



ผลการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่มีต่อสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6



การค้นคว้าอิสระเสนอบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยนครสวรรค์  
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต  
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา  
ปีการศึกษา 2565  
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยนครสวรรค์

ผลการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่  
มีต่อสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6



วรุฒ หล้าป้อ

การค้นคว้าอิสระเสนอบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยนเรศวร  
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต  
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา  
ปีการศึกษา 2565  
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยนเรศวร

การค้นคว้าอิสระ เรื่อง "ผลการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธี  
เชิงอภิปัญญาที่มีต่อสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6"

ของ วรุฒ หล้าป้อ

ได้รับการพิจารณาให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

(ดร.อาทร นกแก้ว)

อาจารย์ที่ปรึกษาการค้นคว้าอิสระ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อังคณา อ่อนธานี)

หัวหน้าภาควิชาการศึกษา



<b>ชื่อเรื่อง</b>	ผลการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่มีต่อสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6
<b>ผู้วิจัย</b>	วรุฒ หล้าปือ
<b>ประธานที่ปรึกษา</b>	ดร.อาทร นกแก้ว
<b>ประเภทสารนิพนธ์</b>	การค้นคว้าอิสระ กศ.ม. คณิตศาสตร์ศึกษา, มหาวิทยาลัยนเรศวร, 2565
<b>คำสำคัญ</b>	5 แนวปฏิบัติการสอน, อภิปัญญา, 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญา, สมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

### บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่มีต่อสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 การศึกษาครั้งนี้ใช้รูปแบบการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนจำนวน 4 วงจร ใช้เวลาทั้งหมด 14 ชั่วโมง เครื่องมือในการวิจัยประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ ใบกิจกรรม แบบสะท้อนการจัดการเรียนรู้ การบันทึกวีดิทัศน์และแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยนำข้อมูลที่ได้มาทำการวิเคราะห์เชิงเนื้อหาและตรวจสอบข้อมูลแบบสามเส้า ผลการวิจัยพบว่า 1) แนวทางการจัดการเรียนรู้ที่ควรเน้นมี 5 แนวทาง ประกอบด้วย แนวทางการเตรียมความพร้อมก่อนและระหว่างการจัดการเรียนรู้ แนวทางส่งเสริมการใช้กลวิธีเชิงอภิปัญญาในการทำงานของนักเรียน แนวทางการใช้คำถามระหว่างการจัดการเรียนรู้ แนวทางการกระตุ้นการมีส่วนร่วม และแนวทางการเชื่อมโยงและพัฒนาแนวคิด 2) นักเรียนมีแนวโน้มการพัฒนาสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพิ่มสูงขึ้นในแต่ละวงจรปฏิบัติการ โดยหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 4 นักเรียนร้อยละ 36.84 มีระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับความรู้และเงื่อนไขอยู่ในระดับดีมาก นักเรียนร้อยละ 36.84 มีระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการแสดงแทนอยู่ในระดับดีมาก นักเรียนร้อยละ 21.05 มีระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับกระบวนการและขั้นตอนอยู่ในระดับดีมาก นักเรียนร้อยละ 36.84 มีระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับข้อสรุปอยู่ในระดับดีมาก และนักเรียนร้อยละ 21.05 มีระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดอยู่ในระดับดีมาก



<b>Title</b>	THE EFFECTS OF USING 5 PRACTICES AND METACOGNITIVE ACTIVITIES ON MATHEMATICAL REASONING COMPETENCY OF SIXTH GRADE STUDENT
<b>Author</b>	WARUT LARBUE
<b>Advisor</b>	Artorn Nokkaew, Ph.D.
<b>Academic Paper</b>	M.Ed. Independent Study in Mathematics Education, Naresuan University, 2022
<b>Keywords</b>	Five practices, Metacognitive, Five practices integrated with metacognitive, mathematical reasoning competency

### ABSTRACT

This research aimed to study instructional guidelines for promoting mathematical reasoning competency according to the 5 practices integrated with metacognitive strategies and to study the effects of learning implementation based on the 5 practices integrated with metacognitive strategies in three-dimensional geometry lesson for sixth grade students. Four cycles of action research were conducted in 14 hours. Research tools of this study included learning management plans, activity sheets, an instructional reflection form, a video recording and mathematical reasoning competency tests. Data were analyzed by content analysis, data credibility by triangulation method. The results reveals five instructional guidelines including 1) guideline for preparing before and during learning management; 2) guideline for promoting the use of metacognition in students' work; 3) guideline for using questions during learning management; 4) guideline for stimulation and participation; 5) guideline for connecting and forming mathematical ideas. The study indicates a positive trend of mathematical reasoning competency. After learning the fourth cycle, 36.84 percent of the students had a very good level of competence in reasoning about knowledge and conditions. 36.84 percent of the students had a very good level of competence in reasoning about representation. 21.05 percent of students had a very good level of competence in reasoning about processes and procedures. 36.84 percent of the students had a very good level of

competence in reasoning about conclusions. and 21.05 percent of students had a very good level of competence in reasoning about identifying and analyzing constraints.



## ประกาศคุณูปการ

การค้นคว้าอิสระฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยดีเนื่องจากได้รับความกรุณาอย่างยิ่งจาก ดร.อาทร นกแก้ว ที่ปรึกษาและคณะกรรมการทุกท่าน ที่ได้เสียสละเวลาเพื่อให้คำปรึกษา คำแนะนำ และแก้ไข ปรับปรุงงานวิจัยเล่มนี้ด้วยความเอาใจใส่อย่างยิ่ง คอยเติมเต็มพลังกาย พลังใจ และพลังสติปัญญาในการวิจัย รวมทั้งเป็นแบบอย่างที่ดีให้กับผู้วิจัยเสมอมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบคุณผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน ได้แก่ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วรินทร์ พูนไพบูลย์พิพัฒน์ ตำแหน่ง ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร คุณक्रमยุริย์ บุญเรือง ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนอนุบาลวังเหนือ จังหวัดลำปาง และคุณครูสนธยา จารุวรรณ ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนบ้านป่าแฉม จังหวัดลำปาง ที่ได้กรุณาตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการค้นคว้าอิสระ รวมทั้งเป็นผู้ร่วมสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้และสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้จนทำให้การค้นคว้าอิสระครั้งนี้สมบูรณ์ และขอขอบคุณนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6/2 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนอนุบาลวังเหนือ ที่ให้ความร่วมมือในการค้นคว้าอิสระครั้งนี้เป็นอย่างดี

ขอขอบคุณคณาจารย์ในสาขาวิชาวิทยาศาสตร์ศึกษาและคณิตศาสตร์ศึกษาทุกท่านที่คอยอบรมสั่งสอนและมอบวิชาความรู้ให้ผู้วิจัยเป็นอย่างดี

ขอขอบคุณเพื่อน พี่ น้องสาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา รหัส 63 คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร ที่คอยให้กำลังใจและช่วยเหลือกันตลอดช่วงเวลาที่ทำการค้นคว้าอิสระครั้งนี้

เหนือสิ่งอื่นใดขอกราบพระคุณ คุณแม่ และครอบครัวที่คอยเป็นกำลังใจและคอยส่งเสริมสนับสนุนในทุก ๆ ด้านเสมอมา คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากการค้นคว้าอิสระฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณของบิดา มารดา ครูบาอาจารย์ และขอมอบเป็นเครื่องบูชาแทนพระคุณของแผ่นดินสืบไป

วรุตม์ หล้าป้อ



## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ค
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
ประกาศคุุณูปการ.....	ช
สารบัญ.....	ซ
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญภาพ.....	ฎ
บทที่ 1 บทนำ.....	18
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	18
คำถามการวิจัย.....	22
จุดมุ่งหมายของการวิจัย.....	22
กรอบการวิจัย.....	23
ขอบเขตการวิจัย.....	23
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	24
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	27
เอกสารประกอบหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียน ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้น พื้นฐานพุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์.....	28
5 แนวปฏิบัติการสอน.....	31
อภิปัญญา.....	41
สมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	53

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	64
บทที่ 3 วิธีดำเนินงานวิจัย.....	68
รูปแบบการวิจัย.....	68
ผู้เข้าร่วมวิจัย.....	69
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	70
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	75
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	76
บทที่ 4 ผลการวิจัย.....	85
ตอนที่ 1 แนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับ กลวิธีเชิงอภิปัญญาที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง รูป เรขาคณิตสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6.....	85
ตอนที่ 2 ผลการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิง อภิปัญญาที่มีต่อสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6.....	128
บทที่ 5 บทสรุป.....	153
สรุปผลการวิจัย.....	153
อภิปรายผลการวิจัย.....	157
ข้อเสนอแนะ.....	163
บรรณานุกรม.....	165
ประวัติผู้วิจัย.....	223

## สารบัญตาราง

	หน้า
ตาราง 1 แบบบันทึกแนวคิดของนักเรียน (Smith and Stein, 2011).....	34
ตาราง 2 ตัวอย่างงานทางคณิตศาสตร์ในแต่ละระดับโดย Smith and Stein (1998).....	38
ตาราง 3 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนผลการทำข้อสอบอัตนัย ทักษะ/กระบวนการให้เหตุผล ของกรมวิชาการ.....	60
ตาราง 4 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	61
ตาราง 5 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	62
ตาราง 6 แสดงจุดมุ่งหมายของการวิจัยและเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	70
ตาราง 7 แสดงแผนการจัดการเรียนรู้ เนื้อหา สถานการณ์ และเวลาที่ใช้ในการจัดการ เรียนรู้.....	71
ตาราง 8 แสดงแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สถานการณ์ ประเด็นที่ ต้องการวัดและเวลาที่ใช้.....	74
ตาราง 9 แสดงรหัส และระดับคุณภาพตามความสอดคล้องพฤติกรรมสมรรถนะการให้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในแต่ละประเด็นที่ศึกษา.....	78
ตาราง 10 สรุปความสำเร็จที่เกิดขึ้น ปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงใน แต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 1.....	91
ตาราง 11 สรุปความสำเร็จที่เกิดขึ้น ปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงใน แต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 2.....	101
ตาราง 12 สรุปความสำเร็จที่เกิดขึ้น ปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงใน แต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 3.....	111
ตาราง 13 สรุปความสำเร็จที่เกิดขึ้น ปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงใน แต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 4.....	121

ตาราง 14 สรุปรูปแบบแนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับ  
 กลวิธีเชิงอภิปัญญาที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์..... 122

ตาราง 15 แสดงผลการวิเคราะห์สมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจาก  
 แบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลรายบุคคล ..... 151



## สารบัญภาพ

	หน้า
ภาพ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย .....	23
ภาพ 2 นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสำรวจบรรจุภัณฑ์ตัวอย่าง 5 ชั้นแรก .....	88
ภาพ 3 นักเรียนตัวแทนกลุ่มออกมาสำรวจบรรจุภัณฑ์ตัวอย่างชั้นที่เหลือหน้าชั้นเรียน....	88
ภาพ 4 ตัวอย่างการเขียนสะท้อนสรุปความรู้ความเข้าใจของนักเรียน .....	90
ภาพ 5 ตัวอย่างการเขียนสะท้อนผลการทำงานเกี่ยวกับกระบวนการและข้อสรุปของ นักเรียน .....	91
ภาพ 6 นักเรียนออกมาวัดขนาดของขนมและทดลองบรรจุขนมลงบรรจุภัณฑ์ที่สร้าง.....	96
ภาพ 7 ตัวอย่างบรรจุภัณฑ์ต้นแบบและชิ้นงานบรรจุภัณฑ์ของนักเรียน .....	96
ภาพ 8 การเขียนสรุปลักษณะรูปลักษณ์ของนักเรียนกลุ่มที่ 7 ก่อนการอภิปรายในชั้น เรียน.....	100
ภาพ 9 การเขียนสรุปลักษณะรูปลักษณ์ของนักเรียนกลุ่มที่ 7 หลังการอภิปรายในชั้น เรียน.....	100
ภาพ 10 ตัวอย่างการเขียนแสดงเหตุผลคำถามท้าทายของกลุ่มที่นักเรียนเห็นด้วยมากที่สุด .....	100
ภาพ 11 ตัวอย่างการเขียนวางแผนการทำงานร่วมกันของนักเรียนกลุ่มที่ 6 .....	106
ภาพ 12 การเขียนประโยคสัญลักษณ์ในการหาระดับน้ำที่เพิ่มสูงขึ้นของนักเรียนกลุ่มที่ 7 .....	110
ภาพ 13 การเขียนประโยคสัญลักษณ์ของการหาปริมาตรอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาชั้นที่ 3 ของนักเรียนกลุ่มที่ 1 ก่อนการอภิปรายในชั้นเรียน.....	111
ภาพ 14 การเขียนประโยคสัญลักษณ์ของการหาปริมาตรอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาชั้นที่ 3 ที่ ถูกปรับแก้ของนักเรียนกลุ่มที่ 1 หลังการอภิปรายในชั้นเรียน.....	111

ภาพ 15 การเขียนแสดงวิธีทำในใบกิจกรรมของนักเรียนกลุ่มที่ 5 .....	119
ภาพ 16 ตัวอย่างการเขียนเหตุผลสนับสนุนกระบวนการและขั้นตอนในแบบสะท้อนผลการทำงาน.....	120
ภาพ 17 ตัวอย่างการเขียนเหตุผลโต้แย้งกระบวนการและขั้นตอนในแบบสะท้อนผลการทำงาน.....	120
ภาพ 18 แสดงร้อยละของจำนวนนักเรียนตามระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับความรู้และเงื่อนไขหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 1 - 4 .....	129
ภาพ 19 ตัวอย่างการเขียนระบุความรู้และการเขียนอธิบายเหตุผลระดับ 2 (พอใช้) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 1.....	130
ภาพ 20 ตัวอย่างการเขียนระบุความรู้และเงื่อนไขที่ใช้ในการแก้ปัญหา และการเขียนอธิบายเหตุผลระดับ 3 (ดี) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 2 .....	131
ภาพ 21 ตัวอย่างการเขียนระบุความรู้และเงื่อนไขที่ใช้ในการแก้ปัญหา และการเขียนอธิบายเหตุผลระดับ 4 (ดีมาก) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 3.....	131
ภาพ 22 ตัวอย่างการเขียนระบุความรู้และเงื่อนไขที่ใช้ในการแก้ปัญหา และการเขียนอธิบายเหตุผลระดับ 4 (ดีมาก) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลข้อ 3 หลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 4.....	132
ภาพ 23 แสดงร้อยละของจำนวนนักเรียนตามระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการแสดงแทนหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 3 - 4.....	133
ภาพ 24 ตัวอย่างการเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้สมเหตุสมผลอยู่ระดับ 2 (พอใช้) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 3.....	134

ภาพ 25 ตัวอย่างการเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้ถูกต้องและสามารถแสดงเหตุผลได้อย่าง สมเหตุสมผลอยู่ระดับ 4 (ดีมาก) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลหลังเรียนวงจร ปฏิบัติการที่ 3.....	134
ภาพ 26 ตัวอย่างการเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้ถูกต้องและสามารถแสดงเหตุผลได้อย่าง สมเหตุสมผลอยู่ระดับ 4 (ดีมาก) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลหลังเรียนวงจร ปฏิบัติการที่ 3.....	135
ภาพ 27 ตัวอย่างการเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้ถูกต้องและสามารถแสดงเหตุผลได้ สมเหตุสมผลอยู่ระดับ 4 (ดีมาก) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลข้อ 3 หลังเรียนวงจร ปฏิบัติการที่ 4.....	135
ภาพ 28 ตัวอย่างการเขียนประโยคสัญลักษณ์ถูกต้องบางส่วน แต่สามารถให้เหตุผลได้ สมเหตุสมผลอยู่ระดับ 3 (ดี) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลข้อ 2 หลังวงจรปฏิบัติการที่ 4 .....	136
ภาพ 29 แสดงร้อยละของจำนวนนักเรียนตามระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับ กระบวนการและขั้นตอนหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 1 - 4 .....	137
ภาพ 30 ตัวอย่างการเขียนอธิบายเหตุผลโต้แย้งกระบวนการและขั้นตอนได้อย่าง สมเหตุสมผลอยู่ระดับ 4 (ดีมาก) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลหลังเรียนวงจร ปฏิบัติการที่ 2.....	138
ภาพ 31 ตัวอย่างการเขียนอธิบายเหตุผลสนับสนุนกระบวนการและขั้นตอนได้อย่าง ถูกต้องแต่ไม่ชัดเจนอยู่ระดับ 2 (พอใช้) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลหลังเรียนวงจร ปฏิบัติการที่ 3.....	138
ภาพ 32 ตัวอย่างการเขียนอธิบายเหตุผลสนับสนุนกระบวนการและขั้นตอนได้อย่าง สมเหตุสมผลอยู่ระดับ 4 (ดีมาก) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลหลังเรียนวงจร ปฏิบัติการที่ 3.....	139

ภาพ 33 ตัวอย่างการเขียนอธิบายเหตุผลสนับสนุนกระบวนการและขั้นตอนโดยใช้ความรู้ อธิบายถูกต้องบางส่วนอยู่ระดับ 3 (ดี) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลข้อ 1 หลังวงจร ปฏิบัติการที่ 4.....	139
ภาพ 34 ตัวอย่างการเขียนอธิบายเหตุผลสนับสนุนกระบวนการและขั้นตอนได้อย่าง สมเหตุสมผลอยู่ระดับ 4 (ดีมาก) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลข้อ 2 หลังเรียนวงจร ปฏิบัติการที่ 4.....	140
ภาพ 35 ตัวอย่างการเขียนอธิบายเหตุผลโต้แย้งกระบวนการและขั้นตอนได้อย่าง สมเหตุสมผลอยู่ระดับ 4 (ดีมาก) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลข้อ 3 หลังเรียนวงจร ปฏิบัติการที่ 4.....	140
ภาพ 36 แสดงร้อยละของจำนวนนักเรียนตามระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับ ข้อสรุปหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 1 - 4 .....	141
ภาพ 37 ตัวอย่างการเขียนข้อสรุปได้ถูกต้องแต่ไม่สามารถเขียนแสดงเหตุผลได้อย่าง สมเหตุสมผลอยู่ระดับ 2 (พอใช้) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลหลังเรียนวงจร ปฏิบัติการที่ 1.....	142
ภาพ 38 ตัวอย่างการเขียนข้อสรุปได้ถูกต้อง แต่สามารถอธิบายเหตุผลได้สมเหตุสมผล บางส่วนอยู่ระดับ 3 (ดี) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 2 .....	143
ภาพ 39 ตัวอย่างการเขียนข้อสรุปได้ไม่ถูกต้อง แต่สามารถอธิบายเหตุผลได้อย่าง สมเหตุสมผลอยู่ระดับ 2 (พอใช้) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลหลังเรียนวงจร ปฏิบัติการที่ 2.....	143
ภาพ 40 ตัวอย่างการเขียนข้อสรุปได้ไม่ถูกต้อง แต่สามารถอธิบายเหตุผลได้อย่าง สมเหตุสมผลอยู่ระดับ 2 (พอใช้) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลหลังเรียนวงจร ปฏิบัติการที่ 3.....	144



ภาพ 41 ตัวอย่างการเขียนข้อสรุปได้ถูกต้องและสามารถอธิบายเหตุผลได้สมเหตุสมผลอยู่ระดับ 4 (ดีมาก) ในใบแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลข้อที่ 1 หลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 4 .....	145
ภาพ 42 ตัวอย่างการเขียนข้อสรุปได้ถูกต้องและสามารถเขียนอธิบายเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผลอยู่ระดับ 4 (ดีมาก) ในใบแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลข้อที่ 2 หลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 4.....	145
ภาพ 43 ตัวอย่างการเขียนข้อสรุปได้ไม่ถูกต้อง แต่สามารถอธิบายเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผลอยู่ระดับ 2 (พอใช้) ในใบแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลข้อที่ 2 หลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 4.....	145
ภาพ 44 แสดงร้อยละของจำนวนนักเรียนตามระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 2 - 4.....	146
ภาพ 45 ตัวอย่างการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดได้ถูกต้อง และสามารถอธิบายเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผลอยู่ระดับ 4 (ดีมาก) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 2.....	147
ภาพ 46 ตัวอย่างการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดได้ถูกต้อง และสามารถอธิบายเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผลอยู่ระดับ 4 (ดีมาก) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 3.....	148
ภาพ 47 ตัวอย่างการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดได้ถูกต้อง แต่สามารถอธิบายเหตุผลได้สมเหตุสมผลบางส่วนอยู่ระดับ 3 (ดี) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลข้อที่ 1 หลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 4.....	148
ภาพ 48 ตัวอย่างการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดได้ถูกต้อง และสามารถอธิบายเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผลอยู่ระดับ 4 (ดีมาก) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลข้อที่ 2 หลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 4.....	149

ภาพ 49 ตัวอย่างการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้  
อย่างสมเหตุสมผลอยู่ระดับ 2 (พอใช้) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลข้อที่ 2 หลังเรียน  
วงจรปฏิบัติการที่ 4..... 149

ภาพ 50 ตัวอย่างการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดได้ถูกต้อง และสามารถอธิบายเหตุผลได้  
อย่างสมเหตุสมผลอยู่ระดับ 4 (ดีมาก) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลข้อที่ 3 หลังเรียน  
วงจรปฏิบัติการที่ 4..... 150



# บทที่ 1

## บทนำ

### ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การให้เหตุผลเป็นทักษะที่จำเป็นตามกรอบแนวคิดเพื่อการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 ที่มีการผสมผสานองค์ความรู้ ทักษะเฉพาะด้าน ความชำนาญการ และความรู้เท่าทันด้านต่างๆ เข้าด้วยกัน เพื่อความสำเร็จของนักเรียนทั้งด้านการทำงานและการดำเนินชีวิต (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551) การให้เหตุผลเป็นทักษะและกระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม (สสวท., 2555) การให้เหตุผลมีความสำคัญทั้งในการเป็นเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการดำรงชีวิตของมนุษย์ (Baroody, 1993)

การประเมินความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของ PISA (2022) ได้นิยามความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความสามารถของแต่ละบุคคลในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และสามารถแปลงปัญหา ใช้คณิตศาสตร์ และตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาในบริบทของโลกร่วมจริง รวมถึงการใช้แนวคิด กระบวนการ ข้อเท็จจริง และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์เพื่อบรรยาย อธิบาย และคาดการณ์ปรากฏการณ์ต่าง ๆ โดยสิ่งเหล่านี้จะช่วยให้แต่ละบุคคลทราบถึงบทบาทของคณิตศาสตร์ที่มีต่อโลกนี้และสร้างพื้นฐานที่ดีในการลงข้อสรุปและการตัดสินใจซึ่งเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับพลเมืองในศตวรรษที่ 21 ที่ต้องมีความสร้างสรรค์ มีการคิดอย่างไตร่ตรอง และมีส่วนร่วมต่อสังคมส่วนรวม (OECD, 2018) โดย PISA 2022 ได้มีการประเมินสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไปพร้อมกับกระบวนการแก้ปัญหาเพื่อให้สอดคล้องกับการเปลี่ยนแปลงในปัจจุบันและให้เกิดการเตรียมความพร้อมของนักเรียนสำหรับการเป็นพลเมืองในศตวรรษที่ 21 ที่จะต้องมีการคิดอย่างเป็นตรรกะ มีความสามารถในการอธิบายที่มาที่ไป และมีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์หรือบริบทที่มีความซับซ้อน

ถึงแม้ว่าสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญและมีการผนวกสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เข้ากับกระบวนการแก้ปัญหาในกรอบการประเมินคณิตศาสตร์ของ PISA 2022 แต่จากชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมาของผู้วิจัยพบว่า นักเรียนยังไม่สามารถให้เหตุผลในการทำงานของตนเองได้ เมื่อครูให้นักเรียนอธิบายเกี่ยวกับที่มาของคำตอบหรือที่มาของการทำงานในแต่ละขั้นตอน นักเรียนไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผล สอดคล้องกับผลการวิจัยของ วรณุช หลวงจันทร์ (2564) ที่ใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์แล้ว

พบว่านักเรียนสามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง หรือนำข้อมูลที่มีมาใช้ในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปของปัญหาได้เพิ่มขึ้นเพียงเล็กน้อยเท่านั้น

ปัญหาในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ดังกล่าวที่นักเรียนไม่ประสบความสำเร็จในการพัฒนาสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เกิดจากการจัดการเรียนรู้ของครูที่ผ่านมาใช้รูปแบบการอธิบายผ่านตัวอย่างและให้นักเรียนทำโจทย์ปัญหาในแบบฝึกหัดโดยใช้ขั้นตอนตามตัวอย่างที่ครูได้อธิบายไว้ ซึ่งนักเรียนไม่มีการแลกเปลี่ยนแนวคิดและเหตุผลในการแก้ปัญหาของตนเอง ลักษณะของการจัดการเรียนรู้ที่ไม่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้วิเคราะห์ สร้างข้อสรุปและยืนยันข้อสรุป โดยใช้หลักการหรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่สมเหตุสมผลด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนขาดโอกาสที่จะพัฒนาสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (มนตรี วงษ์สะพาน, 2560) อีกทั้งการโต้ตอบที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนเป็นเพียงการซักถามเพื่ออธิบายตัวอย่างของครูเท่านั้นทำให้นักเรียนไม่มีโอกาสได้อธิบายเหตุผลสนับสนุนหรือโต้แย้งการทำงานของผู้อื่น ลักษณะการสอนที่เป็นรูปแบบการสื่อสารทางเดียว โดยการโต้ตอบระหว่างครูกับนักเรียนเป็นเพียงการซักถามที่อยู่ในรูปของประโยคปิด ไม่ได้ปลูกฝังให้นักเรียนเป็นคนช่างสังเกต รู้จักการสำรวจ ตรวจสอบตั้งข้อคาดการณ์พร้อมทั้งให้เหตุผลเชิงพิสูจน์ต่างๆ ได้ด้วยตนเอง ซึ่งลักษณะการเรียนการสอนดังกล่าวอาจถือว่าการปิดกั้นการแสดงออกทางความคิด การให้เหตุผลของนักเรียน (กิตติ พัฒนตระกูลสุข, 2546)

แนวทางของการพัฒนาสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้นครูควรจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนฝึกการคิดวิเคราะห์และสรุปแนวคิดอย่างสมเหตุสมผล และจัดกิจกรรมที่เอื้อต่อการเรียนรู้ โดยสร้างบรรยากาศการพูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดภายในห้องเรียน ทำให้นักเรียนคิดและตรikirตรงหาเหตุผลเพื่อพิจารณาหาแนวทางในการแก้ปัญหาโดยอาศัยองค์ประกอบพื้นฐานต่าง ๆ เช่น การสังเกต ความรู้และประสบการณ์เดิม (สุดารัตน์ ภิรมย์ราช, 2555) แนวปฏิบัติในการพัฒนาสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ครูควรให้นักเรียนได้ปฏิบัติด้วยตนเองและพยายามใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงเหตุผลได้อย่างต่อเนื่อง โดยครูควรให้ความสำคัญกับทุกเหตุผลให้นักเรียนได้อธิบาย ชี้แจงเหตุผลเพื่อสะท้อนความคิดของตนเอง และที่สำคัญคือ นักเรียนได้ข้อสรุปหรือตัดสินใจความถูกต้องของสิ่งของต่าง ๆ ด้วยตนเองมากกว่าที่จะเชื่อตามที่ครูบอกหรือตามที่หนังสือเขียน (อัมพร ม้าคอง, 2554)

5 แนวปฏิบัติการสอน (Five practices) เป็นแนวทางในการออกแบบและการจัดการเรียนรู้ที่ถูกพัฒนาขึ้นโดย Smith และ Stein ซึ่งได้กล่าวว่า 5 แนวปฏิบัติการสอนเป็นแนวทางปฏิบัติสำหรับครูในการออกแบบและจัดการเรียนรู้ที่ช่วยให้ครูสามารถใช้การตอบสนองต่องานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไปสู่การอภิปรายในชั้นเรียน เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งชั้นเรียนและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สรุปความรู้ใหม่ด้วยตนเองอย่างมีประสิทธิภาพ และต่อมา Larsson (2015) ได้นำ 5 แนวปฏิบัติการสอนมาปรับให้เป็นขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ที่เน้น

การอภิปรายร่วมกับรูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบ LEADS ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้นตอนการปฏิบัติ ได้แก่ 1) การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Anticipating) 2) การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching) 3) การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring) 4) การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting and Sequencing) 5) การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ (Connecting) ซึ่งจากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนพบว่า การออกแบบงานที่กระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วม การสังเกตและคาดการณ์แนวคิดของผู้เรียนในขณะทำงาน การเลือกงานเพื่อนำไปสู่การอภิปราย การลำดับงานในการนำเสนอและการสร้างความเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดของผู้เรียนที่ต่างต่างกัน ถือเป็นเทคนิคการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้เกิดการอภิปรายในชั้นเรียนที่นำไปสู่การพัฒนาสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้อย่างแท้จริง (Smith and Stein, 2011) และจากงานวิจัยที่ผ่านมา 5 แนวปฏิบัติการสอนได้ถูกใช้พัฒนาสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งพบว่าสามารถพัฒนาสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดีขึ้น ผลการวิจัยของ ปิยะวัฒน์ ศรีสังวาลย์ (2563) ได้ใช้การจัดการเรียนรู้ตามขั้นตอนการปฏิบัติ 5 ขั้นตอนของสไตน์พบว่า ระดับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลในวงจรปฏิบัติการที่ 3 ไม่สอดคล้องกับผลการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยผลการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลจากใบกิจกรรมกลุ่มในวงจรปฏิบัติการที่ 3 นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีมากและไม่มีนักเรียนอยู่ในระดับปรับปรุง แต่ผลการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลจากแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์รายบุคคลนักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดี และยังมีนักเรียนบางส่วนอยู่ในระดับปรับปรุง ซึ่งเห็นได้ว่าการพัฒนาสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยรวมดีขึ้น แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนอยู่ในระดับปรับปรุง ซึ่งเป็นความท้าทายสำหรับผู้วิจัยในการพัฒนาแนวทางการใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนเพื่อพัฒนาสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทุกคน

กลวิธีเชิงอภิปัญญาเป็นการควบคุมความสามารถของบุคคลที่มีต่อกระบวนการคิด รู้ว่าอะไรที่เหมาะสมกับตนเองในการเรียนรู้ ตลอดจนสามารถเลือกกลวิธีในการวางแผน กำกับควบคุม และประเมินการเรียนรู้ของตนเองได้ เพื่อให้การเรียนรู้หรือการปฏิบัติงานต่าง ๆ บรรลุตามวัตถุประสงค์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2556) Garofalo และ Lester (1985) ได้ปรับคำอธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาของ Polya เพื่อรวมกิจกรรมอภิปัญญาเข้าด้วยกันอย่างเหมาะสม โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์ด้านอภิปัญญาของการปฏิบัติทางคณิตศาสตร์ โดยกลวิธีเชิงอภิปัญญาของ Garofalo และ Lester ประกอบด้วย 4 กลวิธีย่อย ได้แก่ 1) ขั้นตอนการปรับตัวในการประเมินและทำความเข้าใจปัญหา 2) ขั้นตอนการจัดระเบียบโดยการเลือกและวางแผนการแก้ปัญหา 3) ขั้นตอนการดำเนินการควบคุมพฤติกรรมเพื่อให้สอดคล้องกับแผนการแก้ปัญหา 4) ขั้นตอนการตรวจสอบ ประเมินการตัดสินใจและ

ผลลัพธ์ของแผนการแก้ปัญหา จากงานวิจัยที่ผ่านมาทฤษฎีเชิงอภิปัญญาได้ถูกใช้ร่วมกับการจัดเรียนรู้รูปแบบอื่นในการพัฒนาสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งพบว่า สามารถพัฒนาสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดีขึ้นได้ ผลการวิจัยของ วรณวิสา สุวรรณชัยรบ (2564) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมเป็นฐานร่วมกับทฤษฎีเชิงอภิปัญญาพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนเป็นการจัดกิจกรรมที่นักเรียนต้องใช้ความรู้ ความเข้าใจและทักษะทางคณิตศาสตร์ในการเขียนแสดงกระบวนการคิดของตนเองเพื่อตอบสนองต่องานทางคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับ Nabb et al. (2018) ที่กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านการใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนจะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนแสดงแนวคิดที่หลากหลาย และสามารถเชื่อมโยงไปสู่วัตถุประสงค์หลักของการเรียนการสอนผ่านการเชื่อมโยงแนวคิดและการอภิปรายในชั้นเรียน ดังนั้นครูควรจัดการเรียนการสอนที่ช่วยพัฒนาการคิดของนักเรียนควบคู่กับการใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอน แนวทางหนึ่งในการสอนเพื่อพัฒนาการคิด คือ การสอนเกี่ยวกับการคิด (Teaching about thinking) เป็นการสอนที่เน้นการใช้ทักษะการสอนการคิด โดยการช่วยเหลือให้ผู้เรียนได้รู้และเข้าใจกระบวนการคิดของตนเอง เพื่อให้เกิดทักษะการคิดที่เรียกว่า อภิปัญญา (สิโรตน์ บุญเลิศ, 2555) การสะท้อนอภิปัญญาเป็นเทคนิคที่มีประสิทธิภาพในการทำให้กระบวนการคิดชัดเจน เมื่อนำเข้ามาใช้ในการคิดแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย การสะท้อนอภินิยามมีส่วนร่วมในการสะท้อนให้เห็นถึง การพูดแบ่งปันกับผู้อื่น และการวิเคราะห์ที่ละขั้นตอน การใช้เทคนิคนี้จะช่วยให้นักเรียนตระหนักถึงขั้นตอนทางปัญญาที่ตนเองและผู้อื่นใช้ในการแก้ปัญหาเดียวกัน อีกทั้งการฝึกใช้การสะท้อนการอภินิยามในการปฏิบัติทักษะใหม่ช่วยให้นักเรียนสามารถระบุข้อผิดพลาดในความคิดของตนเองได้ รวมถึงการรับรู้เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาแบบเป็นขั้นตอนได้อย่างมีประสิทธิภาพ (Barry K. Beyer, 2008)

ผู้วิจัยเห็นว่าขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching) และขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring) นักเรียนได้พูดแลกเปลี่ยนการเรียนรู้ภายในกลุ่ม เพื่อทำความเข้าใจงานทางคณิตศาสตร์และร่วมกันใช้ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ในการพัฒนาและเขียนแสดงแนวคิดการแก้ปัญหาของกลุ่ม และขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ (Connecting) นักเรียนนำเสนอแนวคิดของตนเองและร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับแนวคิดการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นทั้งหมดในชั้นเรียน เพื่อสร้างความเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนและนำไปสู่การสรุปเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเอง ซึ่งระหว่างขั้นปฏิบัติดังกล่าวครูสามารถนำขั้นตอนของทฤษฎีเชิงอภิปัญญา 4 ทฤษฎีย่อยเข้าไปช่วยควบคุมพฤติกรรมกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนได้ โดยขั้นตอนที่ 1 การปรับตัวในการประเมินและทำความเข้าใจปัญหาของทฤษฎีเชิงอภิปัญญาถูกนำไปช่วยควบคุมพฤติกรรมกรรมการเรียนรู้ของ

นักเรียนระหว่างที่ครูดำเนินชั้นปฏิบัติการที่ 2 ขั้นตอนที่ 2 การจัดระเบียบโดยการเลือกและวางแผนการแก้ปัญหาและขั้นตอนที่ 3 การดำเนินการควบคุมพฤติกรรมเพื่อให้สอดคล้องกับแผนการแก้ปัญหาของกลวิธีเชิงอภิปัญญาถูกนำไปเป็นกลวิธีย่อยที่ช่วยควบคุมพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนระหว่างที่ครูดำเนินชั้นปฏิบัติการที่ 3 และขั้นตอนที่ 4 การตรวจสอบ ประเมินการตัดสินใจ และผลลัพธ์ของแผนการแก้ปัญหาของกลวิธีเชิงอภิปัญญาถูกนำไปเป็นกลวิธีย่อยที่ช่วยควบคุมพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนระหว่างที่ครูดำเนินชั้นปฏิบัติการที่ 5

จากแนวคิดและความเป็นมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาเพื่อส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

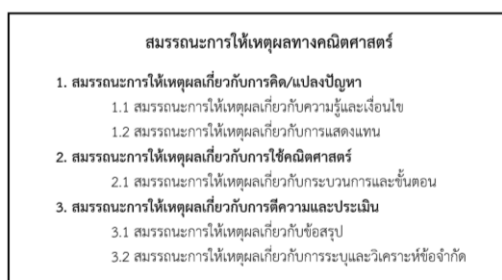
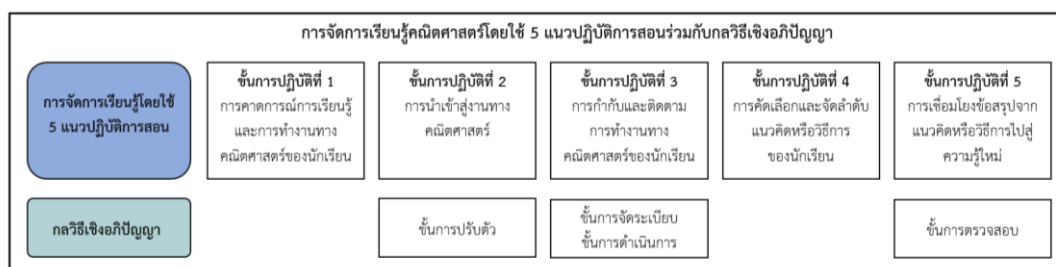
### คำถามการวิจัย

1. การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ควรมีแนวทางการจัดการเรียนรู้อย่างไร
2. การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาส่งผลต่อสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 หรือไม่ อย่างไร

### จุดมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6
2. เพื่อศึกษาผลการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่มีต่อสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

## กรอบการวิจัย



ภาพ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

## ขอบเขตการวิจัย

### ผู้เข้าร่วมวิจัย

ผู้เข้าร่วมวิจัย คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6/2 ของโรงเรียนขนาดกลางแห่งหนึ่งในจังหวัดลำปางที่เรียนรายวิชา ค16101 จำนวน 19 คน ซึ่งประกอบด้วยนักเรียนหญิงจำนวน 14 คน และนักเรียนชายจำนวน 5 คน

### เนื้อหา

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ รายวิชาคณิตศาสตร์ 16101 เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ตามตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งประกอบด้วยหัวข้อย่อยต่อไปนี้ ลักษณะและรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ ปริมาตรและความจุของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากและโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับปริมาตรและความจุของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

### ด้านระยะเวลา

การวิจัยครั้งนี้ใช้ระยะเวลาในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งหมด 14 ชั่วโมง



## นิยามศัพท์เฉพาะ

**การจัดการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอน** หมายถึง แนวทางการจัดการเรียนรู้ที่ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พูดคุยแสดงความคิดเห็น วิเคราะห์และวิจารณ์เกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของตนเอง โดยใช้งานทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนต้องใช้ความรู้ ความเข้าใจ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้นักเรียนได้มาซึ่งแนวคิดที่หลากหลายในชั้นเรียนและสามารถเชื่อมโยงแนวคิดที่หลากหลายไปสู่การสรุปเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเองอย่างมีประสิทธิภาพซึ่งมีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน ประกอบด้วย 1) การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Anticipating) 2) การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching) 3) การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring) 4) การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting and Sequencing) 5) การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ (Connecting) (Larsson, 2015)

**กลวิธีเชิงอภิปัญญา** หมายถึง การควบคุมความสามารถของตนเองขณะที่ทำกิจกรรมการเรียนรู้ รู้ถึงกระบวนการคิดของตนเอง และสามารถทำความเข้าใจปัญหา เลือกกลวิธีในการวางแผน กำกับควบคุม และประเมินการเรียนรู้ของตนเองได้ เพื่อให้การเรียนรู้หรือการปฏิบัติงานต่างๆ บรรลุตามวัตถุประสงค์ แบ่งออกเป็น 4 กลวิธีย่อย ดังนี้ (Garofalo & Lester, 1985)

1. ขั้นตอนการปรับตัว นักเรียนประเมินและทำความเข้าใจปัญหา เพื่อกำหนดเป้าหมายในการแก้ปัญหา
2. ขั้นตอนการจัดระเบียบ นักเรียนเลือกวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาและวางแผนการแก้ปัญหา เพื่อเป็นแนวทางในการปฏิบัติงานให้สำเร็จ รวมทั้งคาดเดาอุปสรรคหรือข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้น
3. ขั้นตอนการดำเนินการ นักเรียนปฏิบัติตามวิธีการหรือขั้นตอนตามที่วางแผนไว้ โดยตรวจสอบและคิดทบทวนเกี่ยวกับความถูกต้องในการปฏิบัติงานของตนเอง เพื่อให้เป็นไปตามแผนการแก้ปัญหาที่วางไว้
4. ขั้นตอนการตรวจสอบ นักเรียนประเมินการตัดสินใจของตนเองและประเมินผลลัพธ์ของแผนการแก้ปัญหาวินิจฉัยว่าผลที่ได้มีความถูกต้องและสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ตามเป้าหมายที่ตั้งไว้หรือไม่ รวมทั้งระบุวิธีแก้ไขข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

**การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญา** หมายถึง การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักการของ 5 แนวปฏิบัติการสอน โดยมีการใช้กลวิธีเชิงอภิปัญญาช่วยควบคุมความสามารถและกระบวนการคิดของนักเรียนขณะที่ครูจัดการเรียนรู้ในชั้นเรียน

ปฏิบัติที่ 2 ขั้นการปฏิบัติที่ 3 และขั้นการปฏิบัติที่ 5 ซึ่งมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 5 ขั้นตอนประกอบด้วย

ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Anticipating) ครูออกแบบหรือคัดเลือกงานทางคณิตศาสตร์ก่อนการจัดการเรียนรู้ โดยงานทางคณิตศาสตร์ที่ออกแบบหรือคัดเลือกต้องอาศัยความรู้ ความเข้าใจและทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการทำงาน ที่นำมาซึ่งคำตอบที่แตกต่างหลากหลายของนักเรียนแต่ละคน ตามความรู้และประสบการณ์เดิม โดยครูมีการคาดการณ์การตอบสนองต่องานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และคาดการณ์ถึงวิธีการในการหาคำตอบของนักเรียนจนได้คำตอบทั้งที่ถูกต้องและไม่ถูกต้อง

ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching) ครูนำเสนองานทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่น่าสนใจ กระตุ้นความรู้และประสบการณ์เดิมของนักเรียนแต่ละคน สร้างบรรยากาศการเรียนรู้ที่เปิดรับความคิดเห็นและวิธีการที่แตกต่างหลากหลาย เพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและเงื่อนไขสำคัญของปัญหา แต่ไม่ชี้แนะแนวทางในการหาคำตอบ โดยครูใช้กลวิธีเชิงอภิปรายช่วยควบคุมความสามารถและกระบวนการคิดของนักเรียน ได้แก่ ขั้นตอนการปรับตัว

ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring) นักเรียนใช้ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบของงานทางคณิตศาสตร์ โดยครูใช้กลวิธีเชิงอภิปราย 2 กลวิธีย่อยช่วยควบคุมความสามารถและกระบวนการคิดของนักเรียน ได้แก่ ขั้นตอนการจัดระเบียบและขั้นตอนการดำเนินการ โดยนักเรียนทำความเข้าใจปัญหาและเลือกวิธีการหรือขั้นตอนเพื่อวางแผนแก้ปัญหา หลังจากนั้นนักเรียนปฏิบัติตามวิธีการและขั้นตอนตามที่วางแผนไว้เพื่อหาข้อสรุปจากงานทางคณิตศาสตร์ที่กำหนด โดยระหว่างนักเรียนลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์ครูกำกับติดตามแนวคิดและวิธีการต่างๆ ที่น่าสนใจทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาดของนักเรียน รวมถึงพฤติกรรมกรรมการเรียนรู้ต่างๆ ของนักเรียนและมีการจดบันทึกไว้

ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting and Sequencing) ครูคัดเลือกแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนจากข้อมูลที่สังเกตและบันทึกได้จากขั้นการปฏิบัติที่ 3 เพื่อกำหนดเป็นประเด็นที่จะใช้ในการอภิปรายโดยเลือกให้ครอบคลุมแนวคิดของนักเรียนทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด รวมถึงแนวคิดหรือวิธีการที่หลากหลายที่สามารถนำไปสรุปเป็นความรู้ใหม่ตามวัตถุประสงค์ของบทเรียน และครูจัดลำดับการอภิปรายแนวคิดและวิธีการที่นักเรียนใช้ในการทำงานทางคณิตศาสตร์ โดยเริ่มจากแนวคิดและวิธีการที่นักเรียนส่วนใหญ่ได้ทำสามารถเข้าใจได้และนำนักเรียนให้เชื่อมโยงไปสู่วิธีการที่ถูกต้องตามแนวคิดทางคณิตศาสตร์

ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ (Connecting) นักเรียนนำเสนอและอธิบายแนวคิดหรือวิธีการของกลุ่มตามลำดับที่ครูจัดลำดับไว้ใน

ขั้นการปฏิบัติที่ 4 นักเรียนได้อภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้ แนวคิดหรือวิธีการ และนำไปสู่การสรุปเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเอง รวมทั้งครูให้นักเรียนเปรียบเทียบความเหมือนและความแตกต่างในแนวคิดของตนเองกับคนอื่นและประเมินความสมเหตุสมผลของวิธีการต่างๆ ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน โดยครูใช้กลวิธีเชิงอภิปรายได้แก่ ขั้นตอนการตรวจสอบ ซึ่งครูให้นักเรียนประเมินวิธีการที่ตนเองใช้ในการแก้ปัญหาและประเมินผลลัพธ์ของแผนการแก้ปัญหาว่าผลที่ได้มีความถูกต้องและสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ตามเป้าหมายที่ตั้งไว้หรือไม่ รวมทั้งระบุข้อผิดพลาดและนำเสนอวิธีแก้ไขข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

**สมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลและนำเสนอข้อโต้แย้งที่น่าเชื่อถือ ซึ่งสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบ่งเป็น 3 กลุ่มตามกระบวนการแก้ปัญหา PISA (2022) ได้แก่

1. สมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการคิด/แปลงปัญหา ประเด็นที่ศึกษาได้แก่ ความรู้และเจือใจ การแสดงแทน

**ความรู้และเจือใจ** นักเรียนสามารถระบุเจือใจของปัญหาและระบุความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ และสามารถให้เหตุผลอธิบายความสมเหตุสมผลการระบุความรู้ได้

**การแสดงแทน** นักเรียนสามารถนำเสนอปัญหาโดยเขียนอยู่ในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์หรือสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ และสามารถให้เหตุผลสนับสนุนการนำเสนอปัญหาที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้

2. สมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการใช้คณิตศาสตร์ ประเด็นที่ศึกษาได้แก่ กระบวนการและขั้นตอน

**กระบวนการและขั้นตอน** นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลสนับสนุนหรือสร้างข้อโต้แย้งสำหรับกระบวนการและขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ และสามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์หรือข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาประกอบการอธิบายความสมเหตุสมผลของกระบวนการและขั้นตอนได้

3. สมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับตีความและประเมิน ประเด็นที่ศึกษาได้แก่ ข้อสรุป การระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัด

**ข้อสรุป** นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปของปัญหาได้ และสามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์หรือข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหามาประกอบการอธิบายเหตุผลสนับสนุนหรือโต้แย้งข้อสรุปได้

**การระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัด** นักเรียนสามารถระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดของการแสดงแทนหรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ และสามารถให้เหตุผลสนับสนุนหรือโต้แย้งการแสดงแทนที่คนอื่นใช้ในการแก้ปัญหาได้

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยปฏิบัติการเพื่อศึกษาผลการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปรายที่มีต่อสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งนำเสนอตามลำดับหัวข้อดังนี้

1. เอกสารประกอบหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียน ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
  - 1.1 ความสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์
  - 1.2 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์
  - 1.3 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
  - 1.4 คุณภาพผู้เรียน
  - 1.5 มาตรฐาน ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง
2. การจัดการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอน
  - 2.1 ที่มาของ 5 แนวปฏิบัติการสอน
  - 2.2 ความหมายและความสำคัญของ 5 แนวปฏิบัติการสอน
  - 2.3 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอน
  - 2.4 ความท้าทายและข้อเสนอแนะในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอน
3. อภิปราย
  - 3.1 ความหมายของอภิปราย
  - 3.2 ความสำคัญของอภิปราย
  - 3.3 องค์ประกอบของอภิปราย
  - 3.4 กลวิธีเชิงอภิปราย
  - 3.5 การจัดการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปราย
4. สมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
  - 4.1 ความหมายของสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
  - 4.2 ความสำคัญของสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

- 4.3 ประเภทของสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- 4.4 การพัฒนาสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- 4.5 การประเมินสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- 5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
  - 5.1 งานวิจัยต่างประเทศ
  - 5.2 งานวิจัยในประเทศไทย

เอกสารประกอบหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียน ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

### 1. ความสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศ ให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุงพุทธศักราช 2560) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ฉบับนี้ จัดทำขึ้นโดยคำนึงถึงการส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เป็นสำคัญ นั่นคือ การเตรียมนักเรียนให้มีทักษะด้านการคิดวิเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การแก้ปัญหา การคิดสร้างสรรค์ การใช้เทคโนโลยี การสื่อสาร และการร่วมมือ ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนรู้เท่าทันการเปลี่ยนแปลงของระบบเศรษฐกิจ สังคม วัฒนธรรม และสภาพแวดล้อม สามารถแข่งขันและอยู่ร่วมกับประชาคมโลกได้ ทั้งนี้การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ประสบความสำเร็จนั้น จะต้องเตรียมนักเรียนให้มีความพร้อมที่จะเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ พร้อมทั้งจะประกอบอาชีพเมื่อจบการศึกษา หรือสามารถศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้น ดังนั้นสถานศึกษาควรจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมตามศักยภาพของนักเรียน

### 2. สาระและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์จัดเป็น 3 สาระ ได้แก่ จำนวนและพีชคณิต การวัดและเรขาคณิต สถิติและความน่าจะเป็น แคลคูลัส

**จำนวนและพีชคณิต** ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง อัตราส่วน ร้อยละ การประมาณค่า การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน การใช้จำนวนในชีวิตจริง แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซต ตรรกศาสตร์ นิพจน์ เอกนาม พหุนาม สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน เมทริกซ์ จำนวนเชิงซ้อน ลำดับและอนุกรม และการนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนและพีชคณิตไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

**การวัดและเรขาคณิต** ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิต การนิยาม แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิตในเรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อน การหมุน เรขาคณิตวิเคราะห์ เวกเตอร์ในสามมิติ และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดและเรขาคณิตไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

**สถิติและความน่าจะเป็น** การตั้งคำถามทางสถิติ การเก็บรวบรวมข้อมูล การคำนวณค่าสถิติ การนำเสนอและแปลผลสำหรับข้อมูลเชิงคุณภาพและเชิงปริมาณ หลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น การแจกแจงของตัวแปรสุ่ม การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจ

### **สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต**

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ และเมทริกซ์ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

### **สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต**

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

### **สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น**

มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติ และใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในสาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค.2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

### 3. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในที่นี้ เน้นที่ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น และต้องการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับนักเรียน ได้แก่ ความสามารถต่อไปนี้

**การแก้ปัญหา** เป็นความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา คิดวิเคราะห์ วางแผน แก้ปัญหา และเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม โดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ พร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง

**การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์** เป็นความสามารถในการใช้รูป ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย สรุปผล และนำเสนอได้อย่าง ถูกต้อง ชัดเจน

