



การส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์  
ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม โดยการจัดการเรียนรู้แบบการ  
โต้แย้งทางคณิตศาสตร์



กัญชลิตา เจริญผล

การค้นคว้าอิสระเสนอบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยนเรศวร  
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต  
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา  
ปีการศึกษา 2566  
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยนเรศวร

การส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์  
ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม โดยการจัดการเรียนรู้แบบการ  
โต้แย้งทางคณิตศาสตร์



การค้นคว้าอิสระเสนอบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยนเรศวร  
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต  
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา  
ปีการศึกษา 2566  
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยนเรศวร

การค้นคว้าอิสระ เรื่อง "การส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทาง  
คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม โดยการจัดการเรียนรู้แบบการ  
โต้แย้งทางคณิตศาสตร์"

ของ กัญชลิตา เจริญผล

ได้รับการพิจารณาให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สิรินภา กิจเกื้อกูล)

อาจารย์ที่ปรึกษาการค้นคว้าอิสระ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชำนาญ ปาณวงษ์)

หัวหน้าภาควิชาการศึกษา



<b>ชื่อเรื่อง</b>	การส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อ ความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม โดยการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์
<b>ผู้วิจัย</b>	กัญชลิตา เจริญผล
<b>ประธานที่ปรึกษา</b>	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สิรินภา กิจเกื้อกูล
<b>ประเภทสารนิพนธ์</b>	การค้นคว้าอิสระ กศ.ม. คณิตศาสตร์ศึกษา, มหาวิทยาลัยนเรศวร, 2566
<b>คำสำคัญ</b>	การจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์, ความสามารถในการ การให้เหตุผล, ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทาง คณิตศาสตร์

### บทคัดย่อ

การวิจัยในครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ผู้เข้าร่วมวิจัยในครั้งนี้มีจำนวน 16 คน เป็นนักเรียนของโรงเรียนขยายโอกาสแห่งหนึ่งในจังหวัดกำแพงเพชร ใช้รูปแบบการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน จำนวน 4 วงจรปฏิบัติการ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ 1) แผนการจัดการเรียนรู้ 2) แบบสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 3) ใบกิจกรรม 4) แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และ 5) แบบสังเกตความสามารถการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยการวิเคราะห์เชิงเนื้อหา และตรวจสอบข้อมูลแบบสามเส้า ผลการวิจัยพบว่า ในระหว่างกิจกรรมการเรียนรู้ครูควรกำหนดสถานการณ์ปัญหาที่กระตุ้นให้เกิดการคาดเดาที่หลากหลายและครูควรใช้คำถามปลายเปิดเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคาดเดา ให้เหตุผล และสรุป นอกจากนี้ครูควรสร้างบรรยากาศการเรียนรู้เชิงบวก ซึ่งจะช่วยส่งเสริมให้เกิดการโต้แย้งในชั้นเรียนส่งผลให้นักเรียนสามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น เมื่อได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ตามวงจรปฏิบัติการที่ 1 2 3 และ 4 ตามลำดับ

<b>Title</b>	PROMOTING MATHEMATICAL REASONING AND MATHEMATICAL COMMUNICATION ABILITIES OF GRADE 6 STUDENTS IN TRIANGLES BY MATHEMATICAL ARGUMENTS LEARNING APPROACH
<b>Author</b>	Kanchalita Jalerphon
<b>Advisor</b>	Assistant Professor Sirinapa Kijkuakul, Ph.D.
<b>Academic Paper</b>	M.Ed. Independent Study in Mathematics Education, Naresuan University, 2023
<b>Keywords</b>	mathematical arguments learning approach, mathematical reasoning ability, mathematical communication ability

### ABSTRACT

This research aims to study learning implementation that promotes mathematical reasoning and mathematical communication abilities of grade 6 students in triangles by the mathematical arguments learning approach. The research participants were 16 students at the Opportunity Expansion School in Kamphaeng Phet province. This research used four spiral cycles of the classroom action research model. The research instruments were 1) lesson plans, 2) reflective journals, 3) worksheets, 4) Mathematical reasoning and communication abilities test, and 5) observation form. Data were analyzed by content analysis, and checked for trustworthiness by method triangulation. The results that during learning activities teachers should define problem situations that variety of guesses, and use open-ended questions to encourage students to conjecturing, justify, and conclude. In addition, teachers should create a positive learning atmosphere. This will increase argumentation in classroom. As a result, students developed mathematical reasoning and mathematical communication abilities when they had learned through the mathematical arguments learning approach in triangles according to 1 2 3 and 4 cycles.



## ประกาศคุณูปการ

การค้นคว้าอิสระฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้เป็นอย่างดีด้วยความเมตตากรุณาอย่างสูงจากผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สิริินภา กิจเกื้อกูล อาจารย์ที่ปรึกษาการค้นคว้าอิสระ ที่กรุณาให้คำปรึกษา คำแนะนำ ข้อคิดเห็นต่าง ๆ ที่เป็นประโยชน์ในการค้นคว้าอิสระด้วยความกรุณาและความเอาใจใส่เสมอมา อีกทั้งยังช่วยเป็นแรงผลักดันให้ผู้วิจัยสามารถก้าวข้ามอุปสรรคต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นตลอดระยะเวลาในการทำ การค้นคว้าอิสระฉบับนี้ ผู้วิจัยจึงใคร่ขอกราบขอบพระคุณท่านอาจารย์เป็นอย่างสูง

ขอขอบคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. วรินทร์ พูนไพบูลย์พิพัฒน์และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. วิเชียร ชำรงโสทธิสกุล อาจารย์ประจำภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร จังหวัดพิษณุโลก และนายวุฒิสักดิ์ บุญคง ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนวัดไผ่ค่อม (แพร - ประชาอุปถัมภ์) จังหวัดพิษณุโลก ที่กรุณาให้คำแนะนำแก้ไขและตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า จนทำให้การศึกษาค้นคว้าอิสระครั้งนี้มีความถูกต้องและสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอขอบคุณผู้อำนวยการ คณะครู และขอขอบคุณนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2565 โรงเรียนบ้านบึงมาลัย ที่ให้ความร่วมมือและช่วยเหลือในการเก็บข้อมูลการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นอย่างดี

ขอขอบคุณท่านอาจารย์ในสาขาคณิตศาสตร์ศึกษาทุกท่านที่ได้มอบความรู้และทักษะในการทำ การค้นคว้าอิสระฉบับนี้ รวมทั้งเจ้าหน้าที่คณะศึกษาศาสตร์ทุกท่านที่คอยช่วยเหลือและอำนวยความสะดวกในด้านต่าง ๆ อย่างเป็นกัลยาณมิตรเสมอมา และขอบคุณเพื่อนนิสิตปริญญาโทที่เป็นส่วนเป็น สำคัญในการให้ความช่วยเหลือและเป็นกำลังใจที่ดีให้กับผู้วิจัยตลอดมา

สุดท้ายนี้ขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา และครอบครัวของผู้วิจัยที่ให้กำลังใจและให้การ สนับสนุนในทุก ๆ ด้านอย่างดีที่สุดเสมอมา

คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากการศึกษาค้นคว้าอิสระฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบและอุทิศแด่ผู้มี พระคุณทุกท่าน และหวังเป็นอย่างยิ่งว่างานวิจัยฉบับนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาการจัดการเรียนรู้ ต่อไป

กัญชลิตา เจริญผล

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ก
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ง
ประกาศศุณฺพการ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฌ
สารบัญรูปภาพ.....	ฑ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาของปัญหา.....	1
คำถามการวิจัย.....	5
จุดมุ่งหมายของการวิจัย.....	6
ความสำคัญของการวิจัย.....	6
ขอบเขตการวิจัย.....	6
ผู้เข้าร่วมวิจัย.....	6
ขอบเขตด้านเนื้อหา.....	6
ขอบเขตด้านระยะเวลา.....	6
สิ่งที่ศึกษา.....	7
นียมศัพท์เฉพาะ.....	7
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	8



บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	9
หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560).....	10
1. ความสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ .....	10
2. สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.....	10
3. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์.....	11
4. คุณภาพของนักเรียน.....	12
5. มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 .....	13
การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์.....	16
1. ความหมายของการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์.....	16
2. ลักษณะของการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ .....	17
3. การจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์.....	18
4. บทบาทครูและนักเรียนในการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์.....	21
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	23
1. ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	23
2. ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ .....	24
3. การส่งเสริมและพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ .....	27
4. การวัดและประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ .....	28
5. ลักษณะและประเภทของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ .....	31
ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ .....	32

1. ความหมายของการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ .....	32
2. การส่งเสริมและพัฒนาการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์.....	34
3. การวัดและประเมินความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์... ..	35
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง .....	37
1. งานวิจัยในประเทศ .....	37
2. งานวิจัยในต่างประเทศ .....	40
บทที่ 3 วิธีดำเนินงานวิจัย.....	42
ผู้เข้าร่วมวิจัย.....	42
รูปแบบการวิจัย .....	42
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	43
การสร้างและพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย .....	44
การเก็บรวบรวมข้อมูล .....	52
การวิเคราะห์ข้อมูล .....	53
บทที่ 4 ผลการวิจัย.....	59
1. แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม โดยการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ .....	59
2. ความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม.....	88

2.1 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม	88
2.2 ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม	101
บทที่ 5 บทสรุป	121
สรุปและอภิปรายผลการวิจัย	121
1. แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม โดยการจัดการเรียนรู้แบบโต้แย้งทางคณิตศาสตร์	121
2. ความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม	124
ข้อค้นพบเพิ่มเติม	126
ข้อเสนอแนะ	127
บรรณานุกรม	128
ภาคผนวก	134
ประวัติผู้วิจัย	189

## สารบัญตาราง

หน้า

ตาราง 1 แสดงตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต.....	13
ตาราง 2 แสดงตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต.....	14
ตาราง 3 แสดงตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต.....	14
ตาราง 4 แสดงตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต.....	15
ตาราง 5 แสดงตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น .....	16
ตาราง 6 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนผลการทำข้อสอบอัตนัย ทักษะ/กระบวนการการให้ เหตุผลของกรมวิชาการ.....	29
ตาราง 7 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนเพื่อประเมินความสามารถในการให้เหตุผล.....	30
ตาราง 8 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	30
ตาราง 9 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนผลการทำข้อสอบแบบอัตนัยทักษะการสื่อสารทาง คณิตศาสตร์ .....	36
ตาราง 10 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้านการ สื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	37
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของการวิจัยในแต่ละข้อดังตาราง	
ตาราง 11 แสดงจุดมุ่งหมายของการวิจัยและเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	43

ตาราง 12 แสดงลำดับวงจรปฏิบัติการ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ เนื้อหา สถานการณ์ที่ใช้ โต้แย้ง และเวลาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้.....	45
ตาราง 13 แสดงการเก็บรวบรวมข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล .....	52
ตาราง 14 แสดงความสัมพันธ์ของเครื่องมือที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลตามจุดมุ่งหมายของ การวิจัย .....	54
ตาราง 15 แสดงตัวอย่างการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ นักเรียน .....	56
ตาราง 16 แสดงตัวอย่างการวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียน.....	57
ตาราง 17 แสดงผลการสะท้อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม วงจรปฏิบัติที่ 1.....	64
18 แสดงผลการสะท้อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม วงจรปฏิบัติที่ 2 .....	70
ตาราง 19 แสดงผลการสะท้อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม วงจรปฏิบัติที่ 3.....	76
ตาราง 20 แสดงผลการสะท้อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม วงจรปฏิบัติที่ 4.....	81
ตาราง 21 แสดงแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ที่ ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร .....	85
ตาราง 22 แสดงการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างการจัด จัดการเรียนรู้วงจรปฏิบัติที่ 1 ถึง วงจรปฏิบัติที่ 4 .....	88
ตาราง 23 แสดงการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากการทำ แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทาง คณิตศาสตร์เป็นรายบุคคล (นักเรียนทั้งหมด 16 คน).....	89

ตาราง 24 การวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ระหว่างการจัดการเรียนรู้วงจรถอบปฏิบัติที่ 1 ถึง วงจรถอบปฏิบัติที่ 4.....	101
ตาราง 25 แสดงการวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคล (นักเรียนทั้งหมด 16 คน).....	103
ตาราง 26 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม.....	136
ตาราง 27 แสดงผลการประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6.....	142

## สารบัญรูปภาพ

	หน้า
ภาพ 1 วงจรของการวิจัยเชิงปฏิบัติการ .....	43
ภาพ 2 นักเรียนแต่ละกลุ่มสำรวจหลังคาบ้านโดยวัดขนาดของความยาวหลังคารูปสามเหลี่ยม แต่ละด้านและวัดขนาดของมุมแต่ละมุมโดยใช้ไม้ฉาก .....	63
ภาพ 3 นักเรียนทำกิจกรรมถามปู้บตอบปู้บรีบโซคเป็นรายกลุ่ม .....	68
ภาพ 4 นักเรียนแสดงการคาดเดาโดยใช้รูปสามเหลี่ยมมาอธิบายแสดงแนวคิด .....	69
ภาพ 5 ตัวอย่างใบกิจกรรมมาสร้างรูปสามเหลี่ยมกันเถอะที่ปรับให้มีคำถามนำสำหรับชี้แจงนักเรียนในขั้นของการคาดเดา .....	71
ภาพ 6 นักเรียนแสดงแนวคิดและนำเสนอขั้นตอนการสร้างรูปสามเหลี่ยม .....	75
ภาพ 7 นักเรียนแลกเปลี่ยนการคาดเดากับเพื่อนต่างกลุ่มเกี่ยวกับการสร้างรูปสามเหลี่ยม .....	75
ภาพ 8 นักเรียนแสดงการตรวจสอบวิธีการหาพื้นที่รูปสามเหลี่ยม .....	80
ภาพ 9 พัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลในแต่ละด้าน .....	90
ภาพ 10 พัฒนาการทางความสามารถในการให้เหตุผลด้านการหาข้อสรุปของปัญหา .....	91
ภาพ 11 ตัวอย่างใบกิจกรรม หลังคาศาลานั่งเล่น ที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการให้เหตุผลด้านการหาข้อสรุปของปัญหาอยู่ในระดับ 2 .....	92
ภาพ 12 ตัวอย่างใบกิจกรรม เชื่อได้หรือไม่ ที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการให้เหตุผลด้านการหาข้อสรุปของปัญหาอยู่ในระดับ 2 .....	93
ภาพ 13 ตัวอย่างใบกิจกรรม มาสร้างรูปสามเหลี่ยมกันเถอะ ที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการให้เหตุผลด้านการหาข้อสรุปของปัญหาอยู่ในระดับ 3 .....	94

ภาพ 14 ตัวอย่างในใบกิจกรรม พิชซ่าฮีโร่ 3 เหลี่ยมจัมโบ้ ที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการให้เหตุผลด้านการหาข้อสรุปของปัญหาอยู่ในระดับ 3 .....	94
ภาพ 15 ตัวอย่างในใบกิจกรรม พิชซ่าฮีโร่ 3 เหลี่ยมจัมโบ้ ที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการให้เหตุผลด้านการหาข้อสรุปของปัญหาอยู่ในระดับ 3 .....	95
ภาพ 16 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการให้เหตุผลด้านการหาข้อสรุปของปัญหาอยู่ในระดับ 2 .....	95
ภาพ 17 พัฒนาการทางความสามารถในการให้เหตุผลด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป .....	96
ภาพ 18 ตัวอย่างในใบกิจกรรม หลังคาศาลานั่งเล่น ที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการให้เหตุผลด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปอยู่ในระดับ 1 .....	97
ภาพ 19 ตัวอย่างในใบกิจกรรม เชื่อได้หรือไม่ ที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการให้เหตุผลด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปอยู่ในระดับ 2.....	98
ภาพ 20 ตัวอย่างในใบกิจกรรม มาสร้างรูปสามเหลี่ยมกันเถอะ ที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการให้เหตุผลด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปอยู่ในระดับ 3 .....	99
ภาพ 21 ตัวอย่างในใบกิจกรรม พิชซ่าฮีโร่ 3 เหลี่ยมจัมโบ้ ที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการให้เหตุผลด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปอยู่ในระดับ 3.....	100
ภาพ 22 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการให้เหตุผลด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปอยู่ในระดับ 2.....	101
ภาพ 23 พัฒนาการความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน.....	104



ภาพ 24 พัฒนาการทางความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้าน การใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์.....	105
ภาพ 25 ตัวอย่างในใบกิจกรรม หลังคาศาลานั่งเล่น ที่แสดงให้เห็นถึงด้านความสามารถ ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 2.....	106
ภาพ 26 ตัวอย่างในใบกิจกรรม เชื่อได้หรือไม่ ที่แสดงให้เห็นถึงด้านความสามารถด้านการ ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 2.....	107
ภาพ 27 ตัวอย่างในใบกิจกรรม มาสร้างรูปสามเหลี่ยมกันเถอะ ที่แสดงให้เห็นถึงด้าน ความสามารถด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 3.....	108
ภาพ 28 ตัวอย่างในใบกิจกรรม พิชซ่าฮีโร่ 3 เหลี่ยมจัมโบ้ แสดงให้เห็นถึงความสามารถ ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 3.....	109
ภาพ 29 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทาง คณิตศาสตร์ที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 3.....	109
ภาพ 30 พัฒนาการทางความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้าน การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์.....	110
ภาพ 31 ตัวอย่างในใบกิจกรรม หลังคาศาลานั่งเล่น แสดงให้เห็นถึงความสามารถ.....	111
ภาพ 32 ตัวอย่างในใบกิจกรรม ความสูงของรูปสามเหลี่ยม แสดงให้เห็นถึงความสามารถ .....	112
ภาพ 33 ตัวอย่างในใบกิจกรรม มาสร้างรูปสามเหลี่ยมกันเถอะ แสดงให้เห็นถึง ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงแนวคิดทาง คณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 3.....	113
ภาพ 34 ตัวอย่างในใบกิจกรรม พิชซ่าฮีโร่ 3 เหลี่ยมจัมโบ้ แสดงให้เห็นถึงความสามารถใน การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์อยู่ใน ระดับ 3.....	114

ภาพ 35 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทาง คณิตศาสตร์ที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 3.....	115
ภาพ 36 แสดงพัฒนาการทางความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ด้านการนำเสนอ .....	115
ภาพ 37 ตัวอย่างในใบกิจกรรม หลังคาศาลานั่งเล่น แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการ สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนออยู่ในระดับ 2.....	116
ภาพ 38 ตัวอย่างในใบกิจกรรม เชื้อได้หรือไม่ แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนออยู่ในระดับ 2.....	117
ภาพ 39 ตัวอย่างในใบกิจกรรม มาสร้างรูปสามเหลี่ยมกันเถอะ แสดงให้เห็นถึง ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนออยู่ในระดับ 3 .....	118
ภาพ 40 ตัวอย่างในใบกิจกรรม มาสร้างรูปสามเหลี่ยมกันเถอะ แสดงให้เห็นถึง ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนออยู่ในระดับ 3 .....	119
ภาพ 41 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทาง คณิตศาสตร์ที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ด้านการนำเสนออยู่ในระดับ 3.....	120

## บทที่ 1

### บทนำ

#### ความเป็นมาของปัญหา

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญอย่างมากต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์วางแผนตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม สามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ, 2560) แม้ว่าคนส่วนใหญ่จะเข้าใจว่าคณิตศาสตร์เป็นความรู้ประเภทหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับตัวเลขและการคำนวณ ซึ่งเป็นผลมาจากความคุ้นเคยในการเรียนรู้และการใช้งานคณิตศาสตร์ แต่แท้จริงแล้วคณิตศาสตร์มีขอบเขตของเนื้อหาที่กว้างกว่าเรื่องของตัวเลขและการคำนวณ โดยคณิตศาสตร์มุ่งเน้นการเชื่อมโยงความรู้ในเนื้อหาประกอบการคิดเพื่อแก้ปัญหาอย่างมีประสิทธิภาพและสมเหตุสมผล (อัมพร ม้าคนอง, 2558) นอกจากนี้โลกในปัจจุบันเจริญขึ้นเพราะการคิดค้นทางวิทยาศาสตร์ ซึ่งต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์เข้ามาช่วยพัฒนา คณิตศาสตร์จึงมีความสำคัญต่อการเรียนรู้เกี่ยวกับวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีตลอดจนศาสตร์อื่น ๆ เพื่อให้มีความเข้าใจเกี่ยวกับปรากฏการณ์ต่าง ๆ รอบตัว สามารถแก้ปัญหาในชีวิตจริง (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ, 2565)

จากความสำคัญของคณิตศาสตร์ดังกล่าวนี้ ทำให้หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) ได้กำหนดให้คณิตศาสตร์เป็นกลุ่มสาระการเรียนรู้หนึ่งในทั้งหมด 8 กลุ่มสาระการเรียนรู้ที่นักเรียนต้องเรียนรู้ การวัดและเรขาคณิตเป็นสาระหนึ่งที่มีความสำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนในทุกระดับชั้น โดยเรขาคณิตเป็นรากฐานของคณิตศาสตร์ที่ใช้ในชีวิตประจำวัน โดยเราสามารถพบเห็นสิ่งของเครื่องใช้ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับไม่ว่าจะเป็นของใช้ ที่อยู่อาศัย เช่น บ้าน รถยนต์ โต๊ะ เก้าอี้ เตียง ของเล่น ผลิตภัณฑ์และบรรจุภัณฑ์ เป็นต้น (เมชลิน อมรรัตน์, 2563) รูปสามเหลี่ยมเป็นหนึ่งในรูปร่างพื้นฐานทางเรขาคณิตซึ่งประกอบด้วย 3 ด้าน 3 มุมหรือ 3 จุดยอดและถูกจัดให้เป็นเนื้อหาหนึ่งของรายวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยจุดประสงค์ในการเรียนเรื่อง รูปสามเหลี่ยม เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับชนิดและรูปสมบัติของรูปสามเหลี่ยม ส่วนต่าง ๆ ของรูปสามเหลี่ยม การสร้างรูปสามเหลี่ยม ความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม และพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ซึ่งเป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนเรขาคณิตอื่น ๆ และเป็นพื้นฐานของการพิสูจน์ทางเรขาคณิตที่นักเรียนจะได้ศึกษาในระดับชั้นที่สูงขึ้น

จากการจัดการเรียนรู้ที่ผ่านมาแม้ว่านักเรียนจะมีความรู้ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี แต่นักเรียนยังทำได้ไม่ดinkinเมื่อต้องนำความรู้มาใช้ในการแสดงหรืออ้างอิงเหตุผล รวมไปถึงการสื่อสารและการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งปัญหาเหล่านี้ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันและในการศึกษาต่อได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555) ซึ่งเห็นได้จากผลคะแนนเฉลี่ยของการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินขั้นพื้นฐาน (Ordinary National Educational Test: O-NET) ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีคะแนนอยู่ในระดับต่ำมาตรฐานขั้นต่ำร้อยละ 50 (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2560) เช่นเดียวกันกับการวิเคราะห์ผลการทดสอบ O-NET ของโรงเรียนขยายโอกาสขนาดเล็กแห่งหนึ่งในจังหวัดกำแพงเพชร ประจำปีการศึกษา 2563 ที่มีคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าระดับประเทศ เมื่อพิจารณาตามสาระการเรียนรู้พบว่า สาระและมาตรฐานที่ต้องเร่งดำเนินการพัฒนา คือ สาระการวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค.2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตและทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้ นอกจากนี้ผลการประเมินการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนในโครงการ TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) ค.ศ. 2015 โดย IEA (International Association for the Evaluation of Educational Achievement) ซึ่งเป็นโครงการที่สมาคมนานาชาติประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษารอบคลุมด้านเนื้อหาวิชา (Content Domain) และด้านพฤติกรรมการเรียนรู้ (Cognitive Domain) ผลการทดสอบของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ยคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำในการทำข้อสอบพบว่า นักเรียนบางคนทำแบบทดสอบปรนัยมากกว่าแบบทดสอบข้อเขียน ซึ่งในการทำข้อสอบแบบเขียนตอบนั้นนักเรียนตอบคำถามได้ไม่ชัดเจน ตอบไม่ตรงคำถาม ตอบคำถามไม่ครบ และไม่สามารถเขียนคำอธิบายแสดงเหตุผลประกอบได้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2558)

อัมพร ม้าคนอง (2555) กล่าวว่า ความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์เป็นของคู่กัน เมื่อมีความรู้ก็จำเป็นต้องมีทักษะจึงสามารถนำความรู้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ได้ ทักษะทางคณิตศาสตร์จึงเป็นความสามารถในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ซึ่งสิ่งนี้เป็นสิ่งสำคัญเพราะช่วยให้เราเข้าใจและแก้ปัญหาในด้านอื่น ๆ ของชีวิตได้ ไม่ว่าจะเป็นพื้นฐานของการคิด การแก้ปัญหา และการทำงาน ด้วยเหตุผลนี้หลายประเทศในโลกจึงได้กำหนดทักษะและกระบวนการหรือความสามารถทางคณิตศาสตร์ไว้ในหลักสูตรคณิตศาสตร์อย่างชัดเจน ได้แก่ การแก้ปัญหา (Problem solving) การให้เหตุผล (Reasoning) การสื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอ (Communications and presentations) การเชื่อมโยง (connections) และการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (Creativity) การให้เหตุผลเป็นทักษะหนึ่งที่สำคัญอย่างมากสำหรับการเรียนคณิตศาสตร์ และยังเป็นทักษะที่จำเป็นใน

ชีวิตประจำวัน จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องฝึกให้นักเรียนเป็นผู้ที่รู้จักการใช้เหตุผล ด้วยเหตุนี้ การจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลในปัจจุบันจึงเน้นเรื่องของการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล (อัมพร ม้าคนอง, 2555) การจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนเรียนด้วยความเข้าใจอย่างมีเหตุผล นั้นดีกว่าการสอนแบบให้จดจำ เนื่องจากการสอนคณิตศาสตร์อย่างเป็นเหตุเป็นผลจะช่วยให้นักเรียนมี เจตคติที่ดีต่อรายวิชาคณิตศาสตร์ เมื่อนักเรียนมีเจตคติที่ดีย่อมส่งผลให้นักเรียนสามารถจดจำเนื้อหา สาระได้ดีและจดจำได้นานยิ่งขึ้น (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555) นอกจากนี้การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการให้เหตุผล โดยเปิด โอกาสให้นักเรียนได้นำเสนอความคิดของตนเองและมีส่วนร่วมในการประเมินข้อคิดเห็นของกันและ กันผ่านการอภิปรายในชั้นเรียน จะทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น (NCTM, 2000)

การสื่อสารเป็นส่วนสำคัญในชีวิตประจำวัน เนื่องจากมนุษย์ใช้การสื่อสารในการสร้างความ เข้าใจระหว่างบุคคลทั้งในด้านการเรียนและการทำงาน แม้กระทั่งใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ก็ยังต้องอาศัยการสื่อสารเป็นสำคัญ ตัวอย่างเช่น นอกจากนักเรียนจะต้องอ่านเพื่อทำความเข้าใจ สถานการณ์ปัญหาแล้ว นักเรียนยังต้องพูดหรือเขียนเพื่ออธิบายความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดทาง คณิตศาสตร์ของตนเองผ่านการนำเสนอข้อความคาดการณ์ การอธิบายขั้นตอนวิธีการแก้ปัญหา การ ให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนข้อสรุปที่ได้ ซึ่งต้องมีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (สถาบัน ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555) การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์เป็น ความสามารถของนักเรียนในการใช้คำศัพท์หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงแนวคิดของ ตนเองเป็นการผสมผสานระหว่างความรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เมื่อนักเรียนได้นำเสนอ วิธีการแก้ปัญหาของตนเองได้พิสูจน์ ความมีเหตุผลของตนเองต่อผู้อื่น หรือเมื่อนักเรียนได้ตั้งโจทย์ หรือคำถามด้วยวิธีการสื่อสารที่หลากหลาย เช่น การเขียนการฟังและการพูด สิ่งเหล่านี้จะช่วยให้ นักเรียนเข้าใจความคิดของตนเองได้อย่างลึกซึ้งยิ่งขึ้น (NCTM, 1989) การพัฒนาให้นักเรียนสามารถ สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และสามารถนำเสนอวิธีการแก้ปัญหา รวมทั้งอธิบายเหตุผลให้ ผู้อื่นเข้าใจได้จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่ง เนื่องจากการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมี ความเข้าใจคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น การทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มช่วยให้เกิดการแลกเปลี่ยนความรู้ความ เข้าใจส่งผลให้นักเรียนได้ขยายความคิดทางคณิตศาสตร์ อีกทั้งยังช่วยให้ครูผู้สอนได้รับประโยชน์ใน การรู้ถึงความคิดของนักเรียนได้ (Mumme and Shepherd, 1993 อ้างถึงในปภัชญา เสม่า, 2560) เรามักจะพบว่านักเรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์จำนวนไม่น้อยที่สามารถคิดแก้ปัญหาและหา เหตุผลได้ แต่ไม่สามารถอธิบายหรือเขียนแสดงออกมาได้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และ เทคโนโลยี, 2555) ซึ่งนับว่าเป็นปัญหาที่ควรเร่งแก้ไข

จากความสำคัญของการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว แสดงให้เห็นว่า การให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญและช่วยส่งเสริมการเรียนรู้

วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดียิ่งขึ้น ผู้วิจัยจึงได้ศึกษาวิธีการจัดการเรียนรู้ที่สามารถส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ซึ่งพบว่า การโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Argumentation) เป็นวิธีการจัดการเรียนรู้วิธีการหนึ่งที่น่าสนใจ การโต้แย้งทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการสนทนาแบบกลุ่ม ซึ่งครูและนักเรียนทำกิจกรรมร่วมกันเพื่อให้ได้ข้อสรุป (Krummheuer, 1995, 2015 อ้างถึงใน David Reid, 2019) โดยการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้เกิดโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ ครูจะต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้สถานการณ์ปัญหาที่มีวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เพื่อให้ให้นักเรียนได้สร้างข้อคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์จากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด จากนั้นใช้คำถามปลายเปิดเพื่อกระตุ้นการอภิปรายโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีโอกาสแสดงแนวคิดของตนเอง ซึ่งจะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์และเพิ่มทักษะการคิด การแสดงเหตุผล และการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติชี้ให้เห็นว่าการโต้แย้งควรได้รับการส่งเสริมตั้งแต่ระดับประถมศึกษาและไม่ควรละเลยจนถึงระดับชั้นมัธยมศึกษา (NCTM, 2000) ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้ 1) การสร้างกรณี ครูจะกำหนดสถานการณ์ปัญหาให้นักเรียนหรือสร้างกรณีให้กับนักเรียน โดยนักเรียนเก็บรวบรวมข้อมูล หารูปแบบความสัมพันธ์ร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย จากนั้นนักเรียนสร้างกรณีต่าง ๆ ที่คาดว่าเป็นไปได้แล้วคัดเลือกกรณี กรณีที่นักเรียนสร้างขึ้นอาจเป็นนิพจน์ที่อยู่ในรูปของตัวเลข รูปภาพ ข้อความหรือรูปทรงเรขาคณิต 2) การคาดเดา เป็นขั้นตอนที่นักเรียนจะต้องคาดเดาส่งที่เป็นจริงโดยอ้างอิงจากสิ่งที่ตนเองรู้โดยยังไม่ได้ตัดสินใจว่าสิ่งที่คาดเดานั้นเป็นจริงหรือไม่ ซึ่งครูจะต้องเป็นผู้กระตุ้นให้นักเรียนเกิดการคาดเดาที่หลากหลายโดยใช้คำถามกระตุ้นความคิด เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นเพื่อนต่างกลุ่ม ซึ่งกระบวนการคาดเดาแบบกลุ่มนี้จะช่วยให้นักเรียนสามารถดูการคาดเดาอื่น ๆ ที่แตกต่างกับของตนเอง อีกทั้งยังช่วยให้นักเรียนศึกษารณีต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นได้อย่างรอบคอบ 3) การแสดงเหตุผล ในขั้นตอนนี้ครูจะได้แสดงเหตุผลสำหรับการคาดเดาของตนเอง พร้อมอภิปรายแสดงวิธีที่แตกต่างกัน เช่น วาดรูป สร้างตาราง หรือกราฟ ซึ่งนักเรียนสามารถโต้แย้ง วิเคราะห์เหตุผลของเพื่อนเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของเหตุผล โดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนแสดงเหตุผลของตนเองเกี่ยวกับการคาดเดาที่ตนเองสร้างขึ้น และ 4) การสรุป นักเรียนจะร่วมกันตัดสินใจว่าการคาดเดานั้นเป็นจริงหรือเท็จโดยพิจารณาจากเหตุและผล โดยครูจะเป็นผู้อธิบายหรือช่วยแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม จากนั้นจึงร่วมกันสรุปและเขียนรายงานสรุปการโต้แย้ง การคาดเดา การแสดงเหตุผลและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของข้อสรุปที่ได้ (Knudsen et al, 2018)

จากการศึกษางานวิจัยของ กฤตยาณี พวงเสือ (2562) ที่ได้ทำการศึกษา ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ที่มีผลต่อความสามารถใน

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์สามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลด้านการหาข้อสรุปของปัญหาสูงกว่าความสามารถในการให้เหตุผลด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Sukirwan (2020) ได้ศึกษาอิทธิพลต่อการให้เหตุผลของนักเรียนเกี่ยวกับการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ประเภทที่สร้างโดยนักเรียน ได้แก่ อุปนัย พิสูจน์ การมองเห็น และการรับรู้ จากผลการศึกษาพบว่านักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลในระดับดี นอกจากนี้งานวิจัยของ วิรมน ศรคม (2564) ยังพบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีการพัฒนาความสามารถการแก้ปัญหา และการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น หลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ปริมาตรและความจุของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก และงานวิจัยของ Cervantes-Barraza et.al (2019) ได้ศึกษา การส่งเสริมการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์จากการโต้แย้งร่วมกันในชั้นเรียนประถมศึกษาซึ่งเป็นนักเรียนที่มีคะแนนต่ำในวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนไม่ค่อยมีส่วนร่วมในการโต้เถียงกัน ผลการวิจัยนี้พบว่า การส่งเสริมการโต้แย้งแบบกลุ่มในชั้นเรียนคณิตศาสตร์เป็นโอกาสในการส่งเสริมให้นักเรียนที่ปกติไม่มีส่วนร่วมในการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ ให้สามารถระบุรูปแบบภายในงาน สร้างภาพรวม และสร้างการพิสูจน์ด้วยคำแนะนำของครู การส่งเสริมการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ในห้องเรียนเป็นโอกาสในการสร้างการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์และให้โอกาสในการทำมากกว่าการท่องจำ

ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงมีความสนใจในการศึกษาการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม โดยการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เพื่อศึกษาแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม

### คำถามการวิจัย

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ควรมีแนวทางอย่างไร
2. ความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เมื่อจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม มีการเปลี่ยนแปลงหรือไม่ อย่างไร

### จุดมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาแนวทางการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม โดยการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

2. เพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม

### ความสำคัญของการวิจัย

1. ได้แนวทางการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ โดยจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม และสามารถนำไปปรับใช้ในเนื้อหาอื่น ๆ ได้

2. ได้แนวทางส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

### ขอบเขตการวิจัย

#### ผู้เข้าร่วมวิจัย

ผู้เข้าร่วมวิจัยในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 โรงเรียนขยายโอกาสแห่งหนึ่งในจังหวัดกำแพงเพชร จำนวน 16 คน

#### ขอบเขตด้านเนื้อหา

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นส่วนหนึ่งของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) รายวิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง สามเหลี่ยม จำนวน 12 ชั่วโมง แบ่งเนื้อหาเป็น หัวข้อ ดังนี้

- ชนิดและรูปสมบัติของรูปสามเหลี่ยม
- ส่วนต่าง ๆ ของรูปสามเหลี่ยม
- การสร้างรูปสามเหลี่ยม
- ความยาวรอบรูปและพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม

#### ขอบเขตด้านระยะเวลา

ระยะเวลาในการวิจัยครั้งนี้ ดำเนินการวิจัยในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 ใช้เวลาในการทดลอง 3 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 4 คาบ (คาบละ 60 นาที) รวม 12 คาบ จำนวน 12 ชั่วโมง



## สิ่งที่ศึกษา

1. การจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6
3. ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

## นิยามศัพท์เฉพาะ

การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การจัดกิจกรรมที่เน้นการอภิปราย เก็บรวบรวมข้อมูล คาดการณ์ ขั้นตอนวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบ และแสดงวิธีการแก้ปัญหามาไปสู่ข้อสรุป ที่นำเนื้อหาเรื่อง รูปสามเหลี่ยม มาใช้เป็นหัวข้อในการจัดการเรียนรู้ ซึ่งแต่ละขั้นตอนมีความสัมพันธ์เชื่อมโยงกัน ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

**ขั้นที่ 1 การสร้างกรณี (Generating Cases)** ครูกระตุ้นความสนใจ และทบทวนความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม โดยอธิบายเนื้อหา ตอบคำถามเพื่อทบทวนความรู้และสร้างความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม เพื่อช่วยนักเรียนในการสร้างข้อโต้แย้ง ขั้นนี้ นักเรียนเก็บรวบรวมข้อมูลหาความสัมพันธ์ เพื่อสร้างกรณีที่อาจเป็นไปได้ซึ่งอาจอยู่ในรูปของนิพจน์ที่เป็นตัวเลข รูปภาพ หรือรูปทรงเรขาคณิต จากนั้นนักเรียนสร้างกรณีต่าง ๆ ที่เป็นไปได้แล้วคัดเลือกกรณี โดยครูเป็นผู้กำหนดเนื้อหา กำหนดงาน และสถานการณ์ปัญหา หรือในบางครั้งครูอาจเป็นผู้สร้างกรณีให้นักเรียน

**ขั้นที่ 2 การคาดเดา (Conjecturing)** ครูจะต้องใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการคาดเดาที่หลากหลาย โดยในขั้นนี้นักเรียนจะร่วมกันอภิปรายและหาข้อคาดเดาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมเป็นกลุ่มย่อย จากนั้นนักเรียนแลกเปลี่ยนความคิดกับเพื่อนต่างกลุ่มแล้วคาดเดาเกี่ยวกับสิ่งที่คิดว่าเป็นจริงอีกครั้งและนักเรียนเขียนสรุปการคาดเดาของตนเอง

**ขั้นที่ 3 การแสดงเหตุผล (Justifying)** ครูแสดงการคาดเดาของนักเรียนทั้งชั้นเรียน จากนั้นอภิปรายร่วมกันทีละประเด็น โดยครูใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนแสดงถึงการคาดเดาและให้นักเรียนแสดงเหตุผลที่ทำให้การคาดเดาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นจริง ขั้นนี้นักเรียนสามารถพิสูจน์ วิเคราะห์ผลงานของเพื่อนเพื่อตรวจสอบความความสมเหตุสมผลโดยการโต้แย้ง

**ขั้นที่ 4 การสรุป (Concluding)** นักเรียนร่วมกันตัดสินใจว่าการคาดเดาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่นักเรียนได้เป็นจริงหรือไม่ โดยพิจารณาเหตุผลจากการโต้แย้ง โดยครูร่วมอภิปรายผลการโต้แย้ง และสะท้อนผลเพื่อให้นักเรียนแก้ไขและปรับปรุงการเขียนของตนเองตามข้อเสนอแนะของครู และให้นักเรียนเขียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ซึ่งจะทำให้ให้นักเรียนเข้าใจและจดจำสิ่งที่ได้เรียนมากขึ้น

**ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมโดยอาศัยการคิด วิเคราะห์แนวคิดสถานการณ์ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เพื่อหาข้อสรุปของปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผล โดยในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้เลือกวัดความสามารถ 2 ด้าน ตามกรอบของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ประกอบด้วย 2 ด้าน ได้แก่

1. **ด้านการหาข้อสรุปของปัญหา** เป็นความสามารถของนักเรียนในการคิดวิเคราะห์แสดงแนวคิดเกี่ยวกับการระบุความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยม เพื่อนำมาสร้างข้อสรุปของปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้

2. **ด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป** เป็นความสามารถของนักเรียนในการยืนยันข้อสรุปของปัญหาและนำความรู้ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมมาอธิบายข้อสรุปของปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้

**ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการพูด การเขียน การใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ และรูปภาพ เพื่อแสดงแนวคิดหรืออธิบายแนวความคิดของตนเองเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมให้ผู้อื่นได้รับรู้ โดยในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้เลือกวัดความสามารถ 3 ด้าน ตามกรอบของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ประกอบด้วย 3 ด้าน ดังนี้

1. **ความสามารถด้านการใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์** เป็นความสามารถของนักเรียนในการใช้การใช้อักษร คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการเขียนหรือพูดอธิบายแสดงข้อคาดการณ์และเหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม

2. **ความสามารถด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์** เป็นความสามารถของนักเรียนในการอธิบายเหตุผลหรือแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม โดยใช้การสร้างรูปสามเหลี่ยม หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง

3. **ความสามารถด้านการนำเสนอ** เป็นความสามารถของนักเรียนในการนำเสนอแนวคิดเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม โดยการพูดหรือเขียนได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และมีลำดับขั้นตอน

### **ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ**

1. ทำให้ทราบถึงความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

2. นำผลการวิจัยไปใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ในเรื่องอื่น ๆ

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยปฏิบัติการเพื่อศึกษาการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม โดยการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์โดยใช้ข้อมูลการประดิษฐ์กระทง ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังต่อไปนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560)
  - 1.1 ความสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์
  - 1.2 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
  - 1.3 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
  - 1.4 คุณภาพของนักเรียน
  - 1.5 มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6
2. การจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์
  - 2.1 ความหมายของการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์
  - 2.2 ลักษณะของการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์
  - 2.3 การจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์
  - 2.4 บทบาทครูและนักเรียนในการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์
3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
  - 3.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
  - 3.2 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
  - 3.3 การส่งเสริมและพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
  - 3.4 การวัดและประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
  - 3.5 ลักษณะและประเภทของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
4. ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์
  - 4.1 ความหมายของการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์
  - 4.2 การส่งเสริมและพัฒนาการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์
  - 4.3 การวัดและประเมินความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

## 5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### 5.1 งานวิจัยในประเทศ

### 5.2 งานวิจัยในต่างประเทศ

## หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560)

### 1. ความสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2560) กล่าวว่า คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผนสามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วนช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตรจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่องเพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจสังคมและความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์

สิริพร ทิพย์คง (2545) กล่าวว่า วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วยก่อให้เกิดความเจริญก้าวหน้าทั้งด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โลกในปัจจุบันเจริญขึ้นเพราะการคิดค้นทางวิทยาศาสตร์ ซึ่งต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังช่วยพัฒนาให้แต่ละบุคคลเป็นมนุษย์ที่สมบูรณ์เป็นพลเมืองดี เพราะคณิตศาสตร์ช่วยเสริมสร้างความมีเหตุผล ความเป็นคนช่างคิด ช่างริเริ่มสร้างสรรค์ มีระบบ ระเบียบในการคิด มีการวางแผนในการทำงานมีความสามารถในการตัดสินใจ มีความรับผิดชอบต่อกิจการงานที่ได้รับมอบหมาย ตลอดจนมีลักษณะของความเป็นผู้นำในสังคม

จากความสำคัญของคณิตศาสตร์ข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สำคัญอย่างมากในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการศึกษาหาความรู้ในศาสตร์อื่น ๆ เช่น วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ซึ่งช่วยพัฒนาความคิดของมนุษย์ เสริมสร้างความมีเหตุผล ความริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างเป็นระบบ

### 2. สารการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จัดเป็น 3 สาระ ได้แก่ จำนวนและพีชคณิต การวัดและเรขาคณิต สถิติและความน่าจะเป็น

**สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต** ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง อัตราส่วน ร้อยละ การประมาณค่า การแก้ปัญหเกี่ยวกับจำนวน การใช้จำนวนในชีวิตรจริง แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซต ตรรกศาสตร์ นิพจน์ เอกนาม พหุนาม สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ดอกเบี้ย

และมูลค่าของเงิน เมทริกซ์ จำนวนเชิงซ้อน ลำดับและอนุกรม และการนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนและพีชคณิตไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

**มาตรฐาน ค 1.1** เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวนผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

**มาตรฐาน ค 1.2** เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูปความสัมพันธ์ ฟังก์ชันลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

**มาตรฐาน ค 1.3** ใช้นิพจน์สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

**สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต** ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุเงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิต การนิกภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิตในเรื่อง การเลื่อนขนาน การสะท้อน การหมุน เรขาคณิตวิเคราะห์ เวกเตอร์ในสามมิติ และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดและเรขาคณิตไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

**มาตรฐาน ค 2.1** เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้

**มาตรฐาน ค 2.2** เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตและทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

**สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น** การตั้งคำถามทางสถิติ การเก็บรวบรวมข้อมูล การคำนวณค่าสถิติ การนำเสนอและแปลผลสำหรับข้อมูลเชิงคุณภาพและเชิงปริมาณ หลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น การแจกแจงของตัวแปรสุ่ม การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจ

**มาตรฐาน ค 3.1** เข้าใจกระบวนการทางสถิติ และใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา

**มาตรฐาน ค 3.2** เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

### 3. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2560) กล่าวว่า ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในที่นี้ เน้นที่ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น และต้องการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน ได้แก่ ความสามารถต่อไปนี้

3.1 การแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา คิดวิเคราะห์ วางแผน แก้ปัญหา และเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม โดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ พร้อมทั้ง ตรวจสอบความถูกต้อง

3.2 การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการใช้รูป ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย สรุปผล และนำเสนอได้อย่าง ถูกต้อง ชัดเจน

3.3 การเชื่อมโยง เป็นความสามารถในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการ เรียนรู้คณิตศาสตร์เนื้อหาต่าง ๆ หรือศาสตร์อื่น ๆ และนำไปใช้ในชีวิตรจริง

3.4 การให้เหตุผล เป็นความสามารถในการให้เหตุผล รับฟังและให้เหตุผลสนับสนุน หรือ โต้แย้งเพื่อนำไปสู่การสรุปโดยมีข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์รองรับ

3.5 การคิดสร้างสรรค์ เป็นความสามารถในการขยายแนวคิดที่มีอยู่เดิม หรือสร้างแนวคิด ใหม่ เพื่อปรับปรุงพัฒนาองค์ความรู้

#### 4. คุณภาพของนักเรียน

จบชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

อ่าน เขียนตัวเลข ตัวหนังสือแสดงจำนวนนับ เศษส่วน ทศนิยมไม่เกิน ๓ ตำแหน่ง อัตราส่วน และร้อยละ มีความรู้สึกรักเรียนจำนวน มีทักษะการบวก การลบ การคูณ การหาร ประมาณผลลัพธ์ และ นำไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

อธิบายลักษณะและสมบัติของรูปเรขาคณิต หาความยาวรอบรูปและพื้นที่ของรูปเรขาคณิต สร้างรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยมและวงกลม หาปริมาตรและความจุของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก และ นำไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

นำเสนอข้อมูลในรูปแผนภูมิแท่ง ใช้ข้อมูลจากแผนภูมิแท่ง แผนภูมิรูปวงกลม ตารางสองทาง และกราฟเส้นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และตัดสินใจ

5. มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ตาราง 1 แสดงตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สาระที่ 1 จำนวน และพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ป.6	1. เปรียบเทียบ เรียงลำดับเศษส่วนและจำนวนคละ จากสถานการณ์ต่าง ๆ	<b>เศษส่วน</b> - การเปรียบเทียบและเรียงลำดับเศษส่วนและจำนวนคละโดยใช้ความรู้เรื่อง ค.ร.น
	2. เขียนอัตราส่วนแสดงการเปรียบเทียบ ปริมาณ ๒ ปริมาณ จากข้อความหรือสถานการณ์ โดยที่ปริมาณแต่ละปริมาณเป็นจำนวนนับ	<b>อัตราส่วน</b> - อัตราส่วน อัตราส่วนที่เท่ากัน และมาตราส่วน
	3. ห้อตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้	
	4. หา ห.ร.ม. ของจำนวนนับไม่เกิน 3 จำนวน	<b>จำนวนนับและ 0</b> - ตัวประกอบ จำนวนเฉพาะ
	5. หา ค.ร.น. ของจำนวนนับไม่เกิน 3 จำนวน	ตัวประกอบเฉพาะและการแยกตัวประกอบ
	6. แสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับ ห.ร.ม.และ ค.ร.น	- ห.ร.ม. และ ค.ร.น. - การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ ห.ร.ม. และค.ร.น.
	7. หาผลลัพธ์ของการบวก ลบ คูณ หาร ระคนของเศษส่วนและจำนวนคละ	<b>การบวก การลบ การคูณ การหาร</b> <b>เศษส่วน</b>
	8. แสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหา เศษส่วนและจำนวนคละ 2 – 3 ขั้นตอน	- การบวก การลบเศษส่วนและจำนวนคละโดยใช้ความรู้เรื่อง ค.ร.น. - การบวก ลบ คูณ หารระคนของ เศษส่วนและจำนวนคละ - การแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วนและจำนวนคละ

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
9.	หาผลหารของทศนิยมที่ตัวหารและผลหารเป็นทศนิยมไม่เกิน 3 ตำแหน่ง	<b>ทศนิยม และกำรบวก การลบ การคูณ การหาร</b>
10.	แสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาการบวก การลบ การคูณ การหาร ทศนิยม 3 ขั้นตอน	- ความสัมพันธ์ระหว่างเศษส่วนและทศนิยม - การหารทศนิยม - การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับทศนิยม (รวมการแลกเปลี่ยนต่างประเทศ)
11.	แสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาอัตราส่วน	<b>อัตราส่วนและร้อยละ</b> - การแก้โจทย์ปัญหาอัตราส่วนและมาตราส่วน
12.	แสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหา ร้อยละ 2 – 3 ขั้นตอน	- การแก้โจทย์ปัญหาร้อยละ

ตาราง 2 แสดงตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ป.6	1. แสดงวิธีคิดและหาคำตอบของปัญหาเกี่ยวกับแบบรูป	<b>แบบรูป</b> - การแก้ปัญหเกี่ยวกับแบบรูป

ตาราง 3 แสดงตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ป.6	1. แสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับปริมาตรของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก	<b>ปริมาตรและความจุ</b> - ปริมาตรของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก - การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับปริมาตรของรูปเรขาคณิตสามมิติที่



ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
		ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก
2.	แสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความยาวรอบรูปและพื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยม	<b>รูปเรขาคณิตสองมิติ</b> - ความยาวรอบรูปและพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม
3.	แสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความยาวรอบรูปและพื้นที่ของวงกลม	- มุมภายในของรูปหลายเหลี่ยม - ความยาวรอบรูปและพื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยม - การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความยาวรอบรูปและพื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยม - ความยาวรอบรูปและพื้นที่ของวงกลม - การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความยาวรอบรูปและพื้นที่ของวงกลม
<b>ตาราง 4 แสดงตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต</b>		
<b>มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้</b>		
ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ป.6	1. จำแนกรูปสามเหลี่ยมโดยพิจารณาจากสมบัติของรูป	<b>รูปเรขาคณิตสองมิติ</b> - ชนิดและสมบัติของรูปสามเหลี่ยม
	2. สร้างรูปสามเหลี่ยมเมื่อกำหนดความยาวของด้านและขนาดของมุม	- การสร้างรูปสามเหลี่ยม - ส่วนต่าง ๆ ของวงกลม - การสร้างวงกลม
	3. บอกลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติชนิดต่าง ๆ	<b>รูปเรขาคณิตสามมิติ</b> - ทรงกลม ทรงกระบอก กรวย พีระมิด
	4. ระบุรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบจากรูปคลี่และระบุรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ	- รูปคลี่ของทรงกระบอก กรวย ปริซึม พีระมิด

ตาราง 5 แสดงตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สาระที่ 3 สถิติ และความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติ และใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ป.6	1. ใช้ข้อมูลจากแผนภูมิรูปวงกลมในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหา	การนำเสนอข้อมูล - การอ่านแผนภูมิรูปวงกลม

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้เนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ประกอบด้วย สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้ แบ่งเนื้อหาเป็น หัวข้อ ดังนี้

- ชนิดและรูปสมบัติของรูปสามเหลี่ยม
- ส่วนต่าง ๆ ของรูปสามเหลี่ยม
- การสร้างรูปสามเหลี่ยม
- ความยาวรอบรูปและพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม

### การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

#### 1. ความหมายของการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

Besnard & Hunter (2008) กล่าวว่า การโต้แย้งว่าเป็นความสามารถในการแสดงความคิดเห็นที่แตกต่างกันระหว่างบุคคล 2 ฝ่าย โดยให้แต่ละฝ่ายสามารถใช้ข้อมูลทางสถิติ หลักการและเหตุผล ในการอ้างอิงเพื่อสนับสนุนมุมมองของตนได้ การอ้างเหตุผลตั้งแต่ 1 ข้อหรือมากกว่าสำหรับข้อมูลที่ใช้นั้น เรียกว่า หลักฐานสนับสนุนการโต้แย้ง ส่วนข้อสรุป เรียกว่า ข้อกล่าวอ้างของการโต้แย้ง

