัลส์ซึ่งเปลี่ยนแปลงไปตามผลมอดูเลชั่นของค่าแรงดันค่าความกว้างของพลัลส์นี้เองที่จะเป็นตัวกำหนดระดับความเร็วของมอเตอร์



รูปที่ 2.8 แสดงลักษณะความกว้างของพลัลส์จาก PWM

หลักการของ Pulse Width Modulation เป็นวิธีการนำสัญญาณสองสัญญาณมาทำการ Modulate กันแล้วจะได้สัญญาณ Pulse ที่มี Pulse width ขนาดต่างๆกัน ตัวอย่างเช่น การนำสัญญาณ sine wave ที่มีความถี่ต่ำมาทำการ Modulate กับสัญญาณ Triangle wave ที่มีความถี่สูง จะได้สัญญาณ Pulse ที่มีขนาด Pulse widthเปลี่ยนแปลงตามระดับสัญญาณ Sine wave และมีความถี่ตามสัญญาณ Triangle wave ดังรูปที่ 2.9 ถ้านำสัญญาณดังกล่าวไปผ่านวงจร Low pass filter ก็จะได้สัญญาณ Sine wave เหมือนเดิม



รูปที่ 2.9 แสดงการควบคุมลักษณะ Pulse Width Modulation

2.4 ปริภูมิสเตต (State space)

การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อีกรูปแบบหนึ่ง ซึ่งสามารถประยุกต์ใช้สำหรับระบบควบคุมหลายตัวแปร(Multivariable control system) และระบบที่มีอินพุทและเอาท์พุทเพียงหนึ่ง (Single input single output) เรียกว่า แบบจำลองปริภูมิสเตต (State space model) สมมุติว่าระบบควบคุมหลายตัวแปร มี n Integrators และสมมุติว่ามี r อินพุท $u_1(t), u_2(t), ..., u_r(t)$ ซึ่งเราได้สมการดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1(t) &= f_1(x_1, x_2, \ldots x_n, u_1, u_2, u_r; t) \\
\dot{x}_2(t) &= f_2(x_1, x_2, \ldots x_n, u_1, u_2, u_r; t) \\
\dot{x}_3(t) &= f_3(x_1, x_2, \ldots x_n, u_1, u_2, u_r; t)
\end{aligned} \tag{2.1}$$

และมี m เอาท์พุท $y_1(t), y_2(t), ..., y_m(t)$ ของระบบจะเขียนได้ดังนี้

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} \quad , \quad f(x,u,t) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n; u_1, u_2, \ldots, u_r; t) \\ f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n; u_1, u_2, \ldots, u_r; t) \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n; u_1, u_2, \ldots, u_r; t) \end{bmatrix},$$

$$y(t)=\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_m(t) \end{bmatrix} \quad , \quad g(x,u,t)=\begin{bmatrix} g_1(x_1,x_2,\ldots,x_n;u_1,u_2,\ldots,u_r;t) \\ g_2(x_1,x_2,\ldots,x_n;u_1,u_2,\ldots,u_r;t) \\ \vdots \\ g_m(x_1,x_2,\ldots,x_n;u_1,u_2,\ldots,u_r;t) \end{bmatrix},$$

$$u(t)=\begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_r(t) \end{bmatrix} \tag{2.2}$$

จากสมการที่ (2.1) และสมการที่ (2.2) จะได้

$$\dot{x}(t)=f(x,u,t) \tag{2.3}$$

$$y(t)=g(x,u,t) \tag{2.4}$$

โดยที่สมการที่ (2.3) คือสมการสเตต (State equation) และสมการที่ (2.4) คือสมการเอาท์พุท (Output equation) ถ้าฟังก์ชั่นเวคเตอร์ f และหรือ g มีอิทธิพลต่อเวลา t ที่แสดงออกมาอย่างชัดเจน ดังนั้นจะเรียกระบบนี้คือระบบที่เปลี่ยนตามเวลา(Time-varying system) ถ้าสมการที่ (2.3) และสมการที่ (2.4) เป็นสมการเชิงเส้น ดังนั้นเราสามารถเขียนสมการสเตต และสมการเอาท์พุทได้ดังนี้

$$\dot{x}(t)=A(t)x(t)+B(t)u(t) \tag{2.5}$$

$$y(t)=C(t)x(t)+D(t)u(t) \tag{2.6}$$

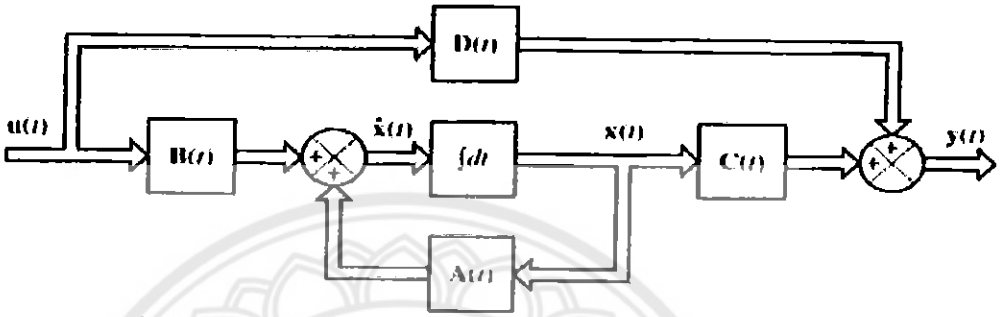
การออกแบบระบบควบคุมด้วยวิธี State space นั้นมีข้อดีดังนี้

1.ใช้งานได้กับระบบหลายอินพุทและหลายเอาท์พุท

2. สามารถใช้กับระบบที่ใช้การออกแบบในโดเมนของความถี่ได้

3. สามารถใช้กับระบบที่ใช้แสดง Non linear system ที่มี Backlash ,Saturation และ Deadzone

โดยที่ $A(t)$ คือเมตริกสเตต (State matrix) $B(t)$ คือเมตริกอินพุท(input matrix) $C(t)$ คือเมตริกเอาท์พุท (Output matrix) และ $D(t)$ คือเมตริกส่งถ่าย (Transmission matrix) จากสมการที่ (2.5) และสมการที่ (2.6) เราสามารถเขียนแผนภาพบล็อกการทำงานของแบบจำลองปริภูมิสเตตดังแสดงในรูปที่ 2.9



รูปที่ 2.10 แผนภาพบล็อกของระบบควบคุมที่แสดงอยู่ในรูปปริภูมิสเตต

2.4.1 ความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชั่นถ่ายโอน กับสมการปริภูมิสเตต (Correlation between Transfer function and State space equation)

ในหัวข้อนี้จะทำการศึกษาการหาฟังก์ชั่นถ่ายโอนของระบบ จากสมการปริภูมิสเตต เราพิจารณาระบบซึ่งมีฟังก์ชั่นถ่ายโอน ดังนี้

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G(s)$$

และระบบอาจเขียนแสดงในรูปแบบของปริภูมิสเตต ได้ดังนี้

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{2.7}$$

$$y = Cx + Du \tag{2.8}$$

โดยที่ x คือ เวคเตอร์สเตท u คืออินพุท และ y คือเอาท์พุท เมื่อเราทำ Laplace transform สมการที่ (2.7) และสมการที่ (2.8) จะได้

$$sX(s) - x(0) = AX(s) + BU(s) \tag{2.9}$$

$$Y(s) = CX(s) + DU(s) \tag{2.10}$$

และเมื่อให้เงื่อนไขเริ่มต้นเท่ากับศูนย์ เราได้

$$sX(s) - AX(s) = BU(s) \tag{2.11}$$

หรือ $$(sI - A)X(s) = BU(s) \tag{2.12}$$

โดยนำ $(sI - A)^{-1}$ คูณเข้าไปทั้งสองข้าง ซึ่งเราจะได้

$$X(s) = (sI - A)^{-1} BU(s) \tag{2.13}$$

แทนค่า $X(s)$ ลงสมการ(2.10)

