การแก้ปัญหาการจัดลำดับงานของเครนโดยใช้โปรแกรมเชิงคณิตศาสตร์

Solving a Crane Scheduling Problem by Mathematical Programming

เอราวิล ถาวร

หนึ่งฤทัย ทัพใหญ่

กนกพร อารยิกานนท์

1400280

ห้องสมุดคณะวิศวกรรมศาสตร์

วันที่รับ 15/ส.ค./51

เลขทะเบียน 51000A0

เลขเรียกหนังสือ ป.ร.

มหาวิทยาลัยนเรศวร 0913 ก 2550

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมอุตสาหการ ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

ปีการศึกษา 2550

PROJ 36/50

ใบรับรองโครงงานวิจัย

หัวข้อโครงงานวิจัย	: การแก้ปัญหาการจัดลำดับงานของเครนโดยใช้โปรแกรมเชิงคณิตศาสตร์	
ผู้ดำเนินงานวิจัย	: นายเอราวิล ถาวร	รหัสนิสิต 47360656
	: นางสาวหนึ่งฤทัย ทัพใหญ่	รหัสนิสิต 47362702
	: นางสาวกนกพร อารยิกานนท์	รหัสนิสิต 47363205
อาจารย์ที่ปรึกษาโครงงานวิจัย	: ดร. ขวัญนิธิ คำเมือง	
สาขาวิชา	: วิศวกรรมอุตสาหการ	
ภาควิชา	: วิศวกรรมอุตสาหการ	
ปีการศึกษา	: 2550	

.....

คณะวิศวกรรมศาสตร์มหาวิทยาลัยนเรศวร อนุมัติให้โครงงานวิจัยนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิตสาขาวิศวกรรมอุตสาหการ

.....ประธานกรรมการ
(อาจารย์มานะ วีรวิกรม)

.....กรรมการ
(ดร. ภาณุ บูรณจารุกร)

.....กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ภูพงษ์ พงษ์เจริญ)

.....กรรมการ
(ดร. ขวัญนิธิ คำเมือง)

หัวข้อโครงงานวิจัย	: การแก้ปัญหาการจัดลำดับงานของเครนโดยใช้โปรแกรมเชิงคณิตศาสตร์	
ผู้ดำเนินงานวิจัย	: นายเอราวิล ถาวร	รหัสนิสิต 47360656
	: นางสาวหนึ่งฤทัย ทัพใหญ่	รหัสนิสิต 47362702
	: นางสาวกนกพร อารยิกานนท์	รหัสนิสิต 47363205
อาจารย์ที่ปรึกษาโครงงานวิจัย	: ดร. ขวัญนิธิ คำเมือง	
สาขาวิชา	: วิศวกรรมอุตสาหการ	
ภาควิชา	: วิศวกรรมอุตสาหการ	
ปีการศึกษา	: 2550	

.....

บทคัดย่อ

โครงงานนี้ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับแบบจำลองการจัดลำดับงานของเครนที่มีข้อจำกัด คือ ขณะที่เครนทำงานพร้อมกัน เครนจะไม่สามารถทำงานในเส้นทางที่ข้ามตัดกันได้ เครนจะไม่ทำงานอื่นก่อนที่จะทำงานของตัวเองเสร็จ และเครนจะไม่หยุดทำงานจนกว่าจะทำงานทั้งหมดเสร็จสิ้น ทั้งนี้การจัดระบบการทำงานของเครนนี้มีจุดประสงค์เพื่อเป็นการกำหนดรูปแบบการทำงานของเครนที่มีประสิทธิภาพและลดเวลาโดยรวม ในงานวิจัยนี้ได้พัฒนาแบบจำลองเชิงจำนวนเต็มที่ช่วยในการแก้ปัญหาดังกล่าว โดยแบบจำลองนี้ได้ถูกนำมาเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการแก้ปัญหากับแบบจำลองของ Zhu และ Lim โดยนำไปเขียนในโปรแกรม LINGO และประมวลผลหาค่าเวลาในการทำงานของเครนทั้งหมด จากผลการศึกษาสามารถสรุปได้ว่า แบบจำลองที่ได้พัฒนาขึ้นจากงานวิจัยนี้มีประสิทธิภาพดีกว่าแบบจำลองของ Zhu และ Lim โดยสามารถลดจำนวนข้อจำกัดลงและใช้เวลาในการประมวลผลที่เร็วขึ้น

Project title : Solving a Crane Scheduling Problem by Mathematical Programming

Researcher : Mr. Erawin Thavorn 47360656

: Miss Nuengrutai Thupyai 47362702

: Miss Kanokporn Arayikanon 47363205

Advisor : Dr. Kwanniti Khammuang

Major : Industrial Engineering

Department : Industrial Engineering

Academic year: 2007

.....

Abstract

This project studied about the model of crane scheduling which had constraints i.e. crane can not do two jobs in the same time and it must complete job without any pause or shift, and two crane's arms can not crossed together. The scheduling of crane aimed to increase the efficiency of doing crane's jobs and decrease the total working time. This research developed the integer model which used for solving the crane scheduling problem. From this developed model, it was compared the efficiency in solving with the model of Zhu and Lim (2006) by running the LINGO program in order to optimize the crane scheduling. The results can be concluded that the developed model in this research was more efficient than the Zhu and Lim model. It can reduce the numbers of constraints and speed up the processing time.

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ได้ทำสำเร็จลุล่วงมาด้วยดีก็เพราะได้รับคำปรึกษาที่ดีตลอดมาจาก ดร. ขวัญนิธิ คำเมือง อาจารย์ที่ปรึกษาโครงงานที่กรุณา ชี้แนะแก้ไข และตรวจทานโครงงาน นอกจากนั้นทำให้ผู้เขียนมีกำลังใจที่จะฝ่าฟันอุปสรรค และความย่อท้อต่างๆ ที่เกิดขึ้นระหว่างดำเนินงานวิจัยในครั้งนี้ให้ผ่านไปอย่างราบรื่น จนสำเร็จลุล่วงออกมาเป็นปริญญานิพนธ์ฉบับนี้

ขอขอบคุณ คุณวรพจน์ สุปง และคุณอนุกร ตนภู นิสิตรุ่นพี่ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ รหัส 46 ที่ช่วยแนะแนวทางการใช้โปรแกรม LINGO ให้ผู้เขียนเป็นอย่างดี

อีกสิ่งหนึ่งที่จะลืมไม่ได้ก็คือบิดา มารดา และพี่น้อง ที่ได้สนับสนุนส่งเสริมในเรื่องการศึกษา และให้กำลังใจในทุกๆ เรื่อง จนทำให้ผู้เขียนมีกำลังใจที่ดีตลอดมา ทางผู้เขียนจึงขอขอบคุณเป็นอย่างสูง ณ ที่นี้ด้วย

เอราวิล ถาวร
หนึ่งฤทัย ทัพใหญ่
กนกพร อารยิกานนท์

สารบัญ

	หน้า
ใบรับรองโครงงานวิจัย	ก
บทคัดย่อภาษาไทย	ข
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	ค
กิตติกรรมประกาศ	ง
สารบัญ	จ - ฉ
สารบัญตาราง	ช
สารบัญรูป	ซ - ญ
บทที่1 บทนำ	1
1.1 ความสำคัญและที่มาของการทำโครงงาน	1
1.2 วัตถุประสงค์	2
1.3 เกณฑ์ชี้วัดผลงาน (Oulput)	2
1.4 เกณฑ์ชี้วัดผลสำเร็จ (Outcome)	2
1.5 ขอบเขตของโครงงาน	2
1.6 สถานที่ในการดำเนินการวิจัย	2
1.7 ระยะเวลาในการดำเนินการวิจัย	2
1.8 ผลที่คาดว่าจะได้รับ	3
1.9 อุปกรณ์ในการศึกษา	3
1.10 ขั้นตอนและแผนการดำเนินการ (Gantt Chart)	3
บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	4
2.1 การวิจัยดำเนินงาน	4
2.2 การโปรแกรมเชิงจำนวนเต็มและการลดรูปแบบจำลองให้เป็นโปรแกรมเชิงเส้น (Integer Programming and Linear Relaxation)	12
2.3 โปรแกรม LINGO	15
2.4 การจัดลำดับงานของเครน	20
2.5 ตัวอย่างเรียงการจัดลำดับงานของเครน	21
บทที่ 3 วิธีการดำเนินงาน	27
3.1 ศึกษารูปแบบและความหมายของแบบจำลอง	27
3.2 ศึกษาโปรแกรมการเขียน LINGO	27
3.3 นำสมการก่อนปรับปรุงและหลังการปรับปรุงมาเขียนโปรแกรม	27

สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
3.4 ทำการทดลองประมวลผลสมการทั้ง 2 รูปแบบและนำมาเปรียบเทียบ	27
3.5 สรุปผลและจัดทำรายงาน	28
3.6 นำเสนอรายงาน	28
บทที่ 4 ผลการวิจัย	29
4.1 แบบจำลองในการแก้ปัญหาการจัดลำดับงานของเครนโดยใช้โปรแกรมแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ Zhu และ Lim	29
4.2 แบบจำลองใหม่ในการแก้ปัญหาการจัดลำดับงานของเครนโดยใช้โปรแกรมแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	42
4.3 การเปรียบเทียบขนาดของแบบจำลองของ Zhu และ Lim และแบบจำลองใหม่	51
4.4 แบบจำลองการจัดลำดับการทำงานที่เขียนขึ้นใน LINGO	67
4.5 ผลลัพธ์จากการใช้โปรแกรม LINGO ในการประมวลผลหาผลลัพธ์	72
บทที่ 5 วิเคราะห์และสรุปผล	79
5.1 การวิเคราะห์ผลการทดลอง	79
5.2 สรุปผลการทดลอง	89
บรรณานุกรม	90
ดัชนี	91
ประวัติผู้วิจัย	93

สารบัญตาราง

ตาราง	หน้า
2.1 แสดงข้อมูลเวลาการทำงานของงานแต่ละงาน	21
4.1 แบบจำลองของ Zhu และ Lim ที่เขียนในโปรแกรม LINGO	68
4.2 แบบจำลองใหม่ ที่เขียนในโปรแกรม LINGO	70
4.3 ตัวอย่างปัญหาและผลการประมวลผลแบบจำลองของ Zhu และ Lim	72
4.4 ตัวอย่างปัญหาและผลการประมวลผลของแบบจำลองใหม่	73
4.5 สรุปผลการทดลองที่ได้จากการประมวลผล	74
5.1 ตารางสรุปผลการประมวลผลการทำงานของเครนของปัญหาที่1	79
5.2 สรุปการหาเวลาในการประมวลผล	85
5.3 สรุปผลการหาจำนวนข้อจำกัด	86
5.4 สรุปความแตกต่างระหว่างแบบจำลองของ Zhu และ Lim กับแบบจำลองใหม่	89

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 แผนผังการไหลของขั้นตอนการแก้ปัญหาโดยวิธีการจัดลำดับงาน	11
2.2 กราฟแสดงการหาคำตอบที่ดีที่สุดของวิธี Integer Programming	14
2.3 หน้าต่าง LINGO Solver Status	18
2.4 หน้าต่างแสดงผลคำตอบของแบบจำลอง (Solution Report) ที่สร้างขึ้นมา	19
2.5 การทำงานของเครนที่ T=0 ณ ตำแหน่งงานต่างๆ	21
2.6 การทำงานของเครนที่ T=2 ณ ตำแหน่งงานต่างๆ	22
2.7 การทำงานของเครนที่ T=6 ณ ตำแหน่งงานต่างๆ	22
2.8 การทำงานของเครนที่ T=8 ณ ตำแหน่งงานต่างๆ	23
2.9 การทำงานของเครนที่ T=9 ณ ตำแหน่งงานต่างๆ	23
2.10 การทำงานของเครนที่ T=10 ณ ตำแหน่งงานต่างๆ	24
2.11 การทำงานของเครนที่ T=12 ณ ตำแหน่งงานต่างๆ	24
2.12 การทำงานของเครนที่ T=15 ณ ตำแหน่งงานต่างๆ	25
2.13 Gantt Chart แสดงระยะเวลาการทำงานของเครนแต่ละตัว	26
4.1 ความสัมพันธ์ระหว่างเครนกับเวลาของอสมการที่ 1 (แบบจำลองของ Zhu และ Lim)	32
4.2 ความสัมพันธ์ระหว่างเครนกับเวลาของอสมการที่ 2 (แบบจำลองของ Zhu และ Lim)	32
4.3 ความสัมพันธ์ระหว่างเครนกับเวลาของอสมการที่ 7,8 กรณีที่ 1(แบบจำลองของ Zhu และ Lim)	35
4.4 ความสัมพันธ์ระหว่างเครนกับเวลาของอสมการที่ 7,8 กรณีที่ 2 (แบบจำลองของ Zhu และ Lim)	36
4.5 ความสัมพันธ์ระหว่างเครนกับเวลาของอสมการที่ 9 กรณีที่ 1 (แบบจำลองของ Zhu และ Lim)	37
4.6 ความสัมพันธ์ระหว่างเครนกับเวลาของอสมการที่ 9 กรณีที่ 2 (แบบจำลองของ Zhu และ Lim)	38
4.7 ความสัมพันธ์ระหว่างเครนกับเวลาของอสมการที่ 9 กรณีที่ 3 (แบบจำลองของ Zhu และ Lim)	38

สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.8 ความสัมพันธ์ระหว่างเครนกับเวลาของอสมการที่ 10 กรณีที่ 1 (แบบจำลองของ Zhu และ Lim)	39
4.9 ความสัมพันธ์ระหว่างเครนกับเวลาของอสมการที่ 10 กรณีที่ 2 (แบบจำลองของ Zhu และ Lim)	40
4.10 ความสัมพันธ์ระหว่างเครนกับเวลาของอสมการที่ 10 กรณีที่ 3 (แบบจำลองของ Zhu และ Lim)	41
4.11 ความสัมพันธ์ระหว่างเครนกับเวลาของอสมการที่ 1 (แบบจำลองใหม่)	44
4.12 ความสัมพันธ์ระหว่างเครนกับเวลาของอสมการที่ 2 (แบบจำลองใหม่)	44
4.13 ความสัมพันธ์ระหว่างเครนกับเวลาของอสมการที่ 5 กรณีที่ 1(แบบจำลองใหม่)	45
4.14 ความสัมพันธ์ระหว่างเครนกับเวลาของอสมการที่ 5 กรณีที่ 2 (แบบจำลองใหม่)	46
4.15 ความสัมพันธ์ระหว่างเครนกับเวลาของอสมการที่ 6 กรณีที่ 1 (แบบจำลองใหม่)	47
4.16 ความสัมพันธ์ระหว่างเครนกับเวลาของอสมการที่ 6 กรณีที่ 2 (แบบจำลองใหม่)	48
4.17 ความสัมพันธ์ระหว่างเครนกับเวลาของอสมการที่ 7 กรณีที่ 1 (แบบจำลองใหม่)	49
4.18 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเครนกับเวลาของ อสมการที่ 7 กรณีที่ 2 (แบบจำลองใหม่)	50
5.1 การทำงานของเครนที่ T=0 s. ณ ตำแหน่งงานต่างๆ	80
5.2 การทำงานของเครนที่ T=3 s. ณ ตำแหน่งงานต่างๆ	80
5.3 การทำงานของเครนที่ T=4 s. ณ ตำแหน่งงานต่างๆ	80
5.4 การทำงานของเครนที่ T=5 s. ณ ตำแหน่งงานต่างๆ	81
5.5 การทำงานของเครนที่ T=6 s. ณ ตำแหน่งงานต่างๆ	81
5.6 การทำงานของเครนที่ T=8 s. ณ ตำแหน่งงานต่างๆ	81

สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.7 การทำงานของเครนที่ T=0 s. ณ ตำแหน่งงานต่างๆ	82
5.8 การทำงานของเครนที่ T=2 s. ณ ตำแหน่งงานต่างๆ	82
5.9 การทำงานของเครนที่ T=3 s. ณ ตำแหน่งงานต่างๆ	82
5.10 การทำงานของเครนที่ T=4 s. ณ ตำแหน่งงานต่างๆ	83
5.11 การทำงานของเครนที่ T=5 s. ณ ตำแหน่งงานต่างๆ	83
5.12 การทำงานของเครนที่ T=8 s. ณ ตำแหน่งงานต่างๆ	83
5.13 แผนภูมิแท่งแสดงเปอร์เซ็นต์ของเวลาที่ลดลงของแต่ละ แบบจำลองเปรียบเทียบกับเปอร์เซ็นต์ของข้อจำกัดที่ลดลง	87
5.14 กราฟเปรียบเทียบเวลาในการประมวลผล	88

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของการทำโครงงาน

ในปัจจุบันการขนส่งสินค้าโดยใช้เรือเป็นวิธีการขนส่งทางหนึ่งที่ได้รับความนิยม เนื่องจากสามารถขนส่งสินค้าได้ในปริมาณมาก และมีต้นทุนต่ำกว่าการขนส่งประเภทอื่น แต่เนื่องจากท่าเรือมีพื้นที่ที่จำกัดและเครนที่ใช้ขนส่งสินค้าลงจากเรือมีจำนวนไม่เพียงพอต่อจำนวนสินค้าที่ต้องขนถ่าย ทำให้เกิดปัญหาล่าช้าในการขนถ่ายสินค้าเป็นอย่างมาก ด้วยข้อจำกัดด้านการเงินและพื้นที่ของแต่ละท่าเรือ ทำให้ต้องมีการศึกษาจัดลำดับการทำงานของเครนเพื่อจะทำให้การขนถ่ายสินค้าใช้เวลาเร็วขึ้นโดยที่ไม่จำเป็นต้องทำการสร้างเครนหรือขยายพื้นที่รับสินค้าใหม่ขึ้น

จากปัญหาดังกล่าว การศึกษา ณ ท่าเรือของประเทศสิงค์โปรซึ่งเป็นท่าเรือที่มีการขนถ่ายสินค้าเป็นปริมาณมากที่สุดในโลก ซึ่งสถานที่ดังกล่าวมีข้อจำกัดทางด้านขนาดพื้นที่ อุปกรณ์และสิ่งอำนวยความสะดวก จึงทำให้นักวิจัยทำการศึกษาการจัดระบบการทำงานของเครนออกมาในรูปแบบของสมการโดยที่มีข้อจำกัด คือ

1) ขณะที่เครนทำงานพร้อมกัน เครนจะไม่สามารถทำงานในเส้นทางที่ข้ามตัดกันได้

2) เครนจะไม่ทำงานอื่นก่อนที่จะทำงานของตัวเองเสร็จ

3) เครนจะไม่หยุดทำงานจนกว่าจะทำงานทั้งหมดเสร็จสิ้น

โดยการจัดลำดับการทำงานของเครนนี้มีจุดประสงค์ คือ ลดเวลาในการทำงานของเครนในการทำงานให้น้อยที่สุด ดังนั้นทางกลุ่มผู้จัดทำจึงได้เลือกการศึกษานี้มาวิเคราะห์สร้างแบบจำลองเพื่อใช้จัดลำดับงานของเครนที่จะทำให้การทำงานทั้งหมดเสร็จเร็วที่สุด สามารถลดระยะเวลาการทำงานของเครนได้ทุกท่าเรือ และจะเป็นประโยชน์ต่อท่าเรืออื่น ๆ ที่ยังโดยทางกลุ่มผู้จัดทำได้สร้างแบบจำลองของสมการโดยใช้โปรแกรม LINGO ในการเขียนโปรแกรมเพื่อใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ดังกล่าว เพื่อหาระยะเวลาการทำงานของเครนที่น้อยที่สุด

1.2 วัตถุประสงค์

1.2.1 จัดทำแบบจำลองการจัดลำดับงานของเครน โดยใช้โปรแกรม LINGO เพื่อให้ได้คำตอบที่ดีที่สุด

1.2.2 ปรับปรุงแบบจำลองแก้ปัญหาการจัดลำดับงานของเครนของ Zhu และ Lim ให้ได้เวลาที่น้อยที่สุดในการทำงานของแบบจำลองที่เร็วกว่าเดิม

1.2.3 นำแบบจำลองแก้ปัญหาการจัดลำดับงานของเครนของ Zhu และ Lim มาเปรียบเทียบกับแบบใหม่ทางทฤษฎีโดยตัวแปรทางคณิตศาสตร์และทางปฏิบัติโดยการประมวลในโปรแกรม LINGO

1.2.4 ศึกษาและฝึกทักษะการใช้โปรแกรม LINGO เพื่อใช้ในการทำงาน

1.3 เกณฑ์ชี้วัดผลงาน (Output)

แบบจำลองที่ใช้แก้ปัญหาการจัดลำดับงานของเครน

1.4 เกณฑ์ชี้วัดผลสำเร็จ (Outcome)

แบบจำลองในการแก้ไขปัญหาการจัดลำดับงานของเครนซึ่งเขียนบนโปรแกรม LINGO แบบจำลองนั้นสามารถประมวลผลบนโปรแกรม LINGO ได้และให้ผลเป็นค่าเหมาะสมที่สุด คือ ให้คำตอบเป็นเวลาในการทำงานของเครนน้อยที่สุด

1.5 ขอบเขตของโครงงาน

1.5.1 ศึกษาการเขียนโปรแกรมและปรับปรุงแบบจำลองที่มีอยู่แล้ว ให้มีระยะเวลาการทำงานที่รวดเร็วกว่าเดิม

1.5.2 ศึกษาปัญหากรณีของเครนทำงานที่เกิดการไขว้กัน

1.5.3 ศึกษาเครนโดยที่ไม่มีข้อจำกัดในเรื่องน้ำหนักของงาน

1.5.4 ศึกษาเครนที่มีตำแหน่งของตัวเครนยึดอยู่กับที่ ไม่สามารถเคลื่อนย้ายได้

1.5.5 ศึกษาจำนวนเครนไม่เกิน 5 ตัวและจำนวนงานไม่เกิน 12 งาน

1.6 สถานที่ในการดำเนินการวิจัย

ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

1.7 ระยะเวลาในการดำเนินการวิจัย

เริ่มตั้งแต่เดือน พฤศจิกายน 2549 ถึง กันยายน 2550

1.8 ผลที่คาดว่าจะได้รับ

1.8.1 สามารถนำความรู้ที่ได้รับไปใช้กับงานจริงในอนาคต

1.8.2 เกิดความชำนาญในการพัฒนาโปรแกรม LINGO

1.8.3 สามารถนำโปรแกรมมาประยุกต์ใช้กับเหตุการณ์จริง เพื่อหาวิธีการทำงานที่ดีที่สุดได้

1.9 อุปกรณ์ในการศึกษา

1.9.1 เครื่องคอมพิวเตอร์ในการใช้พัฒนาโปรแกรมและทดสอบโปรแกรม AMD Turion(tm) 64 Mobile Technology ML-28 1.60 GHz, 512 MB of RAM, Hard disk 60 GB

1.9.2 โปรแกรม LINGO 8 ผู้ผลิต: บริษัท LINDO Systems Inc 1415 North Dayton Street Chicago,IL 60622

1.10 ขั้นตอนและแผนการดำเนินการ (Gantt Chart)

ที่	การดำเนินงาน	ระยะเวลาการดำเนินงาน									
		พ.ย.	ธ.ค.	ม.ค.	ก.พ.	มี.ค.	เม.ย	พ.ค.	มิ.ย.	ก.ค.	ส.ค.	ก.ย.
1.	ศึกษารูปแบบจำลองเดิมและทำการปรับปรุงแบบจำลองใหม่ที่ใช้ในการเขียนโปรแกรม	←	→									
2.	ศึกษาโปรแกรมการเขียน LINGO		←	→								
3.	ทดลองการเขียนโปรแกรม LINGO			←	→							
4.	นำแบบจำลองก่อนปรับปรุงและหลังการปรับปรุงมาเขียนโปรแกรม				←	—	→					
5.	ทำการทดลองประมวลผลแบบจำลองทั้ง 2 รูปแบบและนำมาเปรียบเทียบ						←	—	—	→		
6.	สรุปผลและจัดทำรายงาน										← →	
7.	นำเสนอรายงาน											← →

บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในบทนี้เราจะเริ่มกล่าวถึงการวิจัยดำเนินงานโดยทั่วไป ซึ่งจะนำมาใช้ในการแก้ไขปัญหาการทำงานของเครน จากนั้นจะกล่าวถึง Integer Programming และ Linear Programming ว่ามีความหมายอย่างไร ทั้งนี้ในการแก้ไขปัญหาเราจะนำคอมพิวเตอร์เข้ามาช่วยโดยอาศัยโปรแกรม LINGO แล้วสุดท้ายจะกล่าวถึงที่มาของการจัดลำดับของเครนเพื่อให้ทราบถึงจุดประสงค์ของการศึกษาการจัดลำดับงานของเครน

2.1 การวิจัยดำเนินงาน

เป็นหลักเกณฑ์เพื่อแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นโดยอาศัยพื้นฐานทางคณิตศาสตร์และสถิติประกอบกับระเบียบวิธีการวิจัยดำเนินงาน ซึ่งเป็นวิธีการที่ต้องทำการคำนวณเป็นขั้นตอนที่วนซ้ำกัน จึงเหมาะสำหรับใช้คอมพิวเตอร์เป็นเครื่องมือช่วยคำนวณ หลักเกณฑ์ของการวิจัยดำเนินงานเป็นการประยุกต์วิธีการทางวิธีการทางวิทยาศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาที่ซับซ้อน อีกทั้งยังเป็นเครื่องช่วยให้ผู้บริหารตัดสินใจในการแก้ปัญหาต่าง ๆ และเพื่อจัดการระบบของคน เครื่องจักร วัตถุดิบ และการเงินในวงการอุตสาหกรรม วงการธุรกิจ และหน่วยงานรัฐบาลให้ดีขึ้น

2.1.1 ประวัติและความเป็นมาของการวิจัยดำเนินงาน

ในสมัยสงครามโลกครั้งที่ 1 โทมัส เอดิสัน ได้รับมอบหมายจากกองทัพเรือให้ช่วยแก้ปัญหาว่าควรจะให้สินค้าเดินไปตามเส้นทางใดจึงจะได้ผลดีที่สุด โดยทำให้เกิดความเสียหายในการขนส่งจากเรือดำน้ำของฝ่ายข้าศึกในระดับต่ำสุด ในปี ค.ศ. 1900 เอช. แอล. แกนท์ สร้างผังงานเพื่อจัดลำดับงานเข้าเครื่องจักรอย่างมีประสิทธิภาพ ต่อมาได้พัฒนาเป็นเทคนิคการจัดโครงการ ในปี ค.ศ. 1910 เอ. เค. เออร์ลาง นักคณิตศาสตร์ชาวเดนมาร์ก พนักงานบริษัทโคเปนเฮเกน เทเลโฟน จำกัด ได้วิเคราะห์ปัญหาการใช้โทรศัพท์โดยไม่ต้องเสียเวลารอคอย เมื่อต้นปี ค.ศ. 1914 เอฟ. ดับเบิลยู. แลนเชสเตอร์ ได้จัดพิมพ์เอกสารเกี่ยวกับความสัมพันธ์ทางทฤษฎีระหว่างชัยชนะกับความได้เปรียบในด้านกำลังพลและอำนาจการยิง ในปี ค.ศ. 1915 เอฟ ดับเบิลยู แฮร์ริส ได้ใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ในการสั่งซื้อสินค้าอย่างประหยัด ต่อมาได้พัฒนาเป็นเทคนิคการจัดการสินค้าคงคลัง ในปี ค.ศ. 1917 เอ เค เออร์ลาง นักคณิตศาสตร์ชาวเดนมาร์ก ได้วิเคราะห์ปัญหาการใช้โทรศัพท์ การติดตั้งอุปกรณ์วงจรไฟฟ้าอย่างเหมาะสมเพื่อรองรับการ