**การเชื่อมโยง** เป็นความสามารถในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการ เรียนรู้คณิตศาสตร์เนื้อหาต่างๆ หรือศาสตร์อื่นๆและนำไปใช้ในชีวิตจริง

**การให้เหตุผล** เป็นความสามารถในการให้เหตุผล รับฟังและให้เหตุผลสนับสนุน หรือโต้แย้งเพื่อนำไปสู่การสรุปโดยมีข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์รองรับ

**การคิดสร้างสรรค์** เป็นความสามารถในการขยายแนวคิดที่มีอยู่เดิม หรือสร้างแนวคิด ใหม่ เพื่อปรับปรุงพัฒนาองค์ความรู้

### 4. คุณภาพผู้เรียน จบชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

อ่าน เขียนตัวเลข ตัวหนังสือแสดงจำนวนนับ เศษส่วน ทศนิยมไม่เกิน 3 ตำแหน่ง อัตราส่วน และร้อยละ มีความรู้สึกรักเรียนงาน มีทักษะการบวก การลบ การคูณ การหาร ประมาณ ผลลัพธ์ และนำไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆ

อธิบายลักษณะและสมบัติของรูปเรขาคณิต หาความยาวรอบรูปและพื้นที่ของรูปเรขาคณิต สร้างรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม และวงกลม หาปริมาตรและความจุของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากและนำไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆ

นำเสนอข้อมูลในรูปแผนภูมิแท่ง ใช้ข้อมูลจากแผนภูมิแท่ง แผนภูมิรูปวงกลม ตารางสองทาง และกราฟเส้น ในการอธิบายเหตุการณ์ต่างๆ และตัดสินใจ

## 5. มาตรฐาน ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง

ค 2.1 ป.6/1 แสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับปริมาตรของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ค 2.2 ป.6/3 บอกลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติชนิดต่าง ๆ

ค 2.2 ป.6/4 ระบุรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบจากรูปคลี่และระบุรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจัดการเรียนรู้ในเรื่องรูปเรขาคณิตสามมิติ ซึ่งประกอบไปด้วยเนื้อหาย่อยได้แก่ ลักษณะและรูปคลี่ของปริซึม พีระมิด ทรงกระบอกและกรวย ปริมาตรและความจุของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก และโจทย์ปัญหาปริมาตรและความจุของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ตามตัวชี้วัด ค 2.1 ป.6/1 ค 2.2 ป.6/3 และ ค 2.2 ป.6/4 รวมทั้งหมด 3 ตัวชี้วัด

## 5 แนวปฏิบัติการสอน

### 1. ที่มาของ 5 แนวปฏิบัติการสอน

การปฏิรูปทางการศึกษาที่มุ่งเน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง ทำให้ครูเกิดความยากลำบากเพิ่มขึ้นในการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนได้เผชิญกับความท้าทาย เกิดการเรียนรู้ การคิดค้น การสร้างความรู้ด้วยตนเอง และนำความรู้ไปใช้ประโยชน์ได้ โดยสิ่งที่เป็นความกังวลหลักสำหรับครูคือ การปฏิบัติที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญและเน้นให้นักเรียนได้ความรู้ที่จำเป็นอย่างครบถ้วน แนวทางหนึ่งที่ครูสามารถนำไปใช้ในห้องเรียนเพื่อแก้ปัญหาดังกล่าว คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการอภิปรายในชั้นเรียน ซึ่งแนวทางดังกล่าวเอื้อให้นักเรียนได้มีโอกาสเป็นผู้สร้างความรู้ รวมถึงเชื่อมโยงความคิดทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ที่หลากหลายได้ด้วยตนเอง

5 แนวปฏิบัติการสอน (5 Practices) ถูกคิดค้นขึ้นโดย Smith และ Stein (2011) โดยเป็นแนวการปฏิบัติที่ช่วยอำนวยความสะดวกแก่ครูในการจัดการอภิปรายในชั้นเรียนเพื่อช่วยให้นักเรียนได้เป็นผู้สร้างความรู้และนำความรู้ไปใช้งานได้ด้วยตนเอง โดยมีฐานแนวคิดมาจากการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ (inquiry – based) ซึ่งเป็นวิธีการที่เน้นการพัฒนาความสามารถในการคิดและแก้ปัญหา การแสวงหาความรู้ โดยให้นักเรียนใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแสวงหาความรู้ และค้นหาความรู้ด้วยตนเอง

ต่อมา 5 แนวปฏิบัติการสอนได้รับการพัฒนาโดย Larsson (2015) เพื่อตอบสนองต่อแนวทางการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการอภิปรายในชั้นเรียน Larsson ได้นำ 5 แนวปฏิบัติการสอน (5 Practices) มาใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการอภิปรายอย่างมีประสิทธิภาพร่วมกับรูปแบบการจัดการเรียนการสอนแบบ LEDS (Launch – Explore –



Discuss – Summarize) เพื่อเอื้อให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในงานทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนได้ร่วมคิด ร่วมแสดงความคิดเห็นและเหตุผล ร่วมค้นคว้าและสรุปความรู้ด้วยตนเองจากการใช้คำถามหรือการชี้แนะจากครู ซึ่งนอกจากการใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนนี้แล้ว ยังขึ้นอยู่กับงานทางคณิตศาสตร์ที่ต้องมีเป้าหมายการเรียนรู้ที่ชัดเจนและต้องส่งเสริมให้นักเรียนใช้การตอบสนองได้อย่างหลากหลาย เพื่อตอบสนองต่อการปฏิรูปทางการศึกษาที่มุ่งเน้นนักเรียนเป็นสำคัญ

## 2. ความหมายและความสำคัญของ 5 แนวปฏิบัติการสอน

5 แนวปฏิบัติการสอนเป็นเครื่องมือหนึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพ ซึ่งนักวิชาการและนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายและความสำคัญของ 5 แนวปฏิบัติการสอน ดังนี้

Stein, Engle, Smith, and Hughes (2008) กล่าวว่า 5 แนวปฏิบัติการสอน เป็นเครื่องมือที่สำคัญในการพัฒนาการอภิปรายในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ของครูให้มีประสิทธิภาพผ่านการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่ตอบสนองต่องานทางคณิตศาสตร์ที่ทำหาย ซึ่ง 5 แนวปฏิบัติการสอนประกอบด้วย แนวปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์ (Anticipating) แนวปฏิบัติที่ 2 การกำกับติดตาม (Monitoring) แนวปฏิบัติที่ 3 การคัดเลือก (Selecting) แนวปฏิบัติที่ 4 การจัดลำดับ (Sequencing) และแนวปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยง (Connecting)

Smith and Stein (2011) กล่าวว่า 5 แนวปฏิบัติการสอนเป็นการออกแบบและจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งผลต่อการเรียนรู้ของนักเรียน โดยครูมีบทบาทสำคัญอย่างมากระหว่างการอภิปรายในชั้นเรียน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้มุ่งไปที่ผลงานของนักเรียนในการตอบสนองต่องานทางคณิตศาสตร์ โดย 5 แนวปฏิบัติการสอนเน้นให้ความสำคัญกับการออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับระดับการรู้คิด (Cognitive demand) ของนักเรียน ซึ่งในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ ครูต้องคาดการณ์แนวคิดที่เป็นไปได้ทั้งหมดของนักเรียน โดยในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ครูเดินติดตามตรวจสอบแนวคิดของนักเรียน พร้อมทั้งสำรวจการตอบสนองต่องานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเพื่อเตรียมในการตัดสินใจเกี่ยวกับแนวทางในการเลือกและการจัดลำดับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการอภิปราย จากนั้นครูทำการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนโดยใช้คำถามกระตุ้นการคิดของนักเรียน และนำไปสู่หลักการและแนวคิดในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ของบทเรียนนั้น

Reinholz (2018) กล่าวว่า 5 แนวปฏิบัติการสอน ประกอบด้วย การคาดการณ์ การติดตามตรวจสอบ การเลือก การเรียงลำดับ และการเชื่อมโยง ซึ่งมีขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 3 ขั้นตอน คือ ขั้นนำ ขั้นสำรวจ และขั้นอภิปราย โดยเริ่มจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ขั้นนำ ครูมอบหมายงานทางคณิตศาสตร์ที่ทำหายให้กับนักเรียน ต่อมาในขั้นสำรวจ ระหว่างที่นักเรียนลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์ร่วมกันเป็นกลุ่ม ครูทำหน้าที่ติดตามตรวจสอบ เลือก และเรียงลำดับแนวคิด

อย่างมีเป้าหมาย เพื่อเตรียมการอภิปรายในชั้นเรียน และในชั้นอภิปราย ครูเปิดโอกาสให้นักเรียน แสดงความคิดเห็นต่อแนวคิดที่แตกต่างกันร่วมกัน ซึ่งครูทำหน้าที่เชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ แตกต่างกันไปสู่จุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียน

จากการศึกษาความหมายและความสำคัญของ 5 แนวปฏิบัติการสอน สรุปได้ว่า 5 แนวปฏิบัติการสอนเป็นการออกแบบและจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อนำชั้นเรียนไปสู่การอภิปรายอย่างมีประสิทธิภาพ โดยเริ่มจากครูออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับระดับการรู้คิดของนักเรียน และคาดการณ์แนวคิดที่เป็นไปได้ทั้งหมดของนักเรียน จากนั้นครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยมอบหมายงานทางคณิตศาสตร์แก่นักเรียน ซึ่งในระหว่างที่นักเรียนลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์ครูทำหน้าที่ ติดตามตรวจสอบ เลือกลงและเรียงลำดับแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนอย่างมีเป้าหมาย เพื่อเตรียมการอภิปรายในชั้นเรียน จากนั้นครูทำการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียน โดยใช้คำถามกระตุ้น การคิดของนักเรียนและเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นต่อแนวคิดที่แตกต่างกัน เพื่อนำไปสู่จุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียนนั้น

### 3. ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอน

#### 3.1 ขั้นตอนของ 5 แนวปฏิบัติการสอน

5 แนวปฏิบัติการสอน (5 Practices) เป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ที่ถูก พัฒนาขึ้นโดย Smith and Stein โดยเป็นวิธีการปฏิบัติที่ช่วยอำนวยความสะดวกแก่ครูในการจัดการ อภิปรายในชั้นเรียนอย่างมีประสิทธิภาพ เพื่อให้ให้นักเรียนเกิดความคิดทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญ พัฒนา ความคิด ความรู้ความเข้าใจ และเหตุผลทางคณิตศาสตร์รวมถึงสามารถเชื่อมโยงความคิดที่ หลากหลายเหล่านั้นไปสู่เป้าหมายการเรียนรู้ได้อย่างราบรื่นด้วยตนเอง ซึ่ง Smith and Stein (2011) ได้เสนอองค์ประกอบของ 5 แนวปฏิบัติการสอน ดังนี้

ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์ (Anticipating) เป็นการปฏิบัติของครูที่จะ คาดการณ์ว่านักเรียนมีการตอบสนองต่องานทางคณิตศาสตร์อย่างไร ซึ่งงานทางคณิตศาสตร์ต้องมีความเหมาะสมกับระดับการรู้คิดของนักเรียน และเพียงพอที่จะกระตุ้นให้นักเรียนสนใจ โดยครูต้อง ลองทำงานทางคณิตศาสตร์ เพื่อคาดการณ์แนวคำตอบในการทำงานทางคณิตศาสตร์ทั้งที่ถูกต้องและ ข้อผิดพลาด พร้อมทั้งตีความและวางแผนการคัดเลือกและจัดลำดับการตอบสนองต่องานทาง คณิตศาสตร์ รวมถึงเตรียมคำถามที่จะกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด อธิบายเหตุผล และเชื่อมโยงความคิดที่ หลากหลาย

ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การกำกับติดตาม (Monitoring) เป็นการปฏิบัติของครูที่จะให้ นักเรียนทำงานเป็นรายบุคคลหรือกลุ่มย่อย และตรวจสอบการตอบสนองของนักเรียนที่มีต่องานทาง คณิตศาสตร์ โดยครูให้ความสำคัญกับการคิดทางคณิตศาสตร์และวิธีแก้ปัญหาของนักเรียน ครูอาจจะ ใช้คำถามในการแนะนำแนวทางให้นักเรียนอยู่ในแนวคิดที่ตรงประเด็นและถูกต้อง ซึ่งครูใช้การสังเกต

เพื่อติดตามและประเมินแนวคิดที่ได้คาดการณ์ไว้ อีกทั้งการใช้เครื่องมือบันทึกช่วยให้ครูสามารถทราบแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นภายในชั้นเรียน และสามารถจัดระเบียบห้องเรียนได้ ซึ่งเครื่องมือในการบันทึกดังกล่าวคือ แบบบันทึกแนวคิดของนักเรียน แสดงดังตาราง 1

ตาราง 1 แบบบันทึกแนวคิดของนักเรียน (Smith and Stein, 2011)

แนวคิดของนักเรียน	ใครทำและทำอะไร	ลำดับ
แนวคิดที่ 1 :		
แนวคิดที่ 2 :		
แนวคิดอื่นๆ		

ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การคัดเลือก (Selecting) เป็นการปฏิบัติของครูที่จะเลือกแนวคิดที่ได้จากการติดตามการตอบสนองต่องานของนักเรียน โดยการเลือกแนวคิดต้องเลือกอย่างมีเป้าหมายเพื่อนำไปสู่การอภิปรายในชั้นเรียนและส่งเสริมให้นักเรียนเกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การจัดลำดับ (Sequencing) เป็นการปฏิบัติของครูที่จะจัดลำดับการอภิปรายจากแนวคิดที่ได้เลือกไว้ เพื่อให้การอภิปรายมีความสอดคล้องและเชื่อมโยงไปสู่ข้อสรุปหรือคำตอบได้ง่ายขึ้น โดยพิจารณาจาก 1) ข้อผิดพลาดหรือความเข้าใจผิดในการใช้แนวคิดหรือกลวิธี 2) แนวคิดหรือกลวิธีที่ถูกต้องสมบูรณ์ 3) ความหลากหลายของการใช้แนวคิดหรือกลวิธี 4) แนวคิดหรือกลวิธีที่นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ และ 5) แนวคิดหรือกลวิธีที่ทำให้ปัญหาดูง่าย เพื่ออำนวยความสะดวกในการเชื่อมโยงการอภิปราย

ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยง (Connecting) เป็นการปฏิบัติของครูที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้สร้างความเห็นร่วมกันและทำความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่เหมือนและแตกต่างกัน ผ่านการโต้แย้ง แสดงความคิดเห็นและเหตุผล โดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเปรียบเทียบความแตกต่างและเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง

Larsson (2015) ได้นำ 5 แนวปฏิบัติการสอนมาปรับให้เป็นขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้เหมาะสมสำหรับการนำไปใช้ โดยได้อธิบายรายละเอียดของกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตาม 5 แนวปฏิบัติการสอน ดังนี้

การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอน หมายถึง การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนเกิดความรู้ใหม่และนำความรู้ใหม่ไปใช้แก้ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหา โดยใช้งานทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจและทักษะทางคณิตศาสตร์ในการ

ทำงาน นักเรียนเรียนรู้แบบสืบสอบผ่านกระบวนการสำรวจ อภิปราย และสรุปเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเอง และครูใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนในการวางแผนและดำเนินการให้นักเรียนอภิปรายในชั้นเรียนเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการของตนเองทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด เพื่อให้สรุปเป็นองค์ความรู้ใหม่ด้วยตนเองอย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งมีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับ 5 แนวปฏิบัติการสอน ดังนี้

ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ (Anticipating) ครูออกแบบหรือคัดเลือกงานทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจและทักษะทางคณิตศาสตร์ในการทำงาน และคาดการณ์พฤติกรรมการเรียนรู้และการตอบสนองของนักเรียนต่องานทางคณิตศาสตร์ รวมถึงคาดการณ์วิธีคิดและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดจากการทำงานทางคณิตศาสตร์

ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching) ครูนำเสนองานทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่น่าสนใจและท้าทายนักเรียนให้มีส่วนร่วมกับกิจกรรม และกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจเงื่อนไขสำคัญต่าง ๆ และปัญหาของงานทางคณิตศาสตร์

ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring) นักเรียนใช้ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ในการสำรวจและค้นหาแนวคิดหรือวิธีการเพื่อหาข้อสรุปหรือคำตอบจากงานทางคณิตศาสตร์ที่กำหนด ครูกำกับและติดตามแนวคิดหรือวิธีการ รวมถึงพฤติกรรมเรียนรู้ต่าง ๆ ขณะที่นักเรียนลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์ โดยครูเน้น 3 เรื่อง ได้แก่ 1) ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ถูกต้องหรือไม่ หากพบว่าไม่ถูกต้องครูดำเนินการแก้ไข 2) แนวคิดหรือวิธีการที่นำมาใช้เหมาะสมหรือไม่ และ 3) พฤติกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนแสดงออกต่องานทางคณิตศาสตร์ รวมถึงครูจดบันทึกแนวคิดหรือวิธีการต่าง ๆ ที่น่าสนใจ ทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาดของนักเรียนเพื่อนำไปคัดเลือกและกำหนดเป็นประเด็นการอภิปราย

ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting and Sequencing) ครูคัดเลือกแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนจากข้อมูลที่ได้บันทึกในขั้นการปฏิบัติที่ 3 เพื่อกำหนดเป็นประเด็นการอภิปรายโดยเลือกให้ครอบคลุมแนวคิดหรือวิธีการทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด รวมถึงแนวคิดหรือวิธีการที่หลากหลาย ซึ่งเพียงพอในการสรุปเป็นความรู้ใหม่ และจัดลำดับการอภิปรายของแนวคิดหรือวิธีการที่คัดเลือกดังกล่าวตามความเหมาะสมรวมถึงแจ้งลำดับการนำเสนอให้กับนักเรียนที่เป็นเจ้าของแนวคิดหรือวิธีการซึ่งถูกคัดเลือกได้ทราบเพื่อเตรียมความพร้อมก่อนนำเสนอหน้าชั้นเรียน

ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ (Connecting) นักเรียนนำเสนอและอธิบายแนวคิดหรือวิธีการของตนเองหรือกลุ่มตามลำดับที่ครูกำหนดไว้ในขั้นการปฏิบัติที่ 4 ทีละประเด็น นักเรียนได้อภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนเพื่อแลกเปลี่ยน

ความรู้ แนวคิดหรือวิธีการ และเหตุผลที่หาข้อสรุปในแต่ละประเด็น ครูให้นักเรียนพิจารณาเปรียบเทียบแนวคิดหรือวิธีการจากข้อสรุปต่าง ๆ และเชื่อมโยงไปสู่การสรุปเป็นความรู้ใหม่ รวมถึงเปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำความรู้ใหม่ดังกล่าวไปใช้แก้ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่มีความหลากหลายต่อไป

จากการศึกษาขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนสรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนเป็นแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ช่วยอำนวยความสะดวกแก่ครูในการจัดการอภิปรายในชั้นเรียนอย่างมีประสิทธิภาพ เพื่อให้นักเรียนสรุปความรู้ใหม่โดยใช้งานทางคณิตศาสตร์ ซึ่งครูใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนในการวางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนและดำเนินการตามแผนที่วางไว้เพื่อให้นักเรียนทั้งชั้นเรียนได้ร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่เกิดขึ้นทั้งหมดในชั้นเรียนทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด เพื่อนำไปสู่การสรุปเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเองอย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งมีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มี 5 ขั้นตอน คือ ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Anticipating) ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching) ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring) ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting and Sequencing) และขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ (Connecting)

### 3.2 งานทางคณิตศาสตร์ (Mathematical task)

Hiebert and Wearne (1993) กล่าวว่า งานทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่สำคัญสำหรับการเรียนการสอนในห้องเรียนที่มีจุดมุ่งหมายส่งเสริมการเรียนรู้ของนักเรียน เพื่อให้บรรลุการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพ และบทบาทของงานทางคณิตศาสตร์จะช่วยกระตุ้นกระบวนการคิดของนักเรียนได้

Stein Grover and Henningsen (1996 อ้างใน Shimizu, 2010) กล่าวว่า งานทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นกลุ่มของปัญหาหรือปัญหา 1 ปัญหาที่มีความซับซ้อน เน้นที่ความสนใจของนักเรียนในการเข้าร่วมแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์

Wall (2005) กล่าวว่า งานทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ถูกคัดเลือกหรือเป็นสิ่งที่ถูกออกแบบโดยครู ซึ่งมีความแตกต่างกันขึ้นอยู่กับเป้าหมายของครู โดย “งานทางคณิตศาสตร์” ในความหมายโดยทั่วไป หมายถึง คำถาม กิจกรรม ปัญหา บทเรียน ตัวอย่าง หน่วยการเรียนรู้ รวมถึงการบ้าน ซึ่งงานแต่ละแบบมีความซับซ้อนแตกต่างกัน

Chan and Leung (2013) กล่าวว่า งานทางคณิตศาสตร์เป็นงานที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้เครื่องมือที่นักเรียนมีอยู่ในการแก้ปัญหา อาจเริ่มต้นจากการอภิปรายและนำไปสู่ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

Margolinas (2013) กล่าวว่า งานทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ผู้สอนนำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้ การสื่อสารระหว่างนักเรียน หรือการถาม เพื่อให้นักเรียนแสดงบางสิ่งบางอย่าง

จากการศึกษาข้อมูลสามารถสรุปได้ว่า งานทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สิ่งที่ผู้สอนเป็นผู้ออกแบบ และมอบหมายให้แก่ นักเรียนปฏิบัติระหว่างการจัดการเรียนรู้ ซึ่งเป็นสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียน เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้ลงมือทำด้วยตนเอง และพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของตนเองให้ดีขึ้น ซึ่งนักการศึกษาได้แบ่งลักษณะของงานทางคณิตศาสตร์ไว้หลายรูปแบบ ดังนี้

Stein (2000) ได้กล่าวว่า ลักษณะงานทางคณิตศาสตร์สามารถแบ่งตามระดับการรู้คิด (Cognitive demand) ซึ่งแบ่งเป็น 4 ลักษณะงานย่อย และ 2 กลุ่มใหญ่ ดังนี้

1) งานทางคณิตศาสตร์ที่มีระดับการรู้คิดต่ำ (Low cognitive demand task) ประกอบด้วย

1.1) งานทางคณิตศาสตร์แบบความรู้ความจำ (Memorization) เป็นงานที่มีลักษณะที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่เรียนรู้มาแล้ว กฎเกณฑ์ สูตร หรือนิยาม เพื่อการท่องจำไม่สามารถใช้ขั้นตอนวิธี หรือมีช่วงเวลาในการทำงานสั้นเกินกว่าจะใช้ขั้นตอน ไม่มี ความคลุมเครือ ไม่มีการเชื่อมโยงแนวคิด ข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์ สูตร หรือ นิยามที่ได้เรียนรู้มาแล้ว

1.2) งานทางคณิตศาสตร์แบบใช้ขั้นตอนวิธีแต่ไม่มีความเชื่อมโยง (Procedures without connections) เป็นงานที่มีลักษณะเป็นลำดับขั้นตอน ซึ่งใช้ขั้นตอนที่มาจากประสบการณ์ หรือการเรียนรู้ก่อนหน้า ต้องใช้ความรู้ความเข้าใจที่เฉพาะในการทำงานให้สำเร็จ งานมีความคลุมเครือเล็กน้อย ไม่มีการเชื่อมโยงแนวคิดในขั้นตอนที่ใช้ เน้นคำตอบที่ถูกต้องมากกว่าการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และไม่มีการอธิบายขั้นตอนวิธีที่ใช้

2) งานทางคณิตศาสตร์ที่มีระดับการรู้คิดขั้นสูง (High cognitive demand task) ประกอบด้วย

2.1) งานทางคณิตศาสตร์แบบใช้ขั้นตอนวิธีและมีการเชื่อมโยง (Procedures with connections) เป็นงานที่เน้นให้นักเรียนสนใจในการใช้กระบวนการ ซึ่งมีจุดประสงค์เพื่อพัฒนาความเข้าใจและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในระดับลึก แนะนำวิธีให้ปฏิบัติตามได้อย่างชัดเจนหรืออย่างเป็นนัย ๆ ซึ่งขั้นตอนพื้นฐานทั่วไปมีการเชื่อมโยงแนวคิด ใช้การแสดงแทนได้หลากหลายวิธี เช่น แผนภาพ ไตอะแกรม สื่อรูปธรรม สัญลักษณ์ และสถานการณ์ปัญหา การเชื่อมโยงระหว่างการแสดงแทนที่หลากหลายช่วยในการพัฒนาความรู้ความเข้าใจ ต้องใช้ความรู้ความ

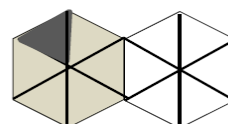
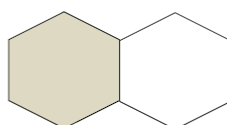
เข้าใจระดับหนึ่งใน การปฏิบัติตามขั้นตอน นักเรียนมีส่วนร่วมในแนวคิดตามลำดับขั้นตอนและเป็น การพัฒนาความเข้าใจของนักเรียน

2.2) งานทางคณิตศาสตร์แบบใช้การคิดขั้นสูงและเน้นการลงมือทำ (Doing mathematics) เป็นงานที่ใช้ความคิดที่ซับซ้อน และไม่เป็นลำดับขั้นตอน เป็นวิธีที่ไม่สามารถ คาดการณ์ได้ หรือแนวทางของงานไม่ได้ถูกแนะนำอย่างชัดเจน ต้องการให้นักเรียนสำรวจ เข้าใจ ธรรมชาติของแนวคิด กระบวนการ และความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ ต้องการให้นักเรียนเข้าถึง ความรู้ และนำประสบการณ์ที่เกี่ยวข้องมาใช้ประโยชน์ในการทำงานที่เหมาะสม ให้นักเรียนวิเคราะห์ งาน และตรวจสอบข้อจำกัดของงาน แนวคิด และวิธีในการแก้ปัญหาที่เป็นไปได้ ต้องใช้ความรู้ความ เข้าใจเป็นอย่างมาก และอาจเกี่ยวข้องกับระดับความวิตกกังวล เนื่องจากไม่อาจจะคาดการณ์ลักษณะ ของงานได้

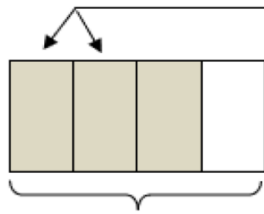
จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ลักษณะของงานทางคณิตศาสตร์ สามารถจำแนกได้เป็น 2 กลุ่ม คือ งานทางคณิตศาสตร์ที่มีระดับการรู้คิดต่ำ และงานทางคณิตศาสตร์ที่มีระดับการรู้คิดขั้นสูง ซึ่งงานทางคณิตศาสตร์ที่ถูกนำมาใช้ใน 5 แนวปฏิบัติการสอนของ Stein นั้น Maria ได้กล่าวไว้ว่า 5 แนวปฏิบัติการสอนเน้นให้ความสำคัญกับงานทางคณิตศาสตร์ที่เลือกมาใช้ จะต้องเป็นงานระดับสูง (Height – level demands) ที่ให้นักเรียนได้สำรวจ รวมถึงใช้แนวคิดหรือกลวิธีในการแก้ปัญหาได้ อย่างหลากหลาย และช่วยให้นักเรียนสามารถบรรลุตามเป้าหมายการเรียนรู้ได้ โดย Smith และ Stein ให้ตัวอย่างงานทางคณิตศาสตร์ในแต่ละระดับ สรุปได้ดังตาราง 2

ตาราง 2 ตัวอย่างงานทางคณิตศาสตร์ในแต่ละระดับโดย Smith and Stein (1998)

Lower – level demands	Higher – level demands
งานทางคณิตศาสตร์แบบความรู้ความจำ	งานทางคณิตศาสตร์แบบใช้ขั้นตอนวิธีและมีการ
โจทย์ : กฎสำหรับการคูณ	เชื่อมโยง
เศษส่วนคืออะไร	โจทย์ : จงหา $\frac{1}{6}$ ของ $\frac{1}{2}$ โดยใช้รูปแบบบล็อกและ
การตอบสนองที่คาดหวังของนักเรียน :	วาดรูปเพื่อแสดงคำตอบและอธิบายวิธีการของ
นำตัวเศษคูณกับตัวเศษและนำตัวส่วนคูณ	ตนเอง
กับตัวส่วนหรือคูณจำนวนสองจำนวน	การตอบสนองที่คาดหวังของนักเรียน :
ด้านบนและคูณจำนวนสองจำนวนด้านล่าง	



## ตาราง 2 (ต่อ)

Lower – level demands	Higher – level demands
	<p>อันดับแรกนำบล็อกตั้งภาพด้านซ้ายมาแบ่งครึ่งซึ่งจะทำให้กลายเป็นรูปหกเหลี่ยมสองรูปแล้วฉันจะแบ่งรูปหกเหลี่ยมรูปแรกออกเป็น 6 ชิ้น เท่า ๆ กัน ซึ่งจะทำให้ได้รูปสามเหลี่ยม 6 อัน คิดเป็น <math>\frac{1}{6}</math> แล้วนำมาพิจารณาร่วมกับรูปสามเหลี่ยมที่แบ่งได้ในรูปที่สอง จะได้ว่า <math>\frac{1}{6}</math> ของ <math>\frac{1}{2}</math> คือ <math>\frac{1}{12}</math></p>
<p>งานทางคณิตศาสตร์แบบใช้ขั้นตอนวิธี แต่ไม่มีความเชื่อมโยง</p> <p>โจทย์ : 1) <math>\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}</math></p> <p>2) <math>\frac{5}{6} \times \frac{7}{8}</math></p> <p>3) <math>\frac{4}{9} \times \frac{3}{5}</math></p> <p>การตอบสนองที่คาดหวังของนักเรียน</p> <p>1) <math>\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{2 \times 3}{3 \times 4} = \frac{6}{12}</math></p> <p>2) <math>\frac{5}{6} \times \frac{7}{8} = \frac{5 \times 7}{6 \times 8} = \frac{35}{48}</math></p> <p>3) <math>\frac{4}{9} \times \frac{3}{5} = \frac{4 \times 3}{9 \times 5} = \frac{12}{45}</math></p>	<p>งานทางคณิตศาสตร์แบบใช้การคิดขั้นสูงและเน้นการลงมือทำ</p> <p>โจทย์ : สร้างสถานการณ์ในโลกแห่งความจริง สำหรับปัญหาต่อไปนี้</p> <p><math>\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}</math> แก้ปัญหาที่คุณสร้างโดยไม่ใช้กฎและอธิบายวิธีการของคุณ</p> <p>หนึ่งในแนวคิดที่เป็นไปได้สำหรับการตอบสนองของนักเรียน : สำหรับมื่อกลางวันแม่ให้พิซซ่าแก่ฉัน <math>\frac{3}{4}</math> ของพิซซ่าที่เราสั่งซื้อมา ซึ่งฉันรับประทานได้แค่ <math>\frac{2}{3}</math> ของพิซซ่าที่แม่ให้ ดังนั้นฉันรับประทานพิซซ่าทั้งหมดเท่าไร</p> <p>ฉันวาดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเพื่อแสดงพิซซ่าทั้งหมด จากนั้นฉันก็ตัดมันออกเป็น 4 ส่วนแล้วแรเงา 3 ส่วนของทั้งหมดเพื่อแสดงส่วนที่แม่ให้ฉัน แต่เนื่องจากฉันรับประทานเพียง 2 ใน 3 ของพิซซ่าที่แม่ให้ ซึ่งเป็นเพียง 2 ส่วนที่แรเงาเท่านั้น</p> <div style="text-align: center;">  </div>



จากการศึกษาเกี่ยวกับงานทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอน สรุปได้ว่า 5 แนวปฏิบัติการสอนเน้นให้ความสำคัญกับงานทางคณิตศาสตร์ที่เลือกมาใช้ และงานทางคณิตศาสตร์จะต้องเป็นงานที่มีระดับการรู้คิดขั้นสูง (Height – level demands) ที่ให้นักเรียนได้สำรวจ ใช้แนวคิดหรือกลวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย และช่วยให้นักเรียนสามารถบรรลุตามเป้าหมายการเรียนรู้ได้ ซึ่งงานทางคณิตศาสตร์ที่มีระดับการรู้คิดขั้นสูงประกอบด้วย งานทางคณิตศาสตร์แบบใช้ขั้นตอนวิธีและมีการเชื่อมโยง (Procedures with connections) และงานทางคณิตศาสตร์แบบใช้การคิดขั้นสูงและเน้นการลงมือทำ (Doing mathematics)

## 2.4 ความท้าทายและข้อเสนอแนะในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอน

Larsson (2015) ได้นำเสนอลักษณะของความท้าทายสำหรับครูในการจัดการอภิปรายทั้งชั้นเรียน พร้อมกับให้ข้อเสนอแนะไว้ดังนี้

1. ครูควรคาดการณ์เกี่ยวกับรายละเอียดของแนวคิด วิธีการหรือกลวิธีในการแก้ปัญหาที่เป็นไปได้ทั้งหมดที่นักเรียนจะนำมาใช้ในการทำงานทางคณิตศาสตร์ไว้ล่วงหน้า รวมถึงสิ่งที่น่าจะเป็นความเข้าใจผิดหรือความสับสนของนักเรียน ซึ่งจะช่วยให้ครูสามารถวางแผนการกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดอย่างหลากหลายและเป็นไปตามที่ครูคาดการณ์ไว้
2. การคัดเลือกหรือออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ของแนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น เน้นงานระดับสูง (Higher – level demands) เพื่อให้นักเรียนได้ใช้แนวคิดหรือกลวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลายทั้งนี้การเลือกงานทางคณิตศาสตร์อาจใช้กรอบแนวคิดจากตาราง 2
3. ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจปัญหาด้วยตนเอง เพื่อที่ครูจะได้ตรวจสอบความรู้พื้นฐานและความเข้าใจของนักเรียนว่านักเรียนมีความรู้ความเข้าใจที่ถูกต้องและเพียงพอในการทำงานทางคณิตศาสตร์หรือไม่ หากพบว่านักเรียนมีความรู้พื้นฐานหรือความเข้าใจที่ผิดพลาดครูจะดำเนินการแก้ไขให้ถูกต้อง
4. ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้ความรู้ความเข้าใจของตนเองในการสำรวจงานทางคณิตศาสตร์ โดยใช้คำถาม ชี้แนะ หรือยกตัวอย่าง มากกว่าที่จะเป็นการบอกคำตอบเพื่อให้นักเรียนได้ใช้ความรู้ ความเข้าใจ และความคิดในการหาคำตอบได้ด้วยตนเอง
5. ครูควรตัดสินใจเกี่ยวกับวิธีคัดเลือกและจัดลำดับวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียน เพื่อที่จะใช้ในการอภิปรายในชั้นเรียน โดยคัดเลือกและจัดลำดับผลงานของนักเรียนเพื่อใช้ในการอภิปรายดังนี้ 1) ผลงานที่ถูกต้องสมบูรณ์ 2) ผลงานที่ถูกต้องสมบูรณ์ซึ่งใช้แนวคิดหรือวิธีการที่แตกต่างจากข้อที่ 1 3) ผลงานที่มีข้อผิดพลาดหรือความเข้าใจผิด หากปริมาณผลงานมีจำนวนมาก ครูจะต้องเลือกผลงานที่สำคัญเพื่อให้เหมาะสมกับเวลา เช่น เป็นผลงานที่มีข้อผิดพลาดหรือความ

เข้าใจผิดของนักเรียนส่วนใหญ่ หรือเป็นผลงานที่สามารถเปรียบเทียบความเหมือนและความแตกต่างของแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาได้

6. ครูควรตั้งประเด็นคำถามที่ซับซ้อนเพื่อให้นักเรียนได้ใช้ความคิด เหตุผลและความรู้ทางคณิตศาสตร์มาอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน

7. ครูควรเน้นให้นักเรียนได้อธิบายที่มาหรือเหตุผลเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่นักเรียนนำมาใช้มากกว่าที่จะให้ความสำคัญกับขั้นตอนการแก้ปัญหาหรือคำตอบเพียงอย่างเดียว

8. ครูควรช่วยให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงในการอภิปรายในชั้นเรียน โดยนำเสนอแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาจากง่ายไปยาก รูปธรรมไปนามธรรม หรือหากมีหลายแนวคิด หลายเหตุผล ครูควรช่วยให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความเหมือน ความต่างเหล่านั้น จนนักเรียนสามารถสรุปเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเอง

9. ครูควรสร้างบรรยากาศในห้องเรียนที่เอื้อให้นักเรียนเกิดการโต้เถียงกันในการอภิปรายในชั้นเรียน

10. ครูควรคัดเลือกเนื้อหาและออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับระยะเวลาในการจัดกิจกรรม เพื่อให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการแก้ปัญหามากที่สุด

จากการศึกษาความท้าทายและข้อเสนอแนะสำหรับครูในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอน สรุปได้ว่า ครูควรคาดการณ์เกี่ยวกับรายละเอียดของแนวคิด วิธีการหรือกลวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นไปได้ทั้งหมดที่นักเรียนจะนำมาใช้ในการทำงานทางคณิตศาสตร์ไว้ล่วงหน้า ออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ของ 5 แนวปฏิบัติการสอน โดยเน้นงานที่มีระดับการรู้คิดขั้นสูง ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจปัญหาด้วยตนเองและใช้ความรู้ความเข้าใจของตนเองในการแก้ปัญหา โดยครูใช้การใช้คำถาม ชี้แนะ หรือยกตัวอย่างมากกว่าการบอกคำตอบ การคัดเลือกงานของนักเรียนให้พิจารณาจากแนวคิดที่จะส่งเสริมให้เกิดการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน เพื่อนำไปสู่เป้าหมายที่ครูได้วางไว้ โดยครูเน้นการใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนได้ใช้ความคิด เหตุผล และความรู้ทางคณิตศาสตร์มาอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียนและเน้นให้นักเรียนได้อธิบายที่มาหรือเหตุผลเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่นักเรียนนำมาใช้มากกว่าที่จะให้ความสำคัญกับขั้นตอนการแก้ปัญหาหรือคำตอบเพียงอย่างเดียว

## อภิปัญญา

### 1. ความหมายอภิปัญญา

กรมวิชาการ (2544) ได้ให้ความหมาย การควบคุมและการประเมินการคิดของตนเอง หมายถึง การรู้ตัวถึงความคิดของตนเองในการกระทำอย่างใดอย่างหนึ่ง หรือการประเมินการคิดของ

ตนเองและใช้ความรู้นั้นในการควบคุม หรือปรับการกระทำที่ตนเองการคิดในลักษณะนี้ เรียกว่า การคิดอย่างมียุทธศาสตร์ ซึ่งครอบคลุมการวางแผน การควบคุมกำกับการกระทำของตนเอง การตรวจสอบความก้าวหน้าและการประเมินผล

ทิสนา แคมมณีและคณะ (2544) ได้ให้ความหมาย การควบคุมและการประเมินการรู้คิดของตนเอง (metacognition) การรู้ตัวถึงความคิดของตนเองในการกระทำอย่างใดอย่างหนึ่ง และใช้ความรู้นั้นในการควบคุมการกระทำที่ตนเองกำลังกระทำอยู่ การคิดในลักษณะนี้ บางทีเรียกว่า การคิดอย่างมียุทธศาสตร์ หรือ Strategic thinking

พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์ (2544) ได้ให้ความหมาย อภิปัญญา หมายถึง การควบคุมและการประเมินการคิดของตนเอง หรือความสามารถของบุคคลที่ได้รับการพัฒนา เพื่อควบคุมกำกับกระบวนการทางปัญญา หรือกระบวนการคิด มีความตระหนักในงานและสามารถใช้ยุทธวิธีในการทำงานจนสำเร็จอย่างสมบูรณ์

สุวิทย์ มูลคา (2547) ได้ให้ความหมาย การควบคุมและการประเมินตนเอง หมายถึง การมีสติรู้ถึงความคิดของตนเองในการทำอะไรอย่างใดอย่างหนึ่ง หรือประเมินการคิดของตนเอง และใช้ความรู้นั้นในการควบคุมหรือปรับการกระทำของตนเอง การคิดในลักษณะนี้ เรียกว่า การคิดอย่างมียุทธศาสตร์ หรือ Strategic Thinking ซึ่งครอบคลุมการวางแผน การควบคุมกำกับการกระทำของตนเอง การตรวจสอบความก้าวหน้าและการประเมินผล

ดำเนิน ยาท่วม (2548) ได้ให้ความหมาย อภิปัญญา หมายถึง ความตระหนักรู้และความเข้าใจในกระบวนการรู้คิดของตนเองและสามารถติดตาม กำกับควบคุม และประเมินการรู้คิดของตนเองได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้ให้ความหมาย อภิปัญญา (Metacognition) หมายถึง ความสามารถของบุคคลที่มีต่อกระบวนการคิดของตนเอง รู้ว่าอะไรที่เหมาะสมกับตนเองในการเรียนรู้ ตลอดจนสามารถเลือกกลวิธีในการวางแผน กำกับควบคุม และประเมินการเรียนรู้ของตนเองได้ เพื่อให้การเรียนรู้หรือการปฏิบัติงานต่าง ๆ บรรลุตามวัตถุประสงค์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

Flavell (1979) ได้ให้ความหมาย อภิปัญญา หมายถึง การรู้คิดหรือปัญญาที่เกิดจากการเรียนรู้อะไรก็ตามด้วยความเข้าใจ

Brown (1987) ได้ให้ความหมาย การคิดเกี่ยวกับการรู้ ว่า หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการคิดเกี่ยวกับการรู้ของตนเอง สามารถควบคุมกระบวนการคิดของตนเอง ให้เลือกใช้กลวิธีในการวางแผน การกำกับควบคุม และการประเมินการคิดของตนเองได้ รวมทั้งมีการปรับเปลี่ยนการคิดของตนเองให้เหมาะสม จนทำงานสำเร็จได้

Bruning & et al (1999) ได้ให้ความหมาย อภิปัญญา หมายถึง การรู้เกี่ยวกับกระบวนการคิดของตนเอง

Statt (1998) ได้ให้ความหมาย อภิปัญญา หมายถึง การรู้หรือการตระหนักรู้ถึงกระบวนการคิดของตนเอง

Neil J. Salkind (2008) ได้ให้ความหมาย อภิปัญญา หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับการตรวจสอบและกระบวนการทางปัญญา

จากศึกษาความหมายของอภิปัญญา สรุปได้ว่า อภิปัญญา หมายถึง การรู้ถึงกระบวนการคิดของตนเองขณะที่ทำกิจกรรมการเรียนรู้ และสามารถทำความเข้าใจปัญหา เลือกลวิธีในการวางแผน กำกับควบคุม และประเมินการเรียนรู้ของตนเองได้ เพื่อให้การเรียนรู้หรือการปฏิบัติงานต่างๆ บรรลุตามวัตถุประสงค์

## 2. ความสำคัญของอภิปัญญา

Garofalo and Lester (1985) กล่าวว่า ความสำคัญของอภิปัญญาเพื่อการวิเคราะห์และทำความเข้าใจการปฏิบัติงานทางคณิตศาสตร์ โดยอ้างอิงถึงความแตกต่างระหว่างความรู้และการควบคุมความรู้ความเข้าใจ ซึ่งไม่เพียงแต่การควบคุมพฤติกรรมอภิปัญญาเท่านั้นที่มีความสำคัญในการปฏิบัติงานทางคณิตศาสตร์ แต่ยังรวมถึงบุคคล งาน และกลยุทธ์ของความรู้อภิปัญญาที่มีความสำคัญในการปฏิบัติงานทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) กล่าวว่า นักเรียนที่ได้รับการส่งเสริมให้มีอภิปัญญาจะมีการทบทวนความเหมาะสมของขั้นตอนและวิธีการที่ใช้ในการเรียนรู้ มีการวางแผนการเรียนรู้ มีการเลือกกลยุทธ์ที่เหมาะสมมาใช้ในการเรียนรู้ รวมถึง มีการตรวจสอบและประเมินความคิดของตนเอง ทำให้มีความสามารถในการเรียนรู้และแก้ปัญหาทั้งในขณะที่เรียนรู้รวมถึงการแก้ปัญหาในการดำรงชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ภัทรลักษณ์ สังข์วงษ์ (2556) กล่าวว่า ความคิดอภิปัญญา เป็นความคิดที่มีความสำคัญจำเป็นสำหรับการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากเป็นความคิดที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้วิธีการเรียนรู้และวิธีการคิดในการเรียนรู้ ซึ่งการมีอภิปัญญาจะส่งเสริมให้นักเรียนคิดเป็น มีความสามารถในการทำงานหรือกิจกรรมการเรียนรู้ได้ ประสพผลสำเร็จและสามารถแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

Braund (2016) กล่าวว่า ความรู้ด้านอภิปัญญา ประกอบด้วยความรู้เกี่ยวกับตนเองในการเรียนรู้และความรู้เกี่ยวกับวิธีการที่เหมาะสมที่จะใช้ในการเรียนรู้ ซึ่งการพัฒนาความรู้เกี่ยวกับตนเองในการเรียนรู้ นั้นสามารถทำได้โดยการส่งเสริมการประเมินตนเองของนักเรียน ว่าตนเองทราบหรือยังไม่ทราบประเด็นใด รวมถึงมีความสามารถด้านใดด้านหนึ่งโดยเฉพาะ จึงจะทำให้สามารถใช้จุดแข็งของตนเองเพื่อพัฒนาสมรรถนะในการเรียนรู้ได้ ส่วนการพัฒนาความรู้ด้านวิธีการที่เหมาะสมที่จะ

ใช้ในการเรียนรู้ นั้นจะส่งเสริมให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ ได้มีประสิทธิภาพมากขึ้น เนื่องจากนักเรียน จะรู้ว่าวิธีการใดที่จะเป็นประโยชน์ในการดำเนินการเรียนรู้ในแต่ละขั้นตอน และการที่นักเรียนมีกลยุทธ์ที่แตกต่างหลายหลายจะทำให้สามารถนำวิธีการต่าง ๆ มาปรับใช้ในการแก้ปัญหาในบริบทต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

Medina, Castleberry, & Persky (2017) กล่าวว่า กระบวนการทางอภิปัญญา จะถูกใช้เป็นกลยุทธ์ในการเรียนรู้ขณะทำกิจกรรมการเรียนรู้ หากนักเรียนทราบว่าตนเองมีความรู้เกี่ยวกับอะไร และไม่มีความรู้เกี่ยวกับอะไร นักเรียนจะสามารถดำเนินการค้นคว้าหาความรู้ ที่ตนเองยังไม่ทราบได้มีประสิทธิภาพมากขึ้น นอกจากนี้การมีอภิปัญญาช่วยลดข้อผิดพลาดในการเรียนได้ เนื่องจากนักเรียนจะตระหนักถึงกระบวนการคิดของตนเอง ทำให้เกิดการคิด แบบมีวิจารณญาณมากขึ้นและมีการกำกับติดตามการดำเนินการของตนเองมากขึ้น คือ มีการประเมินผลการดำเนินการของตนเองในการทำกิจกรรมการเรียนรู้มากขึ้น

จากการศึกษาความสำคัญของอภิปัญญา สรุปได้ว่า กระบวนการทางอภิปัญญาถูกใช้เป็นกลยุทธ์ในการเรียนรู้ของนักเรียน โดยนักเรียนที่มีอภิปัญญา (Metacognition) จะมีการวางแผนการเรียนรู้ มีการเลือกกลยุทธ์ที่เหมาะสมมาใช้ในการเรียนรู้ รวมถึงมีการตรวจสอบและประเมินความคิดของตนเอง รวมทั้งมีการทบทวนความเหมาะสมของขั้นตอนและวิธีการที่ใช้ในการเรียนรู้ ทำให้นักเรียนที่มีอภิปัญญาว่าตนเองทราบหรือยังไม่ทราบประเด็นใด รวมถึงสามารถใช้จุดแข็งของตนเองในการพัฒนาสมรรถนะในการเรียนรู้ นอกจากนี้การมีอภิปัญญาช่วยลดข้อผิดพลาดในการเรียนได้ เนื่องจากนักเรียนจะตระหนักถึงกระบวนการคิดของตนเอง ทำให้เกิดการคิดแบบมีวิจารณญาณและมีการกำกับติดตามการดำเนินการของตนเองมากขึ้น

### 3. องค์ประกอบของอภิปัญญา

Baker and Brown (1984 อ้างถึงใน ทิศนา แคมณี และคณะ 2544, 157-159) ได้สรุปไว้ว่าอภิปัญญา แยกได้เป็น 2 องค์ประกอบ คือ

1. การตระหนักรู้ (Awareness) เป็นการตระหนักรู้ถึงทักษะ กลวิธี และแหล่งข้อมูลที่เป็นต่อการทำงานอย่างมีประสิทธิภาพ และรู้ว่าจะต้องทำอะไร กล่าวคือ เป็นเรื่องของการที่บุคคลรู้ถึงสิ่งที่ตนเองคิด และสอดคล้องกับสถานการณ์การเรียนรู้ รวมไปถึงการแสดงออกในสิ่งที่รู้ ออกมาโดยการอธิบายให้ผู้อื่นฟังได้ สามารถสรุปใจความสำคัญของสิ่งที่เรียนรู้นั้น หรือมีวิธีการจำ การวางแผน ขอบข่าย การจดบันทึก และความสามารถในการสะท้อนการคิดของตนออกมาในขณะที่อ่านเรื่องราวหรือในการคิดแก้ปัญหาซึ่งเป็นทักษะที่จะทำให้รู้ว่าจะงานนั้น จะต้องประกอบด้วยสิ่งใดบ้าง ที่จะทำให้งานนั้นเกิดประสิทธิภาพ และทำให้สถานการณ์นั้นมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

2. ความสามารถในการกำกับตนเอง (Self-regulation) เป็นความสามารถในการกำกับตนเองในขณะที่กำลังคิดแก้ปัญหา รวมไปถึงการพิจารณาว่ามีความเข้าใจในสิ่งนั้นหรือไม่ การประเมิน

ความพยายามในการทำงาน การวางแผนในขั้นตอนการทำงาน การทดสอบวิธีการที่ใช้ การตัดสินใจในการใช้เวลา การเปลี่ยนไปใช้วิธีอื่นเพื่อแก้ปัญหา

Flavell (1985) ได้แบ่งอภิปัญญาเป็น 2 องค์ประกอบ คือ

1. ความรู้ในอภิปัญญา (Metacognitive knowledge) หมายถึง ส่วนของความรู้ทั้งหมดที่บุคคลสะสมไว้ในระบบความจำระยะยาว เป็นการที่บุคคลรู้ว่าตนเองรู้อะไร และจะบรรลุเป้าหมายได้อย่างไร ความรู้ในอภิปัญญาประกอบด้วยความรู้เบื้องต้นหรือความเชื่อในเรื่องตัวแปรหรือองค์ประกอบที่มีผลต่อความคิด ซึ่งความรู้ในอภิปัญญาแบ่งออกเป็น 3 ตัวแปร ได้แก่

1.1 ตัวแปรด้านบุคคล (Person) คือ การที่บุคคลมีความรู้เกี่ยวกับลักษณะของบุคคล โดยทั่วไปมีอยู่ในด้านความสามารถทางปัญญา การเรียนรู้ หรือการทำงาน เช่น รู้ถึงความถนัดและการรู้ถึงความสามารถของบุคคลรู้ว่าบุคคลต้องมีลักษณะอย่างไรจึงจะทำงานเฉพาะอย่างได้ดี

1.2 ตัวแปรด้านงาน (Task) คือ การตระหนักรู้ถึงลักษณะของงานที่ทำซึ่งมีผลต่อการปฏิบัติงานของบุคคลนั้น ๆ การรู้ว่าสิ่งใดทำให้งานนั้นยาก สิ่งใดทำให้งานนั้นง่าย รวมไปถึงปัญหาและอุปสรรคของงานนั้นที่จะเกิดแก่ตน