$$Y(s) = C(sI - A)^{-1} BU(s) + DU(s) \tag{2.14}$$

จัดรูปสมการใหม่ ได้ดังนี้

$$Y(s) = \left[C(sI - A)^{-1} B + D\right]U(s) \tag{2.15}$$

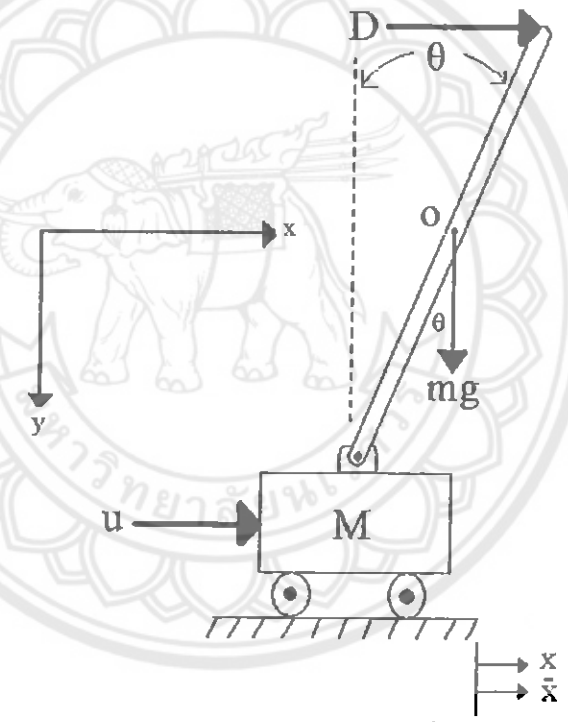
เราจะสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชั่นถ่ายโอน ที่แสดงอยู่ในรูปของปริภูมิสเตต ได้ดังนี้

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = C(sI - A)^{-1} B + D = G(s) \tag{2.16}$$

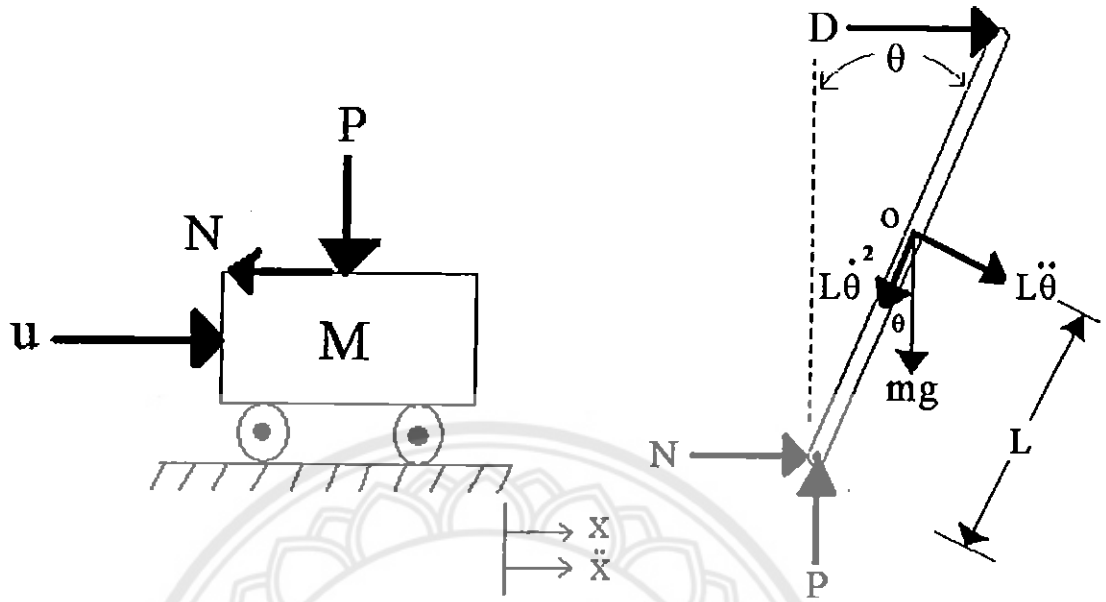
บทที่ 3
การวิเคราะห์ระบบลูกตุ้มผกผัน

3.1 การหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบลูกตุ้มผกผัน

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบลูกตุ้มผกผันสามารถแสดงได้ตามรูปที่ 3.1 และสามารถแยกระบบออกมาเขียนเป็นFree body diagram ได้ตามรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบลูกตุ้มผกผัน



รูปที่ 3.2 Free body diagram ของลูกตุ้มผกผัน

จาก Free body diagram ของตัวรถและกฎข้อที่ 2 ของนิวตันจะได้

$$\sum F = ma; \qquad u - N = M\ddot{x}$$

$$M\ddot{x} + N = u \tag{3.1}$$

จาก Free body diagram ของ Pendulum หาความเร่งในแนวแกน x และ y จะได้

$$(a_G)_x = \ddot{x} - L\dot{\theta}^2 \sin\theta + L\ddot{\theta}\cos\theta$$

$$(a_G)_y = L\ddot{\theta} \sin\theta + LL\dot{\theta}^2 \cos\theta$$

จากกฎข้อที่ 2 ของนิวตันจะได้

$$\sum F_x = ma_x \quad ; \quad D + N = m\ddot{x} - mL\dot{\theta}^2 \sin\theta + mL\ddot{\theta}\cos\theta$$

$$N = (M+m)\ddot{x} - mL\dot{\theta}^2 \sin\theta + mL\ddot{\theta}\cos\theta - D \tag{3.2}$$

$$\sum F_y = ma_y \quad ; \quad mg - p = mL\ddot{\theta} \sin\theta + mL\dot{\theta}^2 \cos\theta$$

$$p = mg - mL\ddot{\theta}\sin\theta - mL\dot{\theta}^2 \cos\theta \tag{3.3}$$

$$\sum T_O = I_O \ddot{\theta} \quad ; \quad NL\cos\theta - PL\sin\theta - DL\cos\theta = I\ddot{\theta} \tag{3.4}$$

เนื่องจากสมการที่ (3.2) , (3.3) และ (3.4) เป็น Nonlinear differential equation เพื่อง่ายต่อการคำนวณและเหตุผลที่ว่าเราต้องการควบคุมแท่ง Pendulum ให้ตั้งตรง(มุม θ มีค่าน้อยๆ) จึงทำการLinearization เพื่อให้ระบบเป็น linear differential equation โดยให้ θ เป็นการเปลี่ยนแปลงมุมเล็กๆ จะได้ $\sin\theta \approx \theta$, $\cos\theta \approx 1$, $\dot{\theta}^2 \approx 0$, $\ddot{\theta}\theta \approx 0$

ดังนั้นจากสมการที่ (3.2) ,(3.3) และสมการที่ (3.4) ทำการLinearization จะได้

$$N = m\ddot{x} + mL\ddot{\theta} - D \tag{3.5}$$

$$P = mg \tag{3.6}$$

$$NL - PL\theta - DL = I\ddot{\theta} \tag{3.7}$$

จากสมการที่ (3.1) และสมการที่ (3.5) สามารถจัดรูปใหม่ได้เป็น

$$(M+m)\ddot{x} + mL\ddot{\theta} = u + D \tag{3.8}$$

จากสมการที่ (3.5) , (3.6) และสมการที่ (3.7) สามารถจัดรูปใหม่ได้เป็น

$$(I - mL^2)\ddot{\theta} + mgL\theta = mL\ddot{x} - 2DL \tag{3.9}$$

จากสมการที่ (3.8) และสมการที่ (3.9) สามารถจัดรูปได้ใหม่อีกครั้งได้เป็น

$$\ddot{x} = \frac{m^2gL^2\theta + (I - mL^2)u + (I - mL^2 + 2mL^2)D}{(M+m)(I - mL^2) + m^2L^2} \tag{3.10}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{-mgL(M+m)\theta + mLu + (-mL - 2ML)D}{(M+m)(I - mL^2) + m^2L^2} \tag{3.11}$$

จากสมการที่ (3.10) และ (3.11) ถ้าเลือกกำหนดตัวแปร State เป็น

$$x_1 = x$$
$$x_2 = \theta$$
$$x_3 = \dot{x}$$
$$x_4 = \dot{\theta}$$

และจัดรูปใหม่เป็น

$$\dot{x}_1 = x_3$$
$$\dot{x}_2 = x_4$$
$$\dot{x}_3 = \ddot{x} = \frac{m^2 gL^2 x_2 + (I - mL^2)u + (I + mL^2)D}{((M+m)(I - mL^2) + m^2 L^2)}$$
$$\dot{x}_4 = \ddot{\theta} = \frac{-mgL(M+m)x_2 + mLu + (-mL - 2ML)D}{(M+m)(I - mL^2) + m^2 L^2}$$