ให้บริการทั้งเวลาเช้าและบ่ายที่มีความต้องการใช้มาก ส่วนกลางคืนมีความต้องการใช้น้อยโดยต่อมาได้พัฒนาเป็นเทคนิคแถวคอย

ก่อนสงครามโลกครั้งที่ 2 แฮแรช ซี เลวินสัน นักวิทยาศาสตร์ธรรมชาติวิทยาได้วิเคราะห์ปัญหาเกี่ยวกับการจัดการ โดยการนำเอาตัวแบบคณิตศาสตร์มาใช้กับกรณีที่มีข้อมูลเป็นจำนวนมาก โดยได้ศึกษาว่าลูกค้าจะปฏิเสธสินค้าที่สั่งทางไปรษณีย์ และพบว่าโดยเฉลี่ยแล้วมีการปฏิเสธร้อยละ 30 ของยอดการสั่ง โดยมีเหตุผลที่ค้นพบ 2 ประการ คือ

(1) จำนวนการสั่งซื้อสูงเท่าไร โอกาสที่จะปฏิเสธมีมากเท่านั้น

(2) หากส่งสินค้าช้ากว่า 5 วัน หลังได้รับใบสั่งซื้อ ลูกค้าจะปฏิเสธสินค้า ดังนั้นจึงต้องเปรียบเทียบต้นทุนการถูกปฏิเสธสินค้ากับต้นทุนที่จะส่งสินค้าเร็วขึ้น

ใน ปี ค.ศ. 1930 โฮราช ซี เลเฟนซัน ได้นำตัวแบบทางคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์ปัญหาด้านการจัดการในกรณีที่ข้อมูลมีขนาดใหญ่ ในปี ค.ศ. 1937 ทางฝ่ายทหารได้ขอร้องบรรดานักวิทยาศาสตร์ชาวอังกฤษให้เข้ามาช่วยฝ่ายทหารเพิ่มมากขึ้น โดยทำการวิเคราะห์ปัญหาการใช้อุปกรณ์เรดาร์ที่พัฒนาขึ้นใหม่เพื่อใช้ตรวจจับเครื่องบินข้าศึก เวลาที่เครื่องบินข้าศึกเข้าโจมตี ถ้าเรดาร์จับได้เร็วจะช่วยให้สามารถจัดส่งเครื่องบินขึ้นไปสกัดกั้นได้ทันท่วงที ส่งผลให้การทำงานของบรรดานักวิทยาศาสตร์ได้รับความสำเร็จอย่างงดงาม ต่อมาใน ค.ศ. 1941 กองทัพอากาศอังกฤษได้จัดตั้งหน่วยวิจัยการปฏิบัติการทางทหารขึ้น พร้อมทั้งได้นำไปใช้อย่างแพร่หลายในกองทัพบกและกองทัพเรือด้วย ใน ค.ศ. 1937 นี้ เซอร์ โรเบิร์ต วัตสัน-วัต อ้างว่าได้ผลิตผลงานด้านการวิจัยการปฏิบัติการและนำออกใช้ 2 เรื่องด้วยกัน นอกจากนี้ยังได้แนะนำให้จัดตั้งหน่วยวิจัยการปฏิบัติการในกระทรวงกลาโหมและกองทัพเรือสหรัฐฯ ด้วย ต่อมาในปี 1942 จึงได้มีการจัดตั้งหน่วยวิจัยดังกล่าวขึ้นในสหรัฐอเมริกาเป็นครั้งแรก และได้มีการศึกษาปัญหาเกี่ยวกับเรดาร์และการพัฒนาขบวนเรือในความคุ้มกันที่ออกแบบขึ้นมา เพื่อสามารถลดการสูญเสียจากการโจมตีของเรือดำน้ำข้าศึกให้น้อยที่สุด หน่วยวิจัยการปฏิบัติการที่จัดตั้งขึ้นในสหรัฐอเมริกานั้น ได้มีชื่อเรียกแตกต่างกันไปเรียกว่า "Operational Analysis" ส่วนในกองทัพบกและกองทัพเรือสหรัฐฯ เรียกว่า "Opeations Research" และ "Operations Evalulation" หน่วยวิจัยการปฏิบัตินี้ ในระหว่างสงครามโลกครั้งที่ 2 ไม่เพียงแต่มีการจัดตั้งขึ้นในอังกฤษและสหรัฐ ฯ เท่านั้น แต่ยังได้เกิดขึ้นในแคนาดา และฝรั่งเศสด้วย ค.ศ. 1947 จอร์จ แดนท์ซิกได้พัฒนาเทคนิคการโปรแกรมเชิงเส้นตรงขึ้น ค.ศ. 1950 มีการจัดตั้ง Opeations Research Society Of America (ORSA) และ The Institute Of Management Sciences (TIMS) ค.ศ. 1960 เริ่มเปิดสอนการวิจัยดำเนินงานในประเทศตะวันตก

2.1.2 บทบาทของการวิจัยดำเนินงาน

การวิจัยดำเนินงานมีบทบาทสำคัญต่อการบริหารทั้งในภาครัฐบาลและภาคเอกชนอย่างมาก เพราะได้นำไปใช้ทางด้านการวางแผนเสนอแนวทางปฏิบัติควบคุมการดำเนินงาน ปรับปรุงประสิทธิภาพการทำงานและแก้ไขปัญหาขององค์กรหรือหน่วยงานต่างๆ

2.1.2.1 ทางการทหาร

1. ใช้ช่วยในการตรวจค้นหาเรือข้าศึก
2. ใช้ช่วยการตัดสินใจทิ้งระเบิดทำลายจุดยุทธศาสตร์ของข้าศึก สามารถตัดเส้นทางลำเลียงของข้าศึกโดยเสียลูกระเบิดน้อยที่สุด
3. ใช้ช่วยการจัดสรรกำลังพลให้สามารถปฏิบัติงานได้อย่างมีประสิทธิผล และประสิทธิภาพ
4. ใช้ช่วยกำหนดระดับเสบียงอาหารและยุทโธปกรณ์ต่าง ๆ ที่จำเป็นต้องมีไว้ในคลังเพื่อให้สามารถทำการรบต่อเนื่องตามระยะเวลาที่กำหนดไว้
5. ใช้ช่วยตัดสินใจเลือกระบบอาวุธใหม่ ๆ เข้ามาใช้ในการป้องกันประเทศ
6. ใช้ช่วยการตรวจสอบความเชื่อถือได้ของระบบอาวุธต่างๆ
7. ใช้ช่วยการจัดการระบบสื่อสารคมนาคมทางทหาร

2.1.2.2 ทางอุตสาหกรรม

1. การบริหารการเงิน การงบประมาณ และการลงทุน
   - การวิเคราะห์กระแสเงินสด
   - นโยบายในการให้สินเชื่อ
   - กระบวนการเรียกร้องสิทธิ์
2. การบริหารการจัดซื้อ จัดหา และการสำรวจ
   - วางกฎเกณฑ์เกี่ยวกับการจัดซื้อในราคาคงที่ หรือราคาแปรได้
   - กำหนดปริมาณหรือระยะเวลาในการจัดซื้อแต่ละคราว
   - กำหนดนโยบายในการประกวดราคา
   - กลยุทธ์ในการใช้และสำรวจแหล่งวัตถุดิบ
   - นโยบายเกี่ยวกับการจัดหาทดแทน
3. การแจกจ่ายสินค้าและวัสดุ
   - กำหนดขนาดและสถานที่ตั้งของคลังสินค้า ศูนย์การแจกจ่าย และร้านค้าปลีก
   - กำหนดนโยบายการแจกจ่าย
   - พิจารณาเปรียบเทียบกรณีบริษัทมีร้านขายปลีกของตนเอง กับกรณีแฟรนไชส์

- กำหนดระบบการส่งกำลังบำรุงและการแจกจ่าย (ทั้งในวงการแพทย์และอุตสาหกรรม) ทั่วโลก

4. การวางแผนเลือกที่ตั้งสิ่งอำนวยความสะดวกต่าง ๆ
   - กำหนดจำนวนและสถานที่ตั้งของโรงงาน โรงพยาบาล ฯลฯ ทั้งขนาดผลกระทบที่จะเกิดขึ้น
   - กำหนดท่าขึ้นของ ลงของ สำหรับการขนส่งทางรถไฟ ทางรถบรรทุกและทางเรือ
5. การบริหารการผลิต
   - กำหนดลำดับขั้นตอนการผลิต
   - การดำเนินการต่าง ๆ ให้การผลิตและการใช้แรงงานเป็นไปอย่างมีเสถียรภาพ ผลที่เกิดขึ้นจากการไม่มีเสถียรภาพทางด้านการผลิตและการใช้แรงงาน ค่าใช้จ่ายต่าง ๆ เกี่ยวกับการจ้างแรงงาน การฝึกอบรม การพักงาน และการปลดออกจากงาน
6. การซ่อมบำรุงและการกำหนดงานที่ต้องปฏิบัติสำหรับโครงการ
   - กำหนดนโยบายในการซ่อมบำรุงและการป้องกันรักษาเครื่องมือเครื่องใช้ต่าง ๆ มิให้เกิดการชำรุดเสียหายก่อนเวลาอันควร
   - กำหนดขนาดเจ้าหน้าที่ซ่อมบำรุง
   - การกำหนดขั้นตอนของโครงการการจัดสรรทรัพยากร
7. การตลาด
   - การคัดเลือกผลิตภัณฑ์ที่จะทำการผลิตจำหน่าย ช่วงเวลาที่ผลิตจำหน่ายและปฏิบัติการของคู่แข่งขัน
   - กำหนดจำนวนพนักงานเดินตลาดและความถี่ในการแวะเยี่ยมลูกค้า
   - กลยุทธ์ในการโฆษณา
8. องค์บุคคล
   - การคัดเลือกเจ้าหน้าที่ที่มีอายุและความเชี่ยวชาญในงานต่างกัน
   - นโยบายในการรับสมัครและการมอบหมายงาน
9. การวิจัยและพัฒนา
   - กำหนดลำดับงานที่ต้องให้ความสำคัญ
   - ความเชื่อถือได้
   - การควบคุมโครงการที่อยู่ในระหว่างดำเนินงาน

2.1.2.3 ทางการเกษตร

1. วางแผนการเพาะปลูก
2. วางแผนเชื่อมโยงระบบส่งน้ำเข้าเรือกสวนไร่นา
3. วิเคราะห์การเพิ่มผลผลิต
4. พิจารณาคัดเลือกเครื่องมือที่จะนำมาใช้ในการเกษตร
5. วิเคราะห์ตลาดที่จะจัดส่งพืชผลการเกษตรไปจำหน่าย
6. วิเคราะห์การกู้ยืมเงินจากแหล่งต่าง ๆ เพื่อนำมาลงทุนด้านการเกษตร

2.1.2.4 ทางสาธารณูปโภคต่างๆ

1. จัดหาสถานที่ตั้งที่เหมาะสมสำหรับสถานีตำรวจ และสถานีดับเพลิง
2. จัดระบบการจราจรและระบบการขนส่ง
3. จัดคู่สายและระบบของหมายเลขขององค์การโทรศัพท์
4. วางแผนวางท่อประปาเข้าไปในตำบลต่างๆ
5. วางแผนและควบคุมการก่อสร้างให้เสร็จทันตามกำหนด
6. ช่วยโรงพยาบาลในการจัดเตรียมยาคงคลัง และการจัดขนาดเจ้าหน้าที่ในการให้การรักษาพยาบาล

2.1.2.5 ทางพาณิชย์

1. กำหนดนโยบายการให้สินเชื่อและความต้องการเงินทุนในระยะยาว
2. วางกฎเกณฑ์เกี่ยวกับการจัดซื้อ
3. กำหนดปริมาณหรือระยะเวลาในการจัดซื้อแต่ละคราว
4. กำหนดขนาดและสถานที่ตั้งของคลังสินค้า ศูนย์การแจกจ่ายและร้านค้าปลีก
5. กำหนดนโยบายในการแจกจ่าย
6. ช่วยในการตัดสินใจเลือก มีร้านขายปลีกของตนเองหรือแฟรนไชต์
7. ช่วยในการตัดสินใจคัดเลือกสินค้าที่จะจัดจำหน่าย
8. ช่วยในการตัดสินใจเลือกเส้นทางขนส่งสินค้า
9. กำหนดจำนวนพนักงานเดินตลาดและความถี่ในการแวะเยี่ยมลูกค้า
10. กำหนดนโยบายในการโฆษณา

2.1.2.6 ทางการเมือง

1. ใช้ในการวางแผนรณรงค์หาเสียงเลือกตั้งผู้แทนราษฎร
2. ช่วยในการพิจารณาตัดสินใจกำหนดสถานที่ตั้งหน่วยเลือกตั้งในแต่ละเขต
3. ช่วยในการพิจารณาคัดเลือกผู้แทนพรรคลงสมัครรับเลือกตั้งในเขตต่างๆ

4. ช่วยในการพิจารณามอบหมายงานให้รัฐมนตรีประจำสำนักนายกรัฐมนตรี
5. ช่วยในการปฏิบัติงานร่วมกันระหว่างประเทศ

2.1.2.7 ทางสังคม

1. ช่วยในการพิจารณาจัดหาที่ตั้งที่เหมาะสมสำหรับโรงเรียน สถานพยาบาล สถานีตำรวจ และสถานีดับเพลิง
2. ช่วยในการวางแผนตัดถนนเชื่อมโยงระหว่างตำบล และจัดระบบการขนส่ง
3. ช่วยในการกำหนดขนาดเจ้าหน้าที่รักษาพยาบาลสำหรับสถานพยาบาลในแต่ละช่วงเวลา
4. ช่วยในการเจรจาตกลงปัญหาด้านแรงงาน
5. ช่วยในการจัดเส้นทางรถรับ-ส่ง นักเรียนในชุมชน
6. ช่วยในการจัดที่พักอาศัยให้กับครอบครัวที่มีรายได้น้อย
7. ช่วยในการศึกษา พิจารณาเกี่ยวกับปัญหายาเสพติด

2.1.2.8 ทางเศรษฐกิจ

1. ช่วยในการตัดสินใจลดค่าเงินบาท
2. ช่วยในการตัดสินเลือกโครงการที่สำคัญของรัฐบาล
3. ช่วยในการบริหารและประเมินผลโครงการ
4. ช่วยในการพิจารณาปรับปรุงอัตราภาษี
5. ช่วยในการศึกษาพิจารณาขีดความสามารถในด้านพลังงานยามฉุกเฉิน
6. ช่วยในการพยากรณ์ภาวะเศรษฐกิจ

2.1.3 ขั้นตอนของการทำการศึกษาปัญหาในการวิจัยดำเนินงาน

2.1.3.1 การจัดตั้งปัญหา (Formulating The Problem)

ปัญหาที่เกิดขึ้นในแวดวงอุตสาหกรรมส่วนมากมีความซับซ้อน การกำหนดปัญหาให้ตรงกับเป้าหมายจึงมีความสำคัญอย่างยิ่งเพื่อที่จะหาผลลัพธ์แล้วนำไปปฏิบัติจริงได้ การจัดตั้งปัญหามีหลักพอสังเขปดังนี้

1. ศึกษาความสัมพันธ์เกี่ยวข้อง
2. กำหนดปัญหาที่พิจารณาให้ชัดเจน
3. กำหนดจุดประสงค์และวิธีการวัดผลการดำเนินงาน
4. กำหนดขอบเขตและสมมติฐานของปัญหา
5. กำหนดแนวทางดำเนินงานที่เป็นไปได้ในการแก้ปัญหา
6. กำหนดช่วงเวลาในการแก้ปัญหา

2.1.3.2 **การสร้างรูปแบบทางคณิตศาสตร์** (Construcing a Mathematical Model)

เมื่อกำหนดและเข้าใจปัญหาอย่างถูกต้องแล้ว ในทางการวิจัยดำเนินงานนิยมใช้ตัวแบบคณิตศาสตร์สำหรับแทนระบบของปัญหา โดยมีสมการต่าง ๆ แสดงความสัมพันธ์ และมีโครงสร้างดังนี้

1. **สมการหรือฟังก์ชั่นเป้าหมาย** (Objective Function)
2. **ตัวแปรที่ควบคุม** (Decision Variable) **และตัวแปรอิสระ** (Independent Variable)
3. **มีข้อจำกัด** (Constraints)

2.1.3.3 **การหาผลลัพธ์ของปัญหา** (Deriving a Solution)

หลักการของการวิจัยดำเนินงาน เป็นการหาผลลัพธ์ที่ได้ผลดีเหมาะ**สมที่สุดภายใต้เงื่อนไข**ที่กำหนดไม่ได้หมายความว่าจะสามารถหาผลลัพธ์ที่ดีที่สุดมาปฏิบัติ**การได้**

2.1.3.4 **การทดสอบรูปแบบทางคณิตศาสตร์และผลลัพธ์** (Testing The Model and Solution)

การใช้รูปแบบทางคณิตศาสตร์จำเป็นต้องมีการทดสอบ เนื่องจาก**ความบกพร่องในการละเว้น**องค์ประกอบที่สำคัญบางส่วน จะทำให้การหาผลลัพธ์ที่ดีนั้นเป็นไปไม่**ได้ อาจจะใช้การทดสอบ**โดยตั้งรูปแบบทางคณิตศาสตร์ใหม่ เพื่อเปรียบเทียบกับชุดเดิม **การใช้วิธีตรวจสอบตัวแปร**ในระบบ Dimensional Analysis การทดสอบโดยใช้วิธีสร้างการเปลี่ยน**แปลงของค่าตัวแปร** Sensitivity Analysis **หรือใช้ข้อมูล**ในอดีตทดสอบรูปแบบแทนระบบ Retrospectivetest **เป็นต้น**

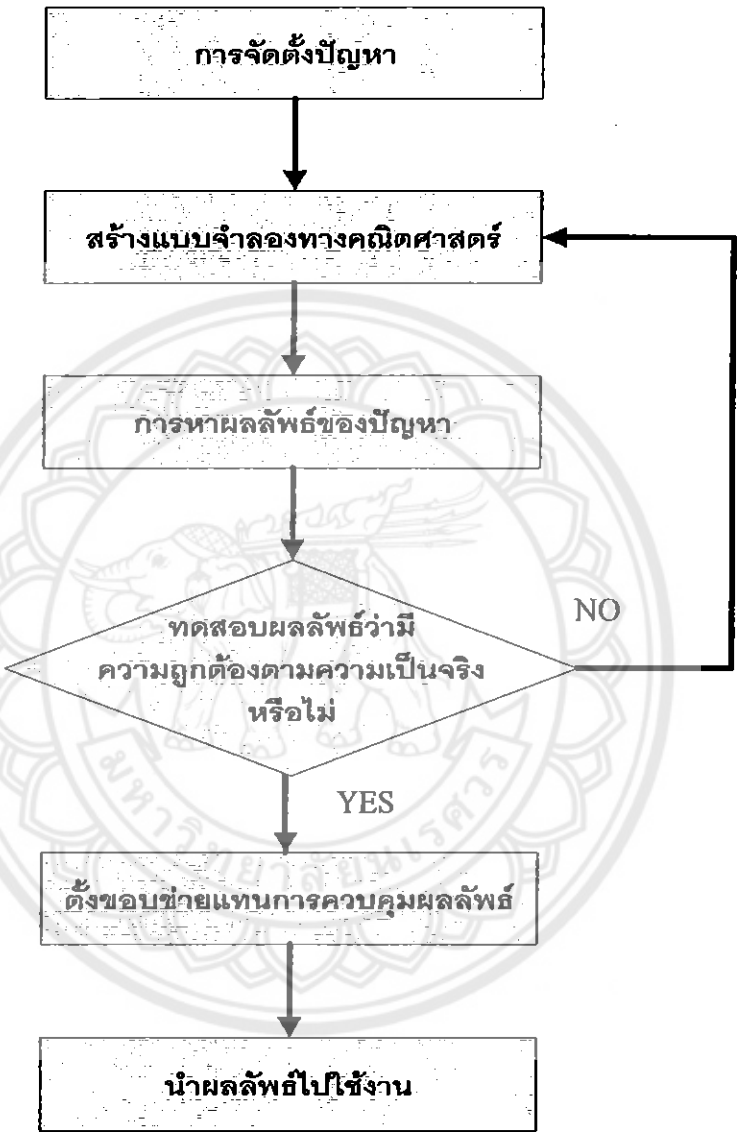
2.1.3.5 **การตั้งข้อจำกัดแทนการควบคุมผลลัพธ์** (Establishing Control Over The Solution)

ควรมีการควบคุมข้อจำกัดของการได้รับผลลัพธ์ในการจัดการกับ**สภาพแวดล้อมของปัญหา**

2.1.3.6 **การนำผลลัพธ์ไปใช้งาน** (Implementation)

ผลลัพธ์จากการวิจัยดำเนินงาน ต้องสามารถชี้แจงให้ผู้บริหารเข้าใจถึงการดัดแปลงผลที่ได้และวิธีการนำไปใช้เพื่อให้เกิดประโยชน์ โดยทีมการวิจัยดำเนินงานและฝ่ายบริหารต้องร่วมมือในการพัฒนาวิธีการเพื่อนำหลักการของผลลัพธ์นั้น ๆ ออกใช้งานและต้องมีการประเมินผลและติดตามข้อบกพร่องเพื่อแก้ไขให้ทันตามความต้องการ

สำหรับขั้นตอนของการศึกษาปัญหาในการวิจัยดำเนินงาน สามารถสรุปได้ดังแผนผังการไหลด้านล่างนี้



รูปที่ 2.1 แผนผังการไหลของขั้นตอนการแก้ปัญหาโดยวิธีการจัดลำดับงาน

2.2 การโปรแกรมเชิงจำนวนเต็มและการลดรูปแบบจำลองให้เป็นโปรแกรมเชิงเส้น (Integer Programming and Linear Relaxation)

Integer Programming คล้ายคลึงกับ Linear Programming แต่ต่างกันที่ตัวแปรการตัดสินใจต้องเป็นเลขจำนวนเต็มเท่านั้น การหาคำตอบที่เป็นไปได้ที่มีค่าเป็นจำนวนเต็มในพื้นที่ของคำตอบที่เป็นไปได้ (Feasible Region) ทีละจุดให้ได้คำตอบใกล้เคียงกับสมการเป้าหมาย การหาคำตอบของ Integer Programming ไม่สามารถใช้ Simplex Method หาได้ เพราะคำตอบที่ได้ต้องเป็นเลขจำนวนเต็มเท่านั้น

Linear Programming ค่าที่ได้จะเป็นจุดทศนิยมหรือจำนวนเต็มก็ได้ การหาคำตอบที่ดีที่สุดในคำตอบที่มีตัวแปรเพียงสองตัวโดยการลากเส้นสมการเป้าหมาย ในกรณีที่หาค่ามากที่สุดก็ลากขึ้นไปพบที่จุดตัดสูงที่สุด คือคำตอบที่ดีที่สุดของสมการนั้นหรือในกรณีที่มีตัวแปรมากกว่า 2 ตัวให้ใช้วิธี Simplex Method มาใช้หาคำตอบที่ดีที่สุดได้

2.2.1 Integer Programming

2.2.1.1 Pure integer programming problem เป็นแบบจำลองที่กำหนดให้ตัวแปรต้องเป็นจำนวนเต็มทั้งหมด ดังนี้

ตัวอย่างแบบจำลอง

$$\text{Max } z = 3x_1 + 2x_2$$

$$\text{s.t.} \quad x_1 + x_2 \leq 6$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \text{ , } x_1, x_2 \text{ integer} \qquad (1)$$

2.2.1.2 Mixed integer programming problem เป็นแบบจำลองที่กำหนดให้ตัวแปรบางตัวเป็นจำนวนเต็ม ดังนี้

ตัวอย่างแบบจำลอง

$$\text{Max } z = 3x_1 + 2x_2$$

$$\text{s.t.} \quad x_1 + x_2 \leq 6$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \text{ , } x_1 \text{ integer} \qquad (2)$$

2.2.1.3 Binary integer programming เป็นแบบจำลองที่กำหนดให้ตัวแปรเป็นเลข 0 หรือ 1 เท่านั้น ดังนี้

ตัวอย่างแบบจำลอง

$$\text{Max } z = x_1 - x_2$$

$$\text{s.t.} \quad x_1 + 2x_2 \leq 2$$

$$2x_1 - x_2 \leq 1$$

$$x_1, x_2 = 0 \text{ or } 1 \qquad (3)$$

2.2.2 LP relaxation คือ การลดรูปปัญหา IP ลง โดยไม่จำกัดว่าตัวแปรการตัดสินใจต้องเป็นจำนวนเต็ม

ตัวอย่างแบบจำลอง (1) ที่เป็น LP relaxation

$$\text{Max } z = 3x_1 + 2x_2$$

$$\text{s.t.} \quad x_1 + x_2 \leq 6$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \text{ , } x_1, x_2 \text{ integer} \qquad (1)$$

และตัวอย่างแบบจำลอง (2) ที่เป็น LP relaxation

$$\text{Max } z = 3x_1 + 2x_2$$

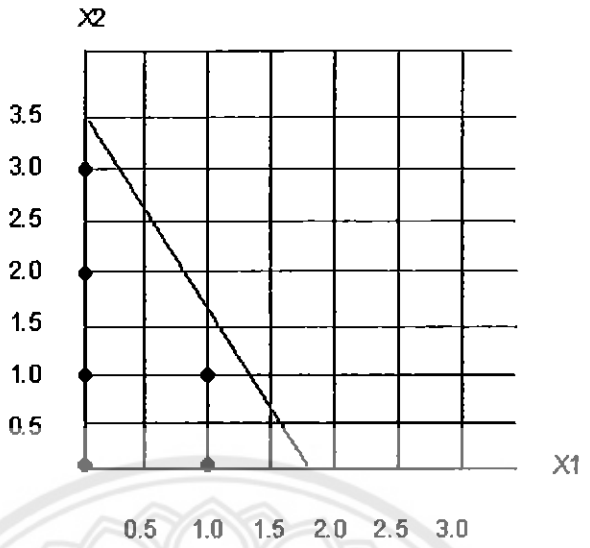
$$\text{s.t.} \quad x_1 + x_2 \leq 6$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \text{ , } x_1 \text{ integer} \qquad (2)$$

พื้นที่คำตอบที่เป็นไปได้ของ IP จะสอดคล้องกับพื้นที่คำตอบที่เป็นไปได้ของ LP คือ

คำตอบที่ดีที่สุดของ LP relaxation $\geq$ คำตอบที่ดีที่สุดของ IP

เพราะถ้าคำตอบที่ดีที่สุดของ IP มากกว่าคำตอบที่ดีที่สุดของ LP relaxation จะเป็นไปไม่ได้ เนื่องจากคำตอบที่ดีที่สุดของ IP นั้นเกินพื้นที่ที่เป็นไปได้จากสมการเงื่อนไข



รูปที่ 2.2 กราฟแสดงการหาคำตอบที่ดีที่สุดของวิธี Integer Programming

$$\text{Max } z = 21x_1 + 11x_2$$

$$\text{s.t.} \quad 7x_1 + 4x_2 \leq 13$$

$$x_1, x_2 \geq 0;\ x_1, x_2 \text{ integer} \qquad (4)$$

จากตัวอย่างแบบจำลอง(4) คำตอบในพื้นที่คำตอบที่เป็นไปได้มีอยู่ 6 จุดด้วยกัน คือ $S = \{(0,0),(0,1),(0,2),(0,3),(1,0),(1,1)\}$สามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดจากสมการที่ (4) จะได้ $z = 33,\ x_1 = 0,\ x_2 = 3$ ก่อนอื่นหาคำตอบที่ดีที่สุดของสมการที่ (4) โดย LP relaxation จะได้ $x_1 = 13/7,\ x_2 = 0$ ก็ให้ประมาณค่าที่น่าจะเป็นไปได้ของสมการที่ (4) โดยให้ $x_1 = 2,\ x_2 = 0$ แต่จากเงื่อนไขแล้ว $x_1 = 2,\ x_2 = 0$ เป็นคำตอบที่ไม่สามารถเป็นไปได้ในสมการที่ (4) ต้องลดค่า x_1ลงมา เช่น $x_1 = 1,\ x_2 = 0$ แล้วคำตอบที่ดีที่สุดของสมการที่ (4) คือ $x_1 = 0,\ x_2 = 3$

