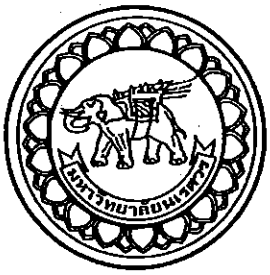


# แบบจำลองการไหลของเลือดในท่อลดขนาด

**(Simulations of the blood flow through the channel with sudden contractions )**


นายวรวุฒิ ไชยมงคล

นางสาววนิดา มณีโชติ


ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

ปีการศึกษา 2549


i40433339

ห้องสมุดคณะวิศวกรรมศาสตร์
วันที่รับ 24 ส.ค. 2551
เลขทะเบียน 05000174
เลขเรียกหนังสือ ฝร.
มหาวิทยาลัยนเรศวร

2549

# ใบรับรองโครงงาน

หัวข้อโครงงาน : แบบจำลองการไหลของเลือดในท่อลดขนาด

(Simulations of the blood flow through the channel with sudden contractions )

ผู้ดำเนินโครงการ : นายวรวุฒิ ไชยมงคล รหัส 46380094

: นางสาววนิดา มณีโชติ รหัส 46380282

อาจารย์ที่ปรึกษาโครงการ : ดร.ภาณุ พุทธวงศ์

ภาควิชา : วิศวกรรมเครื่องกล

ปีการศึกษา : 2549

---

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร อนุมัติให้โครงงานฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเครื่องกล

คณะกรรมการสอบโครงงาน

.....ประธานกรรมการ

( ดร. ภาณุ พุทธวงศ์ )

.....กรรมการ

( ดร.กุลยา กนกจารุวิจิตร )

.....กรรมการ

( อาจารย์ศิษฐ์ภัณฑ์ แคนลา )

.....กรรมการ

( อาจารย์สิทธิโชค ผูกพันธุ์ )

หัวข้อโครงงาน : แบบจำลองการไหลของเลือดในท่อลดขนาด
ผู้ดำเนินโครงการ : นายวรวุฒิ ไชยมงคล รหัส 46380094
: นางสาววนิดา มณีโชติ รหัส 46380282
อาจารย์ที่ปรึกษาโครงการ : ดร.ภาณุ พุทธวงศ์
ภาควิชา : วิศวกรรมเครื่องกล
ปีการศึกษา : 2549

---

## บทคัดย่อ

จากการศึกษางานวิจัยของ Chang และคณะ ซึ่งได้ศึกษาการไหลของเลือดผ่านท่อระดับไมครอนผู้จัดทำโครงการได้มีความสนใจที่จะจำลองการศึกษาแบบท่อลดขนาดพื้นที่หน้าตัดซึ่งมีขนาดเท่ากับ 200 μm x 60 μm x 6 mm แล้วลดขนาดเป็น 100 μm x 60 μm x 6 mm ของไหลมีคุณสมบัติเดียวกับการทดลองนั้นก็คือมีคุณสมบัติคล้ายเลือดมนุษย์

เมื่อทำการสร้างแบบจำลองการไหลโดยใช้โปรแกรม Comsol Multiphysics 3.2b แล้วทำการเปรียบเทียบผลที่ได้กับการทดลองของ Chang และคณะ โดยทำการเปรียบเทียบโดยใช้กราฟความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการไหลและความดัน เมื่อทำการเปรียบเทียบจากกราฟจะเห็นว่าเส้นการจำลองแบบ 2 มิติ ที่อัตราการไหล เดียวกันจะมีค่าความดันต่ำกว่าการทดลองของ Chang และ คณะ ซึ่งสามารถคิดเป็นเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาด เฉลี่ยได้เท่ากับ 72.53 % ส่วนเส้นการจำลองแบบ 3 มิติ ที่อัตราการไหล เดียวกันจะมีค่าความดันสูงกว่าการทดลองของ Chang และ คณะ ซึ่งสามารถคิดเป็นเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาด เฉลี่ยได้เท่ากับ 54.28 %

ความผิดพลาดเหล่านี้อาจเกินเนื่องจาก สมมติฐานที่ให้ คือ ความหนืดมีค่าคงที่ แต่จากการทดลองของ Chang และคณะ พบว่ามีการเปลี่ยนแปลงของความหนืด นอกจากนี้ที่ทางเข้าการไหลเป็นแบบความเร็วสม่ำเสมอตลอดหน้าตัด และการอ่านค่าผลการทดลองจากกราฟของ Chang และคณะ เป็นการอ่านค่าโดยประมาณจึงไม่ค่อยมีความแม่นยำเท่าที่ควร

จากเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดที่เกิดขึ้นมีค่าค่อนข้างสูง จึงทำให้ผลการจำลองการไหลของเลือดในท่อระดับไมโคร ไม่สามารถทำนายพฤติกรรมการไหลของเลือดจริงได้ ภายใต้สมมติฐานที่ใช้

Project Title : Simulations of the blood flow through the channel with sudden contractions

Name : Mr.Worawut Chimongkol

: Miss.Wanida Maneechot

Project Advisor : Dr.Panu Putthawong

Departmet : Mechanical Engineering

Academic Year : 2006

---

## Abstract

Chang.et,al had done research on the blood flow in simple microchannels. With their results. We are interested to concentrate on the flow in channel with sudden contraction which has size from 200 μm x 60 μm x 6 mm and decrease to 100 μm x 60 μm x 6 mm. The fluid model has similar properties to human blood.

The simulation of flow is done by Comsol Multiphysics 3.2b and being compared to the results from Chang.et al. The results are plotted between flow rate and pressure. When comparing results, the graph of 2D simulation gives less pressure drop than the experiment. The average percentage error is 72.53%. In case of of 3D simulation ,it gives pressure drop higher than the experiment The average percentage error is 54.28 %.

The main reason of having high average percentage error assumption which is possibly come from the assumption that uses constant viscosity at the inlet. While in Chang's experiment , the viscosity is varied .And we also use the uniform flow assumption at the inlet. The last thing is the experimental data are read from the graph which are approximated values. From the high average percentage error, the simulation here is not a good model to predict blood flow in micro channel with those assumption used.

From percentage error, it appear to have considerably high value. So the result our of simulation of blood flow through microchannel. cannot predict the real behavior of blood flow from assumptions being used.

# กิตติกรรมประกาศ

โครงงานแบบจำลองการไหลของเลือดในท่อลดขนาดนี้ สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี คณะผู้ดำเนินโครงงานขอขอบพระคุณทุกท่านที่ให้ความช่วยเหลือ ให้คำแนะนำ และความอนุเคราะห์ในการดำเนินโครงงานมาโดยตลอดจนสำเร็จดังนี้

1. อาจารย์ภาณุ พุทธวงศ์ที่ให้คำปรึกษา แนะนำและช่วยเหลือ
2. ท่านคณะกรรมการสอบ ที่ให้คำติชม และแนะนำ
3. เลขาธิการภาคเครื่องกล ที่ให้ความช่วยเหลือ
4. ห้อสมุดคณะวิศวกรรมศาสตร์ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการสืบค้นข้อมูล
5. เพื่อนที่ให้คำปรึกษา แนะนำ

สุดท้ายนี้ผู้ดำเนินโครงงานขอขอบพระคุณบิดา มารดา ที่คอยอบรมสั่งสอน สนับสนุน และเป็นกำลังใจมาโดยตลอด

นายวรวุฒิ ไชยมงคล

นางสาววนิดา มณีโชติ

# สารบัญ


| | หน้า |
|---|---|
| ใบรับรองโครงการ | ก |
| บทคัดย่อ | ข |
| Abstract | ค |
| กิตติกรรมประกาศ | ง |
| สารบัญ | จ |
| สารบัญตาราง | ช |
| สารบัญรูปภาพ | ซ |
| สารบัญกราฟ | ญ |
| สัญลักษณ์ | ฎ |
| บทที่ 1 บทนำ | |
| 1.1 ความสำคัญและที่มาของโครงงาน | 1 |
| 1.2 วัตถุประสงค์ของโครงงาน | 1 |
| 1.3 ขอบข่ายของโครงงาน | 2 |
| 1.4 ขั้นตอนการดำเนินงาน | 2 |
| 1.5 ผลที่คาดว่าจะได้รับ | 3 |
| 1.6 งบประมาณ | 4 |
| บทที่ 2 หลักการและทฤษฎี | 5 |
| 2.1 นิยามของคำว่าของไหล | 5 |
| 2.2 ชนิดของการไหล | 5 |
| 2.3 กฎความหนืดของนิวตัน | 8 |
| 2.4 ความหนืดสัมบูรณ์และความหนืดจลน์ | 10 |
| 2.5 จลน์ศาสตร์ของการไหล | 13 |
| 2.6 สมการความต่อเนื่องของมวล | 15 |
| 2.7 การไหลที่มีผลของความหนืด | 17 |
| 2.8 การวิเคราะห์การไหลแบบราบเรียบสำหรับของไหลที่มีผลของความหนืด | 19 |

# สารบัญ(ต่อ)


| | หน้า |
|---|---|
| **บทที่ 3 วิธีการดำเนินโครงงาน** | 22 |
| **3.1 การศึกษางานวิจัยและข้อมูลที่เกี่ยวข้อง** | 25 |
| **3.2 สร้างแบบจำลองทางคอมพิวเตอร์** | 27 |
| **3.3 เปรียบเทียบและวิเคราะห์ผล** | 32 |
| บทที่ 4 ผลการทดลองและผลการวิเคราะห์ | 33 |
| 4.1 ผลการทดลอง | 33 |
| 4.2 วิเคราะห์ผลการจำลอง | 37 |
| บทที่ 5 บทสรุป | 38 |
| สรุปผลโครงงาน | 38 |
| บรรณานุกรม | 39 |
| ภาคผนวก | 40 |
| ภาคผนวก ก. | 41 |
| ภาคผนวก ข. | 54 |

# สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่ 1.1 แสดงระยะเวลาดำเนินงานโครงงาน 3

ตารางที่ 3.1 ตารางแสดงค่าจากการทดลองที่นำมาใช้เพื่อเป็นค่าเปรียบเทียบ 32

ตารางที่ 4.1 ตารางแสดงการเปรียบเทียบผลการจำลองกับการทดลอง 33

# สารบัญรูปภาพ


หน้า

รูปที่ 2.1 ชั้นของเขตของการไหลเหนือแผ่นราบ 6

รูปที่ 2.2 การเปลี่ยนแปลงความเร็วในแนวแกนเทียบกับเวลา 6

รูปที่ 2.3 แผนภาพแสดงลักษณะการไหลชนิดต่าง ๆ 7

รูปที่ 2.4 การวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงรูปร่างของของไหล 8

รูปที่ 2.5 ความสัมพันธ์เชิงเส้นระหว่าง มีความเค้นเฉือน ($\tau$) 10

รูปที่ 2.6 ความสัมพันธ์ระหว่าง $\tau$ กับ du/dy 11

รูปที่ 2.7 การไหลใน 1 มิติและ2 มิติ 13

รูปที่ 2.8 เส้นกระแสในสนามการไหล 15

รูปที่ 2.9 การไหลเต็มช่องทางการไหลระหว่างแผ่นคู่ขนาน 19

รูปที่ 3.1 แสดงลำดับขั้นตอนการทำงาน 23

รูปที่ 3.2 แสดงรูปทรงของท่อแบบ 2 มิติ 28

รูปที่ 3.3 แสดงรูปทรงของท่อแบบ 3 มิติ 29

รูปที่ 3.4 แสดงผลลัพธ์การแบ่งกริดแบบ 2 มิติ 30

รูปที่ 3.5 แสดงผลลัพธ์การแบ่งกริดแบบ 3 มิติ 31

รูปที่ 4.1 ผลการจำลองแบบ 2 มิติ 34

รูปที่ 4.2 ผลการจำลองแบบ3 มิติ 35

รูปที่ ผ.1 แสดงรูปทรงของท่อ 41

รูปที่ ผ.2 แสดงการเลือกใช้รูปแบบการวิเคราะห์ 42

รูปที่ ผ.3 แสดงการกำหนดขนาดท่อใหญ่ 43

รูปที่ ผ.4 แสดงการกำหนดขนาดท่อเล็ก 43

รูปที่ ผ.5 แสดงรูปทรงของท่อ 44

รูปที่ ผ.6 แสดงการเลือกใช้รูปแบบการวิเคราะห์ 45

รูปที่ ผ.7 แสดงการกำหนดขนาดท่อใหญ่ 45

รูปที่ ผ.8 แสดงการกำหนดค่าของท่อเล็ก 46

รูปที่ ผ.9 แสดงการกำหนดค่าใน Mesh Parameters แท็บ General 47

รูปที่ ผ.10 แสดงการกำหนดค่าใน Mesh Parameters แท็บ Point 47

# สารบัญรูปภาพ ( ต่อ)

หน้า


รูปที่ ผ.11 แสดงการกำหนดค่าใน Mesh Parameters แท็บ Boundary 48

รูปที่ ผ.12 แสดงผลลัพธ์การแบ่งกริดแบบ 2 มิติ 48

รูปที่ ผ.13 แสดงการกำหนดค่าใน Mesh Parameters แท็บ General 49

รูปที่ ผ.14 แสดงการกำหนดค่าใน Mesh Parameters แท็บ Subdomain 49

รูปที่ ผ.15 แสดงผลลัพธ์การแบ่งกริดแบบ 3 มิติ 50

รูปที่ ผ .16 แสดงการกำหนดค่าคงที่ 50

รูปที่ ผ .17 แสดงการกำหนดค่าใน Subdomain Settings แท็บ Physics 51

รูปที่ ผ.18 แสดงการกำหนดค่าใน Boundary Settings ที่ Boundary 1 51

รูปที่ ผ .19 แสดงการกำหนดค่าใน Boundary Settings ที่ Boundary 8 52

รูปที่ ผ.20 แสดงการกำหนดค่าใน Boundary Integration 52

รูปที่ ผ .21 แสดงการค่า Integrate ใน Boundary 1และ 8 53

รูปที่ ผ.22 ผลการจำลองแบบ 2 มิติ ที่ความเร็วการไหลต่างๆ 56

# สารบัญกราฟ


| | | หน้า |
|---|---|---|
| กราฟที่ 3.1 | ความสัมพันธ์ระหว่าง Apparent viscosity กับ Shear rate | 25 |
| กราฟที่ 3.2 | ความสัมพันธ์ระหว่าง Pressure กับ Flow rate | 26 |
| กราฟที่ 4.1 | กราฟแสดงการจำลองเปรียบเทียบกับผลการทดลอง | 36 |


มหาวิทยาลัยนเรศวร

# ลำดับสัญลักษณ์

| สัญลักษณ์ | ความหมาย | หน่วย |
|---|---|---|
| $\tau$ | ความเค้นเฉือน | $N/m^2$ |
| $(du/dy)$ | อัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดเฉือน | rad/s |
| $\mu$ | ความหนืดสัมบูรณ์ | $N.s/m^2$ |
| $\nu$ | ความหนืดจลน์ | $m^2/s$ |
| Q | อัตราการไหล | $m^3/sec$ |
| V | ความเร็ว | m/sec |
| P | ความดัน | Pa |
| $P_{exp}$ | ความดันที่ได้จากการทดลอง | Pa |
| $P_{sim}$ | ความดันที่ได้จากการจำลอง | Pa |

มหาวิทยาลัยนเรศวร

# บทที่ 1
# บทนำ

## 1.1 ความสำคัญและที่มาของโครงการ

แบบจำลองเป็นเครื่องมือชนิดหนึ่งที่ใช้ประเมินและคำนวณผลโดยประมาณของข้อมูลสนาม หรือใช้เป็นเครื่องมือจำลองสภาพต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นจริง และทำการทดลองและคาดคะเนเหตุการณ์ต่าง ๆ ในปัจจุบันและอนาคต โดยความหมายทั่วไปแล้ว แบบจำลอง (Models) จะหมายถึงรูปแบบหรือเครื่องมือในลักษณะใดก็ได้ที่จำลองหรือเป็นตัวแทนของระบบที่เป็นจริง (Real system) อาทิ ในการศึกษาการไหลของเลือดในท่อลดขนาด จะมีการสร้างแบบจำลองเชิงมโนทัศน์ (Conceptual model) ขึ้นมาซึ่งเป็นรูปแบบที่จำลองมาจากของจริง เช่นทิศทางการไหลของเลือดว่าไหลไปในทิศทางใดเพื่อให้เกิดความเข้าใจของระบบและพฤติกรรมการไหลของเลือด

จากการศึกษางานวิจัยของ Chang และคณะ ซึ่งได้ศึกษาการไหลของเลือดผ่านท่อระดับไมครอนที่มีหน้าตัดสี่เหลี่ยม 3 แบบ ได้แก่ ท่อตรง ,ท่องอ 90 องศา ,ท่อลดขนาดหน้าตัด แต่ข้อมูลที่จะนำมาใช้ในการเปรียบเทียบนั้นจะใช้แค่ส่วนที่เป็น ท่อลดขนาดพื้นที่หน้าตัดซึ่งมีขนาดเท่ากับ 200 μm x 60 μm x 6 mm แล้วลดขนาดเป็น 100 μm x 60 μm x 6 mm โดยในส่วนของท่อลดขนาดนี้จะทำการทดลองโดยใช้เลือดแกะที่ทำการแยกเอาเม็ดเลือดแดงออกแล้วเพราะจะเป็นการทำให้ความหนืดของเลือดที่ใช้ในการทดลองมีค่าใกล้เคียงกับความหนืดของเลือดมนุษย์และทำให้เลือดไม่เกิดการแข็งตัวในขณะทดลอง