จะได้ State space ของระบบลูกตุ้มผกผันออกมาเป็น

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{m^2 gL^2}{(M+m)(I - mL^2) + m^2 L^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-mgL(M+m)}{(M+m)(I - mL^2) + m^2 L^2} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{(I + mL^2)}{(M+m)(I - mL^2) + m^2 L^2} \\ \frac{-mL + 2ML}{(M+m)(I - mL^2) + m^2 L^2} \end{bmatrix} D$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{(I - mL^2)}{(M+m)(I - mL^2) + m^2 L^2} \\ \frac{mL}{(M+m)(I - mL^2) + m^2 L^2} \end{bmatrix} u$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

เมื่อ $y_1 = x \qquad y_2 = \theta$

จากค่าพารามิเตอร์ที่วัดได้จากระบบจริงที่สร้างขึ้นมาซึ่งสามารแสดงได้ตามตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1 แสดงค่าพารามิเตอร์ของลูกตุ้มผกผัน

พารามิเตอร์	คำอธิบาย	ค่าคงที่
M	มวลของตัวรถ	0.25 kg.
m	มวลของแท่ง Pendulum	0.08 kg.
L	ระยะจากปลายไม้ถึงจุดC.G	0.5 m.
g	แรงโน้มถ่วง	9.81 m/s^2
I	โมเมนต์ความเฉื่อย	0.0067 $kg.m^2$

เมื่อนำค่าพารามิเตอร์ทั้งหมดไปแทนลงใน State space แล้วจะได้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -5.6278 & 0 & 0 \\ 0 & 46.4295 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -9.5733 \\ 103.9799 \end{bmatrix} D + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 4.7689 \\ -14.3420 \end{bmatrix} u$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \qquad \text{เมื่อ } y_1 = x \text{ และ } y_2 = \theta$$

จาก State space ที่ได้จะสามารถหา Transfer function ซึ่งแบ่งออกเป็น 4 กรณีดังนี้

กรณีที่ 1 $$\frac{X(s)}{D(s)} = \frac{-9.5733S^2 - 140.6945}{S^4 - 46.4295S^2}$$

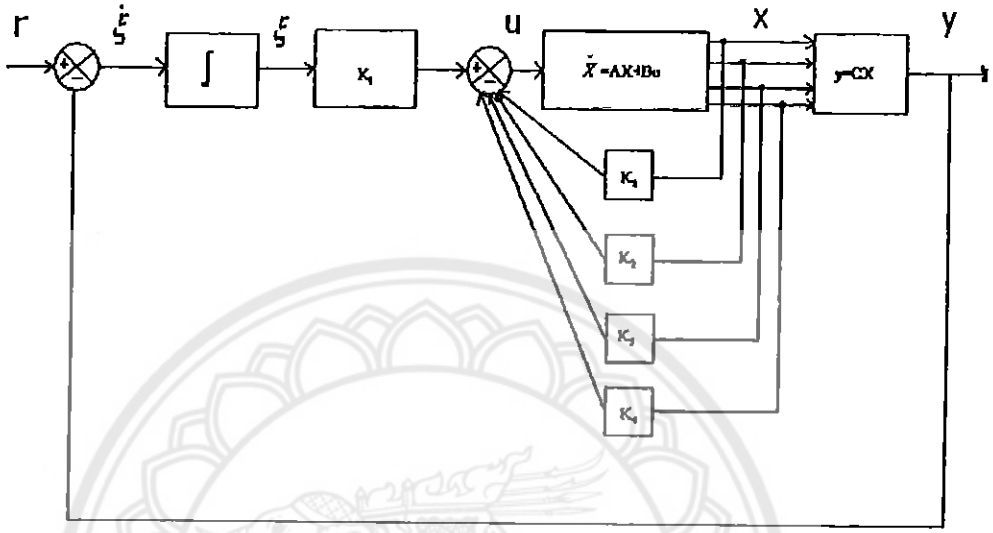
กรณีที่ 2 $$\frac{\theta(s)}{D(s)} = \frac{103.9799S^2}{S^4 - 46.4295S^2}$$

กรณีที่ 3 $$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{4.7687S^2 - 140.6944}{S^4 - 46.4295S^2}$$

กรณีที่ 4 $$\frac{\theta(s)}{U(s)} = \frac{-14.342S^2}{S^4 - 46.4295S^2}$$

3. 2 การออกแบบระบบควบคุมของลูกตุ้มผกผันทาง State space

ในการออกแบบระบบความคุมทาง State space ของลูกตุ้มผกผันสามารถแสดงได้ตามรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 ระบบความคุมทาง State space ของลูกตุ้มผกผัน

โดยที่

u = สัญญาณควบคุม(Input)

y = สัญญาณ Output

ξ = สัญญาณ Out put ที่ออกจากตัว Integrator

r = Reference input

ขั้นตอนแรกโดยเราจะไม่คิดแรง D และกำหนด

$$A=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & -5.6278 & 0 & 0\\ 0 & 46.4295 & 0 & 0\end{bmatrix} \qquad B=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 4.7689\\ -14.3420\end{bmatrix} \qquad C=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

จาก Block diagram จะได้ว่า

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{3.12}$$

$$y = Cx \tag{3.13}$$

$$u = -kx + k_I\xi \tag{3.14}$$

$$\dot{\xi} = r - y = r - Cx \tag{3.15}$$

จากสมการที่ (3.12) ถึง (3.15) สามารถนำมาแสดงเป็น Tate space ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}(t) \\ \dot{\xi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0 \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{C} \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix} r(t) \tag{3.16}$$

และจะได้การตอบสนองของระบบในสภาวะคงตัวเป็น

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}(\infty) \\ \dot{\xi}(\infty) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0 \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}(\infty) \\ \xi(\infty) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{C} \end{bmatrix} u(\infty) + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix} r(\infty) \tag{3.17}$$

ถ้าให้ r(t) เป็นแบบ Unit step input แล้วจะได้ว่า $r(\infty) = r(t) = 1$ ดังนั้นเมื่อนำสมการที่ (3.16) ไปลบออกจากสมการที่ (3.17) แล้วจะได้เป็น

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}(t) - \dot{\bar{x}}(\infty) \\ \dot{\xi}(t) - \dot{\xi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0 \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}(t) - \bar{x}(\infty) \\ \xi(t) - \xi(\infty) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{x}(t) - \bar{x}(\infty) \\ \xi(t) - \xi(\infty) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix} r(\infty) - r(\infty) \tag{3.18}$$

ถ้ากำหนดให้

$$x(t) - x(\infty) = x_e(t)$$

$$\xi(t) - \xi(\infty) = \xi_e(t)$$

$$u(t) - u(\infty) = u_e(t)$$

ห้องสมุดคณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

5200051 ว5093661.
ปร
ก7419.
ม๕๑๐.