การลดข้อจำกัดของแบบจำลองลง โดยไม่จำกัดให้ตัวแปรการตัดสินใจเป็นเลขจำนวนเต็ม นำค่าของ LP ไปใช้โดยปัดเป็นเลขจำนวนเต็มไปใช้ คำตอบที่ได้นั้นไม่ได้เป็นคำตอบที่ดีที่สุดของ Integer เสมอไป ซึ่งหมายความว่าคำตอบที่ได้นั้นจะผิดพลาด ดังนั้น ไม่ว่าอย่างไรการนำค่าที่ได้จาก LP ไปแทนใน IP ไม่ได้ นี่คือเหตุผลที่ว่าทำไมปัญหา IP จึงแก้ไขได้ยากกว่า LP

2.3 โปรแกรม LINGO

LINGO เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ช่วยให้การสร้างและหาคำตอบที่ดีที่สุดของแบบจำลองเชิงเส้น, ไม่เป็นเชิงเส้น และ จำนวนเต็มได้อย่างมีประสิทธิภาพ และได้รับความนิยมสูง

2.3.1 การใช้งานโปรแกรม LINGO

การหาคำตอบที่ดีที่สุดของแบบจำลอง ประกอบด้วย 3 ส่วนด้วยกันดังนี้

2.3.1.1 Objective Function คือ การกำหนดฟังก์ชันเพื่อหาคำตอบที่ดีที่สุด

2.3.1.2 Variables คือ จำนวนตัวแปรที่สามารถเปลี่ยนแปลงได้

2.3.1.3 Constraints คือ ใช้กำหนดข้อจำกัดของตัวแปร

การสร้างสมการในโปรแกรม LINGO จะเริ่มด้วย set สามารถใช้ set เป็นตัวบ่งบอกเชิงคณิตศาสตร์แทนสิ่งที่เราจะกล่าวในสมการจำลอง โดย set แบ่งออกเป็น 2 ชนิดด้วยกัน คือ Primitive และ Derived

2.3.2 ชื่อของ Set

ควรเป็นชื่อที่ประกอบด้วยอักษรพยัญชนะ(A-Z) ตัวเลข ขีดเส้นใต้ (underscore) ซึ่ง LINGO ไม่สามารถจำแนกระหว่างตัวพิมพ์ใหญ่กับตัวพิมพ์เล็กได้

ตัวอย่าง

```
SETS:
 WAREHOUSE: CAPACITY;
ENDSETS
```

เป็นการทำงานของ WAREHOUSE ที่มี 1 attribute มีชื่อว่า CAPACITY ถ้ามีมากกว่า 1 attribute ตัวถัดไปจะคั่นด้วยตัวลูกน้ำ (commas)

ตัวอย่าง

```
WAREHOUSE: CAPACITY, LOCATION, DOCKS;
```

คำอธิบายเกี่ยวกับแบบจำลองที่สร้างขึ้นมาจะขึ้นต้นด้วยตัวอัศเจรีย์ (!)แล้วอักษรที่ต่อท้ายจะปรากฏตัวอักษรสีเขียว การเขียนบรรยายแต่ละครั้งจะต่อท้ายด้วยตัว semi-colon (;)เสมอ ดังนี้

```
! Here is the total profit objective function;
```

คำสั่งพิเศษจะปรากฏเป็นสีน้ำเงิน ส่วนคำอื่นๆจะปรากฏเป็นสีดำ เมื่อการใส่ข้อมูลครบแล้วพิมพ์ ENDDATA เพื่อแสดงการเสร็จสิ้นการป้อนข้อมูล

2.3.3 **ฟังก์ชันพิเศษใน LINGO**

@GIN **คือ** Integer **ที่เป็นค่าบวก**

@BIN **คือ การกำหนดค่ามา 2 ค่า (0 หรือ 1)**

@FREE **คือ ค่าจริงที่ได้เป็นบวกหรือลบ**

ฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์

@ABS(X) **คือ ค่า**absolute **ของ** x

@SIGN(X) **คือถ้า** x **ติดลบจะมีค่าเป็น** -1 **และถ้า** x **เป็นบวกจะมีค่าเป็น** +1

@EXP(X) คือ การคำนวณของ e^x

@LOG(X) คือ การคำนวณล็อกธรรมชาติของ x

@SIN(X) คือ การแสดงค่า sine ของ x ที่ x มีจำนวนองศาของมุม

@COS(X) คือ การแสดงค่า cos ของ x ที่ x มีจำนวนองศาของมุม

@TAN(X) คือ การแสดงค่า tan ของ x ที่ x มีจำนวนองศาของมุม

ฟังก์ชันที่ใช้ @FOR, @SUM, @MIN, @MAX **เช่น การใช้** @SUM **กับ** set **เราจะอธิบายด้วย**

ตัวอย่างในการใช้ฟังก์ชัน @SUM

```
SETS:
  SET_A : X;
ENDSETS
DATA:
  SET_A = A1 A2 A3 A4 A5;
     X = 5  1  3  4  6
ENDDATA
X_SUM = @SUM( SET_A(J): X(J));
```

J **ตัวแรกของ** SET_A **คือ** A1 **และ** X **คือ** 5 **ในการหาผลรวมของ** SET_A LINGO **จะประเมินฟังก์ชัน** @SUM **และการใช้ฟังก์ชัน** @MIN **และ** @MAX **ซึ่งเป็นฟังก์ชันที่ใช้หาค่าที่น้อยที่สุดและค่าที่มาก ที่สุดตามลำดับ**

ตัวอย่าง

```
SETS:
  SET_A : X;
ENDSETS
DATA:
  SET_A = A1 A2 A3 A4 A5;
     X = 5  1  3  4  6;
ENDDATA
```

เมื่อต้องการหาค่าที่น้อยที่สุดและมากที่สุดของ X นั้นต้องแสดงเป็นคำพูด ดัง**นี้**

```
THE_MIN_OF_X = @MIN( SET_A(J): X(J));
THE_MAX_OF_X = @MAX( SET_A(J): X(J));
```

เมื่อหาคำตอบโดย LINGO แล้วจะได้ค่าน้อยที่สุดและค่ามากที่สุดดังนี้

Variable	Value
THE_MIN_OF_X	1.000000
THE_MAX_OF_X	6.000000

เมื่อต้องการเป้าหมายที่สมมติว่าต้องการคำนวณหาค่าที่น้อยที่สุดและค่าที่มาก**ที่สุด ซึ่งมีปัจจัย** 3 **อันดับ**แรกที่เกี่ยวข้อง กับ X โดยเพิ่มเงื่อนไขที่เหมาะสมเข้าไป คือ J #LE# 3

```
THE_MIN_OF_X_3 = @MIN( SET_A( J)|J #LE# 3: X( J));
THE_MAX_OF_X_3 = @MAX( SET_A( J)|J #LE# 3: X( J));
```

ได้คำตอบดังนี้

Variable	Value
THE_MIN_OF_X_3	1.000000
THE_MAX_OF_X_3	5.000000

สัญลักษณ์แสดงเครื่องหมายสมการคณิตศาสตร์

#GT# มากกว่าหรือเท่ากับ

#EQ# เท่ากับ

#NE# ไม่เท่ากับ

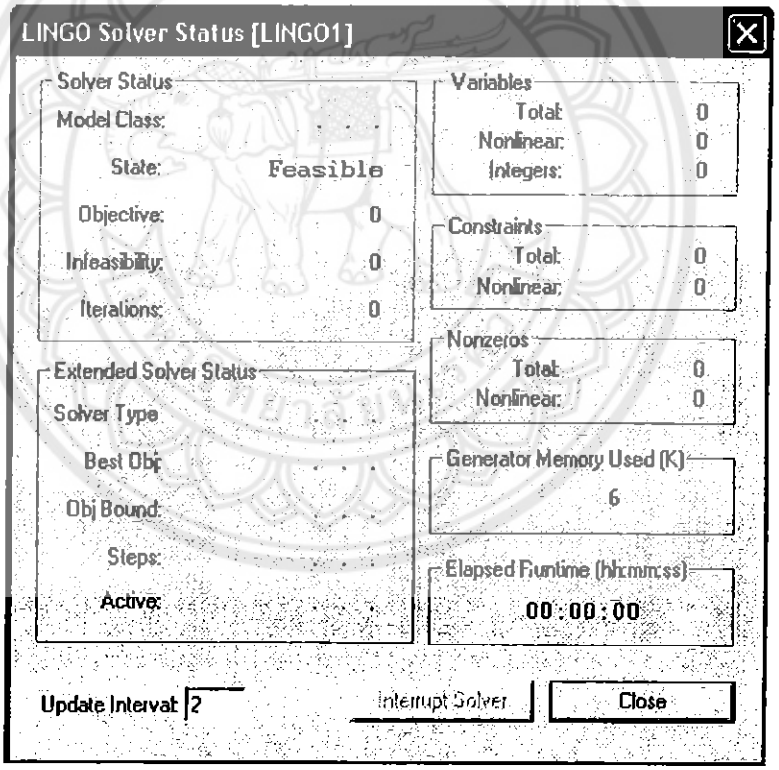
#GE# มากกว่าหรือเท่ากับ

#LT# น้อยกว่า

#LE# น้อยกว่าหรือเท่ากับ

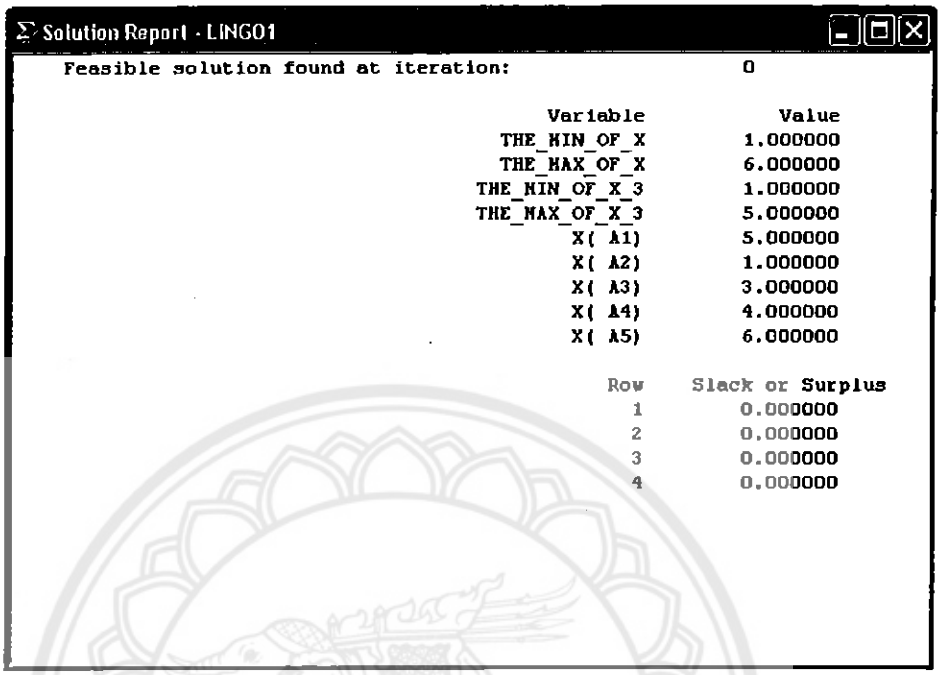
2.3.4 การแก้ปัญหาแบบจำลองโดย LINGO

คลิกที่เมนู LINGO เลือกคลิกปุ่ม solve หรือ การใช้ ctrl+s จากคีย์บอร์ด ถ้าประมวลผลแล้วไม่พบข้อผิดพลาดใดๆ จะปรากฏหน้าต่าง LINGO Solver Status ขึ้นมา ดังนี้



รูปที่ 2.3 หน้าต่าง LINGO Solver Status

เมื่อปิดหน้าต่าง LINGO Solver Status แล้วจะพบหน้าต่าง Solution Report



รูปที่ 2.4 หน้าต่างแสดงผลคำตอบของแบบจำลอง (Solution Report) ที่สร้างขึ้นมา

2.3.5 ส่วนที่เกิน (Slack or Surplus)

- ถ้าข้อจำกัดที่สมบูรณ์นั้นแน่ใจ ถูกต้อง ค่าของส่วนเกินจะมีค่า เท่ากับ **ศูนย์**
- ถ้าเป็นคำตอบที่ดีที่สุดจะมีค่าบวก
- ถ้าเป็นไปไม่ได้ค่าของส่วนเกินจะมีค่าติดลบ

2.4 การจัดลำดับงานของเครน

ปัจจุบันท่าเรือหลายแห่งต้องการระบบการจัดการที่มีประสิทธิภาพ ดังเช่น ท่าเรือสิงค์โปร (The Port of Singapore Authority; PSA) เป็นหนึ่งในท่าเรือที่ยุ่งวุ่นวายที่สุดในโลก ซึ่ง PSA มีคอนเทรนเนอร์ที่ต้องจัดการถึง 17.04 ล้าน TEU (twenty-foot equivalent unit) โดยคิดเป็น 9% ของคอนเทรนเนอร์ทั้งหมดของโลก ขณะนี้ PSA ต้องการที่จะเพิ่มขีดความสามารถในการจัดการกับคอนเทรนเนอร์เหล่านี้ แต่ก็มีปัญหาเนื่องจากขนาดของท่าเรือจำกัด, มีเครื่องมือไม่เพียงพอ

การจัดลำดับการทำงานของเครนและพนักงานมีความสำคัญมากในการจัดการของท่าเรือ เครนทำหน้าที่เชื่อมต่อระหว่างทะเลกับพื้นดิน จากการวิจัยพบว่าการทำงานของเครนเป็นคอขวดของกระบวนการปฏิบัติงานในท่าเรือ ในขณะเดียวกัน Koh และคณะ (1994) พบว่าปัญหาในการตัดสินใจส่วนมากใช้ประสบการณ์และการจำลองสถานการณ์ (Simulation) เป็นเครื่องมือ ในขณะที่การจำลองสถานการณ์จะเป็นเครื่องมือที่มีประโยชน์อย่างยิ่ง แต่วิธีเชิงวิเคราะห์ (Analytical method) ซึ่งให้คณิตศาสตร์เข้ามาช่วยนั้น ก็จะเพิ่มความสามารถในการตัดสินใจได้ดีขึ้น

ระบบการทำงานของเครนของท่าเรือค่อนข้างจะแตกต่างจากระบบในอุตสาหกรรมอื่นๆ ดังนั้นจึงไม่ค่อยมีแบบจำลองที่ถูกพัฒนาขึ้นมากนัก เมื่อเร็วๆ นี้ Lim และคณะ (2003) ได้เสนอการศึกษาปัญหาการจัดลำดับงานของเครน โดยมีข้อจำกัดทางด้านพื้นที่ ซึ่งข้อจำกัดอย่างหนึ่งที่น่าสนใจคือข้อจำกัดการห้ามข้ามตัดกันของเครน (Non-crossing constraint) กล่าวคือ แขนของเครนไม่สามารถที่จะข้ามกันได้ในเวลาหนึ่งๆ ในงานวิจัยนี้ เราจะศึกษาข้อจำกัดนี้

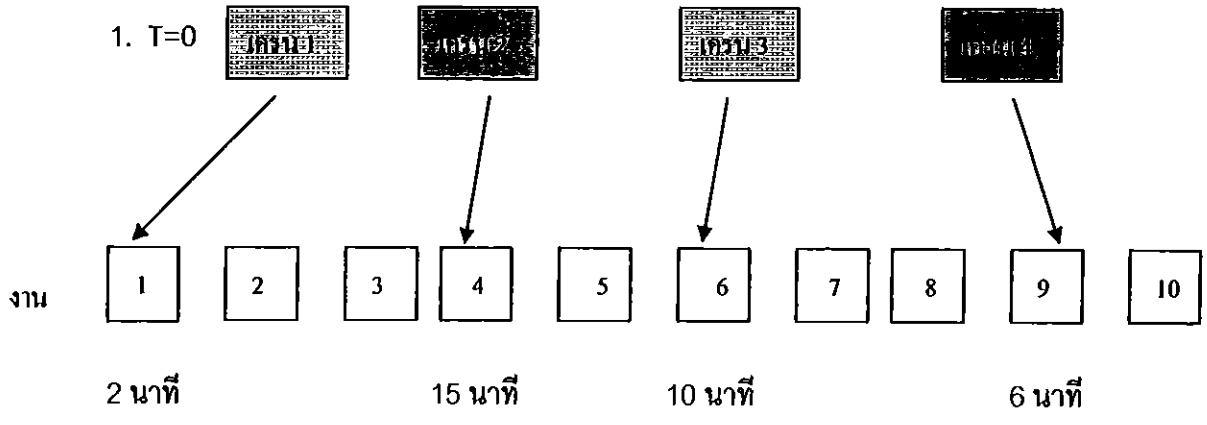
2.5 ตัวอย่างเรียงการจัดลำดับงานของเครน

เป็นการแสดงรูปแบบการทำงานของเครน เมื่อจำนวนงานที่กำหนดให้ 10 งาน โดยแต่ละงานมีเวลาตามที่กำหนดดังตารางที่ 2.1 การจัดลำดับงานของเครนได้แสดงไว้ในรูป 2.5-2.12 โดยแต่ละรูปจะแสดงถึงรูปแบบการทำงานของเครนแต่ละตัวที่กระทำภายใต้ข้อจำกัด 3 ข้อ โดยในที่นี้งานที่ 1 คือตำแหน่งที่ 1, งานที่ 2 คือตำแหน่งที่ 2,..., งานที่ n ในตำแหน่งที่ n โดยการจัดลำดับงานที่นำมาแสดงนี้เป็นเพียงคำตอบที่เป็นไปได้คำตอบหนึ่งเท่านั้น

ตารางที่ 2.1 แสดงข้อมูลเวลาการทำงานของงานแต่ละงาน

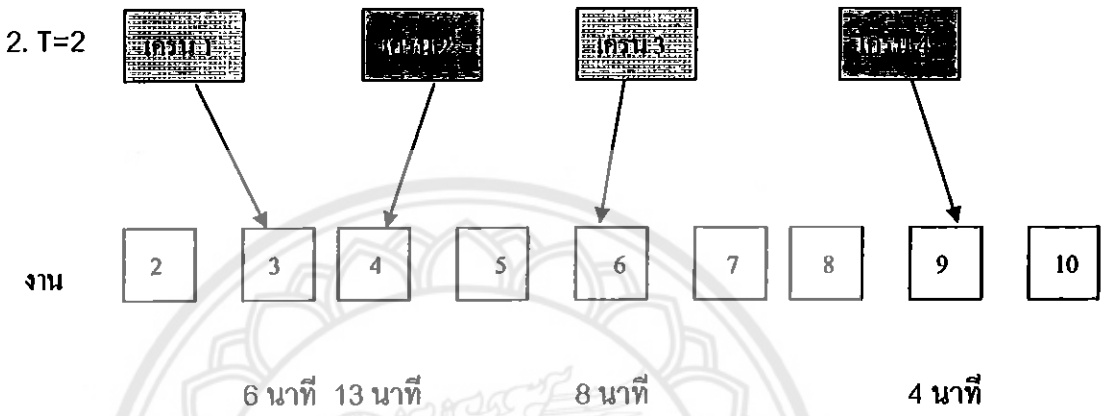
ตำแหน่งงาน	เวลาการทำงาน (นาที)
1	2
2	1
3	6
4	15
5	2
6	10
7	6
8	5
9	6
10	3

*กำหนดให้ T เป็นเวลา



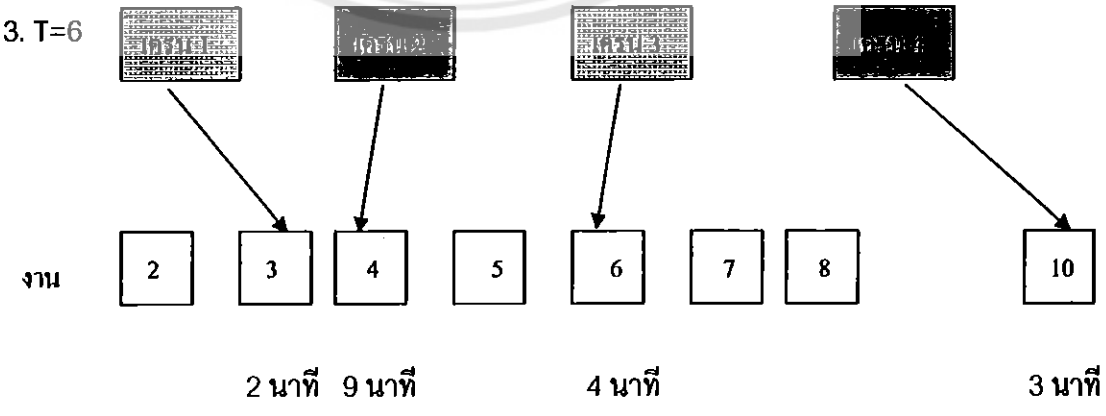
รูปที่ 2.5 การทำงานของเครนที่ T=0 ณ ตำแหน่งงานต่างๆ

ณ เวลาที่ T = 0 เครนแต่ละตัวเลือกทำงานตัวละหนึ่งงาน โดยกำหนดให้เครน 1 เลือกทำงานที่ 1 เครน 2 เลือกทำงานที่ 4, เครน 3 เลือกทำงานที่ 6 และเครน 4 เลือกทำงานที่ 9 ซึ่งเครน 1 จะใช้เวลาในการปฏิบัติงานเท่ากับ 2 นาที เครน 2 ใช้เวลาในการปฏิบัติงาน 15 นาที เครน 3 ใช้เวลาในการปฏิบัติงาน 10 นาที และเครน 4 จะใช้เวลาในการปฏิบัติงานเป็น 6 นาที



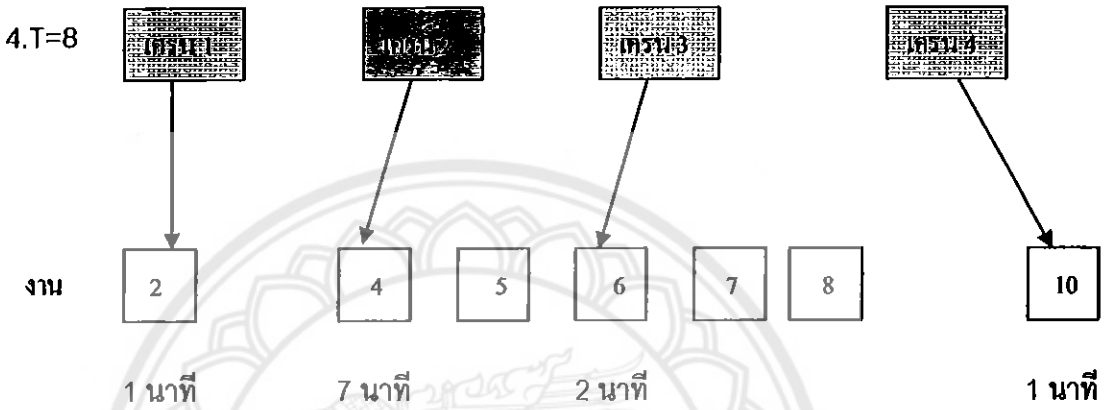
รูปที่ 2.6 การทำงานของเครนที่ T=2 ณ ตำแหน่งงานต่างๆ

เมื่อเครน 1 ทำงานที่ 1 เสร็จ ณ เวลา T = 2 เครน 1 สามารถเลือกทำงาน 2 และ 3 ได้ ดังนั้น กำหนดให้เครน 1 เลือกทำงานที่ 3 และเครน 1 จะใช้เวลาในการทำงานเท่ากับ 6 นาที เครน 2 จะเหลือเวลาทำงานเท่ากับ 13 นาที เครน 3 เหลือเวลาทำงาน 8 นาที เครน 4 เหลือเวลาทำงาน 4 นาที



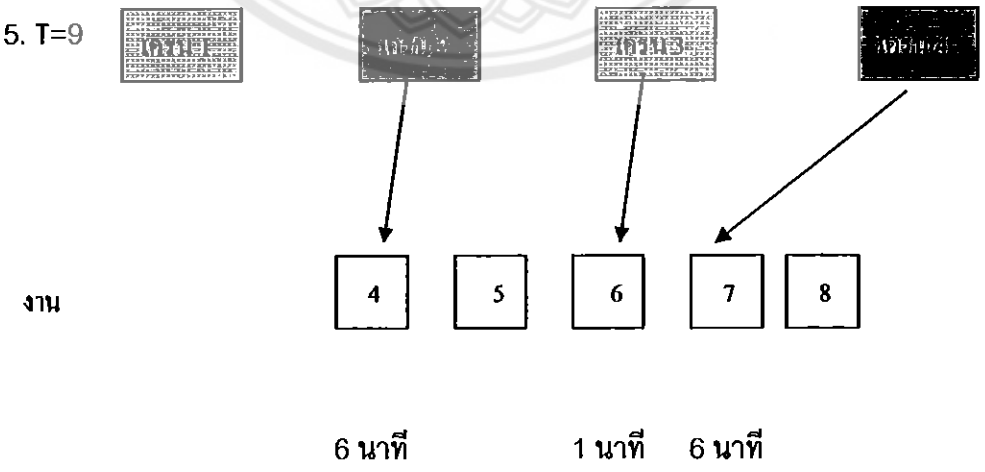
รูปที่ 2.7 การทำงานของเครนที่ T=6 ณ ตำแหน่งงานต่างๆ

ณ เวลา 4 นาทีถัดไปเครน 4 ทำงานที่ 9 เสร็จ แล้วเครน 4 สามารถเลือกทำงานที่ 7, 8 และ 10 ได้ กำหนดให้เครน 4 เลือกทำงานที่ 10 และใช้เวลาในการทำงานเท่ากับ 3 นาที เครน 1 เหลือเวลาในการทำงานเท่ากับ 2 นาที เครน 2 จะยังคงเหลือเวลาในการทำงานเป็น 9 นาที เครน 4 เหลือเวลาในการทำงานเท่ากับ 3 นาที



รูปที่ 2.8 การทำงานของเครนที่ T=8 ณ ตำแหน่งงานต่างๆ

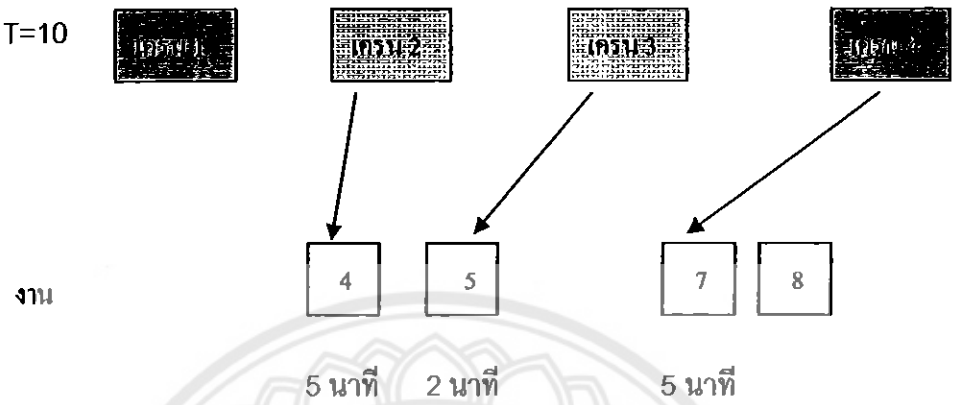
ที่เวลา T=8 เครน 1 ทำงานที่ 3 เสร็จแล้วกำหนดให้เครน 1 ทำงานที่ 2 มีเวลาในการทำงานเท่ากับ 1 นาที เครน 2 ยังคงทำงานที่ 4 ต่อไปโดยเหลือเวลาในการทำงานเท่ากับ 7 นาที เครน 3 เหลือเวลาในการทำงานที่ 6 เท่ากับ 2 นาที และเครน 4 เหลือเวลาทำงานที่ 4 เท่ากับ 1 นาที