## 1.2 วัตถุประสงค์ของโครงงาน

สามารถสร้างแบบจำลองด้วยโปรแกรม Comsol Multiphysics 3.2 b เพื่อทำนายลักษณะและพฤติกรรมการไหลของเลือดในท่อระดับไมครอนแบบลดขนาดหน้าตัดของท่อได้

## 1.3 ขอบข่ายของโครงงาน

1.3.1 สร้างแบบจำลองทางคอมพิวเตอร์ ( CFD Modeling ) แบบ 2 มิติของการไหลในท่อที่มีขนาด 200 μm x 60 μm x 6 mm แล้วลดขนาดท่อเป็น 100 μm x 60 μm x 6 mm โดยใช้โปรแกรม Comsol Multiphysics 3.2 b

1.3.2 คุณสมบัติของของไหล

1.3.2.1 การไหลอยู่ในสภาวะคงตัว

1.3.2.2 ของไหลเป็นแบบอัดตัวไม่ได้

1.3.2.3 ความหนืดมีค่าคงที่

1.3.2.4 ที่ทางเข้าการไหลเป็นแบบความเร็วสม่ำเสมอตลอดหน้าตัด

1.3.2.5 ผนังท่อเป็นแบบไม่มีการลื่นไถล ( No slip )

1.3.2.6 ไม่คิดผลที่เกิดจากความร้อนหรือการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ

1.3.3 เปรียบเทียบผลที่ได้กับ ผลการทดลองของ และคณะ

## 1.4 ขั้นตอนการดำเนินโครงงาน

1.4.1 ทำการสร้างแบบจำลองการไหลผ่านท่อลดขนาดโดยใช้โปรแกรม Comsol Multiphysics 3.2 b

1.4.2. ทำการวิเคราะห์การไหลโดยใช้โปรแกรม Comsol Multiphysics 3.2 b

1.4.3. ทำการเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ที่ได้กับผลงานวิจัยของ Chang และคณะ

1.4.4. ทำการนำเสนอผลงาน

**ตารางที่ 1.1 ขั้นตอนการดำเนินโครงงาน**

| หัวข้อ | 2549 | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | ม.ค. | ก.พ. | มี.ค. | เม.ย. | พ.ค. | มิ.ย. | ก.ค. | ส.ค. | ก.ย. |
| - ศึกษาหาข้อมูลเบื้องต้น , จัดทำโครงร่างโครงงาน และนำเสนอโครงร่างโครงงาน | ← | → | | | | | | | |
| - หาข้อมูลเพิ่มเติมเพื่อใช้ในการศึกษาและวิเคราะห์โครงงาน | | | ← | → | | | | | |
| - ทำแบบจำลองและวิเคราะห์ผลที่เกิดขึ้นกับแบบจำลองและปรับปรุงแก้ไข | | | | | ← | → | | | |
| - นำเสนอและจัดทำเป็นรูปเล่ม | | | | | | | | | ↔ |

## 1.5 ผลที่คาดว่าจะได้รับ

สามารถทำนายลักษณะและพฤติกรรมการไหลของน้ำในท่อระดับไมครอนแบบลดขนาดหน้าตัดของท่อได้เพื่อนำไปใช้ในการศึกษาและวิจัยต่อในอนาคตต่อไป

**1.6 งบประมาณ**

| | | |
|---|---|---|
| 1.6.1 ค่าวัสดุและอุปกรณ์ | 1,500 | บาท |
| 1.6.2 ค่าใช้จ่ายอื่นๆ | 500 | บาท |
| รวมค่าใช้จ่ายทั้งหมด | 2,000 | บาท |

# บทที่ 2
# หลักการและทฤษฎี

## 2.1นิยามของคำว่าของไหล

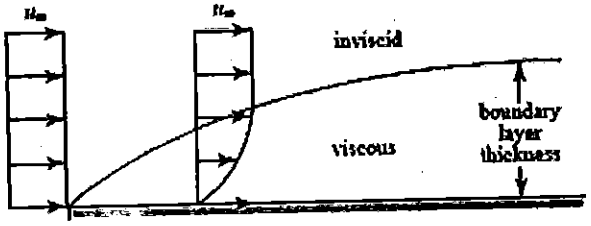
โดยทั่วไปคนเราสามารถบอกความแตกต่างได้ว่าอะไรเป็นของแข็ง อะไรเป็นของไหล แต่ถ้าให้ บอกถึงนิยามมักจะตอบไม่ได้ ในทางวิศวกรรมตัวแปรที่ใช้แยกความแตกต่างระหว่างของไหลและของแข็งคือ ความเค้นเฉือน (shear stress) เมื่อมีความเค้นเฉือนเล็กน้อยกระทำต่อวัตถุของแข็งจะทำให้วัตถุเกิดการเสียรูปร่างที่คงที่ แต่ไม่มีการเคลื่อนที่เกิดขึ้น (static deformation) แต่สำหรับของไหลแล้ว ความเค้นเฉือนทำให้ของไหลเสียรูปร่างอย่างต่อเนื่อง จึงทำให้ของไหลเกิดการเคลื่อนที่ ของไหลที่อยู่นิ่งจะไม่มีความเค้นเฉือนมากระทำอย่างเด็ดขาด

## 2.2 ชนิดของการไหล

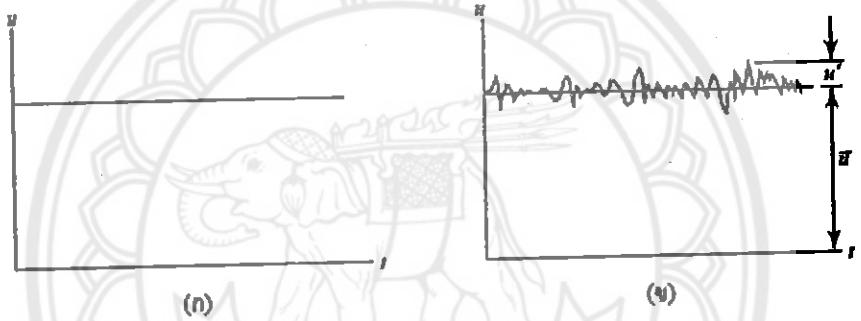
ชนิดของการไหลสามารถแบ่งแยกย่อยได้หลายประเภทดังนี้

### 2.2.1 แบ่งตามความหนืด

เราสามารถแบ่งการไหลตามความหนืดเป็นการไหลแบบมีความหนืด (viscous flow) และแบบไม่มีความหนืด (inviscid flow) การไหลแบบมีความหนืด คือการไหลเมื่อความหนืดของของไหลมีผลต่อความเร็ว ตัวอย่างเช่น การ ไหลในชั้นของเขต (boundary layer) ดังแสดงในรูปที่ 1.1ส่วนในการไหลแบบไม่มีความหนืดนั้นจะสมมติว่าความหนืดมีค่าเป็นศูนย์ ($\mu=0$) ซึ่งในความเป็นจริงแล้วเป็นไปไม่ได้ การไหลชนิดนี้จึงเป็นการไหลในอุดมคติ แต่มีการไหลในบางกรณีที่สามารถประมาณได้ว่าเป็นการไหลแบบไม่มีความหนืด เช่น การไหลนอกเหนือชั้นของเขตในรูปที่ 2.1




รูปที่ 2.1 ชั้นของเขตของการไหลเหนือแผ่นราบ




รูปที่ 2.2 การเปลี่ยนแปลงความเร็วในแนวแกนเทียบกับเวลาสำหรับการไหลแบบ (ก) ราบเรียบ และ (ข) ปั่นป่วน

2.2.2 แบ่งตามความราบเรียบของการไหล

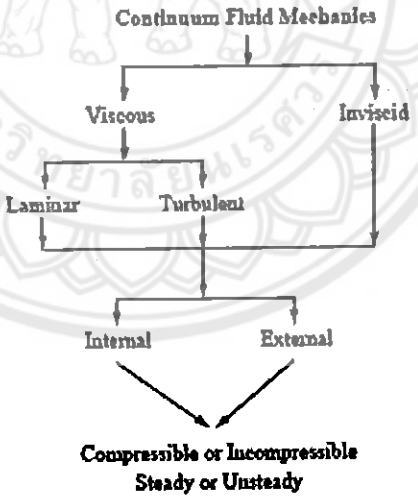
เราสามารถแบ่งการไหลตามความราบเรียบของการไหล โดยแบ่งเป็นการไหลแบบราบเรียบ (laminar flow) และการไหลแบบปั่นป่วน (turbulent flow) การไหลแบบราบเรียบนั้น โครงสร้างของการไหลจะมีลักษณะเป็นการเคลื่อนที่ของแต่ละชั้นของของไหลอย่างราบเรียบ รูปที่2 (ก) แสดงให้เห็นถึงความเร็วในการไหลแบบคงที่และราบเรียบซึ่งมีค่าคงที่เมื่อเทียบกับเวลา ส่วนการไหลแบบปั่นป่วนนั้นจะมีลักษณะการเคลื่อนที่แบบไร้ระเบียบ (random) และเป็น 3 มิติ บวกกับการไหลโดยเฉลี่ย ดังแสดงให้เห็นในรูปที่ 1.2 (ข) สำหรับไหลแบบคงที่และปั่นป่วน

### 2.2.3 แบ่งตามความสามารถในการอัดตัว

เราสามารถแบ่งการไหลตามความสามารถในการอัดตัว โดยแบ่งเป็นนการไหลแบบอัดตัวไม่ได้ (incompressible flow) และการไหลแบบอัดตัวได้ (compressible flow) ในการไหลแบบอัดตัวไม่ได้นั้น การเปลี่ยนแปลงความหนาหนาแน่นจะมีผลน้อยมากจนสามารถประมาณได้ว่า ความหนาแน่นมีค่าคงที่ตลอดการไหล สำหรับของเหลวถือได้ว่าเป็นการไหลแบบอัดตัวไม่ได้ ส่วนในการไหลของแก๊สจะถือได้ว่าเป็นการไหลแบบอัดตัวไม่ได้ต่อเมื่อ $M = V/a = < 0.3$ โดยที่ $M$ คือ ค่ามัค (mach number) มีค่าเท่ากับ ความเร็วของของไหลหารด้วยความเร็วเสียงในของไหลนั้น ส่วนการไหลแบบอัดตัวได้นั้นการเปลี่ยนแปลงความหนาแน่นจะมีผลต่อการไหล ซึ่งเกิดขึ้นเมื่อ $M > 0.3$

### 2.2.4 แบ่งตามขอบเขตของการไหล

เราสามารถแบ่งการไหลตามขอบเขตของการไหล โดยแบ่งเป็น การไหลภายนอก (external flow) และการไหลภายใน (internal flow) ซึ่งขึ้นอยู่กับว่าของไหลถูกปิดล้อมหรือไม่ ถ้าหากถูกปิดล้อมมีขอบเขตก็ถือว่าเป็นการไหลภายในมิเช่นนั้นก็เป็นการไหลภายนอก

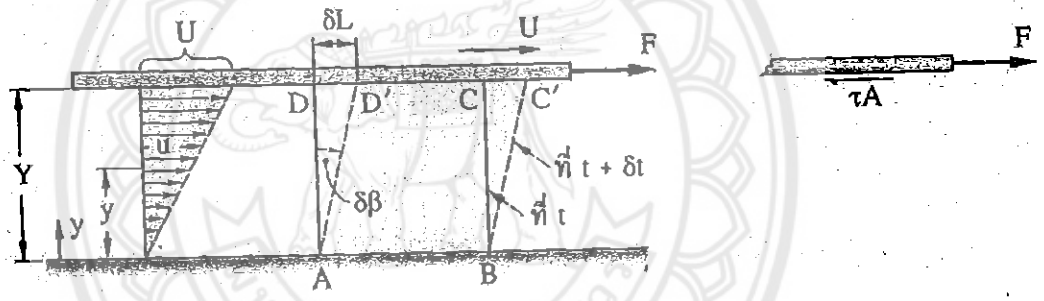



รูปที่ 2.3 แผนภาพแสดงลักษณะการไหลชนิดต่าง ๆ

### 2.2.5 แบ่งตามการเปลี่ยนแปลงตามเวลา

เราสามารถแบ่งการไหลตามการเปลี่ยนแปลงตามเวลา โดยแบ่งเป็น การไหลแบบคงที่ (steady flow) และการไหลแบบไม่คงที่ (unsteady flow) ในการไหลแบบคงที่นั้นคุณลักษณะของการไหลจะไม่มีการเปลี่ยนแปลงเมื่อเทียบกับเวลา ส่วนในการไหลแบบไม่คงที่นั้นคุณสมบัติของการไหลจะมีการเปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลาภาพรวมของการแบ่งลักษณะของการไหลแบบชนิดต่าง ๆ ซึ่งได้กล่าวมาแล้วข้างต้นแสดงให้เห็นในรูปที่ 3

## 2.3 กฎความหนืดของนิวตัน




รูป 2.4 การวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงรูปร่างของของไหล

พิจารณาภาพ 2.4 ของไหลภายใต้ความเค้นเฉือนอยู่ระหว่างแผ่นระนาบ 2 แผ่น ให้แผ่นระนาบด้านล่างอยู่กับที่และแผ่นระนาบด้านบนเคลื่อนที่โดยมีแรง F ดึงแผ่นระนาบด่านบนให้เคลื่อนที่ขนานไปกับแผ่นระนาบด้านล่างด้วยความเร็ว U ของไหลส่วนที่อยู่ติดแผ่นระนาบจะพยายามยึดตัวให้ติดกับแผ่นระนาบ ถ้าหากระยะ Y ไม่มากเกินไป ความเร็วของของไหลในแต่ละชั้นจะค่อยๆลดลงเชิงเส้นตามที่ของไหลแต่ละชั้นเคลื่อนตัวไปบนชั้นของไหลที่อยู่ถัดไป ของไหลจึงมีการเคลื่อนที่ในรูปของความเร็วเชิงเส้น $u = Uy/Y$ โดยที่ y เป็นระยะที่วัดตั้งฉากจากแผ่นระนาบด้านล่างขึ้นมา ดังในภาพ 2.4 ของไหลที่อยู่ติดแผ่นระนาบด้านบนจะมีความเร็ว U และของไหลส่วนที่อยู่ติดแผ่นระนาบด้านล่างจะมีความเร็วเป็นศูนย์ (ของไหลไม่ลื่นไถลบนแผ่นระนาบซึ่งอยู่กับที่)

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของของไหลในช่วงเวลาที่อยู่ต่างกัน $\delta t$ ที่เวลา t ของไหลอยู่ที่ตำแหน่งระนาบ ABCD ที่เวลา $t + \delta t$ ของไหลอยู่ที่ตำแหน่งระนาบ ABC′D′ การผิดรูปเชิงมุมของเส้นตรง AD คำนวณจาก

$$\delta\beta = \left(\tan^{-1}\right)\frac{\delta u \delta t}{\delta y}$$

โดยที่ $\delta\beta$ คือ ความเครียดเฉือน (shearing strain) และอัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดเฉือน (rate of shearing strain, $\dot{\beta}$) นิยามจาก

$$\frac{d\beta}{dt} = \dot{\beta} = \lim_{\delta \to 0}\left(\frac{\delta\beta}{\delta t}\right) = \frac{du}{dy}$$

สำหรับการกระจายความเร็วของสมการเชิงเส้นในรูปที่ 2.4 จะพบว่า

$$slop = \frac{du}{dy} = \frac{U}{Y} = \dot{\beta}$$

ผลของแรงกระทำ F ทำให้เกิดความเค้นเฉือน $\tau = \frac{F}{A}$ และทำให้ของไหลมีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างเชิงมุม และมีอัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดเฉือน $\dot{\beta}$

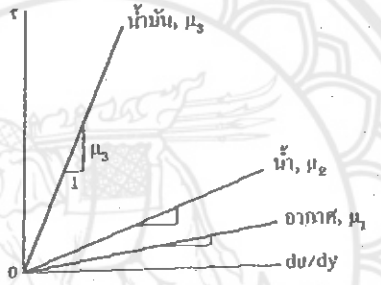
$$\tau \propto \dot{\beta}\ ,\ \tau \propto \frac{du}{dy}$$

ดังนั้น

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \qquad (2.1)$$

สมการ 1 คือ กฎความหนืดของนิวตัน (Newton's law of viscosity) โดยที่ $\mu$ คือค่าคงตัวของความเป็นสัดส่วน โดยทั่วไปแล้วเรียกว่าความหนืดสัมบูรณ์ (absolute viscosity) หรือความหนืดพลวัต (dynamic viscosity) มีหน่วยเป็น $N{\cdot}s/m^2$

เมื่อนำสมการ (1) มาพล็อตกราฟ $\tau$ กับ (du/dy) จะได้ดังรูปที่ 2.5 ของไหลที่มีความเค้นเฉือน ($\tau$) และมีความสัมพันธ์เชิงเส้นกับอัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดเฉือน (du/dy) จะเรียกของไหลชนิดนี้ว่า ของไหลนิวทอเนียน (Newtonian fluid) ซึ่งโดยทั่วไปแล้วเป็นได้ทั้งของเหลวและแก๊ส เช่น อากาศ น้ำ และน้ำมัน เป็นต้น ความชันของกราฟแต่ละเส้นก็คือความหนืดสัมบูรณ์ของของไหลดังกล่าว




รูปที่ 2.5 ความสัมพันธ์เชิงเส้นระหว่าง มีความเค้นเฉือน ($\tau$) กับอัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดเฉือน (du/dy) สำหรับของไหลนิวทอเนียน $(\mu_1 < \mu_2 < \mu_3)$