ดังนั้นเมื่อนำไปแทนลงในสมการที่ (3.16) แล้วจะได้

$$\begin{bmatrix}\dot{\bar{x}}_e(t)\\ \dot{\xi}_e(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{A} & 0\\ -\mathbf{C} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_e(t)\\ \xi_e(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\mathbf{B}\\ 0\end{bmatrix}u_e(t) \tag{3.19}$$

โดยที่

$$u_e(t) = -k\bar{x}_e(t) + k_I\xi_e(t)$$

และถ้าให้ $\bar{e}\ (t)$ แทนเวกเตอร์ของ Error ซึ่งมีค่าเป็น

$$\bar{e}\ (t) = \begin{bmatrix}x_e(t)\\ \xi_e(t)\end{bmatrix}$$

ดังนั้นสมการที่ (3.19) จะสามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\dot{\bar{e}} = (\hat{\mathbf{A}} - \hat{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{K}})\bar{e} \tag{3.20}$$

โดยที่

$$\hat{A} = \begin{bmatrix}\mathbf{A} & 0\\ -\mathbf{C} & 0\end{bmatrix} \qquad \hat{B} = \begin{bmatrix}\mathbf{B}\\ 0\end{bmatrix} \qquad \hat{K} = \begin{bmatrix}K & -k_I\end{bmatrix}$$

ซึ่งค่า K และค่า k_I นั้นสามารถหาได้จากค่า Eigenvalues ที่ต้องการของเมตริก $\hat{A} - \hat{B}\hat{K}$ (หรือค่า Pole ของระบบปิดที่ต้องการ) ซึ่งในที่นี้เราต้องการให้สมรรถนะการตอบสนองของระบบของเราเป็น

1. Percent overshoot 8.35 %
2. Setting time 0.65 วินาที

จากสมรรถนะที่กำหนดนี้สามารถคำนวณค่า Dominant pole ได้เป็น

จากสมการ Percent overshoot (PO) $= 100e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}}$

แทนค่า $8.35 = 100e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}}$

จะได้ $\xi = 0.62$

จากสมการ Setting time (t_s) $$= \frac{-\ln(0.02\sqrt{1-\xi^2}}{\xi\omega_n}$$

แทนค่า $$0.65 = \frac{-\ln(0.02\sqrt{1-(0.62)^2}}{(0.62)\omega_n}$$

จะได้ $$\omega_n = 10.3092$$

จากระบบขั้น 2 ซึ่งมีรูปแบบสมการโดยทั่วไปเป็น

$$S^2 + 2\xi\omega_n + \omega_n^2 = 0 \qquad (3.21)$$

เมื่อแทนค่า $\xi = 0.62$ และ $\omega_n = 10.3092$ ลงในสมการที่ (3.21) จะได้

$$S^2 + 12.7834S + 106.2796 = 0 \qquad (3.22)$$

ดังนั้นเมื่อแก้สมการได้ Dominant pole เป็น

$$\mu_1 = -6.3917 + 8.0886i$$

$$\mu_2 = -6.3917 - 8.0886i$$

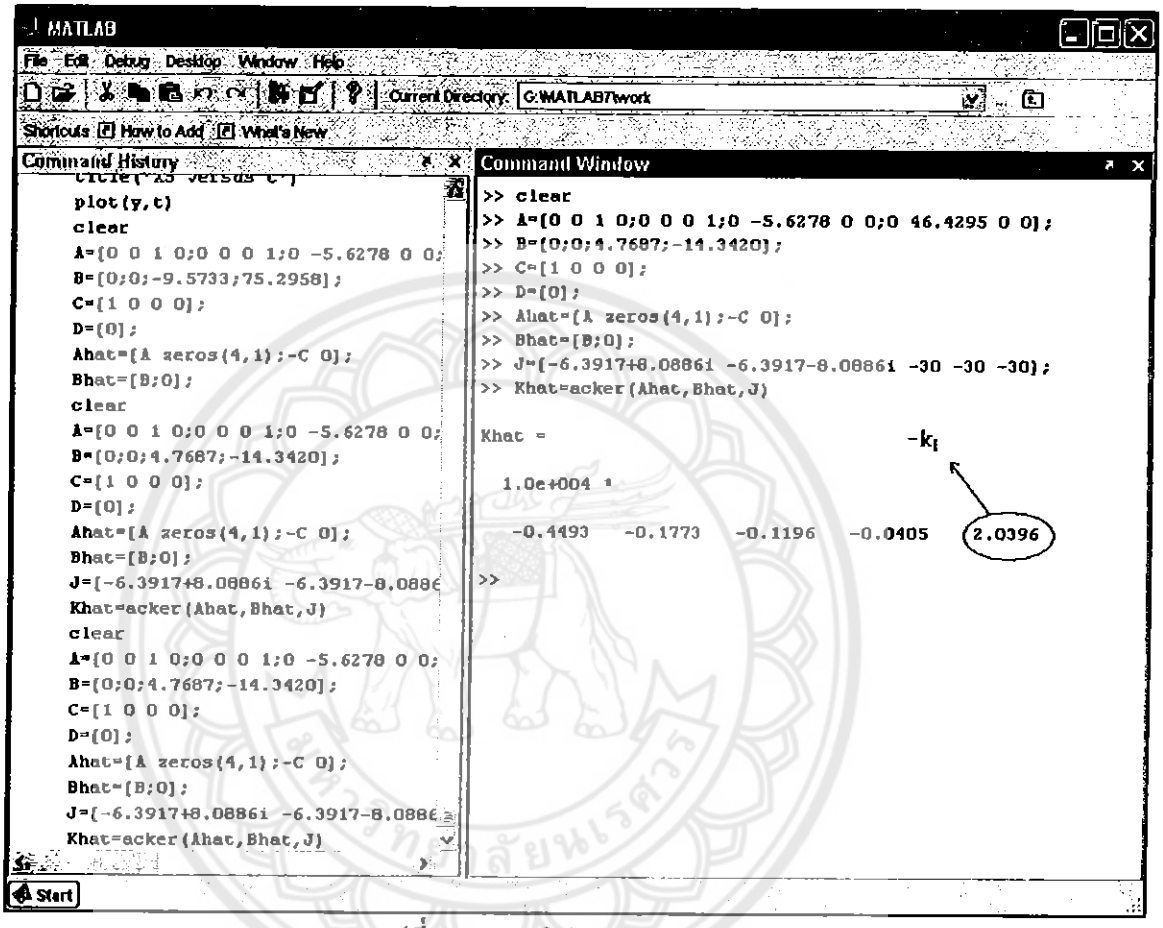
แต่เนื่องจากระบบนี้มีขั้นเท่ากับ 5 ดังนั้นตำแหน่ง Pole ที่ต้องการจะต้องมี 5 อันซึ่ง Pole ที่เหลืออีก 3 Pole จะเลือกให้เป็นจำนวนจริงลบที่ซ้ำกันและอยู่ห่างจาก Dominant pole ประมาณ 5 เท่า ดังนั้นเมื่อคำนวณออกมาแล้วจะได้ค่า Pole ทั้ง 3 เป็น

$$\mu_3 = -30$$

$$\mu_4 = -30$$

$$\mu_5 = -30$$

เมื่อได้ตำแหน่ง Pole ของระบบปิดที่ต้องการแล้วต่อมาก็สามารถหาค่า K และ k_I โดยอาศัยโปรแกรม MATLAB ช่วยได้ดังนี้



รูปที่ 3.4 แสดงโปรม MATLAB

จากโปรแกรม MATLAB จะได้ค่า $K = \begin{bmatrix} -4493 & -1773 & -1196 & -405 \end{bmatrix}$ และ

$k_I = -20396$

เมื่อได้ค่า K และ k_I มาแล้วต่อมาก็สามารถหา State space ของระบบปิดได้โดยการนำสมการ (3.14) ไปแทนลงในสมการ (3.16) ซึ่งจะได้ผลออกมาเป็น

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}-\mathbf{B}K & \mathbf{B}k_I \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{x} \\ \xi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(t)$$

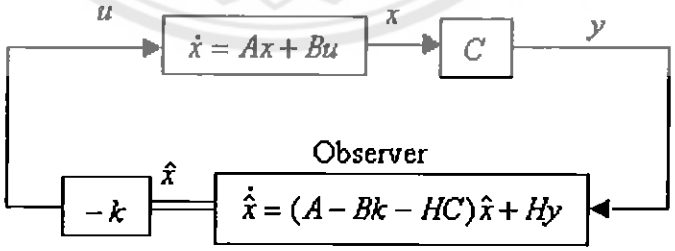
เมื่อแทนค่าจะได้

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 21430 & 8450 & 5700 & 1930 & -97260 \\ -64440 & -25380 & -17150 & -5810 & 292520 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{x} \\ \xi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(t)$$

โดยอาศัยโปรแกรม MATLAB ช่วยจะได้กราฟการตอบสนองของระบบออกมาเป็นกราฟที่ (4.1) และกราฟที่ (4.2)

3.3 ออกแบบตัว Observer (ตัวประมาณค่า)