รูปที่ 2.9 การทำงานของเครนที่ T=9 ณ ตำแหน่งงานต่างๆ

เครน 1 ไม่สามารถเลือกงานทำได้ เนื่องจากเครนไม่สามารถทำงานข้ามตัดกันได้ เครน 1 จึงไม่สามารถเลือกทำงานที่5, 7 และ 8 ได้ แต่เครน 4 สามารถเลือกทำงานที่ 7 และ 8 ได้ กำหนดให้เครน 4 เลือกทำงานที่ 7

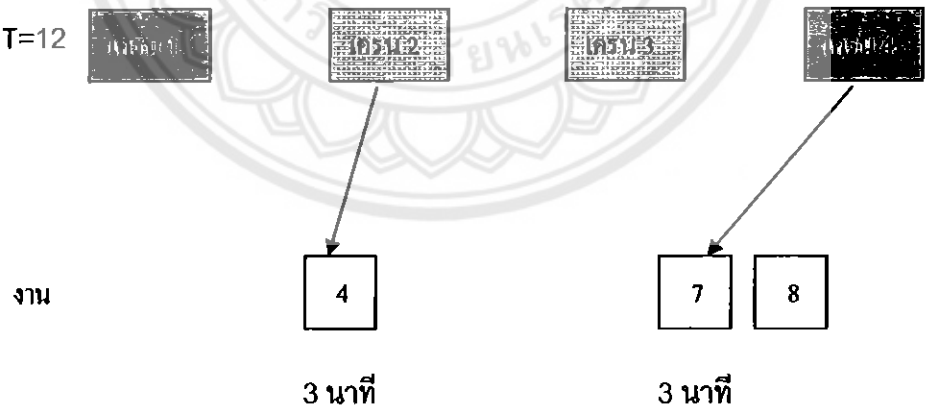
6. T=10



รูปที่ 2.10 การทำงานของเครนที่ T=10 ณ ตำแหน่งงานต่างๆ

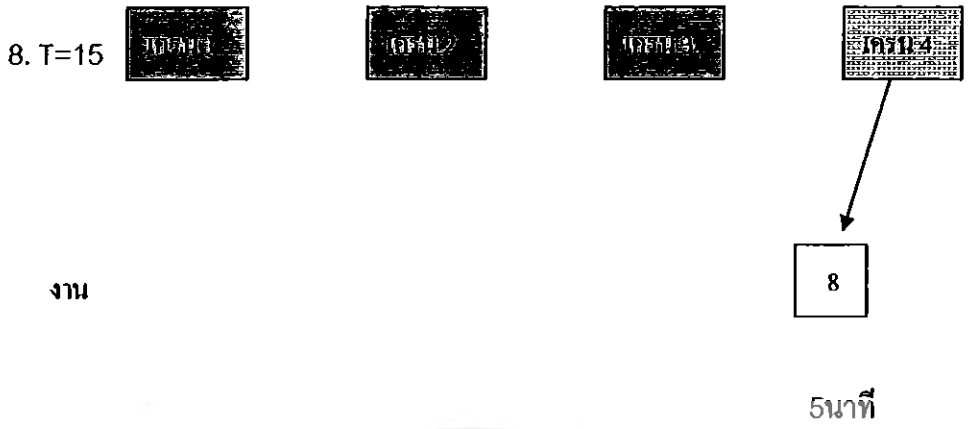
ที่เวลา T=10 เครน 3 ทำงานที่ 6 เสร็จแล้วสามารถเลือกทำงานที่ 5 ได้เท่านั้น จึงกำหนดให้เลือกทำงานที่ 5 โดยใช้เวลาในการทำงาน 2 นาที เครน 2 ซึ่งยังทำงานที่ 4 ไม่เสร็จเหลือเวลาทำงานอีก 5 นาที และเครน 4 ยังทำงาน 7 ที่ยังเหลือเวลา 5 นาที

7. T=12



รูปที่ 2.11 การทำงานของเครนที่ T=12 ณ ตำแหน่งงานต่างๆ

ที่เวลา T=12 เมื่อเครน 3 ทำงานที่ 5 เสร็จแล้วไม่สามารถเลือกทำงานต่อได้เนื่องจากเงื่อนไขที่ว่าการทำงานของเครนห้ามทำงานข้ามตัดกัน ดังนั้นเครน 1 และ 3 จึงเกิดการรอให้เครน 2 ทำงานที่ 4 เครน 4 ทำงานที่ 7 เสร็จเป็นเวลาทั้งสิ้น 3 นาที



รูปที่ 2.12 การทำงานของเครนที่ T=15 ณ ตำแหน่งงานต่างๆ

ที่เวลา T=15 เมื่อเครน 2 และ 4 ทำงานเสร็จ ณ เวลา 3 นาทีต่อมา เครนทุกตัวจึงสามารถเลือกทำงานที่ 8 ได้ กำหนดให้เครน 4 ทำงานที่ 8 เป็นเวลาทั้งสิ้น 5 นาที ดังนั้นที่เวลา T=18 งานทั้งหมดจึงแล้วเสร็จ

การจัดลำดับงานของเครนทั้ง 4 สามารถแสดงได้ด้วย Gantt Chart ดังแสดงในรูป 2.13 เราจะเห็นได้ว่าเครนแต่ละตัวมีเวลาทำงานที่แตกต่างกัน โดย

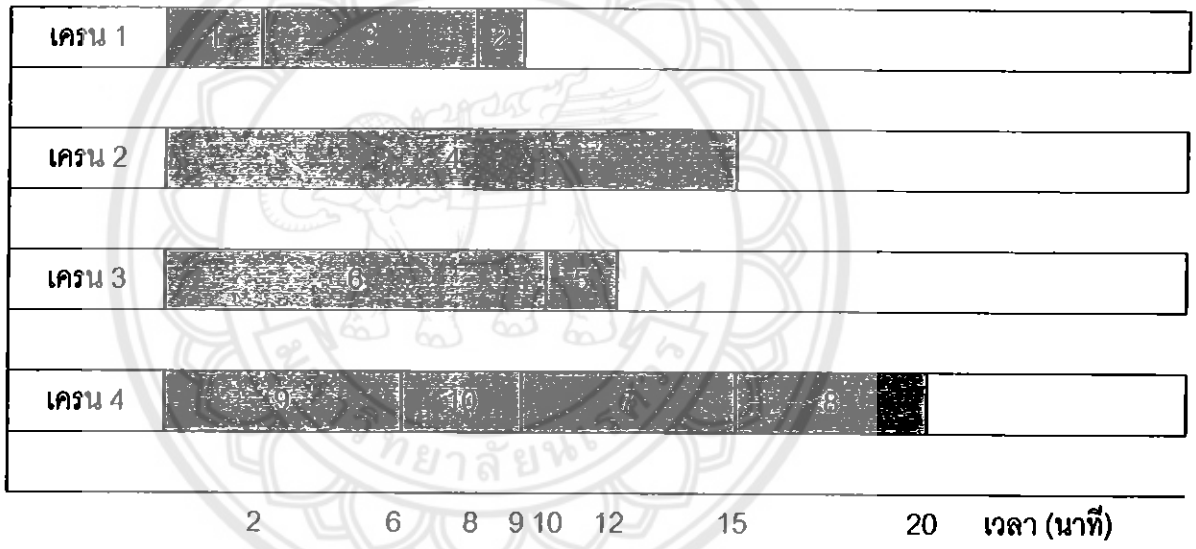
เครน 1 เลือกทำงาน 1, 3, 2 ตามลำดับ เสร็จสิ้น ณ นาทีที่ 9

เครน 2 เลือกทำงาน 4 เพียงตัวเดียวโดยใช้เวลาทำงานเสร็จสิ้น ณ นาทีที่ 15

เครน 3 เลือกทำงาน 6, 5 ตามลำดับ เสร็จสิ้น ณ นาทีที่ 12

เครน 4 เลือกทำงาน 9, 10, 7, 8 ตามลำดับ ซึ่งเสร็จสิ้น ณ นาทีที่ 20

นั่นหมายความว่า เวลาเสร็จสิ้นการทำงานของเครนที่มีเวลามากที่สุด คือ เวลาในการทำงานของปัญหา ส่วนปัญหานี้ใช้เวลาในการทำงานเท่ากับ 20 นาที



รูปที่ 2.13 Gantt Chart แสดงระยะเวลาการทำงานของเครนแต่ละตัว

บทที่ 3

วิธีการดำเนินงาน

3.1 ศึกษารูปแบบและความหมายของแบบจำลอง

ลำดับแรกนั้นจะทำการศึกษารูปแบบและความหมายของแบบจำลองที่ใช้ในการจัดลำดับการทำงานของเครน ซึ่งสมการที่ทำการศึกษานี้ได้อ้างอิงมากจากงานวิจัยของ Crane Scheduling with non-crossing constraint ของ Zhu และ Lim ปี 2005 โดยจะทำความเข้าใจความหมายของสมการเป้าหมายและข้อจำกัดแต่ละสมการซึ่งจะแสดงถึงการทำงานที่แตกต่างกันและครอบคลุมภายในขอบเขตที่กำหนดด้วย พร้อมกันนั้นทำการปรับปรุงสมการเดิม การศึกษานี้จะนำสมการทั้งสองนี้มาเขียนลงบนโปรแกรม LINGO นั้นเอง

3.2 ศึกษาโปรแกรมการเขียน LINGO

เพื่อที่ผู้วิจัยจะสามารถเขียนสมการลงบนโปรแกรม LINGO ได้นั้นต้องทำการศึกษาดูว่าโปรแกรม LINGO นี้ใช้งานอย่างไร เช่น การติดตั้งโปรแกรม วิธีการ คำสั่ง รวมถึงการอ่านค่าที่ได้ เพื่อทดลองใช้โปรแกรม LINGO จากนั้นจะทำการทดลองเขียนโปรแกรม LINGO เพื่อความเข้าใจมากขึ้นจะได้ทราบข้อผิดพลาดเล็กน้อย ทั้งนี้เป็นการฝึกฝนการใช้โปรแกรม LINGO

3.3 นำสมการก่อนปรับปรุงและหลังการปรับปรุงมาเขียนโปรแกรม

จากที่กล่าวมาแล้วข้างต้นว่าจะใช้โปรแกรม LINGO มาหาคำตอบของการจัดลำดับงาน เราจะนำสมการก่อนปรับและหลังการปรับปรุงมาเขียนลงในโปรแกรม LINGO

3.4 ทำการทดลองประมวลผลสมการทั้ง 2 รูปแบบและนำมาเปรียบเทียบ

เมื่อเขียนสมการทั้ง 2 รูปแบบในโปรแกรม LINGO เป็นที่เรียบร้อยแล้วจากนั้นก็ทำการประมวลผล เพื่อที่จะได้ทำการเปรียบเทียบความสามารถในการจัดลำดับงานของแบบจำลองหลังปรับปรุงนั้นช่วยลดเวลาการทำงานลดลงหรือไม่ ถ้าลดลงแล้วจะช่วยประหยัดเวลาได้มากเท่าใด

3.5 สรุปผลและจัดทำรายงาน

นำข้อมูลที่ได้จากประมวลผลโดยโปรแกรมเชิงคณิตศาสตร์ที่อาศัยโปรแกรม LINGO ในการหาคำตอบนั้นมาสรุปผลจัดทำเป็นรูปเล่ม เพื่อเป็นเอกสารในการอ้างอิงและสำหรับผู้สนใจที่จะศึกษาค้นคว้าได้

3.6 นำเสนอรายงาน

เมื่องานเสร็จตามจุดประสงค์แล้วจัดทำเป็นรูปเล่มแล้วนำเสนอรายงานเป็นลำดับสุดท้ายของโครงการ

บทที่ 4

ผลการวิจัย

ในบทนี้เราจะอธิบายแบบจำลองเกี่ยวกับการจัดลำดับงานของเครนให้เป็นที่เข้าใจโดยสรุปเป็นหัวข้อต่างๆ โดยหัวข้อที่ 4.1 แสดงแบบจำลองในการแก้ปัญหาการจัดลำดับงานของเครนของ Zhu และ Lim จากนั้นจึงกล่าวถึงแบบจำลองใหม่ที่ทางผู้วิจัยได้พัฒนาขึ้น โดยใช้โปรแกรมทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแบบจำลองใหม่นั้นได้ลดอสมการข้อจำกัดลง แล้วจะนำแบบจำลองทั้งสองเปรียบเทียบกันเพื่อให้ทราบว่าแบบจำลองใหม่สามารถช่วยลดข้อจำกัดลงได้ สุดท้ายจะกล่าวถึงแบบจำลองที่ใช้เขียนลงในโปรแกรม LINGO

4.1 แบบจำลองในการแก้ปัญหาการจัดลำดับงานของเครนโดยใช้โปรแกรมแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ Zhu และ Lim

โดยแบบจำลองนี้เป็นแบบจำลองที่ใช้ในการแก้ปัญหาในการจัดลำดับงานของเครนของ Zhu และ Lim โดยมีข้อจำกัดคือการห้ามตัดกันของเครน กล่าวคือ แขนของเครนไม่สามารถที่จะข้ามกันได้ในเวลาหนึ่งๆ

กำหนดให้ แบบจำลองนี้มีค่า M คือค่าคงที่ที่มีค่ามากค่าหนึ่ง

Minimize c_{max}

$c_{max} \geq c_i$ โดยที่ $1 \leq i \leq n$ (1)

$c_i - p_i \geq 0$ โดยที่ $1 \leq i \leq n$ (2)

$\sum_{k=1}^{m} x_{ik} \leq 1$ โดยที่ $1 \leq i \leq n$ (3)

$Z_{ijkl} \leq x_{ik}$ โดยที่ $1 \leq i,j \leq n$, $1 \leq k,l \leq m$ (4)

$Z_{ijkl} \leq x_{jl}$ โดยที่ $1 \leq i,j \leq n$, $1 \leq k,l \leq m$ (5)

$x_{ik} + x_{jl} - 1 \leq Z_{ijkl}$ โดยที่ $1 \leq i,j \leq n$, $1 \leq k,l \leq m$ (6)

$c_i - (c_j - p_j) + y_{ij}M \geq 0$ โดยที่ $1 \leq i,j \leq n$ (7)

$c_i - (c_j - p_j) - (1 - y_{ij})M \leq 0$ โดยที่ $1 \leq i,j \leq n$ (8)

$y_{ij} + y_{ji} \geq z_{ijkk}$ โดยที่ $1 \leq i,j \leq n, i \neq j$, $1 \leq k \leq m$ (9)

$y_{ij} + y_{ji} \geq z_{jikl}$ โดยที่ $1 \leq i < j \leq n$, $1 \leq l < k \leq m$ (10)

แบบจำลองจะมีพารามิเตอร์และตัวแปรในการตัดสินใจที่เกี่ยวข้องดังต่อไปนี้

พารามิเตอร์

m = **จำนวนของเครน**

n = **จำนวนของงาน**

p_i = **เวลาที่ใช้ในการทำงาน** i

ตัวแปรในการตัดสินใจ

c_i = **เวลาที่งาน** i **ทำเสร็จ**

c_{max} = **เวลาที่งานทั้งหมดถูกทำเสร็จสมบูรณ์**

$$x_{ik} = \begin{cases} 1 & ; \text{ งาน i ถูกทำโดยเครน k} \\ 0 & ; \text{ งาน i ไม่ได้ถูกทำโดยเครน k} \end{cases}$$

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 & ; \text{ งาน i ถูกทำเสร็จก่อนที่งาน j จะเริ่มทำงาน} \\ 0 & ; \text{ งาน i ถูกทำเสร็จช้ากว่าที่งาน j จะเริ่มทำงาน} \end{cases}$$

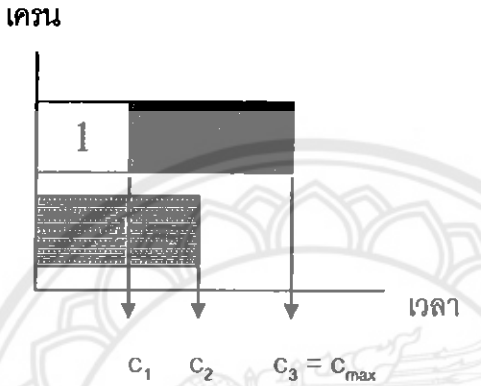
โดยที่ $c_i \leq (c_j - p_j)$, $(1 \leq i, j \leq n)$

$$z_{ijkl} = \begin{cases} 1 & ; \text{ งาน i ถูกทำโดยเครน k และงาน j ถูกทำโดยเครน l} \\ 0 & ; \text{ งาน i ถูกทำโดยเครน k แต่งาน j ไม่ได้ถูกทำโดยเครน l หรือ} \\ & \text{ งาน i ไม่ได้ถูกทำโดยเครน k แต่งาน j ถูกทำโดยเครน l หรือ} \\ & \text{ งาน i ไม่ได้ถูกทำโดยเครน k และงาน j ก็ไม่ได้ถูกทำโดยเครน l เช่นกัน} \end{cases}$$

โดยที่เราสามารถอธิบายเงื่อนไขหรือข้อจำกัดของแบบจำลองของ Zhu และ Lim ได้ดังต่อไปนี้

อสมการที่ 1 $c_{max} \geq c_i$ **โดยที่** $1 \leq i \leq n$, $i = 1,2,3,\ldots$

แบบจำลองแสดงการทำงานของเครน

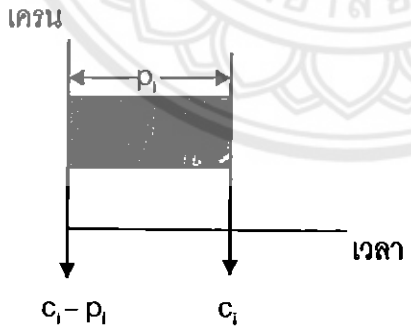


รูปที่ 4.1 ความสัมพันธ์ระหว่างเครนกับเวลาของอสมการที่ 1 (แบบจำลอง Zhu และ Lim)

จะได้ว่าเวลาในการทำงานที่เสร็จสมบูรณ์(c_{max}) $\geq$ เวลาที่ใช้ในการทำงานแต่ละงาน (c_i)

จะเห็นได้ว่า c_{max} จะมีค่าเท่ากับ c_3 และมีค่ามากกว่า c_1 และ c_2

อสมการที่ 2 $c_i - p_i \geq 0$ **โดยที่** $i = 1,2,3,\ldots$



รูปที่ 4.2 ความสัมพันธ์ระหว่างเครนกับเวลาของอสมการที่ 2 (แบบจำลอง Zhu และ Lim)

จะได้ว่า เวลาเริ่มต้นในการทำงาน $(c_i - p_i) \geq 0$ หรืองานใด ๆ ไม่สามารถเริ่มต้นก่อนเวลา 0 ได้

สมการที่ 3 $\sum_{k=1}^{m} x_{ik} = 1$ โดยที่ $1 \leq i \leq n$

สมการนี้เป็นการกำหนดว่างานหนึ่งงานจะถูกทำโดยเครนหนึ่งตัวเท่านั้น

กำหนดให้ $x_{i1}+x_{i2}+x_{i3}=1$

จากเงื่อนไขที่กำหนดให้งาน i ถูกทำโดยเครนหนึ่งตัวเท่านั้น นั้นหมายความว่า x_{i1}, x_{i2} และx_{i3} จะมีเพียงตัวเดียวเท่านั้น ที่มีค่าเป็น 1 ที่เหลือจะเป็นศูนย์หมด

อสมการที่ 4 $Z_{ijkl} \leq x_{ik}$ โดยที่ $1 \leq i, j \leq n, 1 \leq k, l \leq m$

$$Z_{ijkl} = \begin{cases} 1 & ; \text{งาน i ถูกทำโดยเครน k และงาน j ถูกทำโดยเครน l} \\ 0 & ; \text{งาน i ไม่ถูกทำโดยเครน k หรืองาน j ไม่ถูกทำโดยเครน l} \end{cases}$$

ถ้า $x_{ik}=1$ (งาน i ถูกทำโดยเครน k)

จากอสมการที่ 4 จะเห็นได้ว่า $z_{ijkl} \leq 1$ เพราะฉะนั้น z_{ijkl} สามารถเป็นได้ทั้ง 0 และ 1

$$Z_{ijkl} = \begin{cases} 1 & ; \text{งาน i ถูกทำโดยเครน k และงาน j ถูกทำโดยเครน l} \\ 0 & ; \text{งาน i ไม่ถูกทำโดยเครน k หรือ งาน j ไม่ได้ถูกทำโดยเครน l} \end{cases}$$

ถ้า $x_{ik}=0$ (งาน i ไม่ถูกทำโดยเครน k)

จากอสมการที่ 4 จะเห็นว่า $z_{ijkl} \leq 0$ ซึ่งจากความหมายของค่า z_{ijkl} ถ้างาน l ไม่ถูกทำโดยเครน k แล้ว z_{ijkl} ต้องมีค่าเป็น 0 อย่างแน่นอน

อสมการที่ 5 $z_{ijkl} \leq x_{jl}$ โดยที่ $1 \leq i,j \leq n$, $1 \leq k,l \leq m$

$$z_{ijkl} = \begin{cases} 1 & \text{; งาน j ถูกทำโดยเครน l และงาน i ถูกทำโดยเครน k} \\ 0 & \text{; งาน j ไม่ได้ถูกทำโดยเครน l หรืองาน i ไม่ถูกทำโดยเครน k} \end{cases}$$

ถ้า $x_{jl}=1$ (งาน j ถูกทำโดยเครน l)

จากอสมการที่ 5 จะเห็นได้ว่า $z_{ijkl} \leq 1$ เพราะฉะนั้น z_{ijkl} สามารถเป็นได้ทั้ง 0 และ 1

$$z_{ijkl} = \begin{cases} 1 & \text{; งาน j ถูกทำโดยเครน l และงาน i ถูกทำโดยเครน k} \\ 0 & \text{; งาน j ไม่ถูกทำโดยเครน l หรือ งาน i ไม่ได้ถูกทำโดยเครน k} \end{cases}$$

ถ้า $x_{jl}=0$ (งาน j ไม่ถูกทำโดยเครน l)

จากอสมการที่ 5 จะเห็นว่า $z_{ijkl} \leq 0$ ซึ่งจากความหมายของค่า z_{ijkl} ถ้างาน j ไม่ถูกทำโดยเครน l แล้ว z_{ijkl} **ต้องมี**ค่าเป็น 0 อย่างแน่นอน

ดังนั้น อสมการที่ 4 และ 5 ทำหน้าที่กำหนดความสัมพันธ์ระหว่าง x_{ik} , x_{jl} กับ z_{ijkl}

อสมการที่ 6 $x_{ik} + x_{jl} - 1 \leq z_{ijkl}$ โดยที่ $i=1,2,3,\ldots,j \leq n$, $1 \leq k,l \leq m$

พิจารณากรณี $z_{ijkl} = 1$

อสมการนี้ใช้ z_{ijkl} **มาช่วยในการกำหนด** x_{ik} และ x_{jl} ค่า $z_{ijkl} = 0$ จะเห็นได้ว่าจะมีเพียงค่า x_{ik} หรือ x_{jl} ตัวใดตัวหนึ่งเท่านั้นที่เป็น 1 หรือไม่ก็ทั้งคู่ที่มีค่าเป็น 0 โดยไม่สามารถที่จะเป็น 1 ทั้งคู่ได้

อสมการที่ 7 และ 8

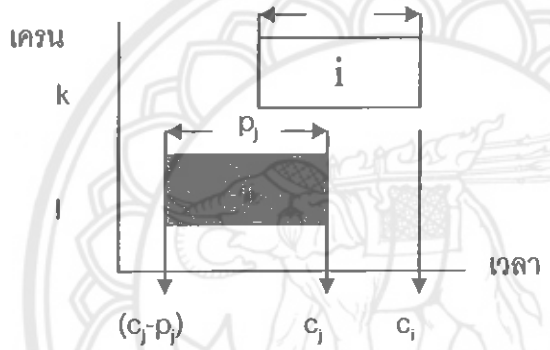
เป็นการกำหนดความหมายของค่า y_{ij} หรืออธิบายความสัมพันธ์ระหว่างค่า y_{ij} กับ c_i,c_j และ p_j ในที่นี้เราจะพิจารณาอสมการทั้งคู่พร้อมกัน

อสมการที่ 7 $c_i - (c_j - p_j) + y_{ij} M \geq 0$

อสมการที่ 8 $c_i - (c_j - p_j) + (1 - y_{ij}) M \leq 0$

พิจารณากรณีที่ 1 $y_{ij} = 0$

จากความหมายของ y_{ij} ถ้า $y_{ij} = 0$ หมายถึง งาน i ไม่ได้เสร็จก่อนที่งาน j จะเริ่มต้นขึ้น เช่น



รูปที่ 4.3 ความสัมพันธ์ระหว่างเครนกับเวลาของอสมการที่ 7,8 กรณีที่ 1 (แบบจำลอง Zhu และ Lim)

แทนค่า $y_{ij} = 0$ ไปในอสมการทั้งสอง เราจะได้

$c_i - (c_j - p_j) \geq 0$ .....อสมการที่ 7

$c_i - (c_j - p_j) - M \leq 0$ .....อสมการที่ 8

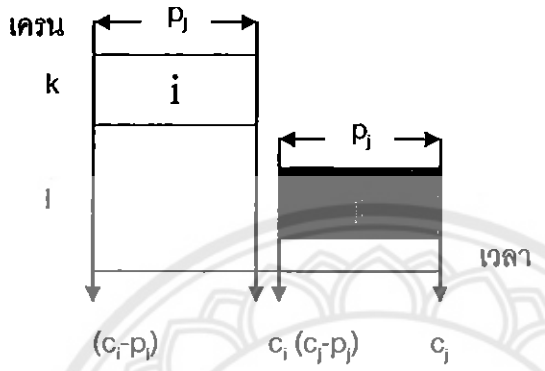
ซึ่งจะได้

$$c_i - (c_j - p_j) \leq M$$

ซึ่งหมายความว่า เวลางาน i เสร็จสิ้นลบด้วยเวลาที่งาน j เริ่มต้นต้องมีค่ามากกว่า 0 และมีค่าน้อยกว่าค่าคงที่ที่มีค่ามากค่าหนึ่ง ซึ่งตรงตามความหมายของ y_{ij}

พิจารณากรณีที่ 2 $y_{ij} = 1$

จากความหมายของตัวแปร y_{ij} ถ้า $y_{ij} = 1$หมายถึงงาน i เสร็จก่อนที่งาน j จะเริ่มต้น เช่น



รูปที่ 4.4 ความสัมพันธ์ระหว่างเครนกับเวลาของอสมการที่ 7,8 กรณีที่ 2 (แบบจำลอง Zhu และ Lim)