Sampson & Clark (2009) กล่าวว่า การโต้แย้ง หมายถึง กระบวนการในการสร้างคำอธิบาย สร้างข้อโต้แย้ง วิจัยเนื้อหาและผลผลิตของกระบวนการสืบเสาะ

Sriraman & Umland (2020) กล่าวว่า การโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ หมายถึง

- 1) การสร้างข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนและครูสร้างขึ้นในห้องเรียนคณิตศาสตร์
- 2) การสร้างข้อโต้แย้งที่นักวิจัยการศึกษาคณิตศาสตร์สร้างขึ้นเกี่ยวกับธรรมชาติของการเรียนรู้คณิตศาสตร์และประสิทธิภาพของการสอนคณิตศาสตร์ในบริบทต่าง ๆ

กิตติพงษ์ พิสมร (2564) กล่าวว่า การแสดงความคิดเห็นของตนเอง ซึ่งแตกต่างจากความคิดเห็นที่ได้รับฟังหรืออ่านมา โดยมุ่งอธิบายให้เห็นถึงความบกพร่อง ความผิดพลาดของเหตุผลหรือข้อมูลที่โต้แย้งด้วยนั้น แล้วสนับสนุนความคิดเห็นของตนเองด้วยเหตุผลหรือข้อมูลที่ดีกว่า

จากข้อมูลข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ คือ ความสามารถของบุคคลในการการสร้างคำอธิบายหรือข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ โดยแต่ละบุคคลจะต้องหาข้อมูลมาสนับสนุนคำอธิบายหรือข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของตนเอง เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

## 2. ลักษณะของการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

Ruben & Stewart (1998) ได้แบ่งลักษณะของการโต้แย้งเป็น 5 ประเภทดังนี้

1. แบบแข่งขัน (Competitive Style) คือการขัดแย้งที่ผู้โต้แย้งทั้งสองฝ่ายมุ่งที่จะเอาชนะกัน การขัดแย้งประเภทนี้มีความร่วมมือกันน้อย เช่น การโต้แย้งเพื่อหาฝ่ายผิด-ฝ่ายถูก
2. แบบแบ่งรับแบ่งสู้ (Accommodative Style) คือการขัดแย้งที่ผู้โต้แย้งต่างก็ไม่ต้องการทำให้อีกฝ่ายหนึ่งไม่พอใจ การโต้แย้งจึงไม่ยืนยันความแน่นอนลงไปซึ่งการโต้แย้งประเภทนี้อาจเกิดในกลุ่มที่มีความร่วมมือกันสูงผู้โต้แย้งต่างไม่ต้องการแสดงการโต้แย้งที่เด่นชัด
3. แบบหลีกเลี่ยง (Avoiding Style) คือการขัดแย้งที่ผู้โต้แย้งทั้งสองฝ่ายต่างไม่มีส่วนได้ส่วนเสียในผลของการขัดแย้งเมื่อเกิดการขัดแย้งผู้โต้แย้งทั้ง 2 ฝ่ายจึงพยายามใช้การหลีกเลี่ยง
4. แบบร่วมมือ (Collaborative Style) คือการขัดแย้งที่มีความร่วมมือและความต้องการเอาชนะสูง เช่น การโต้แย้งในการอภิปรายเพื่อหาวิธีแก้ปัญหา
5. แบบประนีประนอม (Compromising Style) คือความขัดแย้งที่มีความร่วมมือ และต้องการเอาชนะกันในระดับปานกลาง เช่น การพบกันครึ่งทางและการยอมเสียบางอย่าง เพื่อรักษาบางอย่างเอาไว้

Van Eemeren, F.H. et al. (1997) ได้แบ่งลักษณะการโต้แย้งมี 3 ประเภท ดังนี้

1. การโต้แย้งมีการกล่าวอ้างการให้เหตุผลรองรับและการปฏิเสธต่อข้อกล่าวอ้างนั้น
2. การโต้แย้งแบ่งเป็นสองฝ่าย ฝ่ายแรก ได้แก่ ฝ่ายสนับสนุนซึ่งเป็นฝ่ายที่เสนอความคิดและการกล่าวอ้าง ฝ่ายที่สอง ได้แก่ ฝ่ายคัดค้านที่ไม่เชื่อในการกล่าวอ้างนั้น จึงทำให้เกิดการโต้แย้งขัดขวางการกล่าวอ้างนั้น
3. การโต้แย้งแฝงอยู่ในการกระทำและกิจกรรมต่าง ๆ เช่น บทความในหนังสือพิมพ์การสนทนาในชีวิตประจำวัน เป็นต้น

Schiffirin (1985) ได้แบ่งลักษณะการโต้แย้งไว้ 2 ประเภท ดังนี้

1. การโต้แย้งเชิงวาทศิลป์ (Rhetorical) การโต้แย้งประเภทนี้มีผู้สนทนาเพียงคนเดียวครอบครองการสนทนา เช่น การเขียนบทความเพื่อโต้แย้งในวารสารการโต้แย้งที่เป็นต้น

2. การโต้แย้งแบบเผชิญหน้า (Oppositional) การโต้แย้งประเภทนี้ผู้สนทนาต่างมีส่วนในการครอบครองการสนทนาเท่าๆกัน เช่น การพูดอภิปรายการพูดโต้แย้งในกลุ่มสนทนาย่อย เป็นต้น จากลักษณะของการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ข้างต้นสามารถสรุปได้ว่าการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์มีลักษณะที่หลากหลาย เช่น การโต้แย้งเพื่อหาข้อเท็จจริง การโต้แย้งเพื่อมุ่งเอาชนะกัน การโต้แย้งเพื่อแสดงว่าความคิดของฝ่ายตนถูก เป็นต้น โดยการโต้แย้งจะมีอยู่ในทุก ๆ การกระทำ และกิจกรรมต่าง ๆ

### 3. การจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

#### 3.1 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

Toulmin (2003 อ้างถึงใน Cervantes-Barraza, 2017) ได้กล่าวว่า การโต้แย้งทางคณิตศาสตร์จะต้องมีสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดขึ้น โดยมีข้อเท็จจริงประกอบการพิจารณาและการสรุปข้อมูลนั้นจะต้องมีข้อมูลมาสนับสนุนความน่าเชื่อถือ โดยมีขั้นตอน ดังนี้

**ขั้นที่ 1 ข้อมูล (Data)** เป็นขั้นตอนที่นักเรียนต้องสำรวจข้อมูลเพื่อนำมาสนับสนุน กล่าวอ้างข้อสรุปของตนเอง

**ขั้นที่ 2 รอบคัดเลือก (Qualifier)** เป็นขั้นตอนที่นักเรียนคัดเลือกข้อมูลในขั้นที่ 1 ที่จะใช้สนับสนุนข้อโต้แย้งของตนเอง โดยข้อมูลที่คัดเลือกมานั้นต้องเป็นข้อมูลที่ได้รับการพิสูจน์และมีข้อสนับสนุน ได้แก่ กฎ กรณิเฉพาะทางคณิตศาสตร์ และคุณสมบัติทางคณิตศาสตร์

**ขั้นที่ 3 การโต้แย้ง (Rebuttal)** นักเรียนจะต้องแสดงเหตุผลเพื่อทำให้ข้อกล่าวอ้างของตนเองมีความน่าเชื่อถือ

**ขั้นที่ 4 ข้อสรุป (Conclusion)** เป็นขั้นตอนของการสรุปข้อโต้แย้งของนักเรียน โดยนักเรียนร่วมกันตัดสินใจข้อมูลที่คัดเลือกลักษณะเหมาะสมหรือไม่

Lin & Mintzes (2010 อ้างถึงใน สุธี พลมาก, 2563) ได้เสนอองค์ประกอบของการโต้แย้ง ประกอบด้วย

1) **ข้อกล่าวอ้าง (Claim)** เป็นการนำเสนอผลการศึกษา ค้นคว้า ทดลองหรือเป็นการนำเสนอความคิดเห็นของสิ่งที่พิจารณา

2) **เหตุผลสนับสนุนข้อกล่าวอ้าง (Warrant)** เป็นการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ได้จากการศึกษา ค้นคว้า ทดลองกับข้อกล่าวอ้างนั้น ๆ โดยใช้เหตุผลมาสนับสนุนข้อกล่าวอ้างให้มีความน่าเชื่อถือ ซึ่งข้อกล่าวอ้างนี้อาจได้รับการโต้แย้งจากบุคคลอื่นก็ได้

3) **หลักฐานสนับสนุนเหตุผล (Evidence)** เป็นการนำเสนอข้อเท็จจริงหรือข้อมูล ซึ่งเป็นหลักฐานที่มาจากแหล่งข้อมูลที่มีความน่าเชื่อถือเพื่อประกอบการอธิบายเหตุผลที่ใช้สนับสนุนข้อกล่าวอ้างเพื่อให้ข้อกล่าวอ้างนั้นเป็นที่ยอมรับ

4) **ข้อกล่าวอ้างที่ต่างออกไป (Counter claim)** เป็นการให้เหตุผลต่อข้อกล่าวอ้างจากมุมมองใหม่ ๆ ที่ผู้นำเสนอข้อกล่าวอ้างไม่ได้กล่าวถึงหรือไม่ได้นำมาพิจารณาไว้ในข้อกล่าวอ้างในตอนแรก ทำให้ข้อกล่าวอ้างเดิมมีความน่าเชื่อถือน้อยลง

5) **การโต้แย้งกลับ (Rebuttal)** เป็นการโต้แย้งเพื่อให้ข้อกล่าวอ้างที่ต่างออกไปจากข้อกล่าวอ้างเดิมมีความน่าเชื่อถือลดลงและตกไปในที่สุด โดยการหาพยานหลักฐานและการให้เหตุผลที่มีความน่าเชื่อถือมากกว่ามาสนับสนุน

Sampson et al. (2011 อ้างถึงในสุทธิ พลมาก, 2563) ได้กล่าวถึงกระบวนการจัดการเรียนรู้แบบโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

**ขั้นการระบุภาระงาน (Identification of the task)** คือ ขั้นตอนของการสร้างความสนใจ ตรวจสอบความรู้เดิมของนักเรียน เป็นกระบวนการกระตุ้นนักเรียนให้สร้างแนวคิดใหม่ ๆ และค้นหาวิธีใหม่ ๆ เชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ที่จะเกิดขึ้นจากนั้นนำเข้าสู่การระบุภาระงานพร้อมชี้แจงกิจกรรมที่นักเรียนจะต้องปฏิบัติ

**ขั้นการสรรค์สร้างและวิเคราะห์ข้อมูล (Generation and analysis of data)** คือ การให้นักเรียนร่วมกันทำงานเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 3 – 4 คน เพื่อสำรวจข้อมูล

**ขั้นการสร้างข้อโต้แย้งชั่วคราว (Production of a tentative argument)** เป็นการให้นักเรียนสร้างข้อโต้แย้งชั่วคราว เพื่ออธิบายผลที่ได้จากการสำรวจข้อมูล จากนั้นให้นักเรียนบันทึกข้อกล่าวอ้าง การให้เหตุผลสนับสนุนข้อกล่าวอ้าง หลักฐาน (ข้อเท็จจริงที่ได้จากการสำรวจ ตรวจสอบ) ลงในกระดาษ

**ขั้นกิจกรรมการโต้แย้ง (Argumentation session)** คือ การโต้แย้งระหว่างกลุ่มทั้งห้องเรียน โดยที่นักเรียนแต่ละกลุ่มต้องนำเสนอข้อกล่าวอ้างของกลุ่มตนเองที่ได้จากการสำรวจ ขั้นตอนนี้ครูจะได้ประเมินความคิดและความเข้าใจในเนื้อหาบทเรียนของนักเรียน

**ขั้นการเขียนรายงานผลการสำรวจตรวจสอบ (Write up investigation report)** คือ นักเรียนแต่ละคนจะต้องเขียนรายงานสรุปผลการสำรวจ ตรวจสอบและผลที่เกิดจากการโต้แย้ง ซึ่งจะทำให้นักเรียนรู้ว่าตนเองได้เรียนรู้อะไร นักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงความคิดตัวเองหรือไม่อย่างไร นักเรียนส่งรายงานสรุปผลการสำรวจตรวจสอบ จากนั้นครูมีหน้าที่ให้ข้อมูลย้อนกลับ โดยตรวจและส่งรายงานกลับคืนให้นักเรียน เพื่อให้ให้นักเรียนแก้ไขและปรับปรุงรายงานผลการสำรวจ ตรวจสอบตามข้อเสนอแนะของครู การเขียนรายงานจะทำให้นักเรียนเข้าใจและจดจำสิ่งที่ได้เรียนมากขึ้น

Knudsen, et al. (2018) ได้กลั่นกรองรูปแบบการโต้แย้งของ Harel & Sowder, 1998, 2007; Krummheuer, 1995; Lakatos, 1976 เกี่ยวกับการโต้แย้งกันที่เหมาะสมสำหรับครูและนักเรียน โดยมี 4 ขั้นตอน ดังนี้

**ขั้นที่ 1 การสร้างกรณี (Generating Cases)** ครูจะช่วยให้ นักเรียนเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ผ่านการกระตุ้นความสนใจและทบทวนความเข้าใจของนักเรียน โดยใช้การอธิบายเนื้อหา ตอบคำถาม เพื่อเป็นพื้นฐานในการสร้างกรณีหรือข้อโต้แย้งของนักเรียน ซึ่งครูอาจจะกำหนดสถานการณ์ปัญหาหรืออาจสร้างกรณีสำหรับนักเรียนได้ด้วยเช่นกัน ในขั้นนี้นักเรียนจะรวบรวมข้อมูลจากนั้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและเลือกกรณีที่มีความสมเหตุสมผล

**ขั้นที่ 2 การคาดเดา (Conjecturing)** ครูถามคำถามเพื่อช่วยให้นักเรียนสำรวจและเกิดการคาดเดาที่หลากหลาย ในขั้นนี้นักเรียนจะร่วมกันทำงานเป็นกลุ่มเล็ก ๆ เพื่ออภิปรายและคาดเดาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม จากนั้นนักเรียนจะแลกเปลี่ยนความคิดกับเพื่อนต่างกลุ่ม และคาดเดาอีกครั้งว่าสิ่งที่นักเรียนคิดนั้นสมเหตุสมผลหรือไม่ และสุดท้ายนักเรียนจะต้องเขียนสรุปการเดาของตนเอง

**ขั้นที่ 3 การแสดงเหตุผล (Justifying)** ครูแสดงการคาดเดาของนักเรียนทั้งชั้น จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันพิจารณาประเด็นการคาดเดา โดยให้นักเรียนแสดงเหตุผล ในขั้นนี้นักเรียนสามารถโต้แย้งและวิพากษ์วิจารณ์ข้อโต้แย้งของเพื่อนเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง ครูต้องใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเห็นกระบวนการและวิธีหาคำตอบโดยมุ่งเน้นไปที่การให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล

**ขั้นที่ 4 การสรุป (Concluding)** นักเรียนร่วมกันพิจารณาว่าการเดาของพวกเขา นั้นเป็นจริงหรือเท็จโดยพิจารณาจากข้อมูลที่มี ครูจะอธิบายหรือแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม จากนั้นนักเรียนจะสรุปและเขียนรายงานโดยสรุปข้อโต้แย้ง การคาดเดา การให้เหตุผล และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของข้อสรุป ซึ่งจะช่วยให้ นักเรียนเข้าใจและจดจำสิ่งที่ได้เรียนรู้ได้มากขึ้น

### 3.2 แนวทางการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

นักวิชาการศึกษาได้เสนอแนวทางการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การเริ่มต้นการสอนด้วยการโต้แย้ง อาจจะเริ่มการสอนด้วยรูปแบบการโต้แย้งได้ไม่ครบทั้ง 4 ขั้นตอนในหนึ่งครั้ง แต่ทุกบทเรียนสามารถใช้บางขั้นตอนของรูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ได้ ซึ่งมีแนวทางการสอน 3 รูปแบบ ดังนี้

รูปแบบที่ 1 เริ่มต้นด้วยการเพิ่มการให้เหตุผลที่เหมาะสมกับบทเรียนที่ครูมีอยู่ใช้คำถามเล็กน้อย ๆ พยายามใช้ให้บ่อยที่สุดและนักเรียนจะตระหนักได้ว่า พวกเขาสามารถอธิบายและ

ให้เหตุผลได้ด้วยอย่างเช่น ครูสามารถถามว่า “คุณรู้ได้อย่างไรว่าเป็น จริง” ไม่ว่าจะสอนบทเรียนอะไร นักเรียนจะสร้างข้อความทางคณิตศาสตร์ขึ้นได้แม้ว่าสิ่งที่พวกเขา ได้จะเป็นเพียงผลลัพธ์ก็ตาม การ คำนวณ ครูสามารถเริ่มให้นักเรียนแสดงเหตุผลของพวกเขาเพียง แค่ถามว่า “เราจะรู้ได้อย่างไรว่ามัน เป็นจริง” ให้นักเรียนอธิบายเหตุผลที่ดีที่สุดโดยยึดตามการ แสดงออกทางคณิตศาสตร์ที่พวกเขา พัฒนาขึ้นมา

รูปแบบที่ 2 สอนบทเรียนตามการคาดเดาเพียงอย่างเดียว ครูสามารถเริ่มต้น บทเรียนด้วยการคาดเดาที่ “ขัดแย้ง” สมมติฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอาจมีมุมมองที่แตกต่าง กันในตอนเริ่มต้น หากครูทราบว่าต้องการให้ชั้นเรียนมุ่งหน้าไปที่ใด ครูสามารถเริ่มด้วยการคาดเดาที่ ได้ออกแบบมาเพื่อเน้นแนวคิดหรือความเข้าใจใหม่ ครูบางคนพบว่าการเริ่มชั้นเรียนด้วยการคาดเดา ผิดๆ นั้นมีประโยชน์โดยเฉพาะอย่างยิ่งสิ่งที่แสดงถึงความคิดเริ่มแรกที่นักเรียนมักมี บ่อยครั้งที่การ เริ่มต้นด้วยการคาดเดาผิดๆ เป็นวิธีที่ดีที่จะนำผู้เริ่มต้นเข้าสู่การสนทนาได้ ขณะที่ครูสอนคำพูดของ นักเรียนที่เกี่ยวกับการคาดเดาจะนำมาซึ่งเหตุผลที่พวกเขายึดถือตามแนวคิด ในขณะที่นักเรียนคนอื่น ไม่เห็นด้วยและพูดว่าทำไม นักเรียนจะค่อยๆ เปลี่ยนความคิดของตนเอง

รูปแบบที่ 3 สอนบทเรียนที่กำหนดให้นักเรียนสร้างการคาดเดาของตนเอง เมื่อเข้า สู่ขั้นตอนที่ 3 ครูจะต้องให้นักเรียนมีส่วนร่วมในรูปแบบการโต้แย้งทั้ง 4 ขั้นตอน ยกตัวอย่างเช่น คุณ อาจให้นักเรียนสร้างกรณีและทำการคาดเดาในวันหนึ่ง และเลือกการคาดเดาเพื่อให้เหตุผลในวัน ต่อไป

สำหรับงานวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยนำแนวคิดของ Knudsen, et al. (2018) มาใช้ในการ จัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นที่ 1 การสร้าง กรณี (Generating Cases) ขั้นที่ 2 การคาดเดา (Conjecturing) ขั้นที่ 3 การแสดงเหตุผล (Justifying) และขั้นที่ 4 การสรุป (Concluding)

#### 4. บทบาทครูและนักเรียนในการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

บทบาทของครูและนักเรียนในการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดแต่ละขั้นตอน ดังนี้

##### ขั้นที่ 1 การสร้างกรณี (Generating Cases)

บทบาทของครู เนื่องจากขั้นแรกเป็นขั้นกระตุ้นความสนใจ และทบทวนความเข้าใจ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ครูจึงมีบทบาทในการช่วยกระตุ้นความสนใจของนักเรียนและสร้างหรือ ทบทวนความคิดพื้นฐานที่นักเรียนจะต้องใช้ในการสร้างกรณีหรือข้อโต้แย้ง โดยอธิบายเนื้อหา เล่น เกม หรือตอบคำถามที่ครูตั้งขึ้น นอกจากนี้ครูยังเป็นผู้กำหนดเนื้อหา กำหนดงาน และสถานการณ์ ปัญหา หรือในบางครั้งครูอาจเป็นผู้สร้างกรณีให้นักเรียน

บทบาทของนักเรียน ขั้นแรกเป็นขั้นที่ให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่มย่อยเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูล หาแบบรูป ความสัมพันธ์เพื่อสร้างกรณีที่น่าจะเป็นไปได้อย่างหลากหลาย

#### ขั้นที่ 2 การคาดเดา (Conjecturing)

บทบาทของครู ขั้นที่สองครูถามคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการคาดเดา และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อนต่างกลุ่ม เพื่อให้นักเรียนได้สังเกตและได้เห็นการคาดเดาของกลุ่มอื่น ๆ ครูควรย้ำให้นักเรียนหลีกเลี่ยงการตัดสินการคาดเดาของคนอื่น

บทบาทของนักเรียน ขั้นนี้นักเรียนทุกคนต้องเขียนรายงานแสดงการคาดเดาของตนเอง และให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อน แล้วคาดเดาเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนคิดว่าเป็นจริงอีกครั้ง

#### ขั้นที่ 3 การแสดงเหตุผล (Justifying)

บทบาทของครู ครูแสดงการคาดเดาของนักเรียนทั้งชั้น และเลือกทีละประเด็นให้นักเรียนพิสูจน์และให้เหตุผล โดยใช้คำถามผลักดันให้เห็นถึงขั้นตอนและวิธีการหาคำตอบและมุ่งเน้นไปที่การให้เหตุผล

บทบาทนักเรียน เมื่อนักเรียนแสดงถึงการคาดเดาแล้วจะต้องมองหาสาเหตุและเหตุผลที่ทำให้การคาดเดานั้นเป็นจริง พร้อมอภิปรายแสดงวิธีที่แตกต่าง เช่น การวาดรูป สร้างตาราง หรือกราฟ และวิจารณ์การให้เหตุผลของเพื่อนโดยการโต้แย้ง เหตุผลที่สนับสนุนการโต้แย้งนั้นอาจจะสร้างจากแนวคิดของผู้ที่อภิปรายก่อนหน้าเพื่อโน้มน้าวใจคนอื่น

#### ขั้นที่ 4 การสรุป (Concluding)

บทบาทของครู อภิปรายผลการโต้แย้ง สะท้อนผลการปรับปรุงการเขียนของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้ประเมินสิ่งที่เรียนรู้และปรับปรุงแก้ไขรายงาน

บทบาทของนักเรียน ขั้นนี้นักเรียนตัดสินใจว่า การคาดเดาเป็นจริงหรือเท็จบนพื้นฐานของการให้เหตุผลจากการโต้แย้ง และเขียนรายงานสรุปการโต้แย้ง การคาดเดา และการแสดงเหตุผลของตนเองจากกิจกรรม เพื่อให้นักเรียนได้รู้ว่าตนเองได้เรียนรู้อะไรบ้างและปรับปรุงแก้ไขรายงานตามคำแนะนำและจากการอภิปรายผล

จากข้อมูลข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า บทบาทครูและนักเรียนในการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

#### บทบาทของครู

ครูจะต้องเป็นผู้ที่กระตุ้นให้นักเรียนได้เกิดการคาดเดาช่วยให้นักเรียนสร้างกรณีหรือข้อโต้แย้ง โดยตั้งคำถามขึ้น เมื่อนักเรียนสร้างข้อคาดเดาแล้วครูจะต้องแสดงการคาดเดาของนักเรียนทั้งชั้น และเลือกทีละประเด็นให้นักเรียนให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล พร้อมทั้งพิสูจน์การให้เหตุผลของตนเอง สุดท้ายแล้วครูต้องเป็นผู้นำการสรุปข้อคาดเดาที่สมเหตุสมผลและสะท้อนผลการเขียนของนักเรียนเพื่อให้นักเรียนได้ปรับปรุงการเขียนของตนเอง



### บทบาทของนักเรียน

นักเรียนเก็บรวบรวมข้อมูล หาแบบรูป ความสัมพันธ์เพื่อสร้างกรณีที่อาจเป็นไปได้อย่างหลากหลาย เพื่อนำมาเขียนรายงานแสดงการคาดเดาของตนเอง นักเรียนจะต้องแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเพื่อนเพื่อทำให้ทราบถึงข้อคาดเดาที่หลากหลาย ร่วมกันแสดงเหตุผลที่ทำให้การคาดเดานั้นเป็นจริง พร้อมทั้งอภิปรายแสดงวิธีที่แตกต่างวิจารณ์การให้เหตุผลของเพื่อนโดยการโต้แย้ง เหตุผลที่สนับสนุนการโต้แย้งนั้นอาจจะสร้างจากแนวคิดของผู้ที่อภิปรายก่อนหน้าเพื่อนำมาพิจารณาใจคนอื่น จากนั้นเขียนรายงานสรุปการโต้แย้ง การคาดเดา และการแสดงเหตุผลของตนเองจากกิจกรรม

### ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

#### 1. ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

NCTM (1989, 2000) ได้กล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่เป็ นนามธรรมและการให้เหตุผลเป็นเครื่องมือในการทำความเข้าใจ ความเป็นนามธรรมนั้นการให้เหตุผล เป็นสิ่งที่เราต้องใช้ในการคิดเกี่ยวกับคุณสมบัติของแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ (Mathematic Objects) และพัฒนาแนวคิดทางคณิตศาสตร์เหล่านั้นให้อยู่ในรูปทั่วไป (Develop Generalizations)

OECD (2019) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับกระบวนการคิดที่ยังรากอย่างมีตรรกะ ซึ่งจะสำรวจและเชื่อมโยงองค์ประกอบของปัญหาเพื่อทำการอนุมาน ตรวจสอบเหตุผลที่ให้มาหรือให้เหตุผลของข้อความหรือวิธีแก้ไขปัญหา

OECD (2021) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับการประเมินสถานการณ์ การเลือกกลยุทธ์ การสรุปผลเชิงตรรกะ การพัฒนาและอธิบายวิธีแก้ปัญหา และตระหนักว่าวิธีแก้ปัญหานั้นสามารถนำไปใช้ได้อย่างไร นักเรียนใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เมื่อพวกเขาารู้ จัดระเบียบข้อมูล เชื่อมโยง แสดงแทน ประเมิน อธิบาย ตีความ ตัดสิน และวิจารณ์

อัมพร ม้าคนอง (2553) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างข้ออ้างอิงทั่วไป และการหาข้อสรุปที่ถูกต้องเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่สิ่งต่าง ๆ เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กัน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้กล่าว กระบวนการการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจงความสัมพันธ์ หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2560) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการสร้างคำอธิบาย และการขยายความรู้ไปสู่สถานการณ์ใหม่ ในสถานการณ์การแก้ปัญหาบางอย่างที่ไม่คุ้นเคยหรือที่มีบริบทที่ซับซ้อน นักเรียนอาจจะต้องแบ่งปัญหาออกเป็นปัญหาย่อย ๆ อาจต้องวิเคราะห์ว่ามีหลักการใดบ้างเข้ามาเกี่ยวข้อง ต้องใช้สมการ สูตร ความสัมพันธ์ที่เหมาะสม ต้องใช้เทคนิค การวิเคราะห์ การประเมินคำตอบ

จากความหมายของความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่นักการศึกษาได้ให้ไว้ข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ คือ กระบวนการคิดอย่างมีวิจารณญาณ เพื่อสร้างความเข้าใจและสามารถอธิบายได้ โดยอาศัยการคิด วิเคราะห์ ในการรวบรวมข้อเท็จจริง แนวคิด สถานการณ์ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์จากนั้นเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์เหล่านั้นให้อยู่ในรูปทั่วไป หรือทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

## 2. ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลไว้ ดังนี้

O'Daffer (1990) แบ่งประเภทของการให้เหตุผลออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับสมาชิกบางสมาชิกในขอบเขตหนึ่ง ๆ เพื่อนำไปสู่กรณีทั่วไป หรือนำไปสู่สมาชิกทุกตัวในขอบเขตนั้น

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตรงเป็นการใช้ข้อความหรือแบบรูปที่เป็นจริงหรือสมเหตุสมผล เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

NCTM (1989, 2000) แบ่งประเภทของการให้เหตุผลไว้ 2 ประเภท ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการคิดที่เริ่มจากข้อเท็จจริงย่อย ๆ แล้วพยายามหากฎหรือหลักการทั่วไปเพื่อรวบรวมส่วนย่อยเข้าด้วยกันเป็นส่วนรวม

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการคิดหาเหตุผลจากการหาข้อกล่าวอ้างไปยังข้อสรุป โดยข้อสรุปนี้มีความสมเหตุสมผล

OECD (2021) แบ่งประเภทของการให้เหตุผลออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) คือ การอ้างเหตุผลจากข้อมูล การคาดคะเนและความเป็นไปได้ของหลักฐานที่ได้มา

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) คือ การอ้างเหตุผลที่มีข้อสรุป ตามหลักการความรู้พื้นฐานหรือสิ่งที่เป็นจริงอยู่แล้ว

Keiling (2021) ได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลออกเป็น 2 ประเภทได้แก่

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) คือ การใช้สถานการณ์เฉพาะ และสรุปผลจากสถานการณ์เหล่านั้น เรียกอีกอย่างว่า "การให้เหตุผลแบบมีเหตุและผล"

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) คือ การแสดงข้อความทั่วไป และสำรองข้อมูลด้วยสถานการณ์หรือข้อมูลที่เฉพาะเจาะจงในการสรุปผล

Malcolm, M. (n.d.) ได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผล ดังนี้

1. การให้เหตุผลเชิงอุปนัย (Inductive Reasoning) หมายถึง การได้ข้อสรุปที่โดยอิง จากการสังเกต

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) หมายถึง การได้ข้อสรุปโดย เริ่มต้นจากหลักฐานทั่วไป (สมมติฐานหลัก) กับสมมติฐานรองและอนุมานความเชื่อมโยงระหว่าง สมมติฐานหลักและสมมติฐานรองที่ให้ข้อสรุป

อัมพร ม้าคนอง (2553) แบ่งประเภทของการให้เหตุผลไว้ 3 ประเภท ดังนี้

1. การให้เหตุผลเชิงตรรกะ (Logical reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ใช้การคิดเชิง ตรรกะประกอบด้วย การให้เหตุผล 2 ประเภท ต่อไปนี้

1.1 การคิดแบบอุปนัย (Inductive reasoning) การให้เหตุผลแบบนี้จึงใช้ข้อมูลที่ เป็นจริงจากข้อมูลย่อย ๆ ไปสู่ข้อสรุปหรือความจริงทั่วไป หรือเป็นการมองเห็นตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง

1.2 การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลแบบนี้ เป็นการให้เหตุผลที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปที่ยอมรับกันว่าเป็นจริงโดยมีการพิสูจน์มาแล้ว เป็นหลักในการ หาข้อสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎหรือทฤษฎีนั้น

2. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยใช้ ความคิดเกี่ยวกับสัดส่วน ทั้งสัดส่วนที่เกี่ยวข้องกับจำนวนและตัวเลขและข้อมูลเชิงคุณภาพ

2.1 การให้เหตุผลเชิงคุณภาพ (Qualitative reasoning) เป็นการให้เหตุผล เกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วนและเศษส่วน

2.2 การให้เหตุผลเชิงตัวเลข (Numerical reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ เกี่ยวข้องกับตัวเลข

3. การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ (Spatial reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับมิติสัมพันธ์หรือสิ่งที่ปรากฏในมิติต่าง ๆ เช่น ภาพ 2 มิติ หรือ 3 มิติ และการให้เหตุผลเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตทั้งในมิติเดียวกันและมิติต่างกัน รวมถึงการให้เหตุผลเกี่ยวกับการแปลงข้อมูลเชิงคุณภาพเป็นภาพหรือทรงมิติต่าง ๆ เพื่อความเข้าใจที่ชัดเจนขึ้น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) แบ่งประเภทของการให้เหตุผลไว้ 2 ประเภท ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นกระบวนการที่ใช้การสังเกตหรือการทดลองหลาย ๆ แล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อหาแบบรูปที่จะนำไปสู่ข้อสรุปซึ่งเชื่อว่า น่าจะถูกต้อง น่าจะมีความเป็นไปได้มากที่สุด

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการที่ยกเอาสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ แล้วใช้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ อ้างจากสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงนั้นเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปหรือผลสรุปที่เพิ่มเติมขึ้นมาใหม่

การให้เหตุผลแบบนิรนัย ประกอบด้วยส่วนสำคัญ 2 ส่วน ดังนี้

1) เหตุหรือสมมติฐาน ซึ่งหมายถึง สิ่งที่เป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ ได้แก่ คำอธิบาย บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท ที่พิสูจน์มาแล้ว กฎหรือสมบัติต่าง ๆ

2) ผลหรือผลสรุป ซึ่งหมายถึง ข้อสรุปที่ได้จากเหตุหรือสมมติฐาน

จากการศึกษาประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้างต้นสามารถสรุปได้ว่าการให้เหตุผลสามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภทคือ 1) การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) หรือด้านการหาข้อสรุปของปัญหา และ 2) การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) หรือด้านการพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อสรุป โดยในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้เลือกวัดความสามารถ 2 ด้าน ตามกรอบของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ประกอบด้วย 2 ด้าน ได้แก่

1. ด้านการหาข้อสรุปของปัญหา เป็นความสามารถของนักเรียนในการคิดวิเคราะห์แสดงแนวคิดเกี่ยวกับการระบุความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยม เพื่อนำมาหาข้อสรุป

2. ด้านการพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อสรุป เป็นความสามารถของนักเรียนในการยืนยันข้อสรุปเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม โดยอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์มาอธิบายความสัมพันธ์ของข้อสรุป

### 3. การส่งเสริมและพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีนักวิชาการและนักการศึกษาได้เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

National Council of Teacher of Mathematics (2000) ได้เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. ให้งานที่ต้องการให้นักเรียนนึกภาพที่ออกมาด้วยตนเอง
2. ถามคำถามเพื่อให้นักเรียนพูดด้วยภาษาของตนเอง รวมทั้งสมมติฐานที่นักเรียนสร้างขึ้น
3. ให้นเวล่านักเรียนในการวิเคราะห์ปัญหาสำรวจปัญหาโดยใช้รูปแบบและดำเนินการด้วยวิธีการที่เป็นทางการมากขึ้น
4. หลีกเลี่ยงการบอกวิธีการแก้ปัญหาเมื่อนักเรียนไม่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาและหาวิธีการอื่น ๆ เพื่อสนับสนุนให้นักเรียนคิดและลงมือปฏิบัติ
5. ถามคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิดเช่น “ทำไมถึงทำงานนี้” “นักเรียนทราบได้ อย่างไร
6. รอเวลาที่เหมาะสมหลังจากถามคำถามเพื่อให้นักเรียนคิดเหตุผลของตนเอง
7. คาดหวังให้นักเรียนสื่อสารเหตุผลของตนเองกับเพื่อนร่วมชั้นและครู โดยการพูดและเขียนโดยใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม
8. เน้นการอธิบายที่เป็นตัวอย่างที่ดี และให้นักเรียนสะท้อนสิ่งที่นักเรียนได้ทำ
9. จัดสภาพห้องเรียนให้นักเรียนรู้สึกสะดวกสบายในการแบ่งปันข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์และวิจารณ์ข้อโต้แย้งของเพื่อนในลักษณะที่เป็นประโยชน์

สิริพร ทิพย์คง (2545) กล่าวโดยสรุปว่า การจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญ และเป็นองค์ประกอบที่ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักให้เหตุผล โดยเสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลดังนี้

1. ครูควรให้นักเรียนได้พบโจทย์หรือปัญหาที่นักเรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของนักเรียนที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบได้
2. ครูควรให้นักเรียนมีโอกาสและอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการให้เหตุผลของตนเอง
3. ครูควรให้นักเรียนช่วยกันสรุปหลักการต่าง ๆ ด้วยตนเองก่อน แล้วครูจึงช่วยสรุปและชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจว่าเหตุผลของนักเรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ มีข้อบกพร่องที่เินอย่างไร

อัมพร ม้าคนอง (2554) กล่าวโดยสรุปว่า การฝึกให้ผู้เรียนใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ควรทำในบริบททางคณิตศาสตร์ (Mathematical Context) เช่น ในขณะที่เรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์

ในขณะที่ทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ มากกว่าจะเป็นการกระตุ้นให้ผู้เรียนเห็นความสำคัญหรือให้เรียนรู้การให้เหตุผลเดี่ยว ๆ แยกจากสิ่งอื่น โดยอาจทำในการสอนเนื้อหาหมอนโตนท์ศน์ หรือการแก้ปัญหา หากเป็นการแก้ปัญหา ผู้สอนไม่ควรคำนึงถึงคำตอบสุดท้ายที่ถูกต้องเท่านั้น แต่ควรให้ความสำคัญกับเหตุผลว่า ทำไมผู้เรียนจึงได้คำตอบเหล่านั้น และคำตอบเหล่านั้นน่าจะถูกต้องหรือไม่ถูกต้องเพราะเหตุใด การให้ผู้เรียนได้อธิบายหรือชี้แจงเหตุผลจะช่วยให้ผู้เรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตน และที่สำคัญคือผู้เรียนจะได้ข้อสรุปหรือตัดสินใจความถูกต้องของสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเอง มากกว่าที่จะเชื่อตามที่ผู้สอนบอกหรือตามที่หนังสือเขียนไว้

จากการศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สามารถสรุปได้ดังนี้ ทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ครูควรจัดบรรยากาศในห้องเรียนที่สนับสนุนให้นักเรียนได้แสดงความคิดของตนเอง อธิบายและร่วมแลกเปลี่ยนความรู้ ความคิดกับเพื่อน ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนแสดงเหตุผลของตนเอง

#### 4. การวัดและประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีนักวิชาการและนักการศึกษาได้เสนอเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ ดังนี้

TIMSS (2015) ได้กล่าวว่า ด้านการใช้เหตุผลเป็นการแก้ปัญหาโดยการรวมเอาปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ปัญหาที่ซับซ้อนและการแก้ปัญหาหลายขั้นตอน โดยพฤติกรรมการเรียนรู้ ด้านการใช้เหตุผลตามนิยามของโครงการ TIMSS มีดังนี้

1. วิเคราะห์ (Analyze) เลือก อธิบาย หรือใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน นิพจน์ ปริมาณ และรูปเรขาคณิต
2. สร้างข้อสรุปทั่วไป (Generalize) สร้างคำอธิบายเพื่อแสดงความสัมพันธ์ในรูปแบบทั่วไปหรือในรูปแบบที่สามารถนำไปใช้ได้
3. สังเคราะห์ (Integrate/Synthesize) เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการนำเสนอ และกระบวนการในการแก้ปัญหา
4. ประเมิน (Evaluate) ประเมินกลยุทธ์ที่หลากหลายในการแก้ปัญหา
5. ลงข้อสรุป (Draw Conclusions) การอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผลโดยใช้ข้อมูลพื้นฐานและหลักฐาน
6. ตรวจสอบ (Justify) สร้างข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์เพื่อสนับสนุนกลยุทธ์หรือวิธีการแก้ปัญหา

กรมวิชาการ (2546) ได้กำหนดเกณฑ์การประเมินการให้คะแนนการทำข้อสอบอัตนัย  
ทักษะ/กระบวนการให้เหตุผล ไว้ดังนี้

ตาราง 6 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนผลการทำข้อสอบอัตนัย ทักษะ/กระบวนการการให้เหตุผล  
ของกรมวิชาการ

ระดับคะแนน/ ความหมาย	ผลการทำข้อสอบแบบอัตนัย	ความสามารถในการให้เหตุผล
4 / ดีมาก	การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ คำตอบถูกต้องครบถ้วน	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการ ตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3 / ดี	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ ใน แนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วนและเสนอ แนวคิดประกอบการตัดสินใจ
2 / พอใช้	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน หรือไม่ แสดงวิธีทำ คำตอบถูกต้องครบถ้วน หรือ การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ แต่คำตอบไม่ถูกต้อง ขาดการ ตรวจสอบ	เสนอแนวคิดไม่สมเหตุสมผลในการ ประกอบการตัดสินใจ
1 / ต้องปรับปรุง	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน แต่อยู่ใน แนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงวิธีทำและคำตอบที่ได้ไม่ ถูกต้อง แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง	มีความพยายามเสนอแนวคิด ประกอบการตัดสินใจ
0 / ไม่พยายาม	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์	ไม่มีแนวคิด ประกอบการตัดสินใจ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้เสนอเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผล ดังนี้

**ตาราง 7 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนเพื่อประเมินความสามารถในการให้เหตุผล**

ระดับคะแนน/ ความหมาย	เกณฑ์การให้คะแนน
3 (ดี)	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
2 (พอใช้)	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจแต่ไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี
1 (ควรแก้ไข)	มีการเสนอแนวคิดที่ไม่สมเหตุสมผลในการตัดสินใจและไม่ระบุการอ้างอิง

วรรณกร อยู่สุข (2555) กล่าวว่า เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 2 องค์ประกอบคือ การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์ และความสามารถในการอธิบายข้อสรุป โดยใช้ข้อมูลในการสนับสนุนหรือคัดค้านได้อย่างสมเหตุสมผลไว้ดังนี้

**ตาราง 8 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

ลักษณะคำตอบ	ระดับ คะแนน
<b>1. ด้านการวิเคราะห์ข้อมูล</b>	
- นักเรียนสามารถวิเคราะห์และเขียนแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้อง และครบถ้วน	3
- นักเรียนสามารถวิเคราะห์และเขียนแสดงข้อมูลได้ถูกต้อง อย่างน้อยครั้งหนึ่งของข้อมูลที่กำหนดให้วิเคราะห์ทั้งหมด แต่ยังขาดข้อมูลหรือยังไม่สมบูรณ์	2
- นักเรียนสามารถวิเคราะห์และเขียนแสดงข้อมูลได้ถูกต้องบ้าง แต่ยังไม่ถึงครั้งหนึ่งของข้อมูลที่กำหนดให้วิเคราะห์ทั้งหมด	1
- นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์และเขียนแสดงข้อมูลได้เลย	0
<b>2. ด้านความสามารถในการอธิบายข้อสรุป</b>	
- นักเรียนสามารถเขียนอธิบายข้อสรุปโดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน	3
- นักเรียนสามารถเขียนอธิบายข้อสรุปโดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้	2



ลักษณะคำตอบ	ระดับ คะแนน
ได้อย่างถูกต้อง อย่างน้อยครั้งหนึ่ง แต่ยังไม่สมบูรณ์	
- นักเรียนสามารถเขียนอธิบายข้อสรุปโดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ ได้ถูกต้องบ้าง แต่ยังไม่ถึงครั้งหนึ่ง	1
- นักเรียนสามารถเขียนอธิบายข้อสรุปได้ถูกต้องบ้าง แต่ยังไม่สามารถใช้ข้อมูล จากสถานการณ์ที่กำหนดในการอธิบายได้	
- นักเรียนไม่สามารถเขียนอธิบายข้อสรุปได้เลย	0

จากเกณฑ์การวัดและประเมินความสามารถในการให้เหตุผล ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยสร้างเกณฑ์โดยประยุกต์จากเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ วรณารัตน์ อยู่สุข (2555) ซึ่งวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 2 ด้านคือ ด้านความสามารถในการอธิบายข้อสรุป และด้านการวิเคราะห์ข้อมูล

#### 5. ลักษณะและประเภทของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

กรมวิชาการ (2542) ได้ระบุถึงเครื่องมือที่เหมาะสมที่จะใช้วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า ควรใช้โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิดที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็น หรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้

ชนานันท์ สิงห์มัยและวีรยุทธ นิลสระคู. (2561) แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นข้อสอบ อัตนัย เพื่อวัดระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบ่งเป็น 4 ระดับ ดังนี้

ระดับ 1 ระดับการให้เหตุผลตามความคิดของบุคคล (Subjective or non-quantitative reasoning) เป็นระดับการให้เหตุผลที่บุคคลใช้ความคิดของตนเองเป็นหลักในการตัดสินใจ

ระดับ 2 ระดับการให้เหตุผลที่มีการเชื่อมโยงระหว่างความคิดของบุคคลกับข้อมูลเชิงปริมาณ (Transitional between subjective and naive quantitative reasoning) เป็นระดับการให้เหตุผลที่บุคคลใช้ข้อมูลประกอบความคิดของตนเอง

ระดับ 3 ระดับการให้เหตุผลที่สามารถแสดงได้ด้วยข้อมูลเชิงปริมาณแบบไม่เป็นทางการ (Informal quantitative reasoning) เป็นระดับการให้เหตุผลที่มีการใช้ข้อมูลเปรียบเทียบหรืออธิบาย

ระดับ 4 ระดับการให้เหตุผลที่มีการใช้ทฤษฎีหรือหลักการและข้อมูลเชิงปริมาณ (Incorporates quantitative reasoning) เป็นระดับการให้เหตุผลที่มีการใช้ทฤษฎีหรือหลักการประกอบการคิดหรือคำนวณ

จากลักษณะลักษณะและประเภทของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่นักวิชาการการศึกษาได้กล่าวข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ควรมีลักษณะเป็นแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบควบคู่ไปกับการเขียนตอบเพื่ออธิบายเหตุผลประกอบ

## ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

### 1. ความหมายของการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

NCTM (1989) เสนอว่า การสื่อสารเป็นความสามารถของนักเรียนในการใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงและทำความเข้าใจแนวคิด เป็นการผสมผสานความรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เพื่ออธิบายความเข้าใจของตนเอง โดยจะทำให้นักเรียนเข้าใจความคิดของตนเองอย่างลึกซึ้ง เมื่อนักเรียนได้นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาของตนเองได้พิสูจน์ความมีเหตุผลของตนเองต่อคนอื่นหรือเมื่อนักเรียนได้ตั้งโจทย์หรือคำถามด้วยวิธีการสื่อสารหลากหลาย เช่น การเขียนการฟังและการพูด

Hafifah & Bharata (2018) ได้ให้ความหมายของความสามารถการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ความสามารถการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถของนักเรียนที่จะเข้าใจความหมายทางคณิตศาสตร์ สัญลักษณ์ หรือสัญลักษณ์อย่างเหมาะสม แล้วสามารถแสดงความหมายทางคณิตศาสตร์ได้ความคิดผ่านปาก การเขียน และการวาดภาพ

Rohid et al., (2019) กล่าวว่า การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Communication Skills; MCS) หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการ (1) จัดเรียงและเชื่อมโยงการคิดทางคณิตศาสตร์ผ่านการสื่อสาร (2) สื่อสารการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างมีเหตุผลและชัดเจนให้กับเพื่อน ครู และคนอื่น ๆ (3) วิเคราะห์และประเมินการคิดและกลวิธีทางคณิตศาสตร์ที่ผู้อื่นใช้ และ (4) ใช้ภาษาคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์อย่างถูกต้อง

อัมพร ม้าคนอง (2553) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการอธิบายชี้แจง แสดงถึงความเข้าใจหรือความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของตนเอง ให้ผู้อื่นได้รับรู้โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร มีลำดับขั้นตอนในการแสดงเหตุผลเพื่อสนับสนุนข้อสรุป โดยการใช้ตาราง กราฟหรือค่าสถิติในการอธิบายหรือนำเสนอข้อมูล

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ เป็นกระบวนการสื่อสารที่นอกจากนำเสนอผ่านช่องทางการสื่อสารการฟังการพูด การอ่าน การเขียน การดูและการแสดงท่าทางตามปกติ แล้วยังเป็นการสื่อสารที่มีลักษณะพิเศษโดยมีการใช้สัญลักษณ์ ตัวแปร ตาราง กราฟ อสมการ ฟังก์ชันหรือแบบจำลอง เป็นต้นมาช่วยในการสื่อความหมายด้วย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) กล่าวว่า ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ หมายถึง ความสามารถในการพูดและเขียน การใช้คำศัพท์สัญลักษณ์ กราฟ ตาราง ตัวแปร รูปภาพและแบบจำลอง เพื่อแสดงหรืออธิบายแนวคิดของตนเองให้ผู้อื่นได้รับรู้โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องมีความกระชับชัดเจนและเหมาะสม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2560) กล่าวว่า การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จะช่วยให้นักเรียนสามารถถ่ายทอดความรู้ความเข้าใจ แนวคิดทางคณิตศาสตร์หรือกระบวนการคิดของตนให้ผู้อื่นรับรู้ได้อย่างถูกต้องชัดเจนและมีประสิทธิภาพ การที่นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายหรือการเขียนเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้และความคิดเห็นถ่ายทอดประสบการณ์ซึ่งกันและกัน ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมาย เข้าใจได้อย่างกว้างลึกซึ้งและจดจำได้นานมากขึ้น

จากการกล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการพูดและการเขียน การใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ และรูปภาพ เพื่อแสดงแนวคิดหรืออธิบายแนวความคิดของตนเองเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมให้ผู้อื่นได้รับรู้ โดยในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้เลือกวัดความสามารถ 3 ด้าน ตามกรอบของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ประกอบด้วย 3 ด้าน ดังนี้ 1. ความสามารถด้านการใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ 2. ความสามารถด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และ 3. ความสามารถด้านการนำเสนอ

## 2. การส่งเสริมและพัฒนากการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

Rowan & Morrow (1993) ได้เสนอแนวทางการพัฒนาการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1) การนำเสนอสื่อรูปธรรม แล้วให้นักเรียนพรรณนาถึงสิ่งที่พบ  
 2) ใช้เนื้อหา เรื่องราว หรืองานที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวนักเรียน เช่น โครงการที่มีกิจกรรมสืบค้นเป็นสิ่งที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สื่อสารโดยตรง กิจกรรมเช่นนี้ช่วยให้นักเรียนเห็นคุณค่าทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ในการดำเนินชีวิต และเป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวนักเรียน ทำให้การสื่อสารเป็นไปอย่างสมบูรณ์

3) การใช้คำถาม โดยเฉพาะคำถามปลายเปิดจะเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและแสดงการตอบสนองออกมา คำถามปลายเปิดเป็นคำถามที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอย่างหลากหลาย และมีการคิดอย่างสร้างสรรค์

4) ให้โอกาสนักเรียนได้เขียนสื่อสารแนวคิด เพื่อให้นักเรียนเห็นว่าการเขียนเป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องเชื่อว่าทำไมต้องเขียนอธิบาย นั่นคือเป้าหมายของการเขียนต้องชัดเจน

การสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยการเขียนเป็นทักษะการสื่อสารที่ช่วยให้นักเรียนมีความชัดเจนในแนวคิด ช่วยพัฒนาการรับรู้ทางคณิตศาสตร์ ได้ทราบว่าตนเองมีความคิดเห็นและมีความเข้าใจอย่างไร เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนที่ไม่กล้าแสดงออกด้วยการพูดได้แสดงออกโดยการเขียน

5) ใช้การเรียนแบบร่วมมือซึ่งกันและกัน (Cooperative and collaborative group) เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดกันในกลุ่มเป็นการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสาร

6) ใช้การชี้แนะโดยตรงและโดยอ้อม (Overt and Covert clues) การตอบสนองต่อคำถามของนักเรียน การบริการและจัดระบบชั้นเรียน เป็นการชี้แนะให้นักเรียนได้ทราบถึงสิ่งที่คาดหวังและมาตรฐานในการเรียนรู้ เพื่อที่นักเรียนจะได้แสดงแนวคิดเหล่านั้นได้อย่างไม่ต้องกังวล

กรมวิชาการ (2546) กล่าวว่า การสื่อสารการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอเป็นการให้คติวิเคราะห์สังเคราะห์เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา นักเรียนต้องฝึกทักษะในการสังเกต การนำเสนอรูปภาพต่าง ๆ เพื่อสื่อความหมายแล้วนำความรู้ทางเรขาคณิตไปอธิบายปรากฏการณ์และสิ่งแวดล้อมต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน

การจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดทักษะการสื่อสารการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอในวิชาพีชคณิตเป็นการฝึกทักษะให้นักเรียนรู้จักวิเคราะห์ปัญหาสามารถเขียนปัญหาในรูปแบบของตาราง กราฟหรือข้อความ เพื่อสื่อสารความสัมพันธ์ของจำนวนเหล่านั้น การทำให้เกิด

ทักษะการสื่อสารการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ มีแนวทางในการดำเนินการ ดังนี้

1. กำหนดโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน
2. ให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติและแสดงความคิดเห็นด้วยตนเองโดยผู้สอนช่วยชี้แนวทาง

ในการสื่อสารสื่อความหมายและการนำเสนอ

จากการศึกษาการส่งเสริมและพัฒนาการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ สามารถสรุปได้ว่า การส่งเสริมและพัฒนาการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ครูควรจัดบรรยากาศให้นักเรียนได้พูด แสดงความคิดเห็น อธิบายเหตุผล และมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อน ๆ และครู ให้นักเรียนได้รับฟังความคิดเห็นของเพื่อนพร้อมทั้งสะท้อนความคิดของเพื่อนด้วย ให้นักเรียนได้ฝึกอ่าน และเขียนไปพร้อมกัน

### 3. การวัดและประเมินความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาการวัดและการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีนักวิชาการหลายท่านได้เสนอแนวทางการประเมินการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Kennedy & Tipps (1994, p. 112) กล่าวถึงเกณฑ์ในการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 3 ด้านดังนี้