เนื่องจากในการออกแบบจริงในการสร้างแบบจำลองลูกตุ้มผกผันจำเป็นที่จะต้องมีตัวจับสัญญาณหลายตัวแต่เราไม่มีตัวจับสัญญาณเป็นจำนวนมาก แต่เราสามารถที่จะประมาณค่าของตัวจับสัญญาณนั้นๆได้โดยการติดตั้ง Observer ลงใน State space ซึ่งมีวิธีการคำนวณหาค่าดังนี้



$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -5.6278 & 0 & 0 \\ 0 & 46.4295 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 4.7689 \\ -14.3420 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

จาก State space ของระบบนี้ดังนั้นเราจะได้สมการ Characteristic equation เป็น

$$S^4 - 46.4295S^2 = 0 \tag{3.22}$$

จากสมการที่ (3.22) สามารถหารากคำตอบของสมการได้เป็น 0, 0, 6.8139, -6.8139
เมื่อนำมาแทนในรูปแบบทั่วไปของ Observer canonical form ก็จะได้รูปแบบเมตริกใหม่เป็น

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 46.4295 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

หาสมการ Characteristic equation ของตัว Observer จากสมการ $\dot{\vec{e}}_x = (A - LC)\vec{e}_x$

$$\dot{\hat{\vec{e}}}_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 46.4295 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \\ l_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{\vec{e}}_x$$

$$\dot{\hat{\vec{e}}}_x = \begin{bmatrix} -l_1 & 1 & 0 & 0 \\ 46.4295 - l_2 & 0 & 1 & 0 \\ -l_3 & 0 & 0 & 1 \\ -l_4 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{\vec{e}}_x$$

ดังนั้นจะได้สมการ Characteristic equation เป็น

$$\left|S - (A - LC)\right| = S^4 + l_1 S^3 + (l_2 - 46.4295)S^2 + l_3 S + l_4 = 0 \tag{3.24}$$

ต้องหาตำแหน่งของ Pole ของตัว Observer ที่เราต้องการจะวางซึ่งโดยปกติจะออกแบบให้การตอบสนองของตัว Observer ไวกว่า 10 เท่า ของการตอบสนองของระบบปิด ดังนั้นเราจะเลือกตำแหน่งของ Pole ของตัว Observer ห่างจาก Pole ของระบบปิดเป็น 10 เท่า เราจะได้

$$S_1 = -6.3971 + 8.0886i$$

$$S_2 = -6.3971 - 8.0886i$$

$$S_3 = -60$$

$$S_4 = -60$$

เมื่อได้ค่า Pole ที่ต้องการแล้วต่อมานำค่า Pole นั้นมาหาค่าสมการ Characteristic equation ที่ต้องการดังนี้

$$(S+60)^2[S-(-6.3917+8.0886i)][S-(-6.3917-8.0886i)]=0$$

$$S^4+132.7834S^3+5240.2793S^2+58773.756S+382605.48=0 \qquad (3.25)$$

นำค่าสัมประสิทธิ์ของสมการ Characteristic equation ของสมการที่ (3.24) และ สมการที่ (3.25) มาเทียบกันจะได้

$$l_1=132.7834$$

$$l_2=5286.7088$$

$$l_3=58773.756$$

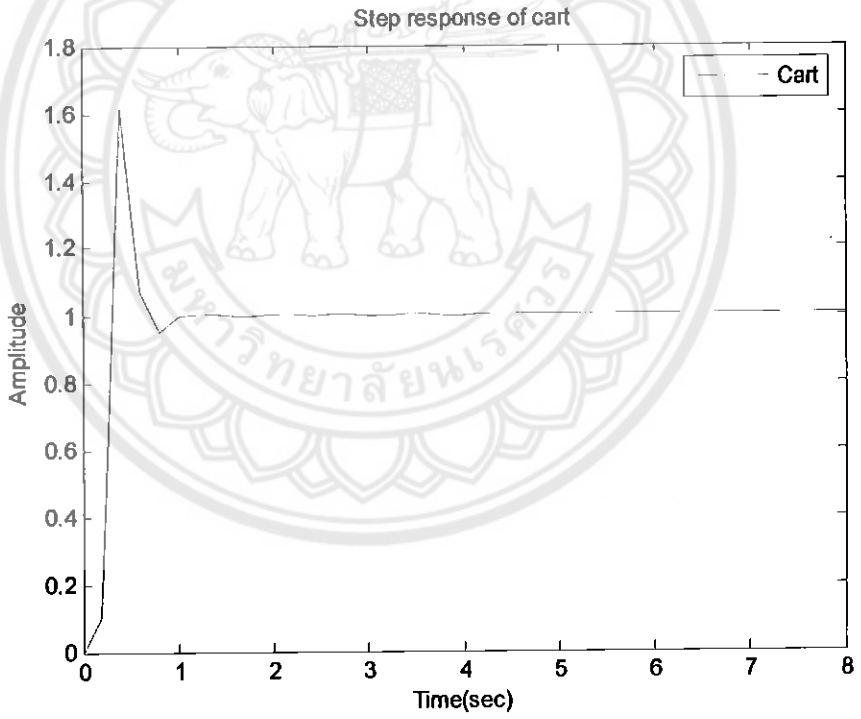
$$l_4=382605.48$$

บทที่ 4

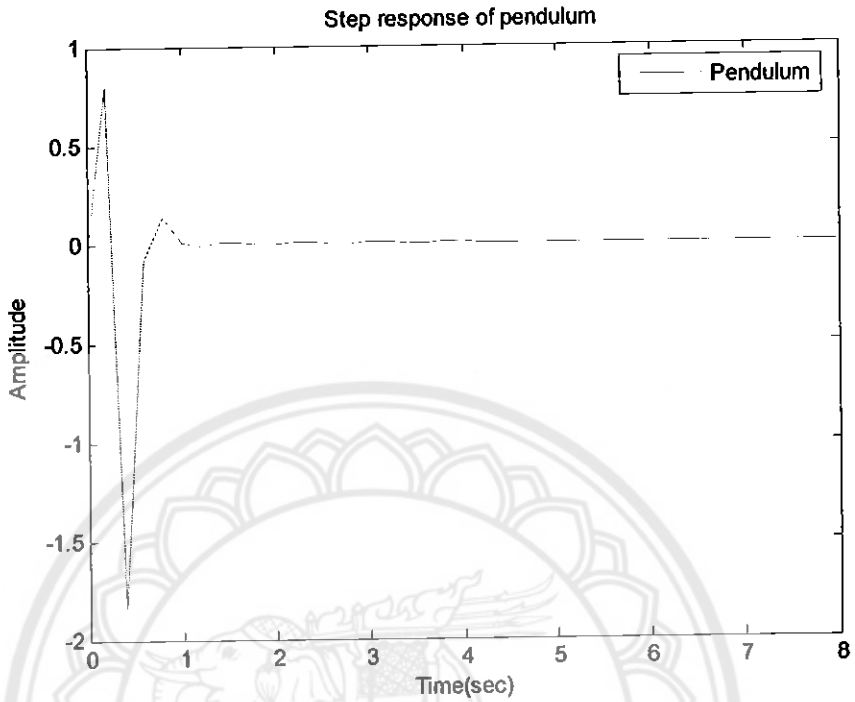
ผลการวิเคราะห์

ในบทนี้จะนำระบบควบคุมของลูกตุ้มผกผันที่ออกแบบมาได้ในบทที่3 มาทำการทดสอบสมรรถนะในโปรแกรม MATLAB โดยการทดสอบนี้จะแบ่งออกเป็น 2 กรณีดังนี้

4.1 กรณีที่ 1 จะป้อนสัญญาณ Input ที่เป็นแบบ Unit step เข้าไปในระบบ โดยที่จะยังไม่ใส่ Disturbance เข้าไปรบกวนระบบ ซึ่งจะได้กราฟการตอบสนองตามกราฟที่ 4.1 และกราฟที่ 4.2