## 2.4 ความหนืดสัมบูรณ์และความหนืดจลน์

ความหนืด (viscosity) คือสมบัติของของไหลที่ใช้ต้านทานต่อความเค้นเฉือน และเป็นแรงต้านทานต่อแรงเฉือน ความหนืดเป็นผลมาจากเมื่อของไหลมีการเคลื่อนที่ ทำให้มีแรงยึดเหนี่ยวระหว่างโมเลกุลและมีการแลกเปลี่ยนโมเมนตัมระหว่างโมเลกุลของของไหล จากกฎความหนืดของนิวตันพบว่า ความเค้นเฉือนเป็นสัดส่วนโดยตรงกับอัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดเฉือน เค้นเฉือนในของไหลหนึ่งจะมีค่ามากหรือน้อยยังขึ้นอยู่กับความหนืดของของไหลนั้นด้วย

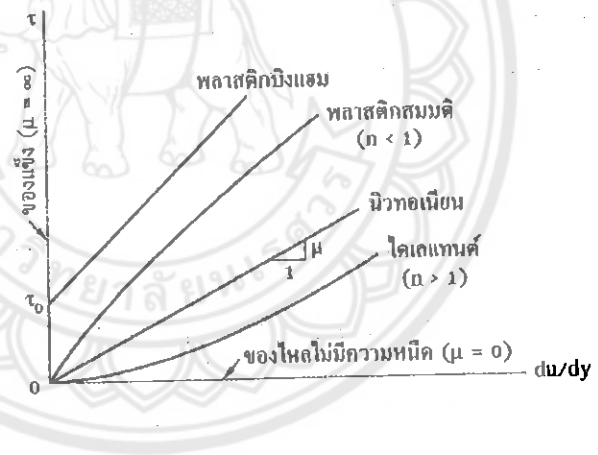
จากความสัมพันธ์ความเค้นเฉือน ($\tau$)กับอัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดเฉือน(du/dy) จากภาพ 1.3 ความชันของกราฟแต่ละเส้นก็คือความหนืดสัมบูรณ์ของของไหลนิวทอเนียน ดังนั้นจึงเขียนสมการในรูปของ

$$\mu = \frac{\tau}{du/dy} \qquad (2.2)$$

โดยที่ $\tau$ คือ เค้นเฉือนที่กระทำในของไหล มีมิติ $FL^{-2}$ (มีหน่วยเป็น $N/m^2$)

(du/dy) คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดเฉือน มีมิติ $T^{-1}$ (มีหน่วยเป็น rad/s)

$\mu$ คือ ความหนืดสัมบูรณ์ของของไหล มีมิติ $FL^{-2}T$ (ในระบบ SI มีหน่วยเป็น $N/m^2$ ในระบบเมตริกมีหน่วยเป็น g/cm·s หรือเรียกว่า posie ที่นิยมใช้กันคือcentiposie)




รูปที่ 2.6 ความสัมพันธ์ระหว่าง $\tau$ กับ du/dy สำหรับของไหลนิวทอเนียนและนอนนิวทอเนียน

สำหรับของไหลที่มีความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือน ($\tau$) และอัตราการเปลี่ยนแปลงความเค้นเฉือน ($\dot{\gamma}$) ของของไหลที่ไม่เป็นเชิงเส้น เรียกว่า ของไหล นอนนิวทอเนียน ( non-newtonian fluid) จะใช้สมการยกกำลังดังนี้

$$\tau = M\left(\frac{du}{dy}\right)^n \qquad (2.3)$$

โดยที่ M = ดรรชนีค่าคงที่ มีมิติ $FL^{-2}T^n$ มีหน่วยเป็น $N{\cdot}s^n/m^2$ หรือ $Pa{\cdot}s^n$

n = ดรรชนีชี้บ่งพฤติกรรมการไหล

ถ้า n > 1 พบว่าของไหลมีความหนืดเพิ่มขึ้นตามความเค้นเฉือน ถ้าออกแรงคนของเหลวเพิ่มมากขึ้น (ความเค้นเฉือนเพิ่มขึ้น) จะทำให้ความหนืดของของเหลวเพิ่มขึ้น ของไหลที่มีพฤติกรรมเช่นนี้เรียกว่า ของไหลไดเลแทนต์

ถ้า n = 1 พบว่าความเค้นเฉือน ($\tau$) จะมีความสัมพันธ์เชิงเส้นกับอัตราการเปลี่ยนแปลงความเค้นเฉือนซึ่งจะเรียกของไหลนี้ว่า ของไหลนิวทอเนียน (newtonian fluid)

ถ้า n < 1 พบว่าของไหลมีความหนืดลดลงเมื่อความเค้นเฉือน เพิ่มขึ้น ของไหลที่มีพฤติกรรมเช่นนี้เรียกว่า ของไหลพลาสติกสมมติ (pseudoplastic fluid)

นอกจากนี้ ของไหลบางชนิดอาจมีพฤติกรรมคล้ายของแข็งเมื่อมีความเค้นเฉือนกระทำเกินกว่าเค้นเฉือนเริ่มต้น ($\tau_0$) ของไหลนี้จะมีพฤติกรรมของของไหลนิวทอเนียน ซึ่งได้แก่ สี จาระบี ยาสีฟัน เป็นต้น ซึ่งเรียกว่า ของไหลพลาสติกบิงแฮม (Bingham plastic fluid) ซึ่งมีความสัมพันธ์ระหว่าง $\tau$ กับ du/dy ดังสมการ

$$\tau = \tau_0 + \mu\frac{du}{dy} \qquad (2.4)$$

ความหนืดจลน์ (kinematic viscosity, V) คือ อัตราส่วนระหว่างความหนืดสัมบูรณ์ ($\mu$) กับความหนาแน่น ($\rho$) เพื่อความสะดวกในการคำนวณดังสมการ

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \qquad (2.5)$$

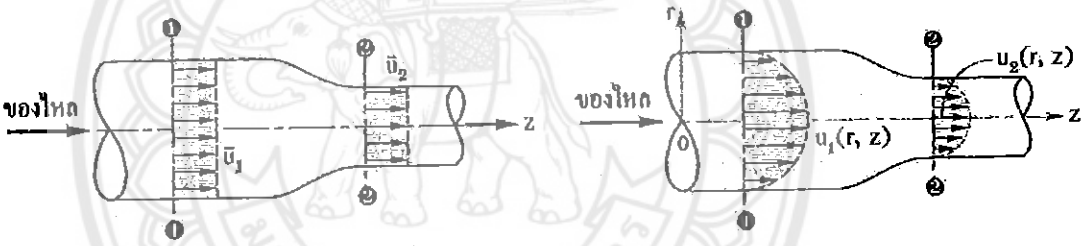
ความหนืดจลน์ (V)มีมิติ $L^2T^{-1}$ (ในระบบ SI มีหน่วยเป็น $m^2/s$ ในระบบเมตริกมีหน่วยเป็น $cm^2/s$ หรือเรียกว่า stoke ที่นิยมใช้censtoke (cSt) มากกว่า)

ในการใช้งานด้านวิศวกรรมนั้น ความหนืดสัมบูรณ์ของของไหลจะไม่เปลี่ยนแปลงตามความดัน ส่วนความหนืดจลน์ของแก๊สจะเปลี่ยนแปลงตามความดัน เพราะความหนาแน่นของแก๊สเปลี่ยนแปลงไป

ความหนืดสัมบูรณ์และความหนืดจลน์ของของไหลต่างๆจะขึ้นอยู่กับอุณหภูมิ กล่าวคือ เมื่ออุณหภูมิสูงขึ้นความหนืดของอากาศหรือแก๊สจะเพิ่มขึ้น ส่วนความหนืดของของเหลวจะลดลง

## 2.5 จลน์ศาสตร์ของการไหล

การที่ของไหลสามารถเคลื่อนที่ไปได้อย่างต่อเนื่องของไหลนั้นย่อมมีความเร็ว การจำแนกแบบการไหลอาจพิจารณาได้จากความเร็วว่ามีการเปลี่ยนแปลงอย่างไร อาทิ การไหลใน 1 มิติ การไหลใน 2 มิติ การไหลใน 3 มิติ การไหลในสภาวะคงตัว (steady flow) การไหลในสภาวะกึ่งคงตัว (quasisteady flow) และการไหลในสภาวะไม่คงตัว (unsteady flow) เป็นต้น




( ก ) การไหลใน 1 มิติ (พิกัด z )　　( ข ) การไหลใน 2 มิติ (พิกัด (r , z ) )

รูปที่ 2.7 การไหลใน 1 มิติและ2 มิติ

ในรูป 2.7 (ก) แสดงการไหลใน 1 มิติพิกัด Z ซึ่งพิจารณาการกระจายความเร็วของของไหลภายในท่อจะสม่ำเสมอตลอดหน้าตัด ไม่ว่าจะเป็นหน้าตัด 1-1 หรือ 2-2 ก็ตาม จะพบว่าความเร็วเปลี่ยนแปลงตามตำแหน่งในแนวแกน Z แต่ที่ตำแหน่งใดตำแหน่งนั้นความเร็วจะมีค่าคงตัวตลอดหน้าตัด การไหลลักษณะนี้เรียกว่า การไหลใน 1 มิติ

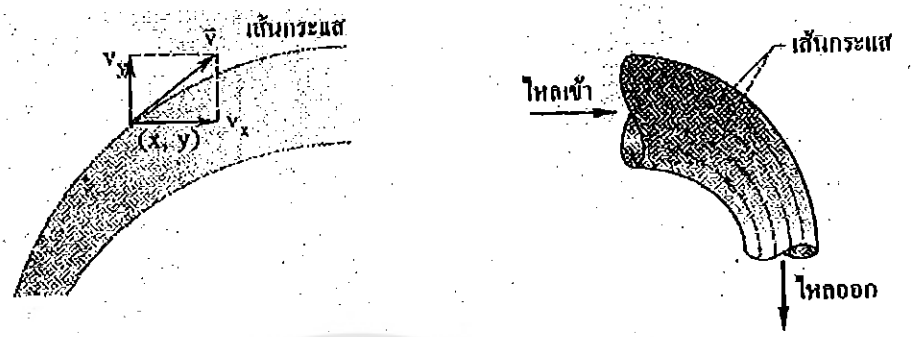
ในภาพ 2.7 (ข) การกระจายความเร็วจะเป็นรูปพาราโบลา ซึ่งแสดงให้เห็นว่าที่ตำแหน่งใดตำแหน่งหนึ่งในทิศการไหล ความเร็วจะเปลี่ยนแปลงตามแนวรัศมี ความเร็วจึงเป็นฟังก์ชันของแนวรัศมี และเนื่องจากของไหลมความดันเปลี่ยนแปลงในทิศ Z จึงทำให้เกิดการไหลในทิศ Z ด้วย การไหลลักษณะนี้เรียกว่า การไหลใน 2 มิติ

สำหรับการไหลใน 3 มิติ จะพบว่าความเร็วหรือพารามิเตอร์การไหลเปลี่ยนแปลงตามพิกัด 3 ตัวแปรซึ่งได้แก่ พิกัดฉาก $\vec{v} = \vec{v}(x, y, z)$ พิกัดทรงกระบอก $\vec{v} = \vec{v}(r, \theta, z)$ พิกัดทรงกลม $\vec{v} = \vec{v}(r, \theta, \phi)$ การไหลใน 3 มิติจะมีเปลี่ยนแปลงของความเร็ว ความดัน หรือพารามิเตอร์การไหลใน 3 ทิศทาง

นอกจากนี้ การวิเคราะห์การไหลในสภาวะที่ความเร็ว ความดัน หรือพารามิเตอร์การไหลไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา ปกติจะพิจารณาจากค่าเฉลี่ยของความเร็ว ความดัน หรือพารามิเตอร์การไหลอื่นๆ ค่าเฉลี่ยพารามิเตอร์การไหลเหล่านี้จะไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา การไหลลักษณะนี้เรียกว่า การไหลในสภาวะคงตัว ตรงกันข้ามกับ การไหลในสภาวะคงไม่ตัว ซึ่งการไหลในลักษณะนี้พบว่าพารามิเตอร์การไหลเหล่านี้จะเปลี่ยนแปลงตามเวลา ในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลบางอย่างแม้จะเป็นการไหลในสภาวะไม่คงตัว แต่เพื่อให้สะดวกและง่ายจะตั้งสมมติฐานเป็นการไหลในสภาวะคงตัว โยสังเกตอัตราการเปลี่ยนแปลงของปริมาณทางฟิสิกส์บางตัว เช่น ปริมาตร หรือระดับความสูงของของเหลวในถังบรรจุ
เป็นต้น

อนุภาคของไหลที่ไหลจากจุดหนึ่งไปอีกจุดหนึ่งนั้นจะแนวทางการไหล หากติดตามดูอนุภาคของไหลนั้นอย่างต่อเนื่อง จะสามารถเห็นแนวเส้นทางการไหลของอนุภาคของไหลซึ่งเรียกว่า เส้นทางไหล (pathline) ของอนุภาคของไหลนั้น

นอกจากนี้ เมื่อกล่าวถึงความเร็วของของไหลที่จุดใดจุดหนึ่งในสนามการไหล พบว่าความเร็วนั้นมีทั้งขนาดและทิศทางซึ่งสามารถกำหนดไว้บน เส้นกระแส (streamline) ซึ่งเป็นเส้นทางการเคลื่อนที่เฉลี่ยของกลุ่มอนุภาคบนของไหลที่ไหลตามแนวการไหลในขณะใดขณะหนึ่ง เส้นกระแสในสนามการไหลหนึ่งๆ จะสัมผัสกับเวกเตอร์ความเร็วเสมอ ดังรูปที่ 2.8 (ก)จะเห็นได้ว่ามีการไหลข้ามเส้นกระแส เส้นกระแสของการไหลทั้งหมดจะขนานกันไปตลอด ดังรูปที่ 2.8 (ข)




(ก) เส้นกระแสและความเร็วของของไหล (ข) เส้นกระแสของการไหลภายในข้อเลี้ยว

รูปที่ 2.8 เส้นกระแสในสนามการไหล

เส้นใยการไหล (streamline) เป็นเส้นที่แสดงให้เห็นถึงทิศทางของการไหล ซึ่งเส้นใยการไหลนี้ก็คือ โลคัส (locus) ของอนุภาคของของไหลทั้งหมดที่ผ่านจุดใดจุดหนึ่ง ถ้าฉีดสีย้อมผ้าเข้าไปในของไหลซึ่งกำลังไหลผ่านจุดใดจุดหนึ่งจะพบว่าสีย้อมผ้าจะไหลตามอนุภาคของไหลที่กำลังไหลผ่านจุดดังกล่าว เส้นทางการไหลของสีย้อมผ้าก็คือเส้นใยการไหล ในสภาวะคงตัวนั้นพบว่าเส้นกระแสและเส้นใยการไหลจะไหลทับเป็นเส้นเดียวกัน

## 2.6 สมการความต่อเนื่องของมวล

สมการความต่อเนื่องของมวลจะมีรูปแบบของสมการ

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}\int_{cv}\rho dV}_{\text{อัตราการลดลงของมวลภายในปริมาตรควบคุม}} + \underbrace{\int_{cs}\rho\vec{V}\cdot\vec{n}dA}_{\text{อัตรามวลไหลออกสุทธิข้ามผิวควบคุม}} = 0 \qquad (2.6)$$

ในกรณีการไหลในสภาวะคงตัว พบว่าสมบัติการไหลทุกๆตัวจะคงตัวและไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลานั่นคือ

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{cv}\rho dV = 0 \qquad (2.7)$$

ในพจน์ของอัตราการถ่ายโอนสุทธิข้ามผิวควบคุม พบว่า

$\vec{V} \cdot \vec{n} dA$ คือผลคูณระหว่างองค์ประกอบความเร็ว $\vec{V}$ ที่ตั้งฉากกับพื้นที่ย่อย dA (หรืออัตราการไหลโดยปริมาตรผ่าน dA )

$\rho \vec{V} \cdot n dA$ คืออัตราการไหลโดยมวลผ่าน dA

สำหรับผลคูณเชิงสเกลาร์ของ $\vec{V} \cdot \vec{n}$ มีเครื่องหมายบวกเมื่อเป็นการไหลออกจากปริมาตรควบคุมและเครื่องหมายลบเมื่อเป็นการไหลเข้าปริมาตรควบคุม ดังนั้น

$$\int_{cs} \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dA = \sum \dot{m}_{out} - \sum \dot{m}_{in} \qquad (2.8)$$

พิจารณาอัตราการไหลโดยมวลบนพื้นที่หน้าตัด A โดยกำหนดให้ความเร็วย่อยในทิศตั้งฉากกับพื้นที่ A นั้นเท่ากับ V จะได้

$$\dot{m} = \rho V A = \rho \dot{\forall} \qquad (2.9)$$

โดยที่ $\dot{\forall}$ คืออัตราการไหลโดยปริมาตร มีหน่วยเป็น $m^3/s$

ในสมการ 2.9 ความเร็วของของไหลที่ใช้คำนวณจะกำหนดเป็นความเร็วเฉลี่ย ($\bar{V}$) ซึ่งมาจากสมการ

$$\bar{V} = \frac{\int_A \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dA}{\rho A} \qquad (2.10)$$

ถ้าพิจารณาว่าความเร็วของของไหลมีการกระจายสม่ำเสมอตลอดหน้าตัด A จะพบว่า

$$\bar{V} = V = \frac{\int_A \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dA}{\rho A} \qquad (2.11)$$

### 2.6.1 การไหลในสภาวะคงตัว

ในงานทางวิศวกรรมที่เกี่ยวข้องกับการไหลของของไหล เช่น น้ำหรือแก๊สผ่านระบบท่อ วาล์ว ข้อต่อ ข้อเลี้ยว เครื่องสูบ เครื่องอัดอากาศ กังหันไอน้ำ กังหันแก๊ส หรือเครื่องควบแน่น เป็นต้น ภายใต้การวัดอัตราการไหลเพื่อใช้ประเมินการทำงานในแต่ละอุปกรณ์ จะพิจารณาจากการไหลในสภาวะคงตัวขณะไหลผ่านอุปกรณ์นั้นๆ การไหลในสภาวะคงตัวจะกำหนดโดยไม่มีการเปลี่ยนแปลงของมวลภายในปริมาตรควบคุม