แทนค่า $y_{ij}=1$ ลงไปในอสมการ 7 และ 8 เราจะได้

$$c_i - (c_j-p_j) + y_{ij} M \geq 0$$

ซึ่งจะได้

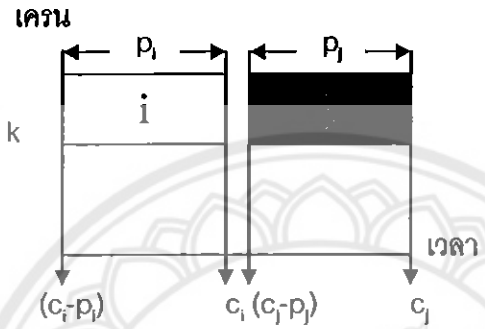
$c_i - (c_j-p_j) \geq -M$ .....อสมการที่ 7

$c_i - (c_j-p_j) \leq 0$ .....อสมการที่ 8

นั้นหมายถึง เวลาที่งาน i เสร็จลบด้วยเวลาที่งาน j เริ่มต้นจะมีค่าน้อยกว่าศูนย์ และมากกว่าค่าคงที่ที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์มากค่าหนึ่ง

อสมการที่ 9 $y_{ij} + y_{ji} \geq z_{ijkk}$ โดยที่ $1 \leq l < j \leq n$, $1 \leq k \leq m$

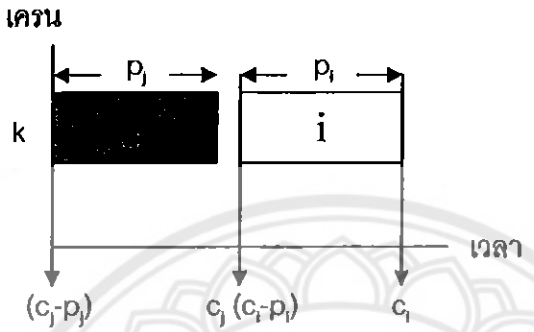
พิจารณากรณีที่ 1 $y_{ij}=1$, $y_{ji}=0$ (ไม่เกิดการซ้อนทับกันของงาน,งาน i เริ่มก่อนที่งาน j จะเริ่ม, ใช้เครน k เพียงตัวเดียว)



รูปที่ 4.5 ความสัมพันธ์ระหว่างเครนกับเวลาของอสมการที่ 9 กรณีที่ 1 (แบบจำลอง Zhu และ Lim)

เราจะได้อสมการเป็น $z_{ijkk} \leq 1$ **เพราะฉะนั้น** z_{ijkk} **จะมีค่าเป็น 0 หรือ 1 ก็ได้ ซึ่งหมายความว่าในกรณีนี้ งาน i เสร็จก่อนที่งาน j จะเริ่มต้น ทั้งสองงานจึงสามารถถูกทำโดยเครน k ได้**

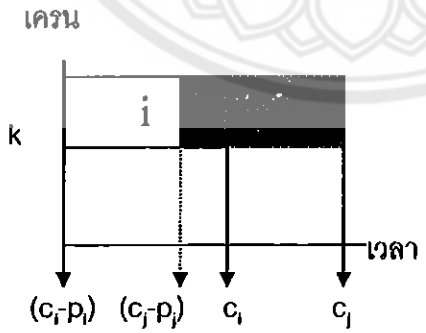
พิจารณากรณีที่ 2 $y_{ji}=1$, $y_{ij}=0$ (ไม่เกิดการซ้อนทับกันของงาน,งาน j เริ่มก่อนที่งาน i จะเริ่ม,ใช้เครน k เพียงตัวเดียว)



รูปที่ 4.6 ความสัมพันธ์ระหว่างเครนกับเวลาของอสมการที่ 9 กรณีที่ 2 (แบบจำลอง Zhu และ Lim)

เราจะได้อสมการเป็น $z_{ijkk} \leq 1$ เพราะฉะนั้น z_{ijkk} จะมีค่าเป็น 0 หรือ 1 ก็ได้ ซึ่งหมายความว่าในกรณีนี้งาน j เสร็จก่อนที่งาน i จะเริ่มต้น ทั้งสองงานจึงสามารถถูกทำโดยเครน k ได้

พิจารณากรณีที่ 3 $y_{ij}=0$, $y_{ji}=0$ (เกิดการซ้อนทับกันของงาน i กับงาน j และใช้เครน k เพียงตัวเดียว)



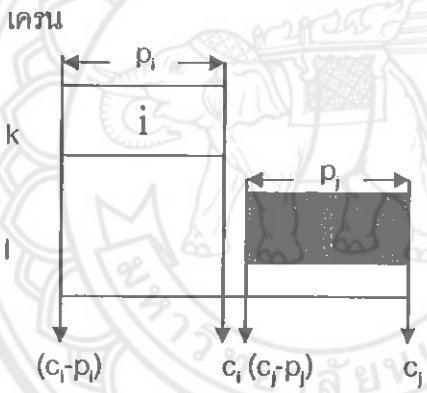
รูปที่ 4.7 ความสัมพันธ์ระหว่างเครนกับเวลาของอสมการที่ 9 กรณีที่ 3 (แบบจำลอง Zhu และ Lim)

เราจะได้อสมการที่ 9 เป็น $z_{ijkk} \leq 0$ เพราะฉะนั้น z_{ijkk} ต้องมีค่าเท่ากับศูนย์ นั่นหมายความว่างาน j ไม่เสร็จก่อนที่งาน i จะเริ่ม และงาน i ไม่เสร็จก่อนที่งาน j จะเริ่ม ดังนั้นจึงมีการทับซ้อนกันของงาน ทำให้งานทั้งสองไม่สามารถถูกทำโดยเครน k ได้

โปรดสังเกตว่าด้วยความหมายของ y_{ij} และ y_{ji} กรณีที่ทำสองตัวแปรจะมีค่าเป็น 1 ทั้งคู่จะเป็นไปไม่ได้ เนื่องจากมีเครน k ทำงานเพียงตัวเดียว ทำให้ไม่สามารถทำงานสองงานพร้อมกันได้ จึงต้องเลือกงานใดงานหนึ่งเท่านั้น ค่าของ y_{ij} และ y_{ji} จึงมีโอกาสเป็นหนึ่งได้เพียงตัวใดตัวหนึ่งเท่านั้น

อสมการที่ 10 $y_{ij} + y_{ji} \geq Z_{ijkl}$ โดยที่ $1 \leq i < j \leq n$, $1 \leq l < k \leq m$

พิจารณากรณีที่ 1 $y_{ij}=1$, $y_{ji}=0$ (งาน i ทำเสร็จก่อนที่งาน j จะเริ่มทำงาน)



รูปที่ 4.8 ความสัมพันธ์ระหว่างเครนกับเวลาของอสมการที่ 10 กรณีที่ 1 (แบบจำลอง Zhu และ Lim)

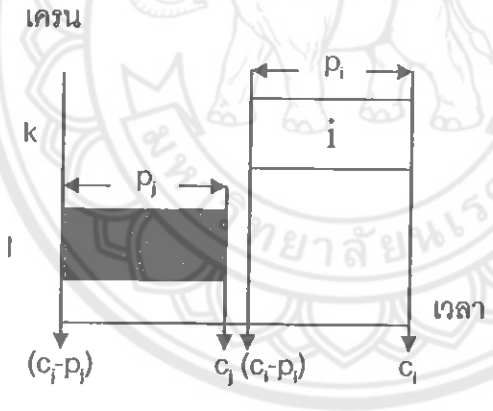
เพราะฉะนั้นจะได้สมการคือ $1 \geq z_{ijkl}$ และคำตอบของ z_{ijkl} ก็จะมีสองคำตอบคือ

z_{ijkl} = { 1 ; งาน i ถูกทำโดยเครน k และงาน j ถูกทำโดยเครน l

0 ; งาน i ถูกทำโดยเครน k แต่งาน j ไม่ได้ถูกทำโดยเครน l หรือ
งาน i ไม่ได้ถูกทำโดยเครน k แต่งาน j ถูกทำโดยเครน l หรือ
งาน i ไม่ได้ถูกทำโดยเครน k และงาน j ก็ไม่ได้ถูกทำโดยเครน l เช่นกัน

สรุปกรณีที่1 ถ้างาน i ทำเสร็จก่อนที่งาน jจะเริ่มทำงานแล้ว งาน i หรือ j ก็จะสามารถถูกทำโดยเครนใดก็ได้

พิจารณากรณีที่ 2 $y_{ij}=0$, $y_{ji}=1$ (งาน j ทำเสร็จก่อนที่งาน i จะเริ่มทำงาน)



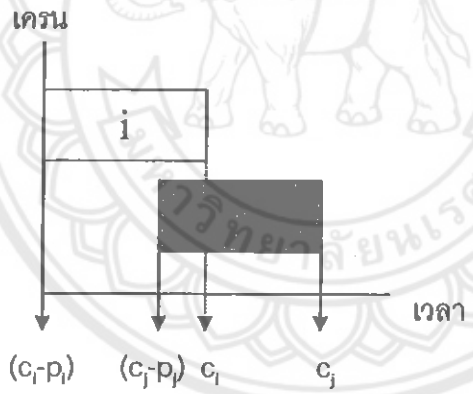
รูปที่ 4.9 ความสัมพันธ์ระหว่างเครนกับเวลาของอสมการที่ 10 กรณีที่ 2
(แบบจำลอง Zhu และ Lim)

เพราะฉะนั้นจะได้อสมการคือ $1 \geq Z_{ijkl}$ และคำตอบของ Z_{ijkl} ก็จะมีสองคำตอบคือ

Z_{ijkl} $\begin{cases} 1 \quad ; \text{ งาน i ถูกทำโดยเครน k และงาน j ถูกทำโดยเครน l} \\ 1 \quad ; \text{ งาน i ถูกทำโดยเครน k แต่งาน j ไม่ได้ถูกทำโดยเครน l หรือ} \\ \quad \text{งาน i ไม่ได้ถูกทำโดยเครน k แต่งาน j ถูกทำโดยเครน l หรือ} \\ \quad \text{งาน i ไม่ได้ถูกทำโดยเครน k และงาน j ก็ไม่ได้ถูกทำโดยเครน l เช่นกัน} \end{cases}$

สรุปกรณีที่ 2 ถ้างาน j ทำเสร็จก่อนที่งาน i จะเริ่มทำงานแล้ว งาน j หรือ i ก็จะ**สามารถถูกทำโดยเครนใดก็ได้**

พิจารณากรณีที่ 3 $y_{ij}=0$, $y_{ji}=0$ (งาน i ไม่ได้ทำเสร็จก่อนที่งาน j จะเริ่มทำงานและงาน j ไม่ได้ทำเสร็จก่อนที่งาน i จะเริ่มทำงานหรืองานถูกทำซ้อนทับกัน)



รูปที่ 4.10 ความสัมพันธ์ระหว่างเครนกับเวลาของงอสมการที่ 10 กรณีที่ 3 **(แบบจำลอง Zhu และ Lim)**

เพราะฉะนั้นจะได้สมการคือ $0 \geq Z_{ijkl}$ และคำตอบของ Z_{ijkl} คือ

$Z_{ijkl} = 0$ งาน i ถูกทำโดยเครน k แต่งาน j ไม่ได้ถูกทำโดยเครน l หรือ

งาน i ไม่ได้ถูกทำโดยเครน k แต่งาน j ถูกทำโดยเครน l หรือ

งาน i ไม่ได้ถูกทำโดยเครน k และงาน j ก็ไม่ได้ถูกทำโดยเครน l เช่นกัน

สรุปกรณีที่3 ถ้างานถูกทำซ้อนทับกันแล้ว เครน k และ l จะเลือกทำงานอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น

4.2 แบบจำลองใหม่ในการแก้ปัญหาการจัดลำดับงานของเครนโดยใช้โปรแกรมแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

โดยแบบจำลองใหม่นี้เป็นแบบจำลองที่ใช้แนวความคิดประยุกต์ปรับปรุงจากแบบจำลองของ Zhu และ Lim โดยทำการศึกษาถึงตัวแปร Z_{ijkl} เพราะเป็นตัวแปรที่ไม่มีความจำเป็น เนื่องจากเป็นตัวแปรที่เป็นตัวเชื่อมระหว่าง x_{ik} กับ y_{jl} ทำให้เวลาในการประมวลผลนานกว่าที่เป็นจริง

หลังจากการศึกษาแบบจำลองเดิมแล้วเสร็จ ทางเราได้ทำการปรับปรุง โดยทำการตัดสมการที่มีตัวแปร Z_{ijkl} ออกแล้วหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร x_{ik} กับ y_{jl} ขึ้นมาดังสมการที่ (6)และ (7)

กำหนดให้ แบบจำลองนี้มีค่า M คือค่าคงที่ที่มีค่ามากค่าหนึ่ง

Minimize c_{max}

$c_{max} \geq c_i$ โดยที่ $1 \leq i \leq n$ (1)

$c_i - p_i \geq 0$ โดยที่ $1 \leq i \leq n$ (2)

$\sum_{k=1}^{m} x_{ik} \leq 1$ โดยที่ $\leq i \leq n$ (3)

$c_i - (c_j - p_j) + y_{ij}M \geq 0$ โดยที่ $1 \leq i,j \leq n$ (4)

$c_i - (c_j - p_j) - (1 - y_{ij})M \leq 0$ โดยที่ $1 \leq i,j \leq n$ (5)

$x_{ik}+x_{jk} \leq (y_{ij}+y_{ji})M+1$ โดยที่ $\forall\ 1 \leq i < j \leq n$ และ $\forall\ 1 \leq l < k \leq m$ (6)

$x_{ik}+x_{jl} \leq (y_{ij}+y_{ji})M+1$ โดยที่ $\forall\ 1 \leq i < j \leq n$ และ $\forall\ 1 \leq l < k \leq m$ (7)

แบบจำลองจะมีพารามิเตอร์และตัวแปรในการตัดสินใจที่เกี่ยวข้องดังต่อไปนี้

พารามิเตอร์

m = **จำนวนของเครน**

n = **จำนวนของงาน**

p_i = **เวลาที่ใช้ในการทำงาน** i

ตัวแปรในการตัดสินใจ

c_i= เวลาที่งาน i ทำเสร็จ

c_{max}= เวลาที่งานทั้งหมดถูกทำเสร็จสมบูรณ์

y_{ij}= 1 ; งาน i ถูกทำเสร็จก่อนที่งาน j จะเริ่มทำงาน

0 ; งาน i ถูกทำเสร็จช้ากว่าที่งาน j จะเริ่มทำงาน

y_{ji}= 1 ; งาน j ถูกทำเสร็จก่อนที่งาน i จะเริ่มทำงาน

0 ; งาน j ถูกทำเสร็จช้ากว่าที่งาน i จะเริ่มทำงาน

x_{ik}= 1 ; งาน i ถูกทำโดยเครน k

0 ; งาน i ไม่ได้ถูกทำโดยเครน k

x_{jk}= 1 ; **งาน j ถูกทำโดยเครน k**

0 ; **งาน j ไม่ได้ถูกทำโดยเครน k**

x_{jl}= 1 ; **งาน j ถูกทำโดยเครน l**

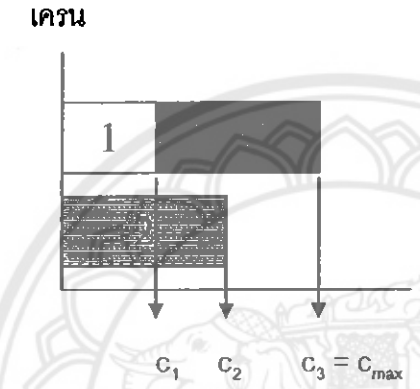
0 ; **งาน j ไม่ได้ถูกทำโดยเครน l**

โดยที่ $c_i \leq (c_j - p_j)$, $(1 \leq i, j \leq n)$

โดยที่เราสามารถอธิบายเงื่อนไขหรือข้อจำกัดของแบบจำลองเดิมได้ดังต่อไปนี้

อสมการที่ 1 $c_{max} \geq c_i$ โดยที่ $1 \leq i \leq n$, $i = 1,2,3,...$

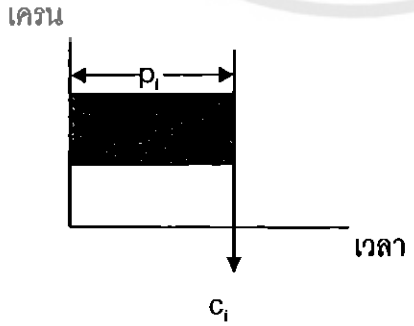
แบบจำลองแสดงการทำงานของเครน



รูปที่ 4.11 ความสัมพันธ์ระหว่างเครนกับเวลาของอสมการที่ 1 (แบบจำลองใหม่)

จะได้ว่า เวลาในการทำงานที่เสร็จสมบูรณ์(c_{max}) $\geq$ เวลาที่ใช้ในการทำงานแต่ละงาน (c_i)

อสมการที่ 2 $c_i - p_i \geq 0$ โดยที่ $i = 1,2,3,...$



รูปที่ 4.12 ความสัมพันธ์ระหว่างเครนกับเวลาของอสมการที่ 2 (แบบจำลองใหม่)

จะได้ว่า เวลาเริ่มต้นในการทำงาน $(c_i - p_i) \geq 0$ หรืองานใด ๆ ไม่สามารถเริ่มต้นก่อนเวลา 0 ได้

สมการที่ 3 $\sum_{k=1}^{m} x_{ik} = 1$ โดยที่ $1 \leq i \leq n$

สมการนี้เป็นการกำหนดว่างานหนึ่งงานจะถูกทำโดยเครนหนึ่งตัวเท่านั้น

กำหนดให้ $x_{i1}+x_{i2}+x_{i3}=1$

จากเงื่อนไขที่กำหนดให้งาน i ถูกทำโดยเครนหนึ่งตัวเท่านั้น นั้นหมายความว่า x_{i1}, x_{i2} และx_{i3} จะมีเพียงตัวเดียวเท่านั้น ที่มีค่าเป็น 1 ที่เหลือจะเป็นศูนย์หมด

อสมการที่ 4 และ 5

เป็นการกำหนดความหมายของค่า y_{ij} หรืออธิบายความสัมพันธ์ระหว่างค่า y_{ij} กับ c_i,c_j และ p_j

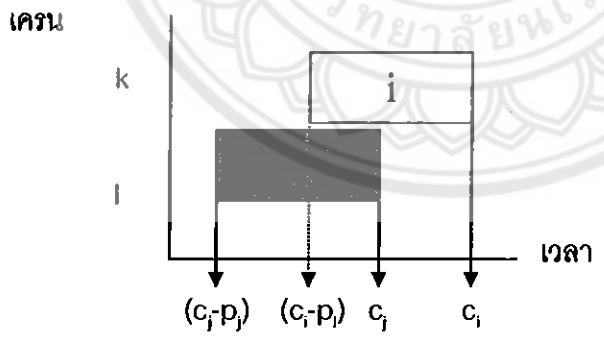
ในที่นี้เราจะพิจารณาอสมการทั้งคู่พร้อมกัน

อสมการที่ 4 $c_i - (c_j-p_j) + y_{ij} M \geq 0$

อสมการที่ 5 $c_i - (c_j-p_j) + (1- y_{ij})M \leq 0$

พิจารณากรณีที่ 1 $y_{ij} = 0$

จากความหมายของ y_{ij} ถ้า $y_{ij} = 0$ หมายถึง งาน i ไม่ได้เสร็จก่อนที่งาน j จะเริ่มต้นขึ้น เช่น



รูปที่ 4.13 ความสัมพันธ์ระหว่างเครนกับเวลาของอสมการที่ 5 กรณีที่ 1(แบบจำลองใหม่)

แทนค่า $y_{ij} = 0$ ไปในอสมการทั้งสอง เราจะได้

$$c_i - (c_j - p_j) \geq 0$$

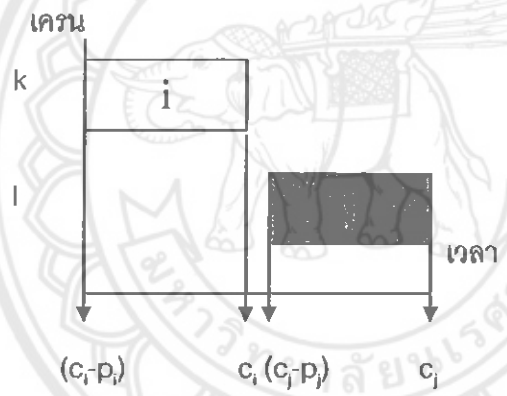
$$c_i - (c_j - p_j) - M \leq 0$$

ซึ่งจะได้ $c_i - (c_j - p_j) \leq M$

ซึ่งหมายความว่า เวลางาน i เสร็จสิ้นลบด้วยเวลาที่งาน j เริ่มต้นต้องมีค่ามากกว่า 0 และมีค่าน้อยกว่าค่าคงที่ที่มีค่ามากค่าหนึ่ง ซึ่งตรงตามความหมายของ y_{ij}

พิจารณากรณีที่ 2 $y_{ij} = 1, y_{ji} = 0$

จากความหมายของตัวแปร y_{ij} ถ้า $y_{ij} = 1$หมายถึงงาน i เสร็จก่อนที่งาน j จะเริ่มต้น เช่น



รูปที่ 4.14 ความสัมพันธ์ระหว่างเครนกับเวลาของอสมการที่ 5 กรณีที่ 2(แบบจำลองใหม่)

แทนค่า $y_{ij} = 1$ ลงไปในอสมการ 7 และ 8 เราจะได้

$$c_i - (c_j - p_j) + y_{ij} M \geq 0$$

ซึ่งจะได้ $c_i - (c_j - p_j) \leq 0$

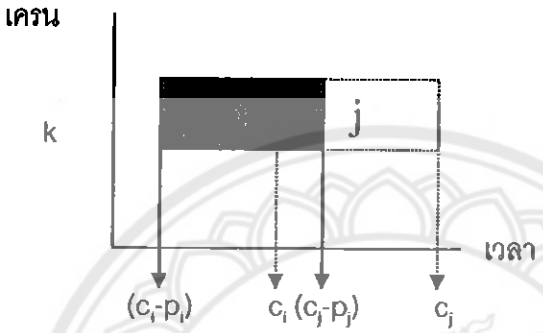
$$c_i - (c_j - p_j) \geq -M$$

นั้นหมายถึง เวลาที่งาน i เสร็จลบด้วยเวลาที่งาน j เริ่มต้นจะมีค่าน้อยกว่าศูนย์ และน้อยกว่าค่าคงที่ที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์มากค่าหนึ่ง

อสมการที่ 6 $x_{ik}+x_{jk} \leq (y_{ij}+y_{ji})M + 1$ โดยที่ $\forall 1 \leq i < j \leq n, \forall 1 \leq l < k \leq m$

พิจารณากรณีที่ 1 $y_{ij} = 0$, $y_{ji} = 0$

จากความหมายของ y_{ij} ถ้า $y_{ij} = 0$ หมายถึง งาน i ไม่ได้เสร็จก่อนที่งาน j จะเริ่มต้นขึ้น เช่น



รูปที่ 4.15 ความสัมพันธ์ระหว่างเครนกับเวลาของอสมการที่ 6 กรณีที่ 1(แบบจำลองใหม่)

แทนค่า $y_{ij} = 0$, $y_{ji} = 0$ **ไปในอสมการ เราจะได้**

$$x_{ik} + x_{jk} \leq (y_{ji} - y_{ij})M + 1$$

ซึ่งจะได้

$$x_{ik} + x_{jk} \leq (0 + 0)M+1$$

$$x_{ik} + x_{jk} \leq 1$$

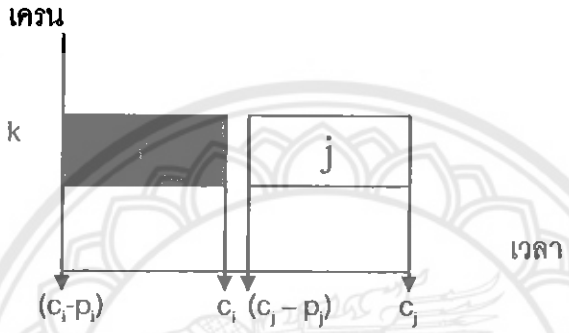
$$x_{ik} = \begin{cases} 1 & ; \text{ งาน i ถูกทำโดยเครน k} \\ 0 & ; \text{ งาน i ไม่ได้ถูกทำโดยเครน k} \end{cases}$$

$$x_{jk} = \begin{cases} 1 & ; \text{ งาน j ถูกทำโดยเครน k} \\ 0 & ; \text{ งาน j ไม่ได้ถูกทำโดยเครน k} \end{cases}$$

เนื่องจากเกิดการซ้อนทับกันของงาน จึงทำให้เครน k ไม่สามารถทำงานทั้งสองงานพร้อมกันได้ไม่ว่างาน i หรืองาน j จะเริ่มก่อนก็ตาม

พิจารณากรณีที่ 2 $y_{ij} = 1, y_{ji} = 0$

จากความหมายของตัวแปร y_{ij} ถ้า $y_{ij} = 1$หมายถึงงาน i เสร็จก่อนที่งาน j จะเริ่มต้น เช่น



รูปที่ 4.16 ความสัมพันธ์ระหว่างเครนกับเวลาของอสมการที่ 6 กรณีที่ 2 (แบบจำลองใหม่)

แทนค่า $y_{ij} = 1, y_{ji} = 0$ ลงไปในอสมการ เราจะได้

$$x_{ik} + x_{jk} \leq (y_{ij} - y_{ji})M + 1$$

ซึ่งจะได้

$$x_{ik} + x_{jk} \leq (1 + 0)M+1$$

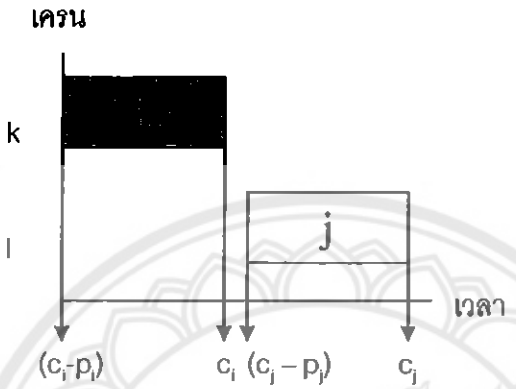
$$x_{ik} + x_{jk} \leq M+1$$

$$x_{ik} + x_{jk} \leq M$$

สรุปกรณีที่ 2 เนื่องไม่เกิดการซ้อนทับกันของงาน ทำให้เครน k ทำสามารถทำงานทั้งสองงานได้ ไม่ว่างาน i หรืองาน j จะเริ่มก่อนก็ตาม

อสมการที่ 7 $x_{ik}+x_{jl} \leq (y_{ij}+y_{ji})M+1$ โดยที่ $\forall 1 \leq i<j \leq n, \forall 1 \leq l<k \leq m$

พิจารณากรณีที่ 1 $y_{ij}=1$, $y_{ji}=0$ (งาน i ทำเสร็จก่อนที่งาน j จะเริ่มทำงาน)



รูปที่ 4.17 ความสัมพันธ์ระหว่างเครนกับเวลาของอสมการที่ 7 กรณีที่ 1 (แบบจำลองใหม่)