กราฟที่ 4.1 Step response ของระยะทางของตัวรถ

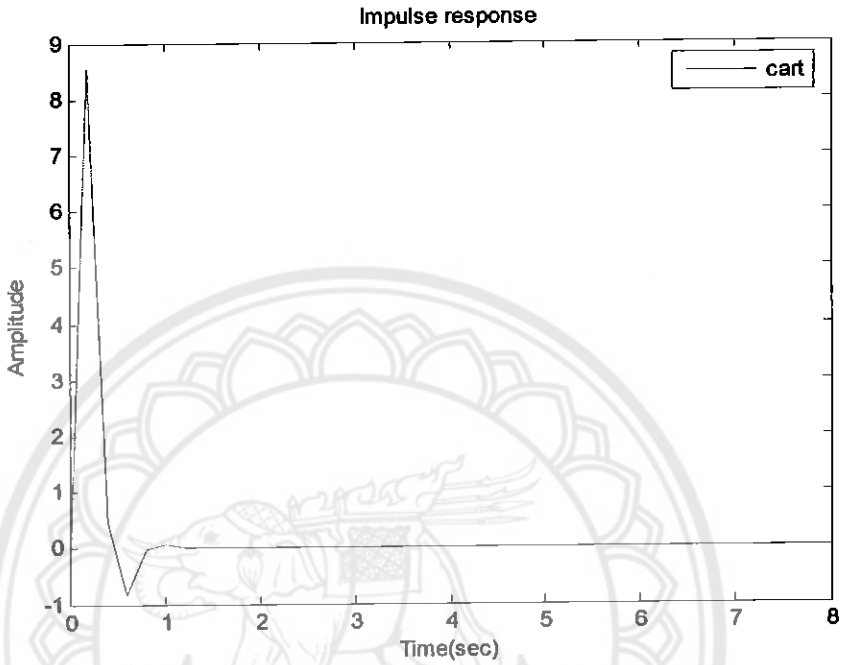


กราฟที่ 4.2 Step response ของมุมของแท่ง Pendulum

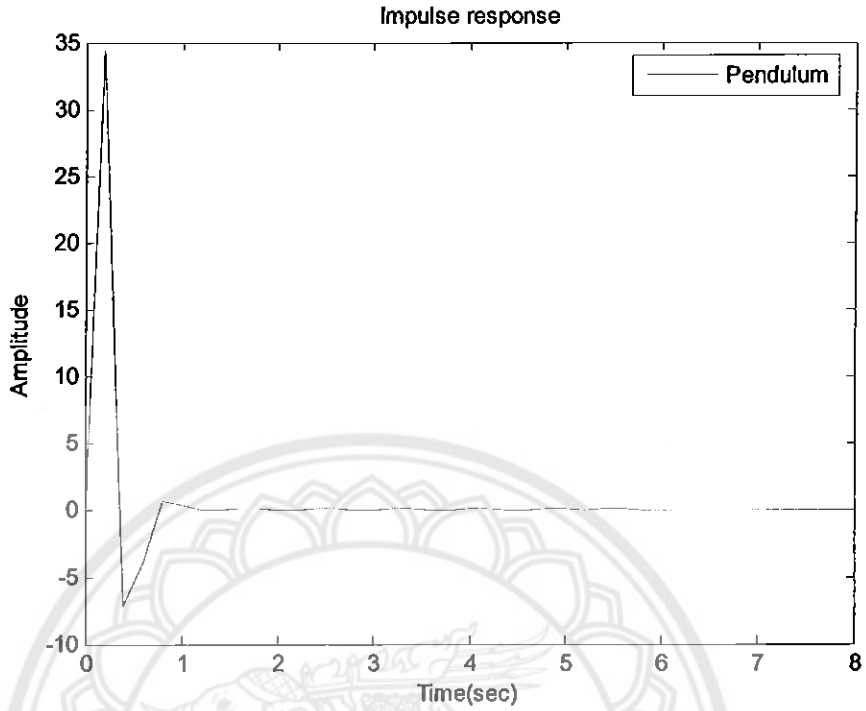
จากกราฟที่ 4.1 จะเห็นว่ากราฟการตอบสนองของระบบจะมีการกวัดแกว่งในช่วงเริ่มต้นและลู่เข้าค่าคงที่ตามที่ตั้งไว้(ในที่นี้คือ 1) ซึ่งเมื่อวิเคราะห์จากกราฟจะเห็นว่า กราฟการตอบสนองนี้มีค่า Percent overshoot เท่ากับ 8.35 % และ Setting Time 0.65 วินาที

จากกราฟที่ 4.2 จะเห็นว่ากราฟการตอบสนองของระบบจะมีการกวัดแกว่งในช่วงเริ่มต้นและลู่เข้าศูนย์ ซึ่งหมายความว่าสุดท้ายแล้วระบบควบคุมสามารถรักษาลูกตุ้มให้ตั้งตรงได้ และเมื่อวิเคราะห์จากกราฟจะเห็นว่า กราฟการตอบสนองนี้จะมีค่า มีค่า Percent overshoot เท่ากับ 8.35 % และ Setting Time 0.65 วินาที

4.2 กรณีที่ 2 จะทดสอบผลของสัญญาณ Disturbance ภายนอกที่เข้ามารบกวนระบบ โดยให้ Disturbance เป็นแรงแบบ Impulse จะได้กราฟตาม กราฟที่ 4.3 และกราฟที่ 4.4



กราฟที่ 4.3 Impulse response ของระยะทางของตัวรถ



กราฟที่ 4.4 Impulse response ของมุมของแท่ง pendulum

จากกราฟที่ 4.3 และกราฟที่ 4.4 จะเห็นว่ากราฟการตอบสนองของระบบจะมีการกวัดแกว่งในช่วงเริ่มต้นและลู่เข้าศูนย์ซึ่งหมายความระบบควบคุมสามารถควบคุมตำแหน่งของตัวรถให้เคลื่อนที่มายังตำแหน่งที่ต้องการพร้อมทั้งรักษาเสถียรภาพของก้านไม้ให้ตั้งตรงเสมอและคงทนต่อแรงรบกวนภายนอกที่มารบกวนระบบได้

บทที่ 5
สรุปผลการทดลอง

5.1 สรุปผลการวิเคราะห์

โครงงานนี้มีจุดประสงค์เพื่อออกแบบระบบควบคุมให้กับลูกตุ้มผกผันเพื่อรักษาเสถียรภาพตำแหน่ง x ของตัวรถและมุม θ ของลูกตุ้ม โดยในที่นี้จะเลือกใช้การควบคุมแบบ State space control จากการทดลองในบทที่ 4 พบว่า ระบบควบคุมสามารถควบคุมตัวรถให้เคลื่อนที่ไปยังตำแหน่งที่ต้องการพร้อมทั้งรักษาเสถียรภาพของลูกตุ้มให้ตรงอยู่ได้ อีกทั้งระบบยังสามารถคงทนคงทนต่อสัญญาณ Disturbance ภายนอกที่มารบกวนได้

5.2 ข้อเสนอแนะ

เนื่องจากโครงงานนี้ทำการจำลองระบบควบคุมของลูกตุ้มผกผันและทำการรบกวนระบบด้วย Disturbance เพียง 2 แบบ คือUnit step function และ Impulse function ดังนั้นในการนำไปใช้งานจริงจึงควรที่จะต้องคำนึงถึงองค์ประกอบในหลายๆ ด้านไม่ว่าจะเป็นสัญญาณรบกวนแบบอื่นๆ สิ่งแวดล้อมโดยรอบ และบุคลากร เป็นต้น

บรรณานุกรม

รศ.ดร.มนัส สังวรศิลป์ และ วรรัตน์ ภัทรอมรกุล คู่มือการใช้งาน MATLAB ฉบับสมบูรณ์ . พิมพ์ครั้งที่ 1.กรุงเทพฯ :2543