1.3 ตัวแปรด้านยุทธวิธี (Strategy) คือ ความรู้ของบุคคลเกี่ยวกับยุทธวิธีที่เหมาะสมที่ใช้ในการทำให้การทำงานนั้นบรรลุเป้าหมายอย่างมีประสิทธิภาพ เป็นวิธีการที่จะช่วยให้เกิดความเข้าใจการจัดระบบ การวางแผน การลงมือปฏิบัติและการประเมินผล ทั้งในสิ่งที่ทำไปแล้วและกับสิ่งที่จะทำต่อไป ตลอดจนการตรวจสอบ ตัวแปรด้านนี้ทำให้เกิดความก้าวหน้าในการคิดยุทธวิธีในอภิปัญญา

2. ประสบการณ์ในอภิปัญญา (Metacognitive experience) หมายถึง ประสบการณ์ทางการคิดที่บุคคลสามารถควบคุมได้ และประสบการณ์นี้มีความสำคัญในการกำกับตนเอง (Self-regulation) ในกิจกรรมการคิด เริ่มตั้งแต่การเข้าสู่สถานการณ์ในการคิด จนกระทั่งสามารถบรรลุเป้าหมายหรือหยุดการกระทำในการใช้ประสบการณ์ในอภิปัญญานั้น เป็นกระบวนการที่บุคคลนั้นวางแผนควบคุมและกำกับพฤติกรรมของตนเอง ซึ่งประกอบด้วยการสังเกตตนเอง กระบวนการตัดสินใจและกระบวนการแสดงปฏิกิริยาต่อตนเอง โดยมีจุดประสงค์เพื่อเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของตนให้ไปสู่เป้าหมายที่ต้องการ ประสบการณ์ในอภิปัญญามี 3 องค์ประกอบย่อย ซึ่งทั้งหมดเป็นกิจกรรมทางการคิด ได้แก่

2.1 การวางแผน (Planning) เป็นการรู้ว่าตนเองคิดจะทำงานนั้นอย่างไร ตั้งแต่กำหนดเป้าหมายจนการปฏิบัติงานจนบรรลุเป้าหมาย

2.2 การตรวจสอบ (Monitoring) เป็นการทบทวนความคิดเกี่ยวกับแผนที่วางไว้ว่าเป็นไปได้เพียงใด ความเหมาะสมของลำดับขั้นตอนและวิธีการที่เลือกใช้การกำกับตนเอง หรือการตรวจสอบตนเอง (Self-monitoring) จิตสำนึกในการใช้ยุทธวิธีเพื่อการเรียนรู้มิได้เกิดขึ้นเองโดย

อัตโนมัติ แต่เป็นผลจากการพัฒนากระบวนการทางปัญญามาเป็นเวลานาน การฝึกให้เด็กสามารถมีการกำกับตนเองได้ (Self-regulation) จะส่งผลต่อการปรับพัฒนาการแสดงหรือการกระทำและส่งเสริมการสร้างอัตโนมัติที่อันจะผลต่อความสามารถทางวิชาการ

2.3 การประเมิน (Evaluating) เป็นการคิดเกี่ยวกับการประเมินการวางแผนวิธีการตรวจสอบ และการประเมินผลสัมฤทธิ์

Bayer (1987 อ้างถึงใน ทิศนา ขมณี และคณะ 2544, 159) ได้แบ่งกระบวนการเกิดขึ้นในกระบวนการอภิปัญญาไว้ 3 ประการ คือ

1. การวางแผน (Planning) เป็นการรู้ว่าตนเองคิดจะทำงานนั้นอย่างไรตั้งแต่กำหนดเป้าหมายจนการปฏิบัติงานจนบรรลุเป้าหมายโดยกระบวนการขั้นนี้ไปสู่กระบวนการย่อย ดังนี้

- การกำหนดเป้าหมาย
- การเลือกวิธีปฏิบัติ
- การเรียนลำดับขั้นตอนปฏิบัติ
- การรวบรวมจัดหมวดหมู่ปัญหา และอุปสรรคที่สามารถจะเกิดขึ้นได้
- การรวบรวมแนวทางเพื่อที่จะให้บรรลุปัญหาและอุปสรรคที่เกิดขึ้น
- การคาดคะเนหรือทำนายผลลัพธ์ไว้ล่วงหน้า

2. การตรวจสอบ (Monitoring) เป็นการทบทวนความคิดเกี่ยวกับแผนที่วางไว้ว่าเป็นไปได้เพียงใด ความเหมาะสมของลำดับขั้นตอนและวิธีการที่เลือกใช้ โดยในขั้นนี้จะนำไปสู่กระบวนการย่อย ดังนี้

- การกำกับจุดประสงค์ไว้ในใจ
- การกำกับหน้าที่ของตนเองให้เป็นไปตามขั้นตอน
- การรู้จุดประสงค์ย่อยที่จะทำให้แก้ปัญหาได้สำเร็จ
- การตัดสินใจไปสู่การปฏิบัติขั้นต่อไป
- การเลือกวิธีปฏิบัติขั้นต่อไปอย่างเหมาะสม
- การรู้ถึงปัญหาและข้อผิดพลาดในการแก้ปัญหา และทราบวิธีที่จะขจัดปัญหาและข้อผิดพลาด

ข้อผิดพลาด

3. การประเมิน (Evaluating) เป็นการคิดเกี่ยวกับการประเมินการวางแผนวิธีการตรวจสอบ และประเมินผลลัพธ์ โดยในขั้นนี้จะนำไปสู่กระบวนการย่อย ดังนี้

- การประเมินความสำเร็จตามจุดหมาย
- การพิจารณาผลลัพธ์ที่ได้อย่างละเอียดและเพียงพอ
- การประเมินคุณค่าของวิธีใช้
- การประเมินเรียงลำดับปัญหาและข้อผิดพลาดที่พบ

- การพิจารณาประสิทธิภาพของแผนการที่ทำให้แก้ปัญหาได้สำเร็จ

วิทยากร เชียงกุล (2549) กล่าวถึงองค์ประกอบของอภิปัญญา มี 2 องค์ประกอบ คือ

1. การรู้จักความคิดของตนเอง เป็นการเข้าใจเกี่ยวกับวิธีที่เราคิด การรู้จักจุดแข็งและจุดอ่อนในเรื่องทักษะ หัวข้อ กิจกรรมต่าง ๆ ของตัวเรา

2. การติดตามและควบคุมวิธีที่เราเรียนรู้ คือ ความสามารถที่จะรับงาน และตัดสินใจว่าจะทำวิธีไหนให้ดีที่สุด รู้จักใช้ยุทธศาสตร์และทักษะของเราอย่างมีประสิทธิภาพ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของอภิปัญญา 3 องค์ประกอบ คือ

1. ความรู้ เป็นความสามารถของผู้เรียนเกี่ยวกับการรู้กระบวนการคิดของตนเองในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงาน ซึ่งเกี่ยวข้องกับความรู้ใน 3 ด้าน ดังนี้

1.1 ความรู้ด้านเนื้อหาสาระ เป็นความรู้เกี่ยวกับองค์ประกอบพื้นฐานที่ผู้เรียนจำเป็นต้องรู้ในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงาน ทั้งในเรื่องความรู้เกี่ยวกับลักษณะของงานที่ทำและความรู้เกี่ยวกับความสามารถของตนเอง ดังนี้

1.1.1 ความตระหนักต่อกระบวนการคิด เป็นการรู้ว่าการนี้เกี่ยวข้องกับเรื่องใดในด้านข้อเท็จจริง คำศัพท์และนิยาม เช่น ถ้าผู้เรียนต้องการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จะต้องรู้ว่าโจทย์ปัญหานี้เกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องใด

1.1.2 ความรู้เกี่ยวกับความสามารถของตน เป็นความสามารถในการวิเคราะห์ตนเองว่ามีความรู้ความสามารถในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงานมากน้อยเพียงใด เช่น ผู้เรียนรู้จุดอ่อนและจุดแข็งของตนเอง รู้ว่าตนเองรู้อะไร และมีความรู้ในระดับใดเพื่อที่จะได้หาวิธีการที่เหมาะสมในการเรียนรู้ของตนเอง

1.2 ความรู้ในวิธีการ เป็นความรู้เกี่ยวกับวิธีการหรือกระบวนการต่าง ๆ ที่สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงาน เช่น ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ผู้เรียนต้องรู้ว่ามีวิธีการหรือกระบวนการแก้ปัญหาแบบใดบ้าง เพื่อให้สามารถหาคำตอบของโจทย์ปัญหานี้ได้

1.3 ความรู้ที่ใช้เพื่อตัดสินใจเลือกวิธีการ เป็นความรู้เกี่ยวกับการวิเคราะห์ลักษณะของวิธีการที่ใช้ในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงาน เพื่อตัดสินใจในการเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพสูงสุด เช่น ผู้เรียนต้องวิเคราะห์ว่าวิธีการหรือกระบวนการแก้ปัญหาที่มีอยู่ วิธีการใดเป็นวิธีที่ใช้แก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็ว ง่ายต่อการอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจ และเหมาะสมที่สุดกับโจทย์ปัญหา

2. การควบคุมตนเอง เป็นความสามารถของผู้เรียนในการควบคุมตนเองให้เรียนรู้หรือปฏิบัติงานได้สำเร็จตามเป้าหมายที่วางไว้ ซึ่งประกอบด้วย การควบคุมตนเองใน 3 ด้าน ดังนี้

2.1 การวางแผน เป็นการกำหนดวัตถุประสงค์และขั้นตอนของการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงาน เพื่อเป็นแนวทางในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงานให้สำเร็จอย่างมีประสิทธิภาพ เช่น



ผู้เรียนต้องวิเคราะห์ในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จะต้องมีส่วนตอนใดบ้าง เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องและสอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด

2.2 การกำกับควบคุม เป็นการตรวจสอบและคิดทบทวนเกี่ยวกับความเหมาะสมและความถูกต้องของวิธีการและขั้นตอนที่เลือกใช้ในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงาน เช่น ผู้เรียนต้องวิเคราะห์ว่าวิธีการที่เลือกใช้เหมาะสมและสอดคล้องกับการแก้ปัญหาในเรื่องนั้นหรือไม่

2.3 การประเมิน เป็นการตรวจสอบผลที่ได้จากการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงานซึ่งจะทำให้ผลที่ได้มีความถูกต้องและสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ตามเป้าหมายที่วางไว้ เช่น ผู้เรียนต้องตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลกับโจทย์ปัญหาหรือไม่

3. ความตระหนักต่อกระบวนการคิด เป็นความสามารถของผู้เรียนเกี่ยวกับการรู้จักจำแนกสิ่งที่ทำให้การเรียนรู้หรือการปฏิบัติงานสำเร็จอย่างมีประสิทธิภาพ และสามารถอธิบายสิ่งที่ตนเองรู้ให้ผู้อื่นฟังได้ ซึ่งเกี่ยวข้องกับการอธิบายเหตุผลใน 3 ด้าน ดังนี้

3.1 การสนับสนุนความคิดหรือวิธีการที่ถูกต้องของตนเอง ผู้เรียนสามารถอธิบายเหตุผล เพื่อสนับสนุนความคิดหรือวิธีการที่ถูกต้องของตนเองได้อย่างชัดเจน ซึ่งแสดงถึงความมั่นใจว่าสิ่งที่ตนเองคิดนั้นถูกต้อง หลังจากมีการประเมินแล้วว่ากระบวนการคิดที่ใช้ในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงานทำให้สำเร็จ

3.2 การยอมรับความคิดหรือวิธีการอื่นที่ถูกต้อง ผู้เรียนสามารถอธิบายเหตุผลในการยอมรับความคิดหรือวิธีการอื่นที่ถูกต้อง ซึ่งแตกต่างจากแนวคิดของตนเอง

3.3 การยอมรับว่าความคิดหรือวิธีการของตนเองผิดพลาด ผู้เรียนสามารถอธิบายเหตุผลในการยอมรับว่าความคิดหรือวิธีการของตนเองผิดพลาด และพร้อมที่จะแก้ไขความผิดพลาดที่เกิดขึ้น หลังจากมีการประเมินแล้วว่ากระบวนการคิดที่ใช้ในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงานทำให้งานเกิดข้อผิดพลาด

จากการศึกษาองค์ประกอบของอภิปัญญา สรุปได้ว่า อภิปัญญา มี 3 องค์ประกอบ ดังนี้

1. ความรู้อภิปัญญา หมายถึง การที่บุคคลรู้ถึงความสามารถของตนเอง รู้ถึงความยากง่ายของงานและรู้ถึงวิธีการที่จะทำงานให้บรรลุถึงเป้าหมายที่ต้องการ

2. การกำกับตนเอง หมายถึง การที่บุคคลสามารถวางแผน สามารถกำกับควบคุมกระบวนการคิดของตนเองในการกำหนดทิศทางการดำเนินกิจกรรม โดยกำหนดเป้าหมายของตนเอง และแสดงวิธีการหรือขั้นตอนที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา รวมถึงการประเมินการแก้ปัญหาอย่างถูกต้อง

3. ความตระหนัก หมายถึง การตระหนักต่อกระบวนการคิดของตนเอง คือ การที่บุคคลรู้ในสิ่งที่จะสนับสนุนความคิดหรือวิธีการที่ถูกต้อง หรือการยอมรับความคิดหรือวิธีการอื่นที่ถูกต้อง หรือการยอมรับว่าความคิดหรือวิธีการของตนเองผิดพลาด

#### 4. กลวิธีเชิงอภิปัญญา

Garofalo and Lester (1985) ได้ปรับคำอธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาของ Polya เพื่อรวมกิจกรรมอภิปัญญาเข้าด้วยกันอย่างเหมาะสม โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์ด้านอภิปัญญาของการปฏิบัติทางคณิตศาสตร์ กลวิธีด้านอภิปัญญาของ Garofalo and Lester สำหรับการปฏิบัติทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 4 กลวิธีย่อย ดังนี้

1. ขั้นตอนการปรับตัว (พฤติกรรมเชิงกลยุทธ์ในการประเมินและทำความเข้าใจปัญหา)
2. ขั้นตอนการจัดระเบียบ (การวางแผนพฤติกรรมและการเลือกการกระทำ)
3. ขั้นตอนการดำเนินการ (การควบคุมพฤติกรรมเพื่อให้สอดคล้องกับแผน)
4. ขั้นตอนการตรวจสอบ (การประเมินการตัดสินใจและผลลัพธ์ของแผนการดำเนินการ)

Barry K. Beyer (1987 อ้างถึงใน จรุง ขำพงศ์ 2542) ได้ศึกษากลวิธีอภิปัญญาในการแก้ปัญหา และได้แบ่งกลวิธีอภิปัญญาในการแก้ปัญหา ออกเป็น 3 กลวิธีย่อย ดังนี้

1. วางแผนการแก้ปัญหา (Planning) เป็นการทำความเข้าใจข้อมูลหรือเงื่อนไขในโจทย์ปัญหา พิจารณาหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้กับสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา กับประสบการณ์เดิมของผู้แก้โจทย์ปัญหา มากำหนดว่าจะแก้โจทย์ปัญหาด้วยวิธีใดและอย่างไร ก่อนที่ทำการแก้โจทย์ปัญหาต่อไป ประกอบด้วย

- 1.1 กำหนดเป้าหมายในการแก้ปัญหา เป็นการพิจารณาโจทย์ว่าสิ่งที่โจทย์ให้หา สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ และเลือกข้อมูลจำเป็นในการแก้โจทย์ปัญหา

- 1.2 เลือกวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหา เป็นการตัดสินใจเลือกวิธีการหรือขั้นตอนที่เหมาะสมที่สุด

- 1.3 เรียงลำดับวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหา เป็นการนำวิธีการหรือขั้นตอนที่เลือกมาลำดับเป็นขั้นตอนย่อย ๆ ทำให้สะดวกต่อการแก้ปัญหาและตรวจสอบข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้น

- 1.4 คาดเดาอุปสรรค ข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้นและวิธีการแก้ไขได้ เป็นการคาดการณ์ถึงสิ่งที่จะทำให้เกิดอุปสรรคและข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้นได้

- 1.5 คาดเดาวิธีการแก้ไขอุปสรรค ข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้น เป็นการคาดการณ์ถึงวิธีการที่จะทำให้สามารถกำจัดอุปสรรคและข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้นได้ในการแก้ปัญหา

- 1.6 ประเมินหรือทำนายผลลัพธ์ที่ต้องการ เป็นการคาดคะเนคำตอบที่ต้องการ โดยการวิเคราะห์ข้อมูล หรือเงื่อนไขที่โจทย์ปัญหามาให้อย่างมีเหตุผล เพื่อนำไปใช้ประโยชน์ในการตรวจสอบคำตอบ

2. กำกับการแก้ปัญหา (Monitoring) เป็นการควบคุมและตรวจสอบวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาไปพร้อมกับการแก้ปัญหา ประกอบด้วย

2.1 กำกับเป้าหมายการแก้โจทย์ปัญหา เป็นการกำกับถึงสิ่งที่โจทย์ต้องการ

2.2 กำกับวิธีและขั้นตอนการแก้ปัญหา เป็นการกำกับให้ปฏิบัติตามวิธีการและขั้นตอนที่เลือกไว้ในขณะทำการแก้ปัญหา โดยการกำกับถึงสิ่งต่อไปนี้

2.2.1 รู้ว่าแก้ปัญหาในเป้าหมายย่อยได้สำเร็จ

2.2.2 ตัดสินใจไปสู่วิธีการหรือขั้นตอนต่อไป

2.2.3 เลือกรูปวิธีการหรือขั้นตอนต่อไปอย่างเหมาะสม

2.2.4 รู้ข้อผิดพลาดและอุปสรรคที่เกิดขึ้น

2.2.5 รู้วิธีการแก้ไขข้อผิดพลาดและอุปสรรคที่เกิดขึ้น

3. ประเมินการแก้ปัญหา (Assessing) เป็นการมองย้อนกลับไปขึ้นตอนต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาเพื่อพิจารณารายละเอียดในแต่ละขั้นตอนว่ามีความถูกต้องสมบูรณ์เพียงใด ประกอบด้วย

3.1 ประเมินความสำเร็จตามเป้าหมาย เป็นการตรวจสอบว่าหลังจากที่ได้แก้ปัญหาแล้ว ผู้แก้ปัญหามีความสามารถบรรลุเป้าหมายของการแก้ปัญหานั้น ๆ ตามที่ได้ตั้งไว้หรือไม่

3.2 พิจารณาความถูกต้องของผลลัพธ์ เป็นการตรวจสอบคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหาว่าถูกต้องหรือไม่ ด้วยวิธีการหรือขั้นตอนใด เพื่อทำให้เกิดความมั่นใจว่าคำตอบที่ได้นั้นมีความถูกต้อง

พิมพันธ์ เดชะคุปต์ (2544) กล่าวถึง การฝึกผู้เรียนให้รู้ถึงกระบวนการคิดของตน คือ รู้ว่าตนเองรู้อะไร ต้องการรู้อะไร และยังไม่รู้อะไร ตลอดจนสามารถควบคุม ตรวจสอบการคิดของตนเองได้ในทิศทางที่ถูกต้อง อาจใช้เทคนิคการแก้โจทย์ปัญหา ดังนี้

1. การฝึกให้ผู้เรียนรู้จักวางแผน ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนย่อย ดังนี้

1.1 ฝึกให้ผู้เรียนวิเคราะห์เป้าหมายของการกระทำใด ๆ ไม่ว่าจะเป็งานหรือกิจกรรมที่ผู้เรียนกระทำ ถ้าเป็นโจทย์ปัญหาก็ให้ผู้เรียนสามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ บอกข้อมูลอื่นที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหา บอกคำหรือข้อความสำคัญ และบอกเป้าหมายของการแก้โจทย์ปัญหานั้นได้

1.2 ฝึกให้ผู้เรียนเลือกใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาเป็นการเสนอยุทธวิธีต่าง ๆ สำหรับการแก้ปัญหาที่กำหนดให้ แล้วตัดสินใจเลือกยุทธวิธีที่จะทำให้สามารถแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพมากที่สุด

1.3 เรียงลำดับขั้นตอนตามยุทธวิธีที่ได้เลือกไว้ เป็นการนำยุทธวิธีแก้โจทย์ปัญหาที่ได้เลือกไว้มาลำดับเป็นขั้นตอนย่อย ๆ อย่างเป็นระบบ เพื่อให้สะดวกต่อการแก้โจทย์ปัญหาและสะดวกต่อการตรวจสอบข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้น

1.4 ประเมินคำตอบที่คาดว่าจะได้ เป็นการคาดคะเนคำตอบให้ได้ใกล้เคียงกับคำตอบของโจทย์ปัญหามากที่สุด โดยการวิเคราะห์เงื่อนไขหรือข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้อย่างมีเหตุผล เพื่อนำไปใช้ประโยชน์ในการตรวจสอบคำตอบ

2. การฝึกให้ผู้เรียนรู้จักการกำกับควบคุมและตรวจสอบการคิดของตนเองได้ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนย่อย ดังนี้

2.1 การกำหนดเป้าหมายในใจ เป็นการกำหนดเป้าหมายของการกระทำใด ไม่ว่าจะป็นงานและกิจกรรมต่าง ๆ

2.2 กำกับวิธีการต่าง ๆ ให้เป็นไปตามขั้นตอนของยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่เลือกไว้

3. การฝึกให้ผู้เรียนสามารถประเมินการคิดของตนเองได้

3.1 ประเมินความสำเร็จของเป้าหมาย เป็นการตรวจสอบว่าหลังจากที่ได้ปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอนหรือยุทธวิธีที่เลือกนั้นแล้วสามารถบรรลุเป้าหมายที่ตั้งไว้หรือไม่

3.2 การตรวจสอบคำตอบ เป็นการตรวจสอบคำตอบ หรือผลลัพธ์ของงานหรือกิจกรรมที่กระทำลงไปว่าถูกต้องหรือไม่เพียงใด

3.3 ตรวจสอบขั้นตอนการปฏิบัติว่า เป็นการย้อนกลับไปมองถึงขั้นตอนของยุทธวิธีต่าง ๆ ที่ใช้ในการทำกิจกรรมได้มีความถูกต้องสมบูรณ์เพียงใด เพื่อจะช่วยให้พบข้อบกพร่องที่อาจนำไปปรับปรุงแก้ไขให้ดีขึ้นต่อไปได้หรือไม่

Alex, & Eleanor (2018) กล่าวว่า อภิปัญญา ประกอบด้วย การวางแผน การติดตาม และการประเมินตนเอง ซึ่งทั้ง 3 พฤติกรรมเหล่านี้สามารถเกิดขึ้นได้จากการตั้งคำถามกระตุ้นโดยครู

1. การกระตุ้นการวางแผน ครูอาจใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนตอบประเด็นดังนี้ แหล่งข้อมูลเกี่ยวกับอะไรที่เราจำเป็นต้องไปค้นคว้า เคยทำสิ่งนี้มาก่อนหรือไม่ และประสบความสำเร็จหรือไม่ เรียนรู้อะไรจากตัวอย่างที่ดูก่อนหน้านี้ ควรเริ่มต้นจากจุดใด และควรเริ่มจากมุมมองใด จำเป็นต้องใช้คำแนะนำหรือไม่

2. การกระตุ้นการติดตามตนเอง ครูอาจใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนตอบประเด็นดังนี้ ขณะนี้นักเรียนทำได้ดีหรือยัง ต้องใช้เทคนิคอื่น ๆ เพื่อพัฒนาผลงานตนเองหรือไม่ มีสิ่งใดที่ต้องหยุดทำและแก้ไขเพื่อพัฒนาชิ้นงานนี้หรือไม่

3. การกระตุ้นประเมินตนเอง ครูอาจใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนตอบประเด็นดังนี้ แนวทางการทำงานของตนเองเป็นไปได้อย่างราบรื่นหรือไม่ มุมมองที่ตนเลือกถูกต้องหรือไม่ มีมุมมองหรือเทคนิคอื่นที่อยากลองหรือไม่ เป็นต้น

จากการศึกษากลวิธีเชิงอภิปัญญา สรุปได้ว่า กลวิธีเชิงอภิปัญญามี 4 กลวิธีย่อย ได้แก่

- 1) ขั้นตอนการปรับตัว การกระตุ้นให้นักเรียนมีกลยุทธ์ในการประเมินและทำความเข้าใจปัญหา
- 2) ขั้นตอนการจัดระเบียบ การกระตุ้นให้นักเรียนมีการวางแผนพฤติกรรมและการเลือกวิธีการ

แก้ปัญหา 3) ขั้นตอนการดำเนินการ การกระตุ้นให้นักเรียนมีการควบคุมการแก้ปัญหาให้สอดคล้องกับแผนที่วางไว้ 4) ขั้นตอนการตรวจสอบ การกระตุ้นให้นักเรียนมีการประเมินการตัดสินใจของตนเองและประเมินผลลัพธ์ของแผนการดำเนินการ

### 5. การจัดการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญา

การจัดการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาเป็นการจัดการเรียนรู้ตามหลักการของ 5 แนวปฏิบัติการสอน โดยมีการใช้กลวิธีเชิงอภิปัญญาช่วยควบคุมความสามารถและกระบวนการคิดของนักเรียนขณะที่ครูจัดการเรียนรู้ในชั้นการปฏิบัติที่ 2 ชั้นการปฏิบัติที่ 3 และชั้นการปฏิบัติที่ 5 ซึ่งมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน ประกอบด้วย

ชั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Anticipating) ครูออกแบบหรือคัดเลือกงานทางคณิตศาสตร์ก่อนการจัดการเรียนรู้ โดยงานทางคณิตศาสตร์ที่ออกแบบหรือคัดเลือกต้องอาศัยความรู้ ความเข้าใจและทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการทำงาน ที่นำมาซึ่งคำตอบที่แตกต่างกันหลากหลายของนักเรียนแต่ละคน ตามความรู้และประสบการณ์เดิม โดยครูมีการคาดการณ์การตอบสนองต่องานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และคาดการณ์ถึงวิธีการในการหาคำตอบของนักเรียนจนได้คำตอบทั้งที่ถูกต้องและไม่ถูกต้อง

ชั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching) ครูนำเสนองานทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่น่าสนใจ กระตุ้นความรู้และประสบการณ์เดิมของนักเรียนแต่ละคน สร้างบรรยากาศการเรียนรู้ที่เปิดรับความคิดเห็นและวิธีการที่แตกต่างหลากหลาย เพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและเงื่อนไขสำคัญของปัญหา แต่ไม่ชี้แนะแนวทางการหาคำตอบ โดยครูใช้กลวิธีเชิงอภิปัญญาช่วยควบคุมความสามารถและกระบวนการคิดของนักเรียน ได้แก่ ขั้นตอนการปรับตัว

ชั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring) นักเรียนใช้ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบของงานทางคณิตศาสตร์ โดยครูใช้กลวิธีเชิงอภิปัญญา 2 กลวิธีย่อยช่วยควบคุมความสามารถและกระบวนการคิดของนักเรียน ได้แก่ ขั้นตอนการจัดระเบียบและขั้นตอนการดำเนินการ โดยนักเรียนทำความเข้าใจปัญหาและเลือกวิธีการหรือขั้นตอนเพื่อวางแผนแก้ปัญหา หลังจากนั้นนักเรียนปฏิบัติตามวิธีการและขั้นตอนตามที่วางแผนไว้เพื่อหาข้อสรุปจากงานทางคณิตศาสตร์ที่กำหนด โดยระหว่างนักเรียนลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์ครูกำกับติดตามแนวคิดและวิธีการต่างๆ ที่น่าสนใจทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาดของนักเรียน รวมถึงพฤติกรรมกรรมการเรียนรู้ต่างๆ ของนักเรียนและมีการจดบันทึกไว้

ชั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting and Sequencing) ครูคัดเลือกแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนจากข้อมูลที่สังเกตและบันทึกได้จากชั้นการปฏิบัติที่ 3 เพื่อกำหนดเป็นประเด็นที่จะใช้ในการอภิปรายโดยเลือกให้ครอบคลุมแนวคิดของ

นักเรียนทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด รวมถึงแนวคิดหรือวิธีการที่หลากหลายที่จะสามารถนำไปสรุปเป็นความรู้ใหม่ตามวัตถุประสงค์ของบทเรียน และครูจัดลำดับการอภิปรายแนวคิดและวิธีการที่นักเรียนใช้ในการทำงานทางคณิตศาสตร์ โดยเริ่มจากแนวคิดและวิธีการที่นักเรียนส่วนใหญ่ได้ทำสามารถเข้าใจได้และนำนักเรียนให้เชื่อมโยงไปสู่วิธีการที่ถูกต้องตามแนวคิดทางคณิตศาสตร์

ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ (Connecting) นักเรียนนำเสนอและอธิบายแนวคิดหรือวิธีการของกลุ่มตามลำดับที่ครูจัดลำดับไว้ในขั้นการปฏิบัติที่ 4 นักเรียนได้อภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้ แนวคิดหรือวิธีการ และนำไปสู่การสรุปเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเอง รวมทั้งครูให้นักเรียนเปรียบเทียบความเหมือนและความแตกต่างในแนวคิดของตนเองกับคนอื่นและประเมินความสมเหตุสมผลของวิธีการต่างๆ ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน โดยครูใช้กลวิธีเชิงอภิปรายได้แก่ ขั้นตอนการตรวจสอบ ซึ่งครูให้นักเรียนประเมินวิธีการที่ตนเองใช้ในการแก้ปัญหาและประเมินผลลัพธ์ของแผนการแก้ปัญหาว่าผลที่ได้มีความถูกต้องและสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ตามเป้าหมายที่ตั้งไว้หรือไม่ รวมทั้งระบุข้อผิดพลาดและนำเสนอวิธีแก้ไขข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

### สมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

#### 1. ความหมายของสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

O'Daffer (1993) กล่าวว่า การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Reasoning) เป็นส่วนหนึ่งของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ และเป็นการคิดที่เกี่ยวข้องกับการสร้างหลักการ การสรุปแนวคิดที่สมเหตุสมผล และการหาความสัมพันธ์ของแนวคิดและแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับแนวคิดนั้น

National Council of Teachers of Mathematics (2000) ได้กำหนด การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เป็นมาตรฐานหนึ่งในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และกล่าวว่าการให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์นั้นจะเป็นแนวทางในการพัฒนาให้เกิดการแสดงออกถึงความเข้าใจอันลึกซึ้งเกี่ยวกับปรากฏการณ์ต่าง ๆ ได้ ซึ่งกำหนดมาตรฐานของการให้เหตุผลและการพิสูจน์สำหรับนักเรียนในระดับอนุบาลถึงเกรด 12 ดังนี้

1. ตระหนักถึงความสำคัญของการให้เหตุผลและการพิสูจน์ในวิชาคณิตศาสตร์
2. สร้างและตรวจสอบข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้
3. พัฒนาและประเมินการอ้างเหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้
4. เลือกและใช้การให้เหตุผลและการพิสูจน์หลายประเภท

Haggarty (2003) ได้กล่าวว่า สมรรถนะการให้เหตุผลเป็นการที่นักเรียนสามารถค้นหา คำตอบและตัดสินความถูกต้องได้ รวมถึงการพัฒนาแนวคิดเป็นข้อสรุปทั่วไป การโต้แย้ง และการ พิสูจน์

Galotti (2004) ให้ความหมายของสมรรถนะการให้เหตุผลไว้ว่า เป็นการสร้างข้อสรุป โดยการอ้างอิงข้อมูลมาใช้ในการสนับสนุนข้อสรุปนั้น บางข้อสรุปอาจอ้างอิงข้อมูลใหม่ที่ได้รับ แต่ อย่างไรก็ตามการอ้างอิงข้อมูลเพื่อสร้างข้อสรุปนั้น อาจใช้ความคิดเห็นส่วนตัวมาเป็นข้อสนับสนุนได้

อัมพร ม้าคนอง (2553) ได้กล่าวถึง สมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญมี ดังต่อไปนี้

1. หาข้อสรุปที่เป็นเหตุเป็นผลเกี่ยวกับคณิตศาสตร์
2. ใช้ความรู้และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และในการอธิบาย ความคิดของตนเอง
3. เข้าใจและสามารถใช้กระบวนการให้เหตุผลในสถานการณ์เฉพาะใด ๆ
4. สร้าง ทดสอบ และประเมินข้อความคาดการณ์และข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์
5. ให้เหตุผลโดยใช้การอุปนัยและนิรนัยทางคณิตศาสตร์
6. ตรวจสอบและประเมินความคิดของตนเอง
7. เห็นคุณค่าและความสำคัญของการใช้เหตุผลซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของคณิตศาสตร์และ สามารถนำไปใช้ได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผล เป็นทักษะและกระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถคิด วิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์วางแผน ตัดสินใจและ แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม

วรนารถ อยู่สุข (2555) ได้กล่าวว่า สมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่ง สมรรถนะการให้เหตุผลประกอบไปด้วย การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์ และความสามารถ ในการอธิบายข้อสรุป โดยใช้ข้อมูลในการสนับสนุนหรือคัดค้านได้อย่างสมเหตุสมผล

จากการศึกษาความหมายของสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า สมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เพื่อหา ข้อสรุป โดยเหตุผลที่ใช้ อาจแสดงถึงแนวคิด ข้อเท็จจริง หลักการ ข้อคาดการณ์หรือข้อสนับสนุนที่ เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น

## 2. ความสำคัญของสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ศึกษาความสำคัญของสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักการศึกษาระดับมัธยมศึกษาหรือสถาบันการศึกษา ดังนี้

Stiggins (1997) ได้กล่าวว่า การทำความเข้าใจโดยใช้เหตุผลช่วยให้นักเรียนเป็นนักคิดที่ดี ในบางครั้งเราอาจต้องให้การให้เหตุผลในลักษณะของการวิเคราะห์เพื่อจะดูว่าส่วนปลีกย่อยต่างๆ เข้ากับภาพรวมของสิ่งนั้นหรือไม่ ในบางโอกาสเราต้องให้การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบเพื่อให้เข้าใจความเหมือนและความแตกต่างของสิ่งนั้นๆ

Alice and Shirel (1999) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งที่ทำให้การแก้ปัญหาที่มีความสมบูรณ์ นักเรียนจะไม่สามารถเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหา หรือวางแผนในการแก้ปัญหาได้ หากปราศจากการให้เหตุผล จึงกล่าวได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญควบคู่ไปกับการแก้ปัญหา

National Council of Teachers of Mathematics (2000) ได้ให้ความสำคัญของสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นแนวทางในการพัฒนาให้เกิดการแสดงออกถึงความเข้าใจที่ลึกซึ้งเกี่ยวกับปรากฏการณ์ต่างๆ ได้อย่างกว้างขวางและได้กล่าวถึงวิชาคณิตศาสตร์กับการให้เหตุผลว่าจุดเน้นของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในแต่ละระดับ ดังนี้

ระดับอนุบาล-เกรด 4 เน้นการให้เหตุผลที่ให้นักเรียน

1. หาผลสรุปทางคณิตศาสตร์
2. ใช้ความรู้สมบัติความสัมพันธ์และรูปแบบต่างๆ ในการอธิบายแนวคิด
3. ให้เหตุผลเกี่ยวกับคำตอบและกระบวนการในการหาคำตอบ
4. ใช้รูปแบบและความสัมพันธ์ต่างๆ ในการวิเคราะห์สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์
5. เชื่อว่าคณิตศาสตร์มีความสมเหตุสมผล

เกรด 5-8 เน้นการให้เหตุผลที่ให้นักเรียน

1. มีความเข้าใจและให้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย
2. สามารถทำความเข้าใจและประยุกต์ใช้กระบวนการให้เหตุผลเชิงมิติสัมพันธ์
3. สร้างและตรวจสอบข้อคาดเดาและข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์
4. ให้เหตุผลในความคิดของตนเอง
5. เห็นความสำคัญของการให้เหตุผลว่าเป็นส่วนสำคัญของคณิตศาสตร์

เกรด 9-12 สนับสนุนให้นักเรียนได้ขยายทักษะการให้เหตุผลโดยมุ่งให้นักเรียนสามารถ

1. สร้างและตรวจสอบข้อคาดเดา
2. ยกตัวอย่างคัดค้านได้
3. แสดงการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล



4. ตัดสินข้อโต้แย้งด้วยเหตุผล

5. อ้างเหตุผลอย่างง่ายได้

อัมพร ม้าคอง (2553) กล่าวถึง การให้เหตุผลมีความสำคัญต่อชีวิตมนุษย์ทุกวัยในแต่ละวันมนุษย์ต้องให้เหตุผลกับคนอื่นและต้องการเหตุผลจากคนอื่นไม่ว่าจะเป็นเรื่องเล็กน้อยหรือเรื่องสำคัญมาก มนุษย์ต้องการคำอธิบายที่เป็นเหตุเป็นผลและคนส่วนใหญ่รับได้ ด้วยเหตุนี้การฝึกการให้เหตุผลจึงเป็นเรื่องจำเป็นที่นักเรียนต้องฝึกฝนให้เกิดเป็นทักษะหรือความชำนาญ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้กล่าวว่า การคิดอย่างมีเหตุผลเป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนจะนำไปใช้พัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ เพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในการทำงานและการดำรงชีวิต

จากการศึกษาความสำคัญของสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่าสมรรถนะการให้เหตุผลสามารถส่งเสริมให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมาย ทำให้การเรียนคณิตศาสตร์ไม่ใช่เพียงแค่การท่องจำ นอกจากนี้ยังส่งเสริมให้ผู้เรียนแก้ปัญหาได้อย่างสมบูรณ์

### 3. ประเภทของสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

O'Daffer (1990) ได้เสนอว่า ทักษะการให้เหตุผลที่มีความสำคัญต่อความสำเร็จทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีอยู่ 2 ประเภท ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับสมาชิกบางสมาชิกในขอบเขตหนึ่งๆ เพื่อนำไปสู่กรณีทั่วไปหรือนำไปสู่สมาชิกทุกตัวในขอบเขตนั้น

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อความหรือแบบรูปที่เป็นจริงหรือสมเหตุสมผลอยู่แล้ว เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

Baroody (1993) ได้กล่าวว่าการให้เหตุผลนั้นมี 3 ประเภท ดังนี้

1. การให้เหตุผลโดยใช้ความรู้สึกนึกคิด (Intuitive reasoning) เป็นลักษณะของการให้เหตุผลที่เกิดจากการหยั่งรู้ ที่ไม่ได้มีข้อมูลที่จำเป็นทั้งหมดในการตัดสินใจ จึงตัดสินใจจากข้อมูลที่เห็นหรือความรู้สึกภายใน เหตุผลเชิงหยั่งรู้จึงเป็นเหตุผลที่วางอยู่บนสิ่งที่ปรากฏหรือข้อสมมติฐานซึ่งสิ่งที่ปรากฏอาจถูกหรือผิดก็ได้

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นเหตุผลที่ได้จากการพิจารณาสิ่งที่มีร่วมกัน จากตัวอย่างหลายตัวอย่าง แล้วสรุปออกมาโดยมีเหตุผลสนับสนุน

3. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่อาศัยกฎหรือข้ออ้างที่ได้รับการยอมรับว่าเป็นจริงมาพิจารณาเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

Stiggins (1997) ได้กล่าวถึง รูปแบบของการให้เหตุผลว่ามี 3 รูปแบบ ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ เป็นการให้เหตุผลโดยพิจารณาส่วนย่อยหรือส่วนประกอบเล็กที่ประกอบกันเป็นสิ่งนั้น เป็นการศึกษาลึกลงในส่วนย่อยเมื่อต้องการศึกษาสิ่งนั้นอย่างลึกซึ้งเพื่อศึกษารายละเอียดหรือกรณีที่ต้องการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องอาศัยการวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหานั้นแล้วนำความรู้และการให้เหตุผลมาใช้ในการแก้ปัญหา

2. การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบ เป็นกระบวนการศึกษาว่าในสิ่งนั้นๆมีอะไรที่เหมือนกันหรือแตกต่างกัน การให้เหตุผลในวิธีนี้จะต้องมีความรู้ความเข้าใจสิ่งที่ต้องการเปรียบเทียบอย่างลึกซึ้งมีข้อตกลงอย่างชัดเจนว่าแบบใดที่ถือว่าเหมือนและแบบใดที่ถือว่าแตกต่าง ก่อนที่จะทำการเปรียบเทียบ

3. การให้เหตุผลในการประเมิน เป็นการให้เหตุผลเมื่อเราต้องการตัดสินคุณค่าหรือความถูกต้อง โดยอาศัยเหตุผลที่สมเหตุสมผลมาประกอบการพิจารณา

Stiggins and Chappuis (2012) ได้เสนอว่า การให้เหตุผลมี 6 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ (analytical reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยพิจารณาส่วนย่อยหรือส่วนประกอบ โดยใช้การวิเคราะห์เพื่อศึกษารายละเอียดหรือในกรณีที่ต้องการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องอาศัยการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา แล้วนำความรู้และการให้เหตุผลมาใช้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ

2. การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบ (comparative reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่มุ่งพิจารณาว่าสิ่งนั้น ๆ มีอะไรที่เหมือนกันและมีอะไรที่ต่างกัน

3. การให้เหตุผลแบบประเมิน (evaluative reasoning) เป็นการให้เหตุผลเมื่อต้องการตัดสินคุณค่าหรือพิจารณาว่าสิ่งใดมีความเหมาะสมหรือไม่เหมาะสม โดยอาศัยความสมเหตุสมผลในการตัดสิน

4. การให้เหตุผลแบบสังเคราะห์ (synthesizing reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ใช้วิธีการรวบรวมข้อมูลต่าง ๆ มาหลอมรวมกันเพื่อสร้างเป็นข้อสรุป

5. การให้เหตุผลแบบจำแนก (classifying reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ในกรณีที่ต้องการแยกประเภทของสิ่งของต่าง ๆ ว่าสิ่งใดควรถูกจัดอยู่ในกลุ่มไหน เพราะเหตุใด

6. การให้เหตุผลแบบสรุปอ้างอิง (inferential reasoning) เป็นการให้เหตุผลแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้จำแนกการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นกระบวนการที่ใช้การสังเกตหรือการทดลองหลายๆ ครั้งแล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อนำมาหาแบบรูปที่จะนำไปสู่ข้อสรุปที่เชื่อได้ว่าน่าจะมีเหตุผล น่าจะ

เป็นจริง และมีความเป็นไปได้มากที่สุด แต่ยังไม่สามารถพิสูจน์ได้ว่าเป็นจริง และยังไม่พบข้อขัดแย้ง เรียกข้อสรุปนั้นว่า ข้อความคาดการณ์

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นกระบวนการที่ยกเอาสิ่งที่รู้ว่าจริงหรือยอมรับว่าจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ แล้วใช้เหตุผลตามหลักคณิตศาสตร์ อ้างจากสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงนั้น เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปหรือผลสรุปที่เพิ่มเติมขึ้นมาใหม่ ประกอบด้วย 2 ส่วนที่สำคัญคือ ส่วนของเหตุหรือสมมติฐาน และส่วนของผลหรือผลสรุป

จากการศึกษาประเภทของสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การแบ่งประเภทของสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ขึ้นอยู่กับจุดประสงค์ของการให้เหตุผลและการนำไปใช้ ซึ่งที่กล่าวถึงส่วนใหญ่ก็จะเป็น การให้เหตุผลแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัย

#### 4. การพัฒนาสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

Sternberg (1999) ได้นำเสนอแนวคิดในการพัฒนาทักษะและการประเมินการให้เหตุผลของผู้เรียน ผู้สอนควรคำนึงถึงกระบวนการทางปัญญา 5 ขั้น คือ การระบุปัญหา การสร้างกลวิธีเพื่อแก้ปัญหา การสร้างมโนภาพจากการแก้ปัญหา การวางแผนและการจัดการทรัพยากรเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา และการกำกับและประเมินคำตอบ

National Council of Teachers of Mathematics (2010) ได้กล่าวว่า ครูสามารถส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลของผู้เรียนผ่านการใช้ปัญหาที่เน้นการให้เหตุผลและการใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ที่จะคิดวิเคราะห์แนวทางแก้ปัญหาและให้เหตุผลเพื่อหาข้อสรุปที่ถูกต้อง ซึ่งแนวทางในการพัฒนาการให้เหตุผลในชั้นเรียนคณิตศาสตร์สามารถทำได้ ดังนี้

1. ส่งเสริมให้ผู้เรียนแก้ปัญหาด้วยตัวเอง
2. ใช้คำถามเพื่อให้ผู้เรียนอธิบายความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหาด้วยภาษาและความเข้าใจของตัวผู้เรียนเอง
3. ปล่อยให้เวลาแก่ผู้เรียนในการคิดวิเคราะห์ปัญหาและดำเนินการแก้ในหลายๆวิธี
4. กระตุ้นผู้เรียนโดยการถามเช่น สามารถแก้ปัญหานี้ได้อย่างไร ทำไมเราต้องใช้วิธีนี้นักเรียนสามารถทราบคำตอบนี้ได้อย่างไร เมื่อผู้เรียนเกิดความท้อแท้ควรหาวิธีที่เหมาะสมในการสร้างแรงจูงใจในการทำงาน
5. ปล่อยให้เวลาผู้เรียนในการคิดตอบคำถามซึ่งจะเป็นการส่งเสริมการอธิบายแนวคิดโดยใช้ภาษาและความเข้าใจของตัวผู้เรียนเอง
6. ส่งเสริมให้มีการสื่อสารหรือให้เหตุผลในชั้นเรียนไม่ว่าจะเป็น ครูกับนักเรียนหรือนักเรียนกับนักเรียนเอง
7. สร้างบรรยากาศในห้องเรียนให้เป็นห้องเรียนแห่งการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ เกิดการคิดอย่างมีเหตุผล มีการอภิปรายโต้แย้ง อธิบายเหตุผล เป็นต้น

กรมวิชาการ (2545) ได้เสนอแนวทางการพัฒนาสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การฝึกให้นักเรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลนั้นสามารถสอดแทรกได้ในการเรียนทุกเนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์และวิชาอื่น ๆ และได้แสดงองค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้นักเรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักการให้เหตุผลไว้ ดังนี้

1. ควรให้นักเรียนได้พบกับโจทย์หรือปัญหาที่นักเรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของนักเรียนที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบ
2. ให้นักเรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการใช้ และให้เหตุผลของตนเอง
3. ครูควรสรุปและชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจว่า เหตุผลของนักเรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ขาดตกบกพร่องอย่างไร โดยการเริ่มต้นที่จะส่งเสริมให้นักเรียนรู้และเกิดทักษะการให้เหตุผล ครูควรจัดสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ ครูสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนและคอยช่วยเหลือโดยการกระตุ้นหรือชี้แนะอย่างกว้าง ๆ โดยใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” พร้อมให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีก เช่น “ถ้า...แล้ว” “นักเรียนคิดว่า...จะเป็นอย่างไร” นักเรียนที่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ ครูจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่าไม่ถูกต้อง และให้นักเรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากยิ่งขึ้น นอกจากนี้ในการจัดการเรียนรู้ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอย่างหลากหลาย โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดควรเป็นปัญหาปลายเปิดที่นักเรียนสามารถแสดงความคิดเห็นหรือให้เหตุผลที่แตกต่าง

สุดารัตน์ ภิรมย์ราช (2555) ได้เสนอแนวทางการพัฒนาสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่สนับสนุนให้นักเรียนได้คิดและอธิบายแนวคิด โดยให้เหตุผลยืนยันหรือคัดค้านแนวคิดนั้น ๆ อย่างสมเหตุสมผลและควรกระตุ้นความคิดของนักเรียนตลอดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

พีชานิกา เพชรสังข์ (2557) เสนอแนวทางในการพัฒนาสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์คือต้องฝึกจากประสบการณ์ที่หลากหลายและต่อเนื่องผ่านการแลกเปลี่ยนความคิด พูดอธิบายชี้แจงด้วยเหตุผล จึงควรจัดกิจกรรมโดยใช้แนวทางการสืบเสาะเพื่อให้นักเรียนมีโอกาสในการสืบค้นาคาดการณ์ ค้นหาวิธีการพิสูจน์ สังเกตแบบรูป รวมถึงครูควรจัดบรรยากาศให้นักเรียนรู้สึกกล้าที่จะแสดงความคิดเห็นในกรณีต่าง ๆ

จากการศึกษาการพัฒนาสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สนับสนุนให้นักเรียนได้คิดและอธิบายแนวคิด โดยให้เหตุผลยืนยันหรือคัดค้านแนวคิดนั้น ๆ อย่างสมเหตุสมผล รวมทั้งสร้างบรรยากาศในห้องเรียนให้เป็นห้องเรียนแห่งการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ มีการอภิปรายโต้แย้งและอธิบายเหตุผล

### 5. การประเมินสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

กรมวิชาการ (2546) ได้กำหนดเกณฑ์การประเมินการให้คะแนนการทำข้อสอบอัตนัย  
ทักษะ/กระบวนการให้เหตุผล ดังตาราง 3

**ตาราง 3 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนผลการทำข้อสอบอัตนัย ทักษะ/กระบวนการให้เหตุผลของ  
กรมวิชาการ**

ระดับคะแนน/ ความหมาย	ผลการทำข้อสอบอัตนัย	สมรรถนะการให้เหตุผล
4/ดีมาก	การแสดงวิธีทำชัดเจนสมบูรณ์ คำตอบถูกต้องครบถ้วน	มีการอ้างอิงเสนอแนวคิด ประกอบการตัดสินใจอย่าง สมเหตุสมผล
3/ดี	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ใน แนวทางที่ถูกต้องคำตอบถูกต้องครบถ้วน	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการ ตัดสินใจ
2/พอใช้	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนหรือไม่ แสดง วิธีทำ คำตอบถูกต้องครบถ้วน หรือการ แสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์แต่คำตอบไม่ ถูกต้อง ขาดการตรวจสอบ	เสนอแนวคิดไม่สมเหตุสมผลใน การประกอบการตัดสินใจ
1/ต้องปรับปรุง	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน แต่อยู่ใน แนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ แสดงวิธีทำและคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง แต่ อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง	มีความพยายามเสนอแนวคิด ประกอบการตัดสินใจ
0/ไม่พยายาม	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์	ไม่มีแนวคิดประกอบการ ตัดสินใจ

วรณูช หลวงจันทร์ (2564) ได้ให้เกณฑ์การให้คะแนนสมรรถนะการให้เหตุผลทาง  
คณิตศาสตร์ โดยประกอบไปด้วย 3 องค์ประกอบ คือ การหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล การหา  
ข้อสรุปของปัญหาและการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปของปัญหาไว้ ดังตาราง 4

**ตาราง 4 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

<b>ระดับคุณภาพ พฤติกรรม</b>	
<b>1. การหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล</b>	
ดี (2)	นักเรียนสามารถระบุปัญหาและเขียนความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหา และระบุความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง
พอใช้ (1)	นักเรียนสามารถระบุปัญหาและเขียนความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหา หรือระบุความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องอย่างใดอย่างหนึ่ง
ปรับปรุง (0)	นักเรียนไม่สามารถระบุปัญหาและเขียนความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งไม่สามารถระบุความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง
<b>2. การหาข้อสรุปของปัญหา</b>	
ดี (2)	นักเรียนสามารถใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหา สามารถบอกความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ และสามารถหาข้อสรุปของสถานการณ์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง
พอใช้ (1)	นักเรียนสามารถใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหา สามารถบอกความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ หรือสามารถหาข้อสรุปของสถานการณ์ปัญหาได้อย่างถูกต้องอย่างใดอย่างหนึ่ง
ปรับปรุง (0)	นักเรียนไม่สามารถใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหา ไม่สามารถบอกความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ และไม่สามารถหาข้อสรุปของสถานการณ์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง
<b>3. การพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปของปัญหา</b>	
ดี (2)	นักเรียนสามารถเขียนอธิบายเพื่อสนับสนุนหรือคัดค้านข้อสรุปปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างสมเหตุสมผลถูกต้องและชัดเจน
พอใช้ (1)	นักเรียนสามารถเขียนอธิบายเพื่อสนับสนุนหรือคัดค้านข้อสรุปปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างสมเหตุสมผลถูกต้องบางส่วน
ปรับปรุง (0)	นักเรียนไม่เขียนอธิบายสนับสนุนหรือไม่เขียนคัดค้านข้อสรุปปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ หรือเขียนอธิบายข้อสรุปแต่ไม่ถูกต้อง