แทนค่า $y_{ij}=1, y_{ji}=0$ ลงไปในอสมการ

$$x_{ik}+x_{jl} \leq (y_{ij}+y_{ji})M+1$$

ซึ่งจะได้

$$x_{ik}+x_{jl} \leq (1+0)M+1$$

$$x_{ik}+x_{jl} \leq M+1$$

$$x_{ik}+x_{jl} \leq M$$

$x_{ik}=$ { 1 ; งาน i ถูกทำโดยเครน k

0 ; งาน i ไม่ได้ถูกทำโดยเครน k

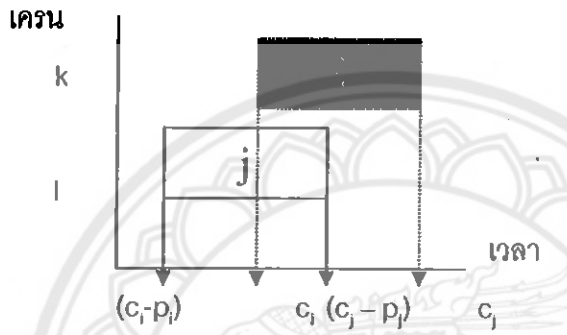
$x_{jl}=$ { 1 ; งาน j ถูกทำโดยเครน l

0 ; งาน j ไม่ได้ถูกทำโดยเครน l

สรุปกรณีที่ 1 ถ้างาน i ทำเสร็จก่อนที่งาน jจะเริ่มทำงานแล้ว งาน i หรือ j ก็จะสามารถถูกทำโดยเครนใดก็ได้ ซึ่งทำให้ผลรวมของค่า x_{ik}และ x_{jl} มีค่าน้อยกว่าค่าคงที่ที่มีค่ามากกว่าศูนย์มากค่าหนึ่ง

พิจารณากรณีที่ 2 $y_{ij} = 0$, $y_{ji} = 0$

จากความหมายของ y_{ij} ถ้า $y_{ij} = 0$ หมายถึง งาน i ไม่ได้เสร็จก่อนที่งาน j จะเริ่มต้นขึ้น เช่น



รูปที่ 4.18 ความสัมพันธ์ระหว่างเครนกับเวลาของอสมการที่ 7 กรณีที่ 2 (แบบจำลองใหม่)

แทนค่า $y_{ij} = 0$, $y_{ji} = 0$ ไปในอสมการ

$$x_{ik}+x_{jl} \leq (y_{ij}+y_{ji})M+1$$

ซึ่งจะได้

$$x_{ik} + x_{jl} \leq (0 + 0)M+1$$

$$x_{ik} + x_{jl} \leq 0+1$$

$$x_{ik} + x_{jl} \leq 1$$

สรุปกรณีที่ 2 เกิดการซ้อนทับกันของงาน จึงต้องมีการกำหนดการทำงานของเครนแต่ละตัว โดยให้เครน k ทำงาน i และเครน l ทำงาน j เพื่อไม่ให้เกิดการไขว้กันในการทำงาน และจะต้องให้เครนตัวใดตัวหนึ่งทำงานให้เสร็จก่อน ในที่นี้กำหนดให้เครน j เริ่มทำงาน j ก่อน

4.3 การเปรียบเทียบขนาดของแบบจำลองของ Zhu และ Lim และแบบจำลองใหม่

แบบจำลองที่สร้างขึ้นมาใหม่เมื่อเปรียบเทียบกับแบบจำลองของ Zhu และ Lim แล้ว แบบจำลองใหม่จะมีข้อจำกัดน้อยกว่าเดิม $n + 3n^2 m^2$ ข้อจำกัด โดยมีการพิจารณาเปรียบเทียบขนาดของแบบจำลองดังนี้

4.3.1 การพิจารณาหาข้อจำกัดอสมการแบบจำลองของ Zhu และ Lim

จากอสมการของแบบจำลองของ Zhu และ Lim

Min c_{max}

$c_{max} \geq c_i$	โดยที่ $1 \leq i \leq n$	(1)
$c_i - p_i \geq 0$	โดยที่ $1 \leq i \leq n$	(2)
$\sum_{k=1}^{m} x_{ik} \leq 1$	โดยที่ $1 \leq i \leq n$	(3)
$Z_{ijkl} \leq x_{ik}$	โดยที่ $1 \leq i,j \leq n$, $1 \leq k,l \leq m$	(4)
$Z_{ijkl} \leq x_{jl}$	โดยที่ $1 \leq i,j \leq n$, $1 \leq k,l \leq m$	(5)
$x_{ik} + x_{jl} - 1 \leq Z_{ijkl}$	โดยที่ $1 \leq i,j \leq n$, $1 \leq k,l \leq m$	(6)
$c_i - (c_j - p_j) + y_{ij}M \geq 0$	โดยที่ $1 \leq i,j \leq n$	(7)
$c_i - (c_j - p_j) - (1 - y_{ij})M \leq 0$	โดยที่ $1 \leq i,j \leq n$	(8)
$y_{ij} + y_{ji} \geq Z_{ijkk}$	โดยที่ $1 \leq i,j \leq n, i \neq j$, $1 \leq k \leq m$	(9)
$y_{ij} + y_{ji} \geq Z_{ijkl}$	โดยที่ $1 \leq i < j \leq n$, $1 \leq l < k \leq m$	(10)

พิจารณาหาข้อจำกัดอสมการได้ดังนี้

อสมการที่ 1 $c_{max} \geq c_i$; $1 \leq i \leq n$

กำหนดให้ i มีค่าเท่ากับ 1, 2 ,3...n

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่า i

$c_{max} \geq c_1$
$c_{max} \geq c_2$
.
.
.
$c_{max} \geq c_n$

} n ข้อ

ดังนั้นอสมการที่ 1 มีข้อจำกัดทั้งหมด n ข้อ

อสมการที่2 $c_i - p_i \geq 0$; $1 \leq i \leq n$

กำหนดให้ i มีค่าเท่ากับ 1, 2 ,3 ...n

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่า i

$c_1 - p_1 \geq 0$
$c_2 - p_2 \geq 0$
. .
. .
. .
$c_n - p_n \geq 0$

} n ข้อ

ดังนั้นอสมการที่ 2 มีข้อจำกัดทั้งหมด n ข้อ

อสมการที่3 $\sum_{k=1}^{m} x_{ik} \leq 1 \quad ; 1 \leq i \leq n$

กำหนดให้ i มีค่าเท่ากับ 1, 2 ,3 ...n

พิจารณาเฉพาะการเปลี่ยนแปลงค่าของ i

$$\left.\begin{array}{l} x_{11} + x_{12} + x_{13} + \ldots\ldots + x_{1m} \leq 1 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + \ldots\ldots + x_{2m} \leq 1 \\ \quad . \qquad\qquad . \\ \quad . \qquad\qquad . \\ \quad . \qquad\qquad . \\ x_{n1} + x_{n2} + x_{n3} + \ldots\ldots + x_{nm} \leq 1 \end{array}\right\} \text{n ข้อ}$$

ดังนั้นอสมการที่ 3 มีข้อจำกัดทั้งหมด n ข้อ

อสมการที่4 $Z_{ijkl} \leq x_{ik} \quad ; 1 \leq i, j \leq n \;\; 1 \leq k, l \leq m$

กำหนดให้ i มีค่าเท่ากับ 1, 2 ,3 ...n

j มีค่าเท่ากับ 1, 2 ,3 ...n

k มีค่าเท่ากับ 1, 2 ,3 ...m

i มีค่าเท่ากับ 1, 2 ,3 ...m

ดังนั้น สมมติให้ค่าเริ่มต้นของ i,j,k,l = 1,1,1,1

เพราะฉะนั้น พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่า i

$$\left.\begin{array}{l} Z_{1111} \leq x_{11} \\ Z_{2111} \leq x_{21} \\ Z_{3111} \leq x_{31} \\ \quad . \qquad . \\ \quad . \qquad . \\ \quad . \qquad . \\ Z_{n111} \leq x_{n1} \end{array}\right\} \text{n ข้อ}$$

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่า j

$$\left.\begin{array}{l} Z_{1111} \le x_{11} \\ Z_{1211} \le x_{11} \\ Z_{1311} \le x_{11} \\ \cdot \quad \cdot \\ \cdot \quad \cdot \\ \cdot \quad \cdot \\ Z_{1n11} \le x_{11} \end{array}\right\} \text{n ข้อ}$$

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่า k

$$\left.\begin{array}{l} Z_{1111} \le x_{11} \\ Z_{1121} \le x_{12} \\ Z_{1131} \le x_{13} \\ \cdot \quad \cdot \\ \cdot \quad \cdot \\ \cdot \quad \cdot \\ Z_{11m1} \le x_{1m} \end{array}\right\} \text{m ข้อ}$$

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่า l

$$\left.\begin{array}{l} Z_{1111} \le x_{11} \\ Z_{1112} \le x_{11} \\ Z_{1113} \le x_{11} \\ \cdot \quad \cdot \\ \cdot \quad \cdot \\ \cdot \quad \cdot \\ Z_{111m} \le x_{11} \end{array}\right\} \text{m ข้อ}$$

ดังนั้นอสมการที่ 4 มีข้อจำกัดทั้งหมด $n \times n \times m \times m = n^2 m^2$ ข้อ

อสมการที่ 5 $Z_{ijkl} \leq x_{ij}$; $1 \leq i, j \leq n$ $1 \leq k, l \leq m$

กำหนดให้ i มีค่าเท่ากับ 1, 2 ,3 ...n

j มีค่าเท่ากับ 1, 2 ,3 ...n

k มีค่าเท่ากับ 1, 2 ,3 ...m

l มีค่าเท่ากับ 1, 2 ,3 ...m

ดังนั้น สมมติให้ค่าเริ่มต้นของ i,j,k,l = 1,1,1,1

เพราะฉะนั้น พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่า i

$Z_{1111} \leq x_{11}$

$Z_{2111} \leq x_{11}$

$Z_{3111} \leq x_{11}$ } n ข้อ

. .

. .

. .

$Z_{n111} \leq x_{11}$

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่า j

$Z_{1111} \leq x_{11}$

$Z_{1211} \leq x_{21}$

$Z_{1311} \leq x_{31}$

. . } n ข้อ

. .

. .

$Z_{1n11} \leq x_{n1}$

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่า k

$Z_{1111} \leq x_{11}$
$Z_{1121} \leq x_{11}$
$Z_{1131} \leq x_{11}$
. .
. .
. .
$Z_{11m1} \leq x_{11}$

} m ข้อ

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่า l

$Z_{1111} \leq x_{11}$
$Z_{1112} \leq x_{12}$
$Z_{1113} \leq x_{13}$
. .
. .
. .
$Z_{111m} \leq x_{1m}$

} m ข้อ

ดังนั้นอสมการที่ 5 มีข้อจำกัดทั้งหมด $n \times n \times m \times m = n^2 m^2$ ข้อ

อสมการที่ 6 $x_{ik} + x_{jl} - 1 \leq Z_{ijkl}$; $1 \leq i,j \leq n$ $1 \leq k,l \leq m$

กำหนดให้ i มีค่าเท่ากับ 1, 2 ,3 ...n
j มีค่าเท่ากับ 1, 2 ,3 ...n
k มีค่าเท่ากับ 1, 2 ,3 ...m
l มีค่าเท่ากับ 1, 2 ,3 ...m

ดังนั้น สมมติให้ค่าเริ่มต้นของ i,j,k,l = 1,1,1,1

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่า i

$x_{11} + x_{11} - 1 \leq Z_{1111}$

$x_{21} + x_{11} - 1 \leq Z_{2111}$

$x_{31} + x_{11} - 1 \leq Z_{3111}$

. .

. .

. .

$x_{n1} + x_{11} - 1 \leq Z_{n111}$

} n ข้อ

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่า j

$x_{11} + x_{11} - 1 \leq Z_{1111}$

$x_{11} + x_{21} - 1 \leq Z_{1211}$

$x_{11} + x_{31} - 1 \leq Z_{1311}$

. .

. .

. .

$x_{11} + x_{n1} - 1 \leq Z_{1n11}$

} n ข้อ

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่า k

$x_{11} + x_{11} - 1 \leq Z_{1111}$

$x_{12} + x_{11} - 1 \leq Z_{1121}$

$x_{13} + x_{11} - 1 \leq Z_{1131}$

. .

. .

. .

$x_{1m} + x_{11} - 1 \leq Z_{11m1}$

} m ข้อ

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่า i

$x_{11} + x_{11} - 1 \leq Z_{1111}$

$x_{11} + x_{12} - 1 \leq Z_{1112}$

$x_{11} + x_{13} - 1 \leq Z_{1113}$

. .

. .

. .

$x_{11} + x_{1m} - 1 \leq Z_{111m}$

} m ข้อ

ดังนั้นอสมการที่ 6 มีข้อจำกัดทั้งหมด $n \times n \times m \times m = n^2 m^2$ ข้อ

อสมการที่ 7 $c_i - (c_j - p_j) + y_{ij}M \geq 0$; $1 \leq i, j \leq n$

กำหนดให้ i มีค่าเท่ากับ 1, 2 ,3 ...n

j มีค่าเท่ากับ 1, 2 ,3 ...n

ดังนั้น สมมติให้ค่าเริ่มต้นของ i,j = 1,1

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่า i

$c_1 - (c_1 - p_1) + y_{11}M \geq 0$

$c_2 - (c_1 - p_1) + y_{21}M \geq 0$

$c_3 - (c_1 - p_1) + y_{31}M \geq 0$

. .

. .

. .

$c_n - (c_1 - p_1) + y_{n1}M \geq 0$

} n ข้อ

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่า j

$c_1 - (c_1 - p_1) + y_{11}M \geq 0$

$c_1 - (c_2 - p_2) + y_{12}M \geq 0$

$c_1 - (c_3 - p_3) + y_{13}M \geq 0$

. .

. .

. .

$c_1 - (c_n - p_n) + y_{1n}M \geq 0$

} n ข้อ

ดังนั้นอสมการที่ 7 มีข้อจำกัดทั้งหมด $n \times n = n^2$ ข้อ

อสมการที่ 8 $c_i - (c_j - p_j) - (1 - y_{ij})M \leq 0 \quad ; 1 \leq i, j \leq n$

กำหนดให้ i มีค่าเท่ากับ 1, 2 ,3 ...n

j มีค่าเท่ากับ 1, 2 ,3 ...n

ดังนั้น สมมติให้ค่าเริ่มต้นของ i,j = 1,1

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่า i

$c_1 - (c_1 - p_1) - (1 - y_{11})M \leq 0$

$c_2 - (c_1 - p_1) - (1 - y_{21})M \leq 0$

$c_3 - (c_1 - p_1) - (1 - y_{31})M \leq 0$

. .

. .

. .

$c_n - (c_1 - p_1) - (1 - y_{n1})M \leq 0$

} n ข้อ

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่า j

$c_1 - (c_1 - p_1) - (1 - y_{11})M \leq 0$

$c_1 - (c_2 - p_2) - (1 - y_{12})M \leq 0$

$c_1 - (c_3 - p_3) - (1 - y_{13})M \leq 0$

. .

. .

. .

$c_1 - (c_n - p_n) - (1 - y_{1n})M \leq 0$

} n ข้อ

ดังนั้นอสมการที่ 8 มีข้อจำกัดทั้งหมด $n \times n = n^2$ ข้อ

อสมการที่ 9 $y_{ij} + y_{ji} \geq Z_{ijkk}$; $1 \leq i,j \leq n$; $i \neq j$, $1 \leq k \leq m$

กำหนดให้ i มีค่าเท่ากับ 1, 2 ,3 ...n

j มีค่าเท่ากับ 1, 2 ,3 ...n

k มีค่าเท่ากับ 1, 2 ,3 ...m

ดังนั้น สมมติให้ค่าเริ่มต้นของ i,j,k = 1,1,1

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่า i

$y_{11} + y_{11} \geq Z_{1111}$

$y_{21} + y_{12} \geq Z_{2111}$

$y_{31} + y_{13} \geq Z_{3111}$

. .

. .

. .

$y_{n1} + y_{1n} \geq Z_{n111}$

} n ข้อ

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่า j

$$\left.\begin{array}{l} y_{11} + y_{11} \geq Z_{1111} \\ y_{12} + y_{21} \geq Z_{1211} \\ y_{13} + y_{31} \geq Z_{1311} \\ \cdot \quad\quad \cdot \\ \cdot \quad\quad \cdot \\ \cdot \quad\quad \cdot \\ y_{1n} + y_{n1} \geq Z_{1n11} \end{array}\right\} \text{n ข้อ}$$

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่า k

$$\left.\begin{array}{l} y_{11} + y_{11} \geq Z_{1111} \\ y_{11} + y_{11} \geq Z_{1122} \\ y_{11} + y_{11} \geq Z_{1133} \\ \cdot \quad\quad \cdot \\ \cdot \quad\quad \cdot \\ \cdot \quad\quad \cdot \\ y_{11} + y_{11} \geq Z_{11mm} \end{array}\right\} \text{m ข้อ}$$

ดังนั้นอสมการที่ 9 มีข้อจำกัดทั้งหมด $n \times n \times m = n^2 m$ ข้อ

อสมการที่ 10 $y_{ij} + y_{ji} \geq Z_{ijkl}$; $1 \leq i < j < n$, $1 \leq l < k \leq m$

กำหนดให้ i มีค่าเท่ากับ 1, 2 ,3 ...n

j มีค่าเท่ากับ 1, 2 ,3 ...n

k มีค่าเท่ากับ 1, 2 ,3 ...m

l มีค่าเท่ากับ 1, 2 ,3 ...m

ดังนั้น สมมติให้ค่าเริ่มต้นของ i,j,k,l = 1,1,1,1

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่า i

$$\left.\begin{array}{l} y_{11} + y_{11} \geq Z_{1111} \\ y_{21} + y_{11} \geq Z_{2111} \\ y_{31} + y_{11} \geq Z_{3111} \\ \cdot \quad\quad \cdot \\ \cdot \quad\quad \cdot \\ \cdot \quad\quad \cdot \\ y_{n1} + y_{11} \geq Z_{n111} \end{array}\right\} \text{n ข้อ}$$

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่า j

$$\left.\begin{array}{l} y_{11} + y_{11} \geq Z_{1111} \\ y_{12} + y_{21} \geq Z_{1211} \\ y_{13} + y_{31} \geq Z_{1311} \\ \cdot \quad\quad \cdot \\ \cdot \quad\quad \cdot \\ \cdot \quad\quad \cdot \\ y_{1n} + y_{n1} \geq Z_{1n11} \end{array}\right\} \text{n ข้อ}$$

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่า k

$$\left.\begin{array}{l} y_{11} + y_{11} \geq Z_{1111} \\ y_{11} + y_{11} \geq Z_{1121} \\ y_{11} + y_{11} \geq Z_{1131} \\ \cdot \quad\quad \cdot \\ \cdot \quad\quad \cdot \\ \cdot \quad\quad \cdot \\ y_{11} + y_{11} \geq Z_{11m1} \end{array}\right\} \text{m ข้อ}$$

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่า I

$$\left.\begin{array}{l} y_{11} + y_{11} \geq Z_{1111} \\ y_{11} + y_{11} \geq Z_{1112} \\ y_{11} + y_{11} \geq Z_{1113} \\ \cdot \qquad\qquad \cdot \\ \cdot \qquad\qquad \cdot \\ \cdot \qquad\qquad \cdot \\ y_{11} + y_{11} \geq Z_{111m} \end{array}\right\} \text{m ข้อ}$$

ดังนั้นอสมการที่ 10 มีข้อจำกัดทั้งหมด $n \times n \times m \times m = n^2 m^2$ ข้อ

จากอสมการทั้ง 10 อสมการ จะมีข้อจำกัดรวมกันทั้งหมดได้ดังนี้

$$= n^2 m^2 + n^2 m^2 + n^2 m^2 + n^2 m^2 + n^2 m + n^2 + n^2 + n + n + n + n$$

ซึ่งจะทำให้มีข้อจำกัดทั้งหมด $4n^2 m^2 + 2n^2 + n^2 m + 4n$ ข้อ

4.3.2 การพิจารณาหาข้อจำกัดอสมการของแบบจำลองใหม่

อสมการแบบจำลองใหม่จะมีทั้งหมด 7 อสมการ คือ

Minimize c_{max}

$c_{max} \geq c_i$ โดยที่ $1 \leq i \leq n$ (1)

$c_i - p_i \geq 0$ โดยที่ $1 \leq i \leq n$ (2)

$$\sum_{k=1}^{m} x_{ik} \leq 1$$ โดยที่ $1 \leq i \leq n$ (3)

$c_i - (c_j - p_j) + y_{ij} M \geq 0$ โดยที่ $1 \leq i,j \leq n$ (4)

$c_i - (c_j - p_j) - (1 - y_{ij}) M \leq 0$ โดยที่ $1 \leq i,j \leq n$ (5)

$x_{ik} + x_{jk} \leq (y_{ij} + y_{ji}) M + 1$ โดยที่ $\forall 1 \leq i < j \leq n$ และ $\forall 1 \leq l < k \leq m$ (6)

$x_{ik} + x_{jl} \leq (y_{ij} + y_{ji}) M + 1$ โดยที่ $\forall 1 \leq i < j \leq n$ และ $\forall 1 \leq l < k \leq m$ (7)

พิจารณาหาข้อจำกัดเฉพาะอสมการที่ถูกเพิ่มใหม่ได้ดังนี้

อสมการที่ 6 $x_{ik}+x_{jk} \leq (y_{ij}+y_{ji})M+1$; $\forall 1 \leq i<j \leq n$ และ $\forall 1 \leq i<k \leq m$

กำหนดให้ i มีค่าเท่ากับ 1, 2 ,3 ...n

j มีค่าเท่ากับ 1, 2 ,3 ...n

k มีค่าเท่ากับ 1, 2 ,3 ...m

ดังนั้น สมมติให้ค่าเริ่มต้นของ i,j,k = 1,1,1

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่า i

$x_{11} + x_{11} \leq (y_{11} + y_{11})M+1$

$x_{21} + x_{11} \leq (y_{21} + y_{12})M+1$

$x_{31} + x_{11} \leq (y_{31} + y_{13})M+1$

.

.

.

$X_{n1} + x_{11} \leq (y_{n1} + y_{1n})M+1$

} n ข้อ

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่า j

$x_{11} + x_{11} \leq (y_{11} + y_{11})M+1$

$x_{11} + x_{21} \leq (y_{12} + y_{21})M+1$

$x_{11} + x_{31} \leq (y_{13} + y_{31})M+1$

.

.

.

$x_{11} + x_{n1} \leq (y_{1n} + y_{n1})M+1$

} n ข้อ

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่า k

$x_{11} + x_{11} \leq (y_{11} + y_{11})M+1$

$x_{12} + x_{12} \leq (y_{11} + y_{11})M+1$

$x_{13} + x_{13} \leq (y_{11} + y_{11})M+1$

. .

. .

. .

$x_{1m} + x_{1m} \leq (y_{11} + y_{11})M+1$

} m ข้อ

ดังนั้นอสมการนี้ มีข้อจำกัดทั้งหมด $n \times n \times m = n^2 m$ ข้อ

อสมการที่ 7 $x_{ik}+x_{jl} \leq (y_{ij}+y_{ji})M+1$; $\forall 1 \leq i<j \leq n$ และ $\forall 1 \leq l<k \leq m$

กำหนดให้ i มีค่าเท่ากับ 1, 2 ,3 ...n

j มีค่าเท่ากับ 1, 2 ,3 ...n

k มีค่าเท่ากับ 1, 2 ,3 ...m

l มีค่าเท่ากับ 1, 2 ,3 ...m

ดังนั้น สมมติให้ค่าเริ่มต้นของ i,j,k,l = 1,1,1,1

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่า i

$x_{11} + x_{11} \leq (y_{11} + y_{11})M+1$

$x_{21} + x_{11} \leq (y_{21} + y_{12})M+1$

$x_{31} + x_{11} \leq (y_{31} + y_{13})M+1$

. .

. .

. .

$X_{n1} + x_{11} \leq (y_{n1} + y_{1n})M+1$

} n ข้อ

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่า j

$x_{11} + x_{11} \leq (y_{11} + y_{11})M+1$

$x_{11} + x_{21} \leq (y_{12} + y_{21})M+1$

$x_{11} + x_{31} \leq (y_{13} + y_{31})M+1$

. .

. .

. .

$x_{11} + x_{n1} \leq (y_{1n} + y_{n1})M+1$

} n ข้อ

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่า k

$x_{11} + x_{11} \leq (y_{11} + y_{11})M+1$

$x_{12} + x_{11} \leq (y_{11} + y_{11})M+1$

$x_{13} + x_{11} \leq (y_{11} + y_{11})M+1$

. .

. .

. .

$x_{1m} + x_{11} \leq (y_{11} + y_{11})M+1$

} m ข้อ

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่า i

$x_{11} + x_{11} \leq (y_{11} + y_{11})M+1$

$x_{11} + x_{12} \leq (y_{11} + y_{11})M+1$

$x_{11} + x_{13} \leq (y_{11} + y_{11})M+1$

. .

. .

. .