สำหรับอุปกรณ์นำของไหล อาทิ ท่อ ข้อต่อ หรือข้อเลี้ยวนั้น ปกติจะอยู่นิ่งกับที่ของไหลไหลผ่าน ภายใต้การไหลในสภาวะคงตัว พบว่า $\frac{\partial}{\partial t} \int \rho d\forall = 0$ จากสมการ 2.6 จะได้

$$\int_{cs} \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dA = \rho_e A_e \overline{V}_e - \rho_i \overline{V}_i A_i = 0 \qquad (2.12)$$

$$\rho_e \overline{V}_e A_e = \rho_i \overline{V}_i A_i \quad \text{หรือ} \quad \dot{m}_e = \dot{m}_i \qquad (2.13)$$

กรณีมีทางเข้าหลายทางและทางออกหลายทาง พบว่า

$$\sum_e (\rho \overline{V} A)_e = \sum_i (\rho \overline{V} A)_i \qquad (2.14)$$

ในสมการ (2.13) และ สมการ (2.14) เป็นสมการกฎการอนุรักษ์มวลของปริมาตรควบคุม สำหรับของไหลยุบตัวได้ สำหรับการไหลในสภาวะคงตัว อัตราการไหลโดยมวลทางเข้าย่อมเท่ากับอัตราการไหลโดยมวลทางออกเสมอ

สำหรับของไหลยุบตัวไม่ได้นั้น $\rho_i = \rho_e =$ ค่าคงตัว ดังนั้นจะพบว่าอัตราการไหลโดยมวลทางเข้าย่อมเท่ากับอัตราการไหลโดยมวลทางออก ดังสมการ

$$A_e \overline{V}_e = A_i \overline{V}_i \rightarrow \dot{V}_e = \dot{V}_i \qquad (2.15)$$

และ

$$\sum_e \dot{V}_e = \sum_i \dot{V}_i \qquad (2.16)$$

## 2.7 การไหลที่มีผลของความหนืด

พิจารณาของไหลที่เป็นของไหลนิวทอเนียน พบว่าความเค้นในของไหลนั้นมีความสัมพันธ์เชิงเส้นกับอัตราการเปลี่ยนแปลงรูปร่างเชิงมุม ดังนั้นความเค้นจึงมีทั้งความเค้นตั้งฉากและความเค้นเฉือน ซึ่งแต่ละพจน์สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\sigma_x = -p - \frac{2}{3}\mu \nabla \cdot \vec{V} + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \qquad (2.17\ \text{ก})$$

$$\sigma_y = -p - \frac{2}{3}\mu \nabla \cdot \vec{V} + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \qquad (2.17\ \text{ข})$$

$$\sigma_z = -p - \frac{2}{3}\mu \nabla \cdot \vec{V} + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \qquad (2.17\ \text{ค})$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yz} = \mu\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) \qquad (2.18\ \text{ก})$$

$$\tau_{yz} = \tau_{yx} = \mu\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right) \qquad (2.18\ \text{ข})$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right) \qquad (2.18\ \text{ค})$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x}+\rho g_x+\frac{\partial}{\partial x}\left[2\mu\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{2}{3}\mu\nabla\cdot\vec{V}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[\mu\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right)\right]=\rho\frac{Du}{Dt} \quad (2.19\text{ ก})$$

$$-\frac{\partial p}{\partial y}+\rho g_y+\frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[2\mu\frac{\partial v}{\partial y}-\frac{2}{3}\mu\nabla\cdot\vec{V}\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[\mu\left(\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}\right)\right]=\rho\frac{Dv}{Dt} \quad (2.19\text{ ข})$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z}+\rho g_z+\frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial z}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial z}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[2\mu\frac{\partial w}{\partial z}-\frac{2}{3}\mu\nabla\cdot\vec{V}\right]=\rho\frac{Dw}{Dt} \quad (2.19\text{ค})$$

สมการ (2.19 ) เรียกว่า สมการของนาเวียร์ – สโตกส์ (Navier – stokes equation) ดังนั้นสมการของนาเวียร์ – สโตกส์ ในของไหลแบบยุบตัวไม่ได้ ($\nabla\cdot\vec{v}=\partial u/\partial x+\partial v/\partial y+\partial w/\partial z=0$) จะมีรูปแบบดังนี้

$$-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)+\rho g_x=\rho\frac{du}{dt} \quad (2.20\text{ก})$$

$$-\frac{\partial p}{\partial y}+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)+\rho g_y=\rho\frac{dv}{dt} \quad (2.20\text{ข})$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z}+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)+\rho g_z=\rho\frac{dw}{dt} \quad (2.20\text{ ค})$$

เขียนสมการใหม่ในรูปของตัวดำเนินการของลาปลาซ ( Laplacian operator ); $\nabla^2=\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)$ ได้ดังนี้

$$-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu\nabla^2 u+\rho g_x=\rho\frac{Du}{Dt} \quad (2.21\text{ ก})$$

$$-\frac{\partial p}{\partial y}+\mu\nabla^2 v+\rho g_y=\rho\frac{Dv}{Dt} \quad (2.21\text{ ข})$$

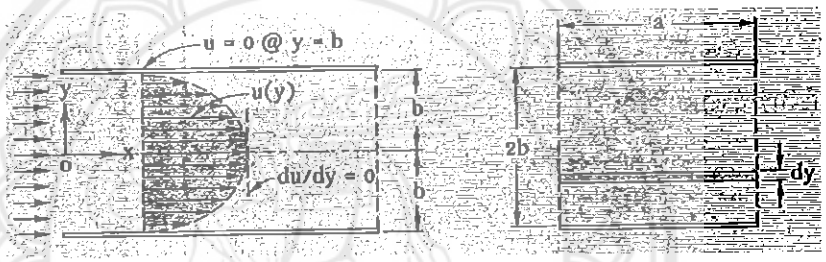
$$-\frac{\partial p}{\partial z}+\mu\nabla^2 w+\rho g_z=\rho\frac{Dw}{Dt} \quad (2.21\text{ ค})$$

## 2.8 การวิเคราะห์การไหลแบบราบเรียบสำหรับของไหลที่มีผลของความหนืด

ในการหาผลเฉลย (ความเร็ว) จากสมการของนาเวียร์ – สโตกส์ค่อนข้างยุ่งยาก ทั้งนี้ เนื่องจากพจน์ของความเร่งนำพา (convective acceleration, $u\partial u/\partial x, v\partial u/\partial y$ หรือ $w\partial u/\partial z$ ) ในสมการของนา

เวียร์ – สโตกส์นั้นทำให้เป็นสมการอนุพันธ์ย่อยแบบไม่เชิงเส้น ( nonlinear partial differential equation) ในการวิเคราะห์การไหลบางอย่างจะพบว่าพจน์ของความเร่งนำพานี้จะเป็นศูนย์หรือไม่มีในสมการ การหาผลเฉลยจากสมการอนุพันธ์จะง่ายขึ้น ผลเฉลยที่ได้ก็คือการกระจายความเร็วของของไหล ถ้านำการกระจายความเร็วที่ได้มาอินทิเกรตตลอดพื้นที่หน้าตัดการไหลจะได้อัตราการไหลโดยปริมาตร เป็นต้น ในการศึกษานี้จะวิเคราะห์การไหลแบบราบเรียบสำหรับของไหลยุบตัวไม่ได้ ดังต่อไปนี้

### 2.8.1 การไหลแบบราบเรียบภายใต้สภาวะคงตัวระหว่างแผ่นคู่ขนานที่ตรึงกับที่




รูปที่2.9 การไหลเต็มช่องทางการไหลระหว่างแผ่นคู่ขนาน

ในการไหลเต็มช่องทางการไหลระหว่างแผ่นคู่ขนานที่ตรึงกับที่ ดังภาพ โดยกำหนดให้ระยะห่างระหว่างแผ่นคู่ขนานเท่ากับ 2b และกว้าง a และตั้งแกน x และ y ตรงที่เส้นศูนย์กลางของช่องทางการไหล ภายใต้การไหลเต็มของทางไหล ความเร็วของของไหลจะเป็นฟังก์ชันกับ y(u=u(y)) เท่านั้น ในการวิเคราะห์รูปสมการของ u นี้ต้องอาศัยสมการความต่อเนื่อง สมการของนาเวียร์-สโตกส์ พร้อมกับข้อสมมติฐานและรายละเอียดต่างๆดังนี้

1. เป็นการไหล 2 มิติพิกัด $(x,y)(u=u(x,y),\ w=\partial/\partial z=0$ ภายใต้สภาวะคงตัว $(\partial/\partial t=0)$
2. เป็นของไหลยุบตัวไม่ได้และมีคุณสมบัติทางฟิสิกส์คงตัว
3. เป็นการไหลเต็มช่องทางไหล $(v=\partial v/\partial x=\partial v/\partial y=0)$ อาศัยสมการความต่อเนื่องจะพบว่า $\partial u/\partial x=0\rightarrow u=u(y)$
4. ไม่คิดแรงเนื่องจากน้ำหนักของของไหล $(\rho g_x=\rho g_y=\rho g_z=0)$

จากสมการของนาเวียร์-สโตกส์ สามารถนำมาพิจารณาได้ดังนี้

แกน $x$; $$-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)+\rho g_x=\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{u\partial u}{\partial x}+\frac{v\partial u}{\partial y}+\frac{w\partial u}{\partial z}\right)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x}+u\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0 \qquad (2.22\text{ ก})$$

แกน $y$; $-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)+\rho g_y=\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{u\partial v}{\partial x}+\frac{v\partial v}{\partial y}+\frac{w\partial v}{\partial z}\right)$

$$\frac{\partial p}{\partial y}=0 \qquad (2.22\text{ ข})$$

แกน $z$; $-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right)+\rho g_z=\rho\left(\frac{\partial w}{\partial t}+\frac{u\partial w}{\partial x}+\frac{v\partial w}{\partial y}+\frac{w\partial w}{\partial z}\right)$

$$\frac{\partial p}{\partial z}=0 \qquad (2.22\text{ ค})$$

จากสมการ (2.22ข) และ (2.22ค) พบว่า $p=p(x)$ ดังนั้นสมการ (2.22ก) **สามารถเขียนใหม่ได้ดังนี้**

$$-\frac{\partial p}{\partial x}+u\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$$

$$\frac{d^2u}{dy^2}=\frac{1}{u}\frac{dp}{dx}$$

**ทำการอินทิเกรตอิงตัวแปร y โดยที่** $dp/dx=$ **ค่าคงตัว**

$$\frac{du}{dy}=\frac{1}{u}\left(\frac{dp}{dx}\right)y+c_1 \qquad (2.23)$$

$$\text{อินทิเกรตครั้งที่ 2} \rightarrow \quad u=\frac{1}{2u}\left(\frac{dp}{dx}\right)y^2+c_1y+c_2 \qquad (2.24)$$

**เนื่องจากมีขอบเขตของ y ตั้งแต่ 0 ถึง b ดังนั้นจะได้**

$$\frac{du}{dy}=0@y=0\rightarrow c_1=0 \qquad (2.25)$$

$$u = 0@y = b \rightarrow c_2 = -\frac{1}{2\mu}\left(\frac{dp}{dx}\right)b^2 \qquad (2.26)$$

นำค่า $c_1$ และ $c_2$ แทนลงในสมการ (2.26) จะได้การกระจายความเร็ว

$$u = \frac{1}{2\mu}\left(\frac{dp}{dx}\right)\left(y^2 - b^2\right) = \frac{b^2}{2\mu}\left(-\frac{dp}{dx}\right)\left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right) \qquad (2.27)$$

สามารถหาอัตราการไหลโดยปริมาตรผ่านช่องทางการไหลที่มีความกว้างของแผ่นคู่ขนานเท่ากับ a ได้จาก

$$\dot{\nu} = \int_A u dA = 2\int_0^b \frac{b^2}{2\mu}\left(-\frac{dp}{dx}\right)\left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right)a dy$$

$$= \frac{ab^2}{\mu}\left(-\frac{dp}{dx}\right)\left[y - \frac{y^3}{3b^2}\right]_0^b$$

$$\dot{\nu} = \frac{2}{3}\frac{ab^3}{\mu}\left(-\frac{dp}{dx}\right) \qquad (2.28)$$

สามารถหาความเร็วเฉลี่ยได้จาก (โดยที่ A = 2ab)

$$\bar{v} = \frac{\dot{\nu}}{A} = \frac{1}{3}\frac{b^2}{\mu}\left(-\frac{dp}{dx}\right) \qquad (2.29)$$

เนื่องจากความเร็วสูงสุดของการไหลจะอยู่กึ่งกลางท่อ ดังนั้นสามารถหาความเร็วสูงสุดได้จากสมการที่ (2.27) โดยที่ y = 0 จะได้

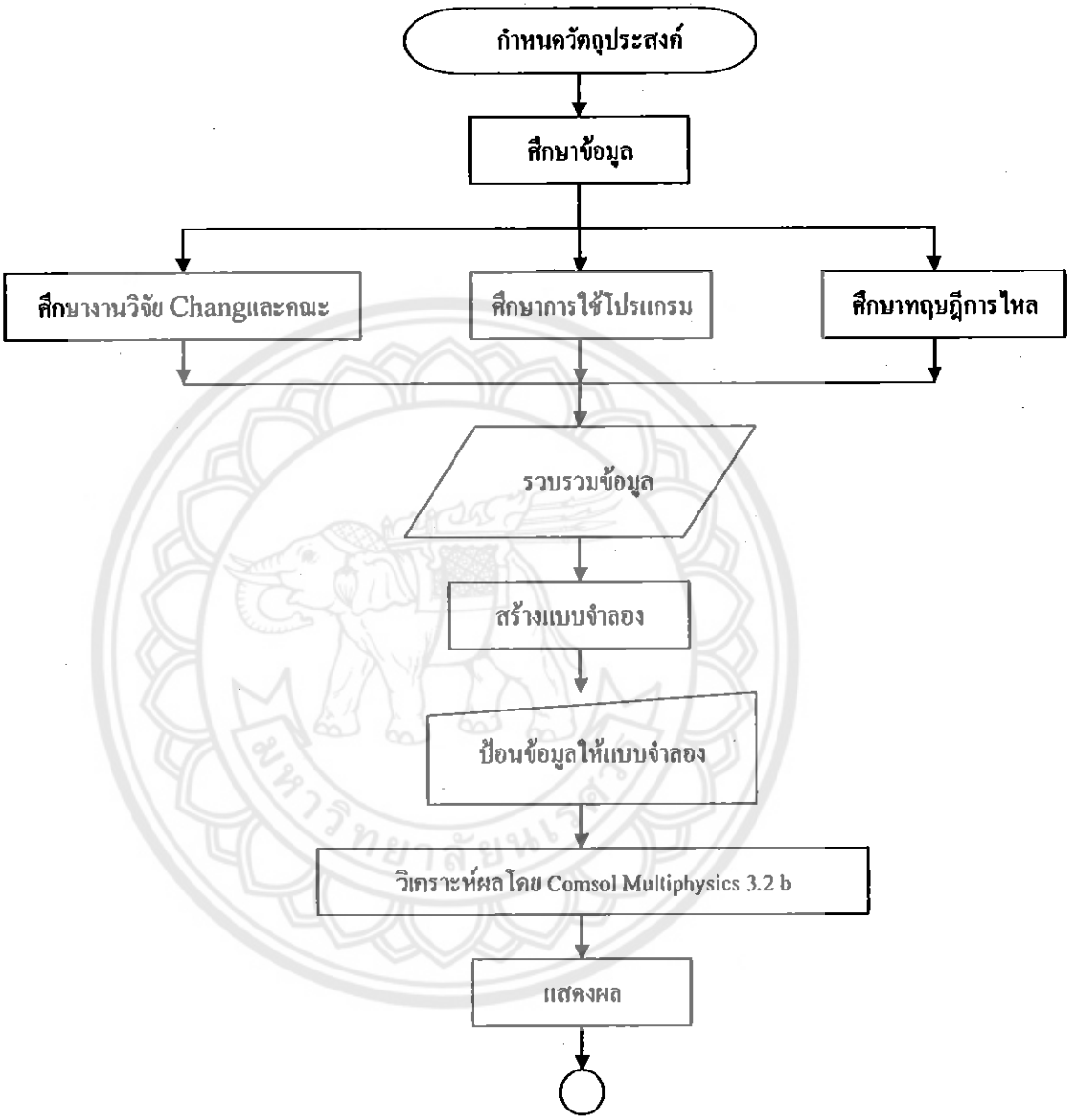
$$v_{max} = \frac{b^2}{2\mu}\left(-\frac{dp}{dx}\right) = \frac{3}{2}\bar{v} \qquad (2.30)$$