ทรรศมน วินัยโกศล (2561) ได้ให้เกณฑ์การให้คะแนนสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยประกอบไปด้วย 2 องค์ประกอบ คือ การหาข้อสรุปของปัญหาและการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป ดังตาราง 5

**ตาราง 5 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

<b>ด้านการหาข้อสรุปของปัญหา</b>	<b>คะแนน</b>
- นักเรียนสามารถวิเคราะห์ข้อมูลโดยเขียนแสดงแนวคิดในการระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ถูกต้องครบถ้วนและสร้างข้อสรุปได้ถูกต้อง	2
- นักเรียนสามารถวิเคราะห์ข้อมูลโดยเขียนแสดงแนวคิดในการระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ถูกต้องบางส่วนและสร้างข้อสรุปได้ถูกต้อง	1.5
- นักเรียนสามารถวิเคราะห์ข้อมูลโดยเขียนแสดงแนวคิดในการระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ถูกต้องครบถ้วน แต่ไม่สามารถสร้างข้อสรุปได้	1
- นักเรียนสามารถวิเคราะห์ข้อมูลโดยเขียนแสดงแนวคิดในการระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ถูกต้องบางส่วน แต่ไม่สามารถสร้างข้อสรุปได้	0.5
- นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเขียนแสดงแนวคิดในการระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลได้และไม่สามารถสร้างข้อสรุปได้	0
- นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเขียนแสดงแนวคิดในการระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ แต่สร้างข้อสรุปได้ถูกต้อง	
<b>ด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป</b>	<b>คะแนน</b>
- นักเรียนสามารถยืนยันข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง และอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลจากปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุปได้ถูกต้องทั้งหมด	2
- นักเรียนสามารถยืนยันข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง และอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลจากปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุปได้ถูกต้องบางส่วน	1.5
- นักเรียนไม่สามารถยืนยันข้อสรุปของปัญหาได้ถูกต้อง แต่มีการอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลจากปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุปได้ถูกต้องทั้งหมด	1
- นักเรียนไม่สามารถยืนยันข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่มีการอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลจากปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุปได้ถูกต้องบางส่วน	0.5

## ตาราง 5 (ต่อ)

ด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป	คะแนน
- นักเรียนสามารถยืนยันข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่มีการอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลจากปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุป	0.5
- นักเรียนไม่สามารถยืนยันข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้องหรือไม่ยืนยันข้อสรุป และไม่มีการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลจากปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุป หรือไม่ตอบ	0

PISA (OECD, 2018) ได้กล่าวถึง พฤติกรรมที่คาดหวังในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ประกอบด้วย 15 พฤติกรรม ดังนี้

1. แสดงข้อสรุปที่ไม่ซับซ้อนได้
2. เลือกใช้เหตุผลที่เหมาะสม
3. อธิบายได้ว่าผลลัพธ์หรือข้อสรุปที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่กับบริบทของปัญหา นำเสนอปัญหาในรูปแบบที่แตกต่าง รวมถึงจัดการกับปัญหาให้สอดคล้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และการกำหนดข้อตกลงเบื้องต้นที่เหมาะสม
4. ใช้บทนิยาม กฎ และระบบที่มีขั้นตอนและวิธีการที่ชัดเจน รวมถึงอัลกอริทึมและการคิดเชิงคำนวณ อธิบายและหาข้อสนับสนุนว่าการให้เหตุผลสำหรับการแสดงแทนสถานการณ์ในโลกจริงที่กำหนดมาให้ นั้นสมเหตุสมผล อธิบายหรือหาข้อสนับสนุนว่าการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการ รวมถึงขั้นตอนหรือการจำลอง ที่ใช้ในการหาผลลัพธ์หรือวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นสมเหตุสมผล
5. ระบุข้อจำกัดของแบบจำลองที่ใช้ในการแก้ปัญหา
6. เข้าใจบทนิยาม กฎ และระบบที่มีขั้นตอนและวิธีการที่ชัดเจน รวมถึงการใช้ อัลกอริทึมและการให้เหตุผลเชิงคำนวณ
7. ให้เหตุผลว่าการใช้การแสดงแทนสถานการณ์ในโลกจริงนั้นสมเหตุสมผล
8. ให้เหตุผลว่ากระบวนการและขั้นตอนในการหาผลลัพธ์หรือวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นสมเหตุสมผล
9. สะท้อนข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เพื่ออธิบายและแสดงเหตุผลต่อผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้
10. วิพากษ์ข้อจำกัดของแบบจำลองในการแก้ปัญหา



11. ตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ และอธิบายความหมายของผลลัพธ์ที่ได้ว่าสมเหตุสมผลกับบริบทโลกจริง

12. อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างคำเฉพาะที่ใช้กับโจทย์ปัญหาในบริบทนั้น ๆ กับ ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

13. สะท้อนวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งสร้างคำอธิบายที่สนับสนุน หรือสร้างข้อโต้แย้งที่ปฏิเสธวิธีการแก้โจทย์ปัญหานั้น

14. วิเคราะห์ความเหมือนและความแตกต่างระหว่างปัญหาทางคณิตศาสตร์กับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้แก้ปัญหานั้น

15. อธิบายการทำงานของอัลกอริทึมที่ไม่ซับซ้อน รวมทั้งอธิบายการตรวจสอบและการแก้ไขข้อผิดพลาดอัลกอริทึมหรือโปรแกรม

จากแนวทางการประเมินสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวข้างต้น สำหรับในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้สร้างแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยใช้ข้อสอบอัตนัยจำนวน 4 ฉบับและผู้วิจัยสร้างเกณฑ์โดยพิจารณาจากลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากงานของวรนุช หลวงจันทร์ (2564), ทรรตมน วินัยโกศล (2561) และ PISA (OECD, 2018) ซึ่งวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 3 กลุ่มตามกระบวนการ PISA (2022) คือ สมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการคิด/แปลงปัญหา สมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการใช้คณิตศาสตร์ และสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการตีความและประเมิน

## งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### 1. งานวิจัยต่างประเทศ

Groth (2015) ได้ทำการศึกษาผลของการใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนเพื่อสนับสนุนการอภิปรายทางสถิติโดยตัวอย่างในการวิจัยคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 2 ห้องเรียน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนห้องที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนมีความรู้และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพิ่มขึ้นอย่างเห็นได้ชัด สามารถวิเคราะห์เชื่อมโยงความคิดหลากหลาย มีความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

Young (2015) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการนำ 5 แนวปฏิบัติการสอนมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้ครูได้ใช้เป็นแนวทางในการปฏิบัติสำหรับจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ในห้องเรียน โดยการวิจัยนี้ได้ทดลองกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยพบว่า โมเดลของสไตน์สามารถช่วยให้ครูผู้สอนกำกับ ติดตามและควบคุมการทำงานของนักเรียนได้ดีขึ้น ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมทำงาน มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูกับนักเรียนและ

นักเรียนด้วยกัน นอกจากนี้ผู้วิจัยได้ให้ข้อสังเกตเพิ่มเติมว่า คุณภาพของงานหรือปัญหาที่เลือกมาให้ นักเรียนได้ทำเป็นปัจจัยสำคัญที่จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระที่ดีขึ้น

Danielowski (2016) ได้ทำการศึกษาการส่งเสริมความรู้สึกรู้สึกเชิงจำนวน (Number sense) ผ่านแนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้นโดยใช้โมเดลของสไตน์ ซึ่งทดลองกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 โดยเก็บข้อมูลจากการบันทึกข้อมูลของครูในระหว่างการทำงานของนักเรียนและการประเมินตนเองของนักเรียน ซึ่งผลการวิจัยพบว่า การตั้งคำถาม การพูดคุย แลกเปลี่ยนความคิดเห็นและการแบ่งปันกลยุทธ์หรือวิธีการทำให้ความรู้สึกรู้สึกเชิงจำนวน (Number sense) ของนักเรียนดีขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 รวมถึงนักเรียนมีความมั่นใจในความสามารถทางคณิตศาสตร์ของตนเองมากขึ้น

## 2. งานวิจัยในประเทศไทย

นิรารรรณ หมูธรรมไชย (2560) ได้ศึกษาการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้งานทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบการใช้งานทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน มีทั้งหมด 6 รูปแบบ ประกอบด้วย 1) ลักษณะงานทางคณิตศาสตร์ที่เน้นการอธิบายเหตุผล 2) การมอบหมายงานทางคณิตศาสตร์โดยเรียงระดับการรู้คิดจากระดับต่ำไประดับสูง 3) การทำงานทางคณิตศาสตร์เป็นกลุ่ม 4) การกระตุ้นการทำงานทางคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับต่ำสลับกับคำถามระดับสูง 5) การนำเสนอผลงานทางคณิตศาสตร์โดยคัดเลือกชิ้นงานที่มีประเด็นสำคัญ และ 6) การลำดับการนำเสนอผลการทำงานทางคณิตศาสตร์จากงานที่มีประเด็นสำคัญน้อยไปสู่งานที่มีประเด็นสมบูรณ์ ส่วนผลการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี โดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.07 ประเมินจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ทรศมน วินัยโกศล (2561) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ที่มีต่อความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เปรมกมล อินทลี (2561) ได้ศึกษาการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผ่านการใช้ 5 แนว

ปฏิบัติการสอน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้คะแนนเฉลี่ย 2.95 อยู่ในระดับดี นั่นคือ นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่ยังคงขาดความสมบูรณ์ในบางขั้นตอน

สาวิตรี ทิวาติน (2561) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอน เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอด เรื่อง เศษส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่าการจัดการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนสามารถกระตุ้นการแสดงแนวคิดที่หลากหลายของนักเรียน และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมกันอภิปราย เพื่อเชื่อมโยงแนวคิดที่นำไปสู่ความคิดรวบยอดของบทเรียน ส่งผลให้นักเรียนเข้าใจในความคิดรวบยอด เรื่อง เศษส่วน ซึ่งนักเรียนร้อยละ 74.47 มีความคิดรวบยอดผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 จากการทดสอบวัดความคิดรวบยอด เรื่อง เศษส่วน

ณัฐวุฒิ พันธูลี (2562) ได้ศึกษาการอำนวยการวาทกรรมชั้นเรียนเพื่อพัฒนาพฤติกรรมการเรียนรู้โดยการกำกับตนเองของนักเรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นการแก้ปัญหา ผลการวิจัยพบว่า ระยะเวลาการคิดล่วงหน้าให้นักเรียนสามารถบอกเป้าหมายในการทำโจทย์ และวางแผนเลือกวิธีการที่ใช้ในการทำโจทย์ได้ สำหรับระยะเวลาการแสดงออก นักเรียนสามารถเขียนแสดงขั้นตอนในการทำโจทย์ได้ และมีการจดบันทึกสิ่งที่เรียนรู้จากการทำโจทย์ สุดท้ายระยะเวลาการสะท้อนด้วยตนเอง นักเรียนมีการตรวจสอบคำตอบ และบอกได้ถึงข้อดีและข้อเสียของวิธีการที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา

ปิยวัฒน์ ศรีสังวาลย์ (2563) ได้ศึกษาการจัดการเรียนรู้ตามขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์ที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ของนักเรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้ตามขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์ที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนส่วนใหญ่มีระดับการคิดเชิงคณิตศาสตร์สูงกว่าผลจากการวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคล

นภัสสร งามขำ (2564) ได้ศึกษาการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น เพื่อส่งเสริมการอภิปรายทางคณิตศาสตร์เรื่อง ร้อยละ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัยพบว่า 1) แนวทางการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้เกิดการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ตามแนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้นมี 4 แนวทาง ประกอบด้วย แนวทางการเตรียมความพร้อมก่อนและระหว่างการจัดการเรียนรู้ แนวทางการกระตุ้นความสนใจและสร้างความเข้าใจร่วมกันในสถานการณ์ปัญหา แนวทางการสร้างและรักษาบรรยากาศการอภิปรายในชั้นเรียน แนวทางการเชื่อมโยงและพัฒนาแนวคิดและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 2) นักเรียนมีแนวโน้มที่จะแสดงความสามารถในการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนเพิ่มสูงในแต่ละวงจร โดยพบรูปแบบการอภิปรายแบบการเชื่อมโยง การโต้แย้ง การให้เหตุผลและการอธิบายในสัดส่วนสูงที่สุด ตามลำดับ

วรรณวิสา สุวรรณชัยรบ (2564) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมเป็นฐานร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ความน่าจะเป็น ผลการวิจัยพบว่า หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมเป็นฐานร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญา นักเรียนมีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น เฉลี่ยเท่ากับ 15.14 คิดเป็นร้อยละ 75.70 ซึ่งนักเรียนได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 จำนวน 26 คน คิดเป็นร้อยละ 74.29 และไม่ผ่านเกณฑ์ จำนวน 9 คน คิดเป็นร้อยละ 25.7



### บทที่ 3

#### วิธีดำเนินงานวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน (Classroom Action Research) ที่มุ่งศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่มีต่อสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยผู้วิจัยได้เสนอรายละเอียด ดังต่อไปนี้

1. รูปแบบการวิจัย
2. ผู้เข้าร่วมวิจัย
3. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล

#### รูปแบบการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้เป็นการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนตามแนวคิดของ Kemmis (1996 อ้างอิงใน สิริินภา กิจเกื้อกูล, 2557, น. 149 – 151) แต่ละวงจรปฏิบัติการประกอบด้วย ขั้นวางแผน (Plan) ขั้นปฏิบัติการ (Act) ขั้นสังเกตการณ์ (Observe) และขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect) ตามลำดับ ดำเนินการวิจัยทั้งหมด 4 วงจรปฏิบัติการ แต่ละวงจรปฏิบัติมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

##### ขั้นที่ 1 ขั้นวางแผน (Plan)

1. สสำรวจสภาพปัญหาในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ควรได้รับการแก้ไข โดยผู้วิจัยได้สังเกตความสามารถในการเรียนรู้ของนักเรียนระหว่างการจัดการเรียนรู้ ซึ่งพบว่านักเรียนขาดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2. ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องเพื่อเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้และแก้ปัญหาชั้นเรียน ซึ่งผู้วิจัยได้นำการจัดการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงปัญญา มาปรับใช้ในการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้

3. วางแผนและสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงปัญญาที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง

รูปเรขาคณิตสามมิติจำนวน 4 แผน แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ และแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์รายบุคคลจำนวน 4 ฉบับ

#### ขั้นที่ 2 ขั้นปฏิบัติการ (Act)

ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ โดยผู้วิจัยจะดำเนินการในวงจรปฏิบัติการหนึ่งแผนการจัดการเรียนรู้และจะดำเนินการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 4 วงจรปฏิบัติการ

#### ขั้นที่ 3 ขั้นสังเกตการณ์ (Observe)

ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ผู้วิจัยและครูประจำการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนระหว่างการจัดการเรียนรู้และบันทึกผลลงในแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ พร้อมทั้งมีการบันทึกวีดิทัศน์เพื่อใช้ประกอบการสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

#### ขั้นที่ 4 ขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect)

ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้มาวิเคราะห์ถึงปัญหาและอุปสรรคที่เกิดขึ้นขณะจัดการเรียนรู้ เพื่อนำไปปรับปรุงและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการต่อไปให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น โดยหลังการจัดการเรียนรู้ในแต่ละวงจรปฏิบัติการนักเรียนจะทำแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคล ซึ่งผู้วิจัยนำผลที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งหมดไปทำการวิเคราะห์ข้อมูลและสรุปผลการวิจัยในลำดับต่อไป

โดยผู้วิจัยจะทำซ้ำเป็นวงจรทั้งหมด 4 วงจรปฏิบัติการ แบ่งได้ดังนี้

วงจรปฏิบัติการที่ 1 เรื่อง ลักษณะของปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวยและทรงกลม

วงจรปฏิบัติการที่ 2 เรื่อง รูปคลี่ของปริซึม พีระมิด ทรงกระบอกและกรวย

วงจรปฏิบัติการที่ 3 เรื่อง ปริมาตรและความจุของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

วงจรปฏิบัติการที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับปริมาตรและความจุของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

#### ผู้เข้าร่วมวิจัย

นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6/2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนประถมศึกษาขนาดกลางแห่งหนึ่งในจังหวัดลำปาง จำนวน 19 คน ที่มีลักษณะคละความสามารถในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยกำหนดตัวอย่างจากการคัดเลือกแบบเจาะจง (purposive sampling)

## เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผู้วิจัยแสดงเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยที่สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายการวิจัย ดังตาราง 6

ตาราง 6 แสดงจุดมุ่งหมายของการวิจัยและเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

จุดมุ่งหมายการวิจัย	เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
1. เพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6	แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 4 แผน ใช้เวลาทั้งหมด 13 ชั่วโมง แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ การบันทึกวีดิทัศน์
2. เพื่อศึกษาผลการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่มีต่อสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6	แบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์รายบุคคล จำนวน 4 ฉบับ

การสร้างและพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ผู้วิจัยดำเนินการ ดังนี้

**ตอนที่ 1 แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์** ผู้วิจัยได้แสดงกระบวนการสร้างและพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ ดังนี้

### 1. แผนการจัดการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีขั้นตอนการสอนตามการจัดการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยมีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

1.1 ศึกษาและวิเคราะห์หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 โดยศึกษาคำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และผลการเรียนรู้เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ

1.2 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎีเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนและ กลวิธีเชิงอภิปัญญาที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากเอกสาร ตำรา และงานวิจัย ที่เกี่ยวข้อง

1.3 ศึกษาหลักการและทำความเข้าใจเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนว ปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง รูป เรขาคณิตสามมิติ เพื่อนำหลักการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มาประยุกต์ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1.4 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิง อภิปัญญาที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ของนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 4 แผน ใช้เวลาทั้งหมด 13 ชั่วโมง ดังตาราง 7

ตาราง 7 แสดงแผนการจัดการเรียนรู้ เนื้อหา สถานการณ์ และเวลาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้

แผนการจัด การเรียนรู้ที่	เรื่อง	สถานการณ์	เวลาที่ใช้ (ชั่วโมง)
1	ลักษณะของปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวยและ ทรงกลม	ขนมสทกรณ โรงเรียน	2
2	รูปคลี่ของปริซึม พีระมิด ทรงกระบอกและกรวย	การสร้าง มูลค่าเพิ่มสินค้า	3
3	ปริมาตรและความจุของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก	ตู้ปลาแสนสวย	4
4	โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับปริมาตรและความจุของรูป เรขาคณิตสามมิติที่ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก	สถาปนิกน้อย	4

1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิจัยและ ผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด 3 ท่าน ประกอบด้วย ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์/คณิตศาสตร์ศึกษา จำนวน 1 ท่าน (อาจารย์ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร) และผู้เชี่ยวชาญ ด้านการสอนคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 2 ท่าน เพื่อตรวจสอบถึงความ สอดคล้องของเนื้อหาและความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ มีประเด็นในการปรับปรุง แผนการจัดการเรียนรู้ ดังนี้

1.5.1 การกำหนดจุดประสงค์ด้านทักษะและกระบวนการควรระบุให้ชัดเจนและ ควรสอดคล้องกับกิจกรรมที่นักเรียนได้ปฏิบัติจริง และด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์ควรระบุให้



สอดคล้องกับคุณลักษณะอันพึงประสงค์ในการเรียนคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)

1.5.2 กิจกรรมการเรียนรู้ไม่สอดคล้องกับเวลา มีรายละเอียดของกิจกรรมมากและนักเรียนต้องใช้เวลาค่อนข้างมากในการทำกิจกรรมแต่ละขั้นตอน ควรคำนึงถึงเวลาเรียนและปรับแก้รายละเอียดของกิจกรรมให้ใช้เวลาน้อยลง

1.5.3 การเขียนอธิบายรายละเอียดของกิจกรรม ควรเขียนรายละเอียดของการใช้กลวิธีเชิงอภิปัญญาให้ชัดเจนมากขึ้นและควรเขียนรายละเอียดแสดงให้เห็นถึงสิ่งที่ครูและนักเรียนต้องปฏิบัติในแต่ละขั้นตอน

1.5.4 การตรวจสอบความสอดคล้องของข้อความในใบกิจกรรมกับประเด็นที่ศึกษา โดยประเด็นการระบุความรู้และเงื่อนไขควรให้นักเรียนได้ระบุทั้งความรู้ที่ใช้และเงื่อนไขของปัญหา และประเด็นกระบวนการและขั้นตอนควรให้นักเรียนได้เขียนอธิบายเหตุผลสนับสนุนหรือโต้แย้งกระบวนการทำงานของตนเอง

1.5.5 ภาษาที่ใช้ในสถานการณ์การสร้างมูลค่าเพิ่มสินค้าค่อนข้างเข้าใจยาก ควรปรับคำให้เข้าใจง่ายขึ้นและควรมีรูปหรือสิ่งของต้นแบบให้กับนักเรียนเพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถทำงานเสร็จตามเวลาที่กำหนด

1.6 ปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้ให้มีความสอดคล้องและเหมาะสมตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาและผู้เชี่ยวชาญ

1.7 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ฉบับสมบูรณ์เพื่อนำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้กับกลุ่มเป้าหมายในการวิจัยและสรุปผลเพื่อเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ครั้งต่อไป

## 2. แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้

แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการเก็บรวบรวมผลจากการจัดการเรียนรู้ โดยผู้วิจัยและครูประจำการทำการจดบันทึก บรรยายเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนในแต่ละวงจรปฏิบัติการ ซึ่งเป็นการบันทึกในแต่ละขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน รวมทั้งประเด็นของปัญหา อุปสรรคและข้อเสนอแนะ เพื่อเป็นแนวทางในการปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้วงจรปฏิบัติการต่อไป โดยมีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

2.1 ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้

2.2 กำหนดขอบเขตการบันทึกข้อมูลของแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้

2.3 สร้างแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ โดยมีลักษณะเป็นการเขียนบันทึกตามประเด็นดังต่อไปนี้

2.3.1 การจัดการเรียนรู้สอดคล้องกับหลักการจัดการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาหรือไม่ อย่างไร

2.3.2 แต่ละขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาส่งเสริมให้นักเรียนเกิดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หรือไม่ อย่างไร

2.3.3 ปัญหาและอุปสรรคพบขณะจัดการเรียนรู้มีอะไรบ้าง อย่างไร

2.3.4 ข้อเสนอแนะหรือแนวทางการปรับปรุงแก้ไข

2.4 นำแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิจัยและผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ประกอบด้วย ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์/คณิตศาสตร์ศึกษาจำนวน 1 ท่าน (อาจารย์ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร) และผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 2 ท่าน เพื่อประเมินความเหมาะสมของแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ โดยมีประเด็นในการปรับปรุงแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ดังนี้

2.4.1 การเพิ่มประเด็นการสังเกต ควรมีการสังเกตเกี่ยวกับแต่ละขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในแต่ละประเด็นที่ศึกษาหรือไม่ อย่างไร รวมถึงควรเพิ่มการเขียนข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

2.5 ปรับปรุงแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ให้มีความสอดคล้องและเหมาะสมตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาและผู้เชี่ยวชาญ

2.6 จัดทำแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ฉบับสมบูรณ์เพื่อให้ผู้วิจัยและครูประจำการนำไปใช้ในการบันทึกหลังการจัดการเรียนรู้ในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้

**ตอนที่ 2 ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่มีต่อสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์** ผู้วิจัยได้แสดงกระบวนการสร้างและพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ ดังนี้

### 1. แบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

แบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์พัฒนาการของสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยมีรูปแบบการเขียนตอบแบบอิสระ ซึ่งทำการทดสอบทุกครั้งหลังเสร็จสิ้นการจัดการเรียนรู้แต่ละวงจรปฏิบัติการ รวมจำนวนทั้งหมด 4 ครั้ง ใช้เวลาครั้งละ 90 นาที โดยมีขั้นตอนการสร้างดังต่อไปนี้

2.1 ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.2 ศึกษากรอบโครงสร้างของการประเมินสมรรถนะการให้เหตุผลตาม PISA (2022) เพื่อกำหนดจุดมุ่งหมายในการสร้างแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2.3 กำหนดประเด็นของสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการวัดในแต่ละ วงจรปฏิบัติการ

2.4 สร้างแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจำนวน 4 ฉบับ ใช้เวลาทำฉบับละ 90 นาที โดยแต่ละฉบับเป็นสถานการณ์ที่สอดคล้องกับเนื้อหาในแต่ละวงจร ปฏิบัติการและมีข้อความที่สอดคล้องกับประเด็นของสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ ต้องการวัดในแต่ละวงจรปฏิบัติการ ดังตาราง 8

**ตาราง 8 แสดงแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สถานการณ์ ประเด็นที่ต้องการวัด และเวลาที่ใช้**

ฉบับที่	สถานการณ์	ประเด็นของสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการวัด	เวลาที่ใช้ (นาที)
1	บล็อกตัวต่อไม้	1. ความรู้และเจือใจ 2. กระบวนการและขั้นตอน 3. ข้อเสนอ	90
2	รูปคลี่ของเพื่อน	1. ความรู้และเจือใจ 2. กระบวนการและขั้นตอน 3. ข้อเสนอ 4. การระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัด	90
3	LIFE café	1. ความรู้และเจือใจ 2. การแสดงแทน 3. กระบวนการและขั้นตอน 4. ข้อเสนอ 5. การระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัด	90
4	ปัญหา 1 กล่องน้ำผลไม้ ปัญหา 2 บล็อกจิ๊กซอว์ ปัญหา 3 สระว่ายน้ำโรงแรม	1. ความรู้และเจือใจ 2. การแสดงแทน 3. กระบวนการและขั้นตอน 4. ข้อเสนอ 5. การระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัด	90

2.5 นำแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ผู้วิจัยสร้างเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาและผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ประกอบด้วย ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์/คณิตศาสตร์ศึกษา จำนวน 1 ท่าน (อาจารย์ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร) และผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 2 ท่าน เพื่อพิจารณาและประเมินความเหมาะสมของแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยมีประเด็นในการปรับปรุง ดังนี้

2.5.1 ภาษาที่ใช้ในสถานการณ์ปัญหาถ่วงน้ำหนักไม่มีความซับซ้อนและค่อนข้างเข้าใจยาก ควรปรับคำให้ง่ายขึ้น

2.5.2 การตรวจสอบความสอดคล้องของข้อความในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลกับประเด็นที่ศึกษา โดยประเด็นกระบวนการและขั้นตอนควรเพิ่มข้อความเพื่อให้ นักเรียนเขียนอธิบายเหตุผลสนับสนุนหรือโต้แย้งกระบวนการทำงานของตนเอง

2.5.3 การเพิ่มรายละเอียดของคำถาม ควรเพิ่มรายละเอียดของคำถามประเด็นการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัด โดยถ้านักเรียนไม่เห็นด้วยกับแบบจำลองในข้อความควรให้นักเรียนเขียนนำเสนอแบบจำลองที่ถูกต้อง

2.6 ปรับปรุงแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้มีความสอดคล้องและเหมาะสมตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาและผู้เชี่ยวชาญ

2.7 จัดทำแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนฉบับสมบูรณ์เพื่อนำไปเก็บข้อมูลสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนแต่ละวงจรปฏิบัติการ

### การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยได้จัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยผู้วิจัยดำเนินการเก็บข้อมูลด้วยตนเองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 ซึ่งใช้เวลาในการเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งหมด 14 ชั่วโมง โดยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล ดังนี้

1. ปฐมนิเทศและชี้แจงจุดประสงค์การจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนที่เป็นผู้เข้าร่วมวิจัย
2. ดำเนินการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ในชั่วโมงปกติของโรงเรียน โดยใช้เวลาในการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 13 ชั่วโมง
3. ระหว่างการทำกิจกรรมการเรียนรู้ ขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันระดมความคิดเพื่อวางแผนและลงมือแก้ปัญหาในใบกิจกรรมกลุ่มที่ผู้วิจัยกำหนด รวมทั้งขณะที่นักเรียนร่วมกันอภิปราย

แลกเปลี่ยนความคิดเห็นหรือโต้แย้งด้วยเหตุผลและความรู้ทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยและครูประจำการในโรงเรียนจะสังเกตและจดบันทึกการจัดการเรียนรู้

4. เมื่อเสร็จสิ้นการจัดการเรียนรู้ในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยและครูประจำการจดบันทึกการจัดการเรียนรู้ลงในแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ แล้วจะนำผลที่ได้จากการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดมาทำการสะท้อนผล และสรุปสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อนำผลที่ได้ไปปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ในครั้งต่อไป

5. หลังเสร็จสิ้นแต่ละวงจรปฏิบัติการ ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคล รวมทั้งหมด 4 ครั้ง

6. นำผลที่ได้จากการเก็บรวบรวมทั้งหมดไปทำการวิเคราะห์ข้อมูล

### การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้เครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้และแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเก็บข้อมูลเมื่อสิ้นสุดแต่ละวงจรปฏิบัติการ เมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้ครบทั้ง 4 วงจรปฏิบัติการ ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content Analysis) (สิรินภา กิจเกื้อกูล, 2557) โดยแบ่งการวิเคราะห์ออกเป็น 2 ตอนตามวัตถุประสงค์ ดังนี้

#### ตอนที่ 1 แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การวิเคราะห์แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากเครื่องมือวิจัย คือ แผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 4 แผน แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้และวีดิทัศน์ โดยมีขั้นตอนการวิเคราะห์ดังนี้

1. ผู้วิจัยถอดบทสนทนาจากการบันทึกวีดิทัศน์ขณะการจัดการเรียนรู้และทำการตัดทอนข้อความหรือลดข้อมูลในส่วนที่ไม่เกี่ยวข้องกับแนวทางการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

2. ผู้วิจัยคัดเลือกข้อมูลสำคัญที่เกี่ยวข้องกับแนวทางการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยและครูประจำการ และจากการถอดการบันทึกวีดิทัศน์

3. ผู้วิจัยนำข้อมูลสำคัญมาจัดระเบียบเนื้อหาของข้อมูลและจัดกลุ่มแนวทางการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

4. ผู้วิจัยกำหนดหมวดหมู่และวิเคราะห์ประเด็นที่เกี่ยวข้องกับแนวทางการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เพื่อนำผลการวิเคราะห์และตีความไปปรับปรุงและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการถัดไป โดยแต่ละวงจรปฏิบัติการวิเคราะห์ในประเด็นต่อไปนี้

4.1 การจัดการเรียนรู้สอดคล้องกับหลักการจัดการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาหรือไม่ อย่างไร

4.2 การจัดการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาส่งเสริมให้นักเรียนเกิดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หรือไม่ อย่างไร

4.3 ปัญหาหรือปัญหาที่พบขณะจัดการเรียนรู้มีอะไรบ้าง

4.4 แนวทางการปรับปรุงแก้ไขปัญหาสำหรับการจัดการเรียนรู้ครั้งต่อไปควรทำอย่างไร

5. เมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้ครบทั้ง 4 วงจรปฏิบัติการ ผู้วิจัยนำข้อมูลทั้งหมดมาเรียบเรียงผลการวิจัยเพื่อสรุปแนวทางการจัดเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

6. ผู้วิจัยทำการตรวจสอบความน่าเชื่อถือของข้อมูลเชิงคุณภาพด้วยการตรวจสอบสามเส้า ด้านแหล่งข้อมูล (Resource triangulation) และการตรวจสอบกับผู้เชี่ยวชาญ (Peer Debriefing) มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

6.1 การตรวจสอบสามเส้าด้านแหล่งข้อมูล (Resource triangulation) โดยใช้แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้จากผู้วิจัยและครูประจำการ ซึ่งนำข้อมูลมาวิเคราะห์และพิจารณาว่า ให้ข้อมูลในประเด็นที่สอดคล้องและเป็นไปในทิศทางเดียวกันหรือไม่ อย่างไร

6.2 การตรวจสอบกับผู้เชี่ยวชาญ (Peer Debriefing) โดยนำข้อมูลพร้อมผลการวิเคราะห์ที่ให้อาจารย์ที่ปรึกษาการค้นคว้าอิสระและครูประจำการตรวจสอบกระบวนการวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อยืนยันความถูกต้องของการวิเคราะห์ข้อมูล

**ตอนที่ 2 ผลการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่มีต่อสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

การวิเคราะห์ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่มีต่อสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากเครื่องมือวิจัย คือ แบบทดสอบสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละวงจรปฏิบัติการจำนวน 4 ฉบับ โดยมีขั้นตอนการวิเคราะห์ดังนี้

1. ผู้วิจัยตรวจและศึกษาร่องรอยของการตอบคำถามของนักเรียนในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละวงจรปฏิบัติการ

2. ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content Analysis) โดยนำคำตอบของนักเรียนในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละวงจรปฏิบัติการมาใส่รหัส ซึ่งสามารถจำแนกถึงระดับพฤติกรรมของสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังตาราง 9

**ตาราง 9 แสดงรหัส และระดับคุณภาพตามความสอดคล้องพฤติกรรมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในแต่ละประเด็นที่ศึกษา**

กระบวนการ	ประเด็น	รหัส	พฤติกรรมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
การให้ เหตุผล เกี่ยวกับการ คิด/แปลง ปัญหา	ความรู้ และ เงื่อนไข	FK 4	<b>ระดับ 4 (ดีมาก)</b> : นักเรียนสามารถระบุเงื่อนไขของปัญหาและระบุความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง และสามารถให้เหตุผลอธิบายการระบุความรู้ที่ใช้ได้อย่างสมเหตุสมผล
		FK 3	<b>ระดับ 3 (ดี)</b> : นักเรียนสามารถระบุเงื่อนไขของปัญหาและระบุความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่สามารถให้เหตุผลอธิบายการระบุความรู้ที่ใช้ได้อย่างสมเหตุสมผลบางส่วน <b>ระดับ 3 (ดี)</b> : นักเรียนสามารถระบุเงื่อนไขของปัญหาและระบุความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน แต่สามารถให้เหตุผลอธิบายการระบุความรู้ที่ใช้ได้อย่างสมเหตุสมผล
		FK 2	<b>ระดับ 2 (พอใช้)</b> : นักเรียนสามารถระบุเงื่อนไขของปัญหาและระบุความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน และสามารถให้เหตุผลอธิบายการระบุความรู้ที่ใช้ได้อย่างสมเหตุสมผลบางส่วน <b>ระดับ 2 (พอใช้)</b> : นักเรียนสามารถระบุเงื่อนไขของปัญหาและระบุความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่สามารถให้เหตุผลอธิบายการระบุความรู้ที่ใช้ได้อย่างสมเหตุสมผล

ตาราง 9 (ต่อ)

กระบวนการ แก้ปัญหา	ประเด็น	รหัส	พฤติกรรมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
การให้ เหตุผล	ความรู้และ เจือใจ	FK 1	<b>ระดับ 1 (ปรับปรุง)</b> : นักเรียนไม่สามารถระบุเงื่อนไข ปัญหาและความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง
เกี่ยวกับการ คิด/แปลง ปัญหา	การแสดง แทน	FR 4	<b>ระดับ 4 (ดีมาก)</b> : นักเรียนสามารถนำเสนอปัญหาโดย เขียนให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์หรือสร้าง แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง และสามารถ ให้เหตุผลสนับสนุนการนำเสนอปัญหาที่ใช้ได้อย่าง สมเหตุสมผล
		FR 3	<b>ระดับ 3 (ดี)</b> : นักเรียนสามารถนำเสนอปัญหาโดยเขียน ให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์หรือสร้าง แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง แต่สามารถ ให้เหตุผลสนับสนุนการนำเสนอปัญหาที่ใช้ได้ สมเหตุสมผลบางส่วน <b>ระดับ 3 (ดี)</b> : นักเรียนสามารถนำเสนอปัญหาโดยเขียน ให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์หรือสร้าง แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน แต่ สามารถให้เหตุผลสนับสนุนการนำเสนอปัญหาที่ใช้ได้ อย่างสมเหตุสมผล
		FR 2	<b>ระดับ 2 (พอใช้)</b> : นักเรียนสามารถนำเสนอปัญหาโดย เขียนให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์หรือสร้าง แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน และ สามารถให้เหตุผลสนับสนุนการนำเสนอปัญหาที่ใช้ได้ สมเหตุสมผลบางส่วน <b>ระดับ 2 (พอใช้)</b> : นักเรียนสามารถนำเสนอปัญหาโดย เขียนให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์หรือสร้าง แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถให้ เหตุผลสนับสนุนการนำเสนอปัญหาที่ใช้ได้สมเหตุสมผล บางส่วน



ตาราง 9 (ต่อ)

กระบวนการ แก้ปัญหา	ประเด็น	รหัส	พฤติกรรมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
การให้ เหตุผล เกี่ยวกับการ คิด/แปลง ปัญหา	การ แสดง แทน	FR 1	<b>ระดับ 1 (ปรับปรุง)</b> : นักเรียนไม่สามารถนำเสนอปัญหาโดยเขียนให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์หรือสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง และไม่สามารถให้เหตุผลสนับสนุนการนำเสนอปัญหาที่ใช้ได้สมเหตุสมผล
การให้ เหตุผล เกี่ยวกับการ ใช้ คณิตศาสตร์	กระบวนการ และ ขั้นตอน	E4	<b>ระดับ 4 (ดีมาก)</b> : นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลสนับสนุนหรือสร้างข้อโต้แย้งสำหรับกระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผล ครบทุกประเด็น และมีการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์หรือข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหา มาประกอบการอธิบายความสมเหตุสมผลของกระบวนการและขั้นตอนได้อย่างถูกต้อง
		E3	<b>ระดับ 3 (ดี)</b> : นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลสนับสนุนหรือโต้แย้งกระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผล แต่ไม่ครบทุกประเด็นหรือมีการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์หรือข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหา มาประกอบการอธิบายความสมเหตุสมผลของกระบวนการและขั้นตอนได้ถูกต้องบางส่วน
		E2	<b>ระดับ 2 (พอใช้)</b> : นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลสนับสนุนหรือโต้แย้งกระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้สมเหตุสมผลบางส่วน และมีการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์หรือข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหา มาประกอบการอธิบายความสมเหตุสมผลของกระบวนการและขั้นตอนได้ถูกต้องบางส่วน

ตาราง 9 (ต่อ)

กระบวนการ แก้ปัญหา	ประเด็น	รหัส	พฤติกรรมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
การให้ เหตุผล เกี่ยวกับการ ใช้ คณิตศาสตร์	กระบวนการ และ ขั้นตอน	E1	<b>ระดับ 1 (ปรับปรุง)</b> : นักเรียนไม่สามารถอธิบายเหตุผลสนับสนุนหรือโต้แย้งกระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้สมเหตุสมผล และไม่มีการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์หรือข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหามาประกอบการอธิบายความสมเหตุสมผลของกระบวนการและขั้นตอนได้อย่างถูกต้อง
การให้ เหตุผล เกี่ยวกับการ ตีความและ ประเมิน	ข้อสรุป	IR 4	<b>ระดับ 4 (ดีมาก)</b> : นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง และมีการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์หรือข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหามาประกอบการอธิบายเหตุผลสนับสนุนหรือโต้แย้งข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล
		IR 3	<b>ระดับ 3 (ดี)</b> : นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่มีการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์หรือข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหามาประกอบการอธิบายเหตุผลสนับสนุนหรือโต้แย้งข้อสรุปได้สมเหตุสมผลบางส่วน <b>ระดับ 3 (ดี)</b> : นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปของปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน แต่มีการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์หรือข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหามาประกอบการอธิบายเหตุผลสนับสนุนหรือโต้แย้งข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล
		IR 2	<b>ระดับ 2 (พอใช้)</b> : นักเรียนไม่สามารถสร้างข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่มีการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์หรือข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหามาประกอบการอธิบายเหตุผลสนับสนุนหรือโต้แย้งข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล

ตาราง 9 (ต่อ)

กระบวนการ แก้ปัญหา	ประเด็น	รหัส	พฤติกรรมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
การให้ เหตุผล เกี่ยวกับการ ตีความและ ประเมิน	ข้อสรุป	IR 2	<b>ระดับ 2 (พอใช้)</b> : นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่มีการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์หรือข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหามาประกอบการอธิบายเหตุผลสนับสนุนหรือโต้แย้งข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล
		IR 1	<b>ระดับ 1 (ปรับปรุง)</b> : นักเรียนไม่สามารถสร้างข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง และไม่มีการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์หรือข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหามาประกอบการอธิบายเหตุผลสนับสนุนหรือโต้แย้งข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล
	ระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัด	IM 4	<b>ระดับ 4 (ดีมาก)</b> : นักเรียนสามารถระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดของการแสดงแทนหรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง และสามารถให้เหตุผลสนับสนุนหรือค้านการแสดงแทนหรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่คนอื่นใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผล
		IM 3	<b>ระดับ 3 (ดี)</b> : นักเรียนสามารถระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดของการแสดงแทนหรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่สามารถให้เหตุผลสนับสนุนหรือค้านการแสดงแทนหรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่คนอื่นใช้ในการแก้ปัญหาได้สมเหตุสมผลบางส่วน  <b>ระดับ 3 (ดี)</b> : นักเรียนนักเรียนสามารถระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดของการแสดงแทนหรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องบางส่วน แต่สามารถให้เหตุผลสนับสนุนหรือค้าน

ตาราง 9 (ต่อ)

กระบวนการ แก้ปัญหา	ประเด็น	รหัส	พฤติกรรมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
การให้ เหตุผล เกี่ยวกับการ ตีความและ ประเมิน	ระบุและ วิเคราะห์ ข้อจำกัด	IM 2	<p>การแสดงแทนหรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่คนอื่นใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผล</p> <p><b>ระดับ 2 (พอใช้) :</b> นักเรียนสามารถระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดของการแสดงแทนหรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องบางส่วน และสามารถให้เหตุผลสนับสนุนหรือค้านการแสดงแทนหรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่คนอื่นใช้ในการแก้ปัญหาได้สมเหตุสมผลบางส่วน</p> <p><b>ระดับ 2 (พอใช้) :</b> นักเรียนสามารถระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดของการแสดงแทนหรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่สามารถให้เหตุผลสนับสนุนหรือค้านการแสดงแทนหรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่คนอื่นใช้ในการแก้ปัญหาได้สมเหตุสมผล</p>
		IM 1	<p><b>ระดับ 1 (ปรับปรุง) :</b> นักเรียนไม่สามารถระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดของการแสดงแทนหรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง และไม่สามารถให้เหตุผลสนับสนุนหรือค้านการแสดงแทนหรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่คนอื่นใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผล</p>

3. ผู้วิจัยศึกษาคำตอบของนักเรียนที่ได้ในแต่ละระดับและเขียนบรรยายเป็นความเรียงเกี่ยวกับพัฒนาการของสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งหมด 5 ประเด็น ได้แก่ ความรู้และเงื่อนไข การแสดงแทน กระบวนการและขั้นตอน ข้อสรุป การระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัด โดยเปรียบเทียบร้อยละของจำนวนนักเรียนในแต่ละระดับสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนทั้ง 4 วงจรปฏิบัติการ

4. ผู้วิจัยนำผลการวิเคราะห์ในแต่ละประเด็นมาสรุปเป็นภาพรวมในแต่ละองค์ประกอบของสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยแบ่งออกเป็น 3 กลุ่ม ตามกระบวนการแก้ปัญหาของ PISA (2022) ดังนี้

4.1 สมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการคิด/แปลงปัญหา ประเด็นที่ศึกษาได้แก่ ความรู้และเงื่อนไข การแสดงแทน

4.2 สมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการใช้คณิตศาสตร์ ประเด็นที่ศึกษาได้แก่ กระบวนการและขั้นตอน

4.3 สมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการตีความและประเมิน ประเด็นที่ศึกษาได้แก่ ข้อสรุป การระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัด



## บทที่ 4

### ผลการวิจัย

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปฏิบัติการการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่มีต่อสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผู้วิจัยได้เสนอรายละเอียดผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

ตอนที่ 1 แนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ตอนที่ 2 ผลการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่มีต่อสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ตอนที่ 1 แนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

วางรปฏิบัติกรที่ 1 เรื่อง ลักษณะของปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวยและทรงกลม

#### 1. การวางแผน (Plan)

ผู้วิจัยได้ออกแบบการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยมีขั้นตอนปฏิบัติการ 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ขั้นตอนปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ ร่วมกับการใช้กลวิธีเชิงอภิปัญญาขั้น

การปรับตัวของนักเรียน

ขั้นตอนปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนร่วมกับการใช้กลวิธีเชิงอภิปัญญาขั้นการจัดระเบียบและขั้นตอนการดำเนินการของนักเรียน

ขั้นตอนปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน

ขั้นตอนปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ร่วมกับการใช้กลวิธีเชิงอภิปัญญาขั้นการตรวจสอบของนักเรียน

ผู้วิจัยวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ลักษณะของปริซึม พีระมิต ทรงกระบอก กรวยและทรงกลม จำนวน 2 ชั่วโมง โดยให้นักเรียนนั่งทำกิจกรรมเป็นกลุ่ม 2 – 3 คน เริ่มจากการให้นักเรียนได้สำรวจ อภิปราย แก้ปัญหาและสรุปเป็นความรู้ด้วยตนเองผ่านงานทางคณิตศาสตร์ “จัดกลุ่มอย่างไร” โดยระหว่างการสำรวจผู้วิจัยได้กำหนดเงื่อนไขการทำงาน โดยให้นักเรียนทุกคนมีบทบาทเป็นตัวแทนกลุ่มในการสำรวจตัวอย่างของรูปทรงเรขาคณิตสามมิติ แล้วนำข้อมูลที่ได้จากการสำรวจมาอภิปรายและสรุปเป็นความรู้ใหม่เกี่ยวกับลักษณะของปริซึม พีระมิต ทรงกระบอก กรวย และทรงกลมของกลุ่ม หลังจากนั้นนักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอแนวคิดและเหตุผลสนับสนุนการทำงานของตนเอง เพื่อแลกเปลี่ยนแนวคิดและเหตุผลที่นำไปสู่การอภิปรายร่วมกันสรุปเป็นความรู้ใหม่ โดยหลังจากการอภิปรายทั้งชั้นเรียนนักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันเขียนสะท้อนผลการทำงานของกลุ่มพร้อมกับเขียนแนวทางการปรับแก้หรือพัฒนาการทำงานให้ดีขึ้นกว่าเดิม

## 2. การลงมือปฏิบัติ (Action) และการสังเกต (Observe)

ผู้วิจัยทำการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปรายที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ลักษณะของปริซึม พีระมิต ทรงกระบอก กรวยและทรงกลม โดยระหว่างการลงมือปฏิบัติผู้วิจัยมีการสังเกตและเก็บข้อมูลพฤติกรรมกรงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนควบคู่ไปพร้อมกัน ซึ่งมีรายละเอียดแต่ละชั้น ดังนี้

### ชั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์

ชั้นปฏิบัตินี้เป็นชั้นปฏิบัติที่เกิดขึ้นก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยผู้วิจัยออกแบบงานทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเรื่อง ลักษณะของปริซึม พีระมิต ทรงกระบอก กรวยและทรงกลมที่นักเรียนต้องใช้ความรู้ ความเข้าใจและทักษะทางคณิตศาสตร์ในการทำงาน โดยผู้วิจัยคาดการณ์พฤติกรรมกรงการเรียนรู้และการตอบสนองของนักเรียนต่องานทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งคาดการณ์วิถีคิดและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดจากการทำงานทางคณิตศาสตร์

### ชั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนรู้ในชั้นการปฏิบัตินี้เป็นไปตามแผนการจัดการเรียนรู้ มีการใช้เวลาที่มีอยู่อย่างจำกัดในการทำกิจกรรมได้อย่างเหมาะสม เมื่อนักเรียนศึกษาสถานการณ์ปัญหา “จัดกลุ่มอย่างไร” พบว่า นักเรียนสามารถตอบคำถามของผู้วิจัยเกี่ยวกับเป้าหมายและเงื่อนไขของปัญหาได้ และนักเรียนสามารถตอบคำถามแสดงความเข้าใจปัญหาของตนเองได้ แต่การตอบคำถามของนักเรียนมีการอธิบายสิ่งที่ตนเองเข้าใจค่อนข้างน้อย ไม่กล้าพูดแสดงความเข้าใจของตนเอง ผู้วิจัยจึงต้องใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายความเข้าใจของตนเองให้ชัดเจนมากยิ่งขึ้น นอกจากนี้พบว่านักเรียนไม่เข้าใจและไม่สามารถพูดตอบบางคำถามของผู้วิจัยได้ ผู้วิจัยจึงต้องพูดอธิบายคำถามเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจคำถามและสามารถตอบคำถามได้

### ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

การจัดการเรียนรู้ขั้นนี้มีการใช้เวลาในการทำกิจกรรมนานจนเกินไป ด้วยกิจกรรมมีรายละเอียดค่อนข้างมากส่งผลทำให้นักเรียนไม่สามารถทำงานได้สำเร็จตามเวลาที่กำหนดและเขียนแสดงเหตุผลในการตอบคำถามค่อนข้างสั้น เมื่อนักเรียนลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์พบว่า นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการสำรวจตัวอย่างบรรจุภัณฑ์รูปเรขาคณิตสามมิติ โดยนักเรียนแต่ละกลุ่มมีการวางแผนและแบ่งหน้าที่กันในการสำรวจ ซึ่งก่อนการส่งตัวแทนออกมาสำรวจบรรจุภัณฑ์หน้าชั้นเรียน นักเรียนแต่ละกลุ่มมีการอภิปรายและร่วมกันแสดงความคิดเห็นเพื่อสำรวจและสรุปลักษณะของบรรจุภัณฑ์ตัวอย่าง 5 ชิ้นแรกดังภาพ 2 ทำให้เมื่อนักเรียนออกมาเป็นตัวแทนของกลุ่มสำรวจบรรจุภัณฑ์ตัวอย่างอีก 7 ชิ้นที่เหลือดังภาพ 3 นักเรียนสามารถสำรวจข้อมูลได้ตามแนวทางการสำรวจของกลุ่ม และสามารถนำข้อมูลจากการสำรวจมาอธิบายให้สมาชิกในกลุ่มเข้าใจได้ อย่างไรก็ตามมีนักเรียนบางคนที่เป็นตัวแทนกลุ่มออกมาสำรวจบรรจุภัณฑ์ตัวอย่างหน้าชั้นเรียน แต่ไม่สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการสำรวจบรรจุภัณฑ์ตัวอย่างได้ ผู้วิจัยจึงต้องใช้คำถามเพื่อกระตุ้นการคิดของนักเรียนระหว่างการสำรวจ เช่น

#### บทสนทนา : การสังเกตลักษณะของบรรจุภัณฑ์ชิ้นที่ 8 (พีระมิตฐานสี่เหลี่ยม)

- ครู : บรรจุภัณฑ์ขนมที่นักเรียนถือมีลักษณะเป็นอย่างไร  
 นักเรียน7 : เป็นรูปสี่เหลี่ยมครับ  
 ครู : สี่เหลี่ยมกี่ด้าน  
 นักเรียน7 : 1 ด้าน ด้านข้างเป็นรูปสามเหลี่ยม  
 ครู : รูปสามเหลี่ยมกี่ด้าน  
 นักเรียน7 : 1 ด้าน (นักเรียนชี้ยอดของพีระมิต)  
 ครู : ตรงไหนนะที่เป็นรูปสามเหลี่ยม  
 นักเรียน7 : (นักเรียนชี้หน้าข้างของพีระมิตและนับจำนวนหน้าข้าง) 4 ด้านครับ  
 ครู : สังเกตเห็นอะไรอีกไหม  
 นักเรียน7 : ไม่มี  
 ครู : โอเค นักเรียนเอาข้อมูลที่บอกครูไปบอกเพื่อนแบบนั้นเลยนะ