1. ภาษาทางคณิตศาสตร์ (Language of Mathematics)
  - ไม่ใช้หรือใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ไม่เหมาะสม
  - ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเป็นบางครั้ง
  - ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเกือบทุกครั้ง
  - ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมถูกต้องสละสลวย
2. การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Representation)
  - ไม่ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์-มีการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์
  - ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องและเหมาะสม
  - ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้เข้าใจชัดเจน
3. ความชัดเจนของการนำเสนอ (Clarity of Presentation)
  - การนำเสนอไม่ชัดเจน (สับสนไม่สมบูรณ์ขาดรายละเอียด)
  - การนำเสนอมีความชัดเจนในบางส่วน
  - การนำเสนอมีความชัดเจนเกือบสมบูรณ์
  - การนำเสนอชัดเจนสมบูรณ์ (เป็นระบบสมบูรณ์มีรายละเอียดครบ)

กรมวิชาการ (2546) ได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนผลการทำข้อสอบแบบอัตนัยทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ดังแสดงในตาราง 10

**ตาราง 9 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนผลการทำข้อสอบแบบอัตนัยทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์**

ระดับคะแนน/ ความหมาย	ผลการทำข้อสอบแบบอัตนัย	ความสามารถการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
4 / ดีมาก	การแสดงวิธีทำชัดเจนสมบูรณ์ คำตอบถูกต้องครบถ้วน	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบตามลำดับขั้นตอนได้เป็นระบบ กระชับ ชัดเจน และมีรายละเอียดสมบูรณ์
3 / ดี	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนักแต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้องคำตอบถูกต้องครบถ้วน	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบตามลำดับขั้นตอน ได้ถูกต้อง ขาดรายละเอียดที่สมบูรณ์
2 / พอใช้	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนหรือไม่แสดงวิธีทำ คำตอบถูกต้องครบถ้วน หรือการแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์แต่คำตอบไม่ถูกต้อง ขาดการตรวจสอบ	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์พยายามนำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบชัดเจนบางส่วน
1 / ต้องปรับปรุง	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงวิธีทำและคำตอบไม่ถูกต้อง แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่างง่าย ๆ ไม่ได้ใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางและการนำเสนอข้อมูลไม่ชัดเจน
0 / ไม่พยายาม	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์	ไม่นำเสนอ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

**ตาราง 10 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์**

ระดับคะแนน/ความหมาย	เกณฑ์การให้คะแนน
3 (ดี)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลตามลำดับขั้นตอนชัดเจนและมีรายละเอียดครบถ้วนสมบูรณ์
2 (พอใช้)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลได้ชัดเจนบางประเด็นและยังขาดรายละเอียดในบางประเด็น
1 (ปรับปรุง)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง และนำเสนอข้อมูลไม่ชัดเจน

จากการวัดและประเมินความสามารถในการสื่อสารสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์โดยพิจารณาจากลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรับจาก Kennedy & Tipps (1994, p. 112) และ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ซึ่งพิจารณาจากลักษณะพฤติกรรมทั้ง 3 ด้าน ดังนี้ 1) ภาษาทางคณิตศาสตร์ (Language of Mathematics) 2) การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Representation) และ 3) ความชัดเจนของการนำเสนอ (Clarity of Presentation)

## งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### 1. งานวิจัยในประเทศ

ธชนี ไสยรส (2561) ได้ศึกษาการอภิปรายโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อวิเคราะห์การอภิปรายโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนโดยใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพ กลุ่มเป้าหมายคือนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 15 คน ภาคเรียนที่ 1 ปี การศึกษา 2561 โรงเรียนคูคาพิทยาสรรพ์ จังหวัดขอนแก่น จัดการเรียนการสอนด้วยวิธีการแบบเปิดภายใต้กระบวนการศึกษาชั้นเรียนตามแนวคิดของ Inprasitha (2011) เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องรูปสามเหลี่ยม จำนวน 5 แผน ใบกิจกรรม กล้องวิดีโอและเครื่องบันทึกเสียง วิเคราะห์ข้อมูลโดยการวิเคราะห์โพโตคอลการแก้ปัญหาของนักเรียน และการสะท้อนผลของทิมวิจัย โดยใช้กรอบการอภิปรายโต้แย้งของ CCSS (2010) ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนสามารถสร้างการอภิปราย

โต้แย้งและวิจารณ์เหตุผลของผู้อื่นได้ ใช้สมมติฐาน/ความรู้ที่มีก่อนหน้านั้นในการสร้างข้อโต้แย้ง สามารถสร้างการคาดเดาและสร้างข้อสนับสนุนของข้อกล่าวอ้าง เพื่อสำรวจความจริงของการคาดคะเนของตนเอง ชี้แจงข้อสรุปของตนเองสื่อสารกับคนอื่น ๆ และตอบข้อโต้แย้งของผู้อื่นได้

กฤตยาณี พ่วงเสื่อ (2562) ได้ศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยม กลุ่มเป้าหมายคือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 9 คน ณ โรงเรียนขนาดเล็กแห่งหนึ่งในจังหวัดนครสวรรค์ โดยใช้รูปแบบการวิจัยปฏิบัติการ 4 วงจร ใช้เวลาทั้งหมด 12 ชั่วโมง เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ จำนวน 4 แผน ใบกิจกรรม แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์ โดยนำข้อมูลที่ได้มาทำการวิเคราะห์เชิงเนื้อหาและใช้สถิติพื้นฐานคือการแจกแจงความถี่และร้อยละ และตรวจสอบความน่าเชื่อถือของข้อมูลแบบสามเส้าด้าน วิธีการรวบรวมข้อมูล ซึ่งผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีพัฒนาการทางความสามารถในการให้เหตุผลด้านการหาข้อสรุปของปัญหาสูงกว่าความสามารถในการให้เหตุผลด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถด้านการหาข้อสรุปของปัญหาสูงกว่าด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป

วิรมน ศรคม (2564) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และการสื่อสารสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ปริมาตรและความจุของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยจุดมุ่งหมายเพื่อ 1) ศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา และการสื่อสาร สื่อความหมาย เรื่อง ปริมาตรและความจุของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก และ 2) ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา และการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ปริมาตรและความจุของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก งานวิจัยนี้ใช้รูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน กลุ่มเป้าหมาย คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 15 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ 1) แผนการจัดการเรียนรู้ 2) ใบกิจกรรม 3) แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และ 4) แบบสังเกตความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยการวิเคราะห์เชิงเนื้อหา และตรวจสอบข้อมูลแบบสามเส้า ผลการวิจัยพบว่า 1) แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา และการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ปริมาตรและความจุของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก มีประเด็นควรเน้น



ได้แก่ การทบทวนความรู้พื้นฐานให้แก่นักเรียนโดยสามารถใช้วิธีที่หลากหลาย การใช้คำถามกระตุ้นคิดกับนักเรียนอย่างสม่ำเสมอ การมีส่วนร่วมของนักเรียน อีกทั้งสถานการณ์ปัญหาที่ครูกำหนดต้องมีความท้าทาย และมีวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย 2) นักเรียนส่วนใหญ่มีการพัฒนาความสามารถแก้ปัญหา และการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น หลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ปริมาตรและความจุของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

นิริชอุลา ทับพุ่ม และวณิชทร พูนไพบุลย์พิพัฒน์ (2564) ได้ศึกษาการส่งเสริมทักษะการอภิปรายโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด เรื่อง ความคล้ายของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยวิธีการแบบเปิดที่ส่งเสริมทักษะการอภิปรายโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ และ 2) ส่งเสริมทักษะการอภิปรายโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ความคล้าย โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด กลุ่มเป้าหมายคือนักเรียน จำนวน 36 คน ในโรงเรียนมัธยมศึกษาขนาดใหญ่แห่งหนึ่งในจังหวัดลพบุรี ผู้วิจัยใช้รูปแบบการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน 3 วงจรปฏิบัติการเครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัย ได้แก่ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิดแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ และแบบสังเกตการอภิปรายโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ มี 4 องค์ประกอบ คือ 1) การสร้างข้อคาดการณ์และการให้เหตุผลสนับสนุนข้อมูล 2) การให้หลักฐานสนับสนุนข้อมูล 3) การให้ข้อโต้แย้งที่แตกต่างออกไป และ 4) การให้เหตุผลสนับสนุนการโต้แย้งกลับ โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหา ผลการวิจัยพบว่า แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการอภิปรายโต้แย้งทางคณิตศาสตร์มีประเด็นที่ควรเน้น คือ ครูต้องใช้สถานการณ์ปัญหาที่มีวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ต้องใช้คำถามปลายเปิดเพื่อกระตุ้นการอภิปรายโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และต้องสร้างบรรยากาศให้นักเรียนคิดและกล้าแสดงออก ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบเปิดทำให้นักเรียนพัฒนาทักษะการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 องค์ประกอบย่อย โดยเรียงลำดับการพัฒนาจากมากไปน้อยได้ดังนี้ การสร้างข้อคาดการณ์ และการให้เหตุผลสนับสนุนข้อมูล คิดเป็นร้อยละ 85.19 รองลงมา คือ การให้หลักฐานสนับสนุนข้อมูล และการให้ข้อโต้แย้งที่แตกต่างออกไป เท่ากัน คิดเป็นร้อยละ 78.70 และการให้เหตุผลสนับสนุนการโต้แย้งกลับ คิดเป็นร้อยละ 75 ตามลำดับ

## 2. งานวิจัยในต่างประเทศ

Lin (2018) ได้ทำการศึกษาการพัฒนาการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในห้องเรียนประถมศึกษา โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อให้ให้นักเรียนมีโอกาสเข้าร่วมกิจกรรมเพื่อเริ่มการโต้แย้งในห้องเรียนระดับประถมศึกษา จุดเน้นคือการพัฒนาการโต้แย้งเมื่อนักเรียนมีส่วนร่วมในการคาดเดา ซึ่งรวมอยู่ในการสอนคณิตศาสตร์ตามปกติเป็นเวลาสองปีติดต่อกัน การทำงานกับครูกลุ่มละ 6 คน เพื่อพัฒนางานการคาดเดาและกลยุทธ์การสอนเพื่อสนับสนุนครูในการสอน จากนั้นจึงปรับปรุงคุณภาพการโต้แย้งของนักเรียนเมื่อนักเรียน 24 คนอยู่ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และ 4 ข้อมูลที่รวบรวมส่วนใหญ่ประกอบด้วยงานการคาดเดา บันทึกเสียงและวิดีโอจากการสังเกตในห้องเรียนและใบงานของนักเรียน ผลการวิจัยพบว่า ความก้าวหน้าของการโต้แย้งในชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และ 4 อาจมาจากปัจจัยต่อไปนี้: ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ประสบการณ์ในการโต้แย้งและการคาดเดา ความเชี่ยวชาญและประสบการณ์ของครู การซักถาม; การออกแบบงาน การคาดเดาเป็นแนวทางการสอนความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนค่อยๆ เพิ่มขึ้นจากชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ถึงชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 และประสบการณ์ที่ได้รับจากการคาดเดาและการโต้แย้งผ่านการฝึกปฏิบัติในการสอนตามปกติก็เช่นกัน ความเชี่ยวชาญในการสอนการโต้แย้งที่พัฒนาขึ้นผ่านการปฏิบัติมีบทบาทสำคัญในการเริ่มต้นและคงไว้ซึ่งการเปลี่ยนแปลงของการโต้แย้ง การตั้งคำถามของครูยังช่วยให้เราระบุประเภทคำถามที่ใช้ในแต่ละขั้นตอนของการคาดเดาซึ่งทำให้การโต้แย้งของนักเรียนดำเนินต่อไปได้

Cervantes-Barraza et.al (2019) ได้ศึกษา การส่งเสริมการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์จากการโต้แย้งร่วมกันในชั้นเรียนประถมศึกษา ผู้มีส่วนร่วมในการวิจัยเป็นนักเรียนที่กำลังศึกษาอยู่ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 3 ห้องเรียน รวม 33 คน ณ โรงเรียนเอกชนแห่งหนึ่ง กลุ่มนี้ได้รับเลือกเนื่องจากครูประจำชั้นใช้หลักสูตรดั้งเดิมที่เน้นขั้นตอนปฏิบัติ และนักเรียนหลายคนมีคะแนนต่ำในวิชาคณิตศาสตร์ บทเรียนคณิตศาสตร์ในห้องเรียนนี้โดยทั่วไปแล้วจะมีครูเป็นศูนย์กลางและมีโครงสร้างในลักษณะเดียวกันโดยเริ่มจากการทบทวนหัวข้อจากบทเรียนที่แล้ว การแนะนำหัวข้อใหม่ การนำเสนอตัวอย่าง และการบ้าน บรรทัดฐานของห้องเรียนก่อนการทดลองสอน นักเรียนไม่ค่อยมีส่วนร่วมในการโต้แย้งกัน ผู้วิจัยดำเนินการเลือกหัวข้อทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “มุมตรงข้าม” เป็นเรื่องที่นักเรียนมักจะทำแบบฝึกหัดตามขั้นตอนและไม่ผ่านกระบวนการคาดเดา ผลการวิจัยนี้พบว่า การโต้แย้งกันในห้องเรียนระดับประถมศึกษาสามารถเป็นไปได้และเป็นวิธีการรวมการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เข้ากับหัวข้อเรขาคณิตแบบยุคลิดในชั้นประถมศึกษาตอนปลาย การโต้แย้งเป็นกลุ่มเป็นวิธีหนึ่งที่ควรเริ่มใช้กับนักเรียนระดับประถมศึกษาให้รู้จักแนวคิดเรื่องการโต้แย้งและการพิสูจน์ ด้วยการอำนวยความสะดวกของผู้วิจัย นักเรียนสามารถสร้างการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เพื่อโน้มน้าวผู้อื่นเกี่ยวกับความถูกต้องของการอ้างสิทธิ์ของพวกเขา นอกจากนี้ การส่งเสริมการโต้แย้งแบบกลุ่มในชั้นเรียน

คณิตศาสตร์ยังเป็นโอกาสในการส่งเสริมให้นักเรียนที่ปกติไม่มีส่วนร่วมในการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ ให้สามารถระบุรูปแบบภายในงาน สร้างภาพรวม และสร้างการพิสูจน์ด้วยคำแนะนำของครู การส่งเสริมการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ในห้องเรียนเป็นโอกาสในการสร้างการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์และให้โอกาสในการทำมากกว่าการท่องจำ

Sukirwan (2020) ได้ศึกษาอิทธิพลต่อการให้เหตุผลของนักเรียนเกี่ยวกับการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ประเภทที่สร้างโดยนักเรียน ได้แก่ อุปนัย พิสูจน์ การมองเห็น และการรับรู้ ผู้มีส่วนร่วมในการวิจัย คือ นักเรียน จำนวน 75 คน จากนั้นคัดเลือกจากการทดสอบข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ได้นักเรียน จำนวน 4 คน เข้ารับการสัมภาษณ์ จากผลการศึกษาพบว่า ปัจจัย 3 ประการที่มีอิทธิพลต่อการให้เหตุผลของนักเรียนในการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับการกล่าวอ้าง เงื่อนไขที่ได้รับ และข้อเท็จจริงที่พบในข้อโต้แย้ง ข้อเรียกร้องมีอิทธิพลต่อวิธีที่นักเรียนสร้างข้อโต้แย้ง แต่ข้อเท็จจริงในการโต้แย้งเป็นข้อพิจารณาเบื้องต้นสำหรับนักเรียนในการเลือกข้อโต้แย้งที่น่าเชื่อถือเมื่อเทียบกับการแสดงแทน นอกจากนี้ เงื่อนไขสามารถเปลี่ยนการตัดสินใจของนักเรียนในการเลือกข้อโต้แย้ง และการเปลี่ยนแปลงเหล่านี้มีแนวโน้มที่จะนำไปสู่การโต้แย้งที่เป็นทางการมากขึ้น



### บทที่ 3

#### วิธีดำเนินงานวิจัย

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้ข้อมูลการประดิษฐ์กระทงที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ซึ่งมีวิธีการดำเนินการวิจัยตามลำดับ ดังนี้

1. ผู้เข้าร่วมวิจัย
2. รูปแบบการวิจัย
3. เครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัย
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล

#### ผู้เข้าร่วมวิจัย

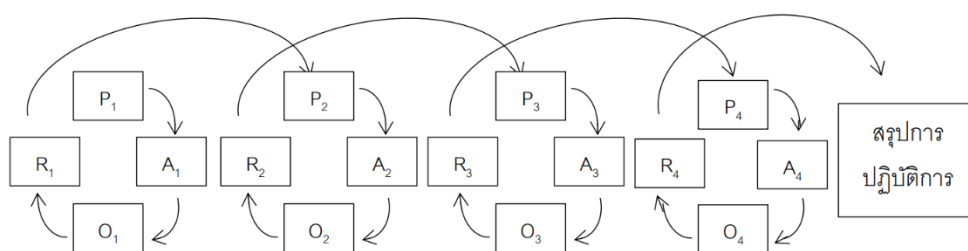
ผู้เข้าร่วมวิจัยในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 โรงเรียนขยายโอกาสแห่งหนึ่งในจังหวัดกำแพงเพชร จำนวน 16 คน

#### รูปแบบการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้เป็นการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนตามแบบของ Kemmis (1996 อ้างถึงใน สิริรักษา กิจเกื้อกูล, 2557) ซึ่งดำเนินการเป็นวงจรปฏิบัติการที่ต่อเนื่องกัน แต่ละวงจรประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นวางแผน (Plan) ขั้นปฏิบัติการ (Act) ขั้นสังเกตการณ์ (Observe) และขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect) ตามลำดับ โดยผู้วิจัยดำเนินการวิจัยเพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ทั้งหมด 4 วงจรปฏิบัติการ เมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้มาถึงขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ ผู้วิจัยจะนำข้อมูลที่ได้จากขั้นนี้ มาสรุปเป็นแนวทางการออกแบบการจัดการเรียนรู้ในขั้นวางแผนของวงจรปฏิบัติการถัดไปจนครบ ทั้งหมด 4 วงจร แบ่งได้ดังนี้

- วงจรที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ชนิดและสมบัติของรูปสามเหลี่ยม
- วงจรที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ส่วนต่าง ๆ ของรูปสามเหลี่ยม
- วงจรที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง การสร้างรูปสามเหลี่ยม
- วงจรที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง ความยาวรอบรูปและพื้นที่รูปสามเหลี่ยม

โดยลักษณะของวงจรทั้ง 4 แสดงดังภาพ 1



ภาพ 1 วงจรของการวิจัยเชิงปฏิบัติการ

### เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของการวิจัยในแต่ละข้อดังตาราง

ตาราง 11 แสดงจุดมุ่งหมายของการวิจัยและเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

จุดมุ่งหมายของการวิจัย	เครื่องมือวิจัย	ผู้ให้ข้อมูล
1. เพื่อศึกษาแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม โดยการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม แบบสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	ผู้วิจัย ผู้วิจัยและครู ประจำการผู้ร่วม สังเกตการณ์
2. เพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม	ใบกิจกรรม แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ แบบสังเกตความสามารถการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์	นักเรียน นักเรียน นักเรียน

## การสร้างและพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

การสร้างและพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ผู้วิจัยดำเนินการ ดังนี้

1. การพัฒนาแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม โดยการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์โดยมีเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

1.1 แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

1.1.1 ศึกษาและวิเคราะห์หลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนโดยศึกษาคำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องรูปสามเหลี่ยม และผลการเรียนรู้ในเรื่องรูปสามเหลี่ยม

1.1.2 ศึกษาคู่มือกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์และแนวทางการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้

1.1.3 ศึกษาลักษณะและขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์รวมถึงเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1.1.4 สร้างแผนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม โดยการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ จำนวน 4 แผนการจัดการเรียนรู้ ใช้เวลาทั้งหมด 12 ชั่วโมง ในแต่ละแผนประกอบด้วย ส่วนหัวแผนการจัดการเรียนรู้ สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้แกนกลาง กระบวนการจัดการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล สื่อและแหล่งเรียนรู้ และแบบบันทึกหลังแผนการจัดการเรียนรู้ โดยมีลำดับวงจรปฏิบัติการ แผนการจัดการเรียนรู้ชื่อแผนการจัดการเรียนรู้ และเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรม ดังนี้

ตาราง 12 แสดงลำดับวงจรปฏิบัติการ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ เนื้อหา สถานการณ์ที่ใช้ได้แย้ง และเวลาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้

วงจร ปฏิบัติการ ที่	แผนการ จัดการ เรียนรู้ที่	เนื้อหา	สถานการณ์ที่ใช้ได้แย้ง	จำนวน (ชั่วโมง)
1	1	ชนิดและสมบัติของรูป สามเหลี่ยม	สามเหลี่ยมกับหลังคา	3
2	2	ส่วนต่าง ๆ ของรูป สามเหลี่ยม	ความสูงของรูปสามเหลี่ยม	3
3	3	การสร้างรูปสามเหลี่ยม	มาสร้างสามเหลี่ยมกันเถอะ	3
4	4	ความยาวรอบรูปและ พื้นที่รูปสามเหลี่ยม	พิชซ่าฮีโร่ 3 เหลี่ยมจัมโบ้	3
<b>รวม</b>				<b>12</b>

แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 แต่ละแผนจะต้องสามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ได้ประกอบด้วยหัวข้อดังต่อไปนี้

1. สารและมาตรฐานการเรียนรู้ตัวชี้วัด
2. จุดประสงค์การเรียนรู้
3. สารการเรียนรู้แกนกลาง
4. กระบวนการจัดการเรียนรู้ ที่ประกอบด้วย 4 ขั้นตอนของการจัดการ

เรียนรู้ด้วยรูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ ได้แก่

- ขั้นที่ 1 การสร้างกรณี (Generating Cases)
- ขั้นที่ 2 การคาดเดา (Conjecturing)
- ขั้นที่ 3 การแสดงเหตุผล (Justifying)
- ขั้นที่ 4 การสรุป (Concluding)
5. การวัดและประเมินผล
6. สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1.1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อตรวจสอบ และให้คำแนะนำในส่วนที่ยังมีข้อบกพร่อง แล้วทำการปรับปรุงแก้ไขแผนจัดการเรียนรู้ตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาการค้นคว้าอิสระ

1.1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นที่ได้ปรับปรุงแล้ว เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด 3 ท่าน เพื่อประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย

ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์	จำนวน 1 คน
ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์/คณิตศาสตร์ศึกษา	จำนวน 1 คน
ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์	จำนวน 1 คน

เพื่อพิจารณาและประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ทั้ง 5 ด้าน ได้แก่ ด้านจุดประสงค์การเรียนรู้ ด้านสาระการเรียนรู้ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ด้านสื่อและแหล่งเรียนรู้ และด้านการวัดผลและประเมินผล โดยผู้วิจัยใช้แบบประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบมาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ (Rating Scale) ตามแบบของ Likert โดยให้ผู้เชี่ยวชาญลงความเห็นในแบบประเมินมีเกณฑ์การให้คะแนนความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ดังนี้

เหมาะสมมากที่สุด	ให้คะแนน 5 คะแนน
เหมาะสมมาก	ให้คะแนน 4 คะแนน
เหมาะสมปานกลาง	ให้คะแนน 3 คะแนน
เหมาะสมน้อย	ให้คะแนน 2 คะแนน
เหมาะสมน้อยที่สุด	ให้คะแนน 1 คะแนน

หลังจากนั้นนำผลการประเมินความเหมาะสมของแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้อมาคำนวณหาค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานในแต่ละด้านที่ประเมินแล้วนำไปเทียบกับเกณฑ์การแปลความหมาย (รัตนะ บัวสนธ์, 2556) ดังนี้

ค่าเฉลี่ย 4.50 - 5.00 หมายถึงแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมากที่สุด

ค่าเฉลี่ย 3.50 - 4.49 หมายถึงแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมาก

ค่าเฉลี่ย 2.50 - 3.49 หมายถึงแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมปานกลาง

ค่าเฉลี่ย 1.50 - 2.49 หมายถึงแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมน้อย

ค่าเฉลี่ย 1.00 - 1.49 หมายถึงแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมน้อยที่สุด

เกณฑ์การตัดสินการประเมินคือใช้เกณฑ์ไม่ต่ำกว่า 3.50 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานไม่เกิน 1.00 ถือว่าแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสม ผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่ามีค่าเฉลี่ยโดยรวม 4.71 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานโดยรวม 0.61 ซึ่งถือว่าแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมากที่สุด และสามารถนำไปใช้จัดการเรียนรู้ได้ โดยผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ แสดงในภาคผนวก ข



1.1.7 ปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ ซึ่งจากคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญดังนี้ 1) ระบุจุดประสงค์การเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ให้ละเอียด ชัดเจน 2) ปรับสถานการณ์ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 และแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ในขั้นการสร้างกรณีให้มีความชัดเจนและส่งเสริมการโต้แย้งของนักเรียนในประเด็นที่เกี่ยวข้องกับรูปสามเหลี่ยม

1.1.8 นำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ผู้วิจัยได้ปรับปรุงไปใช้จัดการเรียนรู้ในวงจรร

## 1.2 แบบสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

แบบสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยขณะที่ดำเนินกิจกรรม ซึ่งผู้วิจัยมีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมและเป็นผู้สังเกตพฤติกรรมของนักเรียนในขณะทำกิจกรรมการเรียนรู้ โดยจดบันทึกบรรยายเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนในแต่ละวงจรรว่าเป็นอย่างไร มีความเหมาะสมหรือไม่ สามารถช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายคณิตศาสตร์ได้หรือไม่ อย่างไร และควรแก้ไขหรือปรับปรุงอย่างไร เพื่อเป็นแนวทางในการปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้ครั้งต่อไปซึ่ง มีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

1.2.1 ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1.2.2 กำหนดขอบเขตของการสังเกต ได้แก่ การจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยสามารถส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ได้จริงหรือไม่ อย่างไร โดยพิจารณาจากพฤติกรรมของนักเรียนจากการจัดการเรียนรู้ในแต่ละชั้น การจัดการเรียนรู้มีปัญหาหรืออุปสรรคอย่างไร และมีแนวทางในการแก้ไขปรับปรุงอย่างไร

1.2.3 สร้างแบบสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยมีลักษณะเป็นแบบเขียนบันทึกประเด็นตามขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

1.2.4 นำแบบสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาและผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ประกอบด้วย

ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์	จำนวน 1 คน
ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์/คณิตศาสตร์ศึกษา	จำนวน 1 คน
ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์	จำนวน 1 คน

เพื่อพิจารณาและประเมินความเหมาะสมของประเด็นการสังเกตตามขั้นตอนการจัดการเรียนรู้

1.2.5 ปรับปรุงแบบสังเกตการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาและผู้เชี่ยวชาญ ซึ่งผู้เชี่ยวชาญเห็นว่าเหมาะสมจึงไม่ได้ปรับปรุงแบบสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1.2.6 จัดทำแบบสังเกตการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ฉบับสมบูรณ์เพื่อนำไปใช้ในการบันทึกข้อมูลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

2. การศึกษาการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม มีการเปลี่ยนแปลงหรือไม่ อย่างไร โดยมีเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

### 2.1 ใบบันทึกกิจกรรม

ใบบันทึกกิจกรรมของนักเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อใช้ประกอบการจัดกิจกรรมการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์และเป็นเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนเขียนบันทึกทุกครั้งที่มีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งแต่ละใบบันทึกกิจกรรมมีขั้นตอนการสร้าง ดังต่อไปนี้

2.1.1 ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการสร้างใบบันทึกกิจกรรม

2.1.2 ศึกษาลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

2.1.3 ศึกษาลักษณะและขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

2.1.4 ศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม

2.1.5 กำหนดขอบข่ายของการบันทึกข้อมูลของนักเรียน

2.1.6 ออกแบบและสร้างใบบันทึกกิจกรรมของนักเรียนที่สอดคล้องกับการสอนโดยใช้รูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ซึ่งใบบันทึกกิจกรรมประกอบด้วยสถานการณ์ปัญหาที่สอดคล้องกับชีวิตจริงและข้อความให้นักเรียนได้แสดงการคาดเดา การแสดงเหตุผล และการสรุป

2.1.7 นำใบบันทึกกิจกรรมของนักเรียนเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาการค้นคว้าอิสระและผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด 3 ท่าน เพื่อประเมินความเหมาะสมของใบบันทึกกิจกรรม ประกอบด้วย

ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์	จำนวน 1 คน
ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์/คณิตศาสตร์ศึกษา	จำนวน 1 คน
ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์	จำนวน 1 คน

2.1.8 ปรับปรุงแก้ไขใบกิจกรรมของนักเรียนตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษา การค้นคว้าอิสระและผู้เชี่ยวชาญ โดยผู้เชี่ยวชาญได้ให้คำแนะนำว่า ควรเพิ่มเติมวงเล็บท้ายคำถามใน ใบกิจกรรมในแต่ละข้อว่าตรงกับความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสาร สื่อ ความหมายในด้านใดบ้าง

2.1.9 จัดทำใบกิจกรรมของนักเรียนฉบับสมบูรณ์

## 2.2 แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นข้อสอบแบบเขียนตอบอิสระ สำหรับให้นักเรียนทำ เป็นรายบุคคล โดยมีขั้นตอนการสร้างดังนี้

2.2.1 ศึกษาตัวชี้วัดและเอกสารที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหา

2.2.2 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการให้เหตุผลและ ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

2.2.3 กำหนดกรอบการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและ ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม

2.2.4 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการ สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัย ประกอบด้วย 4 สถานการณ์ปัญหา แต่ละสถานการณ์มีข้อความที่สอดคล้องกับความสามารถในการ ให้เหตุผลและการสื่อสารสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งหมด 6 ข้อ

2.2.5 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการ สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์ ไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาการค้นคว้าอิสระและ ผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน ประกอบด้วย

ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์	จำนวน 1 คน
ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์/คณิตศาสตร์ศึกษา	จำนวน 1 คน
ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์	จำนวน 1 คน

เพื่อพิจารณาและประเมินความตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) โดยวิเคราะห์หาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Congruence: IOC) ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อข้อคำถามแต่ละข้อโดยใช้เกณฑ์การพิจารณา ดังนี้

- คะแนน +1 ถ้าเห็นด้วยว่าแบบทดสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้
- คะแนน 0 ถ้าไม่แน่ใจว่าแบบทดสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้
- คะแนน -1 ถ้าไม่เห็นด้วยว่าแบบทดสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

พิจารณาข้อคำถามที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไปมาสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ จำนวน 4 สถานการณ์ โดยผลการประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบพบว่า มีค่า IOC เท่ากับ 1.00 ทุกข้อคำถาม ซึ่งถือว่าแบบทดสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ และสามารถนำไปใช้ได้ โดยผลการประเมินประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบแสดงในภาคผนวก ค

2.2.6 ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาและผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน ซึ่งผู้เชี่ยวชาญได้ให้คำแนะนำในการปรับแก้ ดังนี้ 1) ตรวจสอบข้อคำถามว่าสอดคล้องกับความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านใดบ้างให้ระบุวงเล็บท้ายข้อคำถาม และ 2) เพิ่มเติมเฉลยหรือคำตอบที่ต้องการได้ เพื่อเป็นแนวทางในการตรวจให้คะแนน

2.2.6 จัดทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ฉบับสมบูรณ์

2.2.7 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ไปใช้วิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนเป็นรายบุคคล

## 2.3 แบบสังเกตความสามารถการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

แบบสังเกตความสามารถด้านการนำเสนอที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับความสามารถการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ขณะที่ผู้วิจัยดำเนินการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยจะบันทึกเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนในแต่ละวงจรว่าเป็นอย่างไร นักเรียนมีพัฒนาการด้านทักษะการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ในแต่ละวงจรเป็นอย่างไร โดยมีขั้นตอนการสร้างดังนี้

2.3.1 ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบสังเกตความสามารถการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

2.3.2 ศึกษาตัวชี้วัดและเอกสารที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหา เรื่อง รูปสามเหลี่ยม  
ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

2.3.3 กำหนดขอบเขตการสังเกต ได้แก่ การจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยสามารถ  
ส่งเสริมความสามารถการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ได้หรือไม่ อย่างไร โดยพิจารณาจาก  
พฤติกรรมของนักเรียนจากการจัดการเรียนรู้ในแต่ละชั้น

2.3.4 สร้างแบบสังเกตความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทาง  
คณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม โดยเป็นแบบสังเกตแบบกึ่งโครงสร้าง ประกอบด้วยข้อคำถามที่  
สอดคล้องกับความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ด้าน ได้แก่ ด้านการใช้  
ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และด้านการนำเสนอ  
ด้านละ 1 ข้อคำถาม และให้ผู้สังเกตบันทึกสิ่งที่สังเกตพบเพิ่มเติม

2.3.5 นำแบบสังเกตความสามารถการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์  
เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาการค้นคว้าอิสระ

2.3.6 ปรับปรุงแก้ไขแบบสังเกตความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทาง  
คณิตศาสตร์ตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาการค้นคว้าอิสระ จากนั้นนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญทั้ง  
3 ท่านตรวจสอบ ประกอบด้วย

ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์	จำนวน 1 คน
ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์/คณิตศาสตร์ศึกษา	จำนวน 1 คน
ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน	จำนวน 1 คน

เพื่อพิจารณาและประเมินความตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) โดยวิเคราะห์หาค่า  
ดัชนีความสอดคล้อง (Index of Congruence: IOC) ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อข้อคำถามแต่  
ละข้อโดยใช้เกณฑ์การพิจารณา ดังนี้

คะแนน +1 ถ้าเห็นด้วยว่าข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

คะแนน - 0 ถ้าไม่แน่ใจว่าข้อคำถามคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

คะแนน - 1 ถ้าไม่เห็นด้วยว่าข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

พิจารณาข้อคำถามที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไปมาสร้างแบบสังเกตความสามารถ  
สื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ โดยผลการประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบสังเกต  
พบว่า มีค่า IOC เท่ากับ 1.00 ทุกข้อคำถาม ซึ่งถือว่าแบบสังเกตสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้  
และสามารถนำไปใช้ได้

2.2.7 จัดทำแบบสังเกตความสามารถการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์  
เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ตามที่ผู้เชี่ยวชาญแนะนำฉบับสมบูรณ์

2.2.8 นำแบบสังเกตความสามารถการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ไปใช้วิเคราะห์ความสามารถด้านการนำเสนอของนักเรียนเป็นรายบุคคล

### การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลมีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้

1. ประเมินทิศและชี้แจงจุดประสงค์การจัดการเรียนรู้ให้กับนักเรียนที่มีส่วนร่วมวิจัยทราบเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้แบบโต้แย้งทางคณิตศาสตร์
2. จัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ตามชั่วโมงปกติของโรงเรียนโดยใช้เวลาทั้งหมด 12 ชั่วโมง
3. ในระหว่างทำกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนแต่ละกลุ่มจะร่วมกันศึกษาและเขียนคำตอบหรือแสดงวิธีคิดลงในใบกิจกรรม พร้อมทั้งมีการนำเสนอ ผู้วิจัยจะสังเกตและจดบันทึกการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ลงในแบบสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ รวมถึงสังเกตความสามารถการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
4. เมื่อเสร็จสิ้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยจะนำผลที่ได้จากการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดให้อาจารย์ที่ปรึกษาการศึกษาค้นคว้าอิสระ ทำการสะท้อนผลเพื่อนำผลที่ได้ไปปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ในครั้งต่อไป
5. เมื่อดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบทั้ง 4 แผนการจัดการเรียนรู้หรือ 4 วงจรปฏิบัติการผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เวลาในการทดสอบ 1 ชั่วโมง
6. นำผลที่ได้จากการเก็บรวบรวมทั้งหมดไปทำการวิเคราะห์ข้อมูล

### ตาราง 13 แสดงการเก็บรวบรวมข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล

จุดมุ่งหมายของการวิจัย	เครื่องมือวิจัย	ผู้ให้ข้อมูล	การวิเคราะห์ข้อมูล
1. เพื่อศึกษาแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6	แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6	ผู้วิจัย	Content Analysis (Resource Triangulation)

จุดมุ่งหมายของการวิจัย	เครื่องมือวิจัย	ผู้ให้ข้อมูล	การวิเคราะห์ข้อมูล
ที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม โดยการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์	แบบสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	ผู้วิจัยและครูประจำการผู้ร่วมสังเกตการณ์	
2. เพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลและ	ใบกิจกรรม	นักเรียน	Content
ความสามารถในการสื่อสาร	แบบทดสอบวัด	นักเรียน	Analysis
สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม	ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์		(Method Triangulation)
	แบบสังเกตความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์	นักเรียน	

#### การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลนั้นผู้วิจัยได้นำข้อมูลจากการเก็บรวบรวมข้อมูลโดยใช้เครื่องมือต่าง ๆ มาวิเคราะห์โดยการวิเคราะห์นั้นตามจุดมุ่งหมายการวิจัย ได้แก่

1. เพื่อศึกษาแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม โดยการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์
2. เพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม

ตาราง 14 แสดงความสัมพันธ์ของเครื่องมือที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลตามจุดมุ่งหมายของการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	วัตถุประสงค์	
	ข้อที่ 1	ข้อที่ 2
แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6	✓	
แบบสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	✓	✓
ใบกิจกรรม		✓
แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์		✓
แบบสังเกตความสามารถการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์		✓

โดยมีรายละเอียด ดังนี้

1. เพื่อศึกษาแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม โดยการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากแบบสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ซึ่งเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพและเป็นข้อมูลที่ได้จากผู้วิจัย ผู้ร่วมสังเกตการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มาวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content Analysis) เมื่อสิ้นสุดการจัดการเรียนรู้ในแต่ละวงจรปฏิบัติการและวิเคราะห์ภาพรวมทั้งหมดอีกครั้งเมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้ครบทั้ง 4 วงจรปฏิบัติการ มีรายละเอียดดังนี้

1.1 ผู้วิจัยรวบรวมข้อมูลจากเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1.2 ลดและแยกข้อมูล เมื่อได้ข้อมูลดิบแล้ว จึงเริ่มอ่านข้อมูลดิบทั้งหมด และคัดเลือกข้อมูลที่สำคัญที่สามารถตอบคำถามข้อที่ 1 ตามประเด็นที่ผู้วิจัยต้องการวิเคราะห์ ได้แก่ 1) ปัญหาที่พบจากการจัดการเรียนรู้แบบโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ 2) แนวทางการปรับปรุงแก้ไขสำหรับการจัดการเรียนรู้ครั้งต่อไป

1.3 หาลักษณะร่วมกันของข้อมูล เมื่อได้หมวดหมู่แล้ว ผู้วิจัยจึงทำการตีความข้อมูลเพื่อสรุปเป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับสภาพจริงของนักเรียน

1.4 ผู้วิจัยเขียนสรุปการสะท้อนปัญหา อุปสรรค และแนวทางแก้ไขปัญหาของแต่ละขั้นตอนตามการจัดการเรียนรู้แบบโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไขและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ในวงจรต่อไป



1.5 ผู้วิจัยนำแบบสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ได้จากตัวผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ซึ่งเป็นครูผู้สอนในรายวิชาคณิตศาสตร์ในทุกคาบเรียนมาดำเนินการตรวจสอบข้อมูลเชิงคุณภาพด้วยวิธีการสามเส้า (Triangulation) โดยการใช้แหล่งข้อมูลมากกว่า 1 แหล่ง (Resource Triangulation) (สิรินภา กิจเกื้อกูล, 2557) เพื่อนำข้อมูลมาวิเคราะห์และพิจารณาผลการดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ว่าให้ข้อมูลในประเด็นที่สอดคล้องและเป็นไปในทิศทางเดียวกันหรือไม่อย่างไร

**2. เพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม**

ในการวิเคราะห์นั้น ผู้วิจัยได้ใช้เครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ ใบกิจกรรม แบบสังเกตความสามารถการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะทำการวิเคราะห์เมื่อสิ้นสุดในแต่ละวงจรปฏิบัติการ และจะวิเคราะห์ภาพรวมทั้งหมดเมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้ครบทั้ง 4 วงจร จากนั้นนำผลการวิเคราะห์ข้อมูลทั้ง 3 แหล่งมาเปรียบเทียบกันเพื่อตรวจสอบความสอดคล้องของผลวิเคราะห์ข้อมูล โดยมีรายละเอียดการวิเคราะห์ดังนี้

2.1 รวบรวมข้อมูลที่ได้จากใบกิจกรรม แบบสังเกตความสามารถการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

2.2 ลดและแยกข้อมูล เมื่อได้ข้อมูลดิบแล้ว จึงเริ่มอ่านข้อมูลดิบทั้งหมด และคัดเลือกข้อมูลที่สำคัญที่สามารถตอบคำถามข้อที่ 2 ตามประเด็นที่ผู้วิจัยต้องการวิเคราะห์ ได้แก่ การจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม มีการเปลี่ยนแปลงหรือไม่ อย่างไร

2.3 หาลักษณะร่วมกันของข้อมูล เมื่อได้หมวดหมู่แล้ว ผู้วิจัยจึงทำการตีความข้อมูล จากนั้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้จากเครื่องมือวิจัยทั้ง 3 ชนิด เพื่อสรุปผลด้านการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

2.4 ลงข้อสรุป เปรียบเทียบผลการจัดระดับของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ในแต่ละวงจร แล้วรายงานในรูปแบบของร้อยละและความเรียง เพื่อที่จะทราบถึงผลการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเมื่อได้รับการจัดการเรียนรู้แบบโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม โดยนับจำนวนนักเรียนและเปรียบเทียบค่าร้อยละของนักเรียนในแต่ละระดับ

2.5 ผู้วิจัยนำผลการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากใบกิจกรรม แบบสังเกตความสามารถการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและ ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ หลังจากการจัดการเรียนรู้แต่ละวงจรมา เปรียบเทียบกัน เพื่อตรวจสอบข้อมูลเชิงคุณภาพด้วยวิธีการสามเส้า (Triangulation) แบบใช้ เครื่องมือวิจัยมากกว่า 1 ชนิด (Method Triangulation) เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องและทิศทาง ของข้อมูล ว่าเป็นไปในทิศทางเดียวกันหรือไม่ อย่างไร

ตาราง 15 แสดงตัวอย่างการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ความสามารถในการให้เหตุผล	รหัสข้อมูล	พฤติกรรมที่แสดงออก
ด้านความสามารถในการหา ข้อสรุปของปัญหา	RS3	ระดับ 3 : นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปของ ปัญหาได้ถูกต้องทั้งหมด และอธิบายเหตุผลเพื่อ สนับสนุนข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง ครบถ้วน
	RS2	ระดับ 2 : นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปของ ปัญหาได้อย่างถูกต้องทั้งหมด และอธิบายเหตุผล เพื่อสนับสนุนข้อสรุปได้อย่างถูกต้องเป็นส่วน ใหญ่ แต่ไม่ครบถ้วน นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปของปัญหาได้ ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่ แต่ไม่ครบถ้วน และอธิบาย เหตุผลเพื่อสนับสนุนข้อสรุปได้อย่างถูกต้องเป็น ส่วนใหญ่ แต่ไม่ครบถ้วน
	RS1	ระดับ 1 : นักเรียนไม่สามารถสร้างข้อสรุปของ ปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่อธิบายเหตุผลเพื่อ สนับสนุนข้อสรุปได้อย่างถูกต้องเป็นส่วนใหญ่ แต่ไม่ครบถ้วน นักเรียนไม่สามารถสร้างข้อสรุปของปัญหาได้ อย่างถูกต้อง และไม่สามารถอธิบายเหตุผลเพื่อ สนับสนุนข้อสรุปได้ หรืออธิบายเหตุผลเพื่อ สนับสนุนข้อสรุปได้ไม่ถูกต้อง
ด้านการพิจารณาความ สมเหตุสมผลของข้อสรุป	RC3	ระดับ 3 : นักเรียนยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับ รูปสามเหลี่ยม มาอธิบายความสมเหตุสมผลของ ข้อสรุปได้อย่างถูกต้องครบถ้วน

ความสามารถในการให้เหตุผล	รหัสข้อมูล	พฤติกรรมที่แสดงออก
	RC2	<p>ระดับ 2 : นักเรียนยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม มาอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่ครบถ้วน</p> <p>นักเรียนยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม มาอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุปได้</p>
	RC1	<p>ระดับ 1 : นักเรียนยืนยันข้อสรุปได้ไม่ถูกต้อง แต่สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม มาอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุปได้</p> <p>นักเรียนไม่สามารถยืนยันข้อสรุปของปัญหาได้ถูกต้อง และไม่สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม มาอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุปได้</p>
<p>ตาราง 16 แสดงตัวอย่างการวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน</p>		
ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมาย	รหัสข้อมูล	พฤติกรรมที่แสดงออก
ความสามารถด้านการใช้ภาษา และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์	CL3	<p>ระดับ 3 : นักเรียนสามารถใช้คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงเหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน</p>
	CL2	<p>ระดับ 2 : นักเรียนสามารถใช้คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงเหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมได้อย่างถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน</p>
	CL1	<p>ระดับ 1 : นักเรียนสามารถใช้คำศัพท์ และ</p>

ความสามารถในการสื่อสาร สื่อ ความหมาย	รหัสข้อมูล	พฤติกรรมที่แสดงออก
		สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงเหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่ถึงครึ่งหนึ่ง
ความสามารถด้านการแสดง แนวคิดทางคณิตศาสตร์	CR3	ระดับ 3 : นักเรียนสามารถใช้รูปสามเหลี่ยมหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ประกอบการอธิบายแสดงแนวคิดได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน
	CR2	ระดับ 2 : นักเรียนสามารถใช้รูปสามเหลี่ยมหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ประกอบการอธิบายแสดงแนวคิดได้อย่างถูกต้องเกือบทั้งหมด
	CR1	ระดับ 1 : นักเรียนสามารถใช้รูปสามเหลี่ยมหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ประกอบการอธิบายแสดงแนวคิดได้อย่างถูกต้องเล็กน้อย
ความสามารถด้านการนำเสนอ	CP3	ระดับ 3 : นักเรียนแสดงลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องทั้งหมดและนำเสนอแนวคิดเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมได้อย่างชัดเจน และมีรายละเอียดครบถ้วน
	CP2	ระดับ 2 : นักเรียนสามารถแสดงลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องทั้งหมด และนำเสนอแนวคิดเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมได้ชัดเจนบางประเด็น แต่ยังขาดรายละเอียดในบางประเด็น
	CP1	ระดับ 1 : นักเรียนสามารถแสดงลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน และนำเสนอแนวคิดเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมได้ชัดเจนบางประเด็น แต่ยังขาดรายละเอียดในบางประเด็น

## บทที่ 4

### ผลการวิจัย

ผลการวิจัยเชิงปฏิบัติการ เรื่อง การส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม โดยการจัดการเรียนรู้แบบโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลใน 2 ส่วน ได้แก่ 1) แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม โดยการจัดการเรียนรู้แบบโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ 2) ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ซึ่งข้อมูลได้มาจากแบบสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ใบกิจกรรมในแต่ละวงจรปฏิบัติ แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และแบบสังเกตความสามารถการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

**1. แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม โดยการจัดการเรียนรู้แบบโต้แย้งทางคณิตศาสตร์**

ผู้วิจัยใช้รูปแบบปฏิบัติการในชั้นเรียน ซึ่งเป็นวิจัยเชิงคุณภาพและดำเนินการตามแผนการจัดการเรียนรู้แบบโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ จำนวน 4 แผนการจัดการเรียนรู้ แผนละหนึ่งวงจรปฏิบัติ รวมทั้งสิ้น 4 วงจรปฏิบัติการ แต่ละวงจรปฏิบัติการประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นวางแผน (Plan: P) ขั้นปฏิบัติการ (Act: A) ขั้นที่ 3 ขั้นสังเกตการณ์ (Observe: O) และขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect: R) โดยจัดการเรียนรู้สัปดาห์ละ 4 ชั่วโมง รวมเวลาทั้งหมด 12 ชั่วโมง แต่ละวงจรปฏิบัติมีรายละเอียดดังนี้

#### วงจรปฏิบัติการที่ 1 สามเหลี่ยมกับหลังคา

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติที่ 1 ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง สามเหลี่ยมกับหลังคา เป็นเวลา 3 ชั่วโมง โดยมีเนื้อหาเกี่ยวกับชนิดและสมบัติของรูปสามเหลี่ยม ผู้วิจัยดำเนินการระหว่างวันที่ 20 – 22 กุมภาพันธ์ 2566 ซึ่งมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นที่ 1 การสร้างกรณี (Generating Cases) ขั้นที่ 2 การคาดเดา (Conjecturing) ขั้นที่ 3 การแสดงเหตุผล (Justifying) และขั้นที่ 4 การสรุป (Concluding) ได้ข้อมูลจากการสะท้อน

ผลการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัย การสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ของผู้ร่วมสังเกตการณ์วิจัย ใบกิจกรรมการเรียนรู้ แบบสังเกตความสามารถการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ได้ผลการปฏิบัติแต่ละขั้นตอน ดังนี้

### ขั้นวางแผน (Plan: P)

ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) ของโรงเรียนขยายโอกาสขนาดเล็กแห่งหนึ่งในจังหวัดกำแพงเพชร รายวิชา ค16101 คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 หน่วยการเรียนรู้เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ประกอบด้วย 4 เรื่องย่อยได้แก่ ชนิดและรูปสมบัติของรูปสามเหลี่ยม ส่วนต่าง ๆ ของรูปสามเหลี่ยม การสร้างรูปสามเหลี่ยม ความยาวรอบรูปและพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ผู้วิจัยได้วางแผนการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ จำนวน 4 แผน ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 สามเหลี่ยมกับหลังคา แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ความสูงของรูปสามเหลี่ยม แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 มาสร้างสามเหลี่ยมกันเถอะ และแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 พิเศษฮีโร่ 3 เหลี่ยมจัมป์ โดยในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้จะประกอบด้วย ใบกิจกรรม แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ที่สะท้อนโดยผู้วิจัยและครูประจำการผู้ร่วมสังเกตการณ์ แบบสังเกตความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ดำเนินการส่งแผนการจัดการเรียนรู้ ใบกิจกรรม แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ให้ผู้เชี่ยวชาญและอาจารย์ที่ปรึกษาช่วยตรวจสอบ จากนั้นจึงนำคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญและอาจารย์ที่ปรึกษาปรับปรุงให้เหมาะสมกับการใช้ในห้องเรียนจริง

### ขั้นปฏิบัติการ (Act: A)

ขั้นนี้ผู้วิจัยดำเนินการตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง สามเหลี่ยมกับหลังคา เป็นเวลา 3 ชั่วโมง โดยมีเนื้อหาเกี่ยวกับชนิดและสมบัติของรูปสามเหลี่ยม มีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 4 ขั้นตอน ได้แก่

#### ขั้นที่ 1 การสร้างกรณี (Generating Cases)

ผู้วิจัยนักเรียนแบ่งออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน จากการทำกิจกรรม My Angle คู่หูของฉัน และให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสำรวจและอภิปรายลักษณะของรูปสามเหลี่ยม จากนั้นจึงให้นักเรียนจำแนกรูปสามเหลี่ยมตามเกณฑ์ที่ผู้วิจัยและนักเรียนสังเกตพบ โดยผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นว่า “มีรูปสามเหลี่ยมใดบ้างที่มีลักษณะคล้ายกัน” “ความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมแต่ละรูปเป็นอย่างไร” “ขนาดของมุมของรูปสามเหลี่ยมแต่ละรูปเป็นอย่างไร” ผู้วิจัยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มเขียนสิ่งที่สังเกตได้ลงในรูปสามเหลี่ยม จากนั้นให้นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอแนวคิดของกลุ่มตนเอง ผู้วิจัยและนักเรียน

ร่วมกันสรุปชนิดและสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่ได้ นักเรียนทำใบงาน “ชนิดของรูปสามเหลี่ยม” เป็นรายบุคคล ผู้วิจัยแจกใบกิจกรรม “หลังคาศาลานั่งเล่น” ให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม จากนั้นให้นักเรียนอ่านสถานการณ์ปัญหาพร้อมกันและรวบรวมข้อมูลที่ได้จากสถานการณ์ปัญหา

### ขั้นที่ 2 การคาดเดา (Conjecturing)

ผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นคิดนักเรียนว่า “นักเรียนเคยเห็นหลังคาบ้านในชีวิตประจำวันเป็นรูปแบบใดบ้าง” จากนั้นผู้วิจัยนำเสนอภาพหลังบ้านที่พบได้ในชีวิตประจำวัน จำนวน 7 ภาพ ให้นักเรียนใช้ความรู้เรื่องชนิดและสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมาใช้ในการจำแนกรูปแบบของหลังคาบ้านตามภาพที่ผู้วิจัยกำหนด โดยร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับประเด็นปัญหา พร้อมทั้งเขียนแสดงการคาดเดาลงในใบกิจกรรม “หลังคาศาลานั่งเล่น” เมื่อนักเรียนสนทนาร่วมกันภายในกลุ่มแล้ว นักเรียนสนทนากับเพื่อนต่างกลุ่มเพื่อแลกเปลี่ยนข้อคาดเดา และนำมาสรุปข้อคาดเดาของกลุ่มตนเอง