# บทที่ 3
# วิธีการดำเนินงาน

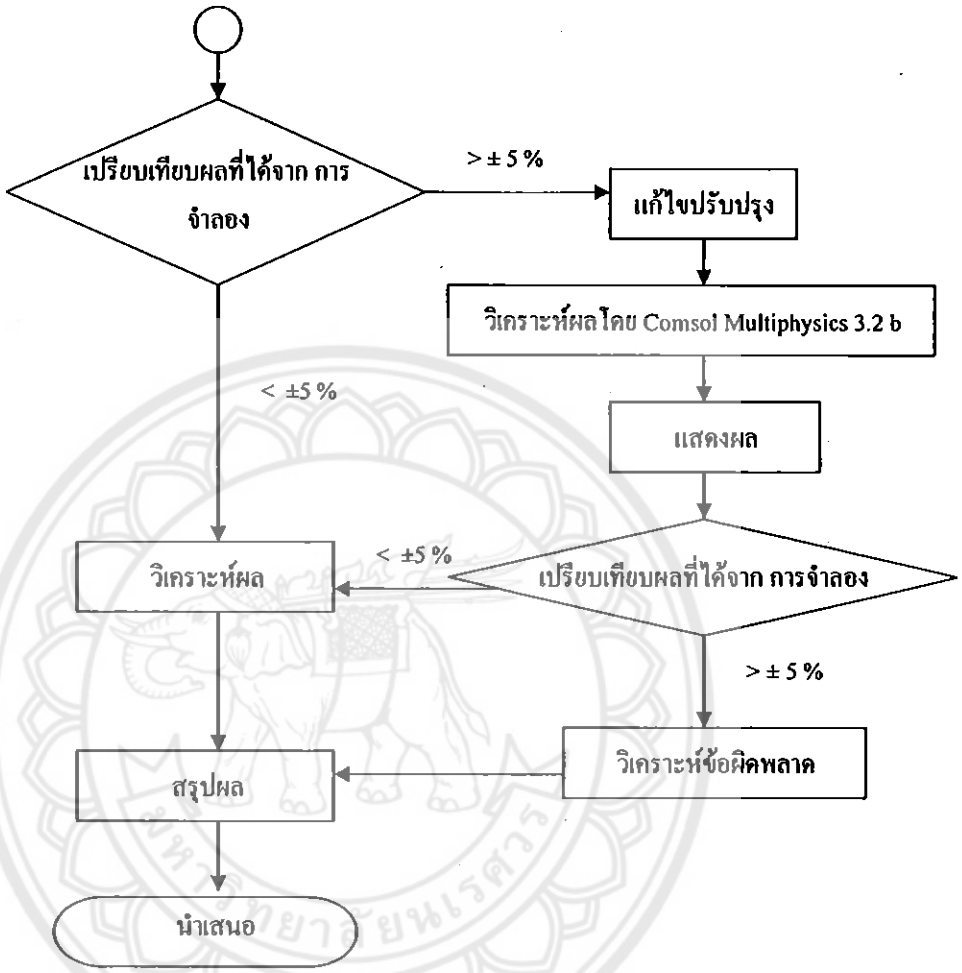
ในการดำเนินการสร้างแบบจำลองการไหลของเลือดในท่อลดขนาดพื้นที่หน้าตัด สามารถแบ่งขั้นตอนการดำเนินงานได้เป็น 3 ขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษางานวิจัยและข้อมูลที่เกี่ยวข้อง
2. สร้างแบบจำลองทางคอมพิวเตอร์
3. ทำการเปรียบเทียบและวิเคราะห์ผล

ซึ่งสามารถเขียนเป็นแผนภูมิขั้นตอนการดำเนินงานได้ดังนี้




**รูปที่ 3.1** แสดงลำดับขั้นตอนการทำงาน




**รูปที่ 3.1** แสดงลำดับขั้นตอนการทำงาน (ต่อ)

ห้องสมุดคณะวิศวกรรมศาสตร์



05000174

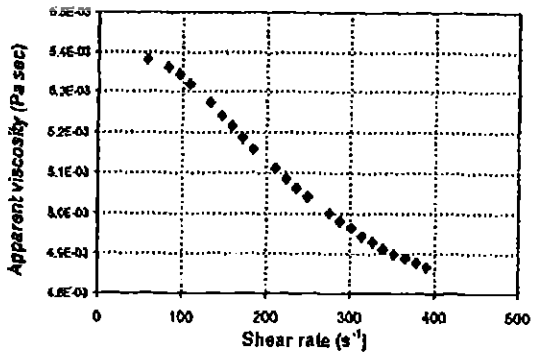
## 3.1 การศึกษางานวิจัยและข้อมูลที่เกี่ยวข้อง

### 3.1.1 การศึกษางานวิจัย

ทำการการศึกษางานวิจัยของ Chang เรื่องการไหลของเลือดในท่อระดับไมโครอย่างง่าย ( Blood Flow in Simple Microchannels ) ข้อมูลที่ได้คือ จากการศึกษางานวิจัยของ Chang และคณะ ซึ่งได้ศึกษาการไหลของเลือดผ่านท่อระดับไมครอนที่มีหน้าตัดสี่เหลี่ยม 3 แบบ ได้แก่ ท่อตรง , ท่องอ 90 องศา ,ท่อลดขนาดหน้าตัด แต่ข้อมูลที่จะนำมาใช้ในการเปรียบเทียบนั้นจะใช้แค่ส่วนที่เป็นท่อลดขนาดพื้นที่หน้าตัดลดลง 50 % ซึ่งมีขนาดเท่ากับ 200 μm x 60 μm x 6 mm แล้วลดขนาดเป็น 100 μm x 60 μm x 6 mm โดยในส่วนของท่อลดขนาดนี้จะทำการทดลองโดยใช้เลือดแกะที่ทำการแยกเอาเม็ดเลือดแดงออก ( Defibrinated sheep blood ) เพราะจะเป็นการทำให้ความหนืดของเลือดที่ใช้ในการทดลองมีค่าใกล้เคียงกับความหนืดของเลือดมนุษย์ และทำให้เลือดไม่เกิดการแข็งตัวในขณะทดลอง เลือดจะถูกสูบผ่านท่อลดขนาดที่เชื่อมต่อระหว่างแหล่งเก็บ 2 แหล่ง ที่อัตราการไหลเชิงปริมาตรจาก 2.5 ถึง 100 μl /min โดยใช้ปั๊มกระบอกฉีด หลังจากที่ไหลผ่านท่อลดขนาดแล้ว ของเหลวจะระบายออกที่ความดันบรรยากาศ สำหรับสมการที่ใช้ในการศึกษาของ Chang และคณะคือ สมการ power law ซึ่งมีรูปแบบคือ

$$\tau = k(\gamma)^n$$

ตัวแปรสำคัญที่ศึกษาในครั้งนี้คือ k และ n จะหาได้จากวิธียกกำลังสองน้อยที่สุดที่เหมาะสม ( least squares) ของความสัมพันธ์ของกราฟ log-log ระหว่าง Apparent viscosity และ shear rate ของความหนืดของเลือดโดยตรง



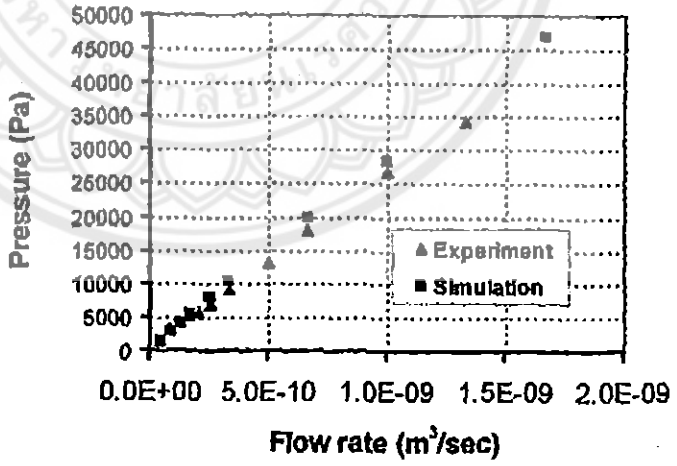

กราฟที่ 3.1 ความสัมพันธ์ระหว่าง Apparent viscosity กับ Shear rate ( Chang และคณะ )

ผลที่ได้จากการทดลองพบว่าความหนืดจะลดลงจาก $5.4\times10^{-3}$ Pa.s ลงมาเป็น $4.9\times10^{-3}$ Pa.s ที่ Shear rate 80 – 400 $s^{-1}$ และหาค่า $k = 0.00733$ Pa.$s^n$ โดย $n = 0.932$ และแรงเฉือนด้านของเลือดในท่อลดขนาดจะลดลง ในขณะที่อัตราการไหลจะเพิ่มขึ้น และความด้านทานที่เกิดขึ้นมีค่าประมาณ $2.5\times10^{13}$ kg /( s.$m^4$ ) ความสัมพันธ์ระหว่างความดันและอัตราการไหลที่ได้นั้นจะเป็นแบบไม่เป็นเชิงเส้น

ในส่วนการจำลองระบบ สำหรับท่อลดขนาดในโมเดลแบบ power law ของ Chang และคณะ เป็นการไหลที่อ้างอิงการไหลของของไหลแบบ นอนนิวทอเนียน (Non-newtonian) และจะใช้โปรแกรม CFD - ACE+ โดยกำหนดความดันเริ่มต้น ,ขอบเขตของการไหล และเลือกใช้สมการการไหลแบบ power law ในการจำลองระบบ

ส่วนการวิเคราะห์จะทำที่อัตราการไหลคงที่และผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นเมื่อนำมาเขียนเป็นกราฟก็จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างความดันกับอัตราการไหล

จากนั้นทำการเปรียบเทียบผลการจำลองกับผลการทดลองจริง จะเห็นว่ากราฟระหว่างความดันกับอัตราการไหลที่ได้จากการทดลองจริง จะให้ค่าที่ต่ำกว่าเล็กน้อย กราฟเชิงเส้นระหว่างความดันกับอัตราการไหลที่ได้มาครั้งแรกเป็นการประมาณค่าให้กราฟเป็นเส้นตรง ถึงแม้ว่าการใช้วิธีการจำลองค่าที่ได้นั้นไม่ค่อยแม่นยำแต่ก็ยังสามารถใช้ได้




<u>กราฟที่ 3.2</u> ความสัมพันธ์ระหว่าง Pressure กับ Flow rate ของการทดลองกับการจำลอง (Chang และคณะ )

### 3.1.2 ข้อมูลที่เกี่ยวข้อง

ส่วนข้อมูลที่เกี่ยวข้องที่ได้ศึกษา ได้แก่

3.1.2.1.1 ทฤษฎีการไหล

1. ศึกษาของไหลแบบนิวทอเนียนและ นอน-นิวทอเนียน
2. ศึกษาการไหลในท่อ

3.1.2.1.2 คุณสมบัติของเลือด

ค่าความหนืดเชิงจลน์เท่ากับ(Dynamic viscosity, $\eta$) 5.15 x $10^{-3}$ kg/ms

ค่าความหนาแน่นเท่ากับ ( Density, $\rho$ ) 1060 kg/ $m^3$

3.1.2.1.3 ศึกษาการใช้โปรแกรม Comsol Multiphysics 3.2 b

## 3.2 สร้างแบบจำลองทางคอมพิวเตอร์

การสร้างแบบจำลองทางคอมพิวเตอร์อุปกรณ์ที่ใช้ คอมพิวเตอร์ CPU : Pentium 4 3.0 GHz. , Ram : DDR 512 MB , HDD : SATA 80 GB , OS : Window XP Pack 1.และใช้โปรแกรม Comsol Multiphysics 3.2 b

### 3.2.1 สร้างท่อ

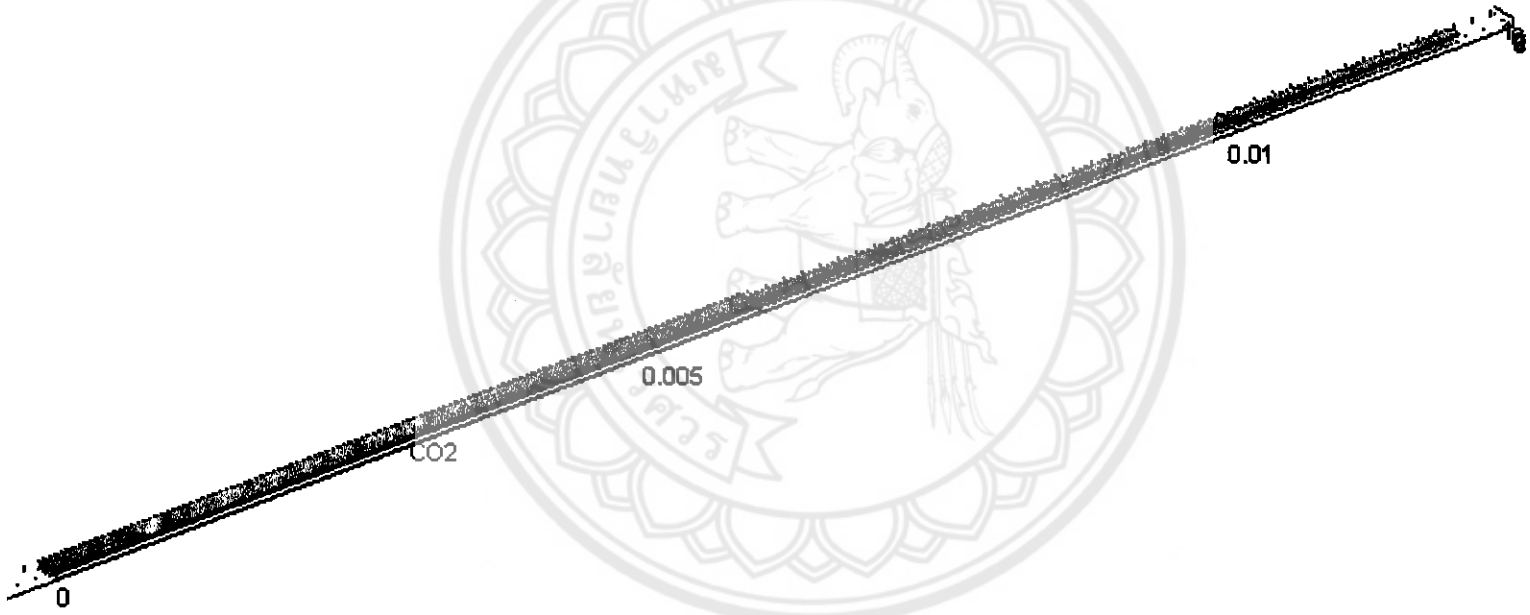
**3.2.1.1 การสร้างท่อแบบ 2 มิติ**

สร้างท่อลดขนาดพื้นที่หน้าตัดซึ่งมีขนาดเท่ากับ 200 μm x 6 mm แล้วลดขนาดเป็น 100 μm x 6 mm ดังรูป โดยมีขั้นตอนการปฏิบัติดังนี้

**รูปที่ 3.2** แสดงรูปทรงของท่อแบบ 2 มิติ

**3.2.1.2 การสร้างท่อแบบ 3 มิติ**

**การสร้างท่อลดขน**าดพื้นที่หน้าตัดซึ่งมีขนาดเท่ากับ 200 µm x 60 µm x 6 mm แล้วลดขนาดเป็น 100 µm x 60 µm x 6 mm ดังรูป โดยมีขั้นตอนการปฏิบัติดังนี้