ภาพ 2 นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสำรวจบรรจุภัณฑ์ตัวอย่าง 5 ชิ้นแรก



ภาพ 3 นักเรียนตัวแทนกลุ่มออกมาสำรวจบรรจุภัณฑ์ตัวอย่างชิ้นที่เหลือหน้าชั้นเรียน

นอกจากนี้ระหว่างการทำงานของนักเรียนผู้วิจัยพบว่า นักเรียนบางกลุ่มสามารถจัดกลุ่มบรรจุภัณฑ์ได้อย่างถูกต้อง แต่เขียนอธิบายเหตุผลประกอบการจัดกลุ่มได้ไม่ชัดเจน ทำให้ผู้วิจัยไม่สามารถทำความเข้าใจแนวคิดที่นักเรียนใช้ในจัดกลุ่มได้ ผู้วิจัยจึงต้องใช้คำถามระหว่างการทำงาน of นักเรียนเพื่อทำความเข้าใจเพิ่มเติมเกี่ยวกับแนวคิดของนักเรียน เช่น

### บทสนทนา : เหตุผลการจัดกลุ่มบรรจุภัณฑ์ตะกร้า B ของนักเรียนกลุ่มที่ 6

- ครู : ตะกร้า B นักเรียนเขียนว่า ดูจากที่มียอดแหลมและมีเหลี่ยม นักเรียนลองอธิบายให้ครูฟังเพิ่มเติมหน่อย
- นักเรียน16 : (หยิบบรรจุภัณฑ์รูปทรงพีระมิดสี่ยอดของพีระมิด) มียอดตรงนี้แหลมค่ะ
- ครู : แล้วตรงคำว่า มีเหลี่ยม คืออย่างไร
- นักเรียน19 : (หยิบบรรจุภัณฑ์รูปทรงพีระมิดสี่สันของพีระมิด) ด้านข้างเป็นเหลี่ยมค่ะ

### ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน

ขั้นการปฏิบัตินี้เป็นขั้นที่เกิดขึ้นระหว่างขั้นการปฏิบัติที่ 3 และผู้วิจัยมีเวลาจำกัดในการปฏิบัติเนื่องจากเป็นคาบเรียนที่ใช้เวลาจัดกิจกรรม 2 ชั่วโมงต่อเนื่องกัน ซึ่งพบว่า ผู้วิจัยมีเวลาจำกัดในการตัดสินใจคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดของนักเรียน อีกทั้งใบกิจกรรมกลุ่มมีรายละเอียดค่อนข้างมากส่งผลทำให้ผู้วิจัยไม่สามารถทำความเข้าใจแนวคิดหรือวิธีการทำงานของนักเรียนทุกกลุ่มได้อย่างละเอียดและไม่สามารถคัดเลือกแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนที่นำไปสู่การอภิปรายครอบคลุมในทุกประเด็นตามจุดประสงค์ของบทเรียนได้ ซึ่งวงจรปฏิบัติการนี้ผู้วิจัยได้คัดเลือกงานของนักเรียนทุกกลุ่มนำเสนอหน้าชั้นเรียนและจัดลำดับการนำเสนอโดยเริ่มจากกลุ่มที่จัดเรียงปริซึมสามเหลี่ยมไว้ตะกร้าเดียวกับพีระมิดและตามด้วยกลุ่มที่จัดเรียงบรรจุภัณฑ์ตามชนิดของรูปเรขาคณิตสามมิติได้ถูกต้อง

### ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่

การจัดการเรียนรู้ขั้นนี้มีการใช้เวลาในการทำกิจกรรมนานจนเกินไป เนื่องจากผู้วิจัยคัดเลือกให้นักเรียนทุกกลุ่มออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียนและนักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอในทุกประเด็นตามแผนการจัดการเรียนรู้ ส่งผลทำให้การนำเสนอของนักเรียนแต่ละกลุ่มใช้เวลาในการพูดนำเสนอและร่วมกันอภิปรายแนวคิดค่อนข้างนาน อีกทั้งหลังการนำเสนอของนักเรียนแต่ละกลุ่มผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นการอภิปรายในประเด็นที่ซ้ำเดิมส่งผลทำให้นักเรียนสนใจฟังการนำเสนอและร่วมแสดงความคิดเห็นในช่วงต้นของขั้นปฏิบัตินี้เท่านั้น โดยช่วงท้ายของขั้นปฏิบัตินี้นักเรียนให้ความสนใจแสดงความคิดเห็นน้อยลงและมีนักเรียนบางคนแสดงอาการเหนื่อยระหว่างการอภิปรายในชั้นเรียน นอกจากนี้ผู้วิจัยพบว่า การนำเสนอของนักเรียนทุกกลุ่มเป็นการอ่านสิ่งที่เขียนในใบกิจกรรม ซึ่งผู้วิจัยต้องใช้คำถามกระตุ้นตลอดการนำเสนอเพื่อให้นักเรียนได้พูดอธิบายแนวคิดและเหตุผลที่เพิ่มเติมจากสิ่งที่เขียนในใบกิจกรรม อีกทั้งการอภิปรายหลังการนำเสนอพบว่า นักเรียนไม่กล้าแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับงานของกลุ่มที่นำเสนอ ผู้วิจัยจึงต้องใช้คำถามกระตุ้นให้เกิดการอภิปรายในชั้นเรียน โดยการอภิปรายในชั้นเรียนที่เกิดขึ้นส่วนมากเป็นการอภิปรายโต้แย้งเกี่ยวกับข้อสรุปของกลุ่มที่นำเสนอ เช่น

บทสนทนา : การอภิปรายโต้แย้งการจัดบรรจุภัณฑ์ชั้นที่ 6 (ปริซึมสามเหลี่ยม) ลงใน  
ตะกร้า B ของนักเรียนกลุ่มที่ 2

- ครู : นักเรียนเห็นด้วยหรือไม่กับการจัดของลงตะกร้าของเพื่อนกลุ่มที่นำเสนอ
- นักเรียน1 : ไม่เห็นด้วยกับตะกร้า B ครับ
- ครู : ไม่เห็นด้วยกับตะกร้า B ทำไมครับ
- นักเรียน1 : เพราะบรรจุภัณฑ์ 6 มีฐาน 2 ด้านเหมือนกัน
- ครู : (หยิบบรรจุภัณฑ์ 6 ให้นักเรียน1) ฐาน 2 ด้านเหมือนกันคือตรงไหนครับ
- นักเรียน1 : (นักเรียน1 ชี้ฐานรูปสามเหลี่ยมทั้งสองด้านของบรรจุภัณฑ์ 6) ตรงนี้กับ  
ตรงนี้เป็นรูปสามเหลี่ยมเหมือนกัน ต้องไม่อยู่ในตะกร้า B
- ครู : แล้วที่เพื่อนเขียนอธิบายว่า บรรจุภัณฑ์ 6 อยู่ในตะกร้า B เพราะมีมุม  
ยอด เป็นพีระมิตและมีลักษณะเป็นสามเหลี่ยม นักเรียนเห็นด้วยไหม
- นักเรียน1 : ไม่เห็นด้วย เพราะถ้าเป็นพีระมิตตรงนี้ต้องเป็นสามเหลี่ยมครับ ไม่ใช่  
สี่เหลี่ยม (ชี้หน้าข้างของบรรจุภัณฑ์ 6)
- ครู : แล้วบรรจุภัณฑ์ 6 ควรอยู่ตะกร้าไหน
- นักเรียน1 : ตะกร้า E เพราะเป็นปริซึม

การทำแบบสะท้อนผลการทำงานของนักเรียนแต่ละกลุ่มหลังการอภิปรายในชั้นเรียนนั้น พบว่า นักเรียนใช้เวลาทำแบบสะท้อนผลนานจนเกินไปและมีการพูดคุยแสดงความคิดเห็นภายในกลุ่ม ค่อนข้างน้อย อีกทั้งผู้วิจัยพบว่า นักเรียนส่วนมากสามารถเขียนสรุปความรู้ความเข้าใจของตนเองได้ แต่ยังไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ ดังภาพ 4 และนักเรียนส่วนมากสามารถประเมินการทำงานของกลุ่มตนเองได้ แต่ไม่สามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์อธิบายเหตุผลประกอบการประเมินและอธิบายระบุ แนวทางปรับปรุงหรือพัฒนาการทำงานของกลุ่มได้ ดังภาพ 5

1. ความรู้ความเข้าใจที่นักเรียนได้รับจากการทำกิจกรรม "จัดกลุ่มอย่างไร"
- ① ไม่ดีทั้งคู่ ปริซึม รูปทรงสามเหลี่ยม รูปทรงเรขาคณิต 3 มิติ 4 หน้าแตกต่างกัน  
กันที่ ฐาน รูปทรง มุมยอด ด้าน และระนาบ
- ② และที่มีรูปทรงคล้ายกันคือ ฐาน รูปทรงสามเหลี่ยม ฐานที่วางเป็นรูปสามเหลี่ยม
- ③ รูปทรงคล้ายกัน : ฐานของของต่างกัน ด้านของ ฐาน
- ④ ปริซึมทุกอันมี 3 ด้านวางเป็นระนาบเหมือนกัน
- ⑤ รูปสี่เหลี่ยมมี ฐาน 2 ด้านและแตกต่างกัน
- ⑥ ทรงปิรามิดนอก, ทรงปิรามิด และ ทรงกลม ด้านหน้าจะปิดที่เหลี่ยม
- ⑦ ทรงปิรามิด ชื่อของสิ่งของเปลี่ยนไปตามจำนวนของฐาน เช่น รูปปิรามิด 3 มิติ  
ที่มี ฐาน 3 ด้านรูปสี่เหลี่ยมและสี่เหลี่ยม "มีสี่เหลี่ยมรูปสี่เหลี่ยม"

ภาพ 4 ตัวอย่างการเขียนสะท้อนสรุปความรู้ความเข้าใจของนักเรียน

2. วิธีการที่นักเรียนใช้ในการจัดกลุ่มบรรจุภัณฑ์มีความเหมาะสมหรือไม่ เพราะเหตุใด และควรปรับแก้หรือพัฒนาอย่างไรที่จะช่วยให้วิธีการที่นักเรียนใช้ดีขึ้นกว่าเดิม (E)

ตอบ ไม่ค่อยดีเลย ผลลัพธ์

เหตุผล... เขียนรายชื่อแล้วได้ไม่ค่อยดีเลย ทำจากแบบจริง

สิ่งที่ควรปรับแก้หรือพัฒนา... ทำจากวัสดุที่หาได้ง่ายขึ้น ไม่ดีใช้จริงมาก

3. การจัดกลุ่มและเขียนอธิบายสรุปลักษณะบรรจุภัณฑ์ของนักเรียนมีความเหมาะสมหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ ไม่ค่อยดี

เหตุผล... เขียนไม่ได้ ไม่ค่อยเขียนภาพ เขียนได้ไม่ค่อยมากเท่ากับกลุ่มอื่น

ภาพ 5 ตัวอย่างการเขียนสะท้อนผลการทำงานเกี่ยวกับกระบวนการและข้อสรุปของนักเรียน

### 3. การสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect)

การสะท้อนผลการปฏิบัติของผู้วิจัย ผู้วิจัยวิเคราะห์ผลการวิจัยโดยแบ่งเป็นขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 5 ขั้นตอน โดยใช้แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยและครูประจำการ โดยสรุปความสำเร็จที่เกิดขึ้น ปัญหาที่พบและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 1 ดังตาราง 10

ตาราง 10 สรุปความสำเร็จที่เกิดขึ้น ปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 1

ขั้นตอน	ความสำเร็จ	ปัญหาที่พบในชั้นเรียน	แนวทางการปรับปรุง
ขั้นการปฏิบัติที่ 1	1. งานที่ออกแบบ	-	-
การคาดการณ์การ	ส่งเสริมให้นักเรียน		
เรียนรู้และการ	ทุกคนมีส่วนร่วมใน		
ทำงานทาง	การทำงานกลุ่ม		
คณิตศาสตร์ของ	2. นักเรียนใช้		
นักเรียน	บรรจุภัณฑ์ตัวอย่าง		
	ประกอบการอธิบาย		
	ความเข้าใจของ		
	ตนเอง		

ตาราง 10 (ต่อ)

ขั้นตอน	ความสำเร็จ	ปัญหาที่พบในชั้นเรียน	แนวทางการปรับปรุง
<b>ขั้นการปฏิบัติที่ 2</b> การนำเข้าสู่งาน ทางคณิตศาสตร์	นักเรียนมีความ เข้าใจและสามารถ ปฏิบัติตามคำชี้แจง ของสถานการณ์ได้	1. นักเรียนไม่เข้าใจคำถาม ของผู้วิจัยและไม่สามารถ ตอบคำถามได้ 2. นักเรียนพูดอธิบายสิ่งที่ ตนเองเข้าใจค่อนข้างน้อย	1. ผู้วิจัยวางแผนการ ใช้คำถามและปรับปรุง แผนให้มีข้อความที่ ชัดเจนมากขึ้น 2. ผู้วิจัยใช้คำถาม ปลายเปิดกระตุ้นให้ นักเรียนพูดอธิบาย เกี่ยวกับสถานการณ์ ปัญหาตามความเข้าใจ
<b>ขั้นการปฏิบัติที่ 3</b> การกำกับและ ติดตามการทำงาน ทางคณิตศาสตร์	1. นักเรียนทุกคนมี ส่วนร่วมในการ ทำงานกลุ่ม 2. นักเรียนทุกกลุ่มมี การวางแผนและแบ่ง หน้าที่กันในการ ทำงานกลุ่ม	1. ใช้เวลาในการทำ กิจกรรมนานเกินไป 2. นักเรียนไม่สามารถนำ ความรู้เดิมมาอธิบาย เหตุผลสนับสนุนการ ทำงานได้ 3. นักเรียนไม่สามารถ เขียนอธิบายวิธีการและ เหตุผลสนับสนุนแนวคิด ของกลุ่มได้	1. ผู้วิจัยปรับเวลาใน การทำกิจกรรมแต่ละ ชั้นให้มีความเหมาะสม 2. ผู้วิจัยใช้คำถาม กระตุ้นให้นักเรียนใช้ ความรู้เดิมมาอธิบาย สนับสนุนการทำงาน ของตนเอง
<b>ขั้นการปฏิบัติที่ 4</b> การคัดเลือกและ จัดลำดับแนวคิด หรือวิธีการ		1. เวลาที่ใช้ในการ คัดเลือกและจัดลำดับ แนวคิดมีค่อนข้างน้อย 2. ผู้วิจัยไม่ได้ศึกษา แนวคิดของนักเรียนอย่าง ถี่ถ้วนทำให้จัดลำดับการ นำเสนอไม่เหมาะสม	1. ผู้วิจัยปรับเวลาใน การทำกิจกรรมให้มี ความเหมาะสม โดยไม่ ใช้คาบสอน 2 ชั่วโมงที่ ต่อเนื่องกัน 2. ผู้วิจัยใช้คำถามกับ นักเรียนเพื่อศึกษา แนวคิดของแต่ละกลุ่ม ระหว่างขั้นปฏิบัติที่ 3

ตาราง 10 (ต่อ)

ขั้นตอน	ความสำเร็จ	ปัญหาที่พบในชั้นเรียน	แนวทางการปรับปรุง
<p>ขั้นการปฏิบัติที่ 5</p> <p>การเชื่อมโยง</p> <p>ข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่</p>	<p>1. นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการพูด</p> <p>นำเสนอ</p> <p>2. นักเรียนทุกกลุ่มสามารถตอบคำถามกับผู้วิจัยได้ในระหว่างการนำเสนอ</p>	<p>1. ใช้เวลาในการทำกิจกรรมนานเกินไป</p> <p>นักเรียนบางคนแสดงอาการเหนื่อยและไม่สนใจกิจกรรมในช่วงท้าย</p> <p>2. นักเรียนทุกกลุ่มนำเสนอประเด็นซ้ำเดิมและนำเสนอโดยการอ่านสิ่งที่เขียนลงในใบกิจกรรม</p> <p>3. นักเรียนไม่กล้าแสดงความคิดเห็นและเกิดการอภิปรายในชั้นเรียนค่อนข้างน้อย</p> <p>4. นักเรียนแต่ละกลุ่มไม่ได้ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์มาอธิบายเหตุผลสนับสนุนหรือโต้แย้งการทำงานของตนเองในแบบสะท้อนผลการทำงาน</p>	<p>1. ผู้วิจัยปรับเวลาในการทำกิจกรรมให้มีเหมาะสม โดยไม่ใช้คาบสอน 2 ชั่วโมงที่ต่อเนื่องกัน</p> <p>2. ชั้นปฏิบัติการที่ 4 ผู้วิจัยกำหนดประเด็นในการอภิปรายและคัดเลือกกลุ่มนำเสนอเพียงบางกลุ่ม โดยคัดเลือกงานของกลุ่มที่นำไปสู่การอภิปรายในประเด็นที่กำหนดไว้</p> <p>3. ผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นให้เกิดการอภิปรายในชั้นเรียนและใช้คำถามกระตุ้นให้เกิดการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์</p> <p>4. ผู้วิจัยปรับข้อความคำถามในแบบสะท้อนผลการทำงานให้มีความชัดเจนและปรับให้นักเรียนเขียนวิธีการหรือข้อสรุปที่ถูกปรับแก้หรือพัฒนาให้ดีขึ้นกว่าเดิม</p>

## วงจรรูปปฏิบัติการที่ 2 เรื่อง รูปคลี่ของปริซึม พีระมิด ทรงกระบอกและกรวย

### 1. การวางแผน (Plan)

ผู้วิจัยวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง รูปคลี่ของปริซึม พีระมิด ทรงกระบอกและกรวย จำนวน 3 ชั่วโมง ซึ่งผู้วิจัยวางแผนโดยทำการแก้ไขและพัฒนาจากการสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ในวงจรรูปปฏิบัติการที่ 1 ผู้วิจัยวางแผนให้นักเรียนได้สำรวจ อภิปราย แก้ปัญหาและสรุปความรู้ด้วยตนเองผ่านงานทางคณิตศาสตร์ “การสร้างมูลค่าเพิ่มสินค้า” โดยนักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสำรวจบรรจุภัณฑ์ขนมต้นแบบกลุ่มละ 1 ชิ้นและเขียนรูปคลี่ที่เป็นไปได้ทั้งหมดของบรรจุภัณฑ์ขนมที่สำรวจ หลังจากนั้นนักเรียนแต่ละกลุ่มคัดเลือกรูปคลี่ 1 แบบเพื่อสร้างบรรจุภัณฑ์ขนมจากรูปคลี่ที่เลือกภายใต้เงื่อนไขของสถานการณ์ ซึ่งระหว่างการทำงานของนักเรียนผู้วิจัยใช้คำถามสำรวจแนวคิดของแต่ละกลุ่มเพื่อใช้เป็นข้อมูลคัดเลือกและจัดลำดับการนำเสนอหน้าชั้นเรียน โดยผู้วิจัยเลือกกลุ่มนำเสนอจากกลุ่มที่สร้างบรรจุภัณฑ์ปริซึม พีระมิด ทรงกระบอกและกรวยอย่างละ 1 กลุ่ม ซึ่งนักเรียนแต่ละกลุ่มจะนำเสนอในทุกประเด็นตามชนิดของบรรจุภัณฑ์ที่กลุ่มสร้าง โดยประเด็นในการอภิปรายที่ผู้วิจัยได้กำหนดไว้ได้แก่ รูปคลี่ที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปริซึม พีระมิด ทรงกระบอกและกรวย วิธีการระบุรูปเรขาคณิตสามมิติจากรูปคลี่และความสัมพันธ์ของด้านที่ประกบกันของรูปเรขาคณิตสามมิติแต่ละชนิด อีกทั้งผู้วิจัยได้เปลี่ยนข้อคำถามในแบบสะท้อนผลการทำงาน โดยเปลี่ยนจากการให้นักเรียนเขียนแนวทางแก้ไขเป็นการเขียนแนวคิดหรือวิธีการใหม่ที่ได้รับการปรับแก้หรือพัฒนาให้ดีขึ้นกว่าเดิม

### 2. การลงมือปฏิบัติ (Action) และการสังเกต (Observe)

#### ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับเรื่อง รูปคลี่ของ ปริซึม พีระมิด ทรงกระบอกและกรวยให้เหมาะสมกับระยะเวลาในการจัดการเรียนรู้ เพื่อให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการแก้ปัญหามากที่สุดและเน้นงานที่ส่งเสริมให้เกิดการอภิปรายหรือแนวคิดที่หลากหลายในการแก้ปัญหา โดยผู้วิจัยได้เตรียมบรรจุภัณฑ์ต้นแบบให้นักเรียนกลุ่มละ 1 ชิ้น เพื่อให้นักเรียนได้สำรวจลักษณะรูปคลี่จากรูปบรรจุภัณฑ์ต้นแบบและนำสิ่งที่ได้จากการสำรวจในการออกแบบและสร้างบรรจุภัณฑ์ภายใต้เงื่อนไขของสถานการณ์ อีกทั้งช่วงท้ายของกิจกรรมผู้วิจัยออกแบบกิจกรรมให้นักเรียนได้ใช้เหตุผลในการตัดสินใจเลือกรูปบรรจุภัณฑ์ภายใต้บริบทของชีวิตจริง โดยผู้วิจัยต้องคาดการณ์พฤติกรรมการเรียนรู้และการตอบสนองของนักเรียนต่องานทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งคาดการณ์วิธีคิดและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดจากการทำงานทางคณิตศาสตร์

#### ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนรู้ในขั้นการปฏิบัตินี้เป็นไปตามแผนการจัดการเรียนรู้และใช้เวลาในการทำกิจกรรมได้ค่อนข้างดี นักเรียนให้ความสนใจและมีการแลกเปลี่ยนการเรียนรู้ภายในกลุ่มขณะทำกิจกรรมแผนพับขั้นแรกเรขาคณิตเพื่อทบทวนความรู้ และเมื่อนักเรียนศึกษาสถานการณ์ปัญหา ผู้วิจัยใช้

คำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาของนักเรียน พบว่า นักเรียนเข้าใจคำถามของผู้วิจัยและร่วมกันตอบคำถามพูดอธิบายความเข้าใจของตนเองเกี่ยวกับเป้าหมายได้ แต่นักเรียนไม่สามารถตอบคำถามเกี่ยวกับเงื่อนไขของปัญหาได้ครบถ้วน ครูต้องใช้คำถามกระตุ้นนักเรียน เช่น “การออกแบบและสร้างบรรจุภัณฑ์นักเรียนต้องคำนึงถึงอะไรบ้าง” “นักเรียนออกแบบและสร้างบรรจุภัณฑ์ไปใช้สำหรับทำอะไร” เป็นต้น เพื่อให้ นักเรียนสามารถระบุเงื่อนไขของปัญหาได้ครบถ้วน นอกจากนี้ผู้วิจัยพบว่า การระบุความรู้ของนักเรียนบางกลุ่มจะเกิดขึ้นตลอดการทำงาน โดยขณะทำงานนักเรียนจะมีการเขียนเพิ่มเติมเกี่ยวกับความรู้ที่ใช้ตามที่ตนเองได้ใช้จริงขณะลงมือแก้ปัญหา

### ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนรู้ขั้นการปฏิบัตินี้เป็นไปตามแผนการจัดการเรียนรู้และใช้เวลาในการทำกิจกรรมได้ค่อนข้างดี เมื่อนักเรียนลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนทุกกลุ่มได้ร่วมกันสำรวจและอภิปรายเกี่ยวกับรูปคลี่ของบรรจุภัณฑ์ต้นแบบ ซึ่งนักเรียนแต่ละกลุ่มสามารถเขียนรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติได้อย่างหลากหลายและส่วนมากมีความถูกต้อง โดยการเลือกรูปคลี่ในการสร้างบรรจุภัณฑ์ของนักเรียนแต่ละกลุ่มส่วนมากจะเลือกรูปคลี่ที่เหมือนกับรูปคลี่ของบรรจุภัณฑ์ต้นแบบแต่มีการปรับขนาดของรูปคลี่ให้เป็นไปตามเงื่อนไขของสถานการณ์ ซึ่งเห็นได้จากนักเรียนตัวแทนกลุ่มออกมาวัดขนาดของขนมที่ต้องการบรรจุลงในบรรจุภัณฑ์ที่สร้างและระหว่างทำงานนักเรียนจะมีการนำบรรจุภัณฑ์ที่สร้างมาทดลองใส่ขนม ดังภาพ 6 อีกทั้งจากการสังเกตพบว่า การลงมือสร้างชิ้นงานบรรจุภัณฑ์นักเรียนทุกคนมีบทบาทในการลงมือปฏิบัติและนักเรียนทุกกลุ่มสามารถสร้างชิ้นงานได้อย่างสำเร็จ ดังภาพ 7 รวมทั้งมีการพูดคุยแสดงความคิดเห็นภายในกลุ่มมากกว่าการเขียนตอบคำถามในใบกิจกรรม ซึ่งการทำใบกิจกรรมนักเรียนมีการพูดคุยแลกเปลี่ยนกันค่อนข้างน้อยและส่วนมากทำงานโดยสมาชิก 1 - 2 คน นอกจากนี้ระหว่างทำกิจกรรมนักเรียนส่วนมากไม่ได้คำนึงถึงความสัมพันธ์ของด้านที่ประกบกัน ทำให้นักเรียนบางกลุ่มไม่สามารถทำงานได้เนื่องจากไม่สามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของด้านที่ประกบกัน ครูต้องใช้คำถามกระตุ้นการคิดของนักเรียน เช่น

#### บทสนทนา : การวาดรูปคลี่ของทรงกระบอกของนักเรียนกลุ่ม 2

ครู : กลุ่มนี้มีปัญหาอะไรหรือเปล่าครับ

นักเรียน 5 : ไม่รู้จะวาดวงกลมขนาดไหน

ครู : แล้วตอนนี้ นักเรียนวาดอะไรไปแล้วบ้าง

นักเรียน 17 : วาดสี่เหลี่ยมกว้าง 12 ยาว 18 ค่ะ

ครู : แล้ววงกลมมันสัมพันธ์กับสี่เหลี่ยมที่นักเรียนวาดยังไง

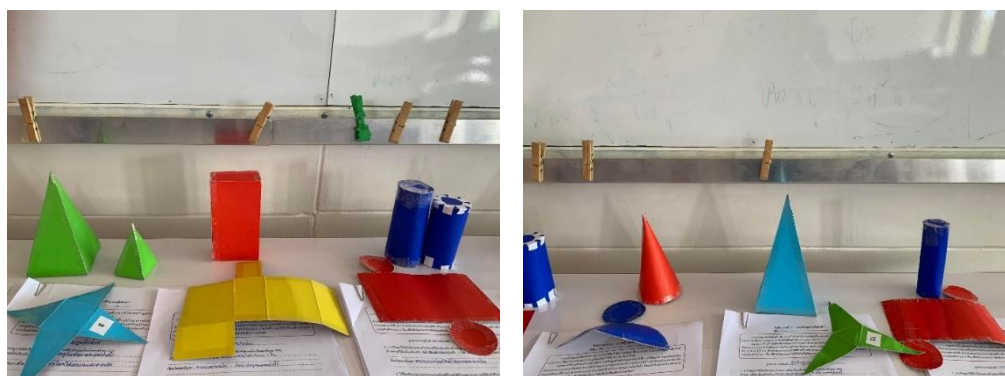
นักเรียน 5 : วงกลมต้องอยู่ตรงกับตรงนี้ (นักเรียนชี้ตำแหน่งของวงกลมซึ่งอยู่ฝั่งตรงข้ามกันของความยาวสี่เหลี่ยม)



- ครู : แล้วเวลานำมาประกอบเป็นทรงกระบอก วงกลมสัมพันธ์กับสี่เหลี่ยม  
อย่างไร
- นักเรียน5 : (นักเรียนหยิบรูปคลี่ของทรงกระบอกต้นแบบและชี้ความยาวรอบวงกลม)  
ความยาวของตรงนี้ต้องยาวเท่ากับความยาวของสี่เหลี่ยม
- ครู : ความยาวตรงนี้ที่ว่าเป็นความยาวอะไรของวงกลม
- นักเรียน6 : ความยาวรอบรูปของวงกลม
- ครู : แล้วความยาวรอบรูปของวงกลมต้องยาวเท่าไร
- นักเรียน17 : ยาวเท่าสี่เหลี่ยม 18 เซนติเมตร
- ครู : นักเรียนรู้เส้นรอบวงแล้วนักเรียนจะอย่างไรต่อ นักเรียนใช้อะไรสร้าง  
วงกลม
- นักเรียน5 : รัศมี
- ครู : อ่า แล้วนักเรียนหารัศมีได้ไหม เราเคยเรียนมาแล้ว
- นักเรียน6 :  $2\pi r$
- ครู : โอเค แล้วนักเรียนสามารถหาขนาดวงกลมได้ยัง
- นักเรียน6 : ได้แล้ว



ภาพ 6 นักเรียนออกมาวัดขนาดของขนมและทดลองบรรจุขนมลงบรรจุภัณฑ์ที่สร้าง



ภาพ 7 ตัวอย่างบรรจุภัณฑ์ต้นแบบและชิ้นงานบรรจุภัณฑ์ของนักเรียน

#### ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการ

การจัดการเรียนรู้ขั้นนี้เป็นไปตามแผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มนำเสนอไม่ครบทุกกลุ่ม โดยคัดเลือกงานของกลุ่มที่นำไปสู่การอภิปรายตามวัตถุประสงค์ของบทเรียน ซึ่งผู้วิจัยได้ทำความเข้าใจแนวคิดของนักเรียนจากการอ่านใบกิจกรรมกลุ่มประกอบกับข้อมูลที่ได้จากการตอบคำถามของนักเรียนระหว่างการลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์ โดยผู้วิจัยสามารถกำหนดประเด็นในการอภิปรายได้แก่ เงื่อนไขและความรู้ รูปคลี่ที่เป็นไปได้ทั้งหมดของรูปเรขาคณิตสามมิติ แต่ละชนิด วิธีการสร้างรูปคลี่ของบรรจุภัณฑ์ วิธีการระบุรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ และความสัมพันธ์ของด้านที่ประกบกัน

#### ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่

การจัดการเรียนรู้ขั้นนี้มีการใช้เวลาในการทำกิจกรรมนานจนเกินไป โดยครูจัดลำดับให้นักเรียนจำนวน 4 กลุ่มนำเสนอหน้าชั้นเรียนตามชนิดของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ได้รับ และนักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอในทุกประเด็นตามแผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งการนำเสนอและอภิปรายหลังการนำเสนอของนักเรียนกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 ใช้เวลาดอนข้างนาน ครูจึงเปลี่ยนให้นักเรียนกลุ่ม 3 และกลุ่ม 4 นำเสนอบางประเด็น โดยเลือกประเด็นที่นำไปสู่การอภิปรายในประเด็นที่แตกต่างจากกลุ่มที่ผ่านมา อีกทั้งการนำเสนอหน้าชั้นเรียนนักเรียนที่นำเสนอบางกลุ่มไม่สามารถพูดอธิบายแนวคิดและวิธีการของตนเองให้เพื่อนเข้าใจได้ ครูต้องช่วยตั้งคำถามลักษณะเช่นเดียวกับคำถามที่ใช้สำรวจแนวคิดของนักเรียนขณะทำงานกลุ่ม เพื่อให้นักเรียนสามารถพูดพร้อมกันวาดรูปอธิบายวิธีการและการคำนึงถึงความสัมพันธ์ของด้านที่ประกบกัน เช่น

#### บทสนทนา : การนำเสนอการสร้างรูปคลี่ของกรวยของกลุ่มที่ 3

ครู : นักเรียนลองอธิบายการวาดรูปคลี่ของกลุ่มให้ฟังหน่อยครับ

นักเรียน 8 : วาดวงกลมรัศมี 3.5 เซนติเมตร และวาดวงกลมรัศมี 10.5 เซนติเมตร

ครู : แล้วทำอย่างไรต่อครับ

นักเรียน 8 : แล้วก็หาครึ่งของครึ่ง

ครู : หาครึ่งของครึ่ง หมายถึงครึ่ง

นักเรียน 8 : หาเส้นรอบวงของวงกลมวงใหญ่ก่อน โดยใช้  $2\pi r$

ครู : ได้เส้นรอบวงแล้วทำอย่างไรต่อครับ

นักเรียน 8 : หาคึ่งครึ่งก็จะได้ตรงนี้ออกมา (ชี้ส่วนโค้งครึ่งวงกลมวงใหญ่) แล้วหาคึ่งครึ่งอีกก็จะได้ตรงนี้ออกมา

ครู : ตรงนี้ก็คิดเป็นเศษส่วนเท่าไรนะ

นักเรียน : เศษหนึ่งส่วนสี่

- นักเรียน8 : แล้วก็หาเส้นรอบวงของวงกลมเล็ก  
 ครู : หาได้อย่างไร และหาได้เท่าไร  
 นักเรียน8 : ใช้  $2\pi r$  ได้ 22 เซนติเมตร  
 ครู : แล้วทำอย่างไรต่อครับ  
 นักเรียน8 : ทำฝั่งนี้ให้เป็น 11 เซนติเมตร แล้วทำฝั่งนี้ให้เป็น 11 เซนติเมตร  
 ครู : ทำไมถึงทำเป็น 11 เซนติเมตรกับ 11 เซนติเมตรครับ  
 นักเรียน8 : เพราะจะได้พอดีกับเส้นรอบวงของวงกลมวงเล็ก  
 ครู : ทำไมถึงต้องทำให้พอดีกันครับ ครูขอลองถามกลุ่มอื่นดูดีกว่า ใครตอบได้บ้างว่า ทำไมเพื่อนถึงทำแบบที่ได้เล่ามา  
 นักเรียน22 : เพราะว่าถ้าด้านข้างของมันน้อยเกินไป มันก็จะไม่รอบฐานค่ะ มันจะไม่เป็นรูปกรวยค่ะ  
 ครู : อ้อ ถ้ามันน้อยกว่า 22 มันจะไม่รอบฐานใช่ไหม  
 นักเรียน22 : ใช่ค่ะ มันต้องเต็ม 22  
 ครู : เหตุผลเดียวกันไหมครับ  
 นักเรียน8 : ใช่ค่ะ มันต้องยาวเท่ากันค่ะ

การอภิปรายในชั้นเรียนหลังการนำเสนอของนักเรียนแต่ละกลุ่มนั้น พบว่า นักเรียนมีการพูดแสดงเหตุผลสนับสนุนและโต้แย้งแนวคิดของกลุ่มที่นำเสนอ โดยครูต้องใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนพูดแสดงความคิดเห็นตลอดการอภิปรายในชั้นเรียน ซึ่งนักเรียนส่วนมากมีส่วนร่วมในการอภิปรายในชั้นเรียนมากขึ้นจากวงจรปฏิบัติการที่ 1 แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ไม่มีบทบาทในการอภิปรายในชั้นเรียน อีกทั้งผู้วิจัยพบว่า การอภิปรายที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนส่วนมากเป็นการอภิปรายเพื่อให้เหตุผลสนับสนุนคำตอบและอภิปรายเพื่อช่วยแก้ไขคำตอบประเด็นความรู้และเงื่อนไขและประเด็นข้อสรุปของกลุ่มที่นำเสนอให้ถูกต้องสมบูรณ์มากขึ้น รวมทั้งมีการอภิปรายเพื่อโต้แย้งเกี่ยวกับการวาดรูปคลี่ของกลุ่มที่นำเสนอ เช่น

- บทสนทนา :** การอภิปรายเกี่ยวกับรูปคลี่ของพีระมิตฐานสามเหลี่ยมของกลุ่มที่ 6  
 ครู : มีรูปคลี่ไหนของเพื่อน ที่นักเรียนยังไม่เห็นด้วยไหมครับ  
 นักเรียน8 : รูปล่างซ้ายค่ะ  
 นักเรียน16 : (นำรูปคลี่ต้นแบบมาประกอบการอธิบาย โดยนำสามเหลี่ยมด้านข้างของพีระมิตฐานสี่เหลี่ยมมาประกบกัน 2 คู่) กลุ่มหนูวาดตามแบบนี้ค่ะ  
 ครู : ถ้ามองแบบที่เพื่อนบอก แบบนี้เป็นรูปคลี่ไหม

- นักเรียน17 : ไม่เป็น เพราะมันประกอบมาแล้ว
- นักเรียน20 : ไม่เป็น เพราะด้านข้างยังติดกันอยู่
- ครู : การจะเป็นรูปคลี่ได้ต้องเป็นยังไง
- นักเรียน8 : สามารถวาดลงไปในกระดาษ แล้วก็ตัด แล้วก็พับ
- ครู : วาดลงในกระดาษ คือมันได้รูปเป็นยังไงครับ
- นักเรียน1 : สองมิติ
- ครู : สองมิติ แต่ถ้าแบบที่เพื่อนคิดนี้เป็นยังไง
- นักเรียน20 : สามมิติ
- ครู : สามมิติ เพราะอะไรครับ
- นักเรียน1 : มีความสูง ความหนาครับ
- ครู : ตั้งนั้นรูปที่เพื่อนวาดเป็นรูปคลี่ไหม
- นักเรียน8 : ไม่ เพราะรูปนี้เป็นรูปสามมิติ

นอกจากนี้ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนสามารถเข้าใจการอภิปรายของกลุ่มที่นำเสนอและสามารถนำสิ่งที่ได้จากการอภิปรายมาพิจารณาปรับแก้และพัฒนางานของตนเอง ซึ่งเห็นได้จากนักเรียนกลุ่มที่ 2 ลบรูปคลี่ทรงกระบอกที่ไม่ถูกต้องออกจากใบกิจกรรมกลุ่มของตนเองหลังจากได้ฟังการนำเสนอและร่วมอภิปรายเกี่ยวกับรูปคลี่ของปริซึม

การทำแบบสะท้อนผลการทำงานของนักเรียนแต่ละกลุ่มหลังการอภิปรายในชั้นเรียนนั้นพบว่า นักเรียนแต่ละกลุ่มมีการให้เหตุผลโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์มาอธิบายมากขึ้นจากวงจรปฏิบัติการที่ 1 แต่นักเรียนแต่ละกลุ่มยังใช้เวลาในการเขียนสะท้อนผลการทำงานค่อนข้างนานและมีการพูดแลกเปลี่ยนกันภายในกลุ่มค่อนข้างน้อย โดยส่วนมากนักเรียนแต่ละกลุ่มจะมีสมาชิกเขียนสะท้อนผลการทำงานเพียงคนเดียวและสมาชิกที่เหลือไม่มีส่วนร่วมในการทำแบบสะท้อนผลการทำงาน อีกทั้งผู้วิจัยพบว่า นักเรียนบางกลุ่มสามารถนำสิ่งที่ได้จากการอภิปรายในชั้นเรียนมาปรับแก้และพัฒนางานของตนเอง โดยก่อนการอภิปรายนักเรียนกลุ่ม 7 เขียนอธิบายข้อสรุปลักษณะรูปคลี่ลงในใบกิจกรรมได้ถูกต้องแต่ยังไม่สมบูรณ์ ดังภาพ 8 และหลังการอภิปรายนักเรียนได้เขียนสะท้อนผลโดยได้มีการนำความรู้ที่ได้รับจากการอภิปรายในชั้นเรียนมาปรับแก้ข้อสรุปของตนเองให้ดีขึ้นกว่าเดิม ดังภาพ 9 อีกทั้งการตอบคำถามท้าทายของนักเรียนนั้นพบว่า นักเรียนทุกกลุ่มร่วมกันแสดงความคิดเห็นและตัดสินใจเกี่ยวกับสถานการณ์ในคำถามท้าทาย หลังจากนั้นนักเรียนได้แลกเปลี่ยนผลการตัดสินใจระหว่างกลุ่มและมีการร่วมกันแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับการตอบคำถามท้าทายของกลุ่มอื่น ทำให้นักเรียนได้แสดงเหตุผลสนับสนุนและโต้แย้งข้อสรุปของนักเรียนกลุ่มอื่น ซึ่งการตอบคำถามท้าทายนั้นนักเรียนแต่ละกลุ่มได้นำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาอธิบายประกอบการตัดสินใจ ดังภาพ 10

5. ให้นักเรียนเขียนอธิบายสรุปลักษณะรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติที่กลุ่มได้รับมอบหมายให้สร้าง พร้อมเขียนแสดงเหตุผล (IR)

ชนิดของรูปเรขาคณิตสามมิติ กรวย  
ลักษณะรูปคลี่ มีวงกลม 1 วง วงกลมรูปใหญ่ 1 วง แล้วมีวงกลมแกมวงเฉียงเล็ก 1 วง แกมเส้นรอบวงกลมใหญ่ ล้อมรอบเส้นรอบวงกลมเล็ก

เพราะ ถ้าเส้นรอบวงของวงกลมใหญ่จะล้อมรอบเส้นรอบวงกลมวงเล็ก แล้ววงกลมแกมวงเฉียงของวงกลมใหญ่จะล้อมรอบวงกลมเล็ก

ภาพ 8 การเขียนสรุปลักษณะรูปคลี่กรวยของนักเรียนกลุ่มที่ 7 ก่อนการอภิปรายในชั้นเรียน

4. การเขียนอธิบายสรุปลักษณะรูปคลี่รูปเรขาคณิตสามมิติของกลุ่มมีความเหมาะสมหรือไม่ เพราะเหตุใด และให้นักเรียนเขียนอธิบายสรุปลักษณะรูปคลี่ของกลุ่มที่ถูกปรับแก้ให้ดีขึ้นกว่าเดิม (IR)

เหมาะสม  ไม่เหมาะสม  
เหตุผล เส้นรอบวงของวงกลมใหญ่ ล้อมรอบวงกลมแกมวงเล็ก เส้นรอบวงของวงกลมใหญ่ ล้อมรอบวงกลมแกมวงเล็ก

การเขียนสรุปลักษณะรูปคลี่ที่ถูกปรับแก้ คือที่ตัดข้างในวงกลม 1 วง วงกลมแกม 1 วง และวงกลมแกมวงเฉียง 1 วง ล้อมรอบวงกลมใหญ่ ล้อมรอบวงกลมแกมวงเล็ก ล้อมรอบวงกลมแกมวงเฉียง

ภาพ 9 การเขียนสรุปลักษณะรูปคลี่กรวยของนักเรียนกลุ่มที่ 7 หลังการอภิปรายในชั้นเรียน

**คำถามท้าทาย**  
“ถ้าต้องการบรรจุขนมเวเฟอร์สติกจำนวน 10 ชิ้น นักเรียนคิดว่า ครูสทรณ์ร้านค้าควรเลือกบรรจุภัณฑ์จากนักเรียนกลุ่มใด เพราะเหตุใด”  
ตอบ กลุ่มที่นำปลาสติก 1 ชิ้น เป็น รูปทรงกรวยมอก และ ปลาสติก 9 ชิ้น  
เหตุผล ทรงกรวยมอก 1 ชิ้น ปลาสติก 9 ชิ้น 1 ชิ้น ของด 6 ชิ้น 6 ชิ้น สีน้ำตาล ทั้ง 2 สี จะ มีปลาสติก 10 ชิ้น สีน้ำตาล 9 ชิ้น สีเขียว 1 ชิ้น

ภาพ 10 ตัวอย่างการเขียนแสดงเหตุผลคำถามท้าทายของกลุ่มที่นักเรียนเห็นด้วยมากที่สุด

### 3. สะท้อนผล (Reflect)

การสะท้อนผลการปฏิบัติของผู้วิจัย ผู้วิจัยวิเคราะห์ผลการวิจัยโดยแบ่งเป็นขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 5 ขั้นตอน โดยใช้แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยและครูประจำการโดยสรุปความสำเร็จที่เกิดขึ้น ปัญหาในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 2 ดังตาราง 11

ตาราง 11 สรุปความสำเร็จที่เกิดขึ้น ปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละ  
ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 2

ขั้นตอน	ความสำเร็จ	ปัญหาที่พบในชั้นเรียน	แนวทางการปรับปรุง
<b>ขั้นการปฏิบัติที่ 1</b> การคาดการณ์ การเรียนรู้และ การทำงานทาง คณิตศาสตร์ของ นักเรียน	1. นักเรียนสามารถ ทำความเข้าใจรูปคลี่ ของเรขาคณิตสามมิติ จากบรรจุภัณฑ์ ต้นแบบได้และ สามารถเขียนรูปคลี่ ของเรขาคณิตสามมิติ ได้อย่างหลากหลาย 2. นักเรียนสามารถ ทำความเข้าใจ ความสัมพันธ์ของ ด้านที่ประกบกันจาก บรรจุภัณฑ์ต้นแบบได้	-	-
<b>ขั้นการปฏิบัติที่ 2</b> การนำเข้าสู่งาน ทางคณิตศาสตร์	1. เมื่อครูถามคำถาม ปลายเปิดเกี่ยวกับ สถานการณ์ปัญหา นักเรียนเข้าใจคำถาม และร่วมกันตอบ คำถามเพื่ออธิบาย ความเข้าใจของ ตนเองเกี่ยวกับ เป้าหมายและเงื่อนไข ของปัญหาได้	1. นักเรียนเขียนระบุ ความรู้ได้ถูกต้องแต่ยังไม่ สมบูรณ์ และมีการใช้ ความรู้ทางคณิตศาสตร์มา เขียนอธิบายเหตุผลในการ ระบุความรู้ที่ใช้ค่อนข้าง น้อย	1. ผู้วิจัยใช้คำถาม กระตุ้นการคิดขณะที่ นักเรียนแต่ละกลุ่ม เขียนระบุความรู้ที่ใช้ 2. ผู้วิจัยคัดเลือกงาน ที่เขียนระบุความรู้ได้ ถูกต้องสมบูรณ์ และมี การใช้ความรู้ทาง คณิตศาสตร์มาอธิบาย เหตุผลในการระบุ ความรู้ที่ใช้ได้อย่าง สมเหตุสมผลมา อภิปรายร่วมกันใน ขั้นการปฏิบัติที่ 5

ตาราง 11 (ต่อ)

ขั้นตอน	ความสำเร็จ	ปัญหาที่พบในชั้นเรียน	แนวทางการปรับปรุง
<b>ขั้นการปฏิบัติที่ 3</b> การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์	1. เวลาที่ใช้เป็นไปตามแผนการจัดการเรียนรู้ 2. นักเรียนคำนึงถึงเงื่อนไขของปัญหาที่ระบุไว้ โดยนักเรียนวัดขนาดของขนมและทดลองนำขนมมาบรรจุลงในชิ้นงาน 3. นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการลงมือสร้างชิ้นงานบรรจุภัณฑ์ขนม 4. นักเรียนทุกกลุ่มสามารถทำงานได้สำเร็จตามเป้าหมายโดยคำนึงถึงเงื่อนไขของปัญหา	1. นักเรียนบางส่วนไม่มีส่วนร่วมในการเขียนใบกิจกรรมกลุ่มและมีการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ภายในกลุ่มค่อนข้างน้อย 2. นักเรียนบางกลุ่มไม่สามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของด้านที่ประกบกันได้และไม่ได้คำนึงถึงความสัมพันธ์ของด้านที่ประกบกันในการสร้างรูปคลี่ 3. นักเรียนทุกกลุ่มสามารถเขียนออกแบรูปคลี่ได้อย่างหลากหลาย แต่รูปคลี่ที่นักเรียนส่วนมากเลือกเพื่อสร้างบรรจุภัณฑ์จะเหมือนกับรูปคลี่ของบรรจุภัณฑ์ต้นแบบ แต่มีการปรับขนาดภายใต้เงื่อนไขของปัญหา	1. ผู้วิจัยมอบหมายให้นักเรียนแบ่งหน้าที่ในการทำงานกลุ่ม โดยนักเรียนทุกคนต้องมีส่วนร่วมในการเขียนใบกิจกรรมกลุ่ม 2. ผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของปัญหา เพื่อให้นักเรียนสามารถวางแผนและทำงานโดยคำนึงถึงความสัมพันธ์ของปัญหา 3. ผู้วิจัยปรับเงื่อนไขของกิจกรรมให้ชัดเจนและใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนอภิปรายภายในกลุ่ม โดยใช้เหตุผลในการตัดสินใจเกี่ยวกับการทำงานของกลุ่ม
<b>ขั้นการปฏิบัติที่ 4</b> การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการ	1. ผู้วิจัยสามารถกำหนดประเด็นในการอภิปรายได้ครบและเป็นไปตามจุดประสงค์ของบทเรียน	1. การคัดเลือกงานกลุ่มที่นำไปสู่การอภิปรายในแต่ละประเด็นไม่สามารถคัดเลือกได้ในกลุ่มเดียว	1. ผู้วิจัยคัดเลือกงานกลุ่มที่นำไปสู่การอภิปรายในแต่ละประเด็น โดยไม่จำเป็นต้องใช้เพียงกลุ่มเดียวนำเสนอ

ตาราง 11 (ต่อ)

ขั้นตอน	ความสำเร็จ	ปัญหาที่พบในชั้นเรียน	แนวทางการปรับปรุง
			ทุกประเด็นและ จัดลำดับนำเสนอที่ละ ประเด็น
<b>ขั้นการปฏิบัติที่ 5</b> การเชื่อมโยงข้อสรุป จากแนวคิดหรือ วิธีการไปสู่ความรู้ ใหม่	1. นักเรียนได้ อภิปรายครบทุก ประเด็นตาม จุดประสงค์ของ บทเรียน 2. นักเรียนมีความ กล้าในการแสดง ความคิดเห็นและมี ส่วนร่วมในการ อภิปรายมากขึ้น 3. นักเรียนสามารถ ใช้ความรู้ทาง คณิตศาสตร์มา แสดงเหตุผล สนับสนุนหรือ โต้แย้งแนวคิดและ วิธีการของกลุ่มที่ นำเสนอได้มากขึ้น	1. นักเรียนนำเสนอทุก ประเด็นทำให้เกิดการ อภิปรายในประเด็นซ้ำเติม และใช้เวลาในการ นำเสนอานานเกินไป 2. นักเรียนบางคนไม่มี ส่วนร่วมในการอภิปราย ในชั้นเรียน 3. นักเรียนแก้ไขงานที่ไม่ ถูกต้องของตนเองหลังจาก ร่วมอภิปรายงานของ เพื่อนกลุ่มก่อนหน้า ทำให้ ไม่ได้อภิปรายในประเด็น ดังกล่าวตามที่ผู้วิจัย กำหนดไว้ 4. ผู้วิจัยไม่ได้นำคำตอบ ของนักเรียนที่น่าสนใจมา อภิปรายเพิ่มเติม 5. นักเรียนบางคนไม่มี ส่วนร่วมในการเขียนแบบ สะท้อนผลการทำงานของ กลุ่ม	1. ผู้วิจัยจัดลำดับการ นำเสนอที่ละประเด็น 2. ผู้วิจัยใช้คำถามกับ นักเรียนทั้งชั้นเรียน เกี่ยวกับแนวคิดของ กลุ่มที่นำเสนอ เพื่อ กระตุ้นให้นักเรียนทุก คนมีส่วนร่วมในการ อภิปราย 3. ผู้วิจัยคัดลอกสำเนา ใบกิจกรรมของกลุ่ม นำเสนอ เพื่อใช้เขียน แก้ไขและป้องกันการ แก้ไขงานของนักเรียน 4. ผู้วิจัยใช้คำตอบของ นักเรียนที่น่าสนใจเป็น ประเด็นเพิ่มเติมจาก ประเด็นที่กำหนดไว้ 5. ผู้วิจัยทำแบบ สะท้อนผลการทำงาน ให้มีขนาดเล็กลง โดยมี จำนวน 3 แผ่น เพื่อให้ นักเรียนทุกคนได้มี ส่วนร่วมในการเขียน สะท้อนผลการทำงาน