$x_{11} + x_{1m} \leq (y_{11} + y_{11})M+1$

} m ข้อ

ดังนั้นอสมการนี้ มีข้อจำกัดทั้งหมด $n \times n \times m \times m = n^2 m^2$ ข้อ

สรุป ได้ว่าแบบจำลองใหม่นี้มีข้อจำกัดทั้งหมด $= n^2m+n^2m^2+n^2+n^2+n+n+n$

$= 2n^2+n^2m^2+n^2m+3n$ ข้อ

4.3.3 การสรุปผลการพิจารณาหาข้อจำกัดสมการของแบบจำลองของ Zhu และ Lim และแบบจำลองใหม่

จากที่ได้ทำการพิจารณาเพื่อหาจำนวนข้อจำกัดสมการของแบบจำลองของ Zhu และ Lim และแบบจำลองใหม่ จะทำการสรุปหาข้อแตกต่างของจำนวนข้อจำกัดสมการระหว่างแบบจำลองทั้งสองว่าแบบจำลองใดให้จำนวนของสมการข้อจำกัดที่น้อยกว่าและในปริมาณเท่าไร ดังนี้

แบบจำลองของ Zhu และ Lim มีข้อจำกัดเท่ากับ $4n^2 m^2+2n^2+n^2m+4n$ ข้อ

แบบจำลองใหม่มีข้อจำกัดเท่ากับ $2n^2+n^2m^2+n^2m+3n$ ข้อ

เมื่อนำแบบจำลองของ Zhu และ Lim และแบบจำลองใหม่มาเปรียบเทียบกัน จะได้ผลต่างของทั้งสองแบบจำลอง

$= 4n+4n^2m^2+n^2m+2n^2-(3n+2n^2+n^2m+n^2m^2)$

$= 3n^2m^2+n$

เพราะฉะนั้นสรุปว่าแบบจำลองใหม่สามารถลดข้อจำกัดได้มากกว่าแบบจำลองของ Zhu และ Lim ถึง $3n^2m^2+n$ ข้อ

4.4 แบบจำลองการจัดลำดับการทำงานที่เขียนขึ้นใน LINGO

เนื่องจากในงานวิจัยนี้เราได้ใช้โปรแกรม LINGO ซึ่งเป็นโปรแกรมที่ใช้แก้ปัญหาการโปรแกรมเชิงคณิตศาสตร์เข้ามาใช้ ดังนั้นจึงต้องมีการเขียนแบบจำลองขึ้นในภาษาของโปรแกรม LINGO เพื่อทดสอบคำตอบและความเร็วในการหาคำตอบ ในที่นี้เราได้ทำการทดลองหลายตัวอย่างปัญหา ดังนั้นในแบบจำลองที่ได้แสดงให้เห็นนี้ จึงเป็นเพียงหนึ่งปัญหาที่ถูกยกขึ้นมาอธิบายแบบจำลองที่ป้อนเข้าไปในโปรแกรม โดยตัวอย่างที่ใช้ในปัญหาที่ 1 ซึ่งมีเครนจำนวน 3 ตัว และมีงานอยู่ 5 ตัว

4.4.1 แบบจำลองของ Zhu และ Lim ที่เขียนในโปรแกรม LINGO

ตารางที่4.1 แบบจำลองของ Zhu และ Lim ที่เขียนในโปรแกรม LINGO

การเขียนแบบจำลอง	คำอธิบาย
Sets:	!ประกาศตัวแปรเป็นแบบ set ;
Crane /1..3/: ;	!set ของเครนที่มีจำนวน 3 ตัว;
Job /1..5/:CompTime, ProTime;	!set ของงานที่มีจำนวน 5 ตัว โดยงานมีความสัมพันธ์กับ เวลาที่งานทำสำเร็จทั้งหมด(CompTime) และ เวลาที่งานแต่ละชนิดทำ (ProTime);
Assign(Job,Crane): Xik;	!setของตัวแปร X_{ik} โดยมีสมาชิกset เป็นตำแหน่งของงานและเครนตามลำดับ;
JobJob(Job,Job): Yij;	!setของตัวแปร Y_{ij} โดยมีสมาชิกset เป็นตำแหน่งของงานและงานตามลำดับ;
Z(job,job,crane,crane):Zijkl;	!setของตัวแปร Z_{ijkl} โดยมีสมาชิกset เป็นตำแหน่งของงาน,งาน,เครนและเครนตามลำดับ;
Endsets	!จบการประกาศตัวแปรเป็นแบบ set ;
Data:	! คำสั่งป้อนข้อมูล ต่างๆ ;
Protime = 2, 3, 4, 5, 3 ;	! กำหนดให้โปรแกรมอ่านค่าของเวลาที่ใช้ในการทำงาน ;
M=10000 ;	! กำหนดค่า M(ค่าที่มากที่สุด) ;
Enddata	!จบคำสั่งป้อนข้อมูล;
@For(assign(i,k): @BIN(xik(i,k))); @For(assign(j,l): @BIN(xik(j,l))); @For(jobjob(i,j): @BIN(yij(i,j))); @For(jobjob(j,i): @BIN(yij(j,i))); @For(Z(i,j,k,l): @BIN(Zijkl(i,j,k,l))); @For(Z(i,j,k,k): @BIN(Zijkl(i,j,k,k)));	! ข้อจำกัด กำหนดให้คำตอบเป็นเลขจำนวนเต็ม ;

การเขียนแบบจำลอง	คำอธิบาย
Min=Cmax;	!สมการเป้าหมาย;
@For(Job(i):Cmax >= Comptime(i));	! อสมการที่1;
@For(job(i): Comptime(i)-Protime(i)>=0);	! อสมการที่ 2;
@For(job(i): @Sum(Crane(j):Xik(i,j)) = 1);	! อสมการที่ 3;
@For(job(i): @For(crane(k): @For(job(j): @For(crane(l):Zijkl(i,j,k,l) <=Xik(i,k)))));	! อสมการที่ 4;
@For(job(j): @For(crane(l): @For(job(i): @For(crane(k):Zijkl(i,j,k,l) <=Xik(j,l)))));	! อสมการที่ 5;
@For(job(i): @For(job(j): @For(crane(k): @For(crane(l): Xik(i,k)+Xik(j,l)-1 <= Zijkl(i,j,k,l)))));	! อสมการที่ 6;
@For(Job(i): @For(Job(j):Comptime(i)- Comptime(j)+Protime(j)+ (Yij(i,j)*M)>=0));	! อสมการที่ 7;
@For(Job(i): @For(Job(j):Comptime(i)-Comptime(j)+ Protime(j)- ((1-Yij(i,j))*M)<=0));	! อสมการที่ 8;
@For(Job(i): @For(Job(j)|i#NE#j: @for(crane(k): @for(crane(k):yij(i,j)+yij(j,i) >=zijkl(i,j,k,k)))));	! อสมการที่ 9;
@For(Job(i): @For(Job(j)|i#LT#j: @for(crane(k): @for(crane(l)|l#LT#k:yij(i,j)+yij(j,i) >=zijkl(i,j,k,l)))));	! อสมการที่ 10;
End	!จบการเขียนแบบจำลอง;

4.4.2 แบบจำลองใหม่ที่เขียนในโปรแกรม LINGO

ตารางที่4.2 แบบจำลองใหม่ ที่เขียนในโปรแกรม LINGO

การเขียนแบบจำลอง	คำอธิบาย
Sets:	! ประกาศตัวแปรเป็นแบบ set ;
Crane /1..3/: ;	!set ของเครนที่มีจำนวน 3 ตัว;
Job /1..5/: CompTime, ProTime;	!set ของงานที่มีจำนวน 5 ตัว โดยงานมีความสัมพันธ์กับ เวลาที่งานทำสำเร็จทั้งหมด (CompTime) และ เวลาที่งานแต่ละชนิดทำ(ProTime);
Assign(Job,Crane): Xik;	!setของตัวแปร X_{ik} โดยมีสมาชิกset เป็นตำแหน่งของงานและเครนตามลำดับ;
JobJob(Job,Job): Yij;	!setของตัวแปร Y_{ij} โดยมีสมาชิกset เป็นตำแหน่งของงานและงานตามลำดับ;
Endsets	!จบการประกาศตัวแปรเป็นแบบ set ;
Data:	! คำสั่งป้อนข้อมูล ต่างๆ ;
Protime = 2, 3, 4, 5, 3 ;	! กำหนดให้โปรแกรมอ่านค่าของเวลาที่ใช้ในการทำงาน ;
M=10000;	!กำหนดค่า M(ค่าที่มากที่สุด) ;
Enddata	!จบคำสั่งป้อนข้อมูล;
@For(assign(i,k): @BIN(xik(i,k))); @For(assign(j,l): @BIN(xik(j,l))); @For(assign(j,k): @BIN(xik(j,k))); @For(jobjob(i,j): @BIN(yij(i,j))); @For(jobjob(j,i): @BIN(yij(j,i)));	! ข้อจำกัด กำหนดให้คำตอบเป็นเลขจำนวนเต็ม ;
Min=Cmax;	! สมการเป้าหมาย;
@For(Job(i):Cmax >= Comptime(i));	! อสมการที่ 1 ;
@For(job(i): Comptime(i)-Protime(i) >=0);	! อสมการที่ 2 ;
@For(job(i): @Sum(Crane(j):Xik(i,j)) = 1);	! อสมการที่ 3 ;

การเขียนแบบจำลอง	คำอธิบาย
@For(job(i): @For(job(j):Comptime(i)- Comptime(j)+Protime(j)+yij(i,j)*M>=0));	! อสมการที่ 4 ;
@For(job(i): @For(job(j):Comptime(i)- Comptime(j)+Protime(j)- (1-yij(i,j))*M<=0));	! อสมการที่ 5 ;
@For(Job(i): @For(Job(j)|i#LT#j@for(crane(k): xik(i,k)+xik(j,k) <=((yij(i,j)+yij(j,i))*M)+1)));	! อสมการที่ 6 ;
@For(Job(i): @For(Job(j)|i#LT#j: @for(crane(k): @for(crane(l)|l#LT#k:xik(i,k)+xik(j,l) <=(((yij(i,j)+yij(j,i))*M)+1)))));	! อสมการที่ 7 ;
End	!จบการเขียนแบบจำลอง;

4.5 ผลลัพธ์จากการใช้โปรแกรม LINGO ในการประมวลผลหาผลลัพธ์

เพื่อทดสอบประสิทธิภาพของแบบจำลองทางผู้วิจัยได้ทดลองประมวลผลเปรียบเทียบระหว่างแบบจำลองของ Zhu และ Lim และแบบจำลองที่ทางผู้วิจัยได้ทำการปรับปรุงด้วยโปรแกรม LINGO โดยอยู่ภายใต้จำนวน เครน, งาน และเวลาของงานแต่ละงานที่เท่ากัน ทำการเปรียบเทียบจำนวน 12 ปัญหาด้วยกันเพื่อหาคำตอบที่ดีที่สุดและเวลาที่สั้นที่สุดในการจัดลำดับงานของเครน โดยได้ผลการทดลองของแบบจำลองของ Zhu และ Lim และแบบจำลองใหม่ ผลการทดลอง ซึ่งก็คือเวลาเสร็จสิ้นการทำงาน เวลาในการประมวลผล สถานะของคำตอบ และวิธีการจัดลำดับงาน ดังนี้

ตารางที่ 4.3 ตัวอย่างปัญหาและผลการประมวลผลแบบจำลองของ Zhu และ Lim

ที่	Crane	Job	* Processing Time(min)	C_{max}(min)	*Run time	*State
1.	3	5	2, 3, 4, 5, 3	8	4 s.	Optimum
2.	3	5	15, 17, 23, 12, 10	32	3 s.	Optimum
3.	3	6	5, 1, 2, 8, 1, 2	8	4 s.	Optimum
4.	3	6	13, 32, 22, 17, 25, 19	45	28 s.	Optimum
5.	3	7	36, 24, 24, 41, 35, 33, 15	77	7min.43s.	Optimum
6.	3	8	15, 12, 27, 28, 11, 22, 41, 35	68	16min.19s.	Optimum
7.	5	6	11, 22, 10, 10, 10, 6	22	55 s.	Optimum
8.	5	7	1, 2, 4, 1, 2, 1, 1	4	1.43 min.	Optimum
9.	5	8	25, 25, 35, 25, 25, 35, 25, 25	50	39min.25s.	Optimum
10.	5	9	4, 4, 4, 3, 3, 7, 2, 2, 7	9	71hr.9min.	Feasible
11.	5	10	26,18,26,30,18,55,30,15,30,15	74	8hr.45min	Feasible
12.	5	12	20,22,25,20,29,21,25,29,25,23,24,27	[91,41]	71hr.59min	Feasible

ตารางที่4.4 ตัวอย่างปัญหาและผลการประมวลผลของแบบจำลองใหม่

No.	Crane	Job	Processing Time(min)	C_{max}(min)	Run time	State
1.	3	5	2, 3, 4, 5, 3	8	1 s.	Optimum
2.	3	5	15, 17, 23, 12, 10	32	1 s.	Optimum
3.	3	6	5, 1, 2, 8, 1, 2	8	1 s.	Optimum
4.	3	6	13, 32, 22, 17, 25, 19	45	2 s.	Optimum
5.	3	7	36, 24, 24, 41, 35, 33, 15	77	1.11 min.	Optimum
6.	3	8	15, 12, 27, 28, 11, 22, 41, 35	68	1 min.	Optimum
7.	5	6	11, 22, 10, 10, 10, 6	22	1 s.	Optimum
8.	5	7	1, 2, 4, 1, 2, 1, 1	4	1 s.	Optimum
9.	5	8	25, 25, 35, 25, 25, 35, 25, 25	50	4 s.	Optimum
10.	5	9	4, 4, 4, 3, 3, 7, 2, 2, 7	9	24 s.	Optimum
11.	5	10	26,18,26,30,18,55,30,15,30,15	66	40min.34s.	Optimum
12.	5	12	20,22,25,20,29,21,25,29,25,23,24,27	[69,49]	72hr.	Feasible

ตารางที่4.5 ตารางสรุปผลการทดลองที่ได้จากการประมวลผล

No.	แบบจำลองของ Zhu และ Lim					แบบจำลองใหม่				
	Job	Comp. Time(min)	Crane	Y_{ij}=1	C_{max} (min)	Job	Comp. Time(min)	Crane	Y_{ij} =1	C_{max} (min)
1.	1	7	1	3,1	8 Optimum	1	5	1	1,2	8 Optimum
	2	8	3	3,2		2	8	1	4,5	
	3	4	1	4,2		3	8	2		
	4	5	2	5,2		4	5	3		
	5	5	3			5	8	3		
2	1	32	1	2,1	32 Optimum	1	32	1	2,1	32 Optimum
	2	17	1	5,4		2	17	1	2,5	
	3	32	2			3	23	2	4,1	
	4	29	3			4	12	3	4,5	
	5	17	3			5	32	3		
3	1	7	1	1,2	8 Optimum	1	5	1	1,2	8 Optimum
	2	8	1	3,1		2	6	1	1,3	
	3	2	1	3,2		3	8	1	1,6	
	4	8	2	3,6		4	8	2	2,3	
	5	2	3	5,2		5	6	3	5,6	
	6	7	3	5,6		6	8	3		
4	1	13	1	1,2	45 Optimum	1	13	1	1,2	45 Optimum
	2	45	1	1,3		2	45	1	1,4	
	3	39	2	1,6		3	22	2	1,5	
	4	17	2	4,3		4	45	2	3,4	
	5	25	3	4,6		5	44	3	6,4	
	6	45	3	5,6		6	19	3	6,5	

No.	แบบจำลองของ Zhu และ Lim					แบบจำลองใหม่				
	Job	Comp. Time(min)	Crane	Y_{ij} =1	C_{max} (min)	Job	Comp. Time(min)	Crane	Y_{ij} =1	C_{max} (min)
5	1	77	1	4,1	77 Optimum	1	77	1	4,1	77 Optimum
	2	77	2	4,2		2	74	2	4,2	
	3	77	3	5,2		3	77	3	4,3	
	4	41	1	5,3		4	41	1	5,1	
	5	41	2	6,1		5	35	2	5,2	
	6	38	3	6,2		6	35	3	5,3	
	7	53	3	6,3		7	50	2	5,7	
				6,7					6,1	
				7,3					6,2	
									6,3	
									6,7	
									7,2	
									7,3	
6	1	15	1	1,2	68 Optimum	1	56	1	1,2	68 Optimum
	2	27	1	1,4		2	68	1	4,1	
	3	27	2	1,5		3	68	2	4,2	
	4	55	1	1,7		4	39	1	4,3	
	5	68	1	1,8		5	11	1	4,6	
	6	27	3	2,4		6	63	3	5,1	
	7	68	2	2,5		7	41	2	5,2	
	8	62	3	2,8		8	41	3	5,3	
				3,4					5,4	
				3,5					5,6	
				3,7					7,2	
				4,5					7,3	
				6,5					7,6	
				6,7					8,2	
				6,8					8,6	

No.	แบบจำลองของ Zhu และ Lim					แบบจำลองใหม่				
	Job	Comp. Time(min)	Crane	Y_{ij} =1	C_{max} (min)	Job	Comp. Time(min)	Crane	Y_{ij} =1	C_{max} (min)
7	1	11	1	1,3	22 Optimum	1	17	1	6,5	22 Optimum
	2	22	2	1,6		2	22	2		
	3	22	3	4,3		3	10	3		
	4	12	3	5,3		4	10	4		
	5	10	4	5,6		5	16	5		
	6	18	4			6	6	5		
8	1	3	1	2,1	4 Optimum	1	2	1	1,6	4 Optimum
	2	2	1	6,5		2	3	2	4,5	
	3	4	2	7,1		3	4	3	4,6	
	4	2	3			4	1	4	4,7	
	5	3	4			5	3	4	5,6	
	6	1	4			6	4	4		
	7	1	5			7	3	5		
9	1	25	1	1,2	50 Optimum	1	25	1	1,2	50 Optimum
	2	50	1	4,5		2	50	1	4,2	
	3	50	2	7,8		3	50	2	4,5	
	4	25	3			4	25	3	7,8	
	5	50	3			5	50	3		
	6	50	4			6	50	4		
	7	25	5			7	25	5		
	8	50	5			8	50	5		

No.	แบบจำลองของ Zhu และ Lim					แบบจำลองใหม่				
	Job	Comp. Time(min)	Crane	Y_{ij} =1	C_{max} (min)	Job	Comp. Time(min)	Crane	Y_{ij} =1	C_{max} (min)
10	1	9	1	4,1	9 Feasible	1	5	1	1,2	9 Optimum
	2	9	2	4,2		2	9	2	4,2	
	3	9	3	4,3		3	9	3	4,3	
	4	3	2	4,7		4	3	2	5,3	
	5	5	3	5,2		5	5	3	7,2	
	6	9	4	5,3		6	9	4	7,3	
	7	9	5	5,7		7	2	4	7,6	
	8	2	4	8,1		8	2	5	8,2	
	9	7	5	8,2		9	9	5	8,3	
				8,3					8,9	
11	1	26	2	1,2	74 Feasible	1	66	1	3,1	66 Optimum
	2	44	1	1,3		2	66	2	3,2	
	3	70	1	1,4		3	40	1	3,10	
	4	74	2	1,5		4	48	2	4,2	
	5	44	2	2,3		5	18	2	5,1	
	6	74	3	5,4		6	55	3	5,2	
	7	56	4	8,3		7	40	4	5,4	
	8	26	4	8,4		8	55	4	5,8	
	9	56	5	8,7		9	40	5	5,10	
	10	26	5	10,3		10	55	5	7,2	
				10,4					7,8	
				10,9					9,2	
									9,10	

No.	แบบจำลองของ Zhu และ Lim					แบบจำลองใหม่				
	Job	Comp. Time(min)	Crane	Y_{ij} =1	C_{max} (min)	Job	Comp. Time(min)	Crane	Y_{ij} =1	C_{max} (min)
12	1	50	1	1,2	[91,41] Feasible	1	24	1	1,2	[69,49] Feasible
	2	88	1	1,3		2	66	1	1,3	
	3	91	2	4,3		3	69	2	1,4	
	4	66	2	5,1		4	44	1	1,7	
	5	29	1	5,2		5	44	2	1,9	
	6	46	2	5,3		6	44	3	4,2	
	7	25	2	5,4		7	69	3	4,3	
	8	50	3	5,10		8	53	4	5,3	
	9	50	5	5,12		9	69	5	6,7	
	10	73	3	6,2		10	23	3	10,2	
	11	25	4	6,3		11	24	4	10,3	
	12	77	5	6,4		12	44	5	10,4	
				6,10					10,6	
				6,12					10,7	
				7,1					10,8	
				7,2					10,9	
				7,3					11,2	
				7,4					11,3	
				7,6					11,7	
				7,10					11,8	
				7,12					11,9	
				8,2					12,9	
				8,3						
				8,10						
				9,2						
				9,3						

บทที่ 5

วิเคราะห์และสรุปผล

หลังจากที่เราได้ผลการทดลองของปัญหาตัวอย่างในแบบจำลองของ Zhu และ Lim และแบบจำลองที่ได้พัฒนาขึ้นใหม่ ในบทนี้จะเป็นการสรุปการประมวลผลเพื่อหาคำตอบว่าแบบจำลองของ Zhu และ Lim และแบบจำลองใหม่นั้นให้ผลแตกต่างกันอย่างไร โดยทั้งมีวิธีการจัดลำดับงานที่ไม่เหมือนกัน จากนั้นจึงนำผลการทดลองมาสรุปเพื่อเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างแบบจำลองของ Zhu และ Lim และแบบจำลองใหม่

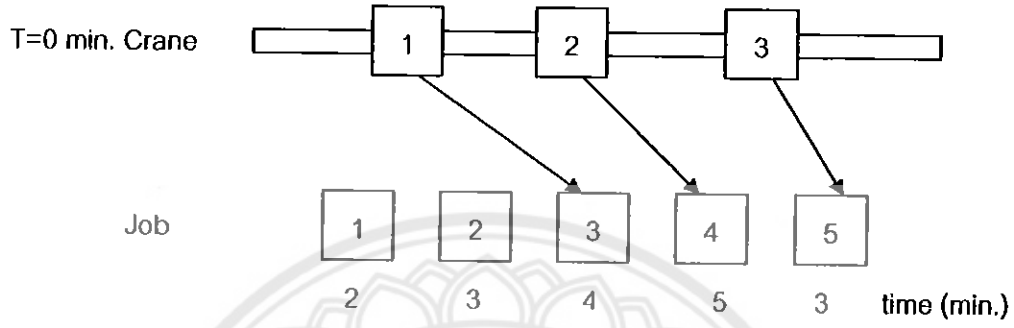
5.1 การวิเคราะห์ผลการทดลอง

เมื่อเราได้นำผลการทดลองของปัญหาที่ 1 มาเป็นตัวอย่างเพื่อหาความแตกต่างของเวลาที่ใช้ในการประมวลผลและรูปที่แสดงวิธีการจัดลำดับงานระหว่างแบบจำลองของ Zhu และ Lim กับแบบจำลองใหม่ ซึ่งผลที่ได้จะเป็นดังตารางที่ 5.1

ตารางที่ 5.1 สรุปผลการประมวลผลการทำงานของเครนของปัญหาที่1

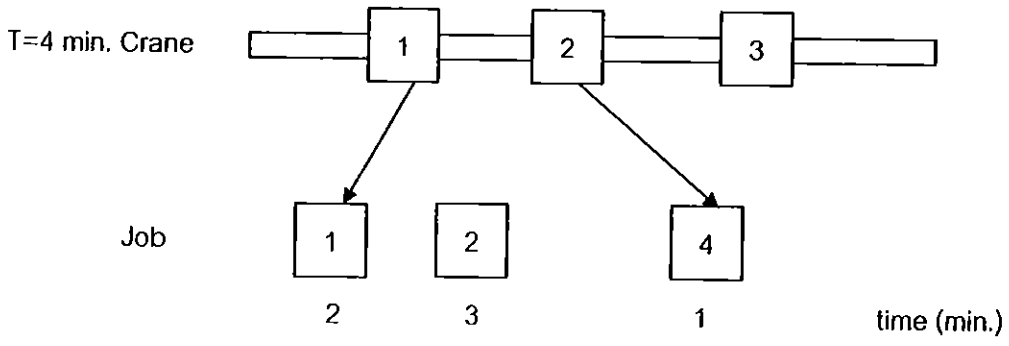
No.	แบบจำลองของ Zhu และ Lim				แบบจำลองใหม่			
	Job	Comp. Time (min)	Crane	Y_{ij}=1	Job	Comp. Time (min)	Crane	Y_{ij}=1
1.	1	7	1	3,1	1	5	1	1,2
	2	8	3	3,2	2	8	1	4,5
	3	4	1	4,2	3	8	2	
	4	5	2	5,2	4	5	3	
	5	5	3		5	8	3	

แบบจำลองของ Zhu และ Lim : การประมวลผลของปัญหาที่ 1 เครน 3 ตัว, งาน 5 งาน

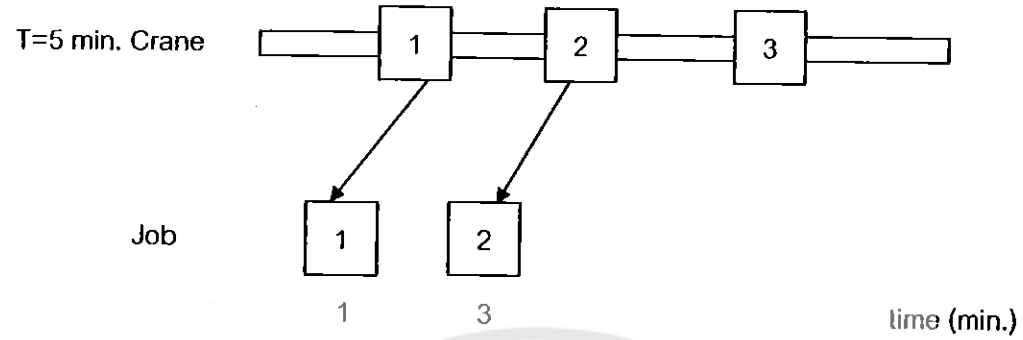


รูปที่ 5.1 การทำงานของเครนที่ T=0 min. ณ ตำแหน่งงานต่างๆ

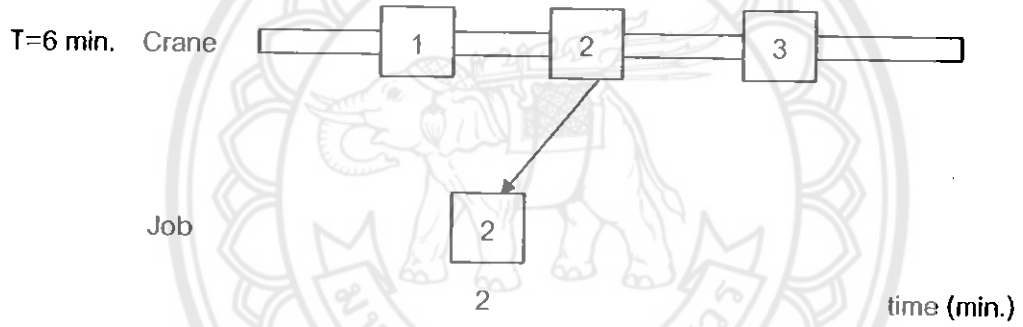
รูปที่ 5.2 การทำงานของเครนที่ T=3 min. ณ ตำแหน่งงานต่างๆ



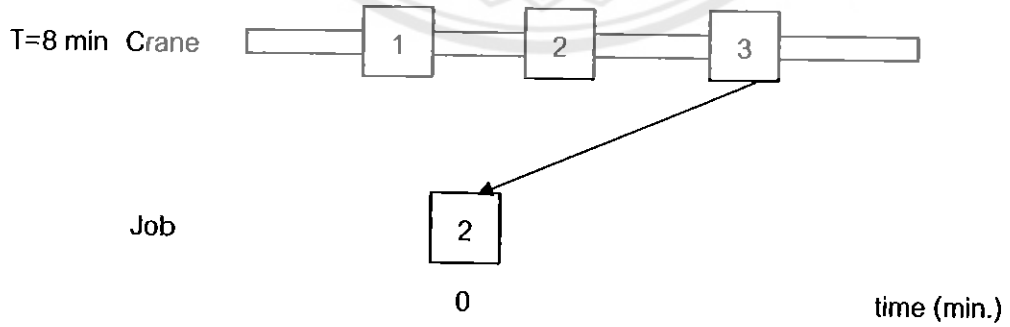
รูปที่ 5.3 การทำงานของเครนที่ T=4 min. ณ ตำแหน่งงานต่างๆ



รูปที่ 5.4 การทำงานของเครนที่ T=5 min. ณ ตำแหน่งงานต่างๆ

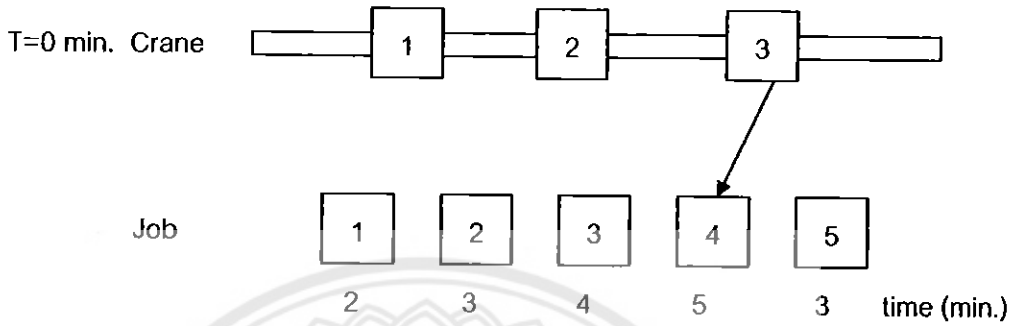


รูปที่ 5.5 การทำงานของเครนที่ T=6 min. ณ ตำแหน่งงานต่างๆ

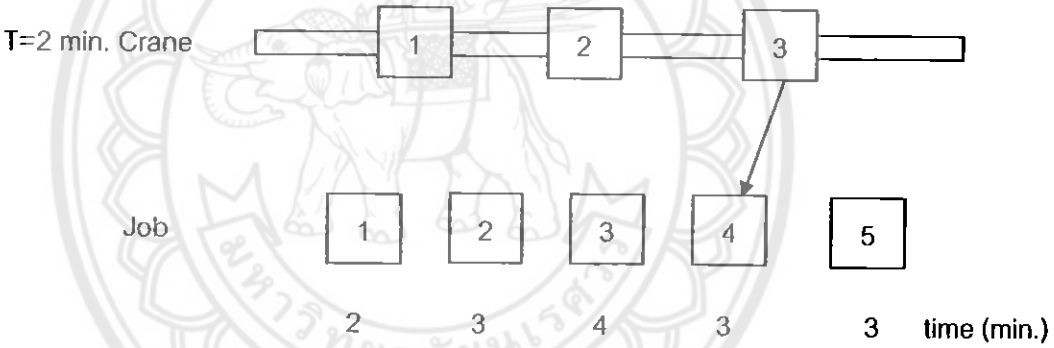


รูปที่ 5.6 การทำงานของเครนที่ T=8 min. ณ ตำแหน่งงานต่างๆ

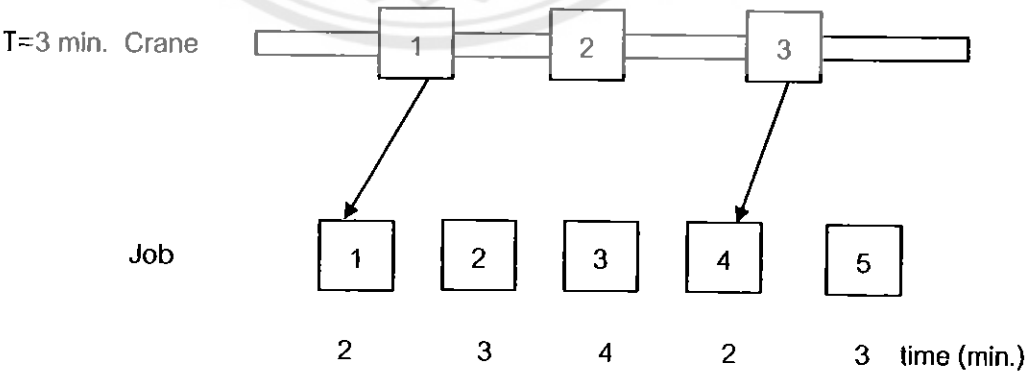
แบบจำลองใหม่ : การประมวลผลของปัญหาที่ 1 เครน 3 ตัว, งาน 5 งาน