### ขั้นที่ 3 การแสดงเหตุผล (Justifying)

ผู้วิจัยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทบทวนข้อคาดเดาของตนเอง พร้อมทั้งเขียนแสดงเหตุผลลงในใบกิจกรรม “หลังคาศาลานั่งเล่น” โดยผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นการคิดของนักเรียน เช่น “เพราะอะไรนักเรียนจึงคิดว่ารูปภาพหลังคารูปนี้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก” “นอกจากสามเหลี่ยมมุมฉากแล้วรูปหลังคารูปนี้เป็นสามเหลี่ยมชนิดอื่นได้อีกหรือไม่” เป็นต้น ผู้วิจัยนำใบกิจกรรมออกมาติดหน้าห้องให้นักเรียนได้เห็นการคาดเดาของเพื่อนแต่ละกลุ่ม และผู้วิจัยให้แต่ละกลุ่มสำรวจข้อคาดเดาของกลุ่มเพื่อนที่ได้ พร้อมทั้งสลับกันวิจารณ์สลับกันไปมา ซึ่งนักเรียนสามารถโต้แย้งแสดงเหตุผลได้ว่ากลุ่มของตนเองนั้นถูกต้องได้

### ขั้นที่ 4 การสรุป (Concluding)

นักเรียนร่วมกันสรุปว่า ข้อคาดการณ์ของกลุ่มใดมีความสมเหตุสมผลที่สุด หลังคาที่ได้เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใดได้บ้าง จากที่นักเรียนได้ตรวจสอบ ให้เหตุผลและโต้แย้ง ครุสะท้อนผลให้นักเรียนทราบถึงข้อผิดพลาดและให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไขการคาดเดา การให้เหตุผลและการนำเสนอแนวคิด จากนั้นร่วมกันอภิปรายสรุปชนิดและสมบัติของรูปสามเหลี่ยมอีกครั้ง

### ขั้นสังเกตการณ์ (Observe: O)

ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่องรูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัย และครูประจำการผู้ร่วมสังเกตการณ์ แบบสังเกตความสามารถในการสื่อสารสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการตอบคำถามในใบกิจกรรมของนักเรียน จากการสังเกตการทำกิจกรรมการเรียนรู้สามารถบรรยายถึงสภาพบรรยากาศในชั้นเรียน รวมทั้งปัญหาอุปสรรคที่พบจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีรายละเอียดดังนี้

## ขั้นที่ 1 การสร้างกรณี (Generating Cases)

จากการสังเกตการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนสามารถจำแนกรูปสามเหลี่ยมตามความยาวของด้าน และขนาดของมุมได้ โดยนักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันวัดความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมแต่ละรูป และวัดขนาดของมุมของรูปสามเหลี่ยมแต่ละรูปโดยใช้ไม้ฉาก มีการพูดคุยกัน และมีการโต้แย้งภายในกลุ่ม โดยเมื่อนักเรียนวัดความยาวของรูปสามเหลี่ยมแล้วจะให้เพื่อนช่วยตรวจสอบความยาวของรูปสามเหลี่ยมที่ตนวัดได้และทำเช่นเดียวกันนี้กับการวัดขนาดของมุม เมื่อนักเรียนคนที่ 2 ตรวจสอบแล้วพบว่าไม่ถูกต้องก็จะให้นักเรียนคนอื่น ๆ มาช่วยกันวัดความยาวของรูปสามเหลี่ยมนั้นอีกครั้งจนได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง นักเรียนแต่ละกลุ่มสามจำแนกรูปสามเหลี่ยมโดยใช้เกณฑ์ของความยาวด้านได้ 3 ชนิด ได้แก่ สามเหลี่ยมด้านเท่า สามเหลี่ยมด้านไม่เท่า และสามเหลี่ยมที่มีด้านเท่ากันสองด้าน ผู้วิจัยจึงได้อภิปรายเพิ่มเติมเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านเท่ากันสองด้าน โดยให้นักเรียนเรียกสามเหลี่ยมชนิดนี้ว่า สามเหลี่ยมหน้าจั่ว และนักเรียนจำแนกรูปสามเหลี่ยมตามลักษณะของมุมได้ 3 ชนิด ได้แก่ สามเหลี่ยมมุมฉาก สามเหลี่ยมมุมป้าน และสามเหลี่ยมมุมแหลม จากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนทำใบงาน ชนิดและสมบัติของรูปสามเหลี่ยม โดยนักเรียนสามารถจำแนกชนิดและสมบัติของรูปสามเหลี่ยม พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบได้

ผู้วิจัยแจกใบกิจกรรม หลังคาศาลานั่งเล่นให้กับนักเรียน นักเรียนแต่ละกลุ่มอ่านสถานการณ์ปัญหาพร้อมกัน และเริ่มตั้งข้อสงสัยว่าหลังคาจะเป็นสามเหลี่ยมชนิดใดได้บ้าง เช่น “จะมีหลังคาสามเหลี่ยมมุมฉากได้จริง ๆ เหรอครับครู”

## ขั้นที่ 2 การคาดเดา (Conjecturing)

ในขั้นนี้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันพิจารณารูปหลังคาแต่ละรูปว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด มีนักเรียนบางคนเกิดข้อสงสัยว่าจะต้องมองหลังคาส่วนไหนและนักเรียนไม่กล้าเขียนในส่วนของการคาดเดา เนื่องจากกลัวจะเขียนผิด ผู้วิจัยจึงได้ให้คำแนะนำว่า นักเรียนสามารถมองหลังคาบ้านแต่ละรูปในส่วนใดก็ได้ ขึ้นอยู่กับมุมมองของนักเรียน ซึ่งในแต่ละมุมมองนั้นไม่มีถูกผิด และมีความมั่นใจในการเขียนมากขึ้น และครูแนะนำให้ให้นักเรียนใช้รูปสามเหลี่ยมที่ได้สำรวจในขั้นที่ 1 มาช่วยในการพิจารณาหลังคาสามเหลี่ยม จากการสังเกตพบว่านักเรียนแต่ละกลุ่มใช้สำรวจเช่นเดียวกับที่สำรวจรูปสามเหลี่ยมในขั้นที่ 1 คือ วัดขนาดของความยาวรูปสามเหลี่ยมแต่ละด้าน และวัดขนาดของมุมแต่ละมุมโดยใช้ไม้ฉาก เมื่อนักเรียนเขียนข้อคาดเดาของกลุ่มตนเองแล้ว ผู้วิจัยให้นักเรียนจับคู่คุยกับเพื่อนต่างกลุ่มเพื่อแลกเปลี่ยนข้อคาดเดา พบว่า มีนักเรียนบางกลุ่มแก้ข้อคาดเดาของตนเองทันทีเมื่อเห็นข้อคาดเดาของเพื่อน ผู้วิจัยจึงเน้นย้ำกับนักเรียนว่าควรตรวจสอบการคาดเดาของเพื่อนก่อนทุกครั้ง มีนักเรียนบางกลุ่มสำรวจรูปสามเหลี่ยมโดยใช้มุมเป็นเกณฑ์เพียงอย่างเดียว เมื่อให้นักเรียนแลกเปลี่ยนข้อคาดเดากับเพื่อนต่างกลุ่ม จึงเกิดการโต้แย้งกันว่ารูปหลังคาบ้านที่นักเรียนกำลังสำรวจนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมแหลม หรือรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ผู้วิจัยจึงได้ใช้คำถามกระตุ้นคิดว่า รูปหลังคาบ้าน



หลังนี้มีลักษณะอย่างไรบ้าง ให้นักเรียนลองตรวจสอบมุมและความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมอีกครั้ง นักเรียนแต่ละกลุ่มจึงร่วมกันสำรวจรูปหลังคาบ้านอีกครั้งจนได้คำตอบว่าหลังคาบ้านรูปดังกล่าวเป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่วและเป็นสามเหลี่ยมมุมแหลมด้วย นักเรียนจึงได้ปรับปรุงการเขียนข้อาคัดเตาของตนเอง



ภาพ 2 นักเรียนแต่ละกลุ่มสำรวจหลังคาบ้านโดยวัดขนาดของความยาวหลังคารูปสามเหลี่ยม แต่ละด้านและวัดขนาดของมุมแต่ละมุมโดยใช้ไม้ฉาก

### ขั้นที่ 3 การแสดงเหตุผล (Justifying)

ผู้วิจัยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทบทวนสถานการณ์และข้อาคัดเตาของตนเองอีกครั้ง ก่อนจะนำมาเขียนแสดงเหตุผลเกี่ยวกับข้อาคัดเตาของตนเอง ในตอนแรกนักเรียนไม่กล้าที่จะเขียนแสดงเหตุผล เนื่องจากไม่รู้ว่าจะเขียนอธิบายอย่างไร ผู้วิจัยจึงใช้วิธีซักถามการคาดเดาของนักเรียนว่า “ทำไมนักเรียนจึงคิดว่าหลังคารูปนี้เป็นสามเหลี่ยม...” เมื่อนักเรียนพูดอธิบายเหตุผลให้ผู้วิจัยฟัง ผู้วิจัยจึงบอกให้นักเรียนเขียนเหตุผลที่อธิบายให้ผู้วิจัยฟังลงในกระดาษ เพราะนี่ก็คือเหตุผลของนักเรียน เมื่อนักเรียนแต่ละกลุ่มเขียนแสดงเหตุผลของตนเองแล้ว ผู้วิจัยนำใบกิจกรรม “หลังคาศาลานั่งเล่น” มาติดบนกระดานหน้าห้องเรียน และสุ่มนักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอการคาดเดาของตนเอง พร้อมทั้งแสดงเหตุผล นักเรียนไม่แสดงความคิดเห็นและวิจารณ์การคาดเดาของเพื่อน ผู้วิจัยจึงใช้คำถามนำในการกระตุ้นให้นักเรียนนำเสนอแนวคิดและแสดงเหตุผล เช่น นักเรียนจำแนกหลังคารูปสามเหลี่ยมทั้ง 7 รูปได้อย่างไรบ้าง เพราะอะไรนักเรียนถึงจำแนกหลังคารูปนี้เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก มีหลังคาที่เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าหรือไม่ นักเรียนมีการคาดเดารูปหลังคาสามเหลี่ยมอย่างไรบ้าง เป็นต้น การใช้คำถามนำช่วยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอการคาดเดาและแสดงเหตุผลได้ดียิ่งขึ้น

#### ขั้นที่ 4 การสรุป (Concluding)

ผู้วิจัยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสรุปข้อคาดการณ์ที่สมเหตุสมผลและให้นักเรียนพิจารณาข้อคาดเดาที่สมเหตุสมผลที่สุด จากการสังเกตนักเรียนยังไม่กล้าที่จะเขียนข้อสรุปลงในใบกิจกรรม ผู้วิจัยจึงได้แนะนำการเขียนข้อสรุปโดยใช้คำถามกระตุ้นการคิดว่า จากการนำเสนอผลงานนักเรียนเห็นด้วยกับข้อสรุปของกลุ่มใด และเพราะอะไรนักเรียนจึงเห็นด้วยกับกลุ่มนั้น และเขียนตัวอย่างการสรุปลงบนกระดานให้กับนักเรียน

#### ขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect: R)

จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม โดยปฏิบัติตามขั้นตอนของวิจัยเชิงปฏิบัติการ พบว่า ปัญหาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และได้เสนอแนะแนวทางในการปรับปรุงแก้ไขในแต่ละขั้นตอนของวงจรปฏิบัติที่ 1 ดังนี้ ตาราง 17 แสดงผลการสะท้อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม วงจรปฏิบัติที่ 1

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แบบการโต้แย้งทาง คณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม	สภาพปัญหา	แนวทางแก้ไข
ขั้นที่ 1 การสร้างกรณี (Generating Cases)	ในการทำกิจกรรมเพื่อ จำแนกรูปสามเหลี่ยมนักเรียน บางคนไม่ช่วยเพื่อนสำรวจ ความยาวด้านและขนาดของ มุมของรูปสามเหลี่ยม	สร้างแรงจูงใจให้นักเรียน ในการทำกิจกรรมกลุ่ม โดยใช้ การเสริมแรงให้รางวัล แต้ม สะสมสำหรับกลุ่มที่มีการ ทำงานร่วมกันเป็นทีมจากการ สังเกตของครู
ขั้นที่ 2 การคาดเดา (Conjecturing)	นักเรียนแต่ละกลุ่มไม่กล้า เขียนข้อคาดเดาของตนเองลง ในใบกิจกรรม เนื่องจากกลัว ผิด	อธิบายให้นักเรียนเข้าใจว่า การคาดเดาเป็นความคิดหรือ มุมมองของตนเอง โดยการ คาดเดาต้องอยู่บนพื้นฐานของ เหตุผล ใช้คำถามกระตุ้นการ คาดเดาและการแสดงเหตุผล ของนักเรียนให้มากขึ้น เพื่อให้ นักเรียนเกิดความมั่นใจในการ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แบบการโต้แย้งทาง คณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม	สภาพปัญหา	แนวทางแก้ไข
		คาดเดาและแสดงเหตุผลของ ตนเอง
<b>ขั้นที่ 3 การแสดงเหตุผล (Justifying)</b>	จากการนำเสนอผลการ คาดเดาและแสดงเหตุผล นักเรียนยังไม่กล้าที่จะนำเสนอ ผลงาน เนื่องจากไม่รู้ว่าตนเอง จะต้องนำเสนออะไรและกลัว การคาดเดาจะผิด	ใช้คำถามนำกระตุ้นให้ นักเรียนนำเสนอการคาดเดา แนวคิด และแสดงเหตุผลของ ตนเอง เช่น เพราะอะไร นักเรียนจึงคิดว่าเป็น สามเหลี่ยมด้านเท่า นักเรียนมี วิธีการตรวจสอบอย่างไร เป็น ต้น
<b>ขั้นที่ 4 การสรุป (Concluding)</b>	นักเรียนเขียนสรุปผลไม่ ชัดเจน บางกลุ่มไม่รู้ว่าเขียน สรุปอย่างไร	ใช้คำถามกระตุ้นนักเรียน ให้นักเรียนพูด อธิบายข้อสรุป ของตนเอง และเขียนการสรุป เพื่อเป็นตัวอย่างให้กับนักเรียน

## วงจรรูปที่ 2 ความสูงของรูปสามเหลี่ยม

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในวงจรรูปที่ 2 ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ความสูงของรูปสามเหลี่ยม เป็นเวลา 3 ชั่วโมง โดยมีเนื้อหาเกี่ยวกับส่วนต่าง ๆ ของรูปสามเหลี่ยม ผู้วิจัยดำเนินการระหว่างวันที่ 23 – 28 กุมภาพันธ์ 2566 ผู้วิจัยนำผลจากการสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วงจรรูปที่ 1 มาเป็นแนวทางในการปรับปรุงและพัฒนาการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

### ขั้นวางแผน (Plan: P)

ผู้วิจัยนำผลที่ได้จากการสะท้อนผลในวงจรรูปที่ 1 มาปรับปรุงแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ความสูงของรูปสามเหลี่ยม เพื่อให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้บรรลุวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ ดังนี้ 1) ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนตอบคำถามเพื่อทบทวนความรู้พื้นฐานเรื่องชนิดและสมบัติของรูปสามเหลี่ยมเป็นกลุ่ม เพื่อฝึกการ

ทำงานร่วมกัน 2) ผู้วิจัยใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนได้แสดงเหตุผลของตนเองมากขึ้น เนื่องจากวงจรปฏิบัติที่ผ่านมา นักเรียนอธิบายเหตุผลได้แต่ไม่รู้ว่าจะเขียนอธิบายลงในใบกิจกรรมอย่างไร 3) สร้างแรงจูงใจในการทำกิจกรรมกลุ่ม โดยให้รางวัลกับนักเรียนกลุ่มที่ตอบคำถามได้ถูกต้องจากการทบทวนความรู้เดิม 4) ผู้วิจัยให้นักเรียนทุกคนสรุปร่วมกันเพื่อให้ผู้เรียนเห็นแนวทางในการเขียนสรุปมากยิ่งขึ้น

### ขั้นปฏิบัติการ (Act: A)

เมื่อวางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2 แล้ว ผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การสร้างรูปสามเหลี่ยม โดยใช้เวลาดังกล่าวทั้งหมด 3 ชั่วโมง ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

#### ขั้นที่ 1 การสร้างกรณี (Generating Cases)

นักเรียนทำกิจกรรมเพื่อทบทวนความรู้เรื่อง ชนิดและสมบัติของรูปสามเหลี่ยม ผ่านกิจกรรม “ถามปุ๊บ ตอบปั๊บรับโชค” ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มตอบชนิดของรูปสามเหลี่ยมจากสมบัติที่ผู้วิจัยกำหนดโดยเขียนคำตอบบนกระดาษคำตอบของกลุ่มตนเองและให้รางวัลสำหรับกลุ่มที่ได้รับคะแนนสูงที่สุดเพื่อสร้างแรงจูงใจให้กับนักเรียนในการทำงานร่วมกัน จากนั้นผู้วิจัยยกตัวอย่างรูปสามเหลี่ยมพร้อมทั้งอธิบายส่วนต่าง ๆ ของรูปสามเหลี่ยมและให้นักเรียนทำใบงาน ส่วนต่าง ๆ ของสามเหลี่ยมและความสูงของรูปสามเหลี่ยม แล้วจึงนำเสนอสถานการณ์ ความสูงของสามเหลี่ยมกับมุมที่ฐาน นักเรียนอ่านสถานการณ์และอภิปรายร่วมกัน

#### ขั้นที่ 2 การคาดเดา (Conjecturing)

ผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นคิดนักเรียนเกี่ยวกับข้อสรุปของต้นกล้าและข้าวฟ่าง และให้นักเรียนตรวจสอบข้อสรุปของทั้งสองคน นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายถึงแนวคิด และวิธีการตรวจสอบข้อสรุปพร้อมทั้งเขียนการคาดเดาของตนเองลงในใบกิจกรรม “เชื่อหรือไม่” โดยผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นการคาดเดาของนักเรียนว่า นักเรียนมีวิธีการตรวจสอบข้อสรุปของต้นกล้าและข้าวฟ่างอย่างไร นักเรียนเห็นด้วยกับข้อสรุปของใครมากที่สุด นักเรียนคิดว่าข้อสรุปของทั้งสองคนนั้นถูกต้องหรือไม่ จากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนจับคู่กับเพื่อนต่างกลุ่มเพื่ออภิปรายถึงข้อคาดเดาที่ได้

#### ขั้นที่ 3 การแสดงเหตุผล (Justifying)

นักเรียนแต่ละกลุ่มทบทวนข้อคาดเดาของตนเอง และเขียนแสดงเหตุผล จากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนนำเสนอการคาดเดา แนวคิดเกี่ยวกับข้อสรุปของต้นกล้าและข้าวฟ่างบริเวณหน้าชั้นเรียน จากนั้นผู้วิจัยนำใบกิจกรรม “เชื่อหรือไม่” ติดหน้าห้องเรียนเพื่อให้นักเรียนตรวจสอบการคาดเดาและการแสดงแนวคิดของเพื่อนอีกครั้ง ในขั้นตอนนี้ผู้วิจัยให้นักเรียนผลัดกันแลกเปลี่ยนความคิดเห็นและวิจารณ์ข้อคาดเดาและการแสดงเหตุผลของเพื่อน

#### ขั้นที่ 4 การสรุป (Concluding)

ผู้วิจัยอภิปรายร่วมกับนักเรียนว่า ข้อสรุปของใครมีความสมเหตุสมผลที่สุด นักเรียนเห็นด้วยกับข้อสรุปของต้นกล้าหรือข้าวฟ่าง และจากการนำเสนอของเพื่อนนักเรียนคิดว่าข้อคาดเดาของใครสมเหตุสมผล เพราะอะไร ผู้วิจัยและนักเรียนร่วมกันสรุปความสูงของรูปสามเหลี่ยมโดยผู้วิจัยได้เขียนข้อสรุปเป็นแนวทางให้กับนักเรียน ผู้วิจัยได้สะท้อนให้นักเรียนทราบถึงข้อผิดพลาดและให้ข้อเสนอแนะในการเขียนแสดงการคาดเดา การให้เหตุผลและการนำเสนอแนวคิด

#### ขั้นสังเกตการณ์ (Observe: O)

ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยและครูประจำการผู้ร่วมสังเกตการณ์ แบบสังเกตความสามารถในการสื่อสารสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการตอบคำถามในใบกิจกรรมของนักเรียน จากการสังเกตการทำกิจกรรมการเรียนรู้สามารถบรรยายถึงสภาพบรรยากาศในชั้นเรียน รวมทั้งปัญหาอุปสรรคที่พบจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีรายละเอียดดังนี้

#### ขั้นที่ 1 การสร้างกรณี (Generating Cases)

ผู้วิจัยได้นำนักเรียนทำกิจกรรม “ถามปุ๊บตอบปั๊บรับโชค” ให้นักเรียนตอบคำถามร่วมกันเป็นกลุ่มผ่าน Wordwall ซึ่งมีข้อความเกี่ยวกับชนิดและสมบัติของรูปสามเหลี่ยม โดยแจกกระดาษคำตอบและปากกาไวท์บอร์ดให้นักเรียนกลุ่มละ 1 ชุด จากการสังเกตพบว่า นักเรียนแต่ละกลุ่มมีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรม ช่วยกันคิด ประชึกษากันก่อนที่จะตอบคำถาม ผู้วิจัยได้ให้รางวัลสำหรับกลุ่มที่ทำคะแนนได้มากที่สุดเพื่อสร้างแรงจูงใจในการทำงานเป็นทีม จากนั้นผู้วิจัยได้อธิบายความรู้เกี่ยวกับส่วนต่าง ๆ ของรูปสามเหลี่ยม และความสูงของรูปสามเหลี่ยม และให้นักเรียนทำใบงาน ส่วนต่าง ๆ ของรูปสามเหลี่ยม และความสูงของรูปสามเหลี่ยม จากการสังเกตพบว่ามีนักเรียนบางคนยังสับสนเกี่ยวกับส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยม ผู้วิจัยจึงถามคำถามกระตุ้นคิดนักเรียนว่า “เมื่อนักเรียนวัดส่วนสูงของตนเองจะต้องทำอย่างไร” นักเรียนตอบว่า “ต้องยืนตรง” ผู้วิจัยจึงเสนอแนะไปว่าการวัดความสูงของรูปเรขาคณิตก็เช่นกัน ดังนั้นความสูงของรูปสามเหลี่ยมจะต้องตั้งฉากกับฐานเสมอ ผู้วิจัยนำเสนอสถานการณ์ ความสูงของสามเหลี่ยมกับหลังคาบ้าน จากการสังเกตพบว่านักเรียนให้ความสนใจกับสถานการณ์ปัญหาโดยอ่านอย่างพร้อมเพรียงกัน และผู้วิจัยได้ใช้คำถามกระตุ้นคิดเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเอง “นักเรียนเคยเห็นหลังคาบ้านที่มีความสูงต่างกันหรือไม่” “นักเรียนจะมีวิธีการตรวจสอบอย่างไรข้อสรุปของต้นกล้าและข้าวฟ่างอย่างไร”



ภาพ 3 นักเรียนทำกิจกรรมถามปืตอบปืปรับโชคเป็นรายกลุ่ม

## ขั้นที่ 2 การคาดเดา (Conjecturing)

เมื่อนักเรียนอ่านสถานการณ์ในใบกิจกรรม “เชื่อได้หรือไม่” พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่คล้อยตามกับสถานการณ์ปัญหา โดยเชื่อว่าข้อสรุปของต้นกล้าและข้าวฟ่างถูกตั้งแต่ที่ยังไม่ได้คาดเดา ผู้วิจัยจึงได้ให้นักเรียนหาวิธีการตรวจสอบความเชื่อของตนเอง นักเรียนแต่ละกลุ่มตรวจสอบข้อสรุปของต้นกล้าและข้าวฟ่าง โดยใช้วิธีการวัดสวนสูงของรูปสามเหลี่ยมที่ได้ นักเรียนบางคนไม่รู้วิธีวัดความสูงของรูปสามเหลี่ยมให้ตั้งฉากกับฐาน ผู้วิจัยจึงได้ให้คำแนะนำในการวัดความสูงของรูปสามเหลี่ยม นักเรียนบางกลุ่มได้นำรูปสามเหลี่ยมที่ใช้ในวงจรปฏิบัติที่ 1 ขั้นที่ 1 มาประกอบการพิจารณาข้อสรุปของทั้งสองคน นักเรียนกลุ่มหนึ่งนำสามเหลี่ยมหน้าจั่วมาวัดความสูงของรูปสามเหลี่ยมโดยใช้ไม้ฉากและสร้างรูปสามเหลี่ยมอีกรูปหนึ่งที่มีความสูงแตกต่างกันจากนั้นวัดขนาดของมุมที่ฐาน นักเรียนบางกลุ่มสร้างรูปสามเหลี่ยมขึ้นเองโดยลองผิดลองถูกในการสร้างรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วและวัดขนาดของมุมที่ฐาน สำหรับข้อสรุปของข้าวฟ่างมีนักเรียนบางคนไม่เข้าใจสถานการณ์ผู้วิจัยจึงได้อธิบายเพิ่มเติมจากการสังเกตการเขียนข้อคาดเดาลงในใบกิจกรรม “เชื่อได้หรือไม่” นักเรียนบางกลุ่มไม่รู้ว่าจะต้องเขียนอะไรในขั้นตอนของการคาดเดา ผู้วิจัยจึงได้บอกให้นักเรียนเขียนวิธีการตรวจสอบข้อสรุปของต้นกล้าและข้าวฟ่าง นักเรียนจับคู่แลกเปลี่ยนความคิดกับเพื่อนต่างกลุ่ม หลังจากแลกเปลี่ยนข้อคาดเดาแล้วมีนักเรียนบางกลุ่มกลับมาแก้ไขข้อคาดเดาของตนเอง



ภาพ 4 นักเรียนแสดงการคาดเดาโดยใช้รูปสามเหลี่ยมมาอธิบายแสดงแนวคิด

### ขั้นที่ 3 การแสดงเหตุผล (Justifying)

ผู้วิจัยให้นักเรียนแสดงเหตุผลประกอบการคาดเดาของตนเอง พร้อมทั้งตรวจสอบวิธีการคาดเดาของตนเองอีกครั้ง จากการสังเกตพบว่านักเรียนบางกลุ่มหลีกเลี่ยงการจะเขียนแสดงเหตุผล เพราะไม่รู้ว่าจะเขียนอย่างไร และนักเรียนบางคนไม่มีส่วนร่วมนำเสนอเหตุผลกับเพื่อน ผู้วิจัยจึงได้ใช้คำถามกระตุ้นการแสดงเหตุผลของนักเรียน “นักเรียนตรวจสอบข้อสรุปของต้นกล้าและข้าวฟ่างอย่างไร นักเรียนเห็นด้วยกับข้อสรุปของใคร เพราะอะไรนักเรียนจึงเชื่อข้อสรุปของเขา” เพื่อเป็นแนวทางในการเขียนแสดงเหตุผลของนักเรียน เมื่อนักเรียนเขียนแสดงเหตุผลแล้วผู้วิจัยสุ่มนักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอการคาดเดา แนวคิดของตนเอง พร้อมทั้งให้นักเรียนแสดงเหตุผล นักเรียนบางกลุ่มยังไม่มั่นใจในการนำเสนอผู้วิจัยจึงได้ใช้คำถามนำการนำเสนอการคาดเดาและแนวคิดของนักเรียน ผู้วิจัยนำไปกิจกรรมของนักเรียนมาติดบนกระดานให้เพื่อนแต่ละกลุ่มออกมาตรวจสอบแนวความคิดการคาดเดาและการแสดงเหตุผลของเพื่อน

### ขั้นที่ 4 การสรุป (Concluding)

ผู้วิจัยและนักเรียนสรุปร่วมกันเกี่ยวกับข้อสรุปของต้นกล้าและข้าวฟ่าง จากการสังเกตพบว่านักเรียนสามารถเขียนข้อสรุปของตนเองได้ดียิ่งขึ้น

### ขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect: R)

จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม โดยปฏิบัติตามขั้นตอนของวิจัยเชิงปฏิบัติการ พบว่า ปัญหาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และได้เสนอแนะแนวทางในการปรับปรุงแก้ไขในแต่ละขั้นตอนของวงจรปฏิบัติที่ 2 ดังนี้

## 18 แสดงผลการสะท้อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม วงจรปฏิบัติที่ 2

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้	แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่องรูปสามเหลี่ยม	สภาพปัญหา	แนวทางแก้ไข
ขั้นที่ 1 การสร้างกรณี (Generating Cases)		-	-
ขั้นที่ 2 การคาดเดา (Conjecturing)		นักเรียนไม่รู้ว่าจะเขียนอะไรในขั้นตอนของการคาดเดา	ปรับรูปแบบใบกิจกรรมให้มีความน่าสนใจแก่นักเรียนในขั้นตอนของการคาดเดาเพื่อให้นักเรียนทราบว่าขั้นตอนของการคาดเดานั้นนักเรียนจะต้องเขียนอะไร
ขั้นที่ 3 การแสดงเหตุผล (Justifying)		จากการนำเสนอผลการคาดเดาและแสดงเหตุผลนักเรียนที่นำเสนอมักจะเป็นนักเรียนคนเดิม นักเรียนบางคนไม่มีส่วนร่วมในการแสดงเหตุผลภายในกลุ่ม	ให้นักเรียนแต่ละคนนำเสนอข้อคาดเดาและเหตุผลของตนเองภายในกลุ่มและนำมาสรุปเป็นเหตุผลของกลุ่ม
ขั้นที่ 4 การสรุป (Concluding)		-	-

### วงจรปฏิบัติที่ 3 มาสร้างรูปสามเหลี่ยมกันเถอะ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติที่ 3 ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง มาสร้างรูปสามเหลี่ยมกันเถอะ เป็นเวลา 3 ชั่วโมง โดยมีเนื้อหาเกี่ยวกับส่วนต่าง ๆ ของรูปสามเหลี่ยม ผู้วิจัยดำเนินการระหว่างวันที่ 9 - 14 กุมภาพันธ์ 2566 ผู้วิจัยนำผลจากการสะท้อนผลในวงจรปฏิบัติที่ 2 ผู้วิจัยเห็นแนวทางการปรับปรุง และพัฒนาแนวทางการจัดการเรียนรู้แบบโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้



**ขั้นวางแผน (Plan: P)**

ผู้วิจัยนำผลที่ได้จากการสะท้อนผลในวงจรปฏิบัติที่ 2 มาปรับปรุงแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3 มาสร้างรูปสามเหลี่ยมกันเถอะ เพื่อให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้บรรลุวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ ดังนี้ 1) ปรับรูปแบบใบกิจกรรมให้มีคำถามนำชี้แจงนักเรียนในขั้นของการคาดเดาเพื่อให้นักเรียนทราบว่าขั้นตอนของการคาดเดานั้นนักเรียนจะต้องเขียนอะไร 2) ให้นักเรียนแต่ละคนนำเสนอข้อคาดเดาและเหตุผลของตนเองภายในกลุ่มและนำมาสรุปเป็นเหตุผลของกลุ่ม



ภาพ 5 ตัวอย่างใบกิจกรรมมาสร้างรูปสามเหลี่ยมกันเถอะที่ปรับให้มีคำถามนำสำหรับชี้แจงนักเรียนในขั้นของการคาดเดา

**ขั้นปฏิบัติการ (Act: A)**

เมื่อวางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3 แล้ว ผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การสร้างรูปสามเหลี่ยม โดยใช้เวลาดังทั้งหมด 3 ชั่วโมง ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

**ขั้นที่ 1 การสร้างกรณี (Generating Cases)**

ผู้วิจัยได้นำนักเรียนทำกิจกรรมเพื่อทบทวนความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับส่วนต่าง ๆ ของรูปสามเหลี่ยม และการใช้อุปกรณ์ในการสร้างรูปสามเหลี่ยม ได้แก่ ไมโครแทกเตอร์ จากนั้นผู้วิจัยได้ให้นักเรียนศึกษาการสร้างรูปสามเหลี่ยมจากคลิปวิดีโอ เมื่อนักเรียนดูคลิปวิดีโอแล้วผู้วิจัยได้ตั้งคำถามว่า

อุปกรณ์ที่ใช้ในการสร้างรูปสามเหลี่ยมมีอะไรบ้าง ในการสร้างรูปสามเหลี่ยมนักเรียนจะต้องรู้อะไรบ้าง จากนั้นให้นักเรียนทำใบงาน การสร้างรูปสามเหลี่ยมเป็นรายบุคคล โดยมีครูให้คำแนะนำตลอดการทำใบงาน เมื่อทำใบงานเสร็จผู้วิจัยได้แจกใบกิจกรรมมาสร้างรูปสามเหลี่ยมกันเถอะ โดยให้นักเรียนอ่านสถานการณ์ปัญหา รูปสามเหลี่ยมของพอล โจ ผู้วิจัยได้ถามต่อว่า นักเรียนคิดว่ารูปสามเหลี่ยมที่พอล โจ ต้องการสร้างเป็นสามเหลี่ยมชนิดใด นักเรียนคิดว่าจากขั้นตอนการสร้างรูปสามเหลี่ยมที่พอล โจ ได้สร้างนั้นจะได้รูปสามเหลี่ยมที่พอล โจ ต้องการหรือไม่ แล้วนักเรียนคิดว่าจะมีวิธีการสร้างรูปสามเหลี่ยมโดยใช้ขั้นตอนอื่นได้หรือไม่ จากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มรวบรวมแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างรูปสามเหลี่ยมของพอล โจ

### ขั้นที่ 2 การคาดเดา (Conjecturing)

ผู้วิจัยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มตรวจสอบวิธีการสร้างรูปสามเหลี่ยมของพอล โจ ตามขั้นตอนที่พอล โจ สร้างขึ้น และคาดเดาวิธีการสร้างรูปสามเหลี่ยมตามขั้นตอนอื่น ๆ ที่แตกต่างจากวิธีของพอล โจ โดยเขียนลงในใบกิจกรรม มาสร้างรูปสามเหลี่ยมกันเถอะ ผู้วิจัยใช้คำถามเพื่อกระตุ้นการคาดเดาของนักเรียนว่า นักเรียนคิดว่าขั้นตอนที่พอล โจ ใช้สร้างรูปสามเหลี่ยมนั้นได้รูปสามเหลี่ยมที่พอล โจ ต้องการหรือไม่ ถ้านักเรียนจะสร้างรูปสามเหลี่ยมให้ได้ตามที่พอล โจ ต้องการต้องรู้อะไรบ้าง แล้วจะมีขั้นตอนการสร้างอย่างไร ถ้าต้องการสร้างรูปสามเหลี่ยมขึ้นมารูปหนึ่งนักเรียนจะต้องสร้างอะไรก่อนอันดับแรก และมีขั้นตอนการสร้างรูปสามเหลี่ยมแบบอื่นอีกหรือไม่ ให้นักเรียนแต่ละคนช่วยกันเสนอวิธีคิดจนได้ข้อคาดเดาของกลุ่มตนเอง ผู้วิจัยเปิดโอกาสให้นักเรียนนำข้อคาดเดาที่ได้มาอภิปรายแลกเปลี่ยนกับกลุ่มเพื่อน และจึงนำมาสรุปข้อคาดเดาของกลุ่มตนเอง

### ขั้นที่ 3 การแสดงเหตุผล (Justifying)

ผู้วิจัยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทบทวนข้อคาดเดาที่ได้และนำมาเขียนแสดงเหตุผลประกอบข้อคาดเดาของตนเองลงในใบกิจกรรม มาสร้างรูปสามเหลี่ยมกันเถอะ โดยผู้วิจัยได้ให้นักเรียนแต่ละคนนำเสนอเหตุผลของตนเองก่อนจะนำมาเขียนเป็นเหตุผลของกลุ่ม จากนั้นให้แต่ละกลุ่มนำเสนอข้อคาดเดาพร้อมแสดงเหตุผลประกอบการคาดเดาของกลุ่มตนเอง โดยผู้วิจัยได้ใช้คำถามเพื่อกระตุ้นการคิดของนักเรียนที่ออกมาแนะนำเสนอ เช่น รูปที่พอล โจ ต้องการเป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด นักเรียนสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านเท่ากันสองด้าน และมีมุมหนึ่งมุมเป็นมุมฉากได้หรือไม่ ขั้นตอนที่พอล โจ สร้างรูปสามเหลี่ยมนั้นได้สามเหลี่ยมตามที่ต้องการหรือไม่ นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมนี้ได้อย่างไร ในขั้นตอนแรกนักเรียนจะต้องสร้างอะไรก่อน นักเรียนจะต้องกำหนดอะไรบ้างในการสร้างรูปสามเหลี่ยมที่พอล โจ ต้องการ ขั้นตอนที่นักเรียนเขียนนั้นสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมได้จริงหรือไม่ พร้อมทั้งให้กลุ่มอื่น ศึกษาและตรวจสอบขั้นตอนการสร้างรูปสามเหลี่ยมของเพื่อนว่าสามารถสร้างได้จริงหรือไม่ ผู้วิจัยให้นักเรียนผลัดเปลี่ยนกันวิจารณ์ข้อคาดเดาของเพื่อน โดยแต่ละกลุ่มสามารถแสดงเหตุผลเพื่อนโน้มน้าวใจเพื่อกลุ่มอื่นให้คล้อยตามได้เช่นกัน

#### ขั้นที่ 4 การสรุป (Concluding)

ผู้วิจัยอภิปรายร่วมกับนักเรียนถึงขั้นการสร้างรูปสามเหลี่ยมที่แต่ละกลุ่มสร้างขึ้น โดยถามกับนักเรียนว่าขั้นตอนการสร้างของกลุ่มใดที่สามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมได้จริงตามที่พอใจต้องการ ถ้าต้องการสร้างรูปสามเหลี่ยมนี้จะต้องกำหนดอะไรบ้าง และนักเรียนเห็นด้วยกับวิธีการสร้างของกลุ่มใด เพราะอะไร ทั้งนี้ผู้วิจัยได้ให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงการคาดเดา การแสดงผลและการนำเสนอแนวคิดของนักเรียน

#### ขั้นสังเกตการณ์ (Observe: O)

ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยและครูประจำการผู้ร่วมสังเกตการณ์ แบบสังเกตความสามารถในการสื่อสารสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการตอบคำถามในใบกิจกรรมของนักเรียน จากการสังเกตการทำกิจกรรมการเรียนรู้สามารถบรรยายถึงสภาพบรรยากาศในชั้นเรียน รวมทั้งปัญหาอุปสรรคที่พบจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีรายละเอียดดังนี้

#### ขั้นที่ 1 การสร้างกรณี (Generating Cases)

จากการสังเกตการณ์ทำกิจกรรม “ถาม – ตอบ รูปสามเหลี่ยม” เพื่อทบทวนชนิดและสมบัติของรูปสามเหลี่ยม และส่วนประกอบของรูปสามเหลี่ยมนักเรียนส่วนใหญ่มีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรม ช่วยกันตอบคำถามภายในกลุ่มของตนเอง แต่ยังคงมีนักเรียนบางคนที่สับสนระหว่างสมบัติของสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่นอกจากด้านประกอบมุมยอดมีขนาดเท่ากันแล้ว มุมที่ฐานยังเท่ากันด้วย ผู้วิจัยจึงได้อธิบายเพิ่มเติม เมื่อผู้วิจัยให้นักเรียนศึกษาขั้นตอนการสร้างรูปสามเหลี่ยมจากคลิปวิดีโอ นักเรียนหลายคนให้ความสนใจและอยากลองทำไปพร้อมกับคลิปวิดีโอ

จากการสังเกตการทำใบงาน การสร้างรูปสามเหลี่ยม พบว่านักเรียนหลายคนมีความตั้งใจในการสร้างเนื่องจากเป็นขั้นตอนที่ต้องใช้อุปกรณ์ในการสร้างได้แก่ วงเวียน และไม้โปรแทรกเตอร์ ซึ่งมีนักเรียนบางส่วนยังสับสนกับการใช้ไม้โปรแทรกเตอร์ในการวัดขนาดของมุม ผู้วิจัยจึงได้ให้คำแนะนำในการใช้

เมื่อผู้วิจัยแจกใบกิจกรรมมาสร้างรูปสามเหลี่ยมกันเถอะ นักเรียนให้ความสนใจในสถานการณ์การสร้างรูปสามเหลี่ยมตามขั้นตอนที่พอใจสร้าง โดยอ่านสถานการณ์ปัญหาพร้อมกันและเริ่มพูดคุยเกี่ยวกับขั้นตอนที่พอใจใช้ว่าเป็นการสร้างรูปแบบใด

#### ขั้นที่ 2 การคาดเดา (Conjecturing)

นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันคิดและร่วมกันลงมือสร้างรูปสามเหลี่ยมตามขั้นตอนของพอใจลงในใบกิจกรรม มาสร้างรูปสามเหลี่ยมกันเถอะ เพื่อตรวจสอบว่าสามเหลี่ยมที่พอใจสร้างตรงกับ

สามเหลี่ยมที่ต้องการหรือไม่ โดยให้นักเรียนคนหนึ่งลงมือสร้างและนักเรียนที่เหลือช่วยตรวจสอบความถูกต้องของความยาวของด้านแต่ละด้าน มีบางกลุ่มที่นักเรียนแต่ละคนเป็นผู้ลงมือสร้างตามขั้นตอนของพอใจแล้วนำมาตรวจสอบร่วมกันว่าตรงตามเงื่อนไขหรือไม่ จากนั้นนักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันคาดเดาการสร้างรูปสามเหลี่ยมของพอใจในรูปแบบอื่น ๆ โดยนักเรียนบางกลุ่มลงมือเขียนขั้นตอนก่อนแล้วจึงสร้างรูปสามเหลี่ยม บางกลุ่มสร้างรูปสามเหลี่ยมก่อนแล้วจึงเขียนขั้นตอนการสร้างและบางคนเขียนสร้างรูปสามเหลี่ยมและเขียนขั้นตอนการสร้างไปพร้อม ๆ กัน จากการสังเกตพบว่าเมื่อนักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมขึ้นมาก่อนแล้วเขียนขั้นตอนการสร้างตามที่หลังนักเรียนมักจะเขียนอธิบายการสร้างของตนเองไม่ได้ และพบว่าในช่วงแรกนักเรียนมีวิธีการคาดเดาที่ไม่หลากหลาย ผู้วิจัยจึงได้ใช้คำถามกระตุ้นการคาดเดาของนักเรียนเพิ่มเติม

ผู้วิจัย : พอใจเขาต้องการรูปสามเหลี่ยมที่มีลักษณะอย่างไรคะ

นักเรียน : มีมุมฉาก 1 มุม ด้าน 2 ด้านยาวเท่ากันค่ะ

ผู้วิจัย : แล้วนักเรียนมีวิธีสร้างรูปสามเหลี่ยมของพอใจได้อย่างไรบ้าง

นักเรียน : ตอนแรกสร้างฐานก่อนค่ะ ให้ฐานยาว 5 เซนติเมตร แล้วก็สร้างมุม 90 องศาให้ด้านยาว 5 เซนติเมตร จะได้ด้านยาวเท่ากัน

ผู้วิจัย : จากขั้นตอนที่นักเรียนสร้างนักเรียนกำหนดอะไรบ้าง

นักเรียน : กำหนดด้าน 1 ด้าน มุม 1 มุม

ผู้วิจัย : กำหนดด้านไหนบ้าง

นักเรียน : AB ค่ะ อ้อ แล้วก็ด้าน BC ด้วยค่ะ

ผู้วิจัย : สรุปกำหนดกี่ด้าน

นักเรียน 1 : 2 ด้านค่ะ

ผู้วิจัย : แล้วถ้าเรากำหนดมุม 2 มุม เราจะสร้างได้ไหม

นักเรียน 2 : น่าจะได้ครับ

ผู้วิจัย : ต้องสร้างอย่างไรคะ

นักเรียน 2 : กำหนดมุม มุมละ 45 องศาครับ

ผู้วิจัย : ทำไมต้องมุมละ 45 องศาละ

นักเรียน 2 : เพราะเป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่วครับ มุม 2 มุมจะเท่ากัน

(นักเรียนกลุ่มที่ 2, เทปบันทึกการจัดการเรียนรู้, 14 มีนาคม 2566)



ภาพ 6 นักเรียนแสดงแนวคิดและนำเสนอขั้นตอนการสร้างรูปสามเหลี่ยม

หลังจากที่นักเรียนคาดเดาการสร้างรูปสามเหลี่ยมของกลุ่มตนเองแล้ว ผู้วิจัยให้นักเรียนแลกเปลี่ยนการคาดเดากับเพื่อนต่างกลุ่มเกี่ยวกับการสร้างรูปสามเหลี่ยมของพอใจที่แตกต่างจากขั้นตอนเดิมมีนักเรียนบางกลุ่มที่มีข้อคาดเดาคคล้ายกัน และบางกลุ่มได้นำข้อคาดเดาของเพื่อนไปปรับปรุงข้อคาดเดาของตนเอง



ภาพ 7 นักเรียนแลกเปลี่ยนการคาดเดากับเพื่อนต่างกลุ่มเกี่ยวกับการสร้างรูปสามเหลี่ยม

### ขั้นที่ 3 การแสดงเหตุผล (Justifying)

นักเรียนแต่ละกลุ่มทบทวนการคาดเดาของตนเองแล้วจึงนำมาเขียนแสดงเหตุผล บางกลุ่มได้แก้ไขขั้นตอนการสร้างรูปสามเหลี่ยมของตนเองให้ชัดเจนมากขึ้น จากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนนำใบกิจกรรมของแต่ละกลุ่มมาติดบนหน้าห้อง นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอข้อคาดเดาของตนเองพร้อมทั้งแสดงเหตุผลประกอบ ผู้วิจัยเปิดโอกาสให้นักเรียนวิจารณ์ข้อคาดเดาของเพื่อน แต่นักเรียนส่วนใหญ่ไม่กล้าที่จะวิจารณ์เพื่อน ผู้วิจัยจึงให้นักเรียนพูดคุยกันภายในกลุ่มก่อนแล้วจึงจะสุ่มเรียกแต่ละกลุ่มให้

วิจารณ์ผลงานของเพื่อน หลังจากนั้นจะให้นักเรียนแต่ละกลุ่มตรวจสอบวิธีการสร้างรูปสามเหลี่ยมที่เพื่อนสร้างขึ้น พบว่านักเรียนให้ความสนใจกับข้อาคัดเตาของเพื่อนที่สามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมของพอใจได้มากกว่า 1 แบบ เนื่องจากนักเรียนส่วนใหญ่สามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมได้ 1 แบบเท่านั้น

#### ขั้นที่ 4 การสรุป (Concluding)

หลังจากที่ผู้วิจัยให้วิจารณ์และตรวจสอบการสร้างรูปสามเหลี่ยมของเพื่อน ผู้วิจัยให้นักเรียนตัดสินใจเลือกว่ากลุ่มใดมีข้อาคัดเตาและให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลที่สุด นักเรียนส่วนใหญ่มีวิธีการสร้างแบบใด และนักเรียนช่วยกันสรุปว่าในการสร้างรูปสามเหลี่ยมของพอใจจะสามารถทำได้ 2 แบบ ได้แก่ 1) กำหนดความยาวด้าน 2 ด้าน และขนาดของมุม 1 มุม และ 2) กำหนดความยาวของด้าน 1 ด้าน และขนาดของมุม 2 มุม ให้มีขนาดเป็น 45 องศาทั้ง 2 มุม จากการสังเกตพบว่า นักเรียนตั้งใจและมีส่วนร่วมในการสรุปขั้นตอนการสร้างรูปสามเหลี่ยม และกล้าที่จะพูดสรุปผลมากขึ้น

#### ขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect: R)

จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม โดยปฏิบัติตามขั้นตอนของวิจัยเชิงปฏิบัติการ พบว่า ปัญหาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และได้เสนอแนะแนวทางในการปรับปรุงแก้ไขในแต่ละขั้นตอนของวงจรปฏิบัติที่ 3 ดังนี้

ตาราง 19 แสดงผลการสะท้อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม วงจรปฏิบัติที่ 3

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้		
แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม	สภาพปัญหา	แนวทางแก้ไข
ขั้นที่ 1 การสร้างกรณี (Generating Cases)	นักเรียนมีความสับสนเกี่ยวกับสมบัติของสามเหลี่ยมหน้าจั่ว และการใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ เช่น ไม้โปรแทรกเตอร์ และวงเวียน เป็นต้น	ผู้วิจัยอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว และสาธิตการใช้ไม้โปรแทรกเตอร์และวงเวียน พร้อมทั้งให้คำแนะนำในการใช้กับนักเรียนรายบุคคล
ขั้นที่ 2 การคาดเดา (Conjecturing)	นักเรียนคาดเดาขั้นตอนการสร้างรูปสามเหลี่ยมไม่หลากหลาย	ผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนใช้วิธีการสร้างรูปสามเหลี่ยมที่แตกต่างจากเดิม โดยให้นักเรียนสังเกตรูป

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แบบการโต้แย้งทาง คณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม	สภาพปัญหา	แนวทางแก้ไข
		สามเหลี่ยมที่สร้างขึ้นแล้ว และ แนะนำให้นักเรียนทดลองสร้าง รูปสามเหลี่ยมโดยกำหนดมุม ขนาดของมุม 2 มุม
ขั้นที่ 3 การแสดงเหตุผล (Justifying)	นักเรียนบางคนไม่กล้าแสดง ความคิดเห็น วิเคราะห์กลุ่ม เพื่อน	ผู้วิจัยจึงให้นักเรียนพูดคุยกัน ในกลุ่มก่อน แล้วจึงสุ่มนักเรียน แต่ละกลุ่มแสดงความคิดเห็น หรือวิจารณ์งานของกลุ่มเพื่อน
ขั้นที่ 4 การสรุป (Concluding)	-	-

#### วงจรปฏิบัติที่ 4 พิซซาฮีโร่ 3 เหลี่ยมจัมโบ้

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติที่ 4 ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง พิซซาฮีโร่ 3 เหลี่ยมจัมโบ้ เป็นเวลา 3 ชั่วโมง โดยมีเนื้อหาเกี่ยวกับความยาวรอบรูปสามเหลี่ยมและพื้นที่รูปสามเหลี่ยม ผู้วิจัยดำเนินการระหว่างวันที่ 5 - 17 มีนาคม 2566 ผู้วิจัยนำผลจากการสะท้อนผลในวงจรปฏิบัติที่ 3 มาเป็นแนวทางในการปรับปรุงและพัฒนาการจัดการเรียนรู้แบบโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

#### ขั้นวางแผน (Plan: P)

ผู้วิจัยนำผลที่ได้จากการสะท้อนผลในวงจรปฏิบัติที่ 3 มาปรับปรุงแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ในแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4 พิซซาฮีโร่ 3 เหลี่ยมจัมโบ้ เพื่อให้การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้บรรลุวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ ดังนี้ 1) ผู้วิจัยได้ใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดคาดเดาคำตอบที่หลากหลาย และให้นักเรียนแต่ละคนในกลุ่มได้เสนอข้อคาดเดาของตนเอง เพื่อนำมาเขียนเป็นข้อคาดเดาของกลุ่ม 2) เมื่อนักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอข้อคาดเดาและแสดงเหตุผลของตนเอง ผู้วิจัยสุ่มนักเรียนกลุ่มอื่น ๆ ให้แสดงความคิดเห็น หรือวิจารณ์ผลงานเพื่อน และถามคำถามท้าทายการนำเสนอของนักเรียนแต่ละกลุ่มเพื่อทบทวนสิ่งที่กลุ่มเพื่อนได้นำเสนอ โดยสุ่มถามนักเรียนจากกลุ่มอื่น ๆ

## ขั้นปฏิบัติการ (Act: A)

เมื่อวางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4 แล้ว ผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความยาวรอบรูปและพื้นที่รูปสามเหลี่ยม โดยใช้เวลาทั้งหมด 3 ชั่วโมง ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

### ขั้นที่ 1 การสร้างกรณี (Generating Cases)

ผู้วิจัยได้นำนักเรียนทำกิจกรรมเพื่อทบทวนความรู้เกี่ยวกับความยาวรอบรูปสามเหลี่ยม จากนั้นเชื่อมโยงสู่การหาความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม และต่อด้วยการทำกิจกรรมการหาพื้นที่สี่เหลี่ยมด้านขนาน โดยแจกกระดาษรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานให้นักเรียนได้เขียนเส้นทแยงมุมและตัดแบ่งรูปตามแนวเส้นทแยงมุมซึ่งได้สามเหลี่ยมสองรูปเป็นการเชื่อมโยงความรู้เรื่องการหาพื้นที่รูปสามเหลี่ยมโดยใช้สูตร จากนั้นให้นักเรียนทำใบงานความยาวรอบรูปสามเหลี่ยมและพื้นที่รูปสามเหลี่ยมเป็นรายบุคคล หลังจากนั้นนักเรียนทำใบงานเสร็จแล้วผู้วิจัยได้นำเสนอสถานการณ์พิชซ่าฮีโร่ 3 เหลี่ยมจัมโบ้ และให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยเกี่ยวกับสถานการณ์

### ขั้นที่ 2 การคาดเดา (Conjecturing)

ผู้วิจัยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มตรวจสอบวิธีการหาพื้นที่รูปสามเหลี่ยมของกัน น้อยหน้าและเม่น โดยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแสดงการตรวจสอบวิธีการของแต่ละคนลงในใบกิจกรรม พิชซ่าฮีโร่ 3 เหลี่ยมจัมโบ้ เมื่อนักเรียนตรวจสอบวิธีการของทั้ง 3 คนเสร็จแล้ว ผู้วิจัยได้ถามต่อไปว่า นักเรียนจะมีวิธีการอย่างไรในการหาพื้นที่พิชซ่าสามเหลี่ยมนี้ โดยเน้นย้ำให้นักเรียนแสดงการคาดเดาที่หลากหลาย และผู้วิจัยได้ใช้คำถามกระตุ้นคิดของนักเรียนเกี่ยวกับข้อบกพร่อง ข้อจำกัด หรือความเหมาะสมของวิธีการแต่ละวิธี