### วจรปฏิบัติกรที่ 3 เรื่อง ปริมาตรและความจุของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

#### 1. การวางแผน (Plan)

ผู้วิจัยวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ปริมาตรและความจุของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก จำนวน 4 ชั่วโมง ซึ่งผู้วิจัยวางแผนโดยทำการแก้ไขและพัฒนาจากการสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ในวจรปฏิบัติกรที่ 2 ผู้วิจัยวางแผนให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนการเรียนรู้ภายในกลุ่ม ร่วมกันแก้ปัญหาและสรุปความรู้ด้วยตนเองผ่านงานทางคณิตศาสตร์ “ตู้ปลาแสนสวย” โดยครุมอบหมายให้นักเรียนแบ่งหน้าที่กันเองภายในกลุ่มเพื่อเขียนแสดงการหาปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาคนละ 1 ชิ้น ซึ่งก่อนลงมือทำงานตามที่นักเรียนได้แบ่งกันไว้ ผู้วิจัยจะให้สมาชิกในกลุ่มแลกเปลี่ยนเรียนรู้กันภายในกลุ่มก่อนเพื่อให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจปัญหา ร่วมกันวางแผนและหาแนวทางการแก้ปัญหาของกลุ่มก่อนจะเขียนแสดงการแก้ปัญหาตามที่ได้แบ่งกันไว้ จากนั้นผู้วิจัยจะใช้คำถามกระตุ้นการทำงานของนักเรียนแต่ละกลุ่ม เพื่อให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของปัญหาและใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ซึ่งระหว่างการทำงานของนักเรียนผู้วิจัยจะสังเกตและจดบันทึกแนวคิดของนักเรียนพร้อมกับการใช้คำถามเพื่อศึกษาแนวคิดและเหตุผลการทำงานของนักเรียนแต่ละกลุ่ม เมื่อนักเรียนทุกกลุ่มทำงานเสร็จผู้วิจัยจะศึกษาแนวคิดของนักเรียนอย่างถ่องถ้วนจากใบกิจกรรมกลุ่มและจากข้อมูลที่ได้จากการตอบคำถามของนักเรียนระหว่างการทำงานเพื่อคัดเลือกงานของนักเรียนบางกลุ่มและจัดลำดับการเสนอที่นำไปสู่การอภิปรายในแต่ละประเด็นตามวัตถุประสงค์ของบทเรียน จากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนออกมาแนะนำเสนอที่ละประเด็นตามที่ได้กำหนดไว้ ซึ่งประเด็นการเสนอแนะและประเด็นกระบวนการและขั้นตอนผู้วิจัยจะใช้การนำเสนอประโยคสัญลักษณ์เพื่อให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมแสดงความคิดเห็นและบอกแนวคิดของกลุ่มที่จะนำเสนอจากประโยคสัญลักษณ์ จากนั้นนักเรียนเจ้าของประโยคสัญลักษณ์จะออกมาอธิบายแนวคิดของตนเองและผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นให้เกิดการอภิปรายในชั้นเรียนเกี่ยวกับแนวคิดของกลุ่มที่นำเสนอ ซึ่งถ้ามีการเขียนประโยคสัญลักษณ์หรือกระบวนการไม่ถูกต้อง ผู้วิจัยให้นักเรียนร่วมกันระบุข้อผิดพลาดและแก้ไขให้ถูกต้อง เมื่ออภิปรายครบทุกประเด็นนักเรียนทำแบบสะท้อนผลการทำงานของกลุ่ม โดยผู้วิจัยได้ทำแบบสะท้อนผลการทำงานให้มีจำนวน 3 แผ่น เพื่อให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการเขียนสะท้อนผลการทำงานและใช้เวลาในการเขียนสะท้อนผลไม่นานเกินไป

#### 2. การลงมือปฏิบัติ (Action) และการสังเกต (Observe)

##### ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับเรื่อง ปริมาตรและความจุของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากให้เป็น 2 สถานการณ์ย่อยที่ต่อเนื่องกัน โดยผู้วิจัยได้ออกแบบกิจกรรมให้นักเรียนได้ร่วมกันหาปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาในสถานการณ์

ย่อยที่ 1 และตัดสินใจเลือกอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาภายใต้เงื่อนไขในสถานการณ์ย่อยที่ 2 ซึ่งสถานการณ์ย่อยทั้งสองเป็นงานที่มีแนวคิดที่หลากหลายในการแก้ปัญหาและเป็นงานที่ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการอภิปรายในชั้นเรียน โดยผู้วิจัยได้คาดการณ์พฤติกรรมการเรียนรู้ที่จะเป็นไปได้ทั้งหมดของการตอบสนองต่องานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน รวมทั้งคาดการณ์วิธีการในการหาคำตอบของนักเรียนจนได้คำตอบทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด

### **ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์**

การจัดการเรียนรู้ในขั้นนี้เป็นไปตามแผนการจัดการเรียนรู้และใช้เวลาในการทำกิจกรรมได้ค่อนข้างดี เมื่อนักเรียนศึกษาสถานการณ์ปัญหา “ตู้ปลาแสนสวย” พบว่า นักเรียนเข้าใจคำถามของครูและร่วมกันตอบคำถามโดยพูดอธิบายความเข้าใจของตนเองเกี่ยวกับเป้าหมาย เงื่อนไขของปัญหาและความรู้ที่ใช้ได้ โดยผู้วิจัยต้องใช้คำถามกระตุ้นการคิดของนักเรียนทั้งชั้นเรียนตลอดขั้นการปฏิบัตินี้ เช่น “มีอะไรเพิ่มเติมจากเพื่อนอีกไหม” “นักเรียนต้องคำนึงถึงอะไรบ้าง” “นักเรียนลองสังเกตอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาแล้วบอกครูหน่อยว่าต้องใช้ความรู้อะไรในการแก้ปัญหา” เป็นต้น เพื่อให้ นักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับเป้าหมาย เงื่อนไขของปัญหาและความรู้ที่ใช้ได้ จากนั้นนักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันเขียนสรุปเป้าหมาย เงื่อนไขของปัญหาและความรู้ที่ใช้ลงในใบกิจกรรมกลุ่ม โดยระหว่างการทำงานกลุ่มผู้วิจัยจะใช้คำถามกระตุ้นการคิดลักษณะเช่นเดียวกับการถามนักเรียนทั้งชั้นเรียน ซึ่งผู้วิจัยพบว่า นักเรียนทุกกลุ่มสามารถระบุนำความรู้ที่ใช้ได้ถูกต้องสมบูรณ์ แต่มีนักเรียนบางกลุ่มไม่สามารถเขียนแสดงเหตุผลอธิบายการระบุนำความรู้ที่ใช้ของกลุ่มได้อย่างสมเหตุสมผล

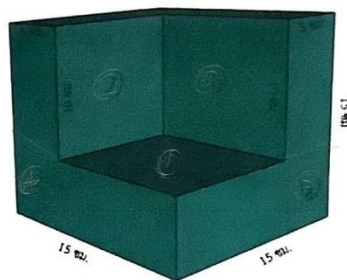
### **ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์**

การจัดการเรียนรู้ขั้นนี้เป็นไปตามแผนการจัดการเรียนรู้และใช้เวลาในการทำกิจกรรมได้ค่อนข้างดี เมื่อนักเรียนลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนทุกกลุ่มได้แบ่งหน้าที่กันทำงาน โดยทุกกลุ่มแบ่งหน้าที่ให้สมาชิกทุกคนได้รับผิดชอบเขียนแสดงวิธีการหาปริมาตรอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาคนละ 1 ชิ้น จากนั้นนักเรียนแต่ละกลุ่มพูดแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาของสมาชิกแต่ละคนและร่วมกันวางแผนการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาโดยใช้การเขียนหรือวาดรูปเพื่ออธิบายแนวคิดการแก้ปัญหาและร่วมกันสรุปแนวคิดการแก้ปัญหาโดยเขียนประโยคสัญลักษณ์ ดังภาพ 11 โดยระหว่างการวางแผนการแก้ปัญหามีนักเรียนบางกลุ่มไม่เข้าใจความสัมพันธ์ของความยาวแต่ละด้านและไม่สามารถวางแผนการแก้ปัญหาได้ ผู้วิจัยจึงใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการอภิปรายในกลุ่มจนสามารถเข้าใจความสัมพันธ์และวางแผนแก้ปัญหาได้ จากนั้นนักเรียนแต่ละคนเขียนแสดงวิธีทำและตอบคำถามในใบกิจกรรมตามที่ได้แบ่งหน้าที่กันไว้ ซึ่งระหว่างการทำงานตามหน้าที่ของตนเองนั้นนักเรียนมีการพูดแลกเปลี่ยนกันภายในกลุ่มค่อนข้างน้อยและมีนักเรียนบางคนไม่สามารถทำงานตามแผนที่กลุ่มวางไว้ได้ ผู้วิจัยจึงใช้คำถามกระตุ้นการคิดของนักเรียนระหว่างทำงานและกระตุ้นให้สมาชิกในกลุ่มพูดแลกเปลี่ยนเรียนรู้เพื่อช่วยเหลือนักเรียนที่ไม่สามารถทำงานได้

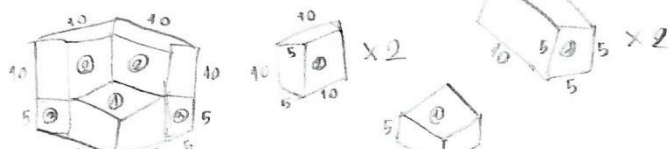
5. การหาปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาชั้นที่ 3

5.1 ลักษณะของอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาชั้นที่ 3

- เมฆเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า 5 รูป



5.2 ให้นักเรียนเขียนวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการหาปริมาตร (วาดภาพหรือเขียนอธิบาย) (FR)



5.3 ให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์ในการแก้ปัญหา (FR)

ประโยคสัญลักษณ์  $[ 5 \times 10 \times 10 ] + [ (10 \times 10 \times 5) \times 2 ] + [ (5 \times 5 \times 10) \times 2 ] = \square$

ภาพ 11 ตัวอย่างการเขียนวางแผนการทำงานร่วมกันของนักเรียนกลุ่มที่ 6

#### ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการ

การจัดการเรียนรู้ขั้นนี้เป็นไปตามแผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มนำเสนอไม่ครบทุกกลุ่ม โดยผู้วิจัยได้ทำความเข้าใจแนวคิดของนักเรียนจากการอ่านใบกิจกรรมกลุ่มประกอบกับข้อมูลที่ได้จากการตอบคำถามของนักเรียนระหว่างการลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์ จากนั้นผู้วิจัยคัดเลือกงานของนักเรียนบางกลุ่มที่นำไปสู่การอภิปรายตามวัตถุประสงค์ของบทเรียน โดยผู้วิจัยได้เลือกอภิปรายเกี่ยวกับอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาชั้นที่ 3 ซึ่งนักเรียนสามารถเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้หลากหลายและเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้ทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด ซึ่งผู้วิจัยจัดลำดับการนำเสนอจากกลุ่มที่มีแนวคิดการเขียนประโยคสัญลักษณ์ที่ซับซ้อนไปสู่แนวคิดที่ไม่ซับซ้อนและจากกลุ่มที่เขียนประโยคสัญลักษณ์ที่มีข้อผิดพลาดไปสู่กลุ่มที่เขียนประโยคสัญลักษณ์ที่ถูกต้อง ซึ่งสามารถกำหนดประเด็นในการอภิปรายได้แก่ ความรู้และเงื่อนไข ประโยคสัญลักษณ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา แนวคิดการตัดสินใจเลือกอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาและแนวคิดการหาระดับน้ำที่เพิ่มสูงขึ้น

#### ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่

การจัดการเรียนรู้ขั้นนี้เป็นไปตามแผนการอภิปรายที่ผู้วิจัยวางแผนไว้และมีการใช้เวลาในการทำกิจกรรมได้ค่อนข้างดี โดยผู้วิจัยได้ให้นักเรียนนำเสนอหน้าชั้นเรียนที่ละประเด็น ซึ่งหลังการนำเสนอประเด็นความรู้และเงื่อนไขนั้นนักเรียนมีการอภิปรายในชั้นเรียนเพื่อร่วมกันแก้ไขและปรับแก้การเขียนระบุนความรู้และเงื่อนไขของกลุ่มที่นำเสนอให้มีความถูกต้องสมบูรณ์มากขึ้น จากนั้นผู้วิจัยเริ่มการอภิปรายประเด็นประโยคสัญลักษณ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาโดยการนำเสนอประโยคสัญลักษณ์ที่ใช้แก้ปัญหาของนักเรียนจำนวน 5 รูปแบบที่แตกต่างกันและให้นักเรียนทั้งชั้นเรียนร่วมกันคาดเดา

แนวความคิดการแก้ปัญหาจากประโยคสัญลักษณ์ที่ผู้วิจัยนำเสนอ ซึ่งพบว่านักเรียนมีการพูดแลกเปลี่ยนเรียนรู้และร่วมกันแสดงความคิดเห็นเพื่อคาดเดาแนวคิด โดยนักเรียนสามารถคาดเดาแนวความคิดการแก้ปัญหาจากการสังเกตประโยคสัญลักษณ์ที่ผู้วิจัยนำเสนอได้ เช่น

**บทสนทนา : การนำเสนอประโยคสัญลักษณ์ของนักเรียนกลุ่มที่ 6**

ครู : จากประโยคสัญลักษณ์ นักเรียนคิดว่ากลุ่มนี้มีวิธีคิดแบบไหนครับ

นักเรียน 8 : แบ่งออกเป็นสามส่วน

นักเรียน 18 : แบ่งออกเป็นห้าส่วน

นักเรียน 23 : ห้าส่วนเพราะเขียนคูณ 2

ครู : ยังไงนะ ลองอธิบายให้ครูฟังหน่อย

นักเรียน 23 : มันมีคูณ 2 สองครั้งค่ะ

ครู : คูณ 2 ตรงนี้กับตรงนี้ใช่ไหม (ครูชี้การคูณด้วยสองในประโยคสัญลักษณ์  
 $[5 \times 10 \times 10] + [(10 \times 10 \times 5) \times 2] + [(5 \times 5 \times 10) \times 2] = \square$ )

นักเรียน 23 : ใช่ค่ะ แล้วมีข้างหน้าอีก ก็เลยเป็น 5 ส่วนค่ะ

ครู : นักเรียนเห็นด้วยกับเพื่อนไหม (นักเรียนส่วนมากพยักหน้า) นักเรียนคิดว่าเพื่อนแบ่งยังไงถึงได้ 5 ส่วน

นักเรียน 1 : (นักเรียนออกมาวาดเส้นการแบ่งหน้าชั้นเรียนประกอบการอธิบาย) แบ่งตรงกลางเป็น 1 รูป แบ่งตรงนี้ ออกเป็น 2 รูป และแบ่งตรงนี้เป็น 2 รูป

ครู : ตรงนี้ที่บอกคือฝั่งทางซ้าย และฝั่งทางขวาใช่ไหม

นักเรียน 1 : ครับ แล้วจะได้ข้างบนเท่ากัน เขาเลยเอาไปคูณสอง

ครู : มันคือตรงส่วนไหนของประโยคสัญลักษณ์

นักเรียน 1 : 10 คูณ 10 คูณ 5 คูณ 2 แล้วส่วนที่เหลือก็จะเป็นด้านล่าง

ครู : ส่วนที่เหลือนี้ตรงไหนนะครับ

นักเรียน 1 : ส่วนที่เหลือ คือ 5 คูณ 5 คูณ 10 แล้วด้านล่างเท่ากันเลยคูณ 2

ครู : กลุ่มไหนเป็นเจ้าของวิธีคิด เพื่อนอธิบายถูกไหม

นักเรียน 19 : (ยกมือ) ถูกค่ะ

หลังจากนักเรียนทั้งชั้นเรียนได้ร่วมกันคาดเดาแนวคิดของกลุ่มที่จะนำเสนอ นักเรียนกลุ่มเจ้าของการเขียนประโยคสัญลักษณ์แต่ละรูปแบบออกมาพูดนำเสนอกระบวนการทำงานของกลุ่ม โดยหลังการพูดนำเสนอของแต่ละกลุ่มผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นให้เกิดการอภิปรายในชั้นเรียน ซึ่งจากการอภิปรายในชั้นเรียนพบว่า นักเรียนมีการอภิปรายและให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนกระบวนการ

แก้ปัญหาและโต้แย้งกระบวนการแก้ปัญหาของกลุ่มที่นำเสนอ รวมทั้งมีการอภิปรายเพื่อระบุข้อผิดพลาดของกลุ่มที่นำเสนอและร่วมกันแก้ไขประโยคสัญลักษณ์ให้ถูกต้อง เช่น

**บทสนทนา : การโต้แย้งกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มที่ 6**

ครู : นักเรียนเห็นด้วยกับการนำเสนอของเพื่อนไหมครับ ใครเห็นด้วยยกมือขึ้น  
(นักเรียนส่วนมากยกมือขึ้น)

ครู : มีใครไม่เห็นด้วยกับเพื่อนไหม

นักเรียน 8 : (ยกมือขึ้น) มันยังไม่ไปถึงข้างหลังค่ะ

ครู : มันยังไม่ไปถึงข้างหลัง ไหนลองออกมาอธิบายให้เพื่อนฟังหน่อย

นักเรียน 8 : ถ้า 10 มันคือเส้นจากตรงนี้ถึงตรงนี้ค่ะ ถ้าอยากหาข้างหลังต้องคูณ 15 ค่ะ

ครู : อ้อ ถ้าอยากหาข้างหลังฝั่งทางขวาต้องเป็นเท่าไร

นักเรียน 8 : 15 ค่ะ

ครู : ทำไมไม่เป็น 10

นักเรียน 8 : เพราะมันลึกเข้าไปข้างหลังอีก

ครู : นักเรียนคนอื่นคิดว่าต้องใช้ 10 หรือ 15

นักเรียน : (นักเรียนส่วนมากตอบพร้อมกัน) 15

ครู : เพราะถ้าเราใช้ 10 มันเป็นอย่างนี้ในะครับ

นักเรียน 22 : ถ้าใช้ 10 มันก็จะได้ด้านข้าง 2 ข้าง ไม่ได้ส่วนข้างหลังค่ะ

การอภิปรายประเด็นการตัดสินใจเลือกอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาของนักเรียนนั้น ผู้วิจัยเริ่มจากการนำเสนอประโยคสัญลักษณ์และให้นักเรียนคาดเดากระบวนการทำงานของกลุ่มที่จะนำเสนอจากประโยคสัญลักษณ์ ซึ่งพบว่า นักเรียนส่วนมากให้ความร่วมมือในการพูดแสดงความคิดเห็นเพื่อคาดเดากระบวนการแก้ปัญหา โดยนักเรียนใช้การสังเกตประโยคสัญลักษณ์ทั้งหมดที่นักเรียนแต่ละกลุ่มเขียนและนำมาใช้ประกอบการอธิบายเหตุผลในการคาดเดากระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งหลังการนำเสนอของนักเรียนแต่ละกลุ่มนักเรียนทั้งชั้นเรียนได้ร่วมกันแสดงความคิดเห็นและปรับแก้การเขียนอธิบายเหตุผลของนักเรียนกลุ่มที่นำเสนอ โดยนักเรียนได้มีการร่วมกันปรับแก้การเขียนอธิบายเหตุผลเกี่ยวกับประโยคสัญลักษณ์และข้อสรุปให้มีความถูกต้องสมบูรณ์มากขึ้น เช่น

**บทสนทนา : เหตุผลการตัดสินใจเลือกอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาของนักเรียนกลุ่ม 3**

ครู : กลุ่มนี้สรุปว่า เลือกชั้นที่ 2 เพราะถ้าเลือกชั้นที่ 1 น้ำจะปริ่มจนเกือบล้น แต่ถ้าเลือกชั้นที่ 2 จะมีพื้นที่ว่างมากกว่า ดังนั้นจึงเลือกชั้นที่ 2 นักเรียนเห็นด้วยไหม

นักเรียน9 : ต้องเปลี่ยนคำว่า ปริ่มเกือบล้น เป็นคำว่า พอดี ค่ะ

ครู : ทำไมต้องเปลี่ยนเป็นคำว่า พอดี ครับ

นักเรียน9 : เพราะเมื่อใส่ชั้นที่ 1 น้ำในตู้ปลาจะพอดีค่ะ ไม่ได้เกือบล้น

ครู : นักเรียนกลุ่ม 3 เห็นด้วยกับเพื่อนไหม

นักเรียน8 : เห็นด้วยค่ะ

ครู : แล้วมีตรงไหนที่จะปรับแก้อีกไหมครับเกี่ยวกับการให้เหตุผลของกลุ่ม 3

นักเรียน1 : คำว่า พื้นที่ ต้องเป็นคำว่า ปริมาตร

ครู : นักเรียนคนอื่นเห็นด้วยไหมครับ (นักเรียนส่วนมากพยักหน้า)

การอภิปรายประเด็นการหาระดับน้ำที่เพิ่มสูงขึ้นของนักเรียนนั้น ผู้วิจัยได้ใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนกลุ่มที่นำเสนอให้พูดอธิบายแนวคิด ประโยคสัญลักษณ์และกระบวนการทำงานของตนเองตลอดการนำเสนอหน้าชั้นเรียน จากนั้นผู้วิจัยได้ใช้คำถามกับนักเรียนทั้งชั้นเรียนเพื่อกระตุ้นให้เกิดการอภิปรายแลกเปลี่ยนกันในชั้นเรียนเกี่ยวกับการหาระดับน้ำที่เพิ่มสูงขึ้นของกลุ่มที่นำเสนอ ซึ่งผู้วิจัยพบว่า นักเรียนส่วนมากมีส่วนร่วมในการอภิปรายและแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับงานของกลุ่มที่นำเสนอ แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ไม่มีบทบาทในการอภิปราย ซึ่งการอภิปรายที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนนั้น นักเรียนได้มีการพูดแสดงความคิดเห็นและระบุง้อผิดพลาดเกี่ยวกับการเขียนประโยคสัญลักษณ์ของนักเรียนกลุ่มที่ 7 ดังภาพ 12 ซึ่งนักเรียนได้ร่วมกันอภิปรายเพื่อปรับแก้การเขียนประโยคสัญลักษณ์ของนักเรียนกลุ่มที่ 7 ให้ถูกต้องและสอดคล้องกับกระบวนการแก้ปัญหา

**บทสนทนา : การเขียนประโยคสัญลักษณ์ของนักเรียนกลุ่ม 7**

ครู : นักเรียนเห็นด้วยไหมกับการเขียนประโยคสัญลักษณ์ของกลุ่ม 7

นักเรียน15 : ไม่เห็นด้วย เพราะ B ต้องเท่ากับสี่เหลี่ยม

นักเรียน23 : ไม่จำเป็นต้องเขียน A ค่ะ

ครู : ทำไมถึงไม่จำเป็นต้องเขียน A

นักเรียน1 : ถ้าเขียน A ก็จะได้ 35 เหมือนเดิม

ครู : ทำไมเขียน A ถึงได้ 35 เหมือนเดิม

นักเรียน1 : เพราะว่าด้านหน้าจะได้ A เท่ากับ 38.75 ลบ 35 จะได้ 3.75 แล้วเอา 38.75 มาลบ

ครู : 38.75 คือตรงไหนครับ

นักเรียน1 : ตรงด้านหน้าครับ

ครู : อ้อ ตรงวงเล็บข้างหน้าใช่ไหม (นักเรียน1 พยักหน้า) แล้วยังไงต่อครับ

นักเรียน1 : แล้วเอาข้างหน้า 38.75 ไปลบ 3.75 ก็จะได้ 35 เหมือนเดิม

ครู : แล้วประโยคสัญลักษณ์ของเพื่อน สัมพันธ์กับการเขียนแสดงวิธีทำไหม

นักเรียน1 : ไม่ครับ

ครู : ไม่ แล้วเราจะปรับแก้ยังไงครับ

นักเรียน17 : เอา A ออก

ครู : นักเรียนคนอื่นว่าไงครับ (นักเรียน22 ยกมือ) เจ้าของกลุ่มยกมือ หมายความว่าไง

นักเรียน22 : เอา A ออกค่ะ

ครู : ถ้าเอา A ออกจะเขียนอย่างไร เรามาช่วยกัน

นักเรียน1 : วงเล็บข้างหน้าเหมือนเดิม แล้วลบ 35 เลยครับ

#### 4.2 ให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์ในการแก้ปัญหา (FR)

$$L(15500 \times 40) \div 16000 - (A - 35) = B$$

$$A = \text{นอกลง} (15500 \times 40) \div 16000$$

เพราะ ปริมาณของกระดาษที่พิมพ์ = 16000 ชุด 40 ซม. ดังนั้นปริมาณของกระดาษที่พิมพ์โดยกลุ่มคือ 15500 ชุด

#### ภาพ 12 การเขียนประโยคสัญลักษณ์ในการหาระดับน้ำที่เพิ่มสูงขึ้นของนักเรียนกลุ่มที่ 7

การทำแบบสะท้อนผลการทำงานของนักเรียนแต่ละกลุ่มหลังการอภิปรายในชั้นเรียนนั้น ก่อนทำแบบสะท้อนผลผู้วิจัยได้ชี้แจงเกี่ยวกับการแบ่งหน้าที่ในการเขียนสะท้อนผลการทำงานกลุ่ม และพูดเน้นย้ำให้นักเรียนเขียนแนวคิดหรือวิธีการที่ถูกปรับแก้หรือพัฒนาใหม่อีกครั้ง ซึ่งผู้วิจัยพบว่า นักเรียนใช้เวลาทำแบบสะท้อนผลการทำงานได้ค่อนข้างดี โดยนักเรียนทุกกลุ่มมีการแบ่งหน้าที่ในการเขียนสะท้อนผลการทำงาน แต่ระหว่างการเขียนสะท้อนผลนั้นนักเรียนมีการพูดคุยแลกเปลี่ยนกัน ภายในกลุ่มค่อนข้างน้อยส่งผลทำให้การเขียนสะท้อนผลแต่ละแผ่นนั้นมาจากการสะท้อนผลของสมาชิก 1 คนเท่านั้น นอกจากนี้ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนบางกลุ่มได้มีการนำแนวคิดหรือวิธีการของกลุ่มอื่นมาพิจารณาปรับแก้ในการทำงานของตนเองให้ดีขึ้นกว่าเดิม เช่น นักเรียนกลุ่มที่ 1 ได้ใช้การหาปริมาตรโดยการแบ่งรูปเรขาคณิตสามมิติออกเป็น 3 ชั้นในใบกิจกรรมกลุ่ม ซึ่งนักเรียนมีการหา

ความสัมพันธ์ของความยาวด้านผืนและเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้ไม่ถูกต้อง ดังภาพ 13 และหลังการอภิปรายในชั้นเรียนนักเรียนได้เขียนสะท้อนผลการทำงานโดยเขียนแสดงเหตุผลโต้แย้งประโยคสัญลักษณ์เดิมของตนเองได้อย่างถูกต้องและมีการนำแนวคิดของกลุ่มอื่นที่เข้าร่วมอภิปรายในชั้นเรียนมาปรับแก้เป็นประโยคสัญลักษณ์ของกลุ่มตนเองได้อย่างถูกต้อง ดังภาพ 14

### 5.3 ให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์ในการแก้ปัญหา (FR)

$$\text{ประโยคสัญลักษณ์} \quad [(15 \times 15 \times 5) \times 2] + (10 \times 10 \times 5) = \square$$

ภาพ 13 การเขียนประโยคสัญลักษณ์ของการหาปริมาตรอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาชั้นที่ 3 ของนักเรียนกลุ่มที่ 1 ก่อนการอภิปรายในชั้นเรียน

### 3.3 อุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาชั้นที่ 3

เหมาะสม

ไม่เหมาะสม

เหตุผล เพราะ เขาปริมาตรผิด ตรงที่ว่าอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาสิปริมาตร 6 ชิ้นอง 5 ซม. และทั้งนี้ในหนึ่งคือสองชนิด

ประโยคสัญลักษณ์ที่ถูกปรับแก้ ประโยคสัญลักษณ์  $(15 \times 15 \times 15) - (10 \times 10 \times 5) = \square$

ภาพ 14 การเขียนประโยคสัญลักษณ์ของการหาปริมาตรอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาชั้นที่ 3 ที่ถูกปรับแก้ของนักเรียนกลุ่มที่ 1 หลังการอภิปรายในชั้นเรียน

### 3. สะท้อนผล (Reflect)

การสะท้อนผลการปฏิบัติของผู้วิจัย ผู้วิจัยวิเคราะห์ผลการวิจัยโดยแบ่งเป็นขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 5 ขั้นตอน โดยใช้แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยและครูประจำการ โดยสรุปความสำเร็จที่เกิดขึ้น ปัญหาในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 3 ดังตาราง 12

ตาราง 12 สรุปความสำเร็จที่เกิดขึ้น ปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 3

ขั้นตอน	ความสำเร็จ	ปัญหาที่พบในชั้นเรียน	แนวทางการปรับปรุง
ขั้นการปฏิบัติที่ 1	-	-	-
การคาดการณ์			
การเรียนรู้และการ			
ทำงานของนักเรียน			



ตาราง 12 (ต่อ)

ขั้นตอน	ความสำเร็จ	ปัญหาที่พบในชั้นเรียน	แนวทางการปรับปรุง
<b>ขั้นการปฏิบัติที่ 2</b> การนำเข้าสู่งาน ทางคณิตศาสตร์	1. นักเรียนสามารถ เขียนระบุความรู้ที่ ใช้ได้ถูกต้องสมบูรณ์	1. นักเรียนบางกลุ่มมีการ ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ มาเขียนอธิบายเหตุผลใน การระบุความรู้ที่ใช้ ค่อนข้างน้อย	1. ผู้วิจัยคัดเลือกงานที่ เขียนระบุความรู้ที่ใช้ และมีการใช้ความรู้ ทางคณิตศาสตร์มา อธิบายเหตุผลที่ยังไม่ ถูกต้องสมบูรณ์มา อภิปรายและร่วมกัน ปรับแก้ในขั้นการ ปฏิบัติที่ 5
<b>ขั้นการปฏิบัติที่ 3</b> การกำกับและ ติดตามการทำงาน ทางคณิตศาสตร์	1. นักเรียนทุกคนมี ส่วนร่วมในการเขียน ใบกิจกรรมกลุ่ม	1. นักเรียนแบ่งหน้าที่ใน การทำงานไม่เหมาะสมกับ ความสามารถของสมาชิก 2. นักเรียนมีการพูดคุย แลกเปลี่ยนเรียนรู้กัน ภายในกลุ่มค่อนข้างน้อย. 3. นักเรียนบางกลุ่มไม่ เข้าใจความสัมพันธ์ใน สถานการณ์และไม่ สามารถวางแผนการ แก้ปัญหาของกลุ่มได้	1. ผู้วิจัยอธิบายงาน ทั้งหมดที่นักเรียนแต่ละ กลุ่มต้องทำและพูด กระตุ้นให้แบ่งหน้าที่ กันอย่างเหมาะสม 2. ผู้วิจัยปรับกิจกรรม ให้นักเรียนไม่ทำงานที่ ได้รับมอบหมายพร้อม กัน โดยให้นักเรียนทุก คนเปลี่ยนบทบาทการ เป็นผู้นำและผู้ตามใน แต่ละช่วงของการทำ กิจกรรม 3. ผู้วิจัยใช้คำถาม กระตุ้นให้นักเรียนแต่ละ กลุ่มทำความเข้าใจ ความสัมพันธ์ใน สถานการณ์และ วางแผนแก้ปัญหา

ตาราง 12 (ต่อ)

ขั้นตอน	ความสำเร็จ	ปัญหาที่พบในชั้นเรียน	แนวทางการปรับปรุง
<b>ขั้นการปฏิบัติที่ 4</b> การคัดเลือกและ จัดลำดับแนวคิด หรือวิธีการ	1. ผู้วิจัยสามารถ คัดเลือกงานของ นักเรียนและกำหนด ประเด็นที่นำไปสู่การ อภิปรายตาม วัตถุประสงค์ของ บทเรียน	-	-
<b>ขั้นการปฏิบัติที่ 5</b> การเชื่อมโยง ข้อสรุปจากแนวคิด หรือวิธีการไปสู่ ความรู้ใหม่	1. นักเรียนใช้เวลาใน การนำเสนอหน้าชั้น เรียนได้ค่อนข้างดี 2. นักเรียนได้ร่วมกัน อภิปรายทุกประเด็น ตามที่ผู้วิจัยกำหนดไว้ 3. ผู้วิจัยนำคำตอบที่ น่าสนใจของนักเรียน มาอภิปรายเพิ่มเติม ทั้งชั้นเรียน 4. นักเรียนทุกคนมี ส่วนร่วมในการเขียน สะท้อนผลการ ทำงานของกลุ่ม	1. นักเรียนบางส่วนไม่มี ส่วนร่วมในการอภิปรายใน ชั้นเรียน 2. นักเรียนแลกเปลี่ยน ความคิดเห็นกันค่อนข้าง น้อยในการเขียนแบบ สะท้อนผลการทำงาน	1. ผู้วิจัยใช้เวลา นักเรียนแต่ละกลุ่ม มากพอในการพินิจ คำตอบและแสดง ความคิดเห็นเกี่ยวกับ งานของกลุ่มที่นำเสนอ ก่อนการอภิปรายใน แต่ละประเด็น 2. ผู้วิจัยใช้เวลา นักเรียนแต่ละกลุ่ม มากพอในการ แลกเปลี่ยนความ คิดเห็นเกี่ยวกับการ ทำงานของตนเองและ ร่วมกันนำเสนอแนว ทิศทางการปรับแก้การ ทำงานให้ดีขึ้นกว่าเดิม ก่อนการเขียนสะท้อน ผลการทำงาน

## วงจรถวายปฏิบัติกรที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับปริมาตรและความจุของรูปเรขาคณิต สามมิติที่ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

### 1. การวางแผน (Plan)

ผู้วิจัยวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับปริมาตรและความจุของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก จำนวน 4 ชั่วโมง ซึ่งผู้วิจัยวางแผนโดยทำการแก้ไขและพัฒนาจากการสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ในวงจรถวายปฏิบัติกรที่ 3 ผู้วิจัยวางแผนให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนการเรียนรู้ภายในกลุ่ม ร่วมกันแก้ปัญหาและสรุปความรู้ด้วยตนเองผ่านงานทางคณิตศาสตร์ “สถาปนิกน้อย” โดยก่อนการลงมือทำงานของนักเรียนผู้วิจัยชี้แจงเกี่ยวกับรายละเอียดของใบกิจกรรมและบอกระดับความง่ายในแต่ละช่วงของกิจกรรม จากนั้นนักเรียนแบ่งหน้าที่กันเองภายในกลุ่มเพื่อวางแผนบทบาทการเป็นผู้นำและผู้ตามในแต่ละช่วงของกิจกรรม โดยผู้วิจัยพูดเน้นย้ำเกี่ยวกับการแบ่งหน้าที่เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนแบ่งหน้าที่ในการทำงานอย่างเหมาะสม ซึ่งขณะการทำงานนักเรียนผู้วิจัยจะสังเกตการทำงานของนักเรียนแต่ละกลุ่มและช่วยเหลือการทำงานของนักเรียนกลุ่มที่ไม่เข้าใจความสัมพันธ์ในสถานการณ์และไม่สามารถวางแผนแก้ปัญหาได้ โดยใช้คำถามกระตุ้นการคิดของนักเรียนและกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการอภิปรายในกลุ่ม อีกทั้งระหว่างการทำงานนักเรียนผู้วิจัยจะสังเกตและจดบันทึกแนวคิดของนักเรียนพร้อมกับการใช้คำถามเพื่อศึกษาแนวคิดและเหตุผลการทำงานนักเรียนแต่ละกลุ่ม เมื่อนักเรียนทุกกลุ่มทำงานเสร็จผู้วิจัยจะศึกษาแนวคิดของนักเรียนอย่างถี่ถ้วนจากใบกิจกรรมกลุ่มและจากข้อมูลที่ได้จากการตอบคำถามของนักเรียนระหว่างการทำงานเพื่อคัดเลือกงานของนักเรียนบางกลุ่มที่นำไปสู่การอภิปรายในแต่ละประเด็นและจัดลำดับการอภิปรายที่ละประเด็นตามที่ผู้วิจัยวางแผนการอภิปรายไว้ จากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียนที่ละประเด็นตามที่จัดลำดับไว้ ซึ่งประเด็นการแสดงผลและประเด็นกระบวนการและขั้นตอนผู้วิจัยจะใช้การนำเสนอประโยคสัญลักษณ์ก่อนการพูดนำเสนอหน้าชั้นเรียนเพื่อให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมแสดงความคิดเห็นและคาดเดาแนวคิดของกลุ่มที่จะนำเสนอจากประโยคสัญลักษณ์ โดยหลังการนำเสนอของนักเรียนแต่ละกลุ่มผู้วิจัยจะใช้คำถามกระตุ้นให้เกิดการอภิปรายในชั้นเรียนเกี่ยวกับงานของกลุ่มที่นำเสนอ ซึ่งก่อนการอภิปรายในแต่ละประเด็นผู้วิจัยจะให้เวลานักเรียนแต่ละกลุ่มมากพอในการพินิจคำตอบและแสดงความคิดเห็นภายในกลุ่มเกี่ยวกับงานของกลุ่มที่นำเสนอ อีกทั้งถ้ามีการเขียนประโยคสัญลักษณ์หรือกระบวนการที่ไม่ถูกต้อง ผู้วิจัยจะใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันระบุข้อผิดพลาดและแก้ไขให้ถูกต้อง เมื่อนักเรียนอภิปรายครบทุกประเด็นตามที่กำหนดไว้ นักเรียนแต่ละกลุ่มจะทำแบบสะท้อนผลการทำงานของกลุ่ม โดยก่อนการเขียนสะท้อนผลการทำงานผู้วิจัยให้เวลานักเรียนแต่ละกลุ่มมากพอในการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับการทำงานของตนเองและร่วมกันนำเสนอแนวทางการปรับแก้การทำงานให้ดีขึ้นกว่าเดิม เพื่อให้การเขียนสะท้อนผลการทำงานมาจากความคิดเห็นของสมาชิกทุกคนในกลุ่ม

## 2. การลงมือปฏิบัติ (Action) และการสังเกต (Observe)

### ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยออกแบบงานทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับปริมาตรและความจุของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากให้เป็น 2 สถานการณ์ย่อยที่ต่อเนื่องกัน โดยผู้วิจัยได้ออกแบบกิจกรรมให้นักเรียนได้ร่วมกันหาปริมาตรของชั้นบันไดจากแบบแปลนในสถานการณ์ย่อยที่ 1 และร่วมกันออกแบบชั้นบันไดจากแบบแปลนเดิมภายใต้เงื่อนไขในสถานการณ์ย่อยที่ 2 ซึ่งสถานการณ์ย่อยทั้งสองเป็นงานที่มีแนวคิดหลากหลายในการแก้ปัญหาและเป็นงานที่ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการอภิปรายในชั้นเรียน โดยผู้วิจัยได้คาดการณ์พฤติกรรมการเรียนรู้ที่จะเป็นไปได้ทั้งหมดของการตอบสนองต่องานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน รวมทั้งคาดการณ์วิธีการในการหาคำตอบของนักเรียนจนได้คำตอบทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด

### ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนรู้ในขั้นนี้เป็นไปตามแผนการจัดการเรียนรู้และใช้เวลาในการทำกิจกรรมได้ค่อนข้างดี เมื่อนักเรียนศึกษาสถานการณ์ปัญหา “สถาปนิกน้อย” พบว่า นักเรียนเข้าใจคำถามของผู้วิจัยและร่วมกันตอบคำถามพูดอธิบายความเข้าใจของตนเองเกี่ยวกับเป้าหมาย เงื่อนไขของปัญหา และความรู้ที่ใช้ได้ถูกต้อง จากนั้นนักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันเขียนสรุปเป้าหมาย เงื่อนไขของปัญหา และความรู้ที่ใช้ลงในใบกิจกรรมของกลุ่มพร้อมเขียนแสดงเหตุผล โดยระหว่างการทำงานกลุ่มผู้วิจัยจะใช้คำถามกระตุ้นการคิดเพื่อช่วยให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจและแลกเปลี่ยนเรียนรู้กันภายในกลุ่มเกี่ยวกับเป้าหมาย เงื่อนไขของปัญหาและความรู้ที่ใช้ รวมทั้งร่วมกันเขียนอธิบายเหตุผลได้อย่างเหมาะสม เช่น “ทำไมนักเรียนถึงระบุว่าใช้ความรู้เรื่อง การหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก” “นักเรียนมีเหตุผลอะไรจะอธิบายเพิ่มเติมจากเพื่อนอีกไหม” เป็นต้น นอกจากนี้ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนทุกกลุ่มสามารถเขียนระบุความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องสมบูรณ์และนักเรียนส่วนมากสามารถเขียนแสดงเหตุผลอธิบายการระบุความรู้ที่ใช้ของกลุ่มได้อย่างสมเหตุสมผล

### ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนรู้ขั้นนี้เป็นไปตามแผนการจัดการเรียนรู้และใช้เวลาในการทำกิจกรรมได้ค่อนข้างดี เมื่อนักเรียนลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนทุกกลุ่มได้แบ่งหน้าที่กันทำงาน โดยนักเรียนได้แบ่งหน้าที่โดยคำนึงถึงความยากง่ายของงานในแต่ละช่วงตามที่ผู้วิจัยได้พูดอธิบายไว้ ซึ่งระหว่างการทำงานของนักเรียนผู้วิจัยพบว่า บางช่วงของการทำงานทางคณิตศาสตร์นักเรียนบางกลุ่มได้พูดคุยแลกเปลี่ยนกัน 2 คนและนักเรียน 1 คนที่เหลือมีบทบาทในการพูดคุยแลกเปลี่ยนค่อนข้างน้อย ผู้วิจัยจึงได้สร้างเงื่อนไขในการทำงานเพิ่มเติมโดยการให้นักเรียนที่มีบทบาทเป็นผู้นำในแต่ละช่วงของกิจกรรมสลับที่นั่งมานั่งตำแหน่งตรงกลางของกลุ่ม ส่งผลทำให้สมาชิกทุกคนในกลุ่มมีบทบาทในการพูดแลกเปลี่ยนเรียนรู้มากขึ้นกว่าเดิม อีกทั้งระหว่างการทำงานกลุ่มของนักเรียนผู้วิจัย

สังเกตและจดบันทึกแนวคิดของนักเรียนพร้อมกับการใช้คำถามเพื่อศึกษาแนวคิดและเหตุผลการทำงาน  
 งานของนักเรียนแต่ละกลุ่ม พบว่า นักเรียนบางกลุ่มไม่เข้าใจเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาและไม่สามารถ  
 ออกแบบขึ้นบันไดได้ ซึ่งนักเรียนได้ขอความช่วยเหลือจากผู้วิจัยและผู้วิจัยได้ใช้คำถามกระตุ้น  
 การคิดของนักเรียน เช่น

### บทสนทนา : การทำความเข้าใจเงื่อนไขของปัญหาของนักเรียนกลุ่มที่ 2

นักเรียน5 : ครูมอสครับ ผมไม่เข้าใจความสูงของบันได

ครู : ไม่เข้าใจความสูงของบันได คือตรงส่วนไหนครับ

นักเรียน5 : แต่ละชั้นบันไดสูงอย่างน้อย 25 เซนติเมตร แต่ไม่เกิน 40 เซนติเมตร

ครู : จากเงื่อนไขตรงนี้นักเรียนคิดว่าชั้นบันไดแต่ละชั้นสูงเท่าไรได้บ้าง

นักเรียน6 : 25 เซนติเมตร

ครู : ครับ แล้วสูงเท่าไรได้อีก

นักเรียน17 : 40 เซนติเมตร

ครู : ครับ แล้วสูงเท่าไรได้อีก (นักเรียนเงิบ) แล้วเป็น 38 ได้หรือป่าว

นักเรียน6 : ได้ครับ

ครู : แล้วเป็น 35 ได้ไหม (นักเรียนพยักหน้า) แล้วเป็น 20 ได้ไหม

นักเรียน5 : ไม่ได้ครับ

ครู : ทำไมถึงไม่ได้ครับ

นักเรียน17 : เพราะน้อยกว่า 25 ค่ะ

ครู : โอเค นักเรียนลองคุยกันต่อครับว่าจะเลือกใช้ความสูงเท่าไร

### ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการ

การจัดการเรียนรู้ขั้นนี้เป็นไปตามแผนการจัดการเรียนรู้และผู้วิจัยเลือกกลุ่มนำเสนอไม่  
 ครบทุกกลุ่ม ซึ่งผู้วิจัยได้ทำความเข้าใจแนวคิดของนักเรียนจากการอ่านใบกิจกรรมกลุ่มประกอบกับ  
 ข้อมูลที่ได้จากการตอบคำถามของนักเรียนระหว่างการลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์ จากนั้นผู้วิจัย  
 คัดเลือกงานของนักเรียนบางกลุ่มที่นำไปสู่การอภิปรายตามวัตถุประสงค์ของบทเรียน โดยผู้วิจัย  
 สามารถกำหนดประเด็นในการอภิปราย ได้แก่ ความรู้และเงื่อนไข การหาปริมาตรชั้นบันไดจากแบบ  
 แพลน การออกแบบชั้นบันไดภายใต้เงื่อนไขและการเปรียบเทียบปริมาตรชั้นบันได ซึ่งการคัดเลือก  
 งานของนักเรียนในประเด็นความรู้และเงื่อนไขนั้นผู้วิจัยคัดเลือกจากงานของกลุ่มที่เขียนแสดงเหตุ  
 ผลได้ถูกต้องแต่ยังไม่ชัดเจน และการคัดเลือกรายงานของนักเรียนในประเด็นการหาปริมาตรชั้นบันไดจาก  
 แบบแพลนและการออกแบบชั้นบันไดภายใต้เงื่อนไขนั้นผู้วิจัยคัดเลือกจากงานของกลุ่มที่เขียน

ประโยคสัญลักษณ์แตกต่างกัน โดยผู้วิจัยมีการจัดลำดับการนำเสนอจากกลุ่มที่มีแนวคิดการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนไปสู่กลุ่มที่มีแนวคิดไม่ซับซ้อนและจากกลุ่มที่เขียนประโยคสัญลักษณ์ที่มีข้อผิดพลาดไปสู่กลุ่มที่เขียนประโยคสัญลักษณ์ได้ถูกต้อง

### ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่

การจัดการเรียนรู้ขั้นนี้เป็นไปตามแผนการอภิปรายที่ผู้วิจัยวางแผนไว้และมีการใช้เวลาในการทำกิจกรรมได้ค่อนข้างดี โดยการอภิปรายประเด็นความรู้และเงื่อนไขนั้นผู้วิจัยได้ให้นักเรียนออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียนและเมื่อนำเสนอเสร็จนักเรียนได้มีการอภิปรายร่วมกันปรับแก้การเขียนระบุความรู้ที่ใช้และเหตุผลที่ใช้ระบุความรู้ของกลุ่มที่นำเสนอให้มีความถูกต้องชัดเจนมากขึ้น จากนั้นผู้วิจัยได้เริ่มการอภิปรายประเด็นการหาปริมาตรของชั้นบันไดจากแบบแปลนจากการนำเสนอประโยคสัญลักษณ์จำนวน 3 รูปแบบที่ต่างกันและให้นักเรียนทั้งชั้นเรียนร่วมกันคาดเดาแนวคิดของนักเรียนกลุ่มที่จะนำเสนอจากประโยคสัญลักษณ์ ซึ่งผู้วิจัยพบว่า นักเรียนมีการพูดแลกเปลี่ยนเรียนรู้และร่วมกันแสดงความคิดเห็นเพื่อคาดเดาแนวคิดของกลุ่มที่จะนำเสนอ โดยนักเรียนสามารถคาดเดาแนวคิดจากการสังเกตประโยคสัญลักษณ์ได้ถูกต้อง จากนั้นนักเรียนกลุ่มที่เป็นเจ้าของประโยคสัญลักษณ์ออกมานำเสนอกระบวนการแก้ปัญหาและการเขียนข้อสรุป พร้อมอธิบายเหตุผลเกี่ยวกับการเขียนประโยคสัญลักษณ์ กระบวนการทำงานและข้อสรุป โดยระหว่างการนำเสนอหน้าชั้นเรียนผู้วิจัยได้ใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนกลุ่มที่นำเสนอพูดอธิบายเหตุผลการทำงานของตนเองและหลังจบการนำเสนอของนักเรียนแต่ละกลุ่มผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นให้เกิดการอภิปรายในชั้นเรียนตามประเด็นที่ได้วางแผนไว้ ซึ่งก่อนการอภิปรายในแต่ละประเด็นผู้วิจัยให้เวลานักเรียนแต่ละกลุ่มมากพอในการพินิจคำตอบและแสดงความคิดเห็นภายในกลุ่มเกี่ยวกับงานของกลุ่มที่นำเสนอ ซึ่งผู้วิจัยพบว่านักเรียนที่ไม่เคยมีบทบาทการอภิปรายในวงจรปฏิบัติการณ์ที่ผ่านมาได้พูดแลกเปลี่ยนเรียนรู้กับสมาชิกคนอื่นในกลุ่มและเป็นตัวแทนกลุ่มในการพูดแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับงานของกลุ่มที่นำเสนอ อีกทั้งนักเรียนได้มีการอภิปรายร่วมกันปรับแก้การเขียนเหตุผลของกลุ่มที่นำเสนอให้มีความถูกต้องชัดเจนมากขึ้น ซึ่งนักเรียนได้มีการยกตัวอย่างแสดงเหตุผลประกอบการอภิปรายในชั้นเรียน เช่น

### บทสนทนา : การอภิปรายหลังการนำเสนอของนักเรียนกลุ่มที่ 6

- ครู : จากการคุยกันในกลุ่ม นักเรียนแต่ละกลุ่มมีความคิดเห็นอย่างไรกับการเขียนเหตุผลของเพื่อน มีความชัดเจนหรือยัง
- นักเรียน1 : ยังครับ ตรงปริซึมต้องเพิ่มคำว่า มุมฉากด้วยครับ
- ครู : ต้องเป็นคำว่าอะไรนะครับ
- นักเรียน1 : ปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉาก
- ครู : ทำไมต้องเปลี่ยนเป็นคำว่า ปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉาก

- นักเรียน1 : เพราะถ้าปริซึมสี่เหลี่ยมอันอื่นไม่ได้ใช้ กว้างคุณยาวคุณสูงครับ และ  
ปริมาตรก็อาจจะไม่ใช่ 3.2 ลูกบาศก์เมตรก็ได้ครับ
- ครู : ถ้าเป็นปริซึมสี่เหลี่ยมชนิดอื่นเราใช้ กว้างคุณยาวคุณสูง ไม่ได้ใช้ไหมครับ
- นักเรียน1 : ครับ อย่างเช่น สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน มุมแต่ละมุมไม่ใช่มุมฉาก หากจาก  
กว้างคุณยาวคุณสูงไม่ได้
- ครู : แล้วถ้าปริซึมสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนเราจะหาปริมาตรได้จากอะไร
- นักเรียน9 : พื้นที่ฐานคุณสูง (ครูเขียนตามที่นักเรียนบอก)
- ครู : พื้นที่ฐานหาได้จากอะไร
- นักเรียน9 : ฐานคุณสูง (ครูเขียนตามที่นักเรียนบอก)
- ครู : ทำไมพื้นที่ฐานหาได้จาก ฐานคุณสูง
- นักเรียน9 : เพราะฐานเป็นสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนคะ

การอภิปรายประเด็นการออกแบบชั้นบันไดภายใต้เงื่อนไขของนักเรียนนั้นผู้วิจัยได้ใช้  
คำถามกระตุ้นนักเรียนกลุ่มที่นำเสนอให้พูดอธิบายแนวคิด ประโยคสัญลักษณ์และกระบวนการทำงาน  
ของตนเอง ซึ่งหลังการนำเสนอของนักเรียนแต่ละกลุ่มผู้วิจัยใช้คำถามกับนักเรียนทั้งชั้นเรียนเพื่อให้  
เกิดการอภิปรายแลกเปลี่ยนเรียนรู้เกี่ยวกับการออกแบบและหาปริมาตรชั้นบันไดของกลุ่มที่นำเสนอ  
ซึ่งก่อนการอภิปรายผู้วิจัยให้เวลานักเรียนแต่ละกลุ่มมากพอในการพินิจคำตอบและแสดงความคิดเห็น  
ภายในกลุ่มเกี่ยวกับงานของกลุ่มที่นำเสนอ ซึ่งผู้วิจัยพบว่า นักเรียนได้มีการร่วมกันอภิปรายและแสดง  
ความคิดเห็นเพื่อระบุข้อผิดพลาดของการเขียนกระบวนการทำงานของนักเรียนกลุ่มที่ 5 ดังภาพ 15  
รวมทั้งมีการอภิปรายเพื่อแสดงเหตุผลประกอบการระบุข้อผิดพลาดและร่วมกันปรับแก้กระบวนการ  
ทำงานของนักเรียนกลุ่มที่ 5 ให้ถูกต้อง เช่น

#### **บทสนทนา : การอภิปรายหลังการนำเสนอของนักเรียนกลุ่มที่ 5**

- ครู : กลุ่มที่นำเสนอบอกว่า ไม่มั่นใจในส่วนการเขียนแสดงวิธีทำ หลังจาก  
การคุยกันภายในกลุ่ม นักเรียนมีความคิดเห็นอย่างไร
- นักเรียน19 : การแปลงหน่วย
- ครู : บรรทัดไหนครับ
- นักเรียน1 : บรรทัดที่ 3 กับบรรทัดที่ 4
- ครู : กลุ่ม 5 เขาบอกว่า หาร 100 นักเรียนเห็นด้วยไหมครับ
- นักเรียน1 : ไม่เห็นด้วย ต้องเอาไปหาร 1,000,000 ครับ
- ครู : ทำไมถึงต้องหาร 1,000,000 ครับ

- นักเรียน1 : เพราะ 1,000,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร เท่ากับ 1 ลูกบาศก์เมตรครับ  
 ครู : แล้วกลุ่ม 6 ที่บอกว่าไม่เห็นด้วยกับการแปลงหน่วยนี้คิดเหมือนกันไหม  
 นักเรียน19 : เหมือนกันค่ะ  
 ครู : มีอะไรจะเพิ่มเติมจากเพื่อนไหม  
 นักเรียน19 : สูตรการหาปริมาตรเท่ากับ กว้างคูณยาวคูณสูง แล้ว 100 เซนติเมตร  
 เท่ากับ 1 เมตร (ครูเขียนอธิบายตามนักเรียนบอก)  
 ครู : แล้วยังไงต่อครับ  
 นักเรียน19 : ตั้งนั้น 1 ลูกบาศก์เมตร เท่ากับ 100 คูณ 100 คูณ 100 เซนติเมตร  
 ครู : หน่วยเป็นเซนติเมตรใช่ไหมครับ  
 นักเรียน8 : ลูกบาศก์เซนติเมตร  
 ครู : แล้วยังไงต่อครับ  
 นักเรียน19 : คูณกันก็จะได้ 1,000,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร

6. ให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์ในการแก้ปัญหา (FR)

$$0.8 \text{ m} = 80 \text{ cm}$$

$$80 + 20 = 100$$

เพราะ แบ่งเป็น 21 ชั้น จากกันได้อีก 6 ชั้นที่สร้างเพิ่ม และคุณพ่อต้องการให้ปลูกดอกไม้กว้างเดิม 20 cm

$$8 \text{ m} = 800 \text{ cm}$$

7. ให้นักเรียนเขียนแสดงวิธีทำอย่างละเอียด (E)

วิธีทำ ① ปริมาตรของบันไดที่ออกแบบใหม่รูป = กว้าง  $\times$  ยาว  $\times$  สูง

$$= 100 \times 800 \times 25$$

$$= 2,000,000 \text{ cm}^3$$

$$= 2 \text{ m}^3$$

② ปริมาตรของบันไดที่ออกแบบใหม่รูป =  $20,000 \times 21$

$$= 420,000 \text{ cm}^3$$

$$= 42 \text{ m}^3$$

ภาพ 15 การเขียนแสดงวิธีทำในใบกิจกรรมของนักเรียนกลุ่มที่ 5

การทำแบบสะท้อนผลการทำงานของนักเรียนแต่ละกลุ่มหลังการอภิปรายในชั้นเรียนนั้น ผู้วิจัยได้พูดคุยชี้แจงเกี่ยวกับการแบ่งหน้าที่ในการเขียนสะท้อนผลการทำงาน รวมทั้งเน้นย้ำให้นักเรียนใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์หรือข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหา มาเขียนอธิบายเหตุผลและเขียนวิธีการที่ถูกปรับแก้หรือพัฒนาในแต่ละประเด็น จากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนพูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันภายใน



กลุ่มเกี่ยวกับประเด็นที่ตนเองได้รับมอบหมายก่อนการเขียนสะท้อนผล ซึ่งผู้วิจัยพบว่า นักเรียนใช้เวลาในการเขียนสะท้อนผลการดำเนินงานได้ค่อนข้างดี โดยนักเรียนทุกกลุ่มมีการแบ่งหน้าที่ในการเขียนสะท้อนผลการดำเนินงานได้อย่างเหมาะสมและนักเรียนมีการพูดคุยแลกเปลี่ยนกันภายในกลุ่มทั้งก่อนการเขียนและระหว่างการเขียน ซึ่งการเขียนสะท้อนผลการดำเนินงานของนักเรียนพบว่า นักเรียนบางกลุ่มสามารถเขียนสะท้อนการให้เหตุผลสนับสนุนกระบวนการและขั้นตอนการทำงานของตนเองได้อย่างสมเหตุสมผล ดังภาพ 16 และสามารถเขียนสะท้อนการให้เหตุผลโต้แย้งกระบวนการและขั้นตอนการทำงานของตนเองได้อย่างสมเหตุสมผล ดังภาพ 17

### 5. วิธีการที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาที่มีความเหมาะสมหรือไม่ เพราะเหตุใด และให้นักเรียนเขียนวิธีการที่ถูกปรับแก้ให้ดีขึ้นกว่าเดิม (E)

เหมาะสม  ไม่เหมาะสม

เหตุผล แบ่งปันข้อมูลเป็นท่วง  มนตง และใช้กิจกรรมป๋วมงทวง  มุมอกที่ลวด แล้ว  
ผู้ก่อกอง มงของกวมกัณ จะใช้ป๋วมทวงกัณที่ท่อกองกัก ท่วง ป๋วมทวงของอันใด

.....