Prabha Kundur Power system and Control McGraw Hill,1994

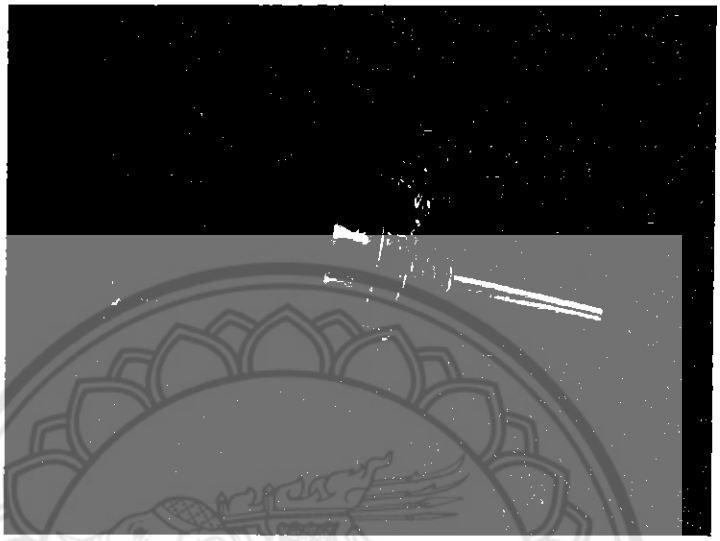
http://www.engin.umich.edu/group/ctm/examples/pend/invpen.html

http://www.engin.umich.edu/group/ctm/examples/pend/invSS.html

ภาคผนวก

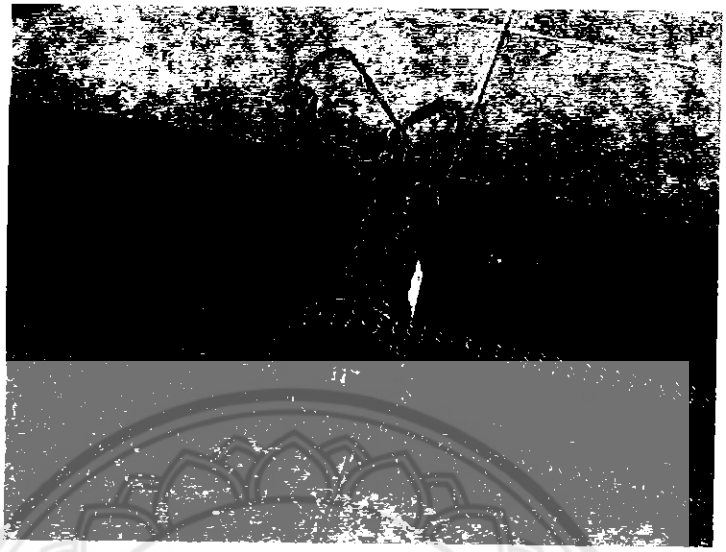
รูปอุปกรณ์ และรูปการประกอบแบบจำลองลูกตุ้มผกผัน