### ขั้นที่ 3 การแสดงเหตุผล (Justifying)

ผู้วิจัยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทบทวนข้อคาดเดาที่ได้และนำมาเขียนแสดงเหตุผลประกอบข้อคาดเดาของตนเองลงในใบกิจกรรม พิชซ่าฮีโร่ 3 เหลี่ยมจัมโบ้ โดยเน้นย้ำให้นักเรียนแต่ละคนได้แสดงเหตุผลของตนเองก่อนจะนำมาเขียนเป็นเหตุผลของกลุ่ม จากนั้นให้แต่ละกลุ่มนำเสนอข้อคาดเดาพร้อมแสดงเหตุผลประกอบการคาดเดาของกลุ่มตนเอง โดยผู้วิจัยได้ใช้คำถามเพื่อกระตุ้นการคิดของนักเรียนที่ออกมาแนะนำเสนอ วิธีการของใครมีความใกล้เคียงกับคำตอบจริงมากที่สุด นักเรียนเห็นด้วยกับวิธีการของใคร และถ้านักเรียนจะต้องหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมนี้จะใช้วิธีการอย่างไร นอกจากนี้ผู้วิจัยยังได้สุ่มถามนักเรียนเกี่ยวกับการนำเสนอของเพื่อนเพื่อทบทวนสิ่งที่เพื่อนได้นำเสนอ และสุ่มนักเรียนให้แสดงความคิดเห็นและวิจารณ์ผลงานของเพื่อน



#### ขั้นที่ 4 การสรุป (Concluding)

ผู้วิจัยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายถึงข้อสรุปที่สมเหตุสมผล และแสดงความคิดเห็นว่าข้อคิดเห็นของใครมีความน่าเชื่อถือที่สุดโดยให้นักเรียนคุยกันภายในกลุ่มจากนั้นมาอภิปรายร่วมกันอีกครั้ง ผู้วิจัยตรวจสอบการเขียนและให้คำชี้แนะเพื่อปรับปรุงการเขียนของนักเรียนแต่ละกลุ่ม

#### ขั้นสังเกตการณ์ (Observe: O)

ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่องความยาวรอบรูปและพื้นที่รูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยและครูประจำการผู้ร่วมสังเกตการณ์ แบบสังเกตความสามารถในการสื่อสารสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการตอบคำถามในใบกิจกรรมของนักเรียน จากการสังเกตการทำกิจกรรมการเรียนรู้สามารถบรรยายถึงสภาพบรรยากาศในชั้นเรียน รวมทั้งปัญหาอุปสรรคที่พบจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีรายละเอียดดังนี้

#### ขั้นที่ 1 การสร้างกรณี (Generating Cases)

จากกิจกรรม “เปิดปัญหาคำตอบ” เพื่อทบทวนความรู้เรื่องความยาวรอบรูปสี่เหลี่ยม พบว่านักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบคำถามโดยนักเรียนแข่งกันตอบคำถามอย่างรวดเร็ว สามารถหาความยาวรอบรูปสี่เหลี่ยมที่กำหนดได้ ทำให้สามารถนำความรู้มาเชื่อมโยงในการหาความยาวรอบรูปสามเหลี่ยมได้และทำใบงานความยาวรอบรูปสามเหลี่ยมได้ถูกต้อง และจากกิจกรรมหาพื้นที่รูปสามเหลี่ยมโดยเชื่อมโยงความรู้จากการหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน นักเรียนให้ความสนใจกับกิจกรรมการพับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานตามแนวเส้นทแยงมุมที่ผู้วิจัยแจกให้ และเนื่องจากนักเรียนมีความรู้เกี่ยวกับการหาพื้นที่สี่เหลี่ยมด้านขนานโดยสามารถบอกสูตรการหาพื้นที่สี่เหลี่ยมด้านขนานได้ถูกต้องทุกคน ทำให้สามารถเชื่อมโยงความรู้ในการหาพื้นที่สามเหลี่ยมและทำใบงานพื้นที่รูปสามเหลี่ยมได้ จากการสังเกตการทำใบงานนักเรียนจะมีการสอบถามกับเพื่อนในกลุ่มว่าได้คำตอบเท่ากันหรือไม่ ถ้านักเรียนได้คำตอบไม่เท่ากันก็จะถามเพื่อนถึงวิธีการคิด เพื่อตรวจสอบข้อผิดพลาดของตนเองและของเพื่อน

เมื่อผู้วิจัยนำเสนอสถานการณ์พิชซ่าฮีโร่ 3 เหลี่ยมจัมโบ้ นักเรียนให้ความสนใจในสถานการณ์เนื่องจากเป็นพิชซ่ารูปสามเหลี่ยมที่ไม่เคยพบ มีนักเรียนบางคนถามขึ้นว่า “พิชซ่าสามเหลี่ยมนี้มีจริง ๆ เหรอครับครู”

## ขั้นที่ 2 การคาดเดา (Conjecturing)

นักเรียนแต่ละกลุ่มแสดงการตรวจสอบวิธีการของกัน น้อยหน้าและเม่น โดยตรวจสอบวิธีการของกันซึ่งใช้การคำนวณหาพื้นที่สามเหลี่ยมโดยใช้สูตรตามความยาวฐานและความสูงที่กันกำหนด มีนักเรียนบางกลุ่มเข้าใจว่าพิซซาสามเหลี่ยมด้านเท่ามีความสูงเท่ากับ 8 นิ้ว ตามที่กันกำหนดจริง ผู้วิจัยจึงได้ใช้คำถามกระตุ้นคิดเพื่อให้นักเรียนตรวจสอบความยาวฐานและส่วนสูงอีกครั้ง นักเรียนจึงสังเกตเห็นว่าความสูงที่กันกำหนดเป็น 8 นั้นคือความยาวด้านไม่ใช่ความสูงของรูปสามเหลี่ยม ซึ่งกันกำหนดผิด นักเรียนตรวจสอบวิธีการของน้อยหน้าโดยการนับช่องตารางและเกิดคำถามว่า “ ส่วนเล็ก ๆ ของรูปสามเหลี่ยมที่ไม่เต็มช่องสี่เหลี่ยมจะนับได้อย่างไรครับครู” ซึ่งครูก็ได้ให้นักเรียนลองสังเกตส่วนเล็ก ๆ ของรูปสามเหลี่ยมหลาย ๆ ส่วนเพิ่มเติม มีนักเรียนในกลุ่มสังเกตเห็นว่าสามารถนำรูปสามเหลี่ยมเล็ก ๆ มารวมกันเป็นช่องสี่เหลี่ยม 1 ช่องได้ แต่นักเรียนบางกลุ่มลงความเห็นว่า อาจจะไม่สามารถรวมกันได้เต็มช่องสี่เหลี่ยมหรือเกินจากช่องสี่เหลี่ยมก็ได้ และเลือกให้วิธีการของน้อยหน้าเป็นวิธีการที่ซับซ้อน เพราะไม่สามารถนับส่วนเล็ก ๆ ได้ นักเรียนตรวจสอบวิธีการของเม่นโดยการสังเกตจากรูปและพบว่าความยาวด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ได้จากการประกอบรูปสามเหลี่ยมเป็นครึ่งหนึ่งของฐานรูปสามเหลี่ยม ซึ่งเท่ากับ 4 นิ้ว และสังเกตความยาวของด้านยาวเท่ากับ 7 นิ้ว โดยอ้างอิงจากรูปของน้อยหน้า ทำให้นักเรียนคาดเดาว่าการคำนวณหาพื้นที่สามเหลี่ยมของเม่นนั้นน่าจะมีความสมเหตุสมผล เมื่อนักเรียนตรวจสอบวิธีการของทั้งสามคนแล้วนักเรียนแต่ละกลุ่มคาดเดาวิธีการหาพื้นที่สามเหลี่ยมที่ตนเองต้องการใช้ พร้อมทั้งพูดถึงข้อดีข้อเสียของแต่ละวิธี แต่เนื่องจากสถานการณ์ปัญหาที่ผู้วิจัยใช้นั้นมีวิธีการหาพื้นฐานรูปสามเหลี่ยม 3 วิธี และนักเรียนเลือกใช้วิธีการที่ผู้วิจัยระบุในสถานการณ์จึงทำให้นักเรียนมีนักเรียนคาดเดาวิธีการหาพื้นที่รูปสามเหลี่ยมที่แตกต่างกันเพียง 2 วิธี



ภาพ 8 นักเรียนแสดงการตรวจสอบวิธีการหาพื้นที่รูปสามเหลี่ยม

### ขั้นที่ 3 การแสดงเหตุผล (Justifying)

นักเรียนแต่ละกลุ่มทบทวนการคาดเดาวิธีการหาพื้นที่รูปสามเหลี่ยมของตนเองแล้ว นักเรียนแต่ละกลุ่มแสดงเหตุผลของตนเอง พร้อมทั้งนำเสนอวิธีตรวจสอบวิธีการของกัน น้อยหน้าและเม่น ผู้วิจัยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอผลการคาดเดาที่หน้าชั้นเรียน โดยกำหนดให้แต่ละกลุ่มที่ฟังเพื่อนนำเสนอจะต้องมีคำถาม แสดงความคิดเห็นหรือวิจารณ์แนวคิดของเพื่อน ซึ่งนักเรียนทุกกลุ่มสามารถแสดงความคิดเห็นและวิจารณ์วิธีที่เพื่อนเลือกใช้ แต่เนื่องจากนักเรียนมีข้อคาดเดาที่แตกต่างกันเพียง 2 ข้อคาดเดาเท่านั้นจึงทำให้การวิจารณ์ข้อคาดเดาของเพื่อนต่างกลุ่มเกิดขึ้นน้อย

### ขั้นที่ 4 การสรุป (Concluding)

หลังจากที่นักเรียนตรวจสอบวิธีการของเพื่อนและวิจารณ์ข้อคาดเดาของเพื่อนแล้ว ผู้วิจัยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสรุปวิธีการหาพื้นที่รูปสามเหลี่ยมที่เหมาะสม ก่อนจะนำมาสรุปร่วมกันในชั้นเรียนอีกครั้ง นักเรียนทั้งหมดเห็นด้วยกับวิธีการในการคำนวณหาพื้นที่โดยใช้สูตรการหาพื้นที่สามเหลี่ยมและวิธีการตัดรูปสามเหลี่ยมมาประกอบเป็นรูปสี่เหลี่ยม จากนั้นผู้วิจัยจึงได้ให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงการเขียนของนักเรียน

### ขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect: R)

จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความยาวรอบรูปสามเหลี่ยมและพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม โดยปฏิบัติตามขั้นตอนของวิจัยเชิงปฏิบัติการ พบว่า ปัญหาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และได้เสนอแนะแนวทางในการปรับปรุงแก้ไขในแต่ละขั้นตอนของวงจรปฏิบัติที่ 4 ดังนี้

ตาราง 20 แสดงผลการสะท้อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม วงจรปฏิบัติที่ 4

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้	สภาพปัญหา	แนวทางแก้ไข
แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม		
ขั้นที่ 1 การสร้างกรณี (Generating Cases)	-	-
ขั้นที่ 2 การคาดเดา (Conjecturing)	นักเรียนคาดเดาวิธีการหาพื้นที่รูปสามเหลี่ยมที่ไม่หลากหลาย	ผู้วิจัยปรับสถานการณ์ให้มี ความท้าทายนักเรียนไม่เป็นการชี้คำตอบจนเกินไป เพื่อให้นักเรียนเกิดการคิดคาด

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แบบการโต้แย้งทาง คณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม	สภาพปัญหา	แนวทางแก้ไข
<p>ขั้นที่ 3 การแสดงเหตุผล (Justifying)</p>	<p>นักเรียนเกิดการโต้แย้งภายใน กลุ่มลดลง เนื่องจาก สถานการณ์ปัญหาชี้คำตอบ มากเกินไป และทำให้การ วิจารณ์ข้อาคัดเดาของเพื่อน ต่างกลุ่มเกิดขึ้นน้อย เนื่องจาก นักเรียนมีข้อาคัดเดาที่แตกต่าง กันเพียง 2 ข้อาคัดเดาเท่านั้น</p>	<p>เดาที่หลากหลาย ผู้วิจัยควรปรับสถานการณ์ให้มี การแสดงการคาดเดาที่ หลากหลาย เพื่อให้ให้นักเรียน คิดได้แตกต่างกัน สามารถทำ เกิดการโต้แย้งภายในชั้นเรียน ได้</p>
<p>ขั้นที่ 4 การสรุป (Concluding)</p>	-	-

หลังจากที่ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริม  
ความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น  
ประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ครบทั้ง 4 วงจรปฏิบัติการ ผู้วิจัยจึงได้ปรับปรุงแนวทางใน  
การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีประสิทธิภาพ ดังนี้

ตาราง 21 แสดงแนวทางการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร  
 สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนรู้ แบบการโต้แย้งทาง คณิตศาสตร์ที่ส่งเสริม ความสามารถในการให้ เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทาง คณิตศาสตร์	แนวทางการจัดการเรียนรู้	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
<p><b>ขั้นที่ 1 การสร้างกรณี (Generating Cases)</b></p> <p>ครูกระตุ้นความสนใจของนักเรียนและหวนแนวคิดพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยการอธิบายเนื้อหาหรือทำกิจกรรมร่วมกันเพื่อสร้างความรู้พื้นฐานที่ใช้ในการโต้แย้งของนักเรียน ซึ่งครูเป็นผู้กำหนดเนื้อหา และสถานการณ์ปัญหา โดยสถานการณ์ปัญหาที่ครูกำหนดจะต้องเป็นสถานการณ์ที่มีความน่าสนใจ ท้าทาย และมีแนวทางหรือวิธีหาคำตอบที่หลากหลาย</p>			<p>นักเรียนมีทำกิจกรรมด้วยความกระตือรือร้น และร่วมกันทำงานเป็นกลุ่มเพื่อสร้างความรู้หรือบทบาทความรู้พื้นฐานที่นำมาใช้ในการโต้แย้ง</p>
<p><b>ขั้นที่ 2 การคาดเดา (Conjecturing)</b></p>	<p>ในขั้นแรกครูควรอธิบายให้นักเรียนเข้าใจว่าการคาดเดาเป็นกระบวนการคิดหาแนวทางในการแก้ปัญหาหรือคำตอบที่หลากหลายซึ่งการคาดเดานั้นจะต้องอยู่บนพื้นฐาน</p>		<p>นักเรียนทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเพื่อแสดงการคาดเดาของตนเอง และจะต้องตัดสินใจว่าคำตอบนั้นผิดหรือถูก แต่จะต้อง</p>

<p>การจัดกิจกรรมการเรียนรู้</p> <p>แบบการโต้แย้งทาง</p> <p>คณิตศาสตร์ที่ส่งเสริม</p> <p>ความสามารถในการให้</p> <p>เหตุผลและการสื่อสาร</p> <p>สื่อความหมายทาง</p> <p>คณิตศาสตร์</p>	<p>แนวทางการจัดการเรียนรู้</p> <p>บทบาทครู</p> <p>บทบาทนักเรียน</p>
<p>ของความเป็นจริง โดยครูใช้กระตุ้นให้นักเรียนเกิดการคาด</p> <p>เดาที่หลากหลายโดยใช้คำถามปลายเปิด</p>	<p>พิจารณาถึงการคาดเดาที่สมเหตุสมผล จากนั้น</p> <p>แลกเปลี่ยนข้อคาดเดากับเพื่อนต่างกลุ่ม และนำมาเขียน</p> <p>การคาดเดาของกลุ่มลงในใบกิจกรรม</p>
<p>ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มเขียนแสดงเหตุผลประกอบการ</p> <p>คาดเดาของตนเอง จากนั้นนักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอข้อ</p> <p>คาดเดาของตน นักเรียนคนอื่น ๆ ร่วมกันตรวจสอบการคาด</p> <p>เดาของเพื่อนโดยการโต้แย้ง และให้นักเรียนโน้มน้าวใจว่า</p> <p>กลุ่มของตนทำถูก ซึ่งครูต้องกระตุ้นให้นักเรียนแสดงเหตุผล</p> <p>ที่สมเหตุสมผลโดยใช้คำถามปลายเปิด</p>	<p>นักเรียนร่วมกันแสดงเหตุผลประกอบการคาดเดา</p> <p>ของตนเอง โดยให้นักเรียนแต่ละคนร่วมกันแสดงเหตุผล</p> <p>ก่อนจะเขียนเหตุผลที่สมเหตุสมผลที่สุดลงใบกิจกรรม</p> <p>เป็นเหตุผลของกลุ่ม จากนั้นนักเรียนนำเสนอผลการคาด</p> <p>เดาของกลุ่มตนเอง พร้อมทั้งแสดงเหตุผลประกอบการ</p> <p>คาดเดา และแสดงการโต้แย้งการคาดเดาของเพื่อน</p>
<p>ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้สรุปร่วมกัน จากการ</p> <p>โต้แย้ง โดยให้นักเรียนพิจารณาเหตุผลที่สมเหตุสมผลที่สุด</p> <p>จากนั้นครูสะท้อนผลการเขียนของนักเรียน เพื่อให้นักเรียน</p>	<p>นักเรียนร่วมกันพิจารณาข้อสรุปผลจากการโต้แย้งที่</p> <p>สมเหตุสมผล จากนั้นเขียนบันทึกข้อสรุปลงในใบ</p> <p>กิจกรรม และนำข้อแนะนำจากครูมาปรับปรุงการเขียน</p>

<p>การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แบบการโต้แย้งทาง คณิตศาสตร์ที่ส่งเสริม ความสามารถในการให้ เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทาง คณิตศาสตร์</p>	<p>แนวทางการจัดการเรียนรู้</p> <p>บทบาทครู</p> <p>บทบาทนักเรียน</p>
<p>ได้ปรับปรุงแก้ไขงานเขียนของตนเองให้ถูกต้องมากยิ่งขึ้น</p>	<p>แสดงการคาดเดา การแสดงเหตุผล และการสรุปของ ตนเองต่อไป</p>

## 2. ความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม

หลังจากที่ผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 16 คน ครบทั้ง 4 วงจรปฏิบัติการ ผู้วิจัยได้นำข้อมูลจากใบกิจกรรม และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์ข้อมูลด้วยการวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content Analysis) มีรายละเอียดตามแต่ละวงจรปฏิบัติการ ดังนี้

### 2.1 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจำนวนกลุ่มนักเรียนจำแนกตามระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างการจัดการเรียนรู้วงจรปฏิบัติที่ 1 ถึง วงจรปฏิบัติที่ 4 แสดงได้ดังตาราง 22 ตาราง 22 แสดงการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างการจัดการเรียนรู้วงจรปฏิบัติที่ 1 ถึง วงจรปฏิบัติที่ 4

วงจรปฏิบัติการ	ความสามารถในการให้เหตุผล	จำนวนกลุ่มนักเรียนจำแนกตามระดับความสามารถ (ร้อยละ)		
		ระดับ 3	ระดับ 2	ระดับ 1
1	ด้านการหาข้อสรุปของปัญหา	0 (0.00)	2 (50.00)	2 (50.00)
	ด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป	0 (0.00)	0 (0.00)	4 (100.00)
2	ด้านการหาข้อสรุปของปัญหา	0 (0.00)	3 (75.00)	1 (25.00)
	ด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป	0 (0.00)	4 (100.00)	0 (0.00)
3	ด้านการหาข้อสรุปของปัญหา	2 (50.00)	2 (50.00)	0 (0.00)
	ด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป	2 (50.00)	2 (50.00)	0 (0.00)
4	ด้านการหาข้อสรุปของปัญหา	2 (50.00)	2 (50.00)	0 (0.00)
	ด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป	3 (75.00)	1 (25.00)	0 (0.00)

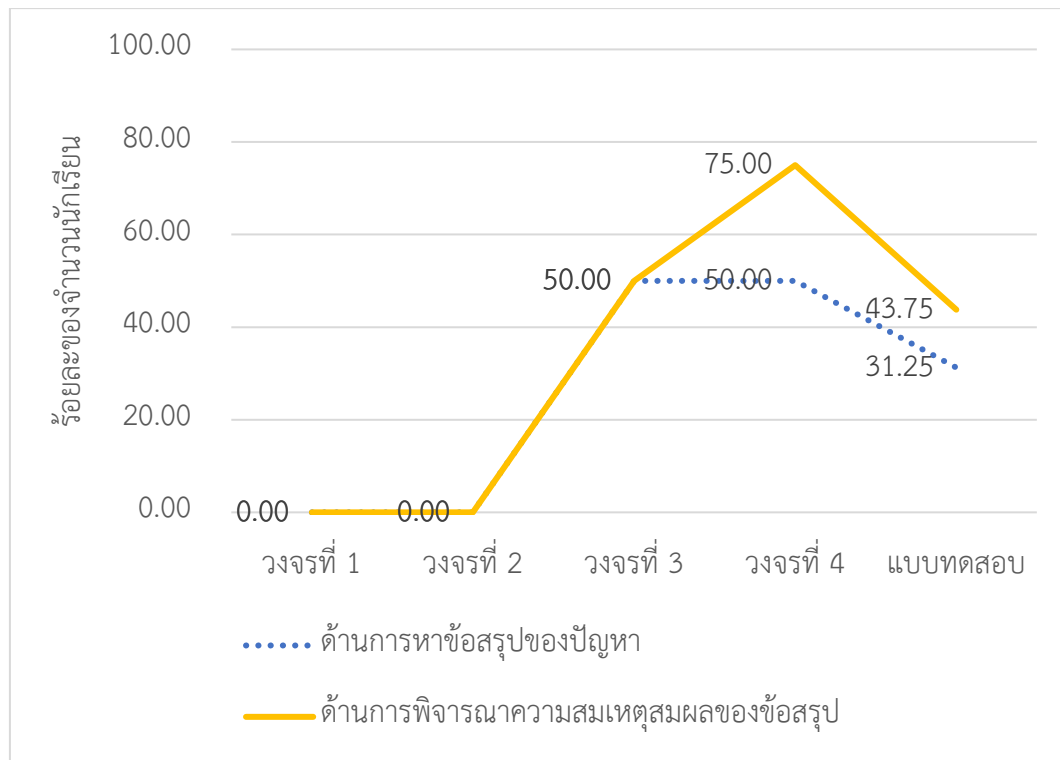


ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคล แสดงได้ดังตาราง 23

ตาราง 23 แสดงการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคล (นักเรียนทั้งหมด 16 คน)

แบบทดสอบ	ความสามารถในการให้เหตุผล	จำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับ		
		ความสามารถ (ร้อยละ)		
		ระดับ 3	ระดับ 2	ระดับ 1
ด้านการหาข้อสรุปของปัญหา		5 (31.25)	11 (68.75)	0 (0.00)
ด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป		7 (43.75)	9 (56.25)	0 (0.00)

จากตาราง 22 และ 23 จะเห็นได้ว่าโดยภาพรวมนักเรียนมีพัฒนาการทางความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปสูงกว่าด้านการหาข้อสรุปของปัญหา ซึ่งวัดจากความสามารถในระดับ 3 ขององค์ประกอบรายด้าน โดยในวงจรปฏิบัติการที่ 4 นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปในระดับ 3 คิดเป็นร้อยละ 75.00 และด้านการหาข้อสรุปของปัญหาในระดับ 3 คิดเป็นร้อยละ 50.00 สอดคล้องกับผลจากแบบทดสอบวัดความสามารถที่แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปในระดับ 3 คิดเป็นร้อยละ 43.75 และด้านการหาข้อสรุปของปัญหาในระดับ 3 ของนักเรียนคิดเป็นร้อยละ 31.25 แสดงดังภาพ 9

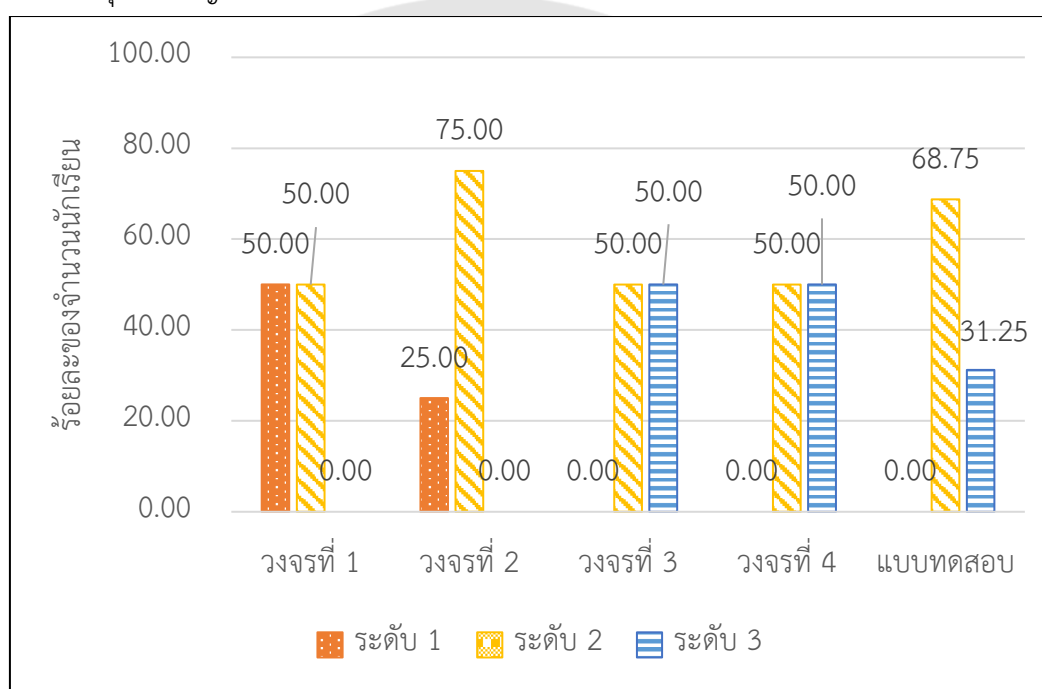


ภาพ 9 พัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลในแต่ละด้าน

เมื่อพิจารณาความสามารถในการให้เหตุผลจำแนกตามความสามารถรายด้านได้ดังนี้

### 1. ด้านการหาข้อสรุปของปัญหา

ผลของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการหาข้อสรุปของปัญหา เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 4 วงจรปฏิบัติการและหลังทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์นักเรียนมีพัฒนาการทางความสามารถในการให้เหตุผลด้านการหาข้อสรุปของปัญหา เป็นดังภาพ 10

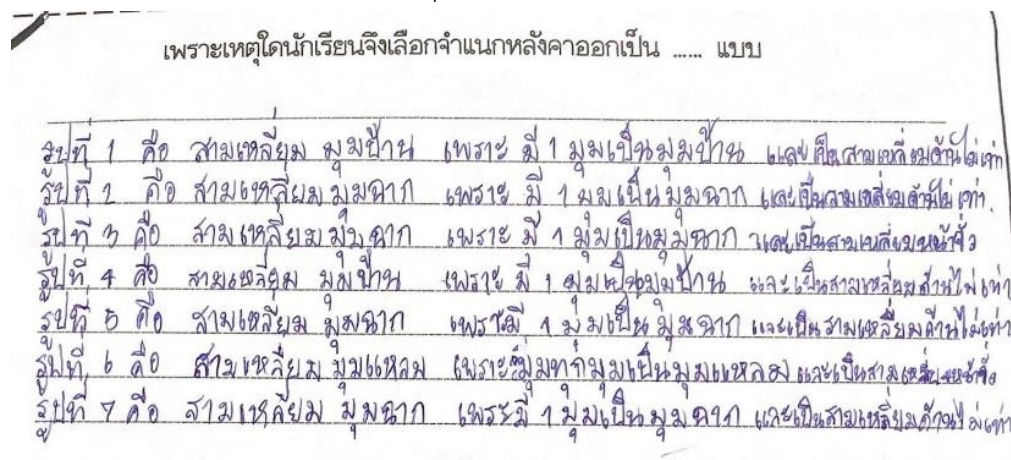


ภาพ 10 พัฒนาการทางความสามารถในการให้เหตุผลด้านการหาข้อสรุปของปัญหา

ระหว่างการจัดการเรียนรู้ นักเรียนส่วนใหญ่มีพัฒนาการทางความสามารถในการให้เหตุผลด้านการหาข้อสรุปของปัญหาทั้ง 4 วงจรปฏิบัติการอยู่ในระดับ 2 โดยในวงจรปฏิบัติการที่ 1 คิดเป็นร้อยละ 50.00 วงจรปฏิบัติการที่ 2 คิดเป็นร้อยละ 75.00 วงจรปฏิบัติการที่ 3 คิดเป็นร้อยละ 50.00 และวงจรปฏิบัติการที่ 4 คิดเป็นร้อยละ 50.00 และผลจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลด้านการหาข้อสรุปของปัญหาอยู่ในระดับ 2 คิดเป็นร้อยละ 68.75

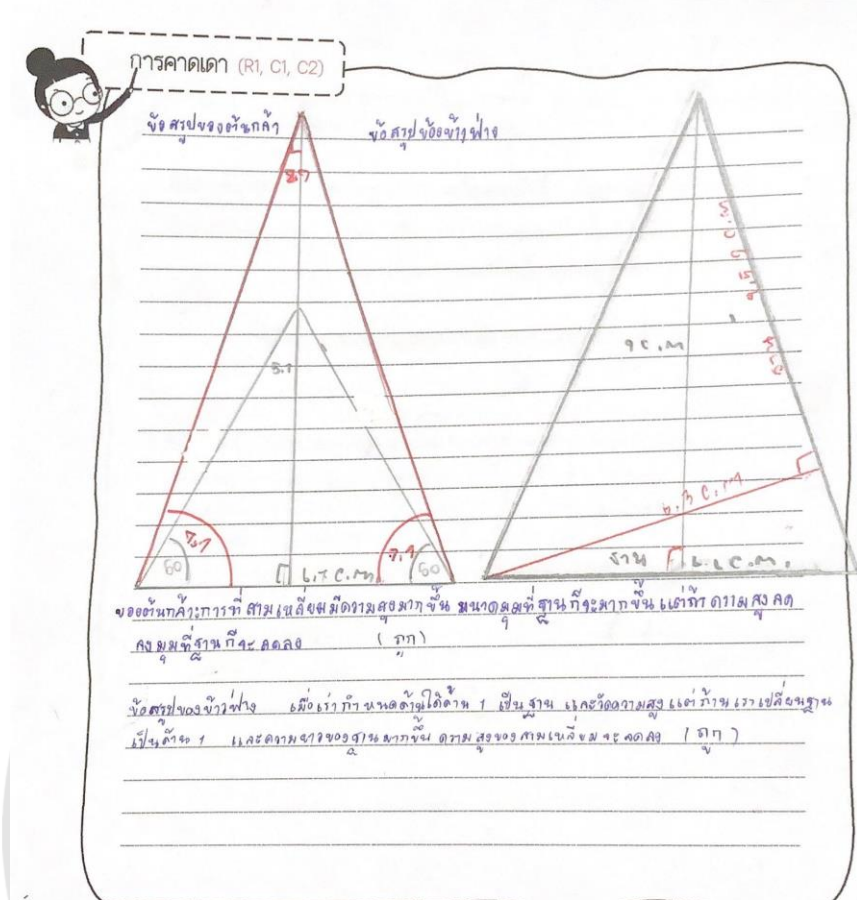
วงจรปฏิบัติที่ 1 สามเหลี่ยมกับหลังคา นักเรียนมีความสามารถในการหาข้อสรุปของปัญหาอยู่ในระดับ 2 จำนวน 2 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 50.00 และอยู่ในระดับ 1 จำนวน 2 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 50.00 เมื่อพิจารณาจากใบกิจกรรม ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนสามารถจำแนกหลังคารูปที่ 1, 2, 4,

5 และ 7 เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่าได้ แต่นักเรียนไม่อธิบายลักษณะของรูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่าได้ เช่นเดียวกับกับหลังคารูปที่ 3 และ 6 ที่นักเรียนสามารถบอกได้ว่าเป็นหลังคารูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว แต่นักเรียนไม่อธิบายลักษณะของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วได้ จึงมีความสามารถในการให้เหตุผลด้านการหาข้อสรุปของปัญหาอยู่ในระดับ 2 คือ นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้องทั้งหมด และอธิบายเหตุผลเพื่อสนับสนุนข้อสรุปได้อย่างถูกต้องเป็นส่วนใหญ่ แต่ไม่ครบถ้วน โดยผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการหาข้อสรุปของปัญหา ดังภาพ 11



ภาพ 11 ตัวอย่างในใบกิจกรรม หลังคาศาลานั่งเล่น ที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการให้เหตุผลด้านการหาข้อสรุปของปัญหาอยู่ในระดับ 2

วงจรรูปที่ 2 ความสูงของรูปสามเหลี่ยม นักเรียนมีความสามารถในการด้านการหาข้อสรุปของปัญหาอยู่ในระดับ 2 จำนวน 3 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 75.00 และความสามารถในระดับ 1 จำนวน 1 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 25.00 เมื่อพิจารณาจากใบกิจกรรม ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปได้อย่างถูกต้องว่า ข้อสรุปของต้นกล้าและข้าวฟ่างนั้นถูกต้องโดยแสดงเหตุผลประกอบถูกต้องบางส่วน ส่วนที่ถูกต้องคือ รูปสามเหลี่ยมที่นักเรียนวาดเพื่อประกอบการอธิบายจะเห็นได้ว่าเมื่อสามเหลี่ยมมีความสูงมากขึ้น ขนาดของมุมที่ฐานจะมากขึ้น แต่ถ้าความสูงลดลงมุมที่ฐานจะมีขนาดลดลง ส่วนที่คลาดเคลื่อนคือ เมื่อกำหนดด้านใดด้านหนึ่งเป็นฐานและวัดความสูง แต่ถ้าเราเปลี่ยนฐานเป็นด้านหนึ่งและความยาวฐานมากขึ้น ความสูงของสามเหลี่ยมจะลดลง แต่นักเรียนไม่ได้ระบุว่าเงื่อนไขนี้ใช้ได้เฉพาะกับรูปสามเหลี่ยมรูปเดียวกันเท่านั้น จึงมีความสามารถในการให้เหตุผลด้านการหาข้อสรุปของปัญหาอยู่ในระดับ 2 นั่นคือ นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้องทั้งหมด และอธิบายเหตุผลเพื่อสนับสนุนข้อสรุปได้อย่างถูกต้องเป็นส่วนใหญ่ แต่ไม่ครบถ้วน โดยผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการหาข้อสรุปของปัญหาของนักเรียน ดังภาพ 12



ภาพ 12 ตัวอย่างในใบกิจกรรม เชื่อได้หรือไม่ ที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการให้เหตุผล ด้านการหาข้อสรุปของปัญหาอยู่ในระดับ 2

วงจรรูปที่ 3 มาสร้างรูปสามเหลี่ยมกันเถอะ นักเรียนมีความสามารถในด้านการหาข้อสรุปของปัญหาอยู่ในระดับ 3 จำนวน 2 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 50.00 และอยู่ในระดับ 2 จำนวน 2 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 50.00 เมื่อพิจารณาจากใบกิจกรรม ผู้วิจัยพบว่านักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปได้อย่างถูกต้องว่า พอใจจะต้องสร้างรูปสามเหลี่ยมโดยกำหนดขนาดของมุม 90 องศา และความยาวด้านสองด้านที่มีขนาดเท่ากัน และนักเรียนสามารถเขียนขั้นตอนการสร้างรูปสามเหลี่ยมที่พอใจต้องการได้อย่างถูกต้อง จึงมีความสามารถในการให้เหตุผลด้านการหาข้อสรุปของปัญหาอยู่ในระดับ 3 นั่นคือ นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปของปัญหาได้ถูกต้องทั้งหมด และอธิบายเหตุผลเพื่อสนับสนุนข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง ครบถ้วน โดยผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังภาพ 13

ให้นักเรียนเขียนแสดงเหตุผลเกี่ยวกับขั้นตอนการสร้างรูปสามเหลี่ยมที่นักเรียนคิด

คำถาม เพราะเหตุใดนักเรียนจึงเลือกขั้นตอนการสร้างรูปสามเหลี่ยมด้วยขั้นตอนนั้น

เพราะ กำหนดได้ 1 มุมไปมุมฉากและอีก 2 ด้านยาวเท่ากัน

ภาพ 13 ตัวอย่างในใบกิจกรรม มาสร้างรูปสามเหลี่ยมกันเถอะ ที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการให้เหตุผลด้านการหาข้อสรุปของปัญหาอยู่ในระดับ 3

วงจรมติบัตรที่ 4 พิซซาฮีโร่ 3 เหลี่ยมจัมโบ้ นักเรียนมีความสามารถในการหาข้อสรุปของปัญหาอยู่ในระดับ 3 จำนวน 2 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 50.00 และอยู่ในระดับ 2 จำนวน 2 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 50.00 เมื่อพิจารณาจากใบกิจกรรม ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนสามารถสรุปได้ว่าควรจะใช้วิธีการของใครในการคำนวณหาพื้นที่สามเหลี่ยมจึงจะเหมาะสมและถูกต้องที่สุด โดยนักเรียนได้แสดงวิธีหาคำตอบเพื่อสนับสนุนข้อสรุปของตนเองได้ถูกต้อง ครบถ้วน จึงมีความสามารถในการให้เหตุผลด้านการหาข้อสรุปของปัญหาอยู่ในระดับ 3 นั่นคือ นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปของปัญหาได้ถูกต้องทั้งหมด และอธิบายเหตุผลเพื่อสนับสนุนข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง ครบถ้วน โดยผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังภาพ 14 และ 15

นักเรียนจะใช้วิธีการใดในการหาพื้นที่พิซซาสามเหลี่ยมจึงจะสมเหตุสมผลที่สุด เพราะเหตุใดวิธีการของกัน เพราะเป็นวิธีที่สูตรหาพื้นที่สามเหลี่ยมแต่ยังไม่มีความสูงจึงไม่ถูกต้อง

ภาพ 14 ตัวอย่างในใบกิจกรรม พิซซาฮีโร่ 3 เหลี่ยมจัมโบ้ ที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการให้เหตุผลด้านการหาข้อสรุปของปัญหาอยู่ในระดับ 3

ให้นักเรียนแสดงการคาดเดาวิธีการที่นักเรียนใช้ในการหาพื้นที่ของพีชสามเหลี่ยมของนักเรียน

$$\begin{aligned} \text{ใช้วิธีของเกอ โดย พิจารณาพีชสามเหลี่ยม} &= \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง} \\ \text{ใช้ฐานเป็น 8 และ} &= \frac{1}{2} \times 8 \times 7 \\ \text{ใช้สูงเป็น 7} &= 28 \text{ ตร.ซม.} \end{aligned}$$

ภาพ 15 ตัวอย่างในใบกิจกรรม พีชสามเหลี่ยมจั้มโบ้ ที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการให้เหตุผลด้านการหาข้อสรุปของปัญหาอยู่ในระดับ 3

หลังจากจัดกิจกรรมการเรียนรู้เสร็จสิ้นทั้ง 4 วงจรปฏิบัติการ ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคลพบว่า ส่วนใหญ่นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลด้านการหาข้อสรุปของปัญหาอยู่ในระดับ 2 จำนวน 11 คน คิดเป็นร้อยละ 68.75 และระดับ 3 จำนวน 5 คน คิดเป็นร้อยละ 31.25 จากการตอบแบบทดสอบของนักเรียนแสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถสรุปได้ว่า สามเหลี่ยมที่นำมาประกอบเป็นรูปสามเหลี่ยมเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าได้อย่างถูกต้อง แต่อธิบายสมบัติของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าเพื่อสนับสนุนข้อสรุปของตนเองได้ถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน โดยสมบัติของสามเหลี่ยมด้านเท่าจะต้องระบุว่า ด้านทุกด้านยาวเท่ากัน และมุมทุกมุมมีขนาด 60 องศา นั่นคือนักเรียนส่วนใหญ่สามารถสร้างข้อสรุปของปัญหาและอธิบายเหตุผลเพื่อสนับสนุนข้อสรุปได้อย่างถูกต้องเป็นส่วนใหญ่ แต่ไม่ครบถ้วน ดังภาพ 16

**คำถาม** นักเรียนจะสามารถสรุปได้ว่า สามเหลี่ยมที่นำมาประกอบเป็นรูปสามเหลี่ยมเป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด เพราะเหตุใด (R1, R2, C1, C2)

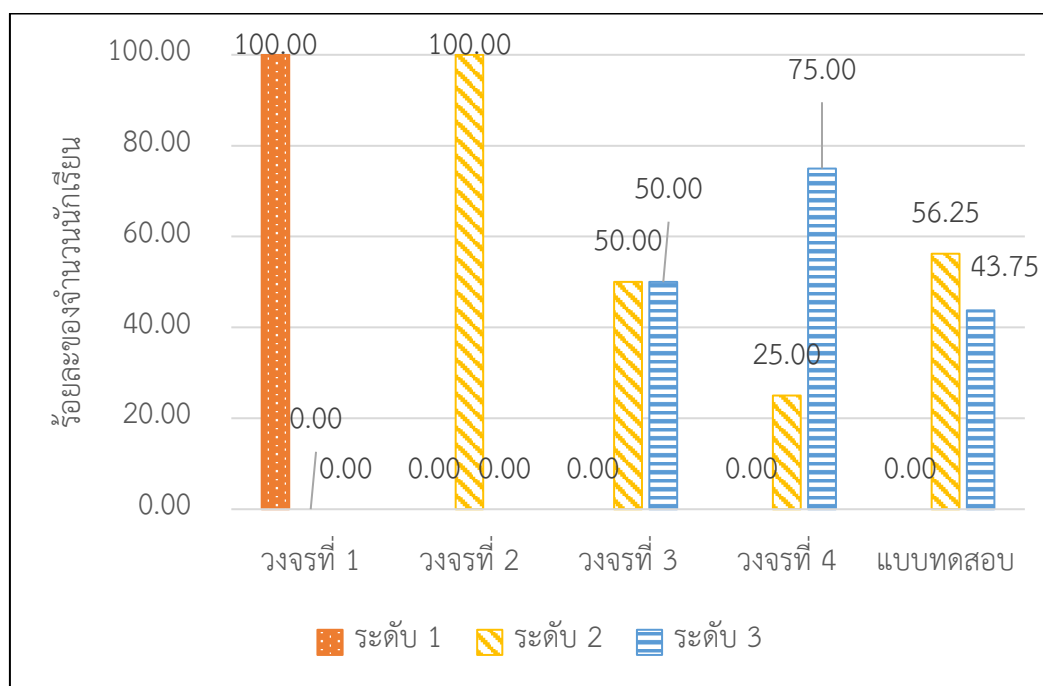
สามเหลี่ยมด้านเท่า

เพราะ ทุกด้านยาวเท่ากัน

ภาพ 16 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการให้เหตุผลด้านการหาข้อสรุปของปัญหาอยู่ในระดับ 2

## 2. ด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป

ผลของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปเรื่อง รูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 4 วงจรปฏิบัติการและหลังทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์นักเรียนมีพัฒนาการทางความสามารถในการให้เหตุผลด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป เป็นดังภาพ 17

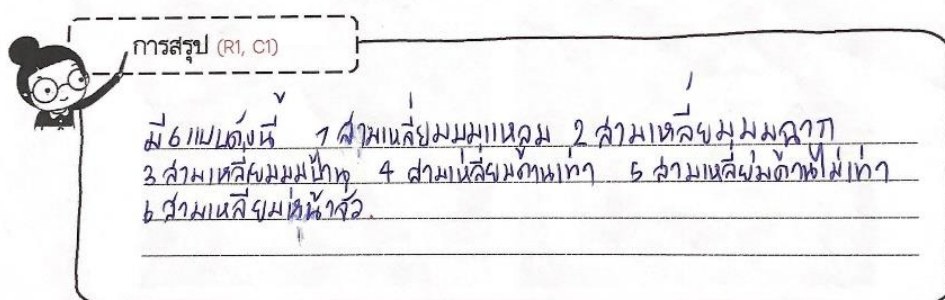


ภาพ 17 พัฒนาการทางความสามารถในการให้เหตุผลด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป

ระหว่างการจัดการเรียนรู้ นักเรียนมีพัฒนาการทางความสามารถในการให้เหตุผลด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปโดยวงจรปฏิบัติการที่ 1 นักเรียนมีความสามารถอยู่ในระดับ 1 คิดเป็นร้อยละ 100.00 วงจรปฏิบัติการที่ 2 นักเรียนมีความสามารถอยู่ในระดับ 2 คิดเป็นร้อยละ 100.00 วงจรปฏิบัติการที่ 3 นักเรียนมีความสามารถอยู่ในระดับ 2 และ 3 คิดเป็นร้อยละ 50.00 และวงจรปฏิบัติการที่ 4 นักเรียนมีความสามารถอยู่ในระดับ 3 คิดเป็นร้อยละ 75.00 และผลจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการให้เหตุผลด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปอยู่ในระดับ 2 คิดเป็นร้อยละ 56.25

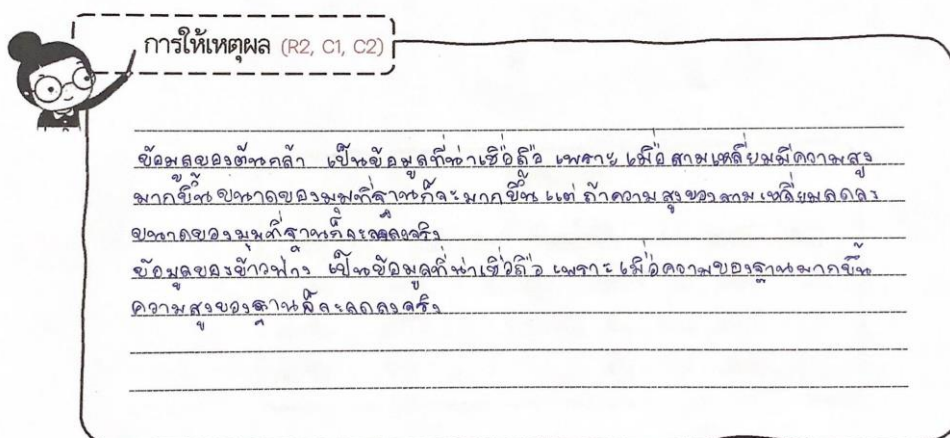


วงจรปฏิบัติที่ 1 สามเหลี่ยมกับหลังคา นักเรียนมีความสามารถในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปอยู่ในระดับ 1 จำนวน 4 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 100.00 เมื่อพิจารณาจากใบกิจกรรม พบว่า นักเรียนสามารถยืนยันข้อสรุปได้ว่าหลังคาที่จำแนกได้นั้นเป็นสามเหลี่ยม 6 ชนิด แต่ไม่สามารถบอกสมบัติของรูปสามเหลี่ยมนั้น ๆ ได้ จึงมีความสามารถในการให้เหตุผลด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปอยู่ในระดับ 1 โดยผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปดังภาพ 18



ภาพ 18 ตัวอย่างใบกิจกรรม หลังคาศาลานั่งเล่น ที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการให้เหตุผลด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปอยู่ในระดับ 1

วงจรปฏิบัติที่ 2 ความสูงของรูปสามเหลี่ยม นักเรียนมีความสามารถในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปอยู่ในระดับ 2 จำนวน 4 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 100.00 เมื่อพิจารณาจากใบกิจกรรม ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนสามารถสรุปได้ว่าข้อสรุปของต้นกล้าและข้าวฟ่างนั้นถูกต้อง และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุปได้ถูกต้องบางส่วน คือ นักเรียนบอกได้ว่า เมื่อความยาวของฐานเปลี่ยนความสูงของสามเหลี่ยมก็เปลี่ยนไป เมื่อความยาวของฐานน้อยความสูงก็จะมาก เมื่อความยาวของฐานมากความสูงก็จะน้อย แต่นักเรียนไม่ได้ระบุว่าเงื่อนไขนี้เป็นได้เฉพาะกับรูปสามเหลี่ยมรูปเดียวกันเท่านั้น จึงมีความสามารถในการให้เหตุผลด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปอยู่ในระดับ 2 นั่นคือ นักเรียนยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม มาอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่ครบถ้วน โดยผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปดังภาพ 19



ภาพ 19 ตัวอย่างในใบกิจกรรม เชื่อได้หรือไม่ ที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการให้เหตุผล  
ด้านการพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อสรุปอยู่ในระดับ 2

วงจรรูปที่ 3 มาสร้างรูปสามเหลี่ยมกันเถอะ นักเรียนมีความสามารถในการพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อสรุปอยู่ในระดับ 3 จำนวน 2 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 50.00 และอยู่ในระดับที่ 2 จำนวน 2 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 50.00 เมื่อพิจารณาจากใบกิจกรรม พบว่า นักเรียนสามารถยืนยันข้อสรุปเกี่ยวกับขั้นตอนการสร้างรูปสามเหลี่ยมที่พอใจใช้ได้ว่าไม่สามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมหนึ่งมุมมีขนาด 90 องศา และด้านสองด้านมีความยาวเท่ากันได้ และสามารถอธิบายได้ว่าขั้นตอนที่พอใจใช้นั้นเป็นขั้นตอนที่ไม่ได้กำหนดมุมมาให้ทำให้ไม่ได้สามเหลี่ยมที่มีมุมหนึ่งมุมมีขนาด 90 องศา จึงมีความสามารถในการให้เหตุผลด้านการพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อสรุปอยู่ในระดับ 3 นั่นคือ นักเรียนยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม มาอธิบายความสัมพันธ์ของข้อสรุปได้อย่างถูกต้องครบถ้วน โดยผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อสรุปดังภาพ 20

ให้นักเรียนเขียนแสดงเหตุผลเกี่ยวกับขั้นตอนการสร้างรูปสามเหลี่ยมของพอใจว่าสามารถ  
สร้างรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมหนึ่งมีขนาด 90 องศา และด้านทั้งสองยาวเท่ากันได้หรือไม่  
ไม่ได้ เพราะ 90° กับมุม 90° จึงทำไม่ได้ตามหลักความคงตัว  
แต่สามารถสร้างด้วยวิธีอื่นได้

ภาพ 20 ตัวอย่างในใบกิจกรรม มาสร้างรูปสามเหลี่ยมกันเถอะ ที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถใน  
การให้เหตุผลด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปอยู่ในระดับ 3

วงจรถูกปฏิบัติที่ 4 พิชซ่าฮิโร 3 เหลี่ยมจัมโบ้ นักเรียนมีความสามารถในการพิจารณา  
ความสมเหตุสมผลของข้อสรุปอยู่ในระดับ 3 จำนวน 3 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 75.00 และระดับ 2  
จำนวน 1 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 25.00 เมื่อพิจารณาจากใบกิจกรรม พบว่า นักเรียนสามารถยืนยัน  
ข้อสรุปเกี่ยวกับวิธีการที่กัน น้อยหน้าและเม่นใช้ในการหาพื้นที่ของพิชซ่ารูปสามเหลี่ยมได้ว่าเห็นด้วย  
กับวิธีการของใครและไม่เห็นด้วยกับวิธีการของใครและสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาอธิบาย  
ความสมเหตุสมผลประกอบการตัดสินใจได้ จึงมีความสามารถในการให้เหตุผลด้านการพิจารณา  
ความสมเหตุสมผลของข้อสรุปอยู่ในระดับ 3 นั่นคือ นักเรียนยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง และ  
สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม มาอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุปได้  
อย่างถูกต้องครบถ้วน โดยผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่แสดงถึง  
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของ  
ข้อสรุปดังภาพ 21

นักเรียนเห็นด้วยกับวิธีการของกันหรือไม่ เพราะเหตุใด  
เห็นด้วย เพราะ ไม่ซับซ้อนและคิดง่าย ข้อดีของลาดคือ ให้ความสูงมาฉับ

นักเรียนเห็นด้วยกับวิธีการของหน้าหรือไม่ เพราะเหตุใด  
ไม่เห็นด้วย เพราะ ซับซ้อนเกินไป และขั้นตอนมากเกินไป

นักเรียนเห็นด้วยกับวิธีการของหน้าหรือไม่ เพราะเหตุใด  
เห็นด้วย เพราะ ขั้นตอนง่ายกับท่าทางมากที่ลด

ภาพ 21 ตัวอย่างในใบกิจกรรม พิชช่าฮีโร่ 3 เหลี่ยมจัมป์ ที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการให้เหตุผลด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปอยู่ในระดับ 3

หลังจากจัดกิจกรรมการเรียนรู้เสร็จสิ้นทั้ง 4 วงจรปฏิบัติการ ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคล พบว่า ส่วนใหญ่ นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปนักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปอยู่ในระดับ 2 จำนวน 9 คน คิดเป็นร้อยละ 56.25 จากการตอบแบบทดสอบของนักเรียนจะเห็นได้ว่า นักเรียนสามารถยืนยันคำตอบได้ว่าข้อสรุปนั้นเป็นจริง และอธิบายได้ว่าสามารถใช้ 3 เมตรเป็นฐานจะได้ความสูงเป็น 4 เมตรได้ แต่นักเรียนไม่ได้ระบุว่า เมื่อกำหนดฐานเป็น 3 เมตรจะได้ 4 เป็นความสูงเพราะส่วนสูงต้องตั้งฉากกับฐานเสมอ นั่นคือ นักเรียนยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม มาอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่ครบถ้วน ดังภาพ 22

**คำถาม** ถ้านักออกแบบสวนสรุปว่าแปลงที่ 1 มีความสูงของรูปสามเหลี่ยมเป็น 4 เมตร นักเรียนคิดว่าข้อสรุปนี้เป็นจริงหรือไม่ เพราะเหตุใด (R1, R2, C1, C2)

เป็นจริง เพราะ ใช้ฐาน ๕ เมตร จะได้ความสูงมีอยู่ ๒ วิธี

เป็นเท็จ เพราะ .....