วิธีการที่ถูกปรับแก้หรือพัฒนา.....

ภาพ 16 ตัวอย่างการเขียนเหตุผลสนับสนุนกระบวนการและขั้นตอนในแบบสะท้อนผลการดำเนินงาน

### 5. ประโยคสัญลักษณ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาที่มีความเหมาะสมหรือไม่ เพราะเหตุใด และให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์ที่ถูกปรับแก้ให้ดีขึ้นกว่าเดิม (FR)

เหมาะสม  ไม่เหมาะสม

เหตุผล เพราะใช้สูง ของก่อกัณ  นกคุด นวโรทศร ทพดั่งได้สูงกัณมอ

.....

.....

ประโยคสัญลักษณ์ที่ถูกปรับแก้  $(8 \times 5 \times 0.6) - (8 \times 1 \times 0.9) = \square$

ภาพ 17 ตัวอย่างการเขียนเหตุผลโต้แย้งกระบวนการและขั้นตอนในแบบสะท้อนผลการดำเนินงาน

### 3. สะท้อนผล (Reflect)

การสะท้อนผลการปฏิบัติของผู้วิจัย ผู้วิจัยวิเคราะห์ผลการวิจัยโดยแบ่งเป็นขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 5 ขั้นตอน โดยใช้แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยและครูประจำการ โดยสรุปความสำเร็จที่เกิดขึ้น ปัญหาในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 4 ดังตาราง 13

ตาราง 13 สรุปความสำเร็จที่เกิดขึ้น ปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละ  
ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 4

ขั้นตอน	ความสำเร็จ	ปัญหาที่พบในชั้นเรียน	แนวทางการปรับปรุง
<b>ขั้นการปฏิบัติที่ 1</b> การคาดการณ์ การเรียนรู้และ การทำงานทาง คณิตศาสตร์	-	-	-
<b>ขั้นการปฏิบัติที่ 2</b> การนำเข้าสู่งาน ทางคณิตศาสตร์	1. นักเรียนส่วนมาก มีการใช้ความรู้ทาง คณิตศาสตร์หรือ ข้อมูลในสถานการณ์ ปัญหาอธิบาย เหตุผลประกอบการ ระบุความรู้ที่ใช้ได้ อย่างสมเหตุสมผล	-	-
<b>ขั้นการปฏิบัติที่ 3</b> การกำกับและ ติดตามการทำงาน ทางคณิตศาสตร์	1. นักเรียนทุกกลุ่ม แบ่งหน้าที่ในการ ทำงานได้เหมาะสม 2. นักเรียนมีการ แลกเปลี่ยนเรียนรู้ และช่วยเหลือกัน ภายในกลุ่ม	1. นักเรียนบางกลุ่มไม่ เข้าใจเงื่อนไขของปัญหา และไม่สามารถวางแผนการทำงานได้	1. ผู้วิจัยสังเกตการทำงาน ของนักเรียนแต่ละกลุ่ม และใช้คำถาม ช่วยเหลือนักเรียนกลุ่ม ที่ไม่สามารถทำงานได้ เพื่อกระตุ้นให้เกิดการ แลกเปลี่ยนเรียนรู้กัน ภายในกลุ่มและการ ทำความเข้าใจเงื่อนไข ของปัญหาร่วมกัน
<b>ขั้นการปฏิบัติที่ 4</b> การคัดเลือกและ จัดลำดับแนวคิด หรือวิธีการ	-	-	-

ตาราง 13 (ต่อ)

ขั้นตอน	ความสำเร็จ	ปัญหาที่พบในชั้นเรียน	แนวทางการปรับปรุง
<b>ขั้นการปฏิบัติที่ 5</b> การเชื่อมโยง ข้อสรุปจากแนวคิด หรือวิธีการไปสู่ ความรู้ใหม่	1. นักเรียนส่วนมาก มีส่วนร่วมในการ อภิปรายในชั้นเรียน 2. นักเรียนแต่ละกลุ่ม แลกเปลี่ยนความ คิดเห็นในการเขียน แบบสะท้อนผลการ ทำงาน	-	-

จากการสรุปความสำเร็จและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละวงจรปฏิบัติการ ผู้วิจัยสามารถสรุปแนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ ดังตาราง 14

ตาราง 14 สรุปแนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ขั้นตอน	รายละเอียด
<b>ขั้นการปฏิบัติที่ 1</b> การคาดการณ์ การเรียนรู้และ การทำงานทาง คณิตศาสตร์	ครูควรออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้เหตุผลตลอดการทำงาน ซึ่งควรเป็นงานที่มีวิธีคิดที่หลากหลาย เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้เหตุผลในการตัดสินใจเลือกวิธีคิดในการทำงานและใช้เหตุผลในการสนับสนุนหรือค้านวิธีคิดของตนเองและคนอื่น อีกทั้งควรเป็นงานที่มีความท้าทายสำหรับนักเรียน แต่ไม่ยากหรือง่ายจนเกินไป เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติร่วมกันและนักเรียนทุกคนมีบทบาทการเป็นทั้งผู้นำและผู้ตามในการทำงาน นอกจากนี้ครูควรคาดการณ์วิธีคิดจากมุมมองของนักเรียน โดยคาดการณ์ทั้งวิธีคิดที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด
<b>ขั้นการปฏิบัติที่ 2</b> การนำเข้าสู่งาน ทางคณิตศาสตร์	ครูควรนำเสนองานทางคณิตศาสตร์โดยให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาด้วยตนเองก่อน จากนั้นครูควรใช้คำถามปลายเปิดเพื่อให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนเรียนรู้และทำความเข้าใจปัญหาาร่วมกันทั้งชั้นเรียน รวมทั้งป้องกันความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เช่น

ตาราง 14 (ต่อ)

ขั้นตอน	รายละเอียด
	<p>“สถานการณ์ปัญหานี้ต้องการให้นักเรียนทำอะไร” “การทำงานของนักเรียนต้องคำนึงถึงอะไร” “นักเรียนคิดว่าการจะทำงานให้สำเร็จจะต้องใช้ความรู้เรื่องอะไร” เป็นต้น หลังจากการทำความเข้าใจปัญหาร่วมกันทั้งชั้นเรียนครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนแลกเปลี่ยนเรียนรู้และทำความเข้าใจกันภายในกลุ่มเพื่อเขียนสรุปความเข้าใจเกี่ยวกับงานทางคณิตศาสตร์ของกลุ่ม</p>
<p><b>ขั้นการปฏิบัติที่ 3</b> การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์</p>	<p>ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละกลุ่มได้แลกเปลี่ยนแนวความคิดการแก้ปัญหาและร่วมกันวางแผนการทำงานกลุ่ม โดยครูควรสนับสนุนให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันเขียนบรรยาย เขียนสัญลักษณ์หรือแผนภาพเพื่อจัดเรียงความคิดและอธิบายขั้นตอนการทำงานของกลุ่ม และร่วมกันเขียนสรุปวิธีการแก้ปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์ จากนั้นนักเรียนลงมือทำงานตามแผนที่วางไว้ โดยครูควรอธิบายงานทั้งหมดที่นักเรียนต้องทำหรือออกแบบกิจกรรมให้นักเรียนทุกคนมีหน้าที่ในการศึกษาหรือทำงานกลุ่มเพื่อนำไปสู่การกระจายงานและการทำงานสำเร็จตามเวลาที่กำหนด อีกทั้งขณะที่นักเรียนทำงานกลุ่มครูควรสังเกตการทำงานของนักเรียนและทำความเข้าใจแนวคิดของนักเรียน โดยครูอาจใช้คำถามเพื่อทำความเข้าใจเพิ่มเติมเกี่ยวกับแนวคิดของนักเรียน รวมทั้งเมื่อนักเรียนมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับปัญหาหรือไม่สามารถทำงานได้ ครูควรช่วยเหลือโดยใช้คำถามหรือยกตัวอย่างกระตุ้นการคิดเพื่อให้นักเรียนสามารถเข้าใจปัญหาและสามารถทำงานตามแผนที่วางไว้ได้สำเร็จ</p>
<p><b>ขั้นการปฏิบัติที่ 4</b> การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการ</p>	<p>ครูควรคัดเลือกงานโดยใช้ข้อมูลจากการทำงานหรือข้อมูลจากการใช้คำถามกับนักเรียนในขณะที่ทำงานกลุ่มเพื่อกำหนดประเด็นการอภิปรายที่นำไปสู่การอภิปรายตามจุดประสงค์ของบทเรียน โดยครูไม่จำเป็นต้องคัดเลือกให้นักเรียนเพียงหนึ่งกลุ่มนำเสนอทุกประเด็นและไม่จำเป็นต้องนำเสนอทุกกลุ่ม แต่ครูควรคัดเลือกงานที่มีแนวคิดหรือวิธีการที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาดที่สามารถเชื่อมโยงไปสู่แนวคิดหรือวิธีการที่ถูกต้องและสามารถนำไปสู่การอภิปรายแสดงเหตุผลสนับสนุนหรือโต้แย้งแนวความคิดการแก้ปัญหของนักเรียนกลุ่มที่นำเสนอ อีกทั้งครูควรจัดลำดับการนำเสนอที่ละเอียดและควรเรียงประเด็นการอภิปรายตามกระบวนการแก้ปัญหา ได้แก่</p>

ตาราง 14 (ต่อ)

ขั้นตอน	รายละเอียด
	<p>การคิด/แปลงปัญหา การใช้คณิตศาสตร์และการสรุปและตีความ ตามลำดับ ซึ่งในแต่ละประเด็นการอภิปรายครูควรเรียงลำดับการนำเสนอจากนักเรียนกลุ่มที่มีแนวคิดหรือวิธีการที่มีข้อผิดพลาดไปสู่กลุ่มที่มีแนวคิดหรือวิธีการที่ถูกต้องสมบูรณ์ เพื่อให้ให้นักเรียนเกิดการตระหนักรู้และตรวจสอบความเข้าใจของตนเองในระหว่างการอภิปราย และสามารถเชื่อมโยงแนวคิดหรือวิธีการที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนไปสู่แนวคิดหรือวิธีการที่ถูกต้อง</p>
<p><b>ขั้นการปฏิบัติที่ 5</b> การเชื่อมโยง ข้อสรุปจากแนวคิด หรือวิธีการไปสู่ ความรู้ใหม่</p>	<p>ครูควรนำเสนอการเขียนประโยคสัญลักษณ์หรือคำตอบของนักเรียนก่อนการพูดนำเสนอหน้าชั้นเรียน เพื่อให้นักเรียนทั้งชั้นเรียนได้อ่านทำความเข้าใจและแสดงความคิดเห็นคาดเดาแนวคิดหรือวิธีการของกลุ่มที่จะนำเสนอ จากนั้นนักเรียนเจ้าของการเขียนประโยคสัญลักษณ์หรือคำตอบออกมาพูดนำเสนอแนวคิดหน้าชั้นเรียน โดยระหว่างการพูดนำเสนอครูควรใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนพูดแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการทำงาน และหลังการพูดนำเสนอของนักเรียนแต่ละกลุ่มครูควรใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนทั้งชั้นเรียนได้อภิปรายแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับแนวคิดและวิธีการของนักเรียนกลุ่มที่นำเสนอ เช่น “นักเรียนมีความคิดเห็นอย่างไรกับการเขียนประโยคสัญลักษณ์ของเพื่อน” “นักเรียนอยากเพิ่มเติมตรงไหนหรือไม่เพื่อให้การระบุความรู้และการเขียนแสดงเหตุผลของเพื่อนสมบูรณ์มากขึ้น” เป็นต้น อีกทั้งก่อนการอภิปรายในแต่ละประเด็นครูควรให้เวลานักเรียนแต่ละกลุ่มมากพอในการพูดแสดงความคิดเห็นกันภายในกลุ่มเพื่อให้ทุกคนได้มีส่วนร่วมในการพินิจคำตอบและแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับงานของกลุ่มที่นำเสนอ นอกจากนี้ครูควรใช้คำถามเพื่อนำนักเรียนไปสู่การอภิปรายระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดของแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนกลุ่มที่นำเสนอ รวมทั้งร่วมกันอภิปรายแก้ไขให้ถูกต้องสมบูรณ์ ซึ่งหลังการอภิปรายครบทุกประเด็นครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันเขียนสะท้อนผลการทำงาน โดยครูพูดชี้แนะให้นักเรียนประเมินความเหมาะสมหรือความถูกต้องของแนวคิดที่ใช้แก้ปัญหาพร้อมกับเขียนแสดงเหตุผลโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์หรือข้อมูลจากสถานการณ์ รวมทั้งให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันเขียนแนวคิดหรือวิธีการที่ถูกปรับแก้หรือพัฒนาให้ดีขึ้นลงใน</p>

ตาราง 14 (ต่อ)

ขั้นตอน	รายละเอียด
	<p>แบบสะท้อนผลการทำงาน ซึ่งครูควรกระตุ้นให้นักเรียนมีการกระจายงาน และแบ่งหน้าที่กันในการเขียนแบบสะท้อนผลการทำงาน โดยก่อนการเขียนสะท้อนผลครูควรให้เวลานักเรียนแต่ละกลุ่มมากพอในการพูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันเกี่ยวกับประเด็นที่สมาชิกแต่ละคนได้รับหน้าที่สะท้อนผล เพื่อให้นักเรียนได้รับฟังความคิดเห็นของสมาชิกในกลุ่มและเขียนสะท้อนผลการทำงานจากมุมมองของสมาชิกทุกคน อีกทั้งการอภิปรายเพื่อเชื่อมโยงข้อสรุปไปสู่ความรู้ใหม่สำหรับนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาชั้นนั้นครูไม่ควรใช้เวลาที่ต่อเนื่องจากการทำงานคณิตศาสตร์ของนักเรียนหรือควรให้เวลานักเรียนได้พักก่อนการปฏิบัติขั้นที่ 5 เพื่อให้นักเรียนไม่รู้สึกเหนื่อยจากการทำกิจกรรมต่อเนื่องเป็นเวลานาน</p>

จากตาราง 14 ผู้วิจัยสามารถสรุปประเด็นที่ครูควรเน้นเมื่อนำการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปรายที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ ได้ดังนี้

#### 1. แนวทางการเตรียมความพร้อมก่อนและระหว่างการจัดการเรียนรู้

1.1 ครูควรออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้เหตุผลตัดสินใจตลอดกระบวนการทำงานและควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติร่วมกันภายในกลุ่ม โดยงานที่ครูออกแบบควรมีแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย มีความท้าทายสำหรับนักเรียนและไม่ควรยากหรือง่ายเกินไป อีกทั้งควรเป็นสถานการณ์ที่นักเรียนคุ้นเคยและสามารถใช้ประสบการณ์เดิมมาช่วยในการอธิบายเหตุผลได้ โดยครูอาจมีสื่อตัวอย่างของจริงเพื่อให้นักเรียนได้ร่วมกันสำรวจ สังเกต และใช้ประกอบการอธิบายเหตุผล

1.2 ครูควรกำหนดประเด็นการอภิปรายไว้อย่างชัดเจนในขั้นปฏิบัติการที่ 4 เพื่อให้การอภิปรายในชั้นเรียนช่วยให้นักเรียนได้ทบทวนและตรวจสอบความคิดของตนเองในการทำงานขั้นการปรับตัว ขั้นการจัดระเบียบและขั้นการดำเนินการของกลวิธีเชิงอภิปราย รวมทั้งกำหนดประเด็นการอภิปรายเพื่อให้การอภิปรายในชั้นเรียนนำไปสู่จุดประสงค์ของบทเรียน ซึ่งครูกำหนดประเด็นการอภิปรายโดยใช้ข้อมูลที่ได้จากการอ่านแนวคิดในใบกิจกรรมกลุ่มและข้อมูลจากการใช้คำถามกับนักเรียนขณะทำงานกลุ่ม

1.3 ครูควรคัดเลือกงานของนักเรียนที่นำไปสู่การอภิปรายในจุดประสงค์ของบทเรียน และการอภิปรายสะท้อนผลการทำงานของกลุ่มที่นำเสนอ โดยครูควรคัดเลือกงานที่เป็นแนวคิดหรือ

วิธีการที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาดในแต่ละประเด็นการอภิปราย เพื่อให้นักเรียนได้แสดงผลสนับสนุนหรือค้านแนวคิดหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาและให้นักเรียนได้อภิปรายร่วมกันสะท้อนผลการทำงานของกลุ่มที่นำเสนอ โดยครูไม่จำเป็นต้องคัดเลือกให้นักเรียนเพียงหนึ่งกลุ่มนำเสนอทุกประเด็นและไม่จำเป็นต้องนำเสนอทุกกลุ่ม

1.4 ครูควรจัดลำดับการนำเสนอที่ละประเด็นตามที่กำหนดไว้ โดยครูควรเรียงประเด็นการอภิปรายตามกระบวนการแก้ปัญหาคือ การคิด/แปลงปัญหา การใช้คณิตศาสตร์ และการสรุปและตีความ ตามลำดับ ซึ่งในแต่ละประเด็นการอภิปรายครูเรียงลำดับการนำเสนอจากกลุ่มที่มีแนวคิดหรือวิธีการที่มีข้อผิดพลาดไปสู่กลุ่มที่มีแนวคิดหรือวิธีการที่ถูกต้องสมบูรณ์ เพื่อให้นักเรียนเกิดการตระหนักรู้และตรวจสอบความเข้าใจของตนเองในระหว่างการอภิปราย และสามารถเชื่อมโยงแนวคิดหรือวิธีการที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนไปสู่แนวคิดหรือวิธีการที่ถูกต้อง

## 2. แนวทางส่งเสริมการใช้กลวิธีเชิงอภิปรายในการแก้ปัญหาของนักเรียน

2.1 ครูควรมีการวางแผนการใช้คำถามเพื่อนำนักเรียนไปสู่การใช้กลวิธีเชิงอภิปรายในการแก้ปัญหา โดยครูเตรียมคำถามที่ช่วยสร้างความเข้าใจ ช่วยส่งเสริมและพัฒนาแนวคิดของนักเรียนในการทำงานแต่ละขั้นตอนตามกลวิธีเชิงอภิปราย ซึ่งครูควรวางแผนการใช้คำถามจากเป้าหมายที่ต้องการให้นักเรียนทำสำเร็จในขั้นการปรับตัว ขั้นการจัดระเบียบและขั้นการดำเนินการของกลวิธีเชิงอภิปราย

2.2 ครูควรให้นักเรียนได้เขียนสะท้อนผลการทำงานของตนเอง เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้เหตุผลในการประเมินความเหมาะสมหรือความถูกต้องของแนวคิดหรือวิธีการที่ตนเองใช้ในการแก้ปัญหา รวมทั้งครูควรให้นักเรียนได้เขียนแนวคิดหรือวิธีการที่ใช้แก้ปัญหาใหม่อีกครั้ง ซึ่งเป็นแนวคิดหรือวิธีการที่ถูกพัฒนาหรือปรับแก้จากเดิมให้มีความถูกต้องสมบูรณ์ เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สะท้อนการเขียนแนวคิดหรือวิธีการที่ตนเองคิดว่าถูกต้องและเหมาะสมที่สุดในการแก้สถานการณ์ปัญหาในชั้นเรียน

## 3. แนวทางการใช้คำถามระหว่างการจัดการเรียนรู้

3.1 ครูควรใช้คำถามปลายเปิดก่อนการทำงานกลุ่มของนักเรียน โดยครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ตอบคำถามอย่างอิสระไม่ขึ้นำคำตอบของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้พูดแลกเปลี่ยนความเข้าใจของตนเองและร่วมกันทำความเข้าใจปัญหาร่วมกันทั้งชั้นเรียน รวมทั้งช่วยป้องกันความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เช่น “สถานการณ์ปัญหานี้ต้องการให้นักเรียนทำอะไร” “การทำงานของนักเรียนต้องคำนึงถึงอะไร” เป็นต้น และหลังการตอบคำถามทั้งชั้นเรียน ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายและร่วมกันเขียนสรุปความเข้าใจเกี่ยวกับงานทางคณิตศาสตร์ของกลุ่ม

3.2 ครูควรใช้คำถามที่ส่งเสริมและพัฒนาแนวคิดของนักเรียนขณะที่ทำงานกลุ่ม เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนใช้เหตุผลตัดสินใจในแต่ละขั้นตอนของการทำงานและกระตุ้นให้นักเรียนเขียนแสดงเหตุผลที่ได้จากการอภิปรายภายในกลุ่ม อีกทั้งเมื่อนักเรียนมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับปัญหาหรือไม่สามารถทำงานได้ ครูควรใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันทบทวนความเข้าใจเกี่ยวกับงานทางคณิตศาสตร์หรือทบทวนแนวคิดหรือวิธีการที่นักเรียนใช้แก้ปัญหา เพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถทำงานได้สำเร็จตามแผนที่วางไว้ เช่น “จากการสังเกตรูปคลี่ต้นแบบนักเรียนคิดว่า ความยาวของแต่ละส่วนในรูปคลี่มีความสัมพันธ์กันอย่างไร” “จากประโยคที่ว่า แต่ละชั้นบันไดสูงอย่างน้อย 25 เซนติเมตรแต่ไม่เกิน 40 เซนติเมตร นักเรียนคิดว่าชั้นบันไดที่นักเรียนจะออกแบบสูงเท่าไรได้บ้าง” เป็นต้น นอกจากนี้ครูควรใช้คำถามขณะที่นักเรียนทำงานกลุ่มเพื่อทำความเข้าใจเพิ่มเติมเกี่ยวกับแนวคิดของนักเรียนและใช้เป็นข้อมูลสำหรับการกำหนดประเด็นอภิปราย

3.3 ครูควรใช้คำถามที่ส่งเสริมให้นักเรียนสะท้อนแนวคิดและเหตุผลขณะที่นำเสนอหน้าชั้นเรียน เพื่อช่วยให้นักเรียนกลุ่มที่นำเสนอสามารถพูดอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ใช้แก้ปัญหาและอธิบายเหตุผลสนับสนุนการทำงานของตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจได้ เช่น “นักเรียนลองอธิบายเหตุผลให้เพื่อนฟังว่า ทำไมกลุ่มของนักเรียนจึงตัดสินใจเลือกออกแบบชั้นบันไดให้สูง 30 เซนติเมตร” “นักเรียนช่วยอธิบายเพิ่มเติมว่า การเขียนตัวอักษร A และ B ในประโยคสัญลักษณ์นั้น มีหมายความว่าอย่างไร” เป็นต้น

3.4 ครูควรใช้คำถามหลังการนำเสนอของนักเรียนแต่ละกลุ่ม โดยครูควรใช้คำถามที่ส่งเสริมให้นักเรียนพินิจแนวคิด วิธีการและคำตอบของกลุ่มที่นำเสนอ เพื่อช่วยให้นักเรียนทั้งชั้นเรียนได้มีส่วนร่วมในการแสดงเหตุผลสนับสนุนหรือค้านแนวคิดและวิธีการของกลุ่มที่นำเสนอ เช่น “นักเรียนมีความคิดเห็นอย่างไรกับการเขียนประโยคสัญลักษณ์ของเพื่อน” “นักเรียนอยากเพิ่มเติมรายละเอียดตรงไหนหรือไม่ เพื่อให้การระบุความรู้และการเขียนแสดงเหตุผลของเพื่อนสมบูรณ์มากขึ้น” เป็นต้น

#### 4. แนวทางกระตุ้นการมีส่วนร่วมของนักเรียน

4.1 ครูควรให้เวลานักเรียนแต่ละกลุ่มมากพอในการทำงานขั้นการปรับตัวและขั้นการจัดระเบียบของกลวิธีเชิงอภิปราย โดยนักเรียนแต่ละกลุ่มควรมีเวลามากพอในการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาร่วมกัน อภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดการแก้ปัญหาและร่วมกันวางแผนการทำงานของกลุ่ม ซึ่งหลังการวางแผนการทำงานครูควรตรวจสอบความเข้าใจของสมาชิกทุกคนในกลุ่มเพื่อให้มั่นใจว่านักเรียนทุกคนเข้าใจขั้นตอนการทำงานของกลุ่มและจะสามารถทำงานตามหน้าที่ที่ได้รับมอบหมายให้เป็นไปตามขั้นตอนที่ได้วางแผนไว้

4.2 ครูควรอธิบายงานทั้งหมดที่นักเรียนแต่ละกลุ่มต้องทำหรือออกแบบกิจกรรมให้นักเรียนทุกคนมีหน้าที่ในการศึกษาหรือทำงานกลุ่ม เพื่อให้นักเรียนแต่ละกลุ่มเกิดการกระจายงานกัน



ภายในกลุ่มและแบ่งหน้าที่กันในการทำงานได้อย่างเหมาะสม ซึ่งช่วยทำให้นักเรียนทุกคนมีบทบาทในการทำงานกลุ่มและนักเรียนแต่ละกลุ่มสามารถทำงานสำเร็จตามเวลาที่กำหนด

4.3 ครูควรให้เวลานักเรียนแต่ละกลุ่มมากพอในการพูดแสดงความคิดเห็นกันภายในกลุ่มก่อนเริ่มการอภิปรายทั้งชั้นเรียน เพื่อให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการพินิจคำตอบและแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับงานของกลุ่มที่นำเสนอ โดยหลังการพูดแลกเปลี่ยนกันภายในกลุ่มครูควรให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสรุปเป็นข้อคิดเห็นของกลุ่มและเลือกตัวแทนนักเรียนแต่ละกลุ่มพูดข้อคิดเห็นเกี่ยวกับงานของกลุ่มที่นำเสนอทีละกลุ่มเพื่อนำข้อคิดเห็นจากนักเรียนแต่ละกลุ่มไปสู่การอภิปรายทั้งชั้นเรียน

4.4 ครูควรให้เวลานักเรียนแต่ละกลุ่มมากพอในการทำงานขั้นการตรวจสอบของกลวิธีเชิงอภิปราย โดยหลังการอภิปรายทั้งชั้นเรียนนักเรียนแต่ละกลุ่มควรมีเวลามากพอในการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับการทำงานของกลุ่มตนเองและร่วมกันนำเสนอแนวทางการปรับแก้การทำงานให้ดีขึ้นกว่าเดิม เพื่อให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการสะท้อนผลการทำงานของกลุ่มและร่วมกันปรับแก้แนวคิดหรือวิธีการทำงานของกลุ่มให้ถูกต้อง

## 5. แนวทางการเชื่อมโยงและพัฒนาแนวคิดของนักเรียน

5.1 ครูควรแนะนำให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันเขียนอธิบาย เขียนสัญลักษณ์หรือแผนภาพในการทำงานขั้นการปรับตัวและขั้นการจัดระเบียบของกลวิธีเชิงอภิปราย เพื่อให้นักเรียนได้จัดเรียงความคิดและอธิบายขั้นตอนการทำงานของกลุ่ม อีกทั้งครูควรออกแบบข้อคำถามให้นักเรียนได้เขียนแสดงแทนโดยใช้ประโยคสัญลักษณ์ลงในใบกิจกรรมเพื่อสรุปแนวทางการแก้ปัญหา

5.2 ครูควรนำเสนอผลงานการเขียนประโยคสัญลักษณ์หรือการเขียนคำตอบของกลุ่มที่จะนำเสนอก่อนการพูดนำเสนอหน้าชั้นเรียน เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนทั้งชั้นเรียนได้อ่านทำความเข้าใจ ร่วมกันแสดงความคิดเห็นและคาดเดาแนวคิดหรือวิธีการของกลุ่มที่จะนำเสนอ

5.3 ครูควรให้เวลานักเรียนแต่ละกลุ่มมากพอในการพูดแสดงความคิดเห็นกันภายในกลุ่มก่อนการอภิปรายทั้งชั้นเรียน เพื่อให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันระบุข้อผิดพลาดเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาของกลุ่มที่นำเสนอ พร้อมทั้งให้นักเรียนร่วมกันเสนอแนวทางการปรับแก้แนวคิดหรือวิธีการที่ผิดพลาดให้ถูกต้องสมบูรณ์

## ตอนที่ 2 ผลการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปรายที่มีต่อสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

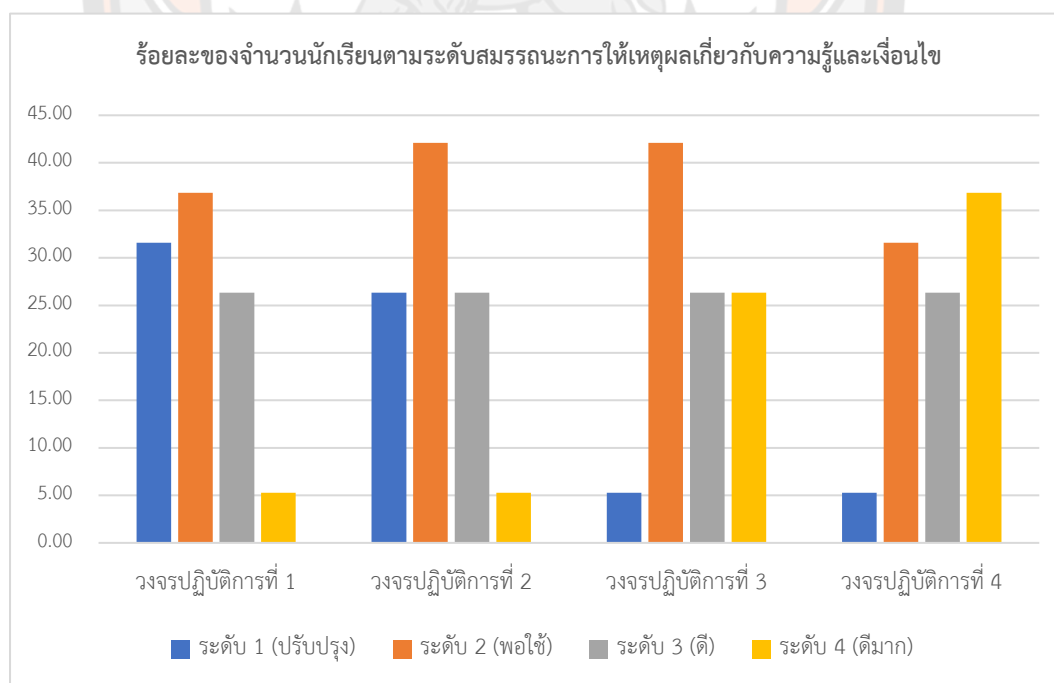
ผู้วิจัยทำการศึกษาศมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จากเครื่องมือที่การวิจัย ได้แก่ แบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทาง

คณิตศาสตร์จำนวน 4 ฉบับ โดยนักเรียนจะได้ทำแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคลหลังเรียนแต่ละวงจรปฏิบัติการ ซึ่งผู้วิจัยได้นำข้อมูลจากแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลของนักเรียนหลังเรียนทุกวงจรปฏิบัติการมาวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content analysis) และรายงานผลตามองค์ประกอบของสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 กลุ่มตามกระบวนการแก้ปัญหา PISA (2022) ได้แก่ 1) สมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการคิด/แปลงปัญหา ประเด็นที่ศึกษาได้แก่ ความรู้และเงื่อนไข การแสดงแทน 2) สมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการใช้คณิตศาสตร์ ประเด็นที่ศึกษาได้แก่ กระบวนการและขั้นตอน 3) สมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสรุปและตีความ ประเด็นที่ศึกษาได้แก่ ข้อสรุป การระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัด ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์สมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในแต่ละองค์ประกอบ ดังต่อไปนี้

## 1 สมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการคิด/แปลงปัญหา

### 1.1 สมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับความรู้และเงื่อนไข

ผู้วิจัยวิเคราะห์และจำแนกระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับความรู้และเงื่อนไขของนักเรียนจากแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์รายบุคคล ซึ่งนักเรียนได้ทำหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 1 - 4 โดยผู้วิจัยแสดงผลการวิเคราะห์ร้อยละของจำนวนนักเรียนในแต่ละระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับความรู้และเงื่อนไข ดังภาพ 18



ภาพ 18 แสดงร้อยละของจำนวนนักเรียนตามระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับความรู้และเงื่อนไขหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 1 - 4

### วงจรถับปฏิบัติกรที่ 1

เมื่อพิจารณาระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับความรู้และเงื่อนไขหลังเรียนวงจรถับปฏิบัติกรที่ 1 พบว่า นักเรียนส่วนมากอยู่ในระดับ 2 (พอใช้) มีจำนวน 7 คน คิดเป็นร้อยละ 36.84 รองลงมาคือ ระดับ 1 (ปรับปรุง) ระดับ 3 (ดี) และระดับ 4 (ดีมาก) คิดเป็นร้อยละ 31.58 26.32 และ 5.26 ตามลำดับ ซึ่งผู้วิจัยพบว่า นักเรียนส่วนมากไม่สามารถเขียนระบุความรู้และเงื่อนไขที่ใช้ในการพิจารณาชนิดของปริซึมได้อย่างถูกต้อง หรือนักเรียนสามารถระบุความรู้ที่ใช้ในการพิจารณาชนิดของปริซึมได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่สามารถเขียนเหตุผลอธิบายการระบุความรู้ที่ใช้ได้อย่างสมเหตุสมผลและไม่มีการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์หรือข้อมูลจากสถานการณ์มาประกอบการอธิบาย ดังภาพ 19

2. นักเรียนจะนำความรู้ สูตรหรือหลักการใดทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา และเหตุใดจึงใช้ความรู้ดังกล่าว (FK)  
 ความรู้ที่ใช้..... ปริซึม มีด้านข้างเป็นรูปสี่เหลี่ยม มีฐาน 2 ด้าน เป็นรูป 3 มิติ  
 .....  
 .....  
 เพราะ..... เป็นความรู้ที่นำมาใช้แก้ปัญหาได้

ภาพ 19 ตัวอย่างการเขียนระบุความรู้และการเขียนอธิบายเหตุผลระดับ 2 (พอใช้) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลหลังเรียนวงจรถับปฏิบัติกรที่ 1

### วงจรถับปฏิบัติกรที่ 2

เมื่อพิจารณาระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับความรู้และเงื่อนไขหลังเรียนวงจรถับปฏิบัติกรที่ 2 พบว่า นักเรียนส่วนมากอยู่ในระดับ 2 (พอใช้) มีจำนวน 8 คน คิดเป็นร้อยละ 42.10 รองลงมาคือ ระดับ 1 (ปรับปรุง) และระดับ 3 (ดี) มีจำนวน 5 คนเท่ากัน คิดเป็นร้อยละ 26.32 และระดับ 4 (ดีมาก) มีจำนวน 1 คน คิดเป็นร้อยละ 5.26 ซึ่งจะเห็นได้ว่านักเรียนระดับ 1 (ปรับปรุง) มีจำนวนลดลงจากวงจรถับปฏิบัติกรที่ 1 ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนส่วนมากสามารถระบุความรู้และเงื่อนไขที่ใช้ในการพิจารณาชนิดของรูปเรขาคณิตสามมิติจากรูปคลี่ได้ แต่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้อย่างเหมาะสมและไม่มีการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์หรือข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหามาประกอบการอธิบาย นอกจากนี้มีนักเรียนบางส่วนสามารถเขียนระบุความรู้และเงื่อนไขที่ใช้ในการพิจารณาชนิดของรูปเรขาคณิตสามมิติจากรูปคลี่ได้อย่างถูกต้องและสามารถเขียนอธิบายเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผล แต่ยังไม่สมบูรณ์และไม่ครอบคลุมทุกรูปคลี่ในสถานการณ์ปัญหา ดังภาพ 20

1. จากปัญหาให้นักเรียนระบุเป้าหมายที่นักเรียนต้องทำและเงื่อนไขของปัญหา (FK)  
 เป้าหมายที่นักเรียนต้องทำ การนำเสนอผลงานการแก้ปัญหาที่ตนเองคิดและเขียนออกมาเป็นรูป  
และเขียนอธิบาย  
 เงื่อนไขของปัญหา ต้องให้ตนเองรู้ว่าจะคิดอย่างไรและใช้ภาษาสื่อสารอย่างไร และเขียน  
แนวทางการนำเสนอที่ตนเองได้ใช้ก่อน

2. ให้นักเรียนระบุรูปทรงบรรทัดที่กลุ่มได้รับและระบุความรู้ที่ต้องใช้ในการทำงาน (FK)  
 ความรู้ที่ใช้ รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า 2 มิติ และสามเหลี่ยมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และรูปสี่เหลี่ยม  
2 มิติ ซึ่งจะต้องหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและสามเหลี่ยมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า  
และรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และสามเหลี่ยมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และสามเหลี่ยมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า  
และสามเหลี่ยมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และสามเหลี่ยมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ภาพ 20 ตัวอย่างการเขียนระบุความรู้และเงื่อนไขที่ใช้ในการแก้ปัญหา และการเขียนอธิบาย  
 เหตุผลระดับ 3 (ดี) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 2

วงจรปฏิบัติการที่ 3

เมื่อพิจารณาระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับความรู้และเงื่อนไขหลังเรียนวงจร  
 ปฏิบัติการที่ 3 พบว่า นักเรียนส่วนมากอยู่ในระดับ 2 (พอใช้) มีจำนวน 8 คน คิดเป็นร้อยละ 42.10  
 รองลงมาคือ ระดับ 3 (ดี) และระดับ 4 (ดีมาก) มีจำนวน 5 คนเท่ากัน คิดเป็นร้อยละ 26.32 และ  
 ระดับ 1 (ปรับปรุง) มีจำนวน 1 คน คิดเป็นร้อยละ 5.26 ซึ่งจะเห็นได้ว่านักเรียนระดับ 4 (ดีมาก) มี  
 จำนวนเพิ่มขึ้นและนักเรียนระดับ 1 (ปรับปรุง) มีจำนวนลดลงจากวงจรปฏิบัติการที่ 2 ผู้วิจัยพบว่า  
 นักเรียนส่วนมากสามารถเขียนระบุเงื่อนไขของปัญหาและระบุความรู้ที่ใช้ในการหาปริมาตรของ  
 ตัวอักษรได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ ครอบคลุมทุกตัวอักษรในสถานการณ์ปัญหา และนักเรียนสามารถ  
 เขียนเหตุผลอธิบายการระบุความรู้ที่ใช้ได้อย่างสมเหตุสมผล ดังภาพ 21

1. จากปัญหาให้นักเรียนระบุเป้าหมายที่นักเรียนต้องทำและเงื่อนไขของปัญหา (FK)  
 เป้าหมายที่นักเรียนต้องทำ หาปริมาตรของตัวอักษรตั้งพื้นและคิดว่าก่อสร้างของตัวอักษรตั้งพื้น  
 .....  
 เงื่อนไขของปัญหา ถ้าสี่เหลี่ยมผืนผ้าสี่เหลี่ยมผืนผ้าและสี่เหลี่ยมผืนผ้าและสี่เหลี่ยมผืนผ้าและสี่เหลี่ยมผืนผ้า  
และสี่เหลี่ยมผืนผ้าและสี่เหลี่ยมผืนผ้าและสี่เหลี่ยมผืนผ้าและสี่เหลี่ยมผืนผ้า  
 1. ... จุดประสงค์และ 1. ... จุดประสงค์และ 1. ... จุดประสงค์และ 1. ... จุดประสงค์และ 1. ... จุดประสงค์และ 1. ...

2. นักเรียนจะนำความรู้ สูตรหรือหลักการใดทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา และเหตุใดจึงใช้ความรู้  
 ดังกล่าว (FK)  
 ความรู้ที่ใช้ การหาปริมาตรของสี่เหลี่ยมผืนผ้าและสี่เหลี่ยมผืนผ้าและสี่เหลี่ยมผืนผ้าและสี่เหลี่ยมผืนผ้า  
 .....  
 .....  
เพราะตัวอักษรตั้งพื้นนั้นเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและสี่เหลี่ยมผืนผ้าและสี่เหลี่ยมผืนผ้าและสี่เหลี่ยมผืนผ้า  
และสี่เหลี่ยมผืนผ้าและสี่เหลี่ยมผืนผ้าและสี่เหลี่ยมผืนผ้าและสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ภาพ 21 ตัวอย่างการเขียนระบุความรู้และเงื่อนไขที่ใช้ในการแก้ปัญหา และการเขียนอธิบาย  
 เหตุผลระดับ 4 (ดีมาก) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 3

#### วงจรถ้าปฏิบัติกรที่ 4

เมื่อพิจารณาาระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับความรู้และเงื่อนไขหลังเรียนวงจรถ้าปฏิบัติกรที่ 4 พบว่า นักเรียนส่วนมากอยู่ในระดับ 4 (ดีมาก) มีจำนวน 7 คน คิดเป็นร้อยละ 36.84 รองลงมาคือ ระดับ 2 (พอใช้) ระดับ 3 (ดี) และระดับ 1 (ปรับปรุง) คิดเป็นร้อยละ 31.58 26.32 และ 5.26 ตามลำดับ ซึ่งจะเห็นได้ว่า นักเรียนระดับ 4 (ดีมาก) มีจำนวนเพิ่มขึ้นและนักเรียนระดับ 2 (พอใช้) มีจำนวนลดลงจากวงจรถ้าปฏิบัติกรที่ 3 แต่นักเรียนระดับ 3 (ดี) และระดับ 1 (ปรับปรุง) มีจำนวนเท่าเดิม ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนระดับ 1 (ปรับปรุง) ไม่สามารถเขียนระบุความรู้ที่ใช้ได้ แต่นักเรียนมีการใช้สูตรการหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากในการเขียนแสดงวิธีแก้ปัญหา อีกทั้งนักเรียนส่วนมากสามารถระบุความรู้ที่ใช้ในการหาปริมาตรของสระว่ายน้ำได้อย่างถูกต้องและสามารถเขียนเหตุผลอธิบายการระบุความรู้ได้อย่างสมเหตุสมผล โดยนักเรียนได้ใช้ลักษณะของทางเดินกลางสระและลักษณะของสระว่ายน้ำมาประกอบการอธิบายเหตุผล ดังภาพ 22

##### 3.1 จากปัญหา ให้นักเรียนระบุเป้าหมายที่นักเรียนต้องทำและเงื่อนไขของปัญหา (FK)

เป้าหมายที่นักเรียนต้องทำ...หาปริมาตรน้ำที่เติมลงไปให้สระว่ายน้ำขนาดสี่เหลี่ยม โดยสมมติขนาดของทางเดินกลางสระไว้

เงื่อนไขของปัญหา...โดยมีทางเดินกลางสระว่ายน้ำ กว้าง 1 ม. ลึกเท่ากับสระว่ายน้ำ ๒๒๕ สระว่ายน้ำมีขนาดกว้างยาวเป็น ๘ ม. ความยาวด้านใน ๒๐ ม. ความลึก 1.๕ ม. และต้องหาปริมาตรของน้ำในสระ ภายใต้อาณาเขตของทางเดิน

##### 3.2 นักเรียนจะนำความรู้ สูตรหรือหลักการใดทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา และเหตุใดจึงใช้ความรู้ดังกล่าว (FK)

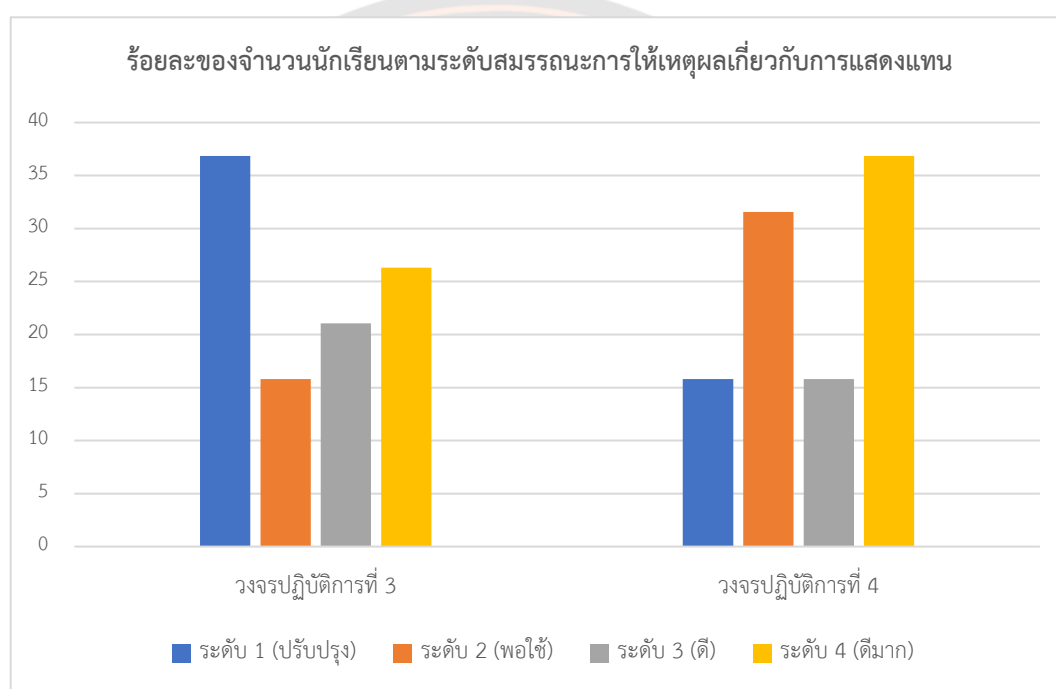
ความรู้ที่ใช้...สูตรหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยม คือ กว้าง x ยาว x สูง และ ทางเดิน กว้าง ๑ ม. ยาว ๒๒๕ ม. กว้างของสระ ๘ ม. ยาวของสระ ๒๐ ม. ความลึก ๑.๕ ม.