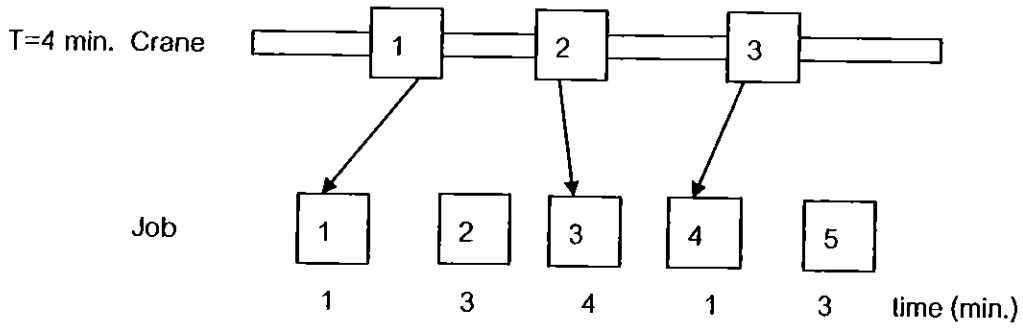
รูปที่ 5.7 การทำงานของเครนที่ T=0 min. ณ ตำแหน่งงานต่างๆ



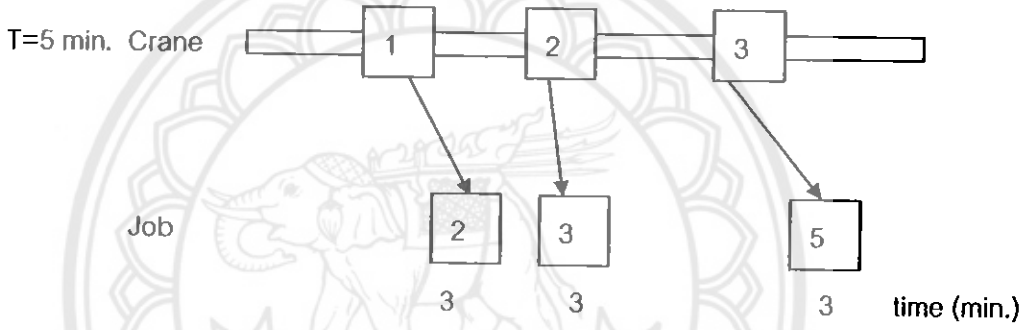
รูปที่ 5.8 การทำงานของเครนที่ T=2 min. ณ ตำแหน่งงานต่างๆ



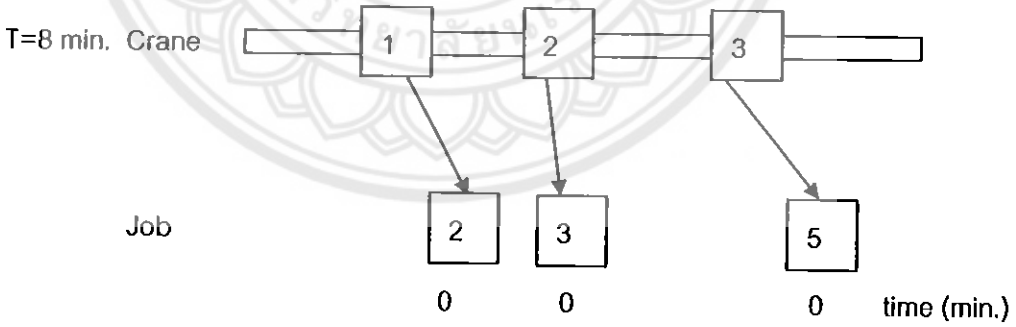
รูปที่ 5.9 การทำงานของเครนที่ T=3 min. ณ ตำแหน่งงานต่างๆ



รูปที่ 5.10 การทำงานของเครนที่ T=4 min. ณ ตำแหน่งงานต่างๆ



รูปที่ 5.11 การทำงานของเครนที่ T=5 min. ณ ตำแหน่งงานต่างๆ



รูปที่ 5.12 การทำงานของเครนที่ T=8 min. ณ ตำแหน่งงานต่างๆ

จากผลการทดลองจะเห็นได้ว่า แบบจำลองเดิมใช้เวลาในการประมวลผลเท่ากับ 4 นาที ได้คำตอบเวลาที่งานทั้งหมดถูกทำเสร็จสมบูรณ์ (C_{max}) เท่ากับ 8 นาที ในขณะที่แบบจำลองใหม่ใช้เวลาในการประมวลผลเท่ากับ 1 นาที ซึ่งก็ได้คำตอบเวลาที่งานทั้งหมดถูกทำเสร็จสมบูรณ์ (C_{max}) เท่ากับ 8 นาที เท่ากับแบบจำลองของ Zhu และ Lim

หลังจากทำการวิเคราะห์คำตอบจากการประมวลผลแล้ว เราก็ได้ทำการเปรียบเทียบแบบจำลองทั้งสองเพื่อหาว่าแบบจำลองใดมีประสิทธิภาพในการประมวลผลได้ดีกว่ากัน โดยเราได้ใช้ค่าของ Run Time ในการวัดประสิทธิภาพ โดยค่า Run Time ก็คือเวลา Clock Time ซึ่งได้จากการจับเวลาในการประมวลผลของโปรแกรมในแต่ละแบบจำลอง แต่เนื่องจากโปรแกรม LINGO สามารถวัดประสิทธิภาพของแต่ละแบบจำลองด้วยวิธีการอีกวิธีหนึ่งก็คือการหาค่า CPU Time แต่ทางเรามิได้ศึกษาถึงวิธีการหาค่า CPU Time แต่ได้นำค่า Run Time มาใช้ในการหาประสิทธิภาพของแบบจำลองแทน โดยที่เราสามารถพิสูจน์ได้ว่าค่า Run Time นั้นสามารถใช้วัดหาประสิทธิภาพของแบบจำลองได้ดีพอๆ กับค่า CPU Time โดยมีวิธีเปรียบเทียบคือ ใช้ค่า เปอร์เซ็นต์ของเวลาที่ลดลงของแต่ละแบบจำลอง ซึ่งเป็นการเปรียบเทียบ หาประสิทธิภาพในแนวคิดทางปฏิบัติ มาเปรียบเทียบกับเปอร์เซ็นต์ของข้อจำกัดที่ลดลง ซึ่งเป็นการเปรียบเทียบหาประสิทธิภาพในแนวคิดทางทฤษฎี ดังตารางที่ 5.2 และ 5.3

ตารางที่ 5.2 สรุปการหาเวลาในการประมวลผล

ปัญหา	จำนวนเครน (m)	จำนวนงาน (n)	แบบจำลองของ Zhu และ Lim			แบบจำลองใหม่			เวลาที่ลด (hr:min:s)	% เวลาที่ลด
			*C_{max} (min)	*Run time (*hr:min:s)	*State	C_{max} (min)	Run time (hr:min:s)	State		
1	3	5	8	0:00:04	*Optimum	8	0:00:01	Optimum	0:00:03	75
2	3	5	32	0:00:03	Optimum	32	0:00:01	Optimum	0:00:02	66.67
3	3	6	8	0:00:04	Optimum	8	0:00:01	Optimum	0:00:03	75
4	3	6	45	0:00:28	Optimum	45	0:00:02	Optimum	0:00:26	92.86
5	3	7	77	0:07:43	Optimum	77	0:01:11	Optimum	0:06:32	84.67
6	3	8	68	0:16:19	Optimum	68	0:01:00	Optimum	0:15:19	93.87
7	5	6	22	00:00:55	Optimum	22	0:00:01	Optimum	00:00:54	98.18
8	5	7	4	0:01:43	Optimum	4	0:00:01	Optimum	0:01:42	99.03
9	5	8	50	0:39:25	Optimum	50	0:00:04	Optimum	0:39:21	99.83
10	5	9	9	71:09:00	*Feasible	9	0:00:24	Optimum	-	-
11	5	10	74	8:45:00	Feasible	66	0:40:34	Optimum	-	-
12	5	12	[91,41]	71:59:00	Feasible	[69,49]	72:00:00	Feasible	-	-

*** หมายเหตุ**

C_{max}	คือ	เวลาที่งานทั้งหมดถูกทำเสร็จสมบูรณ์
Run time	คือ	เวลาที่ใช้ในการประมวลผล
State	คือ	ประเภทของคำตอบที่ได้จากการประมวลผล
Optimum	คือ	คำตอบที่เหมาะสมที่สุด
Feasible	คือ	คำตอบที่มีความเป็นไปได้เท่านั้น
hr:min:s	คือ	ชั่วโมง : นาที : วินาที

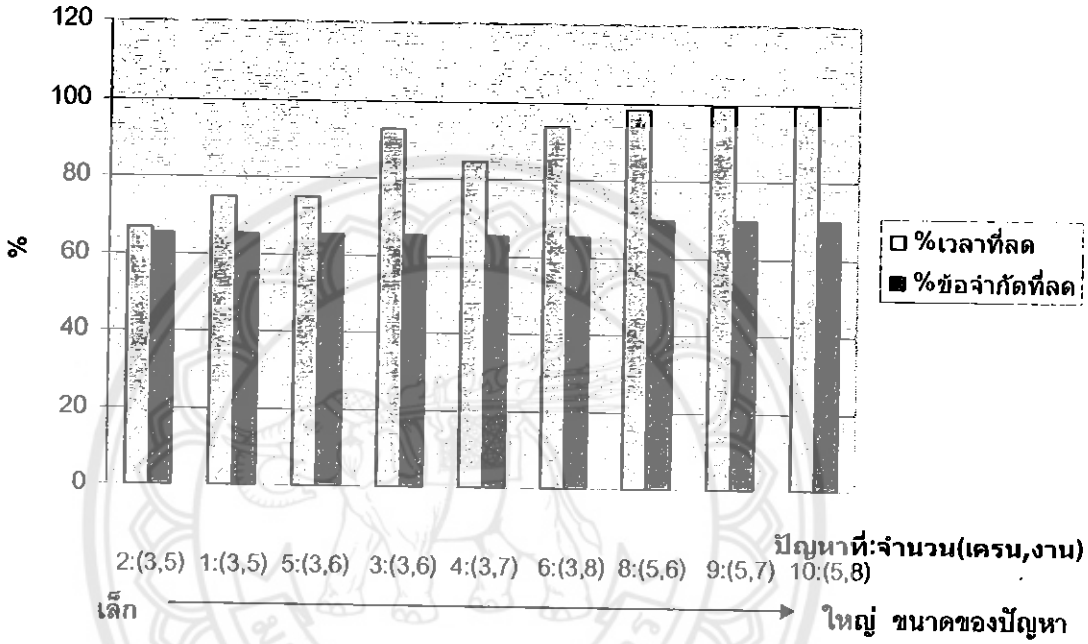
ตารางที่ 5.3 สรุปผลการหาจำนวนข้อจำกัด

ปัญหา	จำนวนเครน (m)	จำนวนงาน (n)	จำนวนข้อจำกัด		จำนวนข้อจำกัดที่ลดลง	% ข้อจำกัดที่ลดลง
			แบบจำลองของ Zhu และ Lim * $4n^2m^2+n^2m+2n^2+4n$	แบบจำลองใหม่ * $n^2m^2+n^2m+2n^2+3n$		
1	3	5	975	297	678	65.07
2	3	5	975	297	678	65.07
3	3	6	1380	405	975	65.20
4	3	6	1380	405	975	65.20
5	3	7	1857	531	1326	65.29
6	3	8	2406	675	1731	65.36
7	5	6	3820	1115	2705	69.81
8	5	7	5145	1465	3680	69.85
9	5	8	6670	1865	4805	69.88
10	5	9	8395	2315	6080	69.91
11	5	10	10320	2815	7505	69.93
12	5	12	14770	3965	10805	69.95

*** หมายเหตุ** $4n^2m^2+n^2m+2n^2+4n$ คือ ข้อจำกัดอสมการของแบบจำลองของ Zhu และ Lim

$n^2m^2+n^2m+2n^2+3n$ คือ ข้อจำกัดอสมการของแบบจำลองใหม่

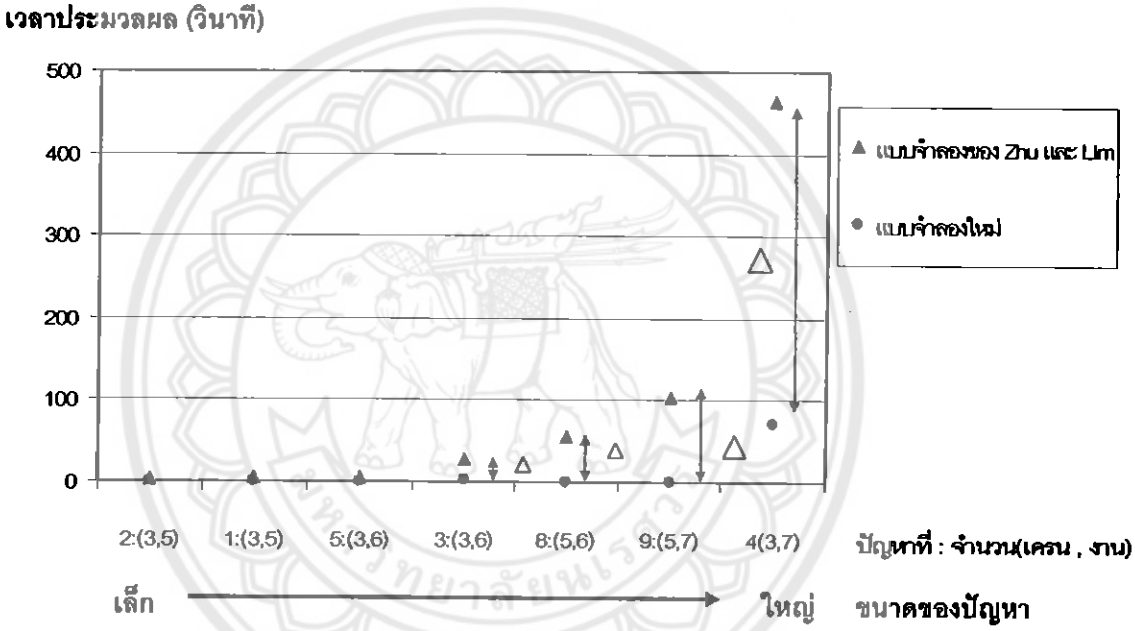
หลังจากนั้นจึงนำตัวอย่างการประมวลผลของปัญหาที่สำเร็จแล้ว มาสรุปเป็นกราฟแท่งเปรียบเทียบค่า Run Time แล้วจึงนำไปใช้หาประสิทธิภาพของแบบจำลองซึ่งก็ให้ผลดีใกล้เคียงกับค่า CPU Time ดังจะเห็นได้ดังรูปด้านล่าง



รูปที่ 5.13 แผนภูมิแท่งแสดงเปอร์เซ็นต์ของเวลาที่ลดลงของแต่ละแบบจำลองเปรียบเทียบกับเปอร์เซ็นต์ของข้อจำกัดที่ลดลง

จากรูปที่ 5.13 จะเห็นได้ว่าเปอร์เซ็นต์ของเวลาที่ลดลงของแต่ละแบบจำลอง และเปอร์เซ็นต์ของข้อจำกัดที่ลดลงนั้นมีความแตกต่างกันไม่มากนัก โดยค่าของเปอร์เซ็นต์ความแตกต่างของเวลาที่ลดลงนั้นจะมีค่าที่สูงกว่าเปอร์เซ็นต์ของข้อจำกัดที่ลดลง จึงสรุปได้ว่า ถ้าใช้ค่า Run Time นั้น ก็สามารถที่จะวัดหาประสิทธิภาพในการประมวลผลได้เท่ากับหรือมากกว่าการใช้ค่า CPU Time

จากการทดลองนำตัวอย่างปัญหาทั้ง 12 ตัวอย่าง มาแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบโดยใช้โปรแกรม LINGO แล้วนั้น เราก็จะได้คำตอบของตัวอย่างปัญหาทั้ง 12 ตัวอย่าง และเวลาที่ใช้ในการประมวลผล (Run Time) ดังนั้นเราจึงได้นำเวลาที่ได้ (Run Time) มาเปรียบเทียบกันระหว่างแบบจำลองของ Zhu และ Lim กับแบบจำลองใหม่เพื่อหาว่าแบบจำลองใดมีประสิทธิภาพในการประมวลผลมากกว่ากัน ในรูปแบบของกราฟ ดังรูปด้านล่างนี้



รูปที่ 5.14 กราฟเปรียบเทียบเวลาในการประมวลผล

จากรูปที่ 5.14 จะเห็นได้ว่า แบบจำลองของ Zhu และ Limใช้เวลาในการประมวลผลที่นานกว่าแบบจำลองใหม่ที่ถูกทำการปรับปรุงขึ้นมา และมีผลต่างของเวลาในการประมวลผล (Δ) ของแบบจำลองของ Zhu และ Lim กับแบบจำลองใหม่มากขึ้น เมื่อทำการประมวลผลกับปัญหาที่มีขนาดใหญ่ขึ้น ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าแบบจำลองใหม่มีประสิทธิภาพในการประมวลผลได้เร็วกว่าแบบจำลองของ Zhu และ Lim

5.2 สรุปผลการทดลอง

จากการทดลองประมวลผลของปัญหาตัวอย่างทั้ง 12 ปัญหาแล้วนั้น จึงทำการสรุปผลที่ได้จากการทดลองครั้งนี้ ทำให้ทราบถึงความแตกต่างของแบบจำลองทั้งสอง ซึ่งจะสรุปได้ดังตาราง ดังตารางด้านล่างนี้

ตารางที่ 5.4 สรุปความแตกต่างระหว่างแบบจำลองของ Zhu และ Lim กับแบบจำลองใหม่

ปัจจัย	แบบจำลองของ Zhu และ Lim	แบบจำลองใหม่	ความแตกต่าง
ตัวแปรที่ใช้ในแบบจำลอง	ใช้ตัวแปร Zijkl ในอสมการทำให้เกิดความซับซ้อนในการประมวลผล ส่งผลให้ใช้เวลาในการทำงานของเครนนานขึ้น	ตัดตัวแปร Zijkl ออกและเพิ่มอสมการใหม่ที่ทำการปรับปรุงขึ้นจากความสัมพันธ์ระหว่าง Xik, Yij, Zijkl เป็นผลทำให้จำนวนตัวแปรให้น้อยลง	แบบจำลองใหม่มีตัวแปรน้อยกว่า
จำนวนบรรทัดที่เขียนบนโปรแกรม LINGO	24 บรรทัด	20 บรรทัด	จำนวนบรรทัดที่เขียนบนโปรแกรม LINGO ของแบบจำลองใหม่จะน้อยกว่าจำนวน 4บรรทัด
เวลาที่ใช้ในการประมวลผล	เมื่อปัญหาตัวอย่างขนาดใหญ่ขึ้น จะใช้เวลาในการประมวลที่นานยิ่งขึ้น	ใช้เวลาในการประมวลผลได้เร็วกว่าแบบจำลองของ Zhuและ Lim ในทุกๆ ปัญหาตัวอย่าง	แบบจำลองใหม่ใช้เวลาในการประมวลผลที่เร็วกว่ามาก พิจารณาได้จากรูปที่ 5.14
จำนวนข้อจำกัด	$4n^2m^2+n^2m+2n^2+4n$	$n^2m^2+n^2m+2n^2+3n$	$3n^2m^2+n$

จากตารางที่ 5.4 จะเห็นได้ว่าแบบจำลองใหม่มีประสิทธิภาพมากกว่าแบบจำลองของ Zhu และ Lim ทั้งด้านตัวแปรที่ใช้ในแบบจำลอง จำนวนบรรทัดที่เขียนบนโปรแกรม LINGO เวลาที่ใช้ในการประมวลผล และจำนวนข้อจำกัดที่ลดลงในทุกปัจจัย

บรรณานุกรม

[1] Winston, W.L. (2004). Operation Research. CA: Brooks/Cole-Thomson Learning.

[2] Zhu, Y and Lim, A.(December , 2006). Journal of the Operational Research Society. pp. 1464-1471(8),Volume 57, Number 12.

[3] LINGO user's guide. (1995). Chicago, IL: LINDO systems Inc.

[4] LINGO user's guide. (1999). Chicago, IL: LINDO systems Inc.

[5] www.payap.ac.th

ดัชนี

ตารางที่4.4

No.	ปัญหาที่
Job	งานที่
Crane	เครนตัวที่
Processing Time	เวลาที่ใช้ในการทำงาน
Run time	เวลาที่ใช้นาฬิกา จับเวลาในการประมวลผล
State	คือสถานะของคำตอบที่ได้จากการประมวลผล
C_{max}	เวลาที่งานทั้งหมดถูกทำเสร็จสมบูรณ์
Optimum	คือคำตอบที่เหมาะสมที่สุด
Feasible	คือคำตอบที่มีความเป็นไปได้
s.	วินาที
min.	นาที
hr.	ชั่วโมง

ตารางที่4.5

Comp. Time	Complete Timeเวลาที่เครนทำงานแล้วเสร็จ
$Y_{ij}=1$	งาน i ถูกทำเสร็จก่อนที่งาน j จะเริ่มทำงาน เช่น $Y_{12}=1$ หมายความว่า งานที่ 1 ถูกทำเสร็จก่อนที่งานที่ 2 จะเริ่มทำงาน

แบบจำลองของ Zhu และ Lim : การประมวลผลของปัญหาที่ 1 เครน 3 ตัว, งาน 5 งาน

Job	งานที่
Crane	เครนตัวที่
T=0 min.	เวลาที่ 0 นาที
T=3 min.	เวลาที่ 3 นาที
T=4 min.	เวลาที่ 4 นาที
T=5 min.	เวลาที่ 5 นาที
T=6 min.	เวลาที่ 6 นาที
T=8 min.	เวลาที่ 8 นาที
time (min.)	เวลา มีหน่วยเป็นนาที

แบบจำลองใหม่ : การประมวลผลของปัญหาที่ 1 เครน 3 ตัว, งาน 5 งาน

Job	งานที่
Crane	เครนตัวที่
T=0 min.	เวลาที่ 0 นาที
T=2 min.	เวลาที่ 2 นาที
T=3 min.	เวลาที่ 3 นาที
T=4 min.	เวลาที่ 4 นาที
T=5 min.	เวลาที่ 5 นาที
T=8 s.	เวลาที่ 8 วินาที
time (min.)	เวลา มีหน่วยเป็นนาที
Run time	เวลาที่ใช้นาฬิกา จับเวลาในการประมวลผล
Clock Time	เวลาที่ใช้นาฬิกา จับเวลาในการประมวลผล
CPU Time	เวลาที่ ใช้ในการเปรียบเทียบหาประสิทธิภาพของแบบจำลอง
State	คือ ประเภทของคำตอบที่ได้จากการประมวลผล
Optimum	คือ คำตอบที่เหมาะสมที่สุด
Feasible	คือ คำตอบที่มีความเป็นไปได้
hr:min:s	คือ เวลาที่บอก จำนวนชั่วโมง จำนวนนาที และจำนวนวินาทีตามลำดับ
$4n^2m^2+n^2m+2n^2+4n$	คือ ข้อจำกัดอสมการของแบบจำลองของ Zhu และ Lim
$n^2m^2+n^2m+2n^2+3n$	คือ ข้อจำกัดอสมการของแบบจำลองใหม่

ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ นายเอราวิล **นามสกุล** ถาวร

วันเดือนปีเกิด 9 เมษายน พ.ศ.2529

เชื้อชาติ ไทย **สัญชาติ** ไทย **ศาสนา** พุทธ

ที่อยู่ 114/3 ถนนสันติราษฎร์ อำเภอเมือง ตำบลเวียง จังหวัดพะเยา
220 หมู่ 12 ตำบลท่าวังทอง อำเภอเมือง จังหวัดพะเยา

เบอร์โทรศัพท์บ้าน (054)-431598, (054)-431504

เบอร์โทรศัพท์ส่วนตัว (084)-0507334

ประถมศึกษา โรงเรียนอนุบาลพะเยา จังหวัดพะเยา

มัธยมศึกษา โรงเรียนพะเยาพิทยาคม จังหวัดพะเยา

ปริญญาตรี คณะวิศวกรรมศาสตร์ สาขาวิศวกรรมอุตสาหการ มหาวิทยาลัยนเรศวร

ชื่อ นางสาวหนึ่งฤทัย **นามสกุล** ทัพใหญ่

วันเดือนปีเกิด 2 มีนาคม พ.ศ.2529

เชื้อชาติ ไทย **สัญชาติ** ไทย **ศาสนา** พุทธ

ที่อยู่ 69/1 ถนนมหาจักรพรรดิ์ อำเภอเมือง จังหวัดพิษณุโลก
440 ถนนมหาจักรพรรดิ์ อำเภอเมือง จังหวัดพิษณุโลก

เบอร์โทรศัพท์บ้าน (055) – 377983, (055) - 211460

เบอร์โทรศัพท์ส่วนตัว (087) - 2034421

ประถมศึกษา โรงเรียนไทยกล้าวิทยา จังหวัดพิษณุโลก

มัธยมศึกษา โรงเรียนเฉลิมขวัญสตรี จังหวัดพิษณุโลก

ปริญญาตรี คณะวิศวกรรมศาสตร์ สาขาวิศวกรรมอุตสาหการ มหาวิทยาลัยนเรศวร

ประวัติผู้วิจัย (ต่อ)

ชื่อ นางสาวกนกพร **นามสกุล** อารยิกานนท์

วันเดือนปีเกิด 7 เมษายน พ.ศ.2529

เชื้อชาติ ไทย **สัญชาติ** ไทย **ศาสนา** พุทธ

ที่อยู่ 6/86 ถ.พหลโยธิน ต.ระแหง อ.เมือง จ.ตาก 63000

เบอร์โทรศัพท์บ้าน (055) – 512812

เบอร์โทรศัพท์ส่วนตัว (089) - 4394581

ประถมศึกษา โรงเรียนเทศบาล 1 จังหวัดตาก

มัธยมศึกษา โรงเรียนตากพิทยาคม จังหวัดตาก

ปริญญาตรี คณะวิศวกรรมศาสตร์ สาขาวิศวกรรมอุตสาหการ มหาวิทยาลัยนเรศวร