ไม่สามารถสรุปได้ เพราะ .....

ภาพ 22 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการให้เหตุผลด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปอยู่ในระดับ 2

## 2.2 ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น

ประถมศึกษาปีที่ 6 ระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจำนวนกลุ่มนักเรียนจำแนกตามระดับความสามารถในการสื่อสารสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ระหว่างการจัดการเรียนรู้วงจรปฏิบัติที่ 1 ถึง วงจรปฏิบัติที่ 4 แสดงได้ดังตาราง 24

ตาราง 24 การวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ระหว่างการจัดการเรียนรู้วงจรปฏิบัติที่ 1 ถึง วงจรปฏิบัติที่ 4

วงจรปฏิบัติการ	ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์	จำนวนกลุ่มนักเรียนจำแนกตามระดับความสามารถ (ร้อยละ)		
		ระดับ 3	ระดับ 2	ระดับ 1
1	ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์	1 (25.00)	2 (50.00)	1 (25.00)
	ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์	0 (0.00)	3 (75.00)	1 (25.00)
	ด้านการนำเสนอ	1 (25.00)	2 (50.00)	1 (25.00)

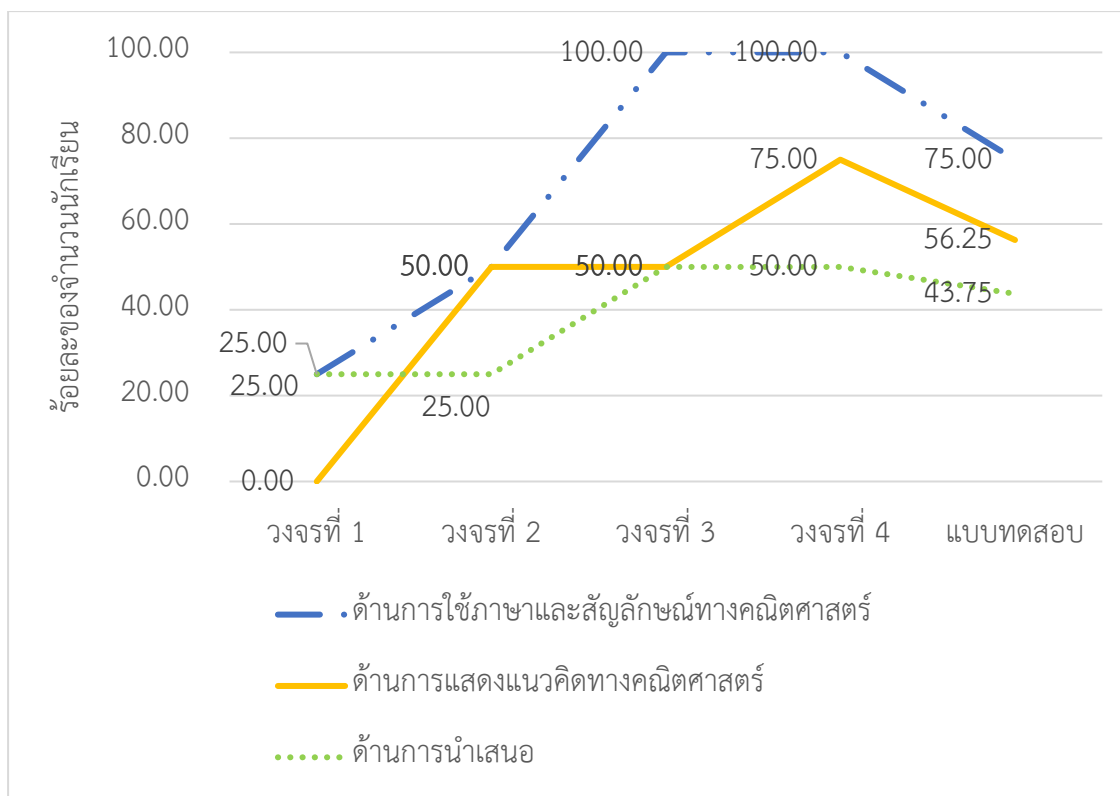
วงจร ปฏิบัติการ	ความสามารถในการสื่อสาร สื่อ ความหมายทางคณิตศาสตร์	จำนวนกลุ่มนักเรียนจำแนกตามระดับ		
		ความสามารถ (ร้อยละ)		
		ระดับ 3	ระดับ 2	ระดับ 1
2	ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ ทางคณิตศาสตร์	2 (50.00)	2 (50.00)	0 (0.00)
	ด้านการแสดงแนวความคิดทาง คณิตศาสตร์	2 (50.00)	2 (50.00)	0 (0.00)
	ด้านการนำเสนอ	1 (25.00)	3 (75.00)	0 (0.00)
	ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ ทางคณิตศาสตร์	4 (100.00)	0 (0.00)	0 (0.00)
	ด้านการแสดงแนวความคิดทาง คณิตศาสตร์	2 (50.00)	2 (50.00)	0 (0.00)
	ด้านการนำเสนอ	2 (50.00)	2 (50.00)	0 (0.00)
3	ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ ทางคณิตศาสตร์	4 (100.00)	0 (0.00)	0 (0.00)
	ด้านการแสดงแนวความคิดทาง คณิตศาสตร์	3 (75.00)	1 (25.00)	0 (0.00)
	ด้านการนำเสนอ	2 (50.00)	2 (50.00)	0 (0.00)
	ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ ทางคณิตศาสตร์	4 (100.00)	0 (0.00)	0 (0.00)
4	ด้านการแสดงแนวความคิดทาง คณิตศาสตร์	3 (75.00)	1 (25.00)	0 (0.00)
	ด้านการนำเสนอ	2 (50.00)	2 (50.00)	0 (0.00)
	ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ ทางคณิตศาสตร์	4 (100.00)	0 (0.00)	0 (0.00)
	ด้านการแสดงแนวความคิดทาง คณิตศาสตร์	3 (75.00)	1 (25.00)	0 (0.00)

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์หลังจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคล แสดงได้ดังตาราง 25

ตาราง 25 แสดงการวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์จากการ  
ทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์  
เป็นรายบุคคล (นักเรียนทั้งหมด 16 คน)

ความสามารถในการสื่อสาร สื่อ ความหมายทางคณิตศาสตร์	จำนวนกลุ่มนักเรียนจำแนกตามระดับ ความสามารถ (ร้อยละ)			
	ระดับ 3	ระดับ 2	ระดับ 1	
แบบทดสอบ	ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ ทางคณิตศาสตร์	12 (75.00)	4 (25.00)	0 (0.00)
	ด้านการแสดงแนวคิดทาง คณิตศาสตร์	9 (56.25)	7 (43.75)	0 (0.00)
	ด้านการนำเสนอ	7 (43.75)	9 (56.25)	0 (0.00)

จากตาราง 24 และ 25 โดยภาพรวมนักเรียนมีพัฒนาการทางความสามารถในการให้  
สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ด้านการแสดง  
แนวคิดทางคณิตศาสตร์และด้านการนำเสนอได้ดีตามลำดับ ซึ่งวัดจากความสามารถในระดับ 3 ของ  
องค์ประกอบรายด้าน โดยในวงจรปฏิบัติการที่ 4 นักเรียนมีความสามารถในการให้สื่อสาร สื่อ  
ความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในระดับ 3 คิดเป็นร้อยละ  
100.00 ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในระดับ 3 คิดเป็นร้อยละ 75.00 และด้านการนำเสนอ  
ในระดับ 3 คิดเป็นร้อยละ 50.00 สอดคล้องกับผลจากแบบทดสอบวัดความสามารถที่แสดงให้เห็นว่า  
นักเรียนมีความสามารถในการให้สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและ  
สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในระดับ 3 คิดเป็นร้อยละ 75.00 ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ใน  
ระดับ 3 คิดเป็นร้อยละ 56.25 และด้านการนำเสนอในระดับ 3 คิดเป็นร้อยละ 43.75 แสดงดังภาพ



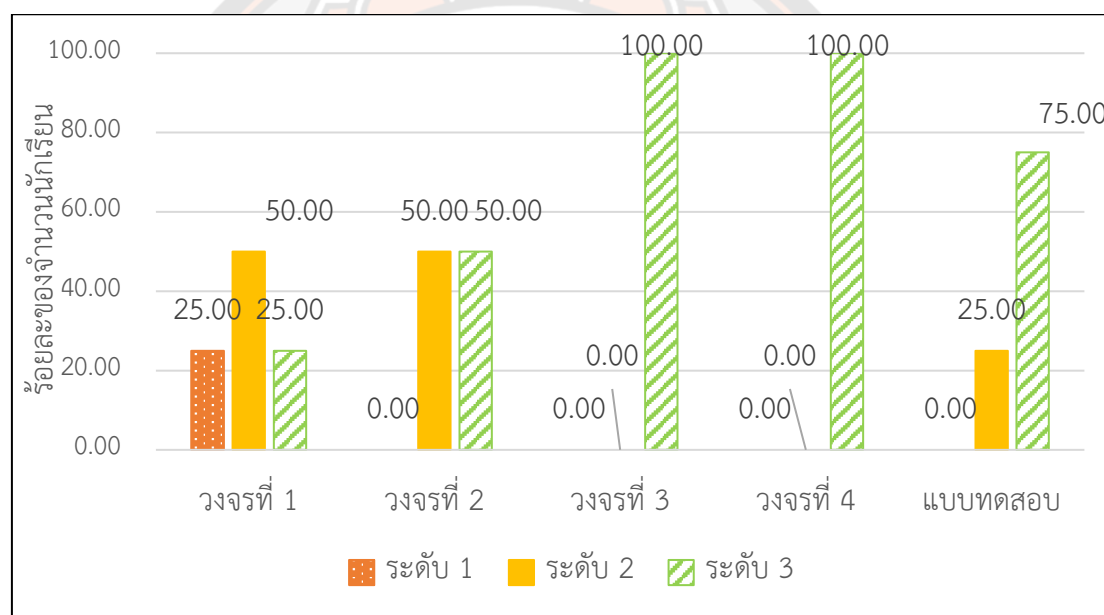
ภาพ 23 พัฒนาการความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน



เมื่อพิจารณาความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์จำแนกตามความสามารถรายด้านได้ดังนี้

### 1. ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

ผลของความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 4 วงจรปฏิบัติการและหลังทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์นักเรียนมีพัฒนาการทางความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นดังภาพ 24

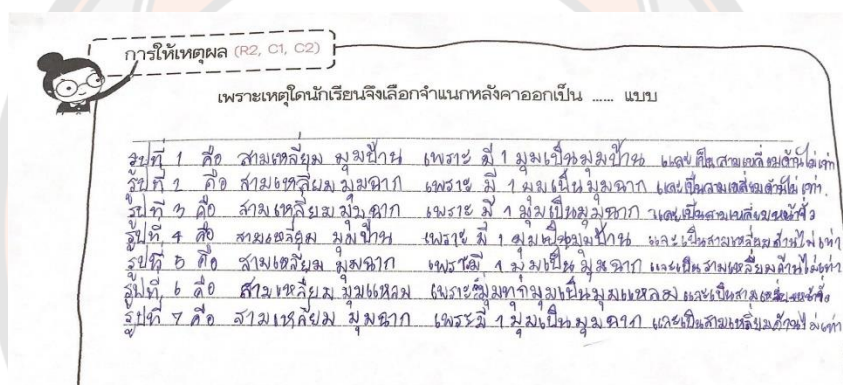


ภาพ 24 พัฒนาการทางความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

ระหว่างการจัดการเรียนรู้ นักเรียนมีพัฒนาการทางความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์โดยวงจรปฏิบัติการที่ 1 นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอยู่ในระดับ 2 คิดเป็นร้อยละ 50.00 วงจรปฏิบัติการที่ 2 นักเรียนมีความสามารถอยู่ในระดับ 2 คิดเป็นร้อยละ 50.00 และระดับ 3 คิดเป็นร้อยละ 50 วงจรปฏิบัติการที่ 3 และวงจรปฏิบัติการที่ 4 นักเรียนมีความสามารถอยู่ในระดับ 3 คิดเป็นร้อยละ 100.00 และผลจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการสื่อสาร

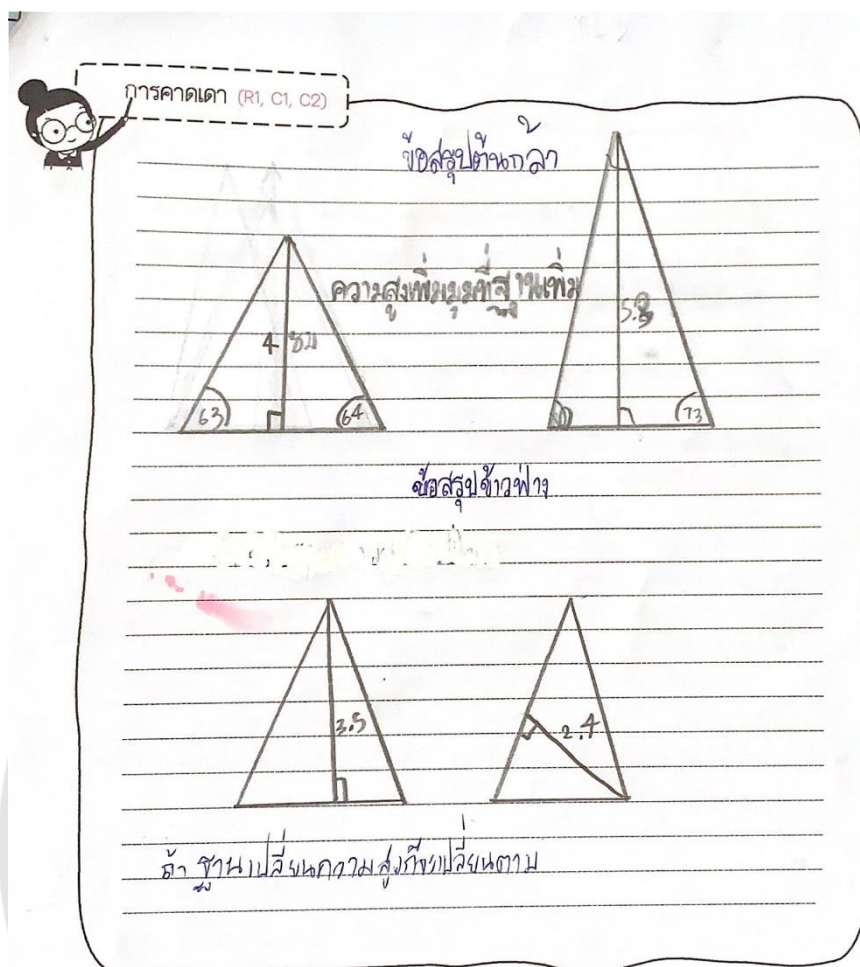
สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 3 คิดเป็นร้อยละ 75.00

วงจรปฏิบัติที่ 1 สามเหลี่ยมกับหลังคา นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการด้านความสามารถด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 2 จำนวน 2 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 50.00 เมื่อพิจารณาจากใบกิจกรรมและแบบสังเกตความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนมีการใช้คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงเหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมได้อย่างถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วนโดยขาดรายละเอียดในการระบุความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยม และจึงมีความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านความสามารถด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 2 โดยผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังภาพ 25



ภาพ 25 ตัวอย่างในใบกิจกรรม หลังคาสถาน่งเล่น ที่แสดงให้เห็นถึงด้านความสามารถด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 2

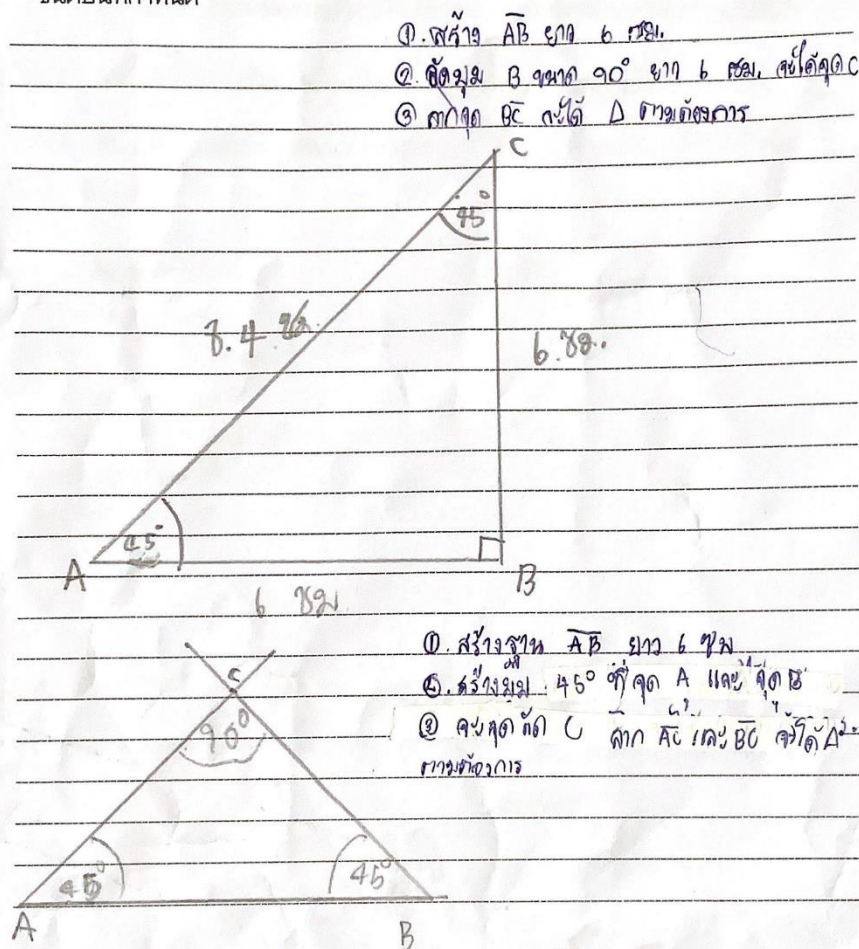
วงจรปฏิบัติที่ 2 ความสูงของรูปสามเหลี่ยม นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการด้านความสามารถด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 2 จำนวน 2 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 50.00 และอยู่ในระดับ 3 จำนวน 2 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 50.00 เมื่อพิจารณาจากใบกิจกรรมและแบบสังเกตความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนมีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงเหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมได้อย่างถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน โดยขาดการใส่สัญลักษณ์แสดงขนาดของมุมในรูปสามเหลี่ยมและการระบุด้านที่เป็นฐานของรูปสามเหลี่ยมที่นักเรียนสร้างขึ้น จึงทำให้นักเรียนมีความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 2 ผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังภาพ 26



ภาพ 26 ตัวอย่างในใบกิจกรรม เชื่อได้หรือไม่ ที่แสดงให้เห็นถึงด้านความสามารถด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 2

วงจรปฏิบัติที่ 3 มาสร้างรูปสามเหลี่ยมกันเถอะ นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในด้านความสามารถด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 3 จำนวน 4 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 100.00 เมื่อพิจารณาจากใบกิจกรรมและแบบสังเกตความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงขั้นตอนการสร้างรูปสามเหลี่ยม เช่น ส่วนของเส้นตรง มุม ความยาวด้าน เป็นต้น ได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน ผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังภาพ

นักเรียนแสดงการคาดเดาขั้นตอนการสร้างรูปสามเหลี่ยมของพอย์ที่แตกต่างกันจากขั้นตอนที่กำหนด



ภาพ 27 ตัวอย่างในใบกิจกรรม มาสร้างรูปสามเหลี่ยมกันเถอะ ที่แสดงให้เห็นถึงด้านความสามารถด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 3

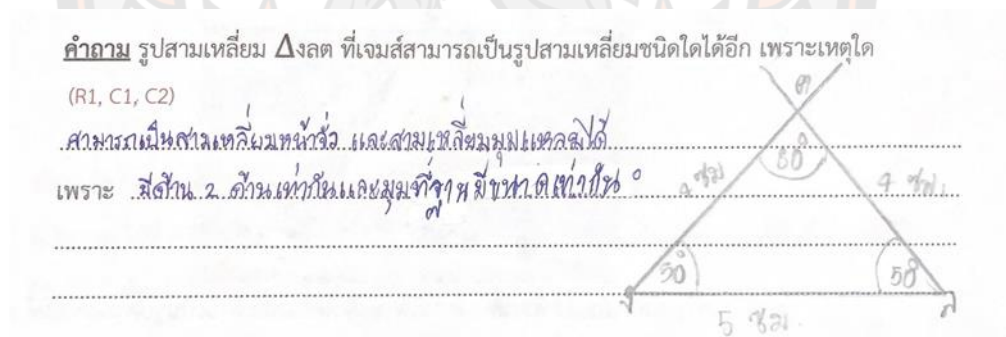
วงจรรูปปฏิบัติการที่ 4 พิชซ่าฮีโร่ 3 เหลี่ยมจัมโบ้ นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 3 จำนวน 4 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 100.00 เมื่อพิจารณาจากใบกิจกรรมและแบบสังเกตความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนสามารถแสดงวิธีการคำนวณหาพื้นที่ของพิชซ่าได้โดยใช้คำศัพท์และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน จึงมีความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 3 ผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสารสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังภาพ 28

ให้นักเรียนแสดงการคาดเดาวิธีการที่นักเรียนใช้ในการหาพื้นที่ของพีชสามเหลี่ยมของนักเรียน

$$\begin{aligned} \text{ใช้วิธีของงั้น โดย} & \text{พื้นที่พีชสามเหลี่ยม} = \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง} \\ \text{ใช้ฐานเป็น 8 เมตร} & = \frac{1}{2} \times 8 \times 7 \\ \text{ใช้สูงเป็น 7} & = 28 \text{ ตร.ซม.} \end{aligned}$$

ภาพ 28 ตัวอย่างในใบกิจกรรม พีชฮาอีโร 3 เหลี่ยมจัมโบ้ แสดงให้เห็นถึงความสามารถด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 3

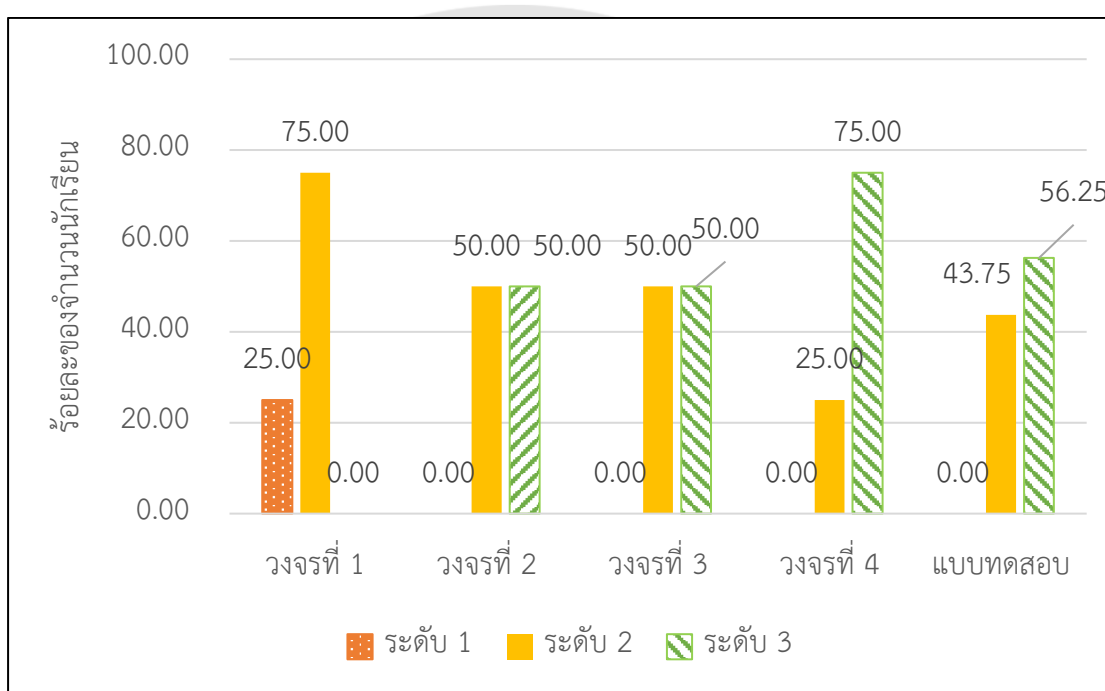
หลังจากจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบทั้ง 4 วงจรปฏิบัติการ ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคล พบว่านักเรียนมีความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 3 จำนวน 12 คน คิดเป็นร้อยละ 75.00 เมื่อพิจารณาจากแบบทดสอบ ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนเขียนอธิบายเหตุผลโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน ผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนในแบบทดสอบที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสารสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังภาพ 29



ภาพ 29 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 3

## 2. ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์

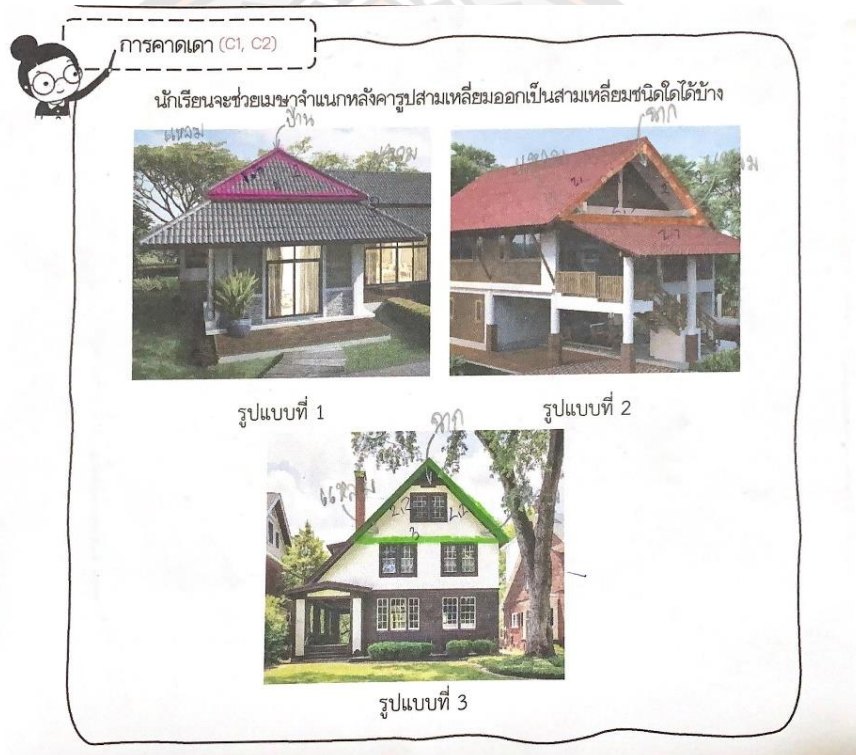
ผลของความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 4 วงจรปฏิบัติการและหลังทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์นักเรียนมีพัฒนาการทางความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์เป็นดังภาพ



ภาพ 30 พัฒนาการทางความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์

ระหว่างการจัดการเรียนรู้ นักเรียนมีพัฒนาการทางความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยวงจรปฏิบัติการที่ 1 นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอยู่ในระดับ 2 คิดเป็นร้อยละ 75.00 วงจรปฏิบัติการที่ 2 และวงจรปฏิบัติการที่ 3 นักเรียนมีความสามารถอยู่ในระดับ 2 คิดเป็นร้อยละ 50.00 และระดับ 3 คิดเป็นร้อยละ 50.00 และวงจรปฏิบัติการที่ 4 นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอยู่ในระดับ 3 คิดเป็นร้อยละ 75.00 และผลจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอยู่ในระดับ 3 คิดเป็นร้อยละ 56.25

วงจรถูกปฏิบัติที่ 1 สามเหลี่ยมกับหลังคา นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 2 จำนวน 3 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 75.00 เมื่อพิจารณาจากใบกิจกรรมและแบบสังเกตความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนสามารถใช้การเขียนรูปสามเหลี่ยมในรูปหลังคาบ้านประกอบการอธิบายแสดงแนวคิดได้อย่างถูกต้องเกือบทั้งหมด ส่วนที่ผิดพลาดคือ การวัดขนาดของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมที่คลาดเคลื่อน จึงมีความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านความสามารถด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 2 โดยผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังภาพ 31

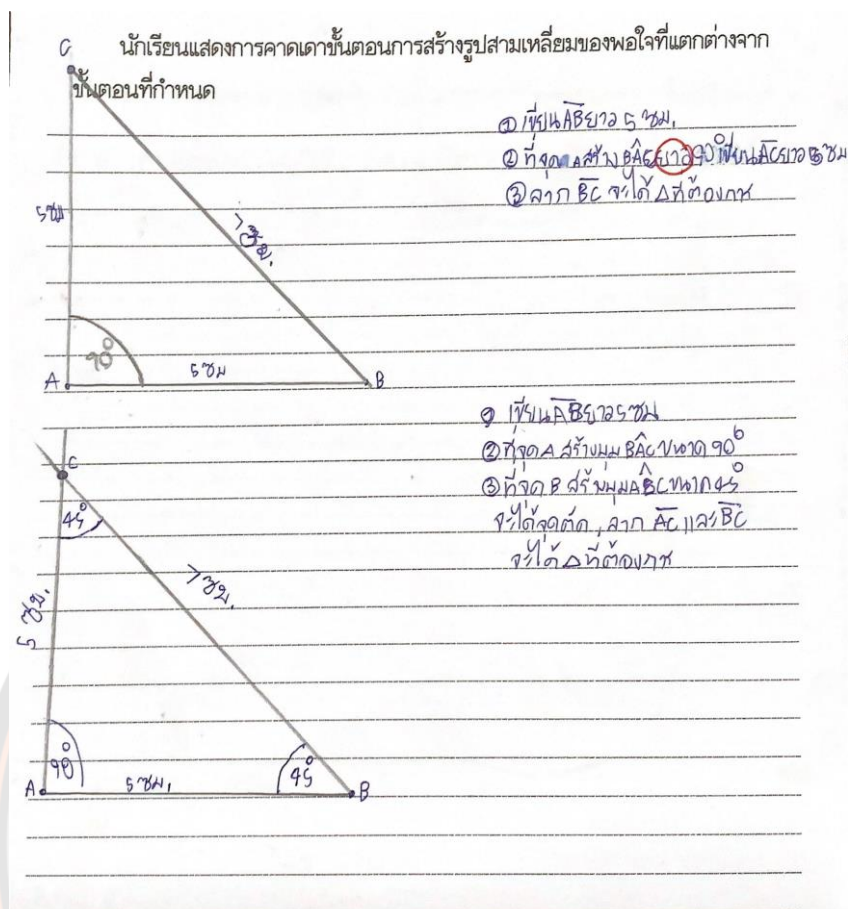


ภาพ 31 ตัวอย่างในใบกิจกรรม หลังคาศาลานั่งเล่น แสดงให้เห็นถึงความสามารถด้านความสามารถด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 2

วงจรถูกปฏิบัติที่ 2 ความสูงของรูปสามเหลี่ยม นักเรียนมีความสามารถด้านความสามารถด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 2 จำนวน 2 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 50.00 และระดับ 3 จำนวน 2 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 50.00 เมื่อพิจารณาจากใบกิจกรรมและแบบสังเกตความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนสามารถใช้รูปสามเหลี่ยมและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ประกอบการอธิบายแสดงแนวคิดได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน จึงมีความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านความสามารถด้านการแสดงแนวคิด

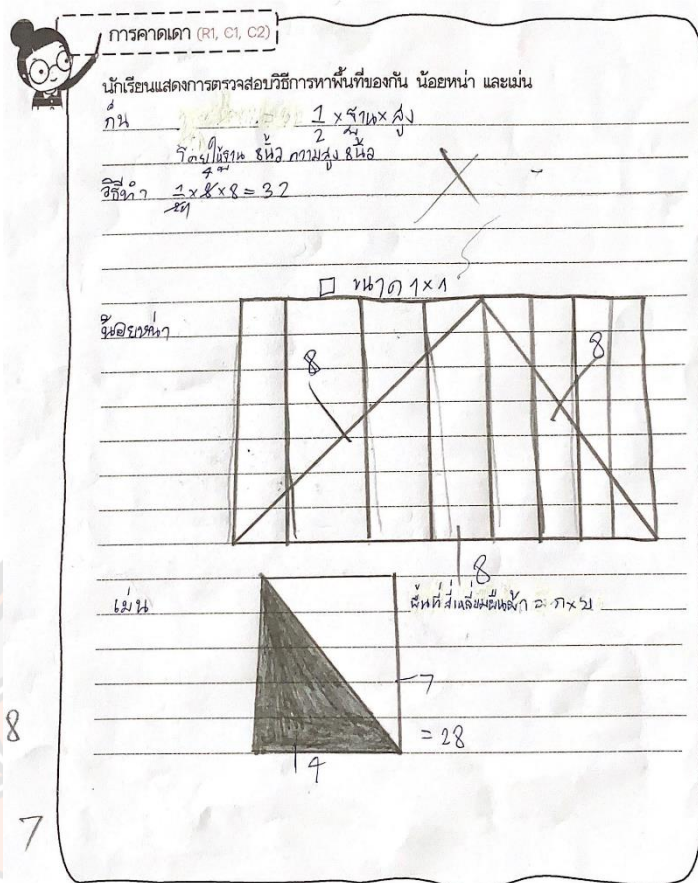






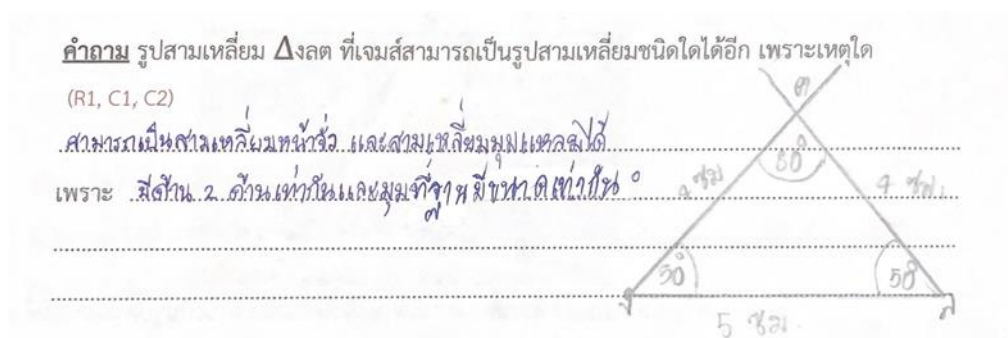
ภาพ 33 ตัวอย่างในใบกิจกรรม มาสร้างรูปสามเหลี่ยมกันเถอะ แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 3

วงจรมปฏิบัติการที่ 4 พิชซ่าฮีโร่ 3 เหลี่ยมจัมโบ้ นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 3 จำนวน 3 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 75.00 และอยู่ในระดับ 2 จำนวน 1 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 25.00 เมื่อพิจารณาจากใบกิจกรรมและแบบสังเกตความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนใช้รูปสามเหลี่ยมประกอบการอธิบายแสดงแนวคิดในการหาพื้นที่พิชซ่าสามเหลี่ยมได้อย่างถูกต้อง ครบถ้วน โดยผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังภาพ 34



ภาพ 34 ตัวอย่างในใบกิจกรรม พิชช่าฮีโร่ 3 เหลี่ยมจัมโบ้ แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 3

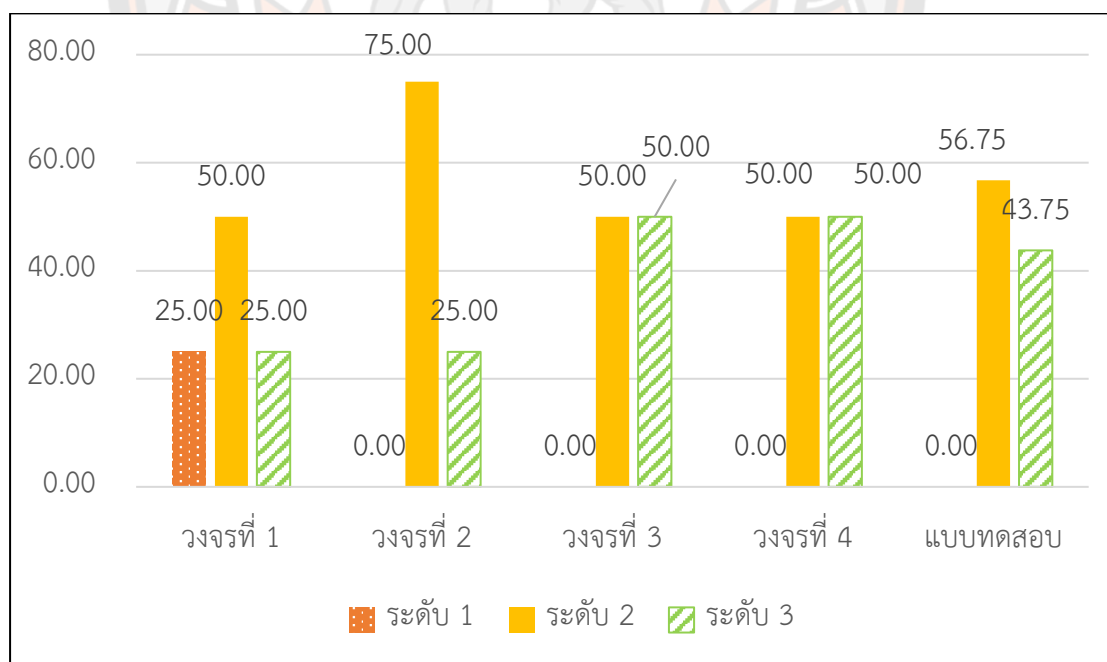
หลังจากจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบทั้ง 4 วงจรปฏิบัติการ ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคล พบว่านักเรียนมีความสามารถในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 3 จำนวน 9 คน คิดเป็นร้อยละ 56.25 โดยนักเรียนใช้รูปสามเหลี่ยมอธิบายประกอบการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับชนิดของรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดได้อย่างถูกต้อง ครบถ้วน ผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังภาพ 35



ภาพ 35 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 3

### 3. ด้านการนำเสนอ

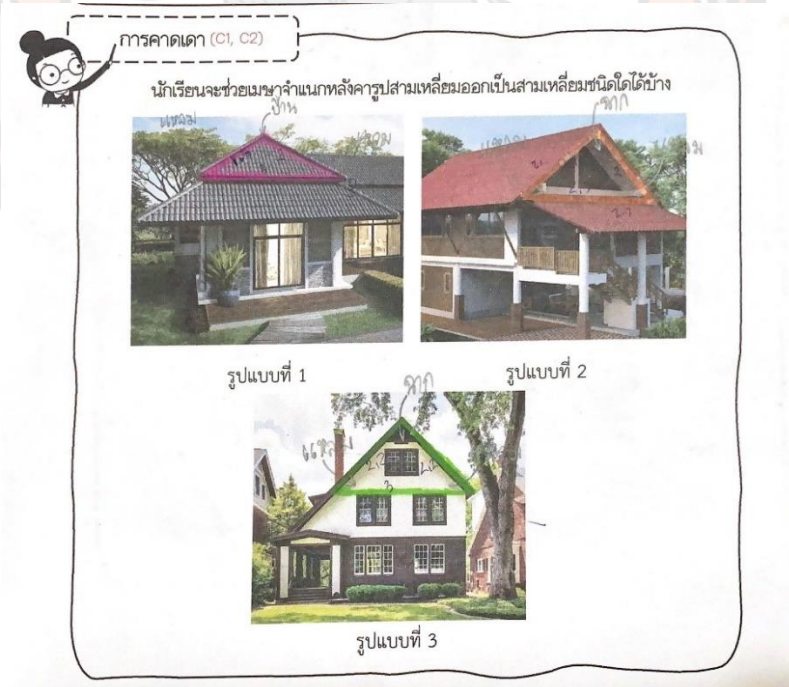
ผลของความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอ เรื่องรูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 4 วงจรปฏิบัติการและหลังทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์นักเรียนมีพัฒนาการทางความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอเป็นดังภาพ 36



ภาพ 36 แสดงพัฒนาการทางความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอ

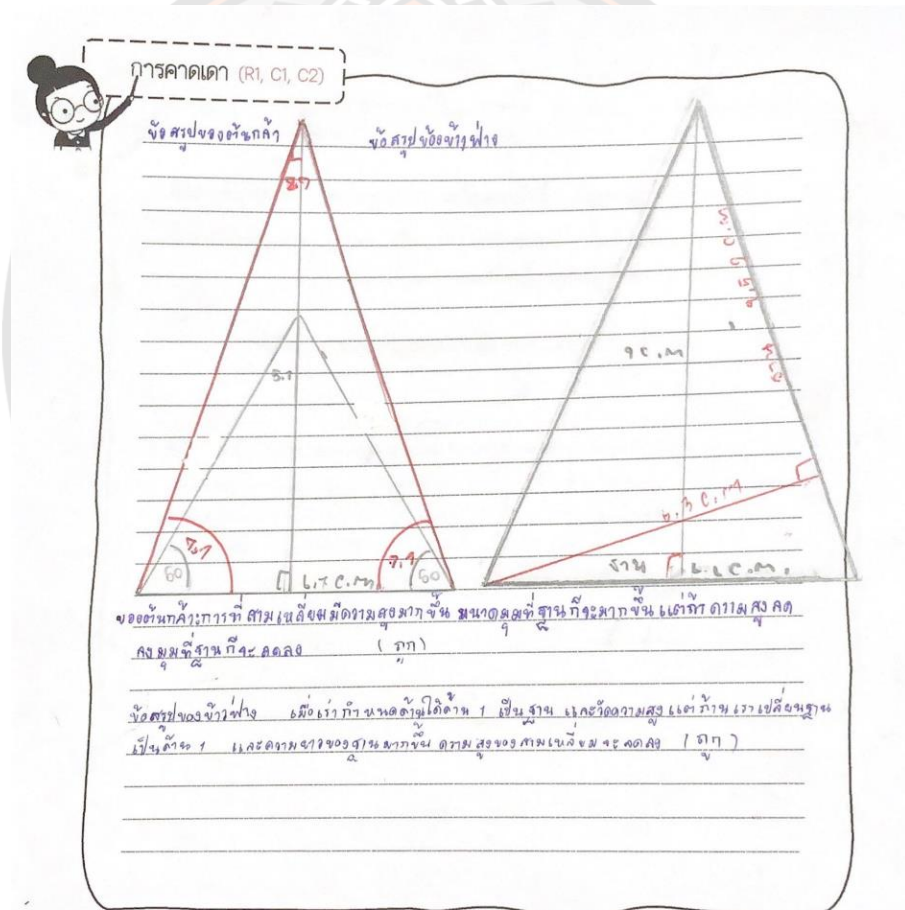
ระหว่างการจัดการเรียนรู้ นักเรียนมีพัฒนาการทางความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์โดยวงจรปฏิบัติการที่ 1 นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอยู่ในระดับ 2 คิดเป็นร้อยละ 50.00 วงจรปฏิบัติการที่ 2 นักเรียนมีความสามารถอยู่ในระดับ 2 คิดเป็นร้อยละ 75.00 วงจรปฏิบัติการที่ 3 และวงจรปฏิบัติการที่ 4 นักเรียนมีความสามารถอยู่ในระดับ 2 คิดเป็นร้อยละ 50.00 และระดับ 3 คิดเป็นร้อยละ 50.00 และผลจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอยู่ในระดับ 2 คิดเป็นร้อยละ 56.75

วงจรปฏิบัติที่ 1 สามเหลี่ยมกับหลังคา นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในด้านการนำเสนออยู่ในระดับ 2 จำนวน 2 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 50.00 เมื่อพิจารณาจากใบกิจกรรมและแบบสังเกตความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผู้วิจัยพบว่าในวงจรปฏิบัติที่ 1 นักเรียนสามารถแสดงลำดับขั้นตอนในการหาความยาวและชนิดของมุมของรูปสามเหลี่ยมโดยการวัดความยาวด้านและวัดขนาดของมุมโดยใช้ไม้ฉากได้ พร้อมทั้งนำเสนอแนวคิดเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมได้ชัดเจน แต่ยังขาดรายละเอียดเกี่ยวกับขนาดของมุมในรูปสามเหลี่ยม ทำให้นักเรียนมีความสามารถในด้านการนำเสนออยู่ในระดับ 2 โดยผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังภาพ 37



ภาพ 37 ตัวอย่างใบกิจกรรม หลังคาศาลานั่งเล่น แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนออยู่ในระดับ 2

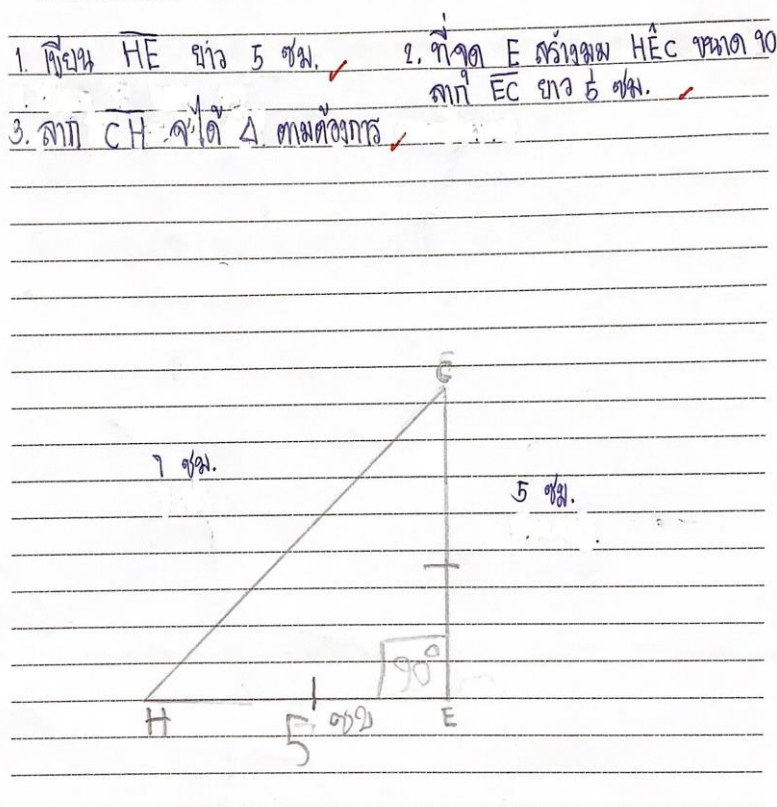
วงจรปฏิบัติที่ 2 ความสูงของรูปสามเหลี่ยม นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในด้านการนำเสนออยู่ในระดับ 2 จำนวน 3 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 75.00 เมื่อพิจารณาจากใบกิจกรรมและแบบสังเกตความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผู้วิจัยพบว่าในวงจรปฏิบัติที่ 2 นักเรียนสามารถแสดงลำดับขั้นตอนในการตรวจสอบข้อสรุปของต้นกล้าและข้าวฟ่างโดยใช้การวาดรูปสามเหลี่ยม และใช้การวัดความยาวของฐานและความสูงของรูปสามเหลี่ยมที่ผู้วิจัยแจกให้นักเรียน โดยนักเรียนสามารถนำเสนอแนวคิดเกี่ยวกับความสูงกับมุมที่ฐาน และความสูงกับความยาวฐานของสามเหลี่ยมได้ แต่ยังขาดรายละเอียดในการระบุฐานของรูปสามเหลี่ยม ผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังภาพ 38



ภาพ 38 ตัวอย่างในใบกิจกรรม เชื่อได้หรือไม่ แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนออยู่ในระดับ 2

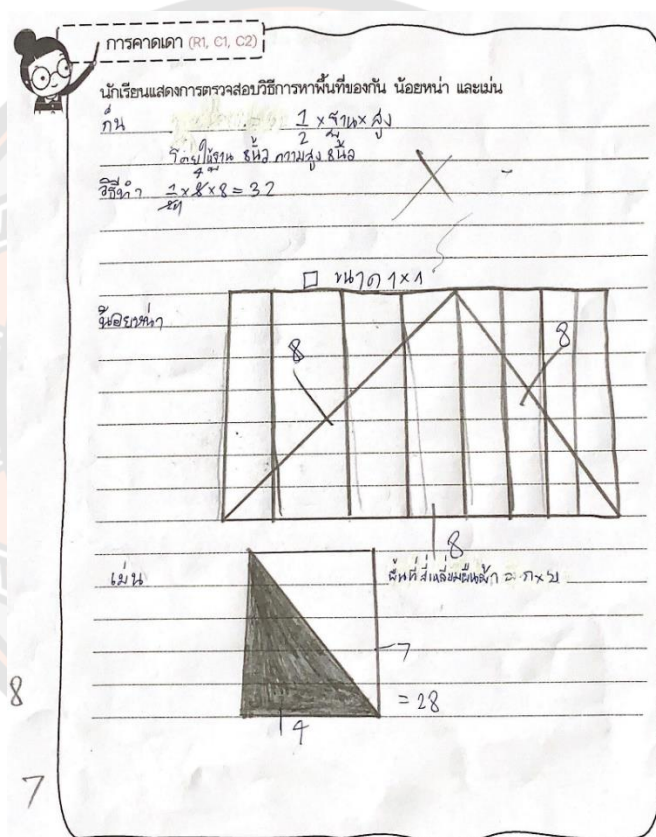
วงจรถูกปฏิบัติที่ 3 มาสร้างรูปสามเหลี่ยมกันเถอะ นักเรียนมีความสามารถด้านการนำเสนออยู่ในระดับ 2 จำนวน 2 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 50.00 และระดับ 3 จำนวน 2 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 50.00 เมื่อพิจารณาจากใบกิจกรรมและแบบสังเกตความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผู้วิจัยพบว่าในวงจรถูกปฏิบัติที่ 3 นักเรียนสามารถแสดงลำดับขั้นตอนการสร้างรูปสามเหลี่ยมได้อย่างถูกต้อง และนำเสนอขั้นตอนและแนวคิดในการสร้างรูปสามเหลี่ยมที่ต้องการได้อย่างชัดเจน มีรายละเอียดครบถ้วน ผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังภาพ 39

นักเรียนแสดงการคาดเดาขั้นตอนการสร้างรูปสามเหลี่ยมของหัวใจที่แตกต่างจากขั้นตอนที่กำหนด



ภาพ 39 ตัวอย่างใบกิจกรรม มาสร้างรูปสามเหลี่ยมกันเถอะ แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนออยู่ในระดับ 3

วงจรถ่ายปฏิบัติที่ 4 พิซซาฮิโร่ 3 เหลี่ยมจัมโบ้ นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในด้านการนำเสนออยู่ในระดับ 3 จำนวน 2 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 50.00 เมื่อพิจารณาจากใบกิจกรรมและแบบสังเกตความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผู้วิจัยพบว่าในวงจรถ่ายปฏิบัติที่ 4 นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแสดงลำดับขั้นตอนในการหาพื้นที่รูปสามเหลี่ยมโดยใช้สูตรพื้นที่การนับช่องตาราง และการตัดรูปได้ถูกต้อง และนำเสนอแนวคิดเกี่ยวกับการหาพื้นที่รูปสามเหลี่ยมได้อย่างชัดเจน ครบถ้วน ผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังภาพ 40




ภาพ 40 ตัวอย่างในใบกิจกรรม มาตรฐานรูปสามเหลี่ยมกันเถอะ แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนออยู่ในระดับ 3

หลังจากจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบทั้ง 4 วงจรปฏิบัติการ ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคล พบว่านักเรียนมีความสามารถในการนำเสนออยู่ในระดับ 3 จำนวน 7 คน คิดเป็นร้อยละ 43.75 โดยนักเรียนสามารถแสดงลำดับขั้นตอนในการสร้างรูปสามเหลี่ยม การจำแนกชนิดตามสมบัติของรูปสามเหลี่ยมได้ถูกต้อง และนำเสนอแนวคิดเกี่ยวกับการหาความยาวรอบรูปสามเหลี่ยมและการหาพื้นที่รูปสามเหลี่ยมได้อย่างชัดเจน ครบถ้วน ผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังภาพ 41

**คำถาม** รูปสามเหลี่ยม  $\Delta$  ใด ที่เจมส์สามารถเป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใดได้อีก เพราะเหตุใด  
(R1, C1, C2)

สามารถเป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว แต่สามเหลี่ยมมุมฉากไม่ได้  
เพราะ สี่เหลี่ยม 2 ด้านเท่ากันและมุมที่จุดยอดเป็นมุมฉาก  $90^\circ$



ภาพ 41 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนออยู่ในระดับ 3



## บทที่ 5

### บทสรุป

การวิจัย เรื่อง การส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม โดยการจัดการเรียนรู้แบบโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เป็นการวิจัยปฏิบัติการ (Action Research) ประกอบด้วย 4 วงจรปฏิบัติการ ซึ่งแต่ละวงจรประกอบด้วย 4 ขั้นตอน มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาแนวทางการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม โดยการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ และเพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 ผู้เข้าร่วมวิจัยในครั้งนี้ คือนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนขยายโอกาสแห่งหนึ่งในจังหวัดกำแพงเพชร จำนวน 16 คน เครื่องมือในการวิจัยประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 4 แผนการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 สามเหลี่ยมกับหลังคา แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ความสูงของรูปสามเหลี่ยม แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 มาสร้างสามเหลี่ยมกันเถอะ และแผนจัดการเรียนรู้ที่ 4 พิซซาชีโร่ 3 เหลี่ยมจัมโบ้ แผนละ 3 ชั่วโมง รวมทั้งหมด 12 ชั่วโมง 2) ใบกิจกรรม 3) แบบสะท้อนผลการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ 4) แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และ 5) แบบสังเกตความสามารถการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ดำเนินการวิจัยโดยการปฏิบัติการในชั้นเรียนตั้งแต่วันที่ 20 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2566 ถึง 17 มีนาคม พ.ศ. 2566 ซึ่งสามารถสรุปและอภิปรายผลการวิจัยได้ดังนี้