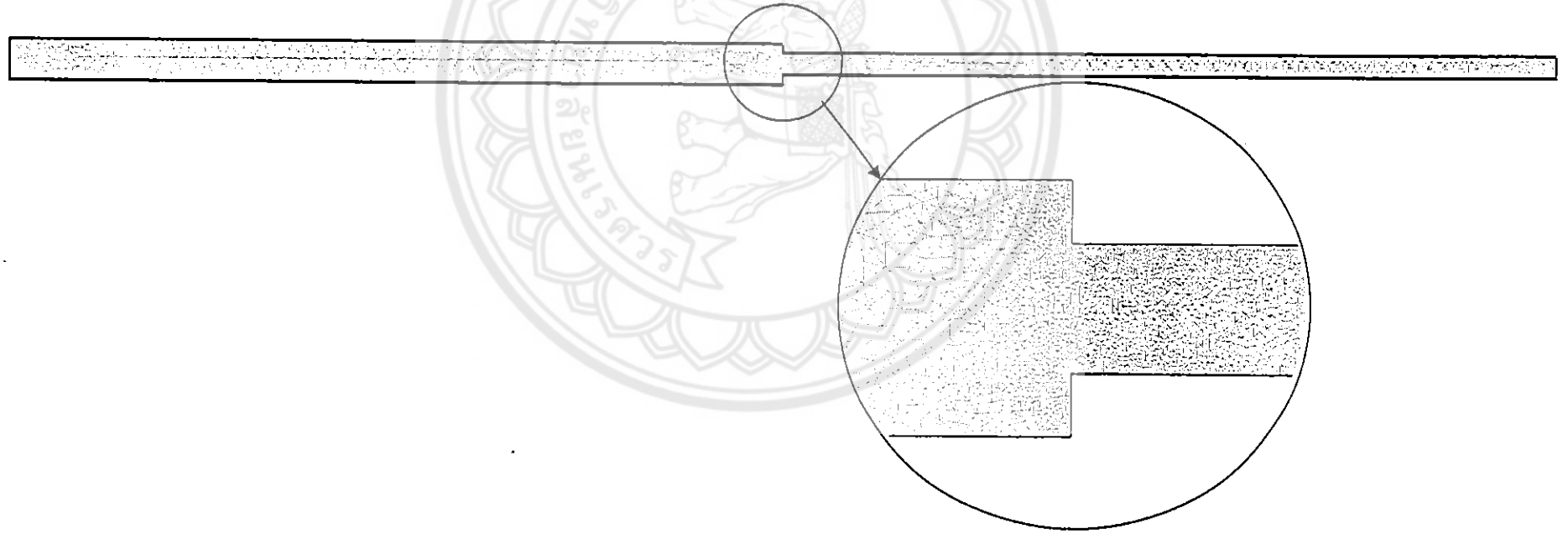



**รูปที่ 3.3 แสดงรูปทรงของท่อแบบ 3 มิติ**

### 3.2.2 แบ่งกริด ( Grid )

#### 3.2.2.1 การแบ่งกริดในแบบจำลอง 2 มิติ

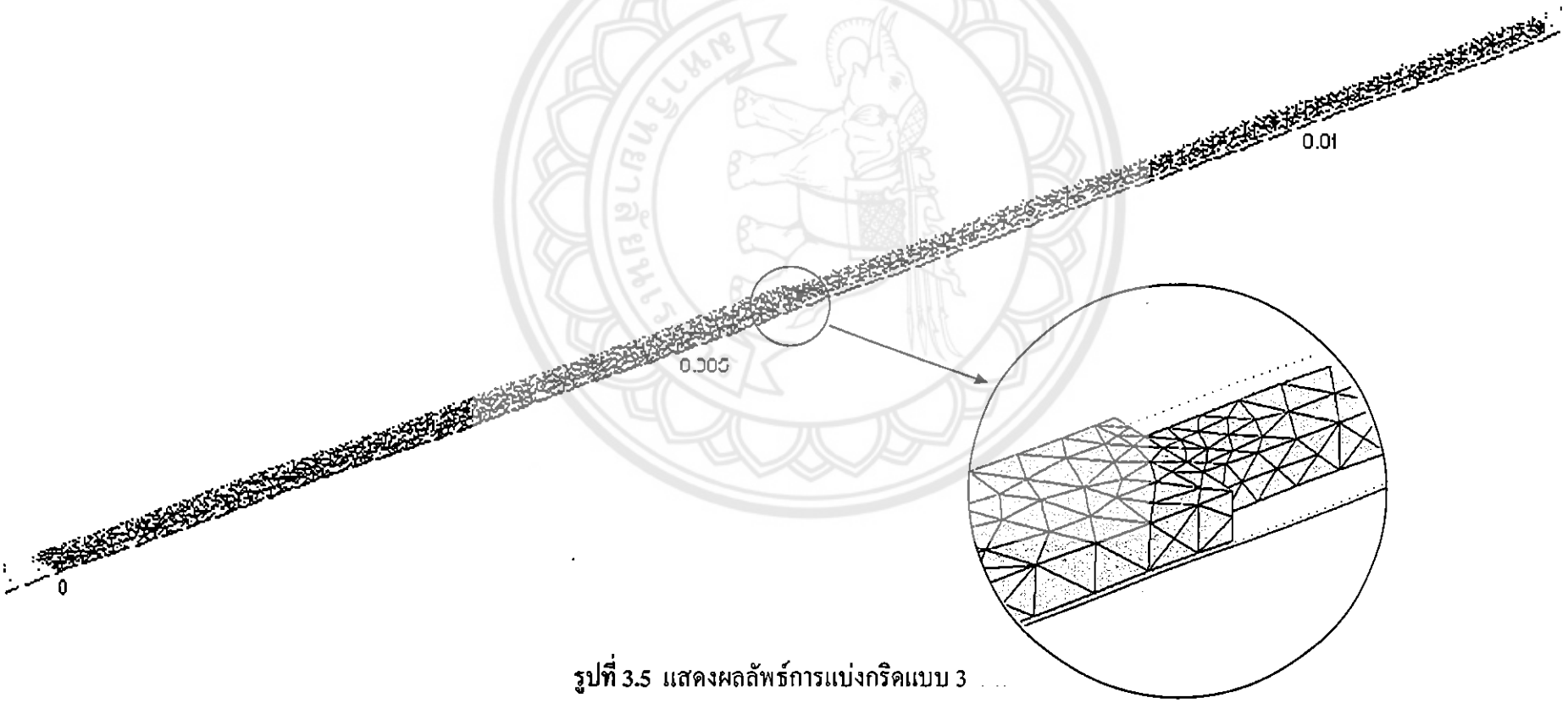
ใช้กริดสามเหลี่ยมวางตัวแบบไร้ระเบียบจำนวน 24072 กริด เมื่อแบ่งกริดแล้วจะได้ดังรูปที่ 3.4



**รูปที่ 3.4** แสดงผลลัพธ์การแบ่งกริดแบบ 2 มิติ

**3.2.2.2 การแบ่งกริดในแบบจำลอง 3 มิติ**

ใช้กริดสามเหลี่ยมวางตัวแบบไร้ระเบียบจำนวน 4011 กริด เมื่อแบ่งกริดแล้วจะได้ดังรูปที่ 3.5




**รูปที่ 3.5** แสดงผลลัพธ์การแบ่งกริดแบบ 3

## 3.3 เปรียบเทียบและวิเคราะห์ผล

นำค่า อัตราการไหล ( Q )และความดันที่ได้จากการทดลองมาเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Chang และคณะ ค่าจากการทดลองที่นำมาใช้เพื่อเป็นค่าเปรียบเทียบ ใช้ 6 ค่า ดังนี้

ตารางที่ 3.1 ตารางแสดงค่าจากการทดลองที่นำมาใช้เพื่อเป็นค่าเปรียบเทียบ

| Point | Q ($m^3$/sec) | V (m/sec) | Pressure (Pa) |
|---|---|---|---|
| 1 | $2.7x10^{-10}$ | $2.25x10^{-02}$ | 6430 |
| 2 | $3.3x10^{-10}$ | $2.75x10^{-02}$ | 8570 |
| 3 | $5.0x10^{-10}$ | $4.17x10^{-02}$ | 12850 |
| 4 | $6.8x10^{-10}$ | $5.67x10^{-02}$ | 17850 |
| 5 | $1.0x10^{-09}$ | $8.33x10^{-02}$ | 26070 |
| 6 | $1.3x10^{-09}$ | $1.08x10^{-01}$ | 33570 |

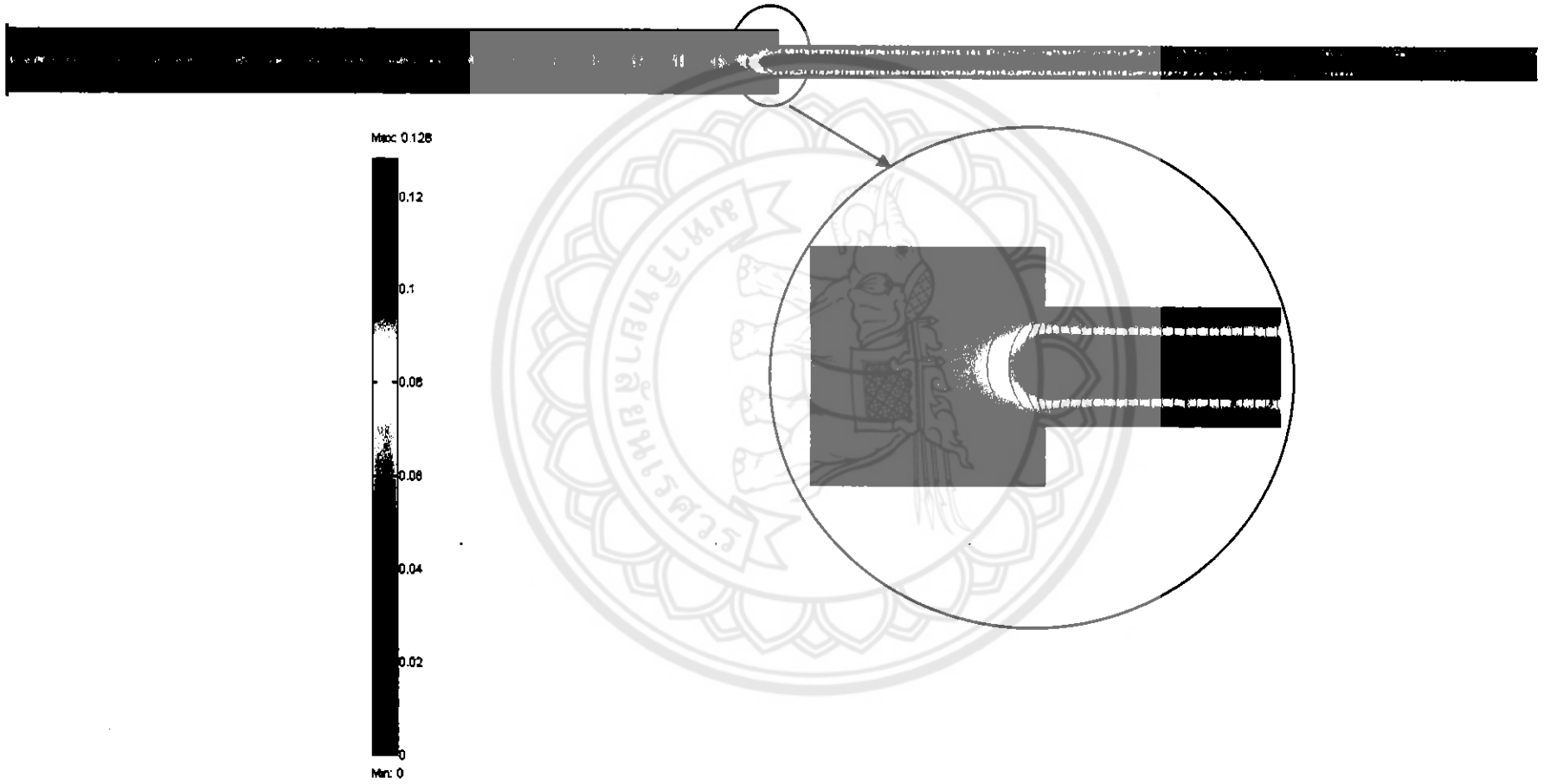
# บทที่ 4
# ผลการทดลองและผลการวิเคราะห์

## 4.1 ผลการทดลอง

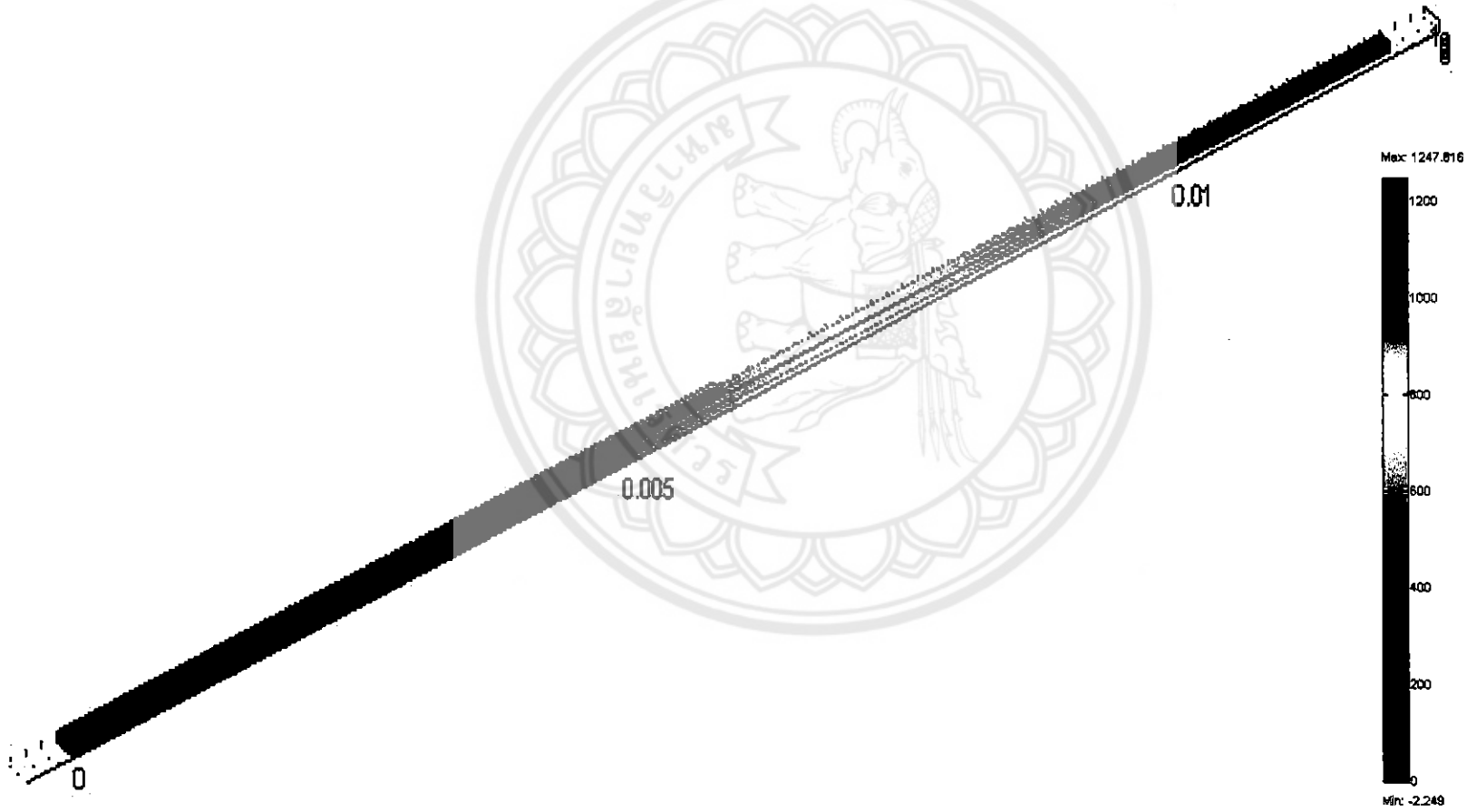
**ตารางที่ 4.1** ตารางแสดงการเปรียบเทียบผลการจำลองกับการทดลอง

| อัตราการไหล (Q) m³/s | ความเร็ว (V) m/s | ความดัน (จากการทดลอง) Pa | ความดัน (จากการจำลองแบบ 2 มิติ) Pa | %ความผิดพลาด (แบบ 2 มิติ) | ความดัน (จากการจำลองแบบ 3 มิติ) Pa | %ความผิดพลาด (แบบ 3 มิติ) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $2.7\times10^{-10}$ | $2.25\times10^{-2}$ | 6430 | 1894.67 | 70.53 | 10760 | 67.34 |
| $3.3\times10^{-10}$ | $2.75\times10^{-2}$ | 8570 | 2316.08 | 72.97 | 13220 | 54.26 |
| $5.0\times10^{-10}$ | $4.17\times10^{-2}$ | 12850 | 3511.10 | 72.68 | 19850 | 54.47 |
| $6.8\times10^{-10}$ | $5.67\times10^{-2}$ | 17850 | 4777.34 | 73.24 | 27320 | 53.05 |
| $1.0\times10^{-9}$ | $8.33\times10^{-2}$ | 26070 | 7031.07 | 73.03 | 36900 | 41.54 |
| $1.3\times10^{-9}$ | $1.08\times10^{-1}$ | 33570 | 9145.71 | 72.76 | 52030 | 54.99 |
| | | | %ความผิดพลาดเฉลี่ย (แบบ 2 มิติ) | 72.53 | %ความผิดพลาดเฉลี่ย (แบบ 3 มิติ) | 54.28 |

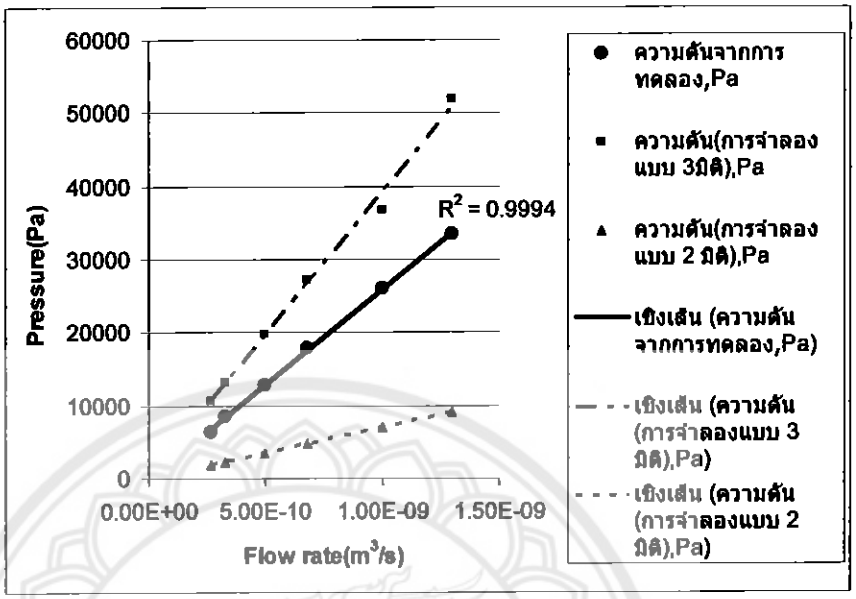
**หมายเหตุ** ค่า อัตราการไหล (Q) ,ความเร็ว(V) และความดัน(P) ของการทดลองเป็นการประมาณค่าจากกราฟผลการทดลองของ Chang และคณะ




**รูปที่ 4.1 ผลการจำลองแบบ 2 มิติ**




**รูปที่ 4.2** ผลการจำลองแบบ3 มิติ




**กราฟที่ 4.1** กราฟแสดงความสัมพันธ์ของ Pressure กับ Flow rate ที่ได้จากการจำลองเทียบกับผลการทดลองของ Chang และคณะ

จากกราฟจะเห็นว่าเส้นที่ได้จากการทดลองสามารถประมาณการให้เป็นของไหลแบบนิวทอเนียนได้ ดั้งนั้นจึงสามารถใช้สมการนาเวียร์- สโตกส์ได้ เมื่อทำการเปรียบเทียบการจำลองกับการทดลองของ Chang และคณะ

แบบจำลองแบบ 2 มิติ ที่อัตราการไหล เดียวกันจะมีค่าความดันต่ำกว่าการทดลองของ Chang และ คณะ เมื่ออัตราการไหลเพิ่มขึ้นเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดก็จะเพิ่มขึ้น ซึ่งสามารถคิดเป็นเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาด เฉลี่ยได้เท่ากับ 72.53 % โดยเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดจะหาจากสูตรดังนี้

$$\text{เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาด} = \frac{(P_{exp} - P_{sim})}{P_{exp}} \times 100$$