รูป Potentiometer



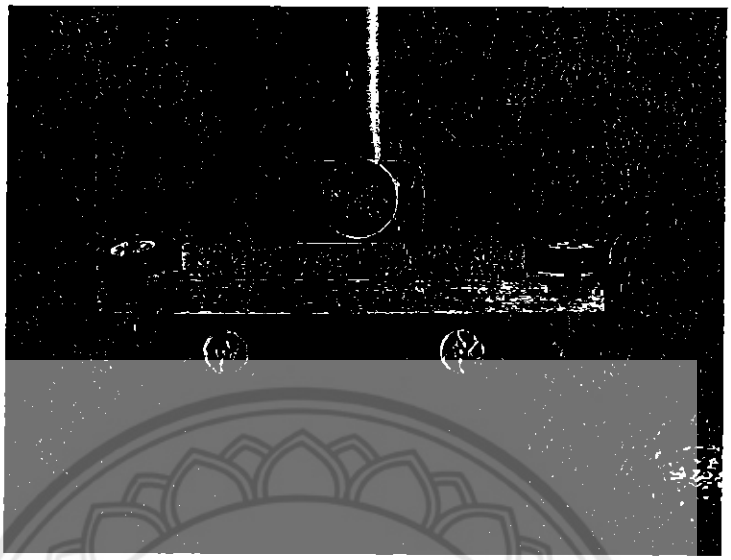
รูป Servo motor

รูปการติดตั้ง Servo motor กับราง



รูปการติดเฟืองตัวตามกับราง

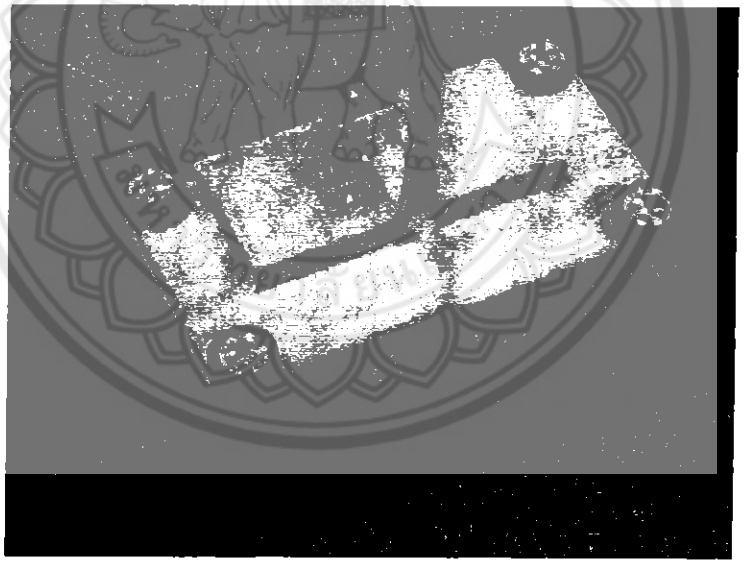
รูปตัวรถด้านหน้า



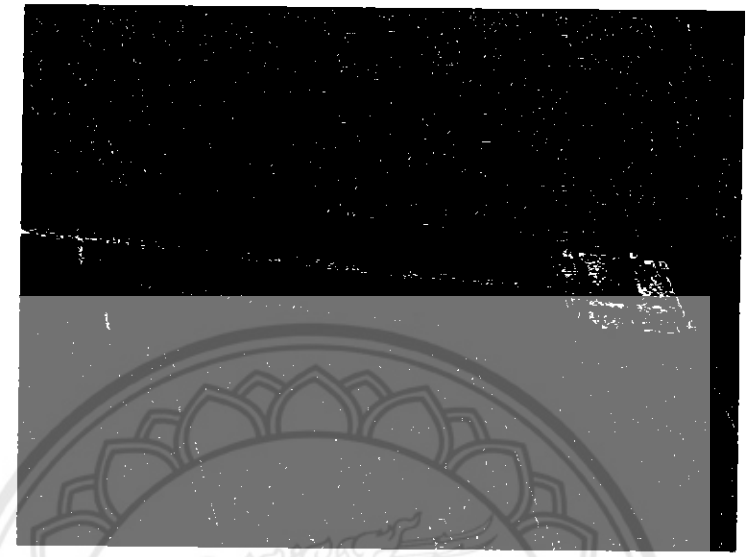
รูปตัวรถด้านข้าง

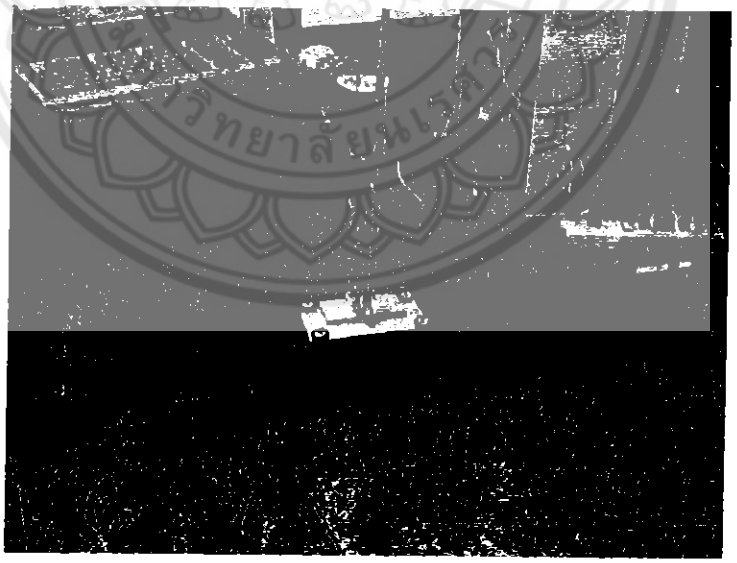
รูปตัวรถด้านหลัง

รูปตัวรถมุมมอง Isometric

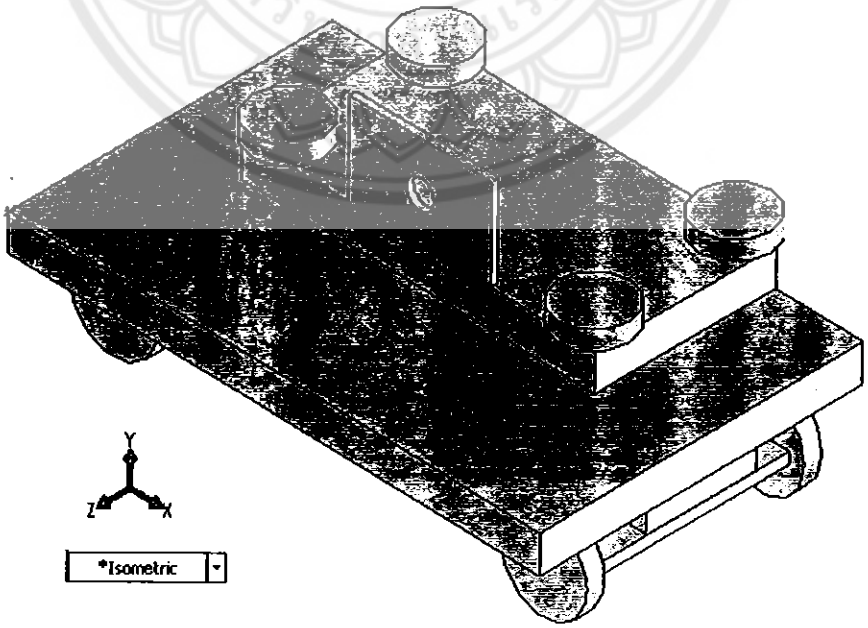


รูปชิ้นงานที่ประกอบแล้ว



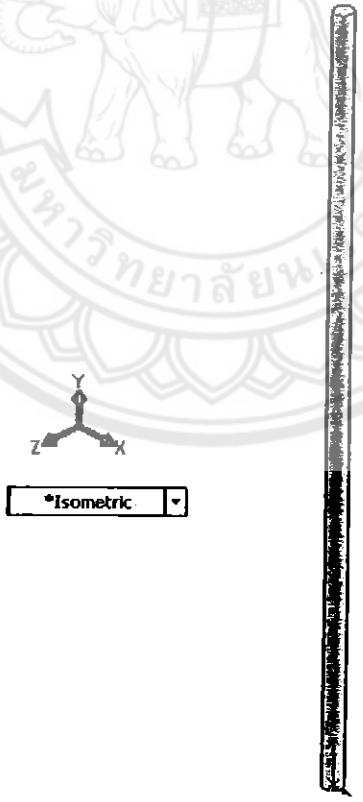


Servo Motor

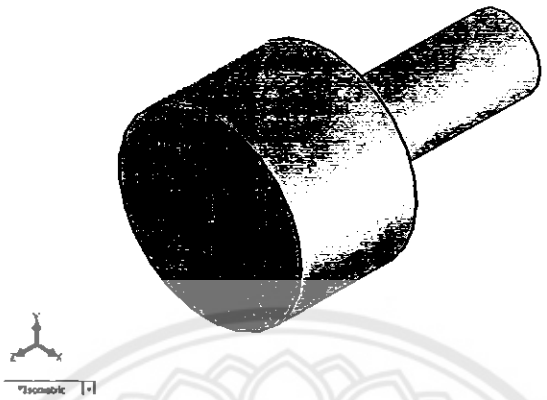


Cart

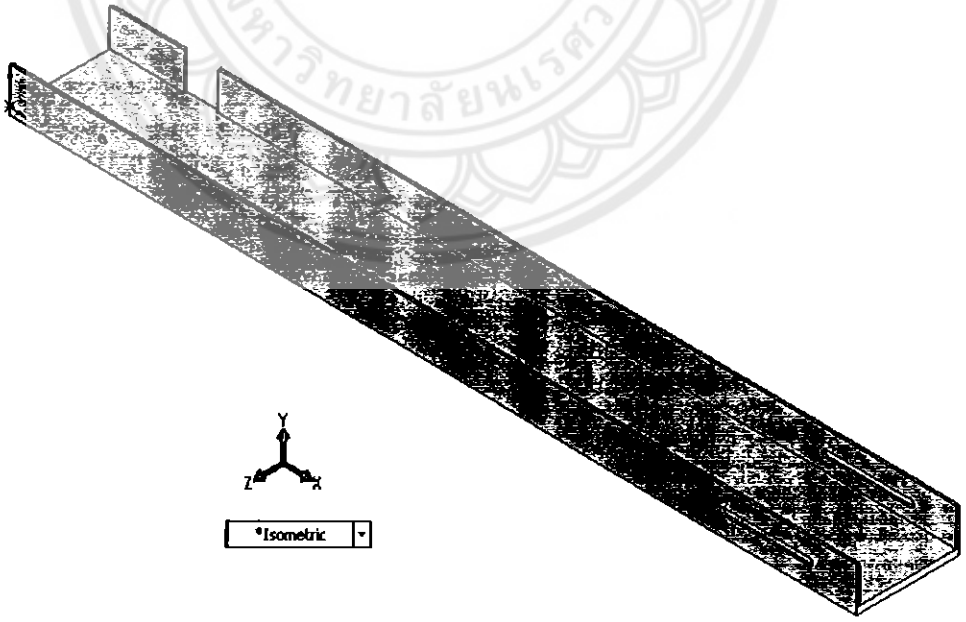
Gear



Pendulum



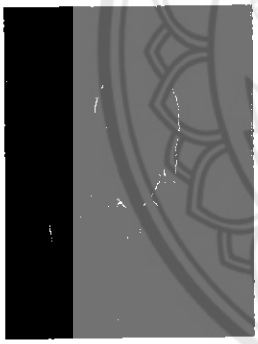
Potentiometer



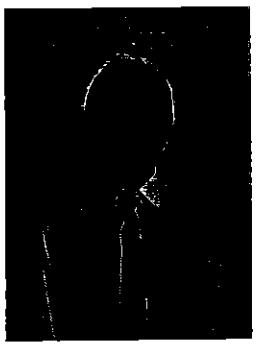
Rack

ประวัติผู้เขียนโครงงาน

ชื่อ นายกู้เกียรติ ตั้งอิสราวุฒิกุล
ภูมิลำเนา 3 หมู่ 9 ต. แม่ลาว อ. เชียงคำ จ. พะเยา
ประวัติการศึกษา
-จบชั้นประถมศึกษาจากโรงเรียนบ้านสบทุดีรีราษฎ์
สงเคราะห์ จ. พะเยา
-จบชั้นมัธยมศึกษาจากโรงเรียนฝายกวางวิทยาคม จ.พะเยา
-ปัจจุบันกำลังศึกษาในระดับปริญญาตรีชั้นปีที่ 4
สาขาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์
มหาวิทยาลัยนเรศวร จ. พิษณุโลก



ชื่อ นายราโชทัย มหาพรม
ภูมิลำเนา 53 หมู่ 9 ต.วังทรายพูน อ.วังทรายพูน จ.พิจิตร
ประวัติการศึกษา
-จบชั้นประถมศึกษาจากโรงเรียนบ้านบุ่งมะกรูดวังพลับ จ.พิจิตร
-จบมัธยมศึกษาจากโรงเรียนสากเหล็กวิทยา จ.พิจิตร
-ปัจจุบันกำลังศึกษาในระดับปริญญาตรีชั้นปีที่ 4
สาขาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์
มหาวิทยาลัยนเรศวร จ. พิษณุโลก



ชื่อ นายวัลลภ ดีเกิด
ภูมิลำเนา 31 หมู่ 11 ต.หนองกลับ อ.หนองบัว จ.นครสวรรค์
ประวัติการศึกษา
-จบชั้นประถมศึกษาจากโรงเรียนวัดเทพสุทธาวาส จ.นครสวรรค์
-จบมัธยมศึกษาจากโรงเรียนหนองบัว จ.นครสวรรค์
-ปัจจุบันกำลังศึกษาในระดับปริญญาตรีชั้นปีที่ 4
สาขาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์
มหาวิทยาลัยนเรศวร จ. พิษณุโลก