#### สรุปและอภิปรายผลการวิจัย

1. แนวทางการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม โดยการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

ผลการวิจัยพบว่า การจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 วงจรปฏิบัติการทำให้ได้ประเด็นในการพัฒนาการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยสามารถสรุปแนวทางการจัดการเรียนรู้แบบการ

โต้แย้งทางคณิตศาสตร์ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ได้ตั้งรายละเอียดต่อไปนี้

### ขั้นที่ 1 การสร้างกรณี (Generating Cases)

ครูบทบาทและสร้างแนวคิดพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เช่น ชนิดของมุม ลักษณะของรูปสามเหลี่ยม ชนิดและสมบัติของรูปสามเหลี่ยม ส่วนต่าง ๆ ของรูปสามเหลี่ยม การสร้างรูปสามเหลี่ยม การหาความยาวรอบรูปและพื้นที่รูปสามเหลี่ยม เพื่อช่วยนักเรียนในการสร้างโต้แย้งโดยใช้วิธีการที่หลากหลาย เช่น การอธิบายเนื้อหา การดูวิดีโอ การเล่นเกม การทำกิจกรรมร่วมกันเป็นกลุ่ม โดยครูควรกระตุ้นความสนใจของนักเรียนโดยใช้การถาม-ตอบเพื่อให้นักเรียนได้ฝึกคิด ฝึกสังเกต จากนั้นครูกำหนดสถานการณ์ปัญหาให้กับนักเรียนเพื่อใช้ในการคาดเดาในขั้นที่ 2 ซึ่งผู้วิจัยได้กำหนดสถานการณ์ปัญหาในแต่ละวงจรปฏิบัติการ ดังนี้ วงจรที่ 1 สถานการณ์รูปสามเหลี่ยมกับหลังคา วงจรที่ 2 สถานการณ์ความสูงของหลังคากับรูปสามเหลี่ยม วงจรที่ 3 สถานการณ์การสร้างธงสามเหลี่ยมของพอล และวงจรที่ 4 สถานการณ์พิชซ่าฮีโร่ 3 เหลี่ยมจัมโบ้ โดยทั้ง 4 สถานการณ์เป็นปัญหาใกล้ตัวหรือมีความสอดคล้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียนและเป็นปัญหาที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกคิดอย่างมีเหตุผลโดยอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับสิริพร ทิพย์คง (2545) ที่กล่าวว่า ครูควรให้นักเรียนได้พบโจทย์หรือปัญหาที่นักเรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของนักเรียนที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบได้ นอกจากนี้การใช้สถานการณ์ปัญหาที่ใกล้ตัวจะช่วยให้ นักเรียนเห็นคุณค่าทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ในการดำเนินชีวิต และเป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวนักเรียน ทำให้การสื่อสารเป็นไปอย่างสมบูรณ์ (Rowan & Morrow, 1993)

### ขั้นที่ 2 การคาดเดา (Conjecturing)

ขั้นตอนนี้ให้นักเรียนแสดงการคาดเดาของตนเอง โดยครูควรให้นักเรียนทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อยเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนการคาดเดาภายในกลุ่มเพื่อนและร่วมกันสรุปข้อคาดเดาของกลุ่มตนเอง แล้วจึงนำมาแลกเปลี่ยนกับเพื่อนต่างกลุ่มส่งผลให้นักเรียนได้ข้อคาดเดาที่มีความหลากหลายและมีสมเหตุสมผลมากที่สุด ในระหว่างทำกิจกรรมครูควรใช้คำถามเพื่อกระตุ้นการคาดเดาของนักเรียนอยู่เสมอโดยคำถามที่ครูใช้นั้นควรเป็นคำถามปลายเปิด เช่น “นักเรียนจะตรวจสอบหลังคานี้อย่างไร” “ทำไมนักเรียนจึงคิดว่าเป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว” เพื่อย้ำให้นักเรียนได้คิดทบทวนถึงสิ่งที่ตนเองได้คาดเดาอีกครั้ง และใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดคาดเดาให้หลากหลายมากยิ่งขึ้น เช่น “นอกจากสามเหลี่ยมหน้าจั่วแล้ว หลังคานี้เป็นสามเหลี่ยมชนิดอื่นได้หรือไม่” เป็นต้น นอกจากนี้ผู้วิจัยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดกันในกลุ่มเป็นการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารอีกด้วย (Rowan & Morrow, 1993)

### ขั้นที่ 3 การแสดงเหตุผล (Justifying)

ขั้นตอนนี้นักเรียนแต่ละกลุ่มจะต้องแสดงเหตุผลของตนเองลงในใบกิจกรรม ในช่วงแรกของวงจรปฏิบัติการที่ 1 พบว่า นักเรียนบางคนไม่มีส่วนร่วมในการนำเสนอเหตุผลกับเพื่อน ทำให้นักเรียนบางกลุ่มไม่สามารถเขียนแสดงเหตุผลของตนเองได้ ดังนั้นในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครูควรให้นักเรียนแสดงเหตุผลของตนเองเป็นรายบุคคลก่อนจะรวบรวมเป็นเหตุผลของกลุ่มเพื่อให้นักเรียนแต่ละคนมีส่วนร่วมในการแสดงเหตุผลมากขึ้น โดยเน้นย้ำให้นักเรียนรับฟังความคิดเห็นของเพื่อนทุกคน และไม่ตัดสินการแสดงความคิดเห็นของเพื่อนโดยไม่มีเหตุผล ครูควรสร้างบรรยากาศที่ผ่อนคลายในชั้นเรียน ซึ่งจะทำให้นักเรียนกล้าที่จะแสดงความคิดเห็นและมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมมากขึ้น สอดคล้องกับงานวิจัยของนิรัชลา ทับพุ่ม และวรินทร์ พูนไพบูลย์พิพัฒน์ (2564) ที่กล่าวว่า การสร้างบรรยากาศให้นักเรียนคิดและกล้าแสดงออกจะช่วยส่งเสริมทักษะการอภิปรายโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนต่อไป เมื่อนักเรียนเขียนแสดงเหตุผลของตนเองลงในใบกิจกรรมแล้ว ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มเสนอข้อาคัดเดาของตนเองพร้อมทั้งแสดงเหตุผล ครูควรใช้คำถามปลายเปิด โดยใช้คำถามนำว่า “เพราะอะไร...” “ทำไม...” เพื่อให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดและเหตุผลของตนเอง จากการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 – 2 พบว่า นักเรียนยังไม่กล้านำเสนอแนวคิดและเหตุผลของตนเอง ดังนั้นการใช้คำถามนำเพื่อช่วยในการนำเสนอของนักเรียนจะช่วยส่งเสริมการแสดงแนวคิดและการแสดงเหตุผลของนักเรียนได้ดียิ่งขึ้น เมื่อนักเรียนตอบคำถามแล้วครูสามารถจับประเด็นคำตอบของนักเรียนและถามเพิ่มเติมจากคำตอบเพื่อให้ได้รายละเอียดของคำตอบเพิ่มขึ้น ซึ่งครูจะต้องไม่รีบร้อนต้องการคำตอบจากนักเรียน แต่ควรรอเวลาที่เหมาะสมหลังจากถามคำถามเพื่อให้นักเรียนคิดเหตุผลของตนเอง ซึ่งจะช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนได้ (National Council of Teacher of Mathematics, 2000)

### ขั้นที่ 4 การสรุป (Concluding)

ขั้นตอนนี้ครูควรให้นักเรียนนักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสรุปแนวคิดที่ถูกต้องและมีความสมเหตุสมผลมากที่สุด ครูสามารถใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้สรุปร่วมกัน เช่น “นักเรียนคิดว่าแนวคิดของกลุ่มใดถูกต้อง และสมเหตุสมผลที่สุด” เป็นต้น โดยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแชร์คำตอบของตนเองร่วมกันในกลุ่มก่อน จากนั้นครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอข้อสรุปที่ได้ ในครั้งแรกครูอาจจะช่วยเขียนสรุปไปพร้อมกับนักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้ทราบถึงวิธีการเขียนสรุปซึ่งจะช่วยให้นักเรียนสามารถเขียนการสรุปของตนเองในครั้งถัดไปได้ การเขียนเป็นทักษะการสื่อสารที่ช่วยให้นักเรียนมีความชัดเจนในแนวคิด ช่วยพัฒนาการรับรู้ทางคณิตศาสตร์ ได้ทราบว่าตนเองมีความคิดเห็นและมีความเข้าใจอย่างไรและเป็นการสรุปความรู้ที่ได้จากการโต้แย้ง (Rowan & Morrow, 1993) จากนั้นครูสะท้อนผลการเขียนของนักเรียนรายกลุ่ม เพื่อให้นักเรียนได้ปรับปรุงแก้ไขงานเขียนของตนเองให้ถูกต้องมากยิ่งขึ้น

## 2. ความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม

### 2.1 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบทั้ง 4 วงจรปฏิบัติการ ผู้วิจัยพบว่านักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลด้านการหาข้อสรุปของปัญหาและด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปเพิ่มขึ้นในทุกวงจรปฏิบัติการ ซึ่งในวงจรปฏิบัติการสุดท้ายนักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลด้านการหาข้อสรุปของปัญหาอยู่ในระดับ 2 คิดเป็นร้อยละ 50.00 และระดับ 3 คิดเป็นร้อยละ 50.00 และด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปอยู่ในระดับ 3 จำนวน 3 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 75 ของนักเรียนทั้งหมด สอดคล้องกับผลจากแบบทดสอบการวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการหาข้อสรุปของปัญหา และด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปอยู่ในระดับ 2 ทั้งสองด้าน เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบโต้แย้งทางคณิตศาสตร์เป็นการจัดการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนได้แสดงเหตุผลของตนเองผ่านการโต้แย้ง ซึ่งนักเรียนจะต้องแลกเปลี่ยนแนวคิด แสดงเหตุผล และพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อโต้แย้งร่วมกันผ่านการทำกิจกรรมกลุ่มอยู่เสมอ โดยขั้นที่ 1 ขึ้นสร้างกรณี ขั้นนี้ผู้วิจัยให้นักเรียนได้ทบทวนแนวคิดพื้นฐาน และสร้างแนวคิดพื้นฐานของนักเรียนที่จำเป็นในการโต้แย้งผ่านกิจกรรม เช่น “My Angle คู่หูของฉัน” เพื่อทบทวนความรู้เรื่องมุม กิจกรรม “สำรวจรูปสามเหลี่ยม” เพื่อศึกษาชนิดและสมบัติของรูปสามเหลี่ยม เป็นต้น โดยการทำกิจกรรมในขั้นนี้นักเรียนจะได้ทำงานเป็นกลุ่ม ได้สำรวจและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน จากนั้นผู้วิจัยได้นำเสนอสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงให้นักเรียนแต่ละกลุ่มได้สำรวจ ในขั้นที่ 2 การคาดเดา นักเรียนแต่ละคนจะต้องแสดงการคาดเดาของตนเองและแลกเปลี่ยนการคาดเดากับเพื่อนต่างกลุ่ม จากนั้นจึงเขียนการคาดเดาของกลุ่ม ในขั้นนี้ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มคาดเดาแนวคิดและวิธีแก้ปัญหาของตนเอง โดยให้นักเรียนแต่ละคนได้นำเสนอการคาดเดาของตนเองก่อนจะรวบรวมเป็นแนวคิดของกลุ่ม และจึงนำมาแลกเปลี่ยนกับเพื่อนต่างกลุ่ม เพื่อให้นักเรียนได้พิจารณาถึงความสมเหตุสมผลของการคาดเดา และได้เห็นการคาดเดาที่หลากหลาย ขั้นที่ 3 การแสดงเหตุผล นักเรียนแต่ละกลุ่มจะต้องแสดงการคาดเดาของกลุ่มร่วมกันในชั้นเรียน ในขั้นนี้นักเรียนต้องแสดงเหตุผลของตนเองเพื่อนำมาช่วยให้เพื่อนเชื่อในการคาดเดาของตน ในขณะเดียวกันก็สามารถแสดงเหตุผลโต้แย้งเพื่อคัดค้านการคาดเดาของเพื่อนได้ ขั้นที่ 4 การสรุป ขั้นนี้นักเรียนแต่ละกลุ่มจะร่วมกันสรุปตรวจสอบความสมเหตุสมผลของข้อสรุปที่ได้จากการโต้แย้ง โดยมีครูร่วมอภิปรายผลการโต้แย้งซึ่งครูควรให้นักเรียนช่วยกันสรุปหลักการต่าง ๆ ด้วยตนเองก่อน แล้วครูจึงช่วยสรุปและชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจว่าเหตุผลของนักเรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ มีข้อบกพร่องที่ใหนอย่างไร (สิริพร ทิพย์คง, 2545) การให้นักเรียนได้อธิบายชี้แจงเหตุผลและแก้ปัญหาาร่วมกันในชั้นเรียนคณิตศาสตร์สามารถส่งเสริมการให้เหตุผลของ

นักเรียนได้ (Lappan and Schram, 1989 อ้างถึงในนิราวรรณ หมู่อธรรมไชยและณัชชา กมล, 2563) อีกทั้งยังส่งเสริมให้นักเรียนได้พิจารณาถึงความสมเหตุสมผลของการคาดเดา สอดคล้องกับสิริพร ทิพย์คง (2545) ที่กล่าวว่า เมื่อนักเรียนมีโอกาสและมีอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการให้เหตุผลของตนเองจะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักให้เหตุผล นอกจากนี้ในระหว่างการทำกิจกรรมผู้วิจัยได้ใช้คำถามปลายเปิดเพื่อกระตุ้นการคิดคาดเดา และแสดงเหตุผลของนักเรียนอยู่เสมอ เช่น “นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมนี้ได้อย่างไร” “ในการสร้างรูปสามเหลี่ยมนักเรียนต้องกำหนดอะไรบ้าง” “นักเรียนคิดว่าสามเหลี่ยมนี้เป็นสามเหลี่ยมชนิดใด” “ทำไมนักเรียนจึงเลือกใช้วิธีนี้ในการหาพื้นที่รูปสามเหลี่ยม” “นักเรียนคิดว่าข้อสรุปนี้น่าเชื่อถือหรือไม่” เพื่อให้นักเรียนได้พูดแสดงเหตุผลด้วยภาษาของตนเอง ก่อนจะนำมาเขียนแสดงเหตุผลลงในใบกิจกรรมทำให้ช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนได้ดียิ่งขึ้น (National Council of Teacher of Mathematics, 2000) จึงส่งผลให้ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเพิ่มขึ้น หลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม

## 2.2 ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบทั้ง 4 วงจรปฏิบัติการ ผู้วิจัยสามารถสรุปความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากใบกิจกรรมและแบบทดสอบจำแนกตามราย ผู้วิจัยพบว่า เมื่อจบวงจรปฏิบัติการที่ 4 นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 3 ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 3 และด้านการนำเสนออยู่ในระดับ 2 และระดับ 3 สอดคล้องกับผลจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์และด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 3 และด้านการนำเสนออยู่ในระดับ 2 เนื่องจากการจัดการเรียนรู้แบบโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ มีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ขั้นที่ 1 การสร้างกรณี ผู้วิจัยได้ใช้การทบทวนความรู้และสร้างความรู้พื้นฐานที่จำเป็นในการโต้แย้งของนักเรียน ซึ่งนักเรียนจะได้เรียนรู้และทบทวนเกี่ยวกับภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับรูปสามเหลี่ยม เช่น ชนิดของมุม ความยาวด้าน มุมยอด มุมที่ฐาน ส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยม ด้านประกอบมุมยอด รัศมี ส่วนของเส้นตรง ความยาวรอบรูป และพื้นที่รูปสามเหลี่ยม โดยการอธิบายเนื้อหาและทำกิจกรรมร่วมกันเป็นกลุ่มในรูปแบบเกม การถาม - ตอบของครูและนักเรียน ขั้นที่ 2 การคาดเดา นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันวิเคราะห์และหาข้อคาดเดาของตนเองจากสถานการณ์ปัญหาที่ครูกำหนด เช่น หลังคาศาลานั่งเล่น ความสูงของสามเหลี่ยม มาสร้างรูปสามเหลี่ยมกันเถอะ และพิชซ่าฮีโร่ 3 เหลี่ยมจัมโบ้ เป็นต้น โดยนักเรียนแลกเปลี่ยนความคิดเห็น

และแนวคิดร่วมกัน ซึ่งเป็นการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารของนักเรียนในการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์โดยนักเรียนจะต้องใช้ภาษาและสัญลักษณ์ที่เกี่ยวข้องกับรูปสามเหลี่ยมมาใช้แสดงการคาดเดา ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ นักเรียนจะต้องแสดงแนวคิดโดยใช้รูปสามเหลี่ยมหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์มาอธิบายแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการคาดเดาของตนเอง และด้านการนำเสนอ นักเรียนแต่ละกลุ่มจะได้นำเสนอการคาดเดาของตนเองผ่านพูดและการเขียนลงในใบกิจกรรม ชั้นที่ 3 การแสดงเหตุผล ในขั้นนี้นักเรียนแต่ละกลุ่มจะร่วมกันแสดงเหตุผลภายในกลุ่มของตนเองก่อนจะนำมาสรุปเป็นเหตุผลของกลุ่ม จากนั้นนักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอการคาดเดาและแสดงเหตุผลประกอบร่วมกันทั้งชั้นเรียน โดยในระหว่างการนำเสนอครูจะใช้คำถามนำเพื่อช่วยในการนำเสนอของนักเรียนและช่วยเรียบเรียงคำพูดและภาษาของนักเรียนในการนำเสนอเป็นขั้นตอนสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น ชั้นที่ 4 การสรุป ในขั้นนี้นักเรียนจะได้สรุปร่วมกันถึงข้อคาดเดาที่มีความสมเหตุสมผลที่สุด ก่อนจะนำมาเขียนข้อสรุปลงในใบกิจกรรมของตนเอง จากนั้นครูจึงสะท้อนผลเพื่อให้นักเรียนได้ปรับปรุงแก้ไขการเขียนของตนเอง ซึ่งในกิจกรรมนี้ทำให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการเขียนเพื่อสื่อสารของตนเอง นอกจากนี้การจัดบรรยากาศให้นักเรียนได้พูดแสดงความคิด อธิบายเหตุผล และมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อน ๆ และครู โดยให้นักเรียนได้รับฟังความคิดเห็นของเพื่อนพร้อมทั้งสะท้อนความคิดของเพื่อน ให้นักเรียนได้ฝึกอ่านและเขียนไปพร้อมกันยังช่วยส่งเสริมและพัฒนาการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (กรมวิชาการ, 2546) ซึ่งสอดคล้องกับ Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology (2012 อ้างถึงในศศิธร ขจรจิตต์และวิเชียร อารังโสติสสกุล, 2561) ได้อธิบายว่า การที่นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายหรือการเขียน แลกเปลี่ยนความรู้และความคิดเห็นถ่ายทอดประสบการณ์ซึ่งกันและกัน ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมาย เข้าใจอย่างกว้างขวางลึกซึ้งและจดจำได้นานมากขึ้น จึงส่งผลให้ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเพิ่มขึ้นหลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม

### ข้อค้นพบเพิ่มเติม

จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม โดยการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ข้อค้นพบในประเด็นต่าง ๆ คือ

1) การกำหนดสถานการณ์ปัญหาที่ส่งเสริมให้เกิดการคาดเดาที่หลากหลาย โดยเป็นสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันหรือเป็นสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนสนใจ ซึ่งปัญหานั้นจะต้องเป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของนักเรียนในการคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบ

ได้ และจะต้องไม่เป็นสถานการณ์ที่ชี้้นำคำตอบมากเกินไปหรือมีคำตอบไปในทิศทางเดียวกันซึ่งจะไม่ทำให้เกิดการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

2) การใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการคาดเดา การแสดงเหตุผล และการสรุป ควรเป็นคำถามปลายเปิดเพื่อให้นักเรียนได้ฝึกคิด เช่น “เพราะอะไร...” “ทำไมนักเรียนจึงใช้วิธีการนี้” “นักเรียนมีวิธีการคิดอย่างไร” เป็นต้น เพื่อให้นักเรียนได้แสดงเหตุผลของตนเองผ่านการพูด เพราะในขั้นแรกของการจัดการเรียนรู้ที่นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่รู้ว่าจะต้องเขียนอธิบายเหตุผลอย่างไร การใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนแสดงเหตุผลของตนเองจะช่วยให้ นักเรียนสามารถเขียนแสดงเหตุผลของตนเองได้ดียิ่งขึ้น และเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการคิดหาเหตุผล

3) การสร้างบรรยากาศในชั้นเรียนเชิงบวก ช่วยส่งเสริมการแสดงความคิดเห็น การนำเสนอคำตอบและนำไปสู่การส่งเสริมการโต้แย้งในชั้นเรียนได้ โดยครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด ได้ตัดสินใจด้วยตนเอง และยอมรับฟังความคิดเห็นของนักเรียนโดยไม่ตัดสินถูกผิดแต่จะเน้นย้ำให้นักเรียนคำนึงถึงความสมเหตุสมผล อีกทั้งให้ความช่วยเหลือในระหว่างการทำกิจกรรมการเรียนรู้ เมื่อชั้นเรียนมีบรรยากาศที่ผ่อนคลายจะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนกล้าที่จะแสดงความคิดเห็น แสดงเหตุผลกับเพื่อนและครู ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนกล้าที่จะแสดงข้อโต้แย้งของตนเองซึ่งจะช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอได้ดียิ่งขึ้น

## ข้อเสนอแนะ

### 1. ข้อเสนอแนะการนำไปใช้

1.1 ครูควรใช้สถานการณ์ที่มีบริบทใกล้ตัวหรือเป็นสถานการณ์ที่นักเรียนสนใจ เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้พื้นฐานไปใช้ในการโต้แย้งและเกิดการคาดเดาที่หลากหลาย และสถานการณ์ที่ใช้ควรเป็นสถานการณ์ที่มีวิธีคิดหรือวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลาย ไม่เป็นสถานการณ์ที่ชี้้นำคำตอบ

1.2 ครูควรให้นักเรียนแต่ละคนได้แสดงแนวคิด การคาดเดาของตนเองทีละคน เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการคาดเดาและแสดงเหตุผลของตนเองก่อนจะนำมาสรุปเป็นข้อคาดเดาของกลุ่ม

### 2. ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

ควรศึกษาการจัดการเรียนรู้แบบโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมสมรรถนะการสื่อสารและนำเสนอ (Communication and presentation) โดยเน้นการแสดงวิธีคิด และนำเสนอแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน เนื่องจากการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์จะต้องอาศัยการพูด นำเสนอแนวคิดของนักเรียนตลอดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

# บรรณานุกรม





- กรมวิชาการ. (2542). *หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544*. กรุงเทพฯ: กระทรวงศึกษาธิการ.
- กฤตยาณี พวงเสื่อ. (2562). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ที่มีผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่5 (วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต). พิษณุโลก: มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- กิตติพงษ์ พิศมร. (2564). การโต้แย้งอย่างมีเหตุผล. สืบค้นเมื่อ 23 สิงหาคม 2565. จาก <https://www.trueplookpanya.com/learning/detail/34344>
- ชนานันท์ สิงห์มัย, และวีรยุทธ นิลสระคู. (2561). ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผ่านกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบบูรณาการตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เรื่อง ความน่าจะเป็น. ในการประชุมวิชาการคณิตศาสตร์ศึกษา ครั้งที่ 22. (น. 1 – 13) เชียงใหม่: มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- ปภัสชญา เสมอ. (2560). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่2. (วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พรรคมณ วินัยโกศล. (2561). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ที่มีต่อ ความรู้และความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน มัธยมศึกษาปีที่ 3. (วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย.
- ธชนี ไสยรส. (2562). การอภิปรายโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาขั้นเรียน และวิธีการแบบเปิด (วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต). ขอนแก่น: มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- นिरารวรรณ หมู่ธรรมไชย และ ณัชชา กมล. (2560). การส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยใช้งานทางคณิตศาสตร์: การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน. วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร. 22(2), 135-146.
- นริฎุชลา ทับพุ่ม, และวินนทร พูนไพบูลย์พิพัฒน์. (2564). การส่งเสริมทักษะการอภิปรายโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด เรื่องความคล้ายของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต). พิษณุโลก: มหาวิทยาลัยนเรศวร.

- มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. (2537). *ประมวลสาระชุดวิชา 22712 สารัตถะและวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์หน่วยที่ 8-11*. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- มนัส เมืองมัจฉา. (2551). *การพัฒนาแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามหาสารคามเขต 1 (วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต)*. มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- เมขลิน อมรรัตน์. (2563). *ประโยชน์ของคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน ตอนที่ 1 เรขาคณิต*. สืบค้นเมื่อ 23 สิงหาคม 2565. จาก <https://www.scimath.org/articlemathematics/item/11345-2020-03-06-08-33-50>
- วรนาถ อยู่สุข. (2555). *การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้ชุดกิจกรรมเสริมหลักสูตรคณิตศาสตร์และวงจรกิจกรรมเรียนรู้เชิงประสบการณ์*. สืบค้นเมื่อ 10 กรกฎาคม 2565. จาก <http://cuir.car.chula.ac.th/handle/123456789/42073>.
- วิเชียร เกตุสิงห์. (2518). *หลักการสร้างและวิเคราะห์ข้อสอบ*. กรุงเทพฯ: บรรณกิจ
- วิรมน ธรรม. (2564). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ปริมาตรและความจุของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต)*. พิษณุโลก: มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- ศศิธร ขจรจิตต์และวิเชียร อ่างรังโสถิติสกุล. (2561). *ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบแนะให้รู้คิดร่วมกับเทคนิคผังกราฟิกที่มีต่อมโนทัศน์ และความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต)*. พิษณุโลก: มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- สิรินภา กิจเกื้อกูล. (2557). *การจัดการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ ทิศทางสำหรับครูทศวรรษที่ 21*. เพชรบูรณ์: จุลติศการพิมพ์.
- สิริพร ทิพย์คง. (2545). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: พัฒนาคุณภาพทางวิชาการ.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ. (2565). *ความสำคัญของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. สืบค้นเมื่อ 23 สิงหาคม 2565. จาก <https://cbethailand.com>.

- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *การวัดประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพมหานคร. ซีเอ็ดยูเคชั่น.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพมหานคร: 3-คิว มีเดีย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2560). *คู่มือการใช้หลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2560). *รายงานผลการวิจัยโครงการ TIMSS 2015, รายงาน TIMSS 2015*. สืบค้นเมื่อ 10 กรกฎาคม 2565. จาก [https://drive.google.com/file/d/19xvsLP\\_bLN8q6wkzX9hVlvV\\_TS4hyuGa/view](https://drive.google.com/file/d/19xvsLP_bLN8q6wkzX9hVlvV_TS4hyuGa/view)
- สมเดช บุญประจักษ์. (2550). *การแก้ปัญหา (Problem Solving)*. วารสารคณิตศาสตร์, 5, 71-79
- สุธี พลมาก. (2563). *การพัฒนาแนวทางการจัดการเรียนรู้ โดยใช้บริบทเป็นฐานร่วมกับการโต้แย้ง เพื่อส่งเสริมการเรียนรู้สิ่งแวดลอม เรื่อง ทรัพยากรธรรมชาติและสิ่งแวดล้อม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 (วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต)*. พิษณุโลก: มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- หฤทัย เทพปิ่น. (2557). *การสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้เหตุผลเชิงตรรกะสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จังหวัดกำแพงเพชร*. (วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตร์ มหาบัณฑิต). ชลบุรี: มหาวิทยาลัยบูรพา.
- อัมพร ม้าคอง. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคอง. (2558). *การสอนคณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Besnard, P., & Hunter, A. (2008). *Elements of Argument*. England: Massachusetts Institute of Technology.
- Bharath, S., & Kristin, U. (2020). Argumentation in Mathematics Education. In: Lerman, S. (eds) *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer, Cham. Retrieved from [https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0\\_11](https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_11)
- Cervantes-Barraza, J.A., Moreno, A.H., & Rumsey, C. (2019). *Promoting mathematical proof from collective argumentation in primary school*. Department

of Mathematics Education, Universidad Autónoma de Guerrero, Chilpancingo, Mexico.

- Diah Nur, H., & Haninda, B. (2018). *The importance of mathematical communicationskills for students in mathematics learning*. Proceeding of international conference: 3rd shield, 2018, 125-130. Retrieved from <https://shield.unila.ac.id/2018/wp-content/uploads/2019/05/Edu.7.-Diah-Nur-Hafifah.pdf>
- Driver, R., Newton, P., & Osborne, J. (2000). *Establishing the norms of scientific argumentation in classrooms*. *Science Education*, 84(3), 287–312. doi.org/10.1002/(SICI)1098-237X(200005)84:33.0.CO;2-A
- Knudsen J., Stevens H.S., Lara-Meloy T., Hee-Joon Kim, & Shechtman N. (2018). *Mathematical Argumentation in Middle School – The What, Why, and How*. California: corwin.
- Van Eemeren, F.H., Grootendorst, R., Jackson, S., & Jacobs, S. (1997). *Argumentation. In Discourse as Structure and Process*. London: Sage.
- Hanne, K. (2021, October 11). Inductive vs. Deductive Reasoning. Career Guide. Retrieved from <https://www.indeed.com/career-advice/career-development/inductive-vs-deductive-reasoning>
- Kuhn, D. (1991). *The Skills of Argument*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Malcolm, M. (n.d.). *Inductive & Deductive Reasoning in Geometry*. Tutors. Retrieved from <https://tutors.com/math-tutors/geometry-help/inductive-and-deductive-reasoning-in-geometry>
- Means, M., & Voss, J. (1996). *Who reasons well? Two studies of informed reasoning among children of different grade, ability, and knowledge levels*. *Cognition and Instruction*, 14(2), 139–178. doi:10.1207/s1532690xci1402\_1.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics (Vol. 1)*: National Council of Teachers of Mathematics.
- Pi-Jen Lin. (2018). *The Development of Students Mathematical Argumentation in a Primary Classroom*. National Tsing Hua University (NTHU).

- Reid, D. (2019). *Complex argumentation in elementary school*. National Council of Teachers of Mathematics. (2000b). Principles and Standards for School Mathematics (Vol. 1): National Council of Teachers of Mathematics.
- Rohid, N., Suryaman, & Rusmawati, R. D. (2019). *Students' Mathematical Communication Skills (MCS) in Solving Mathematics Problems: A Case in Indonesian Context*. *Anatolian Journal of Education*, 4(2), 19-30. <https://doi.org/10.29333/aje.2019.423a>
- Ruben, Brent D., & Stewart, Lea P. (1998). *Communication and Human Behavior*. 4th ed. Massachusetts: Allyn and Bacon.
- Schiffrin, D. (1985). *The Organization of Diversity in Talk*. In *Handbook of Discourse Analysis*, (V.3. pp. 35-46). London: Academic Press.
- Shechtman. (2018). *Mathematical Argumentation in Middle School – The What, Why, and How*. California: corwin.
- Sukirwan, S. (2022). *Profile of students' justifications of mathematical argumentation*. *Directory of Open Access Journals*, 9(2), 197-212.
- The Organisation for Economic Co-operation and Development. (2019). *PISA 2018 Assessment and Analytical Framework, Paris: OECD Publishing*. Retrieved October 2, 2022, Retrieved from <https://www.oecd-ilibrary.org/docserver/13c8a22c-en.pdf?expires=1664985916&id=id&accname=guest&checksum=1392F03387F03E0C16FD3FA3C092786/>
- The Organisation for Economic Co-operation and Development. (2021). *PISA 2022 Mathematics Framework (draft)*. N.P. : n.p. Retrieved October 2, 2022, Retrieved from <https://pisa2022-maths.oecd.org/>



### ภาคผนวก ก รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยการค้นคว้าอิสระ เรื่อง การส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ มีรายชื่อผู้เชี่ยวชาญดังนี้

#### 1. ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์/คณิตศาสตร์ศึกษาศาสตร์

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วินนิต พูนไพบูลย์พิพัฒน์

อาจารย์ประจำภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร จังหวัดพิษณุโลก

#### 2. ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์/คณิตศาสตร์ศึกษาศาสตร์

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิเชียร อ่างรังโสติสกุล

อาจารย์ประจำภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร จังหวัดพิษณุโลก

#### 3. ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนระดับชั้นประถมศึกษา

นายวุฒิศักดิ์ บุญคง

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนวัดไผ่ค่อม (แพร – ประชาอุปถัมภ์)

ภาคผนวก ข ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม

ตาราง 26 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็นของ				ผลการประเมิน		
	ผู้เชี่ยวชาญ				$\bar{x}$	S.D.	ระดับความเหมาะสม
	แผน ที่ 1	แผน ที่ 2	แผน ที่ 3	แผน ที่ 4			
<b>สาระสำคัญ</b>							
1. สอดคล้องกับเรื่องที่สอน	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด
2. เขียนสาระสำคัญในลักษณะ ของความคิดรวบยอดหรือแก่น ของความรู้ที่สำคัญ	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด
<b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b>							
1. จุดประสงค์การเรียนรู้มีความ สอดคล้องกับตัวชี้วัด	5.00	4.67	4.67	4.67	4.75	0.452	มากที่สุด
2. ชัดเจน นำไปสู่การจัดกิจกรรม การเรียนรู้ได้	5.00	4.67	4.67	4.67	4.75	0.452	มากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้แสดงถึง พฤติกรรมของนักเรียน ด้าน ความรู้ได้อย่างชัดเจน	4.67	4.67	4.67	4.67	4.67	0.492	มากที่สุด
4. จุดประสงค์การเรียนรู้แสดงถึง พฤติกรรมของนักเรียน ด้าน ทักษะกระบวนการได้อย่าง ชัดเจน	4.67	4.67	4.67	4.67	4.67	0.492	มากที่สุด
5. จุดประสงค์การเรียนรู้แสดงถึง พฤติกรรมของนักเรียน ด้าน คุณลักษณะอันพึงประสงค์ได้	5.00	4.67	4.67	4.67	4.75	0.452	มากที่สุด



รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็นของ ผู้เชี่ยวชาญ				ผลการประเมิน		
	แผน ที่ 1	แผน ที่ 2	แผน ที่ 3	แผน ที่ 4	$\bar{x}$	S.D.	ระดับความ เหมาะสม
	อย่างชัดเจน						
<b>กิจกรรมการเรียนรู้</b>							
1. กิจกรรมการเรียนรู้ครอบคลุม เนื้อหาความรู้เรื่อง รูปสามเหลี่ยม	5.00	4.67	4.67	4.67	4.75	0.452	มากที่สุด
2. กิจกรรมการเรียนรู้ สอดคล้อง ตามขั้นตอนการสอนโดยใช้ รูปแบบการโต้แย้งทั้ง 4 ขั้นตอน							
2.1 ขั้นตอนที่ 1 การสร้างกรณี	4.67	5.00	4.67	4.67	4.75	0.452	มากที่สุด
2.2 ขั้นตอนที่ 2 การคาดเดา	4.67	5.00	4.33	4.33	4.58	0.515	มากที่สุด
2.3 ขั้นตอนที่ 3 การแสดง	4.67	4.67	4.33	4.67	4.58	0.515	มากที่สุด
เหตุผล							
2.4 ขั้นตอนที่ 4 การสรุป	4.67	5.00	4.33	4.67	4.67	0.492	มากที่สุด
3. กิจกรรมการเรียนรู้สามารถ ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พัฒนา ความสามารถในการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์ได้	4.67	4.67	4.67	4.67	4.67	0.492	มากที่สุด
4. กิจกรรมการเรียนรู้สามารถ ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พัฒนา ความสามารถในการสื่อสาร สื่อ ความหมายทางคณิตศาสตร์ได้	4.67	4.33	4.33	4.33	4.42	0.515	มาก
5. กิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสม กับระดับชั้นของผู้เรียน	5.00	4.67	4.67	4.67	4.75	0.452	มากที่สุด
6. กิจกรรมการเรียนรู้มีความ น่าสนใจ	4.67	4.33	4.33	4.33	4.42	0.515	มาก
7. กิจกรรมการเรียนรู้มีความ เป็นไปได้ในการนำไปใช้สอนจริง	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด



### ตัวอย่างแบบประเมินแผนการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

โดยการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม  
(สำหรับผู้เชี่ยวชาญ)

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ค16101	ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6
ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565	ปฏิบัติการที่...1...
หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 รูปสามเหลี่ยม	เวลา ...12... ชั่วโมง
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 หลังคาศาลานั่งเล่น	เวลา ...3... ชั่วโมง

#### คำชี้แจง

แบบประเมินแผนการจัดการเรียนรู้โดยการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ฉบับนี้ ใช้สำหรับผู้เชี่ยวชาญประเมินเพื่อพิจารณาความเหมาะสมตามองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใส่เครื่องหมาย ✓ ลงในช่อง “ระดับความเหมาะสม” ที่ตรงกับความคิดเห็นของท่าน ซึ่งระดับความคิดเห็นมี 5 ระดับ ดังต่อไปนี้

- 5 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมมากที่สุด
- 4 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมมาก
- 3 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมปานกลาง
- 2 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมน้อย
- 1 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมน้อยที่สุด

รายการประเมิน	ระดับความเหมาะสม					ข้อเสนอแนะ
	5	4	3	2	1	
<b>สาระสำคัญ</b>						
1. สอดคล้องกับเรื่องที่สอน						
2. เขียนสาระสำคัญในลักษณะของความคิดรวบยอดหรือแก่นของความรู้ที่สำคัญ						
<b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b>						
1. จุดประสงค์การเรียนรู้มีความสอดคล้องกับตัวชี้วัด						
2. ชัดเจน นำไปสู่การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้						
3. จุดประสงค์การเรียนรู้แสดงถึงพฤติกรรมของนักเรียน ด้านความรู้ได้อย่างชัดเจน						
4. จุดประสงค์การเรียนรู้แสดงถึงพฤติกรรมของนักเรียน ด้านทักษะกระบวนการได้อย่างชัดเจน						
5. จุดประสงค์การเรียนรู้แสดงถึงพฤติกรรมของนักเรียน ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ได้อย่างชัดเจน						
<b>กิจกรรมการเรียนรู้</b>						
1. กิจกรรมการเรียนรู้ครอบคลุมเนื้อหาความรู้เรื่อง รูปสามเหลี่ยม						
2. กิจกรรมการเรียนรู้ สอดคล้องตามขั้นตอนการสอนโดยใช้รูปแบบการโต้แย้งทั้ง 4 ขั้นตอน						
2.1 ขั้นตอนที่ 1 การสร้างกรณี						
2.2 ขั้นตอนที่ 2 การคาดเดา						
2.3 ขั้นตอนที่ 1 การแสดงเหตุผล						
2.4 ขั้นตอนที่ 1 การสรุป						
3. กิจกรรมการเรียนรู้สามารถส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พัฒนาความสามารถในการให้						

รายการประเมิน	ระดับความเหมาะสม					ข้อเสนอแนะ
	5	4	3	2	1	
เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้						
4. กิจกรรมการเรียนรู้สามารถส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พัฒนาความสามารถในการสื่อสารสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ได้						
5. กิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมกับระดับชั้นของผู้เรียน						
6. กิจกรรมการเรียนรู้มีความน่าสนใจ						
7. กิจกรรมการเรียนรู้มีความเป็นไปได้ในการนำไปใช้สอนจริง						
<b>สื่อ</b>						
1. สอดคล้องกับกิจกรรมการเรียนรู้						
2. สื่อการจัดการเรียนรู้สามารถช่วยส่งเสริมให้นักเรียนบรรลุตามจุดประสงค์การเรียนรู้						
<b>การวัดและประเมินผลการเรียนรู้</b>						
1. สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้						
2. วิธีการและเครื่องมือวัดผลเหมาะสมกับจุดประสงค์การเรียนรู้						
3. เกณฑ์การประเมินผลการเรียนรู้มีความชัดเจน						

ความคิดเห็นและข้อเสนอแนะอื่น ๆ

.....  
 .....  
 .....

ลงชื่อ.....ผู้เชี่ยวชาญ

(.....)

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ภาคผนวก ค ประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม

ตาราง 27 แสดงผลการประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ข้อสอบข้อ ที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC	สรุปผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1	เหมาะสม
2	+1	+1	+1	3	1	เหมาะสม
3	+1	+1	+1	3	1	เหมาะสม
4	+1	+1	+1	3	1	เหมาะสม

ค่า  $IOC \geq 0.6$  ขึ้นไป ถือว่าแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีความตรงเชิงเนื้อหาสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ที่สามารถนำไปใช้ได้

ตัวอย่างแบบประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับความสามารถในการให้เหตุผล  
และความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของแบบทดสอบ  
วัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์  
เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6  
(สำหรับผู้เชี่ยวชาญ)

---

**คำชี้แจง**

1. แบบประเมินฉบับนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อสอบถามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญเกี่ยวกับความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

2. แบบประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับความสามารถในการให้เหตุผลและ  
ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ

**ส่วนที่ 1** รายการประเมินเกี่ยวกับความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับความสามารถในการให้เหตุผลและ  
ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและ  
ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์แบ่งตามระดับค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) โดยทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่างที่ตรงกับความคิดเห็น  
ของท่าน โดยใช้เกณฑ์พิจารณาต่อไปนี้

+1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อคำถามข้อนั้นสอดคล้องกับความสามารถในการให้เหตุผลและ  
ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ต้องการวัด

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อคำถามข้อนั้นสอดคล้องกับความสามารถในการให้เหตุผลและ  
ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการวัด

-1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อคำถามข้อนั้นไม่สอดคล้องความสามารถในการให้เหตุผลและ  
ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการวัด

**ส่วนที่ 2** ความคิดเห็นและข้อเสนอแนะเพิ่มเติม หากมีข้อเสนอแนะเพิ่มเติม กรุณาเขียน  
ลงในช่องว่างที่กำหนด

## นิยามศัพท์เฉพาะ

**ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมโดยอาศัยการคิด วิเคราะห์แนวคิดสถานการณ์ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เพื่อหาข้อสรุปของปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผล โดยในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้เลือกวัดความสามารถ 2 ด้าน ตามกรอบของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ประกอบด้วย 2 ด้าน ได้แก่

1. **ด้านการหาข้อสรุปของปัญหา** เป็นความสามารถของนักเรียนในการคิดวิเคราะห์แสดงแนวคิดเกี่ยวกับการระบุความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยม เพื่อนำมาสร้างข้อสรุปของปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้

2. **ด้านการพิจารณาความสมเหตุผลของข้อสรุป** เป็นความสามารถของนักเรียนในการยืนยันข้อสรุปของปัญหาและนำความรู้ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมมาอธิบายข้อสรุปของปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้

**ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการพูด การเขียน การใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ และรูปภาพ เพื่อแสดงแนวคิดหรืออธิบายแนวความคิดของตนเองเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมให้ผู้อื่นได้รับรู้ โดยในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้เลือกวัดความสามารถ 3 ด้าน ตามกรอบของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ประกอบด้วย 3 ด้าน ดังนี้

1. **ความสามารถด้านการใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์** เป็นความสามารถของนักเรียนในการใช้การใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการเขียนหรือพูดอธิบายแสดงข้อคาดการณ์และเหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม

2. **ความสามารถด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์** เป็นความสามารถของนักเรียนในการอธิบายเหตุผลหรือแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม โดยใช้การสร้างรูปสามเหลี่ยม หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง

3. **ความสามารถด้านการนำเสนอ** เป็นความสามารถของนักเรียนในการนำเสนอแนวคิดเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม โดยการพูดหรือเขียนได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และมีลำดับขั้นตอน



<p><b>มาตรฐานการเรียนรู้ :</b> มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสมบัติของรูปเรขาคณิตความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิตและนำไปใช้</p> <p><b>ตัวชี้วัด :</b> ค 2.2 ป.6/1 จำแนกรูปสามเหลี่ยมโดยพิจารณาจากสมบัติของรูป</p>	<p><b>สถานการณ์ที่ 1 :</b> รูบิคเป็นของเล่นที่ได้รับความนิยมไปทั่วโลกจนเกิดเป็นการแข่งขันระดับประเทศและระดับโลก เนื่องจากสามารถเพิ่มสมารถให้กับผู้เล่นได้เป็นอย่างดี ทรงมาตรฐานดั้งเดิมของรูบิคคือทรงลูกบาศก์ แต่จากความนิยมในปัจจุบัน ทำให้รูบิคถูกผลิตและคิดค้นใหม่ที่มีความหลากหลายมากยิ่งขึ้นเพื่อเพิ่มรูปแบบให้แก่ผู้เล่น เช่น รูบิคทรงพีระมิตที่มีลักษณะคล้ายพีระมิตสามเหลี่ยม หรือที่รู้จักกันในชื่อของ <b>รูบิคสามเหลี่ยม (Pyraminx)</b> เป็นรูบิคที่มีรูบิคสามเหลี่ยมหลาย ๆ รูปมาประกอบกัน ดังรูป</p> <div data-bbox="826 981 1118 1294" data-label="Image"> </div> <p>เด็กชายต้นน้ำได้สังเกตรูบิคสามเหลี่ยมของตนเองและต้องการจะทราบว่ารูบิคสามเหลี่ยมของตนเองประกอบด้วยสามเหลี่ยมชนิดใดบ้าง เขาจะมีวิธีการตรวจสอบอย่างไร</p>
--	--

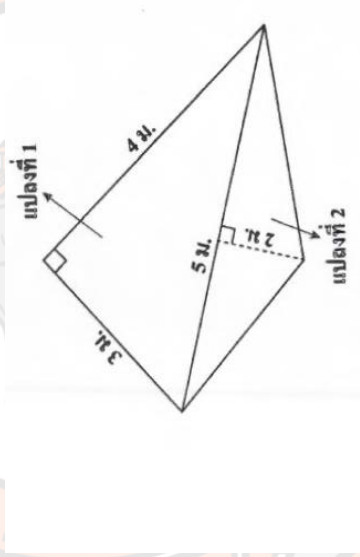
ข้อคำถาม	องค์ประกอบ รายด้านของ ความสามารถ ในการให้ เหตุผลทาง คณิตศาสตร์	คะแนน การ พิจารณา ความ สอดคล้อง		ข้อเสนอแนะ	องค์ประกอบรายด้าน ของความสามารในการ สื่อสาร สื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์	คะแนนการ พิจารณา ความ สอดคล้อง			ข้อเสนอแนะ	
		-1	0			+1	-1	0		+1
1. ต้นน้ำควรจะใช้วิธีการใดในการตรวจสอบชนิด ของรูปสามเหลี่ยม สามเหลี่ยมที่มากประกอบเป็นรูป บิตสามเหลี่ยม (แนวการตอบ: ใช้วิธีการวัดความยาวของแต่ละ ด้านของรูปสามเหลี่ยม หรือวัดขนาดของมุมแต่ ละมุมของรูปสามเหลี่ยม)	ด้านการ พิจารณา ความ สมเหตุสมผล ของข้อสรุป	-1	0	+1	ความสามารถด้านการใช้ ภาษา คำศัพท์ และ สัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ ความสามารถในการ แสดงแนวคิดทาง คณิตศาสตร์ ความสามารถด้านการ นำเสนอ ความสามารถด้านการ นำเสนอ					

ข้อคำถาม	องค์ประกอบ รายด้านของ ความสามารถ ในการให้ เหตุผลทาง คณิตศาสตร์	คะแนน การ พิจารณา ความ สอดคล้อง			ข้อเสนอแนะ	องค์ประกอบรายด้าน ของความสามารในการ สื่อสาร สื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์	คะแนนการ พิจารณา ความ สอดคล้อง			ข้อเสนอแนะ
		-1	0	+1			-1	0	+1	
2. นักเรียนจะสามารถสรุปได้ว่า สามเหลี่ยมที่ นำมาประกอบเป็นรูปสามเหลี่ยมเป็นรูป สามเหลี่ยมชนิดใด เพราะเหตุใด (แนวการตอบ: ใช้ความรู้เรื่องชนิดและสมบัติของ รูปสามเหลี่ยมในการอธิบาย เช่นรูปสามเหลี่ยม ด้านเท่า เพราะสามเหลี่ยมทุกรูปมีด้านทุกด้าน ยาวเท่ากัน มุมทุกมุมมีขนาด 60°)	ด้านการหา ข้อสรุปของ ปัญหา	-1	0	+1		ความสามารถด้านการใช้ ภาษา คำศัพท์ และ สัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์				
		-1	0	+1		ความสามารถด้านการ แสดงแนวคิดทาง คณิตศาสตร์				
		-1	0	+1		ความสามารถด้านการ นำเสนอ				

**มาตรฐานการเรียนรู้ :** มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสมบัติของรูปเรขาคณิตความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิตและนำไปใช้

**ตัวชี้วัด :** ค 2.2 ป.6/1 จำแนกรูปสามเหลี่ยมโดยพิจารณาจากสมบัติของรูป

**สถานการณ์ที่ 2 :** เมื่อถึงฤดูหนาว ช่วงเดือนธันวาคม - เดือนมกราคมของทุกปี เทศบาลนครเชียงราย จ.เชียงรายได้จัด “เทศกาลเชียงรายดอกไม้งาม” เพื่อเชิญนักท่องเที่ยวมาเที่ยวชมสวนดอกไม้เมืองหนาวนานาพันธุ์ นักออกแบบสวนดอกไม้ได้รวมกันออกแบบแปลงดอกไม้เพื่อใช้ในเทศกาล โดยหนึ่งในแปลงดอกไม้ที่นักออกแบบสวนได้ออกแบบเป็นดังรูป



นักออกแบบสวนต้องการจัดเตรียมดอกไม้ที่จะนำมาปลูกลงในแปลง เขาจึงต้องคำนวณหาพื้นที่ของแปลงดอกไม้นี้ เนื่องจากแปลงดอกไม้ทั้ง 2 แปลงเป็นรูปสามเหลี่ยมการคำนวณหาพื้นที่ของแปลงดอกไม้ จึงต้องหาคความสูงของรูปสามเหลี่ยมแต่ละแปลง

ข้อคำถาม	องค์ประกอบรายด้าน ของความสามารถใน การให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์	คะแนนการ พิจารณา ความ สอดคล้อง		ข้อเสนอแนะ	องค์ประกอบรายด้านของ ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์	คะแนนการ พิจารณาความ สอดคล้อง		ข้อเสนอแนะ
		-1	0 +1			-1	0 +1	
1. ถ้านักออกแบบสวนสรุปว่าแปลงที่ 1 มีความสูงของรูปสามเหลี่ยมเป็น 4 เมตร นักเรียนคิดว่าข้อสรุปนี้เป็นจริงหรือไม่ เพราะเหตุใด (แนวคำตอบ: เป็นจริง เพราะเมื่อ กำหนดด้านของรูปสามเหลี่ยมแปลงที่ 1 ที่มีความยาว 3 เมตร เป็นฐาน จะได้ว่า ด้านที่มีความยาว 4 เมตร เป็นด้านที่ตั้งฉากกับฐาน ดังนั้น ด้านที่มีความยาว 4 เมตร จึงเป็นความสูงของรูปสามเหลี่ยมแปลงที่ 1 )	ด้านการพิจารณา ความสมเหตุสมผล ของข้อสรุป				ความสามารถด้านการใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์			
	ด้านการหาข้อสรุป ของปัญหา				ความสามารถด้านการแสดง แนวคิดทางคณิตศาสตร์			
					ความสามารถด้านการนำเสนอ			

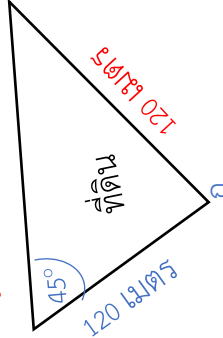
<p><b>มาตรฐานการเรียนรู้ :</b> มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสมบัติของรูปเรขาคณิตความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิตและนำไปใช้</p> <p><b>ตัวชี้วัด :</b> ค 2.2 ป.6/2 สร้างรูปสามเหลี่ยมเมื่อกำหนดความยาวของด้านและขนาดของมุม</p>	<p><b>สถานการณ์ที่ 3 :</b> พีระมิด (Pyramid) สิ่งก่อสร้างขนาดใหญ่ในอียิปต์ที่ถูกจัดให้เป็นหนึ่งในเจ็ดสิ่งมหัศจรรย์ของโลกยุคโบราณ ซึ่งสร้างขึ้นเพื่อเป็นสุสานของฟาโรห์ โดยแต่ละด้านจะมีลักษณะเป็นสามเหลี่ยมประกอบที่มีจุดยอดรวมอยู่ที่เดียวกัน</p>  <p>เจมส์ต้องการจะสร้างโมเดลพีระมิดจากกระดาษแข็งโดยแต่ละด้านเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าจำนวน 4 รูป เขาจึงได้วาดรูปสามเหลี่ยมลงบนกระดาษแข็งเพื่อตัดเป็นแบบในการประกอบพีระมิดโดยมีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้</p> <p>ขั้นตอนที่ 1 ลาก <math>\overline{AB}</math> ยาว 5 ซม</p> <p>ขั้นตอนที่ 2 ที่จุด <math>B</math> สร้างมุม <math>\angle B</math> ให้มีขนาด 50 องศา และลาก <math>\overline{BC}</math> ให้มีความยาวพอสมควร</p> <p>ขั้นตอนที่ 3 จุด <math>C</math> สร้างมุม <math>\angle C</math> ให้มีขนาด 50 องศา และลาก <math>\overline{AC}</math> ให้ตัดกับ <math>\overline{BC}</math> ที่จุด <math>D</math> จะได้ <math>\triangle ABC</math> ตามต้องการ</p>
--	--