โดยที่ $P_{exp}$ = ความดันที่ได้จากการทดลอง ,Pa

$P_{sim}$ = ความดันที่ได้จากการจำลอง ,Pa

แบบจำลองแบบ 3 มิติ ที่อัตราการไหลเดียวกันจะมีค่าความดันสูงกว่าการทดลองของ Chang และ คณะ เมื่ออัตราการไหลเพิ่มขึ้นเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดก็จะเพิ่มขึ้น ซึ่งสามารถคิดเป็นเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาด เฉลี่ยได้เท่ากับ 54.28 %

## 4.2 วิเคราะห์ผลการจำลอง

ในการจำลองการไหลของเลือดในท่อขนาดไมครอนแบบลดขนาดหน้าตัดทันที แบบ 2 มิติ ปรากฏว่ามีค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดมากถึง 72.53 % และการจำลองแบบ 3 มิติ ผลปรากฏว่ามีค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดมากถึง 54.28 % ซึ่งมีค่าค่อนข้างสูง ความผิดพลาดเหล่านี้อาจเกิดเนื่องจากเหตุผลดังต่อไปนี้

4.2.1 เกิดเนื่องจากสมมติฐานที่ไม่เหมาะสม ดังนี้

4.2.1.1 ความหนืดมีค่าคงที่ แต่จากการทดลองของ Chang และคณะ พบว่ามีการเปลี่ยนแปลงของความหนืด ซึ่งความหนืดมีผลต่อสมการที่ใช้ในการจำลอง

4.2.1.2 ที่ทางเข้าการไหลเป็นแบบความเร็วสม่ำเสมอตลอดหน้าตัด ( Uniform flow ) แต่ในการทดลองของ Chang และคณะ ที่ปากทางเข้าจะไหลเป็นแบบพัฒนาเต็มท่อ ( Fully Develop ) ทำให้ค่าเฉลี่ยที่ได้ไม่เท่ากัน

4.2.2 เกิดเนื่องจากการอ่านค่าผลการทดลองจากกราฟของ Chang และคณะ เป็นการอ่านค่าโดยประมาณจึงไม่ค่อยมีความแม่นยำเท่าที่ควร

# บทที่ 5
# บทสรุป

## 5.1 สรุปผลโครงงาน

จากการจำลองท่อขนาดไมโครแบบลดขนาดหน้าตัดของท่อ ที่มีขนาดเท่ากับ 200 μm x 60 μm x 6 mm แล้วลดขนาดเป็น 100 μm x 60 μm x 6 mm โดยใช้โปรแกรม Comsol Multiphysics 3.2 b เพื่อทำนายลักษณะและพฤติกรรมการไหลของเลือดในท่อระดับไมโครแบบลดขนาดหน้าตัดของท่อ

สามารถสรุปได้ว่า จากผลการทดลองที่ได้จากการจำลองเมื่อนำไปเปรียบเทียบกับข้อมูลการทดลองของ Chang และคณะ พบว่าการจำลองแบบ 2 มิติ มีเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดมากถึง 72.53 % และ แบบ 3 มิติ มีค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดมากถึง 54.28 % จากค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดดังกล่าวจึงทำให้การจำลองที่ได้นั้น ไม่สามารถทำนายลักษณะและพฤติกรรมการไหลของเลือดในท่อระดับไมโครแบบลดขนาดหน้าตัดของท่อได้ เพราะมีค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดมากเกินค่าที่ยอมรับได้

ซึ่งค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดดังกล่าวน่าจะเกิดเนื่องจาก การตั้งสมมติฐานที่ไม่เหมาะสมในส่วนของการกำหนดให้ความหนืดมีค่าคงที่ ,ที่ทางเข้าการไหลเป็นแบบความเร็วสม่ำเสมอตลอดหน้าตัด ( Uniform flow ) และข้อผิดพลาดจากการอ่านค่าจากกราฟการทดลองที่ใช้เป็นตัวยืนยัน

# บรรณานุกรม

มนตรี พิรุณเกษตร. กลศาสตร์ของไหล. กรุงเทพมหานคร: วิทยพัฒน์ ,2545.

Anthony Esposito. Fluid Mechanics with applications. Ohio : Pearson Education,1998.

Bruce R. Munson ,Donald F. Young and Theodore H. Okiishi. Fundamental of fluid Mechanics. Singapore : John Wiley&Sons,2002.

Chang .et,al. " 1st Annual International IEEE-EMBS Special Topic Conference on Microtechnologies in Medicine & Biology ." October 12 – 14 ( 2000 ) : p.311 – 315

Glenn Elert.// " The Physics Factbook "./ Density of Blood.// 2004.// http://hypertextbook.com/facts/2004/MichaelShmukler.shtml.// 6 July 2004.

# ภาคผนวก

# ภาคผนวก ก.
# การสร้างแบบจำลอง

## 1. สร้างแบบจำลองทางคอมพิวเตอร์

การสร้างแบบจำลองทางคอมพิวเตอร์อุปกรณ์ที่ใช้ คอมพิวเตอร์ CPU : Pentium 4 3.0 GHz. , Ram : DDR 512 MB , HDD : SATA 80 GB , OS : Window XP Pack 1.และใช้โปรแกรม Comsol Multiphysics 3.2 b

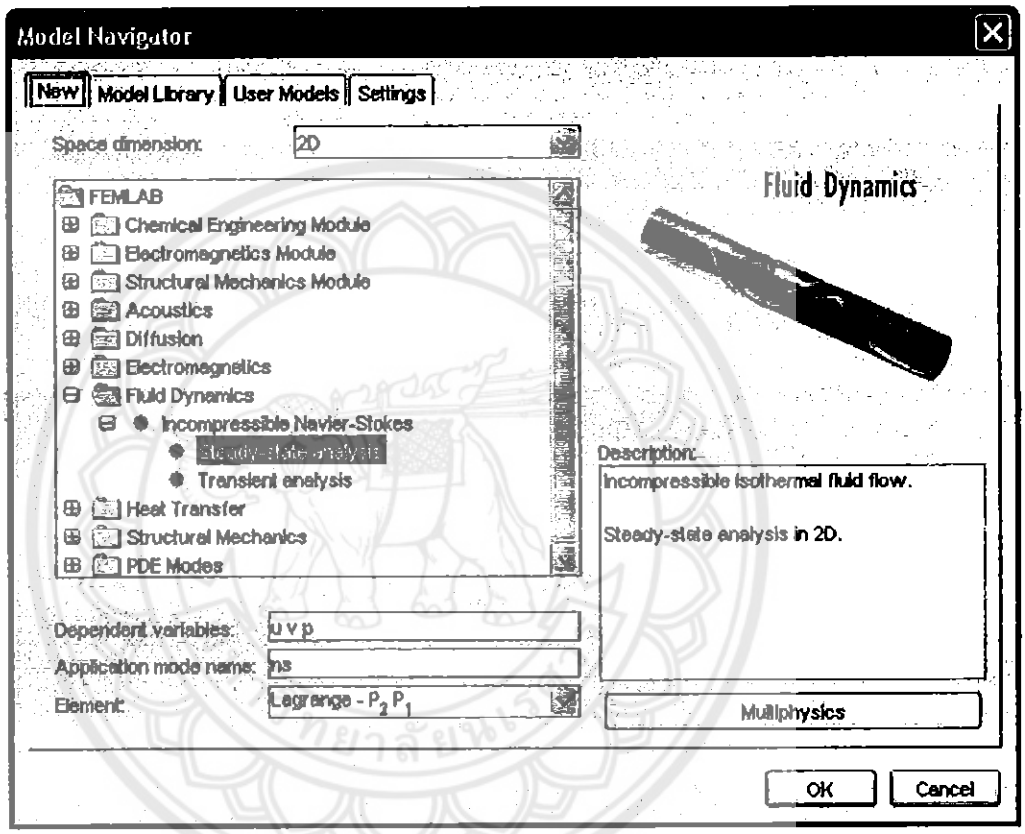
### 1.1 สร้างท่อ มีขั้นตอนดังนี้

1 การสร้างท่อแบบ 2 มิติ

สร้างท่อลดขนาดพื้นที่หน้าตัดซึ่งมีขนาดเท่ากับ 200 μm x 6 mm แล้วลดขนาดเป็น 100 μm x 6 mm ดังรูป โดยมีขั้นตอนการปฏิบัติดังนี้

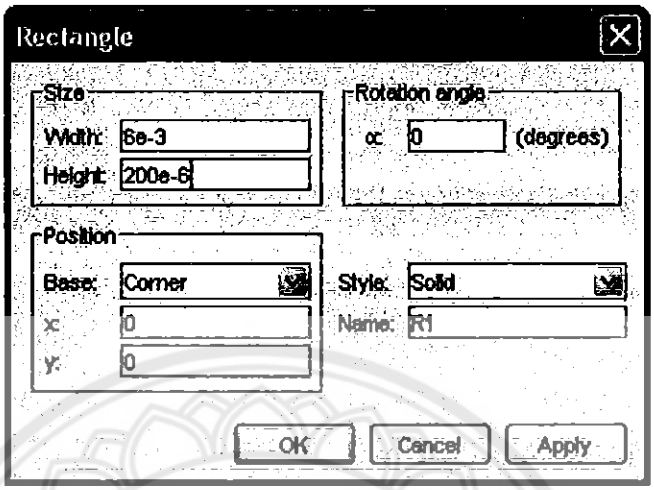
**รูปที่ ผ.1** แสดงรูปทรงของท่อ

- หลังจากดับเบิ้ลคลิกที่ไอคอนโปรแกรม Comsol Multiphysics 3.2 b บน Desktop แล้วให้เลือกใช้รูปแบบการวิเคราะห์ดังรูปที่ ผ.2 แล้วคลิกปุ่ม OK



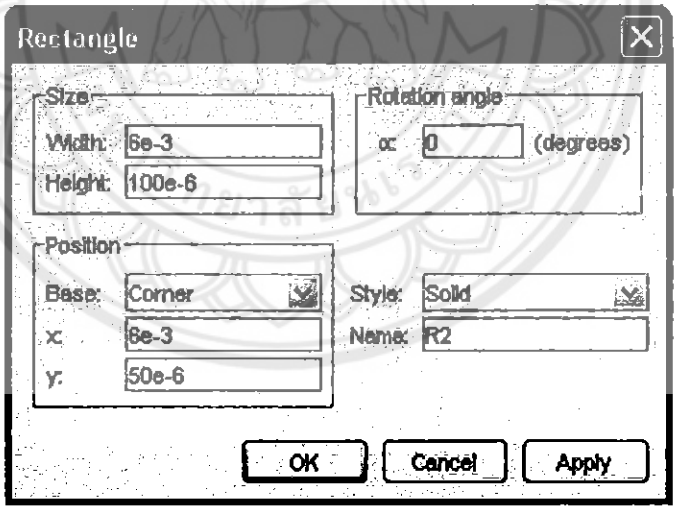

**รูปที่ ผ.2** แสดงการเลือกใช้รูปแบบการวิเคราะห์

- กดปุ่ม Shift ที่ Keyboard ค้างไว้แล้วคลิกที่ไอคอน ▭ จะปรากฏกล่องกำหนดขนาดของท่อ ให้กำหนดดังรูปที่ ผ.3




รูปที่ ผ.3 แสดงการกำหนดขนาดท่อใหญ่

- ทำซ้ำข้อก่อนหน้านี้ แต่เปลี่ยนการกำหนดค่าเป็นดังรูปที่ ผ.4




**รูปที่ ผ.4 แสดงการกำหนดขนาดท่อเล็ก**

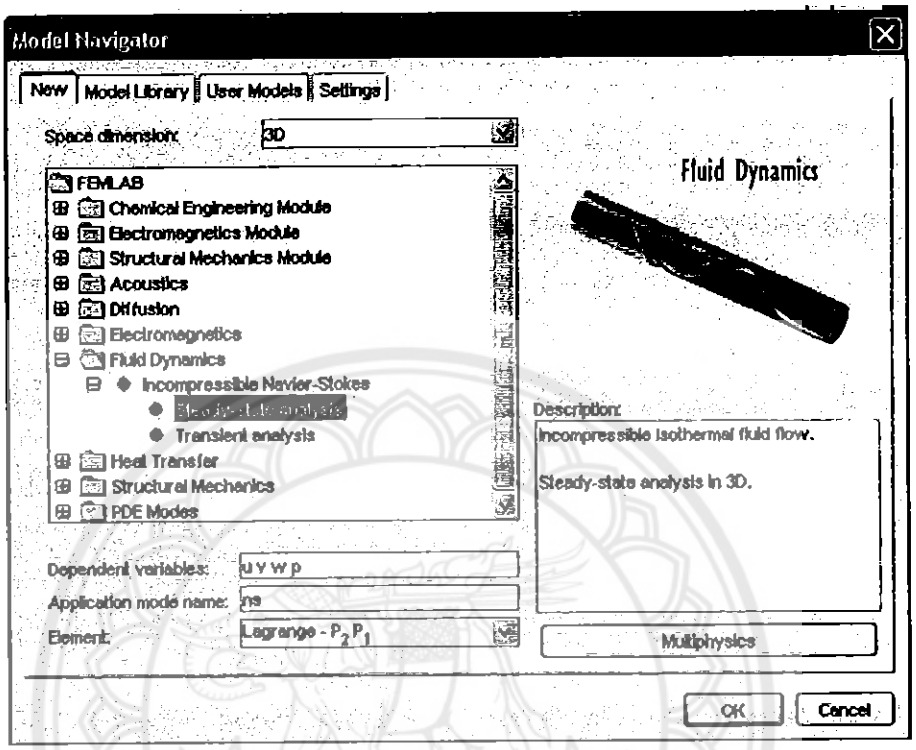
- กดปุ่ม Ctrl ค้างไว้แล้วคลิกเลือกท่อทั้ง 2 อัน แล้วคลิกไอคอน เสร็จแล้วคลิกไอคอน ก็จะได้แบบจำลองดังรูปที่ ผ.1

**1.2 การสร้างท่อแบบ 3 มิติ**

การสร้างท่อลดขนาดพื้นที่หน้าตัดซึ่งมีขนาดเท่ากับ 200 μm x 60 μm x 6 mm แล้วลดขนาดเป็น 100 μm x 60 μm x 6 mm ดังรูป โดยมีขั้นตอนการปฏิบัติดังนี้

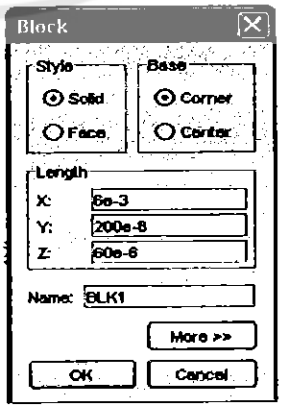
รูปที่ ผ.5 แสดงรูปทรงของท่อ

- หลังจากดับเบิ้ลคลิกที่ไอคอนโปรแกรม Comsol Multiphysics 3.2 b บน Desktop แล้วให้เลือกใช้รูปแบบการวิเคราะห์ดังรูปที่ ผ.6 แล้วคลิกปุ่ม OK



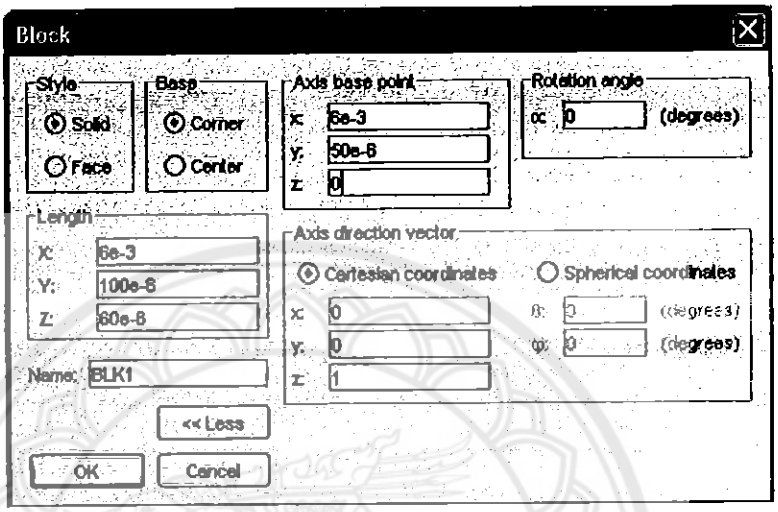

รูปที่ ผ.6 แสดงการเลือกใช้รูปแบบการวิเคราะห์

- กดปุ่ม Shift ที่ Keyboard ค้างไว้แล้วคลิกที่ไอคอน จะปรากฏกล่องกำหนดขนาดของท่อ ให้กำหนดดังรูปที่ ผ.7




**รูปที่ ผ.7 แสดงการกำหนดขนาดท่อใหญ่**

- ทำซ้ำข้อก่อนหน้านี้ แล้วกดปุ่ม More แล้วกำหนดค่าเป็นดังรูปที่ ผ.8




รูปที่ ผ.8 แสดงการกำหนดค่าของท่อเล็ก

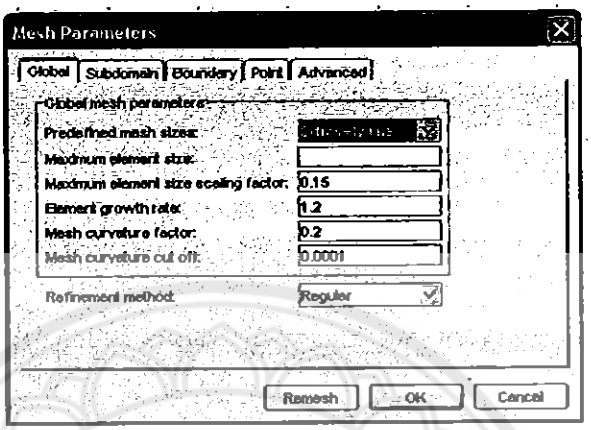
- กดปุ่ม Shift ค้างไว้แล้วคลิกเลือกท่อทั้ง 2 อัน แล้วคลิกไอคอน ● ก็จะได้แบบจำลองดังรูปที่ ผ.5