ข้อคำถาม	องค์ประกอบราย ด้านของ ความสามารถใน การให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์	คะแนนการ พิจารณา ความ สอดคล้อง		ข้อเสนอแนะ	องค์ประกอบรายด้าน ของความสามารถใน การสื่อสาร สื่อ ความหมายทาง คณิตศาสตร์	คะแนนการ พิจารณา ความ สอดคล้อง		ข้อเสนอแนะ	
		-1	0			+1	-1		0
<p>1. จากขั้นตอนการสร้างรูปสามเหลี่ยม <math>\Delta</math> งลดที่ เจมส์สร้างขึ้นเป็นขั้นตอนการสร้างรูปสามเหลี่ยม <b>ด้านเท่า</b>หรือไม่ เพราะเหตุใดจงอธิบาย (แนวการตอบ: ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า เพราะ จากการสร้างรูปสามเหลี่ยมของเจมส์จะได้มุมที่ เจมส์สร้างขึ้นมีขนาด 50 องศา ทั้งสองมุม มุมที่ เหลือจึงมีขนาด 80 องศา ซึ่งตรงกับสมบัติของรูป สามเหลี่ยมมุมแหลมกล่าวว่า รูปสามเหลี่ยมมุม แหลมเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมทุกมุมมีขนาดน้อย กว่า 90 องศา )</p>	<p>ด้านการพิจารณา ความสมเหตุสมผล ของข้อสรุป</p>	-1	0	+1	<p>ความสามารถด้านการ ใช้ภาษา คำศัพท์ และ สัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์</p>	-1	0	+1	
					<p>ความสามารถด้านการ แสดงแนวคิดทาง คณิตศาสตร์</p>				
					<p>ความสามารถด้านการ นำเสนอ</p>				

ข้อคำถาม	องค์ประกอบราย ด้านของ ความสามารถใน การให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์	คะแนนการ พิจารณา ความ สอดคล้อง		ข้อเสนอแนะ	องค์ประกอบรายด้าน ของความสามารถใน การสื่อสาร สื่อ ความหมายทาง คณิตศาสตร์	คะแนนการ พิจารณา ความ สอดคล้อง		ข้อเสนอแนะ
		-	+1			-1	0 +1	
2. รูปสามเหลี่ยม $\triangle$ งลต ที่เจมส์สามารถเป็นรูป สามเหลี่ยมชนิดนี้ได้กี่ (แนวการ ตอบ: รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม เพราะมีมุมทุกมุม เป็นมุมแหลม หรือรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว เพราะ งลต และ ลจต เป็นมุมที่ฐานมีขนาดเท่ากันคือ 50 องศา)	ด้านการหาข้อสรุป ของปัญหา	1			ความสามารถด้านการ ใช้ภาษา คำศัพท์ และ สัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์			
					ความสามารถด้านการ แสดงแนวคิดทาง คณิตศาสตร์			
					ความสามารถด้านการ นำเสนอ			



<p><b>มาตรฐานการเรียนรู้ :</b> มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้ตัวชี้วัด : ค 2.1 ป.6/2 แสดงวิธีหาค่าตอบของโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความยาวรอบรูปและพื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยม</p>	<p><b>สถานการณ์ที่ 4 :</b> ลูกค้ามีที่ดินเป็นรูปร่างสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ซึ่งมีมุม ก เป็นมุมยอด มีด้านหนึ่งยาว 120 เมตร และมีมุมหนึ่งมีขนาด 45 องศา ดังรูป</p>  <p>เนื่องจากที่ดินนี้เป็นรูปร่างสามเหลี่ยมไม่เหมาะสมแก่การปลูกที่อยู่อาศัย ลูกค้าจึงต้องการที่จะปลูกไม้ผลและส้มไว้ โดยลูกค้าต้องการใช้สวนหนามล้อมรั้วรอบที่ดินแปลงนี้ให้พอดีและไม่มีความหาปริมาณสวนหนามที่จะใช้ล้อมที่ดิน โดยคำนวณได้ 10,200 เมตร</p>
--	---

ข้อคำถาม	องค์ประกอบ รายด้านของ ความสามารถ ในการให้ เหตุผลทาง คณิตศาสตร์	คะแนนการ พิจารณา สอดคล้อง		ข้อเสนอแนะ	องค์ประกอบราย ด้านของ ความสามารถใน การสื่อสาร สื่อ ความหมายทาง คณิตศาสตร์	คะแนนการ พิจารณา สอดคล้อง		ข้อเสนอแนะ
		-1	+1			-1	+1	
<p>ข้อคำถาม</p> <p>1. จากข้อความข้างต้น นักเรียนคิดว่าลูกชวาคำนวณหาปริมาตรแล้วลดทอนที่ใช้ได้ถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด (แนวการตอบ: ลูกชวาคำนวณหาปริมาตรลดทอนที่ใช้ผิด เพราะการคำนวณหาปริมาตรลดทอนที่ใช้จะต้องใช้ความรู้ในการคำนวณหาความยาวรอบรูปสามเหลี่ยม และเนื่องจากที่ดินของลุงชวามีเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วจะได้ด้านที่เหลือมีขนาด 120 เมตร ดังรูป</p>  <p>จะได้ความยาวรอบที่ดินรูปสามเหลี่ยม เท่ากับ <math>120 + 170 + 120 = 390</math> เมตร)</p>	<p>ด้านการ พิจารณาความ สมเหตุสมผล ของข้อสรุป</p>	-1	+1		<p>ความสามารถด้าน การใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์</p> <p>ความสามารถด้าน การแสดงแนวคิด ทางคณิตศาสตร์</p>	-1	+1	

### ภาคผนวก จ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์
2. ใบกิจกรรม
3. แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้
4. แบบทดสอบวัดความสามารถในให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์



### แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ค16101

ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 ชื่อหน่วย รูปสามเหลี่ยม

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง มาสร้างรูปสามเหลี่ยมกันเถอะ

ผู้สอน นางสาวกัญชลิตา เจริญผล

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565

เวลา 12 ชั่วโมง

เวลา 3 ชั่วโมง

#### 1. สาระ / มาตรฐานการเรียนรู้ / ตัวชี้วัด

สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสมบัติของรูปเรขาคณิตความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิตและนำไปใช้

ตัวชี้วัด ค 2.2 ป.6/2 สร้างรูปสามเหลี่ยมเมื่อกำหนดความยาวของด้านและขนาดของมุม

#### 2. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K)

1. นักเรียนสามารถอธิบายขั้นตอนการสร้างรูปสามเหลี่ยมได้

ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (P)

1. นักเรียนสามารถแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างรูปสามเหลี่ยม เพื่อนำมาสร้างข้อสรุปในการสร้างรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดได้

2. นักเรียนสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับการสร้างรูปสามเหลี่ยม พิจารณาถึงความสมเหตุสมผลในการสร้างรูปสามเหลี่ยมได้

3. นักเรียนสามารถใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการเขียนและพูดแสดงเหตุผลได้

4. นักเรียนสามารถใช้รูปภาพ แบบจำลอง หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ประกอบการอธิบายแสดงแนวคิดได้

5. นักเรียนสามารถนำเสนอแนวคิด โดยการพูดหรือการเขียนได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน มีลำดับขั้นตอน

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)

1. นักเรียนตั้งใจและรับผิดชอบในการปฏิบัติหน้าที่การทำงาน (ความมุ่งมั่นในการทำงาน)

### 3. สารสำคัญ

การสร้างรูปสามเหลี่ยมสามารถทำได้เมื่อกำหนดความยาวด้านอย่างน้อย 1 ด้าน หรือมุมอย่างน้อย 1 มุม ซึ่งสามารถสร้างโดยใช้อุปกรณ์ ได้แก่ ดินสอ ไม้บรรทัด โพรแทรกเตอร์ และวงเวียน เป็นต้น

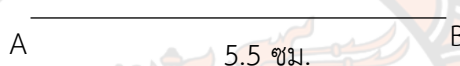
### 4. สารการเรียนรู้

การสร้างรูปสามเหลี่ยม แบ่งออกเป็น 3 วิธี โดยจำแนกจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ดังนี้

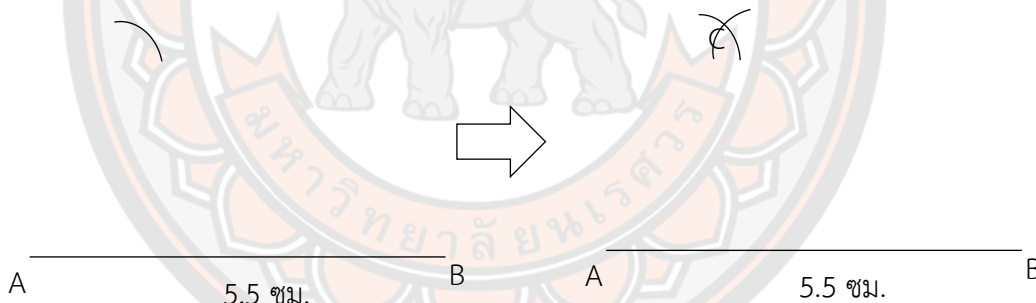
#### วิธีที่ 1 การสร้างรูปสามเหลี่ยมเมื่อกำหนดความยาวของด้าน 3 ด้าน

ตัวอย่างเช่น จงสร้าง  $\triangle ABC$  ที่มีด้าน  $AB$  ยาว 5.5 เซนติเมตร ด้าน  $BC$  ยาว 4 เซนติเมตร และด้าน  $AC$  ยาว 3 เซนติเมตร

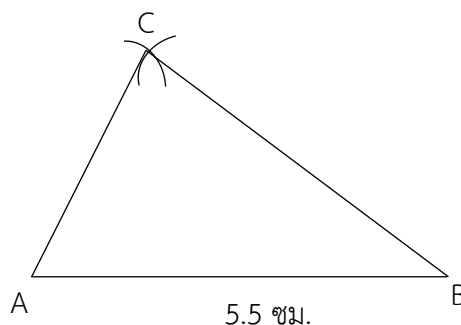
ขั้นที่ 1 เขียน  $\overline{AB}$  ยาว 5.5 เซนติเมตร



ขั้นที่ 2 กางวงเวียนรัศมี 3 เซนติเมตร แล้วใช้จุด A เป็นจุดศูนย์กลาง เขียนส่วนโค้ง และกางวงเวียนรัศมี 4 เซนติเมตร แล้วใช้จุด B เป็นจุดศูนย์กลาง เขียนส่วนโค้งให้ตัดกับส่วนโค้งแรกที่จุด C



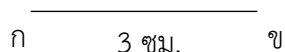
ขั้นที่ 3 เขียน  $\overline{AC}$  และ  $\overline{BC}$  จะได้  $\triangle ABC$  มีความยาวของด้าน 3 ด้านตามต้องการ



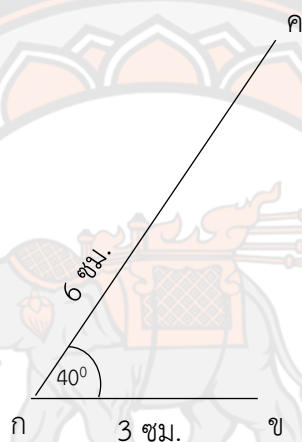
วิธีที่ 2 การสร้างรูปสามเหลี่ยมเมื่อกำหนดความยาวของด้าน 2 ด้าน และขนาดของมุม 1 มุม

ตัวอย่างเช่น จงสร้าง  $\triangle กขค$  ที่มีด้าน กข ยาว 3 เซนติเมตร ด้าน กค ยาว 6 เซนติเมตร และ  $\angle ก$  มีขนาด  $40^\circ$

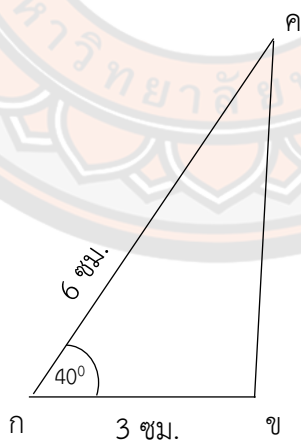
ขั้นที่ 1 เขียน  $\overline{กข}$  ยาว 3 เซนติเมตร



ขั้นที่ 2 ที่จุด ก สร้าง  $\angle ก$  ขนาด  $40^\circ$  โดยให้  $\overline{กค}$  ยาว 6 เซนติเมตร



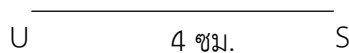
ขั้นที่ 3 เขียน  $\overline{ขค}$  จะได้  $\triangle กขค$  มีความยาวของด้าน และขนาดของมุมตามต้องการ



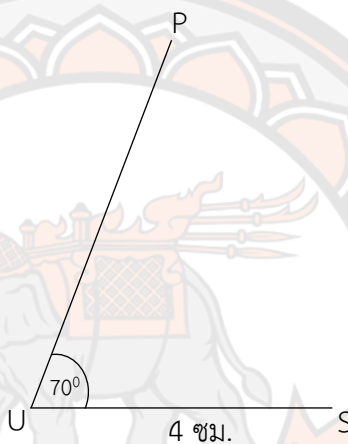
วิธีที่ 3 การสร้างรูปสามเหลี่ยมเมื่อกำหนดความยาวของด้าน 1 ด้าน และขนาดของมุม 2 มุม

ตัวอย่างเช่น จงสร้าง  $\triangle TUS$  ที่มี  $\overline{US}$  เป็นฐานยาว 4 เซนติเมตร มุมที่ฐานมีขนาด  $70^\circ$  และ  $55^\circ$

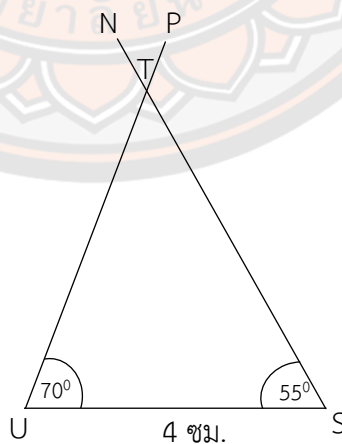
ขั้นที่ 1 เขียน  $\overline{US}$  ยาว 4 เซนติเมตร



ขั้นที่ 2 ที่จุด U สร้าง  $\angle SUP$  ขนาด  $70^\circ$  โดยให้  $\overline{UP}$  มีความยาวพอสมควร



ขั้นที่ 3 ที่จุด S สร้าง  $\angle USN$  ขนาด  $55^\circ$  โดยให้  $\overline{SN}$  ตัดกับ  $\overline{UP}$  ที่จุด T จะได้  $\triangle TUS$  มีความยาวของด้าน และขนาดของมุมตามต้องการ



## 5. กิจกรรมการเรียนรู้

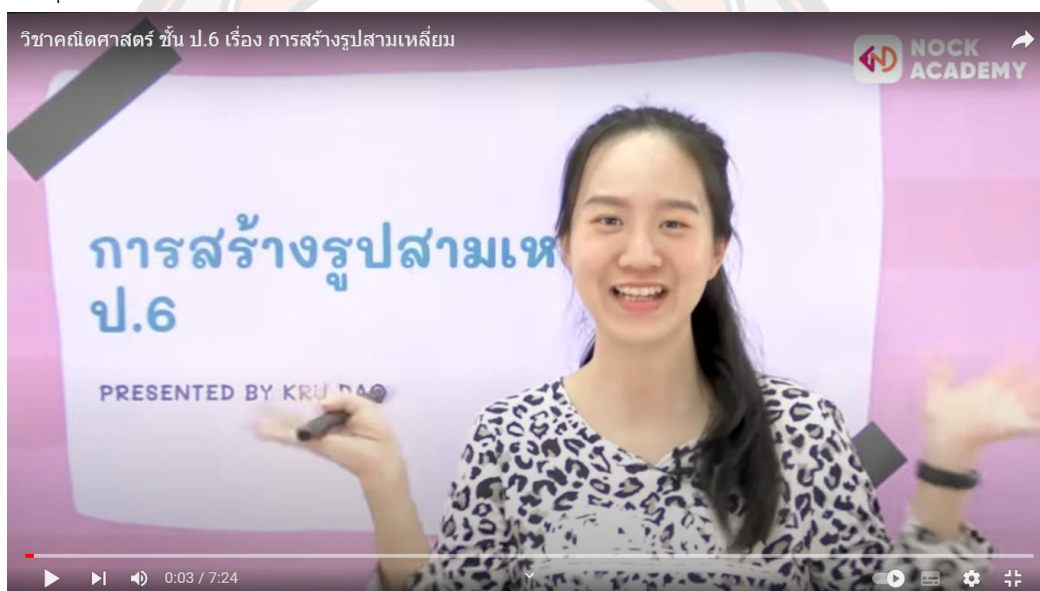
### ชั่วโมงที่ 1

#### ขั้นที่ 1 การสร้างกรณี (Generating Cases) (60 นาที)

1.1 ครูชี้แจงวัตถุประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนได้ทราบ

1.2 นักเรียนนั่งเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน จากนั้นทำกิจกรรม “ถาม - ตอบ รูปสามเหลี่ยม” โดยให้แต่ละกลุ่มแข่งกันตอบคำถามเกี่ยวกับชนิดและสมบัติของรูปสามเหลี่ยม และส่วนประกอบของรูปสามเหลี่ยม เพื่อทบทวนความรู้ที่ได้เรียนในชั่วโมงที่ผ่านมา

1.3 นักเรียนดูวิดีโอการสร้างรูปสามเหลี่ยม วิธีการสร้างรูปสามเหลี่ยมเมื่อกำหนดความยาวของด้านทั้ง 3 ด้าน หรือความยาวของด้าน 2 ด้าน มุม 1 มุม หรือความยาวของด้าน 1 ด้าน และมุม 1 มุม



ที่มา: <https://www.youtube.com/watch?v=xGey63fXWxU>

1.4 นักเรียนและครูอภิปรายร่วมกันเกี่ยวกับการสร้างรูปสามเหลี่ยมจากวิดีโอด้วยคำถาม ดังนี้

- อุปกรณ์ที่ใช้ในการสร้างรูปสามเหลี่ยมมีอะไรบ้าง (แนวคำตอบ วงเวียน ไม้โปรแทรกเตอร์ ดินสอ และไม้บรรทัด)

- ในการสร้างรูปสามเหลี่ยม 1 รูป นักเรียนจะต้องรู้อะไรบ้าง (แนวคำตอบ มุม หรือความยาวของด้านอย่างน้อย 1 ด้าน)

1.5 นักเรียนทำใบงานการสร้างรูปสามเหลี่ยมเป็นรายบุคคล โดยให้นักเรียนเขียนขั้นตอนการสร้างรูปสามเหลี่ยมทุกขั้นตอนอย่างละเอียด



## 1.6 นักเรียนอ่านสถานการณ์ปัญหาที่ครูกำหนดให้ ดังนี้



## ธงสามเหลี่ยมของพอใจ

เทศกาลปีใหม่ของทุกปี ครอบครัวของพอใจจะพากันเฉลิมฉลองปีใหม่ที่บ้าน โดยหนึ่งสัปดาห์ก่อนวันหยุดบ้านของพอใจจะเริ่มตกแต่งบ้านด้วยแสงไฟ สายรุ้ง ดอกไม้ และธงสีรูปสามเหลี่ยม ดังรูป



พอใจได้รับมอบหมายให้ทำธงสามเหลี่ยมเพื่อประดับตกแต่งภายในงาน โดยพอใจต้องการให้ธงของเธอเป็นรูปสามเหลี่ยมที่ด้านทั้งสองมีขนาดเท่ากันและมีมุมหนึ่งมีขนาด 90 องศา

พอใจจึงลงมือสร้างรูปสามเหลี่ยม โดยมีขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 เขียน  $\overline{AB}$  ยาว 5 เซนติเมตร

ขั้นที่ 2 กางวงเวียนรัศมี 3 เซนติเมตร แล้วใช้จุด A เป็นจุดศูนย์กลาง เขียนส่วนโค้ง และกางวงเวียนรัศมี 3 เซนติเมตร แล้วใช้จุด B เป็นศูนย์กลาง เขียนส่วนโค้งให้ตัดกับส่วนโค้งแรกที่จุด C

ขั้นที่ 3 เขียน  $\overline{AC}$  และ  $\overline{BC}$  จะได้ สามเหลี่ยม ABC ที่มีมุมหนึ่งมีขนาด 90 องศา และมีด้าน  $\overline{AC}$  และ  $\overline{BC}$  ยาวเท่ากัน ตามที่ต้องการ

**คำถาม** ขั้นตอนที่พอใจสร้างรูปสามเหลี่ยมนั้นได้รูปสามเหลี่ยมที่ต้องการหรือไม่ เพราะเหตุใด และพอใจจะมีขั้นตอนการสร้างรูปสามเหลี่ยมที่ต้องการได้ แตกต่างจากขั้นตอนของนี้ได้ อย่างไรบ้าง เพราะเหตุใด

### 1.7 ครูใช้คำถามกระตุ้นความคิดนักเรียน ดังนี้

- นักเรียนคิดว่ารูปสามเหลี่ยมที่พอใจต้องการจะสร้างขึ้นเป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใดได้บ้าง (แนวคำตอบ สามเหลี่ยมหน้าจั่ว หรือสามเหลี่ยมมุมฉาก)

- นักเรียนคิดว่าขั้นตอนที่พอใจได้สร้างรูปสามเหลี่ยมขึ้นนั้น พอใจจะสร้างรูปสามเหลี่ยมได้ตามที่ต้องการหรือไม่ เพราะเหตุใด (แนวคำตอบ ไม่ได้ เพราะขั้นตอนที่พอใจสร้างจะได้สามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสองยาวเท่ากัน แต่มุมไม่เป็นมุมฉาก)

- นักเรียนคิดว่าพอใจจะต้องใช้ขั้นตอนการสร้างรูปสามเหลี่ยมแบบใดจึงจะได้รูปสามเหลี่ยมที่ต้องการ (แนวคำตอบ พอใจจะต้องกำหนดขนาดของมุมให้มีขนาด 90 องศา และกำหนดความยาวด้านมา 2 ด้าน หรือ พอใจจะต้องกำหนดขนาดของมุมให้มีขนาด 45 องศา และกำหนดความยาวของด้านมา 2 ด้าน)

- นักเรียนจะมีขั้นตอนการสร้างรูปสามเหลี่ยมที่แตกต่างจากขั้นตอนของพอใจได้อย่างไร

## ชั่วโมงที่ 2

### ขั้นที่ 2 การคาดเดา (Conjecturing) (60 นาที)

2.1 ครูทบทวนกิจกรรมที่นักเรียนได้ทำในชั่วโมงที่ผ่านมา และให้นักเรียนอ่านทบทวนสถานการณ์ปัญหาของสามเหลี่ยมของพอใจร่วมกันอีกครั้ง

2.2 นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับประเด็นปัญหา พร้อมทั้งเขียนแสดงการคาดเดาของกลุ่มตนเองลงในใบกิจกรรม “มาสร้างสามเหลี่ยมกันเถอะ”

2.3 ครูใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนว่า ขั้นตอนการสร้างรูปสามเหลี่ยมของพอใจสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมได้จริงหรือไม่ และยังมีวิธีสร้างรูปสามเหลี่ยมนี้ได้อีกหรือไม่ พอใจจะต้องกำหนดอะไรบ้างในการสร้างรูปสามเหลี่ยมนี้

2.4 เมื่อนักเรียนสนทนาร่วมกันภายในกลุ่มแล้ว ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนจับคู่สนทนากับเพื่อนต่างกลุ่มเพื่อแลกเปลี่ยนข้อคาดเดา โดยครูเน้นย้ำไม่ให้นักเรียนตัดสินข้อคาดเดาของเพื่อน

2.5 นักเรียนแต่ละกลุ่มสรุปข้อคาดเดาของกลุ่มตนเอง ครูให้นักเรียนแสดงการคาดเดาของตนเองโดยการสร้างรูปสามเหลี่ยมตามที่พอใจต้องการ

### ชั่วโมงที่ 3

#### ขั้นที่ 3 การแสดงเหตุผล (Justifying) (35 นาที)

- 3.1 ครูทบทวนสถานการณ์ปัญหาในชั่วโมงที่ผ่านมา
- 3.2 นักเรียนแต่ละกลุ่มทบทวนข้อาคาเดาของตนเอง จากนั้นเขียนอธิบายเหตุผลประกอบการคาดเดาลงในใบกิจกรรม “มาสร้างรูปสามเหลี่ยมกันเถอะ”
- 3.3 นักเรียนแต่ละกลุ่มเสนอข้อาคาเดาของตนเอง และครูนำไปกิจกรรมของนักเรียนมาติดบนกระดานหน้าห้อง
- 3.4 นักเรียนอภิปรายร่วมกันเกี่ยวกับข้อาคาเดาที่ได้ โดยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนแสดงเหตุผลของตนเอง เช่น นักเรียนสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านเท่ากันสองด้าน และมีมุมหนึ่งมุมเป็นมุมฉากได้หรือไม่ ธงที่พอใจต้องการเป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด ขั้นตอนที่พอใจสร้างรูปสามเหลี่ยมนั้นได้สามเหลี่ยมตามที่ต้องการหรือไม่ นักเรียนสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมที่พอใจต้องการได้อย่างไรบ้าง และนักเรียนจะต้องกำหนดอะไรบ้างในการสร้างรูปสามเหลี่ยมที่พอใจต้องการ
- 3.5 นักเรียนแต่ละกลุ่มสำรวจ ตรวจสอบข้อาคาเดาของเพื่อนถึงวิธีการสร้างรูปสามเหลี่ยมและผลัดเปลี่ยนกันวิจารณ์ข้อาคาเดาของเพื่อน โดยแต่ละกลุ่มสามารถแสดงเหตุผลเพื่อโน้มน้าวใจเพื่อกลุ่มอื่นให้คล้อยตามได้เช่นกัน

#### ขั้นที่ 4 การสรุป (Concluding) (25 นาที)

- 4.1 ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปว่า การสร้างรูปสามเหลี่ยมของพอใจนั้นเป็นขั้นตอนที่สามารถสร้างได้หรือไม่ และขั้นตอนการสร้างที่แตกต่างจากขั้นตอนของพอใจมีขั้นตอนอย่างไรบ้าง โดยให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงข้อาคาเดาการที่มีความสมเหตุสมผลมากที่สุด
- 4.2 ครูสะท้อนผลให้นักเรียนทราบถึงข้อผิดพลาดและให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไขการคาดเดา การให้เหตุผลและการนำเสนอแนวคิด
- 4.3 นักเรียนร่วมกันสรุปอีกครั้งเกี่ยวกับขั้นตอนการสร้างรูปสามเหลี่ยม

## 6. การวัดและประเมินผล

## ด้านความรู้ (K)

จุดประสงค์	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
1. นักเรียนสามารถอธิบายการสร้างรูปสามเหลี่ยมได้อย่างสมเหตุสมผล	- ตรวจ ใบงาน	1. ใบงาน “การสร้างรูปสามเหลี่ยม” 2. ใบกิจกรรม “มาสร้างสามเหลี่ยมกันเถอะ”	นักเรียนทำแบบฝึกหัดถูกต้องร้อยละ 70 ขึ้นไป ถือว่าผ่านเกณฑ์ การประเมิน

## ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (P)

จุดประสงค์	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
1. นักเรียนสามารถแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างรูปสามเหลี่ยม เพื่อนำมาสร้างข้อสรุปในการสร้างรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดได้	- ตรวจ ใบกิจกรรม - สังเกต พฤติกรรม ระหว่างกร จัดการเรียนรู้	1. ใบกิจกรรม “มาสร้างสามเหลี่ยมกันเถอะ” 2. แบบสังเกตความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์	ใช้รหัสในการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ
2. นักเรียนสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับการสร้างรูปสามเหลี่ยม พิจารณาถึงสมเหตุสมผลในการสร้างรูปสามเหลี่ยมได้	- ตรวจ ใบกิจกรรม - สังเกต พฤติกรรม ระหว่างกร จัดการเรียนรู้	1. ใบกิจกรรม “มาสร้างสามเหลี่ยมกันเถอะ” 2. แบบสังเกตความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์	ใช้รหัสในการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ
3. นักเรียนสามารถใช้ภาษาคำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการเขียนและ	- ตรวจ ใบกิจกรรม - สังเกต	1. ใบกิจกรรม “มาสร้างสามเหลี่ยมกันเถอะ”	ใช้รหัสในการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

จุดประสงค์	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
พูดแสดงเหตุผลได้	พฤติกรรม ระหว่างการศึกษา จัดการเรียนรู้	2. แบบสังเกต ความสามารถในการ สื่อสาร สื่อ ความหมายทาง คณิตศาสตร์	
4. นักเรียนสามารถใช้รูปภาพ แบบจำลอง หรือสัญลักษณ์ ทางคณิตศาสตร์ ประกอบการ อธิบายแสดงแนวคิดได้	- ตรวจ ใบกิจกรรม - สังเกต พฤติกรรม	1. ใบกิจกรรม “มา สร้างสามเหลี่ยมกัน เถอะ” 2. แบบสังเกต ความสามารถในการ สื่อสาร สื่อ ความหมายทาง คณิตศาสตร์	ใช้รหัสในการ วิเคราะห์ข้อมูลเชิง คุณภาพ
5. นักเรียนสามารถนำเสนอ แนวคิด โดยการพูดหรือการ เขียนได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน มีลำดับขั้นตอน	- ตรวจ ใบกิจกรรม - สังเกต พฤติกรรม	1. ใบกิจกรรม “มา สร้างสามเหลี่ยมกัน เถอะ” 2. แบบสังเกต ความสามารถในการ สื่อสาร สื่อ ความหมายทาง คณิตศาสตร์	ใช้รหัสในการ วิเคราะห์ข้อมูลเชิง คุณภาพ

#### ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)

จุดประสงค์	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
1. นักเรียนตั้งใจและ รับผิดชอบในการปฏิบัติ หน้าที่การงาน (ข้อที่ 6 ความมุ่งมั่นในการ ทำงาน ตัวชี้วัดที่ 6.1)	สังเกต พฤติกรรมความ มุ่งมั่นในการ เรียน	แบบสังเกตพฤติกรรม ความมุ่งมั่นในการเรียน	ดีเยี่ยม (4) ดี (3) พอใช้ (2) ปรับปรุง (1)

## 7. สื่อและแหล่งเรียนรู้

1. วิดีโอการสร้างรูปสามเหลี่ยม
2. ใบงานการสร้างรูปสามเหลี่ยม
3. ใบกิจกรรม “มาสร้างสามเหลี่ยมกันเถอะ”



### บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่.....เรื่อง..... เวลา ..... ชั่วโมง  
 ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ .....6..... เข้าเรียนจำนวน.....คน จากทั้งสิ้นจำนวน.....16.....คน

#### 1. ผลการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

#### 2. ปัญหาที่พบจากการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

#### 3. แนวทางแก้ไขปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
 (นางสาวกัญชลิตา เจริญผล)

แบบสังเกตพฤติกรรมความมุ่งมั่นในการเรียน  
รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6  
หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 ชื่อหน่วย รูปสามเหลี่ยม  
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง มาตรฐานรูปสามเหลี่ยมกันและ

คำชี้แจง ให้ผู้ประเมินเขียนคะแนนในช่องรายการประเมิน ตามสิ่งที่สังเกตพบ

เลข ที่	ชื่อ - นามสกุล	ผลการประเมิน				สรุปผล	หมายเหตุ
		ความมุ่งมั่นในการ ทำงาน					
		4	3	2	1		
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน

(นางสาวกัญชลิตา เจริญผล)

...../...../.....



เกณฑ์การวัดและประเมินผล  
 การสังเกตพฤติกรรมความมุ่งมั่นในการเรียน  
 รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 ชื่อหน่วย รูปสามเหลี่ยม  
 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง มาสร้างรูปสามเหลี่ยมกันเถอะ

ระดับคะแนน	ระดับคุณภาพ	พฤติกรรมที่ปรากฏให้เห็น
4	ดีเยี่ยม	ตั้งใจและรับผิดชอบในการปฏิบัติหน้าที่ที่ได้รับมอบหมายให้สำเร็จ มีการปรับปรุงและพัฒนาการทำงานให้ดีขึ้นด้วยตนเอง
3	ดี	ตั้งใจและรับผิดชอบในการปฏิบัติหน้าที่ที่ได้รับมอบหมายให้สำเร็จมีการปรับปรุงและพัฒนาการทำงานให้ดีขึ้น
2	พอใช้	ตั้งใจและรับผิดชอบในการปฏิบัติหน้าที่ที่ได้รับมอบหมายให้สำเร็จ
1	ปรับปรุง	ไม่ตั้งใจปฏิบัติหน้าที่การงาน





## ใบกิจกรรม

### “มาสร้างรูปสามเหลี่ยมกันเถอะ”

สถานการณ์ปัญหา



### ธงสามเหลี่ยมของพอใจ

เทศกาลปีใหม่ของทุกปี ครอบครัวของพอใจจะพากันเฉลิมฉลองปีใหม่ที่บ้าน โดยหนึ่งสัปดาห์ก่อนวันหยุดบ้านของพอใจจะเริ่มตกแต่งบ้านด้วยแสงไฟ สายรุ้ง ดอกไม้ และธงสี่รูปสามเหลี่ยม ดังรูป



พอใจได้รับมอบหมายให้ทำธงสามเหลี่ยมเพื่อประดับตกแต่งภายในงาน โดยพอใจต้องการให้ธงของเธอเป็นรูปสามเหลี่ยมที่ด้านทั้งสองมีขนาดเท่ากันและมีมุมหนึ่งมีขนาด 90 องศา

พอใจจึงลงมือสร้างรูปสามเหลี่ยม โดยมีขั้นตอน ดังนี้

- ขั้นที่ 1 เขียน  $\overline{AB}$  ยาว 5 เซนติเมตร
- ขั้นที่ 2 กางวงเวียนรัศมี 3 เซนติเมตร แล้วใช้จุด A เป็นจุดศูนย์กลาง เขียนส่วนโค้ง และกางวงเวียนรัศมี 3 เซนติเมตร แล้วใช้จุด B เป็นศูนย์กลาง เขียนส่วนโค้งให้ตัดกับส่วนโค้งแรกที่จุด C
- ขั้นที่ 3 เขียน  $\overline{AC}$  และ  $\overline{BC}$  จะได้ สามเหลี่ยม ABC ที่มีมุมหนึ่งมีขนาด 90 องศา และมีด้าน  $\overline{AC}$  และ  $\overline{BC}$  ยาวเท่ากัน ตามที่ต้องการ

**คำถาม** ขั้นตอนที่พอใจสร้างรูปสามเหลี่ยมนั้นได้รูปสามเหลี่ยมที่ต้องการหรือไม่ เพราะเหตุใด และพอใจจะมีขั้นตอนการสร้างรูปสามเหลี่ยมที่ต้องการได้แตกต่างจากขั้นตอนของนี้ได้ อย่างไรบ้าง เพราะเหตุใด







**แบบสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้**  
**การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร**  
**สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม**  
**โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์**

สะท้อนผลครั้งที่ ..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ ..... เรื่อง .....

จำนวน ..... ชั่วโมง ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565

ครูผู้สอน นางสาวกัญชลิตา เจริญผล

ผู้สังเกต .....

เริ่มสังเกต เวลา ..... น. สิ้นสุดการสังเกต เวลา ..... น.

**คำชี้แจง**

1. แบบสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ฉบับนี้ ใช้สำหรับสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม โดยการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่

**ขั้นที่ 1 การสร้างกรณี (Generating Cases)** ครูกระตุ้นความสนใจ และทบทวนความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม โดยอธิบายเนื้อหา ตอบคำถามเพื่อทบทวนความรู้และสร้างความรู้พื้นฐานเพื่อช่วยนักเรียนในการสร้างข้อโต้แย้ง ขั้นนี้นักเรียนเก็บรวบรวมข้อมูล หาความสัมพันธ์ เพื่อสร้างกรณีที่น่าจะเป็นไปได้ กรณีที่นักเรียนสร้างขึ้นอาจเป็นนิพจน์ที่เป็นตัวเลขหรือรูปทรงเรขาคณิต จากนั้นนักเรียนสร้างกรณีต่าง ๆ ที่เป็นไปได้แล้วคัดเลือกกรณี โดยครูเป็นผู้กำหนดเนื้อหา กำหนดงาน และสถานการณ์ปัญหา หรือในบางครั้งครูอาจเป็นผู้สร้างกรณีให้นักเรียน

**ขั้นที่ 2 การคาดเดา (Conjecturing)** ครูจะใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการคาดเดาที่หลากหลาย โดยในขั้นนี้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่มร่วมกันอภิปรายและหาข้อคาดเดาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่เป็นจริงเสมอ ครูให้นักเรียนจับคู่สนทนากับเพื่อนต่างกลุ่มเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดแล้วคาดเดาเกี่ยวกับสิ่งที่คิดว่าเป็นจริงอีกครั้ง จากนั้นนักเรียนเขียนสรุปการคาดเดาของตนเอง

**ขั้นที่ 3 การแสดงเหตุผล (Justifying)** ครูจัดแสดงลำดับการคาดเดาของนักเรียนทั้งชั้นเรียน จากนั้นเลือกอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนที่ละประเด็น โดยให้นักเรียนพิสูจน์แสดง



เหตุผลและวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนแสดงถึงการคาดเดา โดยระบุสาเหตุและเหตุผลที่ทำให้การคาดเดาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นจริง ขั้นนี้นักเรียนสามารถพิสูจน์ วิจารณ์ผลงานของเพื่อนเพื่อตรวจสอบความความสมเหตุสมผลโดยการโต้แย้ง

**ขั้นที่ 4 การสรุป (Concluding)** ครูอภิปรายผลการโต้แย้ง สะท้อนผลและให้นักเรียนปรับปรุงการเขียนของนักเรียนเพื่อให้นักเรียนได้ประเมินสิ่งที่เรียนรู้ และปรับปรุงแก้ไข ขั้นนี้นักเรียนร่วมกันตัดสินใจว่าการคาดเดาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่นักเรียนได้เป็นจริงหรือเท็จ บนพื้นฐานของการให้เหตุผลจากการโต้แย้ง

2. ขอให้ผู้สะท้อนโปรดสังเกตพฤติกรรมการจัดการเรียนรู้ของครูผู้สอนภายในชั้นเรียน และบันทึกรายละเอียดของการสังเกต ข้อคิดเห็นและข้อเสนอแนะ ในแต่ละขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ เพื่อที่จะนำข้อมูลที่ได้ไปใช้ในการปรับปรุงและพัฒนาการจัดการเรียนรู้ในครั้งต่อไป

1. การจัดการเรียนรู้แต่ละขั้นตอนสอดคล้องกับนิยามของการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์หรือไม่

#### ขั้นที่ 1 การสร้างกรณี (Generating Cases)

1.1 ขั้นนี้ส่งเสริมนักเรียนเก็บรวบรวมข้อมูล หาความสัมพันธ์ เพื่อสร้างกรณีที่อาจเป็นไปได้ กรณีที่นักเรียนสร้างขึ้นอาจเป็นนิพจน์ที่เป็นตัวเลขหรือรูปทรงเรขาคณิต จากนั้นนักเรียนสร้างกรณีต่าง ๆ ที่เป็นไปได้แล้วคัดเลือกกรณีหรือไม่ อย่างไร

ส่งเสริม                       ไม่ส่งเสริม                       ไม่แน่ใจ

.....

.....

.....

.....

.....

1.2 ชั้นนี้ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลหรือไม่ อย่างไร

ความสามารถของนักเรียนในการคิดวิเคราะห์แสดงแนวคิดเกี่ยวกับการระบุความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมเพื่อนำมาหาข้อสรุป

ความสามารถของนักเรียนในการยืนยันข้อสรุปเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม โดยอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์มาอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุป

.....

.....

.....

.....

.....

1.3 ชั้นนี้ส่งเสริมความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหรือไม่ อย่างไร

ความสามารถของนักเรียนในการใช้การใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการเขียนหรือพูดอธิบายแสดงข้อคาดการณ์และเหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม

ความสามารถของนักเรียนในการใช้รูปภาพ แบบจำลองหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ประกอบการอธิบายเหตุผล หรือแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม

ความสามารถของนักเรียนในการนำเสนอแนวคิดเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม โดยการพูดหรือเขียนได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และมีลำดับขั้นตอน

.....

.....

.....

.....

.....

## ขั้นที่ 2 การคาดเดา (Conjecturing)

2.1 ขั้นนี้ส่งเสริมให้นักเรียนได้อภิปรายร่วมกันและหาข้อคาดเดาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมหรือไม่ อย่างไร

- ส่งเสริม                       ไม่ส่งเสริม                       ไม่แน่ใจ

.....

.....

.....

.....

.....

2.2 ขั้นนี้ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลหรือไม่ อย่างไร

- ความสามารถของนักเรียนในการคิดวิเคราะห์แสดงแนวคิดเกี่ยวกับการระบุความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมเพื่อนำมาหาข้อสรุป
- ความสามารถของนักเรียนในการยืนยันข้อสรุปเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม โดยอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์มาอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุป

.....

.....

.....

.....

.....

2.3 ขั้นนี้ส่งเสริมความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหรือไม่ อย่างไร

- ความสามารถของนักเรียนในการใช้การใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการเขียนหรือพูดอธิบายแสดงข้อคาดการณ์และเหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม
- ความสามารถของนักเรียนในการใช้รูปภาพ แบบจำลองหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ประกอบการอธิบายเหตุผล หรือแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม
- ความสามารถของนักเรียนในการนำเสนอแนวคิดเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม โดยการพูดหรือเขียนได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และมีลำดับขั้นตอน

.....

.....

.....

.....

### ขั้นที่ 3 การแสดงเหตุผล (Justifying)

3.1 ขั้นนี้ส่งเสริมให้นักเรียนได้เห็นการคาดเดาของเพื่อนนักเรียนทั้งชั้นเรียน และร่วมกันอภิปรายโต้แย้งโดยการพิสูจน์แสดงเหตุผล วิเคราะห์เพื่อตรวจสอบความความสมเหตุสมผลโดยหรือไม่อย่างไร

- ส่งเสริม       ไม่ส่งเสริม       ไม่แน่ใจ

.....

.....

.....

.....

3.2 ขั้นนี้ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลหรือไม่ อย่างไร

- ความสามารถของนักเรียนในการคิดวิเคราะห์แสดงแนวคิดเกี่ยวกับการระบุความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมเพื่อนำมาหาข้อสรุป
- ความสามารถของนักเรียนในการยืนยันข้อสรุปเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม โดยอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์มาอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุป

.....

.....

.....

.....

3.3 ชั้นนี้ส่งเสริมความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหรือไม่ อย่างไร

ความสามารถของนักเรียนในการใช้การใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการเขียนหรือพูดอธิบายแสดงข้อคาดการณ์และเหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม

ความสามารถของนักเรียนในการใช้รูปภาพ แบบจำลองหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ประกอบการอธิบายเหตุผล หรือแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม

ความสามารถของนักเรียนในการนำเสนอแนวคิดเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม โดยการพูดหรือเขียนได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และมีลำดับขั้นตอน

.....

.....

.....

.....

.....

#### ชั้นที่ 4 การสรุป (Concluding)

4.1 ชั้นนี้ส่งเสริมให้นักเรียนร่วมกันตัดสินใจว่าการคาดเดาที่นักเรียนได้เป็นจริงหรือเท็จ บนพื้นฐานของการให้เหตุผลจากการโต้แย้งหรือไม่ อย่างไร

ส่งเสริม  ไม่ส่งเสริม  ไม่แน่ใจ

.....

.....

.....

.....

.....

#### 4.2 ชั้นนี้ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลหรือไม่ อย่างไร

ความสามารถของนักเรียนในการคิดวิเคราะห์แสดงแนวคิดเกี่ยวกับการระบุความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมเพื่อนำมาหาข้อสรุป

ความสามารถของนักเรียนในการยืนยันข้อสรุปเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม โดยอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์มาอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุป

.....

.....

.....

.....

#### 4.3 ชั้นนี้ส่งเสริมความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหรือไม่ อย่างไร

ความสามารถของนักเรียนในการใช้การใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการเขียนหรือพูดอธิบายแสดงข้อคาดการณ์และเหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม

ความสามารถของนักเรียนในการใช้รูปภาพ แบบจำลองหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ประกอบการอธิบายเหตุผล หรือแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม

ความสามารถของนักเรียนในการนำเสนอแนวคิดเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม โดยการพูดหรือเขียนได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และมีลำดับขั้นตอน

.....

.....

.....

.....

## 2. สรุปภาพรวมของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

### 2.1 จุดเด่นในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

### 2.2 จุดที่ควรปรับปรุงและแนวทางการปรับปรุงแก้ไข

.....

.....

.....

.....

### 2.3 ข้อเสนอแนะอื่น ๆ

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ผู้สังเกต  
(.....)

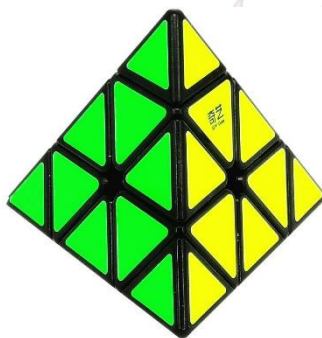
วัน ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์  
เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ชื่อ ..... ชั้น ป.6 เลขที่ .....

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนพิจารณาข้อความต่อไปนี้และเขียนอธิบายแสดงแนวคิดของตนเอง

**สถานการณ์ที่ 1** รูบิกเป็นของเล่นที่ได้รับความนิยมไปทั่วโลกจนเกิดเป็นการแข่งขันระดับประเทศและระดับโลก เนื่องจากสามารถเพิ่มสมาธิให้กับผู้เล่นได้เป็นอย่างดี ทรงมาตรฐานดั้งเดิมของรูบิกคือ ทรงลูกบาศก์ แต่จากความนิยมในปัจจุบัน ทำให้รูบิกถูกผลิตและคิดค้นให้มีความหลากหลายมากยิ่งขึ้นเพื่อเพิ่มรูปแบบให้แก่ผู้เล่น เช่น รูบิกทรงพีระมิดที่มีลักษณะคล้ายพีระมิดสามเหลี่ยม หรือที่รู้จักกันในชื่อของ **รูบิกสามเหลี่ยม (Pyraminx)** เป็นรูบิกที่มีรูปสามเหลี่ยมหลายๆ รูปมาประกอบกัน ดังรูป



เด็กชายต้นน้ำได้สังเกตรูบิกสามเหลี่ยมของตนเองและต้องการจะทราบว่ารูบิกสามเหลี่ยมของตนเองในแต่ละหน้าประกอบด้วยสามเหลี่ยมชนิดใดบ้าง เขามีวิธีการตรวจสอบอย่างไร

**คำถาม** ต้นน้ำควรจะใช้วิธีการใดในการตรวจสอบชนิดของรูบิกสามเหลี่ยม สามเหลี่ยมที่มาประกอบเป็นรูบิกสามเหลี่ยม

.....

.....

.....

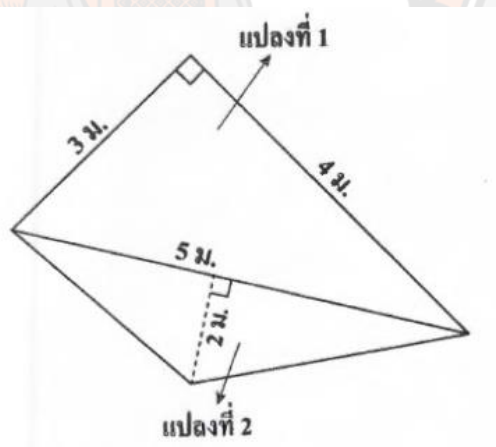
.....



**คำถาม** นักเรียนจะสามารถสรุปได้ว่า สามเหลี่ยมที่นำมาประกอบเป็นรูปบิกสามเหลี่ยมเป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด เพราะเหตุใด

เพราะ .....

**สถานการณ์ที่ 2** เมื่อถึงฤดูหนาว ช่วงเดือนธันวาคม - เดือนมกราคมของทุกปี เทศบาลนครเชียงราย จ.เชียงรายได้จัด “เทศกาลเชียงรายดอกไม้งาม” เพื่อเชิญนักท่องเที่ยวมาเที่ยวชมสวนดอกไม้เมืองหนาวนานาพันธุ์ นักออกแบบสวนมากมายได้ร่วมกันออกแบบแปลงดอกไม้เพื่อใช้ในเทศกาล โดยหนึ่งในแปลงดอกไม้ที่นักออกแบบสวนได้ออกแบบเป็นดังรูป



นักออกแบบสวนต้องการจัดเตรียมดอกไม้ที่จะนำมาปลูกลงในแปลง เขาจึงต้องคำนวณหาพื้นที่ของแปลงดอกไม้นี้ เนื่องจากแปลงดอกไม้ทั้ง 2 แปลงเป็นรูปสามเหลี่ยมการคำนวณหาพื้นที่ของแปลงดอกไม้ จึงต้องหาความสูงของรูปสามเหลี่ยมแต่ละแปลง

**คำถาม** ถ้านักออกแบบชวนสรุปว่าแปลงที่ 1 มีความสูงของรูปสามเหลี่ยมเป็น 4 เมตร นักเรียนคิดว่าข้อสรุปนี้เป็นจริงหรือไม่ เพราะเหตุใด

เป็นจริง เพราะ .....

.....

.....

เป็นเท็จ เพราะ .....

.....

.....

ไม่สามารถสรุปได้ เพราะ .....

.....

.....

**สถานการณ์ที่ 3** พีระมิด (Pyramid) สิ่งก่อสร้างขนาดใหญ่ในอียิปต์ที่ถูกจัดให้เป็นหนึ่งในเจ็ดสิ่งมหัศจรรย์ของโลกยุคโบราณ ซึ่งสร้างขึ้นเพื่อเป็นสุสานของฟาโรห์ โดยแต่ละด้านจะมีลักษณะเป็นสามเหลี่ยมประกอบที่มีจุดยอดรวมอยู่ที่เดียวกัน



เจมส์ต้องการจะสร้างโมเดลพีระมิดจากกระดาษแข็งโดยแต่ละด้านเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าจำนวน 4 รูป เขาจึงได้วาดรูปสามเหลี่ยมลงบนกระดาษแข็งเพื่อตัดเป็นแบบในการประกอบพีระมิด โดยมีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ลาก  $\overline{กข}$  ยาว 5 ซม

ขั้นตอนที่ 2 ที่จุด  $ก$  สร้างมุม  $กขย$  ให้มีขนาด 50 องศา และลาก  $\overline{กย}$  ให้มีความยาวพอสมควร

ขั้นตอนที่ 3 จุด ง สร้างมุม ลังส ให้มีขนาด 50 องศา และลาก งส ให้ตัดกับ ลย ที่จุด ต  
จะได้  $\Delta$ งต ตามต้องการ

**คำถาม** จากขั้นตอนการสร้างรูปสามเหลี่ยม  $\Delta$ งต ที่เจมส์สร้างขึ้นเป็นขั้นตอนการสร้างรูป  
สามเหลี่ยมด้านเท่าหรือไม่ เพราะเหตุใดจงอธิบาย

เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า เพราะ .....

.....  
.....

ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า เพราะ .....

.....  
.....

ไม่สามารถสรุปได้ เพราะ .....

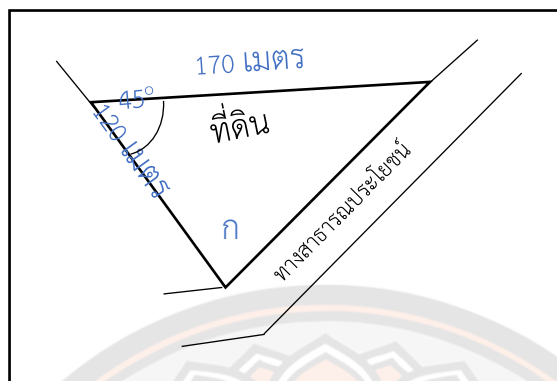
.....  
.....

**คำถาม** รูปสามเหลี่ยม  $\Delta$ งต ที่เจมส์สามารถเป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใดได้อีก เพราะเหตุใด

.....  
เพราะ .....

.....  
.....

สถานการณ์ที่ 4 ลุงขวามีที่ดินเป็นทั้งรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ซึ่งมีมุม ก เป็นมุมยอด มีด้านหนึ่งยาว 120 เมตร และมีมุมหนึ่งมีขนาด 45 องศา ดังรูป



เนื่องจากที่ดินผืนนี้เป็นรูปสามเหลี่ยมไม่เหมาะแก่การปลูกที่อยู่อาศัย ลุงขวาก็ต้องการที่จะปลูกไม้ผล และล้อมรั้วลวดหนามไว้ โดยลุงขวาคงต้องการใช้ลวดหนามล้อมรั้วรอบที่ดินแปลงนี้ให้พอดีและไม่มีลวดหนามเหลือ ลุงขวาก็ได้คำนวณหาปริมาณลวดหนามที่จะใช้ล้อมที่ดิน โดยคำนวณได้ 10,200 เมตร

**คำถาม** จากสถานการณ์ข้างต้น นักเรียนคิดว่าลุงขวาคำนวณหาปริมาณรั้วลวดหนามที่ใช้ได้ถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....