1.2 แบ่งกริด ( Grid ) มีขั้นตอนดังนี้

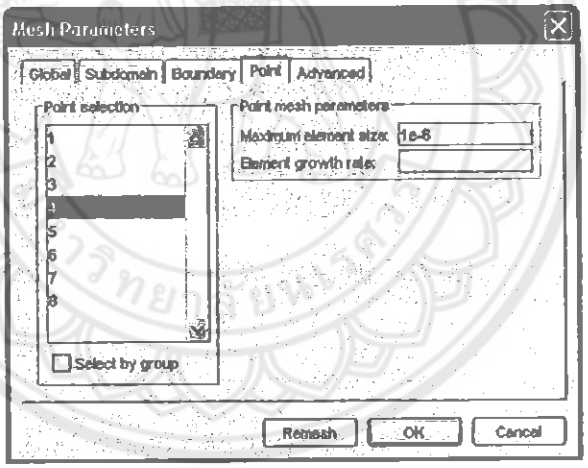
1. การแบ่งกริดในแบบจำลอง 2 มิติ

ใช้กริดสามเหลี่ยมวางตัวแบบไร้ระเบียบจำนวน 24072 กริด โดยการแบ่งกริดทำได้ดังนี้

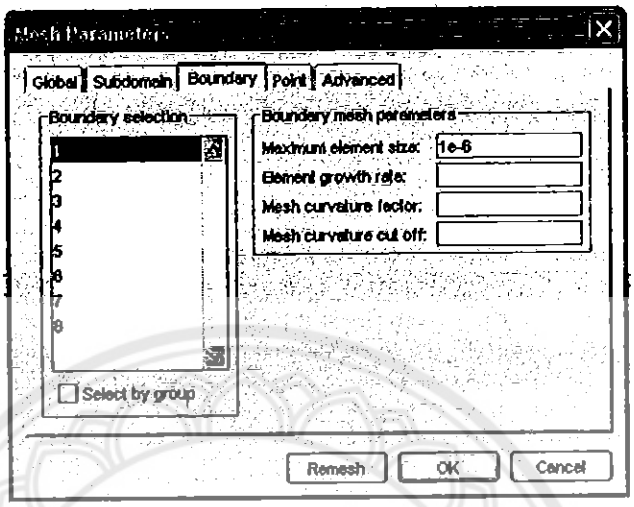
- เข้าเมนู Mesh เลือก Mesh Parameters กำหนดค่าดังรูปที่ ผ.9 , ผ. 10, ผ.11 แล้วกดที่ปุ่ม Remesh ที่ด้านล่างของกล่องกำหนดค่า




รูปที่ ผ.9 แสดงการกำหนดค่าใน Mesh Parameters แท็บ General




**รูปที่ ผ.10** แสดงการกำหนดค่าใน Mesh Parameters แท็บ Point ( จุด 4 , 5 กำหนดค่าเหมือนกัน )




**รูปที่** ผ.11 แสดงการกำหนดค่าใน Mesh Parameters แท็บ Boundary ( จุด 1 , 8 **กำหนดค่าเหมือนกัน** )

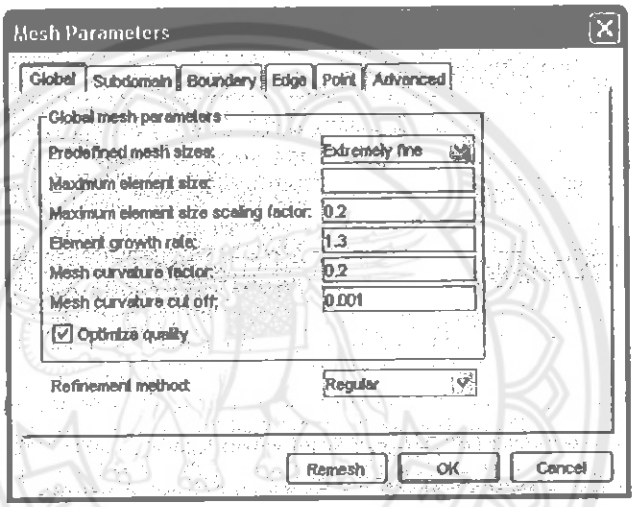
- ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นดังรูปที่ ผ.12

รูปที่ ผ.12 แสดงผลลัพธ์การแบ่งกริดแบบ 2 มิติ

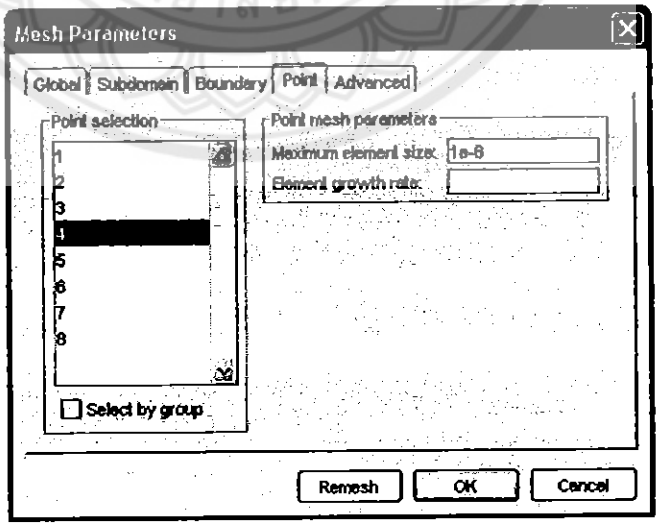
2. การแบ่งกริดในแบบจำลอง 3 มิติ

ใช้กริดสามเหลี่ยมวางตัวแบบไร้ระเบียบจำนวน 4011 กริด โดยการแบ่งกริดทำได้ดังนี้

- เข้าเมนู Mesh เลือก Mesh Parameters กำหนดค่าดังรูปที่ ผ.13 , ผ.14 แล้วกดที่ปุ่ม Remesh ที่ด้านล่างของกล่องกำหนดค่า

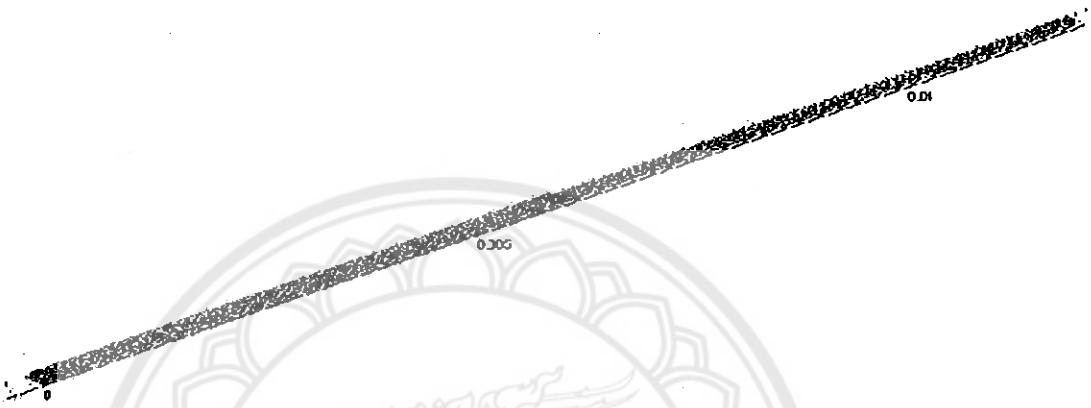



รูปที่ ผ.13 แสดงการกำหนดค่าใน Mesh Parameters แท็บ General




รูปที่ ผ.14 แสดงการกำหนดค่าใน Mesh Parameters แท็บ Subdomain

- ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นดังรูปที่ ผ.15

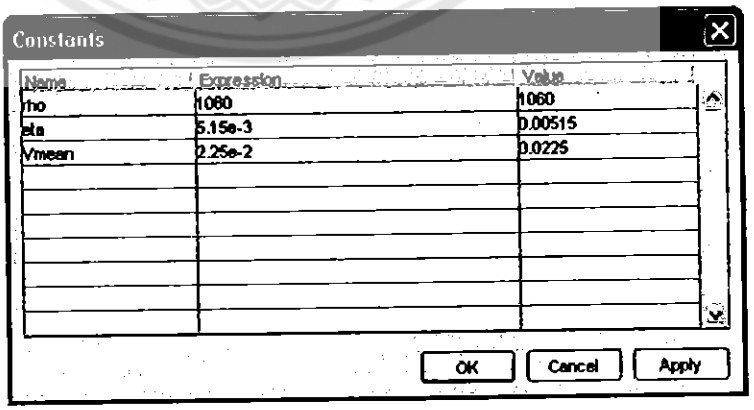



รูปที่ ผ.15 แสดงผลลัพธ์การแบ่งกริดแบบ 3 มิติ

## 1.3 การใช้โปรแกรมในการคำนวณ

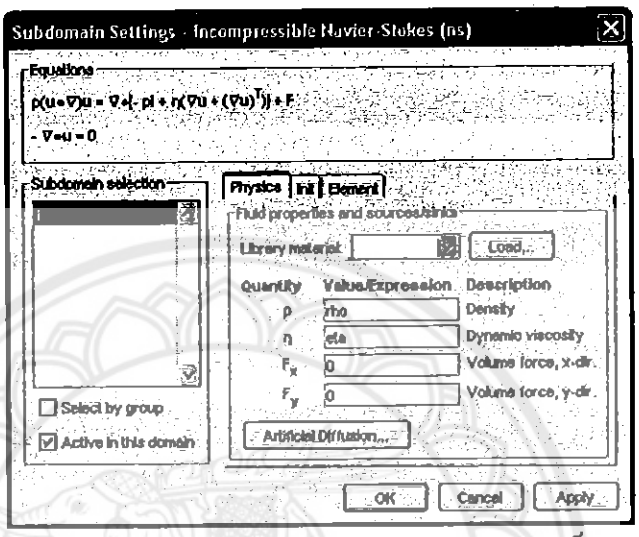
ในส่วนขั้นตอนการคำนวณของ 2 มิติ จะคล้ายคลึงกับ 3 มิติ จะต่างตรงที่ Boundary ที่ทางออกจะเป็นหมายเลข 12 ในการคำนวณจะต้องกำหนดค่าคงที่ต่างๆ เช่น กำหนดขอบเขต ,กำหนดค่าเริ่มต้น เป็นต้น โดยจะกำหนดดังนี้

- เข้าเมนู Options เลือก Constants กำหนดค่าต่างๆ ดังรูปที่ ผ.16



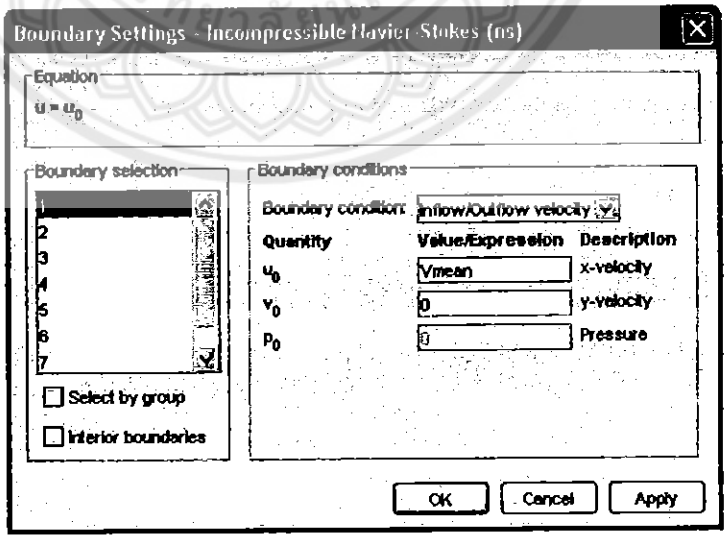

รูปที่ ผ .16 แสดงการกำหนดค่าคงที่

-เข้าเมนู Physics เลือก Subdomain Settings แล้วกำหนดค่าดังรูป ผ.17

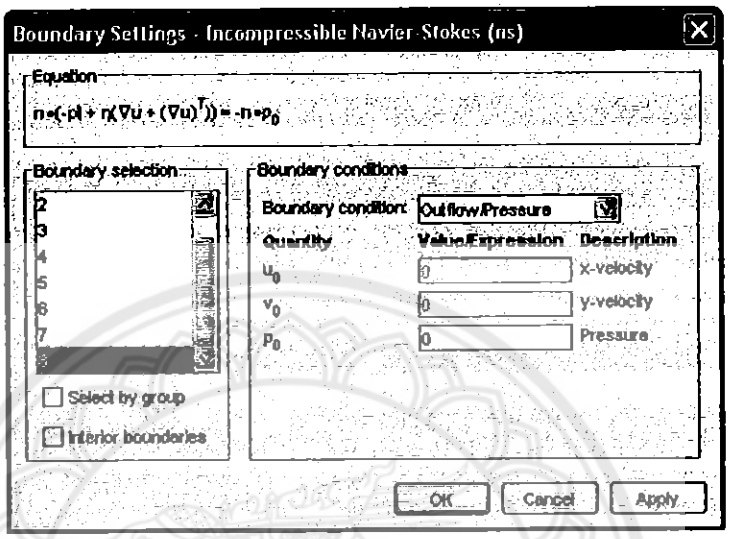



รูปที่ ผ .17 แสดงการกำหนดค่าใน Subdomain Settings แท็บ Physics

- เข้าเมนู Physics เลือก Boundary Settings แล้วกำหนดค่าดังรูปที่ ผ.18 และรูปที่ ผ.19

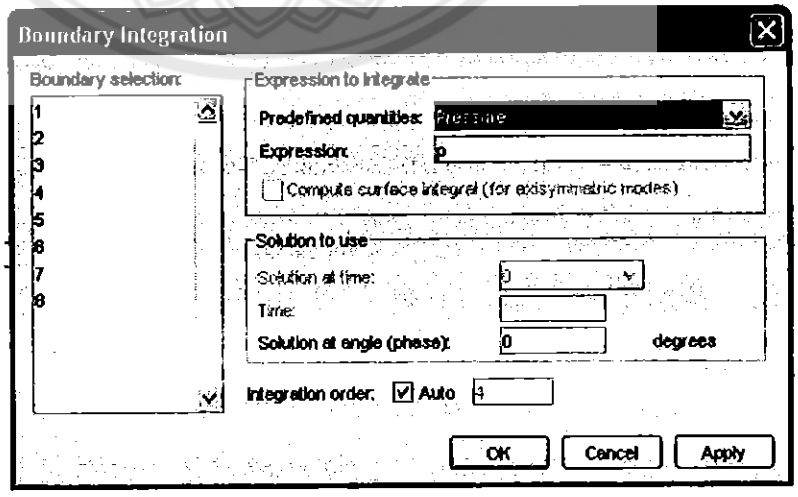



รูปที่ ผ.18 แสดงการกำหนดค่าใน Boundary Settings ที่ Boundary 1




รูปที่ ผ .19 แสดงการกำหนดค่าใน Boundary Settings ที่ Boundary 8

- หลังจากที่กำหนดค่าแล้วให้คลิกที่ไอคอน = แล้วรอผลการคำนวณ
- เมื่อโปรแกรมคำนวณเสร็จแล้ว จะเข้าเมนู Postprocessing เลือก Boundary Integration ทำการกำหนดค่าดังรูปที่ ผ.20 แล้วทำการ Integrate Boundary 1และ Boundary 8




รูปที่ ผ.20 แสดงการกำหนดค่าใน Boundary Integration

- เมื่อโปรแกรมคำนวณเสร็จแล้วจะดูผลการ Integrate ได้จากมุมซ้ายล่างของ window ดังรูปที่ ผ.21 แล้วนำค่าที่ได้ไปหารด้วยความพื้นที่หน้าตัดของ Boundary นั้นๆ

```
Value of integral: 1.829319, Expression: p, Boundary: 1.
Value of integral: 8.815405e-5, Expression: p, Boundary: 8.
```

รูปที่ ผ .21 แสดงการค่า Integrate ใน Boundary 1และ 8

- นำค่าที่ได้มาลบกันก็จะได้ Pressure drop ของการไหลที่ความเร็วนั้นๆ แล้วทำการบันทึกค่า

- ทำซ้ำใหม่โดยเปลี่ยนค่า Vmean เป็น $2.25 \times 10^{-2}$ , $2.75 \times 10^{-2}$ ,$4.17 \times 10^{-2}$ ,$5.67 \times 10^{-2}$ , $8.33 \times 10^{-2}$ ,$1.08 \times 10^{-1}$ ก็จะได้ผลการจำลองที่ค่าความเร็วต่างๆ ดังตาราง 3.1

# ภาคผนวก ข.
# ผลที่ได้จากการจำลอง

## ผลการจำลองแบบ 2 มิติ ที่ความเร็วการไหลต่างๆ

รูป ก. ที่ V = 2.25 x $10^{-2}$ m/s

รูป ข. ที่ V = 2.75 x $10^{-2}$ m/

รูป ค. ที่ V = $4.17 \times 10^{-2}$ m/s

รูป ง. ที่ V = $5.67 \times 10^{-2}$ m/s

รูป จ. ที่ V = 8.33 x $10^{-2}$ m/s

รูป ฉ. ที่ V = 1.08 x $10^{-2}$ m/s

**รูปที่ ผ.22 ผลการจำลองแบบ 2 มิติ ที่ความเร็วการไหลต่างๆ**