เพราะ...ต้องการหาปริมาตรของสระว่ายน้ำ และหาปริมาตรของทางเดินกลางสระ โดยปริมาตรของสระว่ายน้ำ และทางเดินกลางสระ เป็นสี่เหลี่ยม และปริมาตรของสี่เหลี่ยมคือ

ภาพ 22 ตัวอย่างการเขียนระบุความรู้และเงื่อนไขที่ใช้ในการแก้ปัญหา และการเขียนอธิบายเหตุผลระดับ 4 (ดีมาก) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลข้อ 3 หลังเรียนวงจรถ้าปฏิบัติกรที่ 4

## 1.2 สมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการแสดงแทน

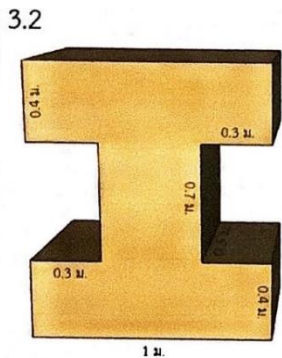
ผู้วิจัยวิเคราะห์และจำแนกระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการแสดงแทนของนักเรียนจากแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์รายบุคคล ซึ่งนักเรียนได้ทำหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 3 - 4 โดยแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 1 และ 2 ไม่มีการวัดสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการแสดงแทน เนื่องจากสถานการณ์ปัญหาที่ออกแบบไม่เกี่ยวข้องกับการแสดงแทน ซึ่งผู้วิจัยแสดงผลการวิเคราะห์ร้อยละของจำนวนนักเรียนในแต่ละระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการแสดงแทน ดังภาพ 23



ภาพ 23 แสดงร้อยละของจำนวนนักเรียนตามระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการแสดงแทนหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 3 - 4

### วงจรปฏิบัติการที่ 3

เมื่อพิจารณาระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการแสดงแทนหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 3 พบว่า นักเรียนส่วนมากอยู่ในระดับ 1 (ปรับปรุง) จำนวน 7 คน คิดเป็นร้อยละ 36.84 รองลงมาคือ ระดับ 4 (ดีมาก) ระดับ 3 (ดี) และระดับ 2 (พอใช้) คิดเป็นร้อยละ 26.32 21.05 และ 15.79 ตามลำดับ ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนส่วนมากไม่สามารถเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างถูกต้องและไม่สามารถเขียนอธิบายเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผล และมีนักเรียนบางส่วนสามารถเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่สามารถเขียนอธิบายเหตุผลสนับสนุนการเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล ดังภาพ 24



ประโยคสัญลักษณ์ในการแก้ปัญหา (FR)

$$[(1 \times 0.4 \times 0.5) \times 2] + (0.3 \times 0.4 \times 0.5) = \square$$

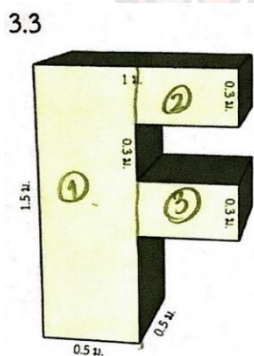
เพราะ จะได้ ปริมาตรของวัตถุรูปทรงแ I

แสดงวิธีทำอย่างละเอียด (E)

$$\begin{aligned} \text{ปริมาตรสี่เหลี่ยมผืนผ้า} &= 1 \times 0.4 \times 0.5 \\ &= 1 \times 0.5 \times 1 \\ &= 0.5 \text{ ลูกบาศก์ เมตร} \end{aligned}$$

ภาพ 24 ตัวอย่างการเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้ สมเหตุสมผลอยู่ระดับ 2 (พอใช้) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 3

นอกจากนี้ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนสามารถเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างถูกต้องและอธิบายเหตุผลสนับสนุนการเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล โดยนักเรียนได้ใช้การขีดเขียนภาพตัวอักษรและใช้ความรู้เรื่องความหมายของการคูณจำนวนนับมาประกอบการอธิบายเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผล ดังภาพ 25 และนักเรียนได้ใช้ความสัมพันธ์ของภาพตัวอักษรมาประกอบการอธิบายเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผล ดังภาพ 26



ประโยคสัญลักษณ์ในการแก้ปัญหา (FR)

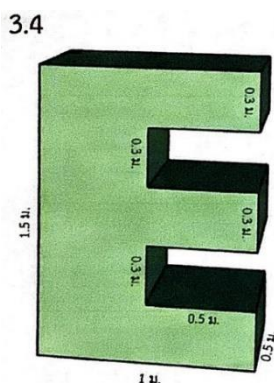
$$[0.5 \times 0.5 \times 1.5] + [(0.5 \times 0.5 \times 0.3) \times 2] = \square$$

เพราะ จะหาปริมาตรของ 1 รูป และ คูณเข้ากับ 2 รูป  
จึงได้คำตอบเท่ากับ  $0.5 \times 2$

แสดงวิธีทำอย่างละเอียด (E)

$$\begin{aligned} \text{สูตรหาปริมาตรสี่เหลี่ยมผืนผ้า} &= \text{ก} \times \text{ข} \times \text{ค} \\ \text{ปริมาตรของรูปที่ 1} &= 0.5 \times 0.5 \times 1.5 \\ &= 0.375 \text{ ม}^3 \end{aligned}$$

ภาพ 25 ตัวอย่างการเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้ถูกต้องและสามารถแสดงเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผลอยู่ระดับ 4 (ดีมาก) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 3



ประโยคสัญลักษณ์ในการแก้ปัญหา (FR)

$$0.525 + 0.075 = \square$$

เพราะ... เพื่อตัดช่องขนาด F เจตน์ ๐.๕๒๕ เมตร และช่องอีก ๑ ช่อง  
ก็จะมีขนาดของช่อง E

แสดงวิธีทำอย่างละเอียด (E)

$$\begin{aligned} \text{ผลบวกของช่องขนาด E} &= 0.525 + 0.075 \\ &= 0.600 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

ภาพ 26 ตัวอย่างการเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้ถูกต้องและสามารถแสดงเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผลอยู่ระดับ 4 (ดีมาก) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 3

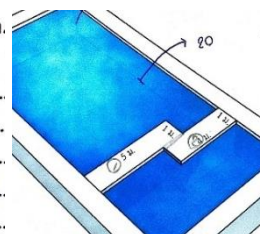
#### วงจรปฏิบัติการที่ 4

เมื่อพิจารณาระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการแสดงแทนหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 4 พบว่า นักเรียนส่วนมากอยู่ในระดับ 4 (ดีมาก) จำนวน 7 คน คิดเป็นร้อยละ 36.84 รองลงมาคือระดับ 2 (พอใช้) มีจำนวน 6 คน คิดเป็นร้อยละ 31.58 และจำนวนน้อยที่สุดคือ ระดับ 1 (ปรับปรุง) และระดับ 3 (ดี) มีจำนวน 3 คนเท่ากัน คิดเป็นร้อยละ 15.79 ซึ่งจะเห็นได้ว่า นักเรียนระดับ 4 (ดีมาก) มีจำนวนเพิ่มขึ้นและนักเรียนระดับ 1 (ปรับปรุง) มีจำนวนลดลงจากวงจรปฏิบัติการที่ 3 ผู้วิจัยพบว่า การทำแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้อที่ 3 นักเรียนส่วนมากสามารถเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างถูกต้อง และสามารถเขียนอธิบายเหตุผลสนับสนุนการเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล โดยนักเรียนบางกลุ่มได้ใช้การขีดเขียนรูปภาพสรว่ายนำมาประกอบการอธิบายเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผล ดังภาพ 27

3.3 ให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์ในการแก้ปัญหานี้ พร้อมอธิบายเหตุผล (เขียนหรือวาดประกอบการอธิบาย) (FR)

$$\text{ประโยคสัญลักษณ์ } (8 \times 20 \times 1.6) - (4 \times 1 \times 1.6) - (5 \times 1 \times 1.6) = \square$$

เหตุผล... ผมหาปริมาตรของสระน้ำทั้งหมดก่อน และนำปริมาตรน้ำในสระเดิมลบที่ 1 และนำผลลบกับปริมาตรเดิมกลางสระไปที่ 2 จึงจะได้คำตอบที่ถูกต้อง



ภาพ 27 ตัวอย่างการเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้ถูกต้องและสามารถแสดงเหตุผลได้สมเหตุสมผลอยู่ระดับ 4 (ดีมาก) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลข้อ 3 หลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 4



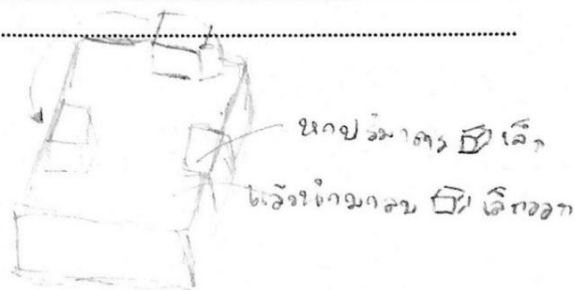
นอกจากนี้ผู้วิจัยพบว่า การทำแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้อที่ 2 นักเรียนบางส่วนคำนวณความยาวด้านของส่วนที่เชื่อมบล็อกผิดพลาดจึงทำให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน แต่นักเรียนสามารถวาดภาพประกอบการอธิบายและเขียนอธิบายเหตุผลสนับสนุนการเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล ดังภาพ 28

2.3 ให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์ในการแก้ปัญหานี้ พร้อมอธิบายเหตุผล (เขียนหรือวาดภาพประกอบการอธิบาย) (FR)

ประโยคสัญลักษณ์  $(50 \times 50 \times 15) - (5 \times 10 \times 15) = D$

เพราะ ตัวของปริมาตรยาวๆ คือ เหลี่ยม ในมุม และดูว่ามุมของกับปริมาตรของยาวๆ สีเขียว

บางปริมาตร สีเขียว ในมุม



2.4 ให้นักเรียนเขียนแสดงวิธีทำอย่างละเอียด (E)

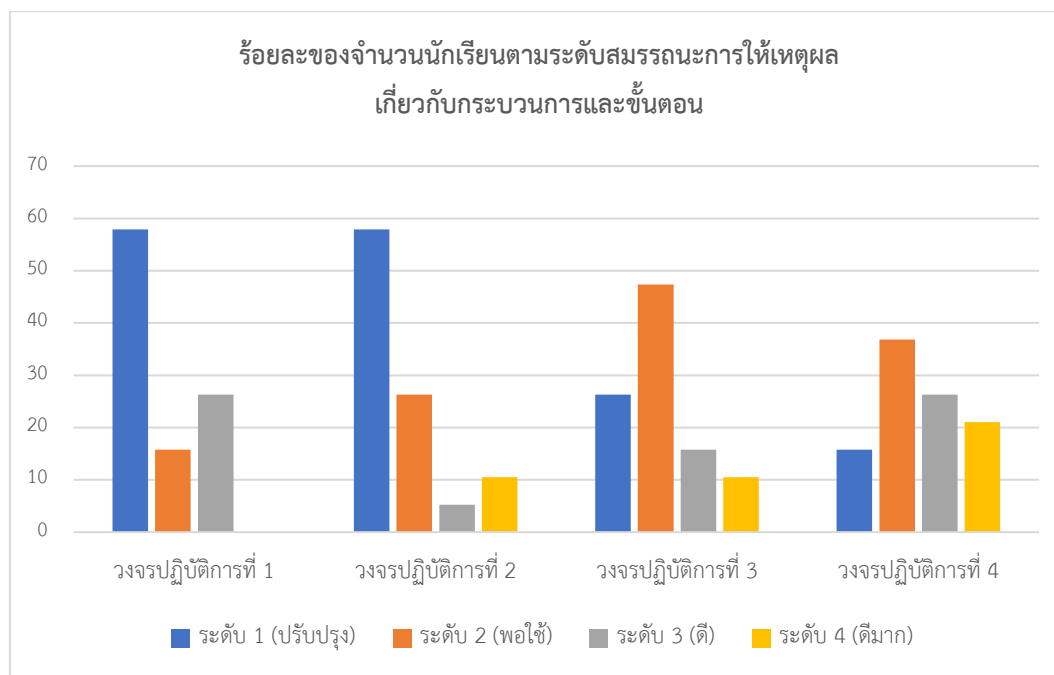
ปริมาตรยาวๆ สีเขียว

ภาพ 28 ตัวอย่างการเขียนประโยคสัญลักษณ์ถูกต้องบางส่วน แต่สามารถให้เหตุผลได้สมเหตุสมผลอยู่ระดับ 3 (ดี) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลข้อ 2 หลังวงจรปฏิบัติการที่ 4

## 2 สมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการคิด/แปลงปัญหา

### 2.1 สมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับกระบวนการและขั้นตอน

ผู้วิจัยวิเคราะห์และจำแนกระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับกระบวนการและขั้นตอนของนักเรียนจากแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์รายบุคคล ซึ่งนักเรียนได้ทำหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 1 - 4 โดยผู้วิจัยแสดงผลการวิเคราะห์ร้อยละของจำนวนนักเรียนในแต่ละระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับกระบวนการและขั้นตอน ดังภาพ 29



**ภาพ 29 แสดงร้อยละของจำนวนนักเรียนตามระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับกระบวนการ  
และขั้นตอนหลังเรียนวงจรถูกปฏิบัติที่ 1 - 4**

### วงจรถูกปฏิบัติที่ 1

เมื่อพิจารณาระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับกระบวนการและขั้นตอนหลังเรียนวงจรถูกปฏิบัติที่ 1 พบว่า นักเรียนส่วนมากอยู่ในระดับ 1 (ปรับปรุง) มีจำนวน 11 คน คิดเป็นร้อยละ 57.89 รองลงมาคือ ระดับ 3 (ดี) และระดับ 2 (พอใช้) คิดเป็นร้อยละ 26.32 และ 15.79 ตามลำดับ และจะเห็นได้ว่าวงจรถูกปฏิบัติที่ 1 ไม่มีนักเรียนระดับ 4 (ดีมาก) ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนส่วนมากไม่สามารถเขียนอธิบายเหตุผลสนับสนุนหรือโต้แย้งกระบวนการทำงานของตนเองได้อย่างสมเหตุสมผล และไม่มีการใช้ความรู้หรือข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาประกอบการอธิบายเหตุผล อีกทั้งนักเรียนบางส่วนสามารถอธิบายเหตุผลสนับสนุนการทำงานของตนเองได้ แต่มีการใช้ความรู้คณิตศาสตร์ประกอบการอธิบายได้ถูกต้องบางส่วน

### วงจรถูกปฏิบัติที่ 2

เมื่อพิจารณาระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับกระบวนการและขั้นตอนหลังเรียนวงจรถูกปฏิบัติที่ 2 พบว่า นักเรียนส่วนมากอยู่ระดับ 1 (ปรับปรุง) มีจำนวน 11 คน คิดเป็นร้อยละ 57.89 รองลงมาคือ ระดับ 2 (พอใช้) ระดับ 4 (ดีมาก) และระดับ 3 (ดี) คิดเป็นร้อยละ 26.32 10.53 และ 5.26 ตามลำดับ จะเห็นได้ว่า นักเรียนระดับ 4 (ดีมาก) มีจำนวนเพิ่มขึ้นจากวงจรถูกปฏิบัติที่ 1 แต่



นอกจากนี้ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนบางส่วนสามารถให้เหตุผลสนับสนุนกระบวนการและขั้นตอนในการหาปริมาตรของตัวอักษรได้สมเหตุสมผลบางส่วน และมีการใช้ความรู้เรื่องปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากและข้อมูลลักษณะของตัวอักษรจากสถานการณ์ปัญหาประกอบอธิบายได้อย่างสมเหตุสมผล ดังภาพ 32

4. จากวิธีการที่นักเรียนใช้ในการหาปริมาตรของตัวอักษรในข้อ 3 มีความเหมาะสมหรือไม่ เพราะเหตุใด (E)

ตอบ... เหมาะค่ะ

เพราะ... ตัวอักษรต่างๆ ที่ใช้ทำตัวอักษรนั้นมีความสูงที่ต่างกัน จึงต้องใช้ความรู้เรื่องปริมาตรของสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ภาพ 32 ตัวอย่างการเขียนอธิบายเหตุผลสนับสนุนกระบวนการและขั้นตอนได้อย่างสมเหตุสมผล อยู่ระดับ 4 (ดีมาก) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 3

#### วงจรปฏิบัติการที่ 4

เมื่อพิจารณาระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับกระบวนการและขั้นตอนหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 4 พบว่า นักเรียนส่วนมากอยู่ระดับ 2 (พอใช้) มีจำนวน 7 คน คิดเป็นร้อยละ 36.84 รองลงมาคือ ระดับ 3 (ดี) ระดับ 4 (ดีมาก) และระดับ 1 (ปรับปรุง) คิดเป็นร้อยละ 26.32 21.05 และ 15.79 ตามลำดับ จะเห็นได้ว่า นักเรียนระดับ 3 (ดี) และระดับ 4 (ดีมาก) มีจำนวนเพิ่มขึ้นจากวงจรปฏิบัติการที่ 3 และนักเรียนระดับ 1 (ปรับปรุง) มีจำนวนลดลงจากวงจรปฏิบัติการที่ 3 ผู้วิจัยพบว่าการทำแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้อที่ 1 นักเรียนบางส่วนสามารถเขียนอธิบายเหตุผลสนับสนุนกระบวนการและขั้นตอนการหาความจุของกล่องน้ำผลไม้จากรูปสี่เหลี่ยมที่กำหนดให้ได้ อย่างสมเหตุสมผล แต่นักเรียนมีการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ประกอบการอธิบายได้ถูกต้องบางส่วน โดยนักเรียนใช้คำว่า “ปริมาตรของฐาน” เพื่ออธิบายความหมายพื้นที่ของฐาน ดังภาพ 33

1.6 วิธีการที่นักเรียนใช้ในการหาปริมาตรของน้ำผลไม้มีความเหมาะสมหรือไม่ เพราะเหตุใด (E)

ตอบ... เหมาะค่ะ

เพราะ... ในการหาค่าปริมาตรของฐานของรูปทรงเรขาคณิตแล้วไปหาปริมาตรของตัวอักษร และนำผลคูณกัน ก็จะได้อัตราส่วนของฐานและน้ำผลไม้ ค่ะ คือ 30 จะได้คำตอบที่ เหมาะค่ะ

ภาพ 33 ตัวอย่างการเขียนอธิบายเหตุผลสนับสนุนกระบวนการและขั้นตอนโดยใช้ความรู้อธิบาย ได้ถูกต้องบางส่วนอยู่ระดับ 3 (ดี) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลข้อ 1 หลังวงจรปฏิบัติการที่ 4

การทำแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้อที่ 2 ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนบางส่วนสามารถให้เหตุผลสนับสนุนกระบวนการและขั้นตอนการหาปริมาตรของบล็อกจิ๊กซอว์ชิ้นที่เหลือของตนเองได้อย่างสมเหตุสมผล โดยมีการใช้ความรู้เรื่อง การหาปริมาตรโดยการเติมให้เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากและข้อมูลลักษณะของบล็อกจิ๊กซอว์ชิ้นที่เหลือจากสถานการณ์ปัญหาประกอบการอธิบายได้อย่างถูกต้อง อีกทั้งนักเรียนมีการวาดภาพเพื่ออธิบายกระบวนการและขั้นตอนในการทำงานของตนเอง ดังภาพ 34

2.6 วิธีการที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาความเหมาะสมหรือไม่ เพราะเหตุใด (E)

ตอบ... ใช้ภาพช่วย

เพราะ... สี่เหลี่ยมผืนผ้า มี กว้าง 1500 ซม. สูง 10 ซม. ใช้พื้นที่ทั้งหมด 15000 ซม.<sup>2</sup> บล็อกจิ๊กซอว์ชิ้นที่เหลือ มี กว้าง 1500 ซม. สูง 10 ซม. ใช้พื้นที่ทั้งหมด 15000 ซม.<sup>2</sup> บล็อกจิ๊กซอว์ชิ้นที่เหลือ มี กว้าง 1500 ซม. สูง 10 ซม. ใช้พื้นที่ทั้งหมด 15000 ซม.<sup>2</sup> บล็อกจิ๊กซอว์ชิ้นที่เหลือ มี กว้าง 1500 ซม. สูง 10 ซม. ใช้พื้นที่ทั้งหมด 15000 ซม.<sup>2</sup>

ภาพ 34 ตัวอย่างการเขียนอธิบายเหตุผลสนับสนุนกระบวนการและขั้นตอนได้อย่างสมเหตุสมผล อยู่ระดับ 4 (ดีมาก) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลข้อ 2 หลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 4

การทำแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้อที่ 3 ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนบางส่วนสามารถให้เหตุผลโต้แย้งกระบวนการทำงานและขั้นตอนการหาปริมาตรน้ำที่เต็มลงในสระว่ายน้ำของคนอื่นได้อย่างสมเหตุสมผล โดยนักเรียนได้ใช้ข้อมูลลักษณะของทางเดินกลางสระว่ายน้ำจากสถานการณ์ปัญหาประกอบอธิบายได้อย่างสมเหตุสมผล ดังภาพ 35

ความยาวของสระว่ายน้ำที่ไม่รวมทางเดินกลางสระ =  $20 - 1$

= 19 เมตร

ปริมาตรของน้ำที่เต็มลงในสระว่ายน้ำจนเต็ม = ความกว้าง × ความยาว × ความสูง

=  $8 \times 19 \times 1.6$

= 243.2 ลูกบาศก์เมตร

หรือประมาณ 243 ลูกบาศก์เมตร

3.7.1 วิธีการคำนวณที่สัมผวนแสดงไว้ในกรอบมีความถูกต้องหรือไม่ พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบ (E)

ตอบ... ใช่ ถูกต้อง

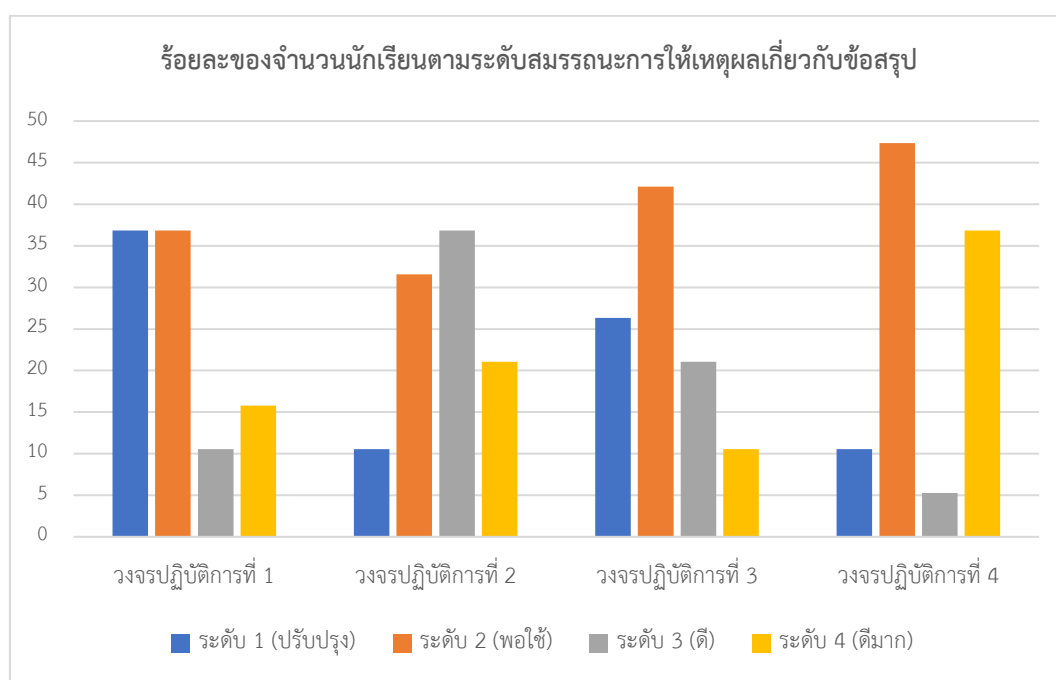
เพราะ... ทางเดินกลางสระ 1 เมตร ได้เป็นทางเดินกลางสระ 1 เมตร และสระน้ำมีปริมาตร 243.2 ลูกบาศก์เมตร (คือ 243 ลูกบาศก์เมตร)

ภาพ 35 ตัวอย่างการเขียนอธิบายเหตุผลโต้แย้งกระบวนการและขั้นตอนได้อย่างสมเหตุสมผลอยู่ระดับ 4 (ดีมาก) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลข้อ 3 หลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 4

### 3. การให้เหตุผลเกี่ยวกับการสรุปและตีความ

#### 3.1 ข้อสรุป

ผู้วิจัยวิเคราะห์และจำแนกระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับข้อสรุปของนักเรียนจากแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์รายบุคคล ซึ่งนักเรียนได้ทำหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 1 - 4 โดยผู้วิจัยแสดงผลการวิเคราะห์ร้อยละของจำนวนนักเรียนในแต่ละระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับข้อสรุป ดังภาพ 36



ภาพ 36 แสดงร้อยละของจำนวนนักเรียนตามระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับข้อสรุปหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 1 - 4

#### วงจรปฏิบัติการที่ 1

เมื่อพิจารณาระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับข้อสรุปหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 1 พบว่า นักเรียนส่วนมากอยู่ในระดับ 1 (ปรับปรุง) และระดับ 2 (พอใช้) มีจำนวน 7 คนเท่ากัน คิดเป็นร้อยละ 36.84 รองลงมาคือ ระดับ 4 (ดีมาก) และระดับ 3 (ดี) คิดเป็นร้อยละ 15.79 และ 10.53 ตามลำดับ ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนส่วนมากไม่สามารถสร้างข้อสรุปเกี่ยวกับชนิดของบล็อกตัวต่อไม่ได้ และไม่มีการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายได้อย่างสมเหตุสมผล หรือนักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปและระบุชนิดของบล็อกตัวต่อไม่ได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่มีการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับลักษณะของรูปร่างเรขาคณิตสามมิติมาประกอบการอธิบายเหตุผลสนับสนุนข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล ดังภาพ 37

4. นักเรียนเห็นด้วยหรือไม่กับคำพูดของน้ำเหนื่อและน้ำหนาว

4.1 นักเรียนเห็นด้วยหรือไม่กับคำพูดของน้ำเหนื่อ เพราะเหตุใด (IR)

เห็นด้วย  ไม่เห็นด้วย  
 เพราะ... ตัวดำดำไม้ของน้ำเหนื่อเป็นปริซึมหกเหลี่ยมเหมือนคาน้ำที่เห็นคนอื่น  
 .....  
 .....

4.2 นักเรียนเห็นด้วยหรือไม่กับคำพูดของน้ำหนาว เพราะเหตุใด (IR)

เห็นด้วย  ไม่เห็นด้วย  
 เพราะ... ตัวดำดำไม้ของน้ำหนาว เป็นปริซึมแปดเหลี่ยมแต่หน้าหนาวบอกจั่วรูปเรขาคณิตที่  
 เห็นไม่ใช่อปริซึม  
 .....  
 .....

ภาพ 37 ตัวอย่างการเขียนข้อสรุปได้ถูกต้องแต่ไม่สามารถเขียนแสดงเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผล  
 อยู่ระดับ 2 (พอใช้) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 1

วงจรปฏิบัติการที่ 2

เมื่อพิจารณาระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับข้อสรุปหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 2 พบว่า นักเรียนส่วนมากอยู่ระดับ 3 (ดี) มีจำนวน 7 คน โดยคิดเป็นร้อยละ 36.84 รองลงมาคือ ระดับ 2 (พอใช้) ระดับ 4 (ดีมาก) และระดับ 1 (ปรับปรุง) โดยคิดเป็นร้อยละ 31.58 21.05 และ 10.53 ตามลำดับ ซึ่งจะเห็นได้ว่า นักเรียนระดับ 4 (ดีมาก) มีจำนวนเพิ่มขึ้นจากวงจรปฏิบัติการที่ 1 และนักเรียนระดับ 1 (ปรับปรุง) มีจำนวนลดลงจากวงจรปฏิบัติการที่ 1 และมีจำนวนน้อยที่สุด ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนส่วนมากสามารถระบุชนิดของรูปเรขาคณิตสามมิติจากรูปคลี่ได้อย่างถูกต้อง แต่มีการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่อง ลักษณะและรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติมาประกอบการอธิบายเหตุผลสนับสนุนข้อสรุปได้สมเหตุสมผลบางส่วน โดยนักเรียนได้ใช้ความรู้เรื่อง ชนิดของหน้าข้าง จำนวนของหน้าข้างและจำนวนของฐานมาประกอบการอธิบายเหตุผลสนับสนุนข้อสรุป แต่ไม่ได้ใช้ความรู้เรื่อง ชนิดของฐานมาประกอบการอธิบายเหตุผลเพื่อระบุชนิดของรูปเรขาคณิตสามมิติ ซึ่งเป็นกรให้เหตุผลเกี่ยวกับข้อสรุปที่ถูกต้องแต่ยังไม่สมบูรณ์ ดังภาพ 38





### วงจรปฏิบัติการที่ 3

เมื่อพิจารณาระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับข้อสรุปหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 3 พบว่า นักเรียนส่วนมากอยู่ระดับ 2 (พอใช้) มีจำนวน 8 คน คิดเป็นร้อยละ 42.10 รองลงมาคือ ระดับ 1 (ปรับปรุง) ระดับ 3 (ดี) และระดับ 4 (ดีมาก) คิดเป็นร้อยละ 26.32 21.05 และ 10.53 ตามลำดับ จะเห็นได้ว่านักเรียนระดับ 3 (ดี) และระดับ 4 (ดีมาก) มีจำนวนลดลงจากวงจรปฏิบัติการที่ 2 และนักเรียนระดับ 2 (พอใช้) และระดับ 1 (ปรับปรุง) มีจำนวนเพิ่มขึ้นจากวงจรปฏิบัติการที่ 2 ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนส่วนมากคำนวณทศนิยมเพื่อหาปริมาตรของตัวอักษรผิดพลาดจึงทำให้นักเรียนไม่สามารถสร้างข้อสรุปค่าจ้างทำตัวอักษรได้ถูกต้อง แต่นักเรียนได้มีการใช้เงื่อนไขของปัญหาเกี่ยวกับการคิดค่าจ้างมาประกอบการอธิบายเหตุผลสนับสนุนข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล ดังภาพ 40

5. ให้นักเรียนเขียนแสดงวิธีทำอย่างละเอียดเพื่อหาค่าใช้จ่ายในการทำตัวอักษรตั้งพื้น

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \text{ ค่าใช้จ่ายของตัวอักษรทั้งหมด หาบอกกัน} & 4 \times 5 + 1 \times 8 + 5 \times 25 + 1 \times 95 \\ & = 13.75 \text{ ฐ}^3 \\ & = 14 \text{ ฐ} \end{aligned}$$

\textcircled{2} ค่ามาคูนกับราคา

$$\begin{aligned} & = 14 \times 10000 \\ & = 140,000 \text{ บาท} \end{aligned}$$

6. จากวิธีการที่ทำมาทั้งหมด ได้ข้อสรุปในการจ่ายค่าทำตัวอักษรตั้งพื้นอย่างไร เพราะเหตุใด (IR)

ตอบ... เจ้าของร้านต้องจ่ายค่าทำตัวอักษรตั้งพื้นในราคาแบบข้างต้นทั้งหมด 140,000 บาท

เพราะ นำปริมาตรของตัวอักษรที่ 4 ตัวอักษรมาบอกกันแต่ละตัวข้างหลังได้ 1 ฐ หรือ 1 ฐ คิดเป็น 1 ฐ จากค่ามาคูนแล้ว ค่ามาคูนกับ 10,000 ซึ่ง 10,000 คือ ค่าก่อสร้างตัวอักษรตั้งพื้น

ภาพ 40 ตัวอย่างการเขียนข้อสรุปได้ไม่ถูกต้อง แต่สามารถอธิบายเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผลอยู่ระดับ 2 (พอใช้) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 3

### วงจรปฏิบัติการที่ 4

เมื่อพิจารณาระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับข้อสรุปหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 4 พบว่า นักเรียนส่วนมากอยู่ระดับ 2 (พอใช้) มีจำนวน 9 คน คิดเป็นร้อยละ 47.36 รองลงมาคือ ระดับ 4 (ดีมาก) ระดับ 1 (ปรับปรุง) และระดับ 3 (ดี) คิดเป็นร้อยละ 36.84 10.53 และ 5.26 ตามลำดับ ซึ่งจะเห็นได้ว่า นักเรียนระดับ 4 (ดีมาก) มีจำนวนเพิ่มขึ้นและนักเรียนระดับ 1 (ปรับปรุง) มีจำนวนลดลงจากวงจรปฏิบัติการที่ 4 ผู้วิจัยพบว่า การทำแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้อที่ 1 นักเรียนบางส่วนสามารถระบุชนิดของรูปเรขาคณิตสามมิติจากรูปคลี่ได้อย่างถูกต้อง โดยนักเรียน

มีการใช้ความรู้เรื่อง ลักษณะและรูปคลี่ของปริซึมแปดเหลี่ยมมาประกอบการอธิบายเหตุผลสนับสนุน  
ข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล ดังภาพ 41

1.3 กล่องน้ำผลไม้เป็นรูปเรขาคณิตสามมิติชนิดใด พร้อมให้เหตุผลประกอบ (IR)  
 ตอบ... เป็นรูปปริซึมแปดเหลี่ยม  
 เพราะ มีหน้าตัดหรือฐานเป็นรูปแปดเหลี่ยม ๒ หน้า และอยู่ขนานกัน  
 ด้านหน้าข้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ๖ หน้า (ถ้าลัดจำนวนเหลี่ยมคือ ๒ หน้า ๖ หน้า)

ภาพ 41 ตัวอย่างการเขียนข้อสรุปได้ถูกต้องและสามารถอธิบายเหตุผลได้สมเหตุสมผลอยู่ระดับ 4  
(ดีมาก) ในใบแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลข้อที่ 1 หลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 4

การทำแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้อที่ 2 ผู้วิจัยพบว่า นักเรียน  
ส่วนมากสามารถสร้างข้อสรุปได้ถูกต้อง โดยนักเรียนมีการใช้ข้อมูลปริมาตรของวัสดุที่เหลือและ  
ปริมาตรของบล็อกจิ๊กซอว์ชิ้นที่เหลือมาประกอบการอธิบายเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผล ดังภาพ 42

2.5 จากวิธีการที่ทำมาทั้งหมด ปริมาตรของวัสดุที่ผสมเพียงพอหรือไม่สำหรับการทำบล็อกจิ๊กซอว์ชิ้นเหลือ  
 เพราะเหตุใด (IR)  
 ตอบ... ไม่เพียงพอ  
 เพราะ ปริมาตรวัสดุที่ผสมไว้ทั้งหมดไม่เท่ากับปริมาตรของบล็อกจิ๊กซอว์ที่เหลือ เนื่องจากบล็อกจิ๊กซอว์ที่มีปริมาตร  
 $36,000 \text{ cm}^3$  แต่ มีปริมาตรวัสดุที่ผสมไว้ทั้งหมดเท่ากับ  $๓๖,๐๐๐ \text{ cm}^3$

ภาพ 42 ตัวอย่างการเขียนข้อสรุปได้ถูกต้องและสามารถเขียนอธิบายเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผล  
อยู่ระดับ 4 (ดีมาก) ในใบแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลข้อที่ 2 หลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 4

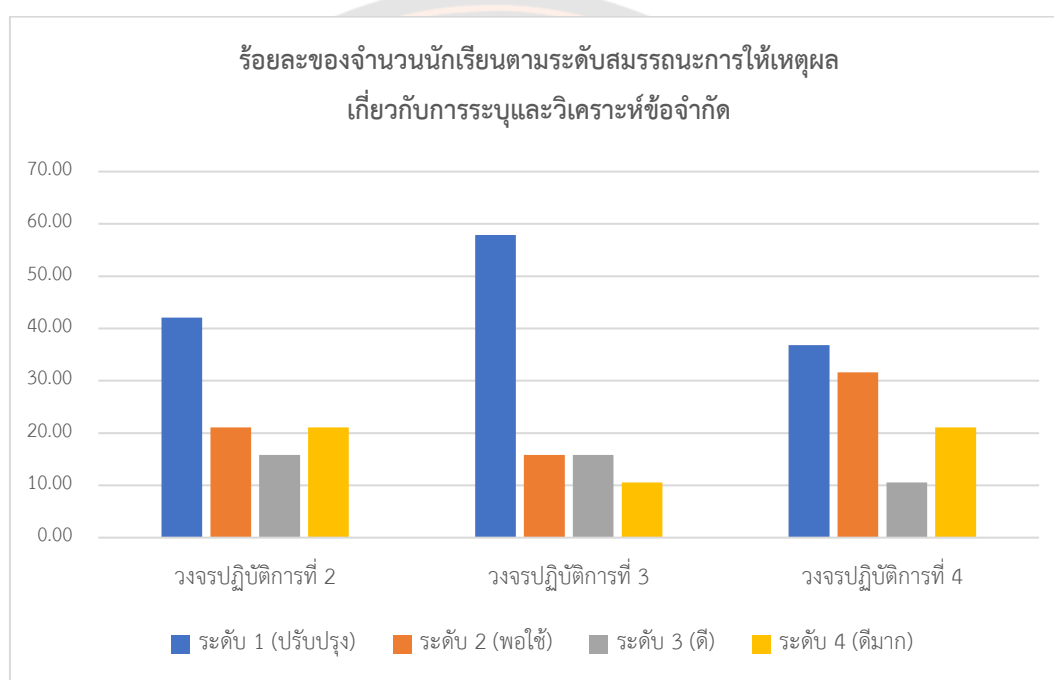
นอกจากนี้ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนบางส่วนคำนวณการหาปริมาตรของบล็อกจิ๊กซอว์ชิ้นที่เหลือ  
ผิดพลาดจึงทำให้นักเรียนสร้างข้อสรุปได้ไม่ถูกต้อง แต่นักเรียนมีการใช้ข้อมูลปริมาตรของวัสดุที่เหลือ  
จากสถานการณ์ปัญหาประกอบการอธิบายเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผล ดังภาพ 43

2.5 จากวิธีการที่ทำมาทั้งหมด ปริมาตรของวัสดุที่ผสมเพียงพอหรือไม่สำหรับการทำบล็อกจิ๊กซอว์ชิ้นเหลือ  
 เพราะเหตุใด (IR)  
 ตอบ... ไม่เพียงพอ  
 เพราะ เหลือวัสดุที่ผสมไม่เพียงพอเท่ากับ  $๓๐,๐๐๐ \text{ cm}^3$  แต่ใช้ไป  $๔๓,๕๐๐ \text{ cm}^3$

ภาพ 43 ตัวอย่างการเขียนข้อสรุปได้ไม่ถูกต้อง แต่สามารถอธิบายเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผลอยู่  
ระดับ 2 (พอใช้) ในใบแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลข้อที่ 2 หลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 4

### 3.2 สมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัด

ผู้วิจัยวิเคราะห์และจำแนกระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดของนักเรียนจากแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์รายบุคคล ซึ่งนักเรียนได้ทำหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 2 - 4 โดยแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 1 ไม่มีการวัดสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัด เนื่องจากสถานการณ์ปัญหาที่ออกแบบไม่เกี่ยวข้องกับการระบุข้อจำกัด ซึ่งผู้วิจัยแสดงผลการวิเคราะห์ร้อยละของจำนวนนักเรียนในแต่ละระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัด ดังภาพ 44



ภาพ 44 แสดงร้อยละของจำนวนนักเรียนตามระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 2 - 4

#### วงจรปฏิบัติการที่ 2

เมื่อพิจารณาระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 2 พบว่า นักเรียนส่วนมากอยู่ในระดับ 1 (ปรับปรุง) มีจำนวน 8 คน คิดเป็นร้อยละ 42.10 รองลงมาคือ ระดับ 2 (พอใช้) และระดับ 4 (ดีมาก) มีจำนวน 4 คนเท่ากัน คิดเป็นร้อยละ 21.05 และระดับ 3 (ดี) มีจำนวน 3 คน คิดเป็นร้อยละ 15.79 ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนบางส่วนสามารถระบุและวิเคราะห์การแสดงแทนความยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าในรูปคลี่ทรงกระบอกของเด็กชายแทนคุณได้อย่างถูกต้อง โดยนักเรียนสามารถใช้ความสัมพันธ์ของด้านที่ประกบกันในรูปคลี่

ทรงกระบอกและใช้ความรู้เรื่อง ความยาวรอบรูปของรูปวงกลมมาประกอบการอธิบายเหตุผลสนับสนุนการแสดงแทนของคนอื่นได้อย่างสมเหตุสมผล ดังภาพ 45

6. เด็กชายแทนคุณได้ออกแบบรูปคลี่ของทรงกระบอกดังรูป โดยเขาได้อธิบายเพิ่มเติมให้คุณครูฟังว่า

“การสร้างทรงกระบอกจากรูปคลี่ที่ออกแบบนั้น ผมต้องวาดวงกลมทั้งสองวงให้มีรัศมีเท่ากัน และต้องวาดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความยาวของด้านยาวเท่ากับ  $2 \times \pi \times$  ความยาวของรัศมีวงกลม จึงจะทำให้ประกอบรูปคลี่เป็นทรงกระบอกได้ถูกต้องและสวยงาม”

นักเรียนเห็นด้วยหรือไม่กับคำพูดของเด็กชายแทนคุณ เพราะเหตุใด (IM)

เห็นด้วย  ไม่เห็นด้วย

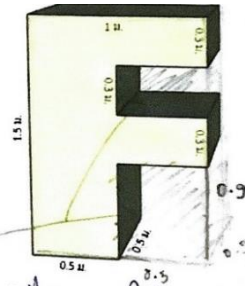
เพราะ.....  $2 \times \pi \times r$  เท่ากัน ความยาว สองวงกลม ..... ความยาวของด้านยาว สี่เหลี่ยมผืนผ้า .....  
 คู่ออกเท่ากัน ความยาวของรูปวงกลม มีค่าประกอบจะได้ ทรงแท่งยาว ที่ความยาว ของรูปวงกลม ประกอบ  
 กัน ความยาวของด้านยาวของ สี่เหลี่ยมผืนผ้าพอดี

ภาพ 45 ตัวอย่างการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดได้ถูกต้อง และสามารถอธิบายเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผลอยู่ระดับ 4 (ดีมาก) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 2

### วงจรปฏิบัติการที่ 3

เมื่อพิจารณาระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 3 พบว่า นักเรียนส่วนมากอยู่ในระดับ 1 (ปรับปรุง) จำนวน 11 คน คิดเป็นร้อยละ 57.89 รองลงมาคือ ระดับ 2 (พอใช้) และระดับ 3 (ดี) มีจำนวน 3 คนเท่ากัน คิดเป็นร้อยละ 15.79 และระดับ 4 (ดีมาก) มีจำนวน 2 คน คิดเป็นร้อยละ 10.53 จะเห็นได้ว่า นักเรียนระดับ 1 (ปรับปรุง) มีจำนวนเพิ่มขึ้นและนักเรียนระดับ 4 (ดีมาก) มีจำนวนลดลงจากวงจรปฏิบัติการที่ 2 ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนบางส่วนสามารถระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดของประโยคสัญลักษณ์ที่ต้นข้าวใช้หาปริมาตรตัวอักษร F ได้อย่างถูกต้อง โดยนักเรียนสามารถระบุได้ว่า  $(0.5 \times 0.3 \times 0.5)$  ในประโยคสัญลักษณ์ของต้นข้าวแทนปริมาตรของช่องสี่เหลี่ยมที่วางและเขียนแสดงไม่ถูกต้อง ซึ่งนักเรียนได้ใช้การวาดรูปและเขียนตัวเลขแสดงความยาวกำกับไว้ในภาพตัวอักษร F เพื่อใช้ประกอบการอธิบายเหตุผลค่านการแสดงแทนของคนอื่นได้อย่างสมเหตุสมผล ดังภาพ 46

7. ต้นข้าวได้เสนอประโยคสัญลักษณ์สำหรับการหาปริมาตรของตัวอักษร F ว่า  
 “เจ้าของร้านสามารถหาปริมาตรของตัวอักษร F ได้จากประโยคสัญลักษณ์  
 $(1 \times 1.5 \times 0.5) - (0.5 \times 0.3 \times 0.5) - (0.5 \times 0.3 \times 0.5) = \square$ ”  
 นักเรียนเห็นด้วยหรือไม่กับประโยคสัญลักษณ์ที่ต้นข้าวได้นำเสนอ เพราะเหตุใด  
 ถ้าไม่เห็นด้วยให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์ที่ถูกต้อง (IM)



เห็นด้วย  ไม่เห็นด้วย  
 เพราะ  $(0.5 \times 0.9 \times 0.5)$  อันที่ ๑ ของสี่เหลี่ยมที่วางไม่เท่ากันจึงไม่คิดผลลบใช้  $(0.5 \times 0.3 \times 0.5)$  ที่ซ้ำไป

ประโยคสัญลักษณ์ที่ถูกต้อง...  $(1 \times 1.5 \times 0.5) - (0.5 \times 0.9 \times 0.5) - (0.5 \times 0.5 \times 0.9) = \square$

ภาพ 46 ตัวอย่างการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดได้ถูกต้อง และสามารถอธิบายเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผลอยู่ระดับ 4 (ดีมาก) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 3

วงจรปฏิบัติการที่ 4

เมื่อพิจารณาระดับสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 4 พบว่า นักเรียนส่วนมากอยู่ในระดับ 1 (ปรับปรุง) มีจำนวน 7 คน คิดเป็นร้อยละ 36.84 รองลงมาคือ ระดับ 2 (พอใช้) ระดับ 4 (ดีมาก) และระดับ 3 (ดี) คิดเป็นร้อยละ 31.58 21.05 และ 10.53 ตามลำดับ ซึ่งจะเห็นได้ว่า นักเรียนระดับ 4 (ดีมาก) มีจำนวนเพิ่มขึ้นและนักเรียนระดับ 1 (ปรับปรุง) มีจำนวนลดลงจากวงจรปฏิบัติการที่ 3 ผู้วิจัยพบว่า การทำแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้อที่ 1 นักเรียนสามารถวิเคราะห์ประโยคสัญลักษณ์ที่ส้มโอใช้แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่ให้เหตุผลสนับสนุนได้สมเหตุสมผลบางส่วน โดยนักเรียนใช้ความรู้เรื่อง การหาปริมาตรของปริซึมแปดเหลี่ยมมาประกอบการอธิบาย แต่ยังไม่มีความชัดเจน ดังภาพ 47

1.8 ส้มโอเป็นพนักงานคนหนึ่งของบริษัทแห่งนี้และได้รับมอบหมายให้หาปริมาตรของน้ำผลไม้ในบรรจุภัณฑ์นี้ โดยส้มโอได้เสนอวิธีการหาคำตอบว่า

“ปริมาตรของน้ำผลไม้ในกล่องนี้หาได้จากการนำพื้นที่หน้าตัดของกล่องคูณกับความสูงของกล่อง นั่นคือหาปริมาตรได้จากประโยคสัญลักษณ์  $[(8 \times 10) - (2 \times 4)] \times 30 = \square$ ”

นักเรียนเห็นด้วยหรือไม่กับประโยคสัญลักษณ์ที่ส้มโอได้นำเสนอ พร้อมให้เหตุผลประกอบ ถ้าไม่เห็นด้วยให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์ที่ถูกต้อง (IM)

ตอบ... เห็นด้วย  
 เพราะ... จากภาพ (พหุคูณ X สูง) ก็จะได้ปริมาตรของน้ำผลไม้ ออกมา

ภาพ 47 ตัวอย่างการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดได้ถูกต้อง แต่สามารถอธิบายเหตุผลได้สมเหตุสมผลบางส่วนอยู่ระดับ 3 (ดี) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลข้อที่ 1 หลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 4

การทำแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้อที่ 2 ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนบางส่วนสามารถระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดของประโยคสัญลักษณ์ที่สัมพันธ์ใช้ประมาณปริมาตรบล็อกขึ้นที่เหลือได้อย่างถูกต้อง โดยนักเรียนสามารถระบุได้ว่าประโยคสัญลักษณ์ที่สัมพันธ์ใช้แก้ปัญหาจะทำให้มีปริมาตรของตัวเชื่อมเกินมาจำนวน 1 ชิ้น ซึ่งนักเรียนมีการใช้ข้อมูลเกี่ยวกับลักษณะของบล็อกจิกซอร์จากสถานการณ์ปัญหาประกอบการอธิบายเหตุผลคำนวณประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล ดังภาพ 48

### 2.7 สัมผัสได้เสนอวิธีการหาค่าประมาณปริมาตรของบล็อกขึ้นที่เหลือว่า

“ปริมาตรของบล็อกขึ้นที่เหลือคำนวณได้จากปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่กว้าง 50 เซนติเมตร ยาว 50 เซนติเมตรและสูง 15 เซนติเมตร นั่นคือหาปริมาตรของบล็อกที่เหลือได้จากประโยคสัญลักษณ์  $50 \times 50 \times 15 = \square$  ”

วิธีการที่สัมพันธ์ใช้ในการหาค่าประมาณปริมาตรของบล็อกขึ้นที่เหลือสมเหตุสมผลหรือไม่ และมีข้อจำกัดหรือความคลาดเคลื่อนหรือไม่อย่างไร ให้อธิบาย (IM)

ตอบ.....<sup>ใช่</sup> เห็นด้วย

เพราะ.....<sup>สังเกตข้อที่ ๒ ที่ตั้งให้ผิดก็เกิดออกมา 1 ชิ้น (ที่ตัดจุดตัดสัก ๒๖ ไม่ตัดแล้ว) จึงได้ ๑๑๗๖ แล้วหาปริมาตรของบล็อกที่เหลือได้มาตรงกับที่ได้ให้มาให้ก็เกิด ออกมา 1 ชิ้น</sup>

ภาพ 48 ตัวอย่างการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดได้ถูกต้อง และสามารถอธิบายเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผลอยู่ระดับ 4 (ดีมาก) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลข้อที่ 2 หลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 4

นอกจากนี้ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนบางส่วนสามารถระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดของประโยคสัญลักษณ์ที่สัมพันธ์ใช้ประมาณปริมาตรบล็อกขึ้นที่เหลือได้อย่างถูกต้อง โดยนักเรียนสามารถระบุได้ว่าสัมพันธ์ไม่ได้หาปริมาตรของตัวเชื่อม แต่นักเรียนไม่สามารถให้เหตุผลคำนวณประโยคสัญลักษณ์ของสัมพันธ์ได้อย่างสมเหตุสมผล ดังภาพ 49

### 2.7 สัมผัสได้เสนอวิธีการหาค่าประมาณปริมาตรของบล็อกขึ้นที่เหลือว่า

“ปริมาตรของบล็อกขึ้นที่เหลือคำนวณได้จากปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่กว้าง 50 เซนติเมตร ยาว 50 เซนติเมตรและสูง 15 เซนติเมตร นั่นคือหาปริมาตรของบล็อกที่เหลือได้จากประโยคสัญลักษณ์  $50 \times 50 \times 15 = \square$  ”

วิธีการที่สัมพันธ์ใช้ในการหาค่าประมาณปริมาตรของบล็อกขึ้นที่เหลือสมเหตุสมผลหรือไม่ และมีข้อจำกัดหรือความคลาดเคลื่อนหรือไม่อย่างไร ให้อธิบาย (IM)

ตอบ.....<sup>ใช่ เห็นด้วย</sup>

เพราะ.....<sup>ไม่ ได้หาปริมาตรของบล็อกที่เหลือแล้วหาปริมาตรของบล็อกที่เหลือได้มาตรงกับที่ได้ให้มาให้ก็เกิด ออกมา 1 ชิ้น</sup>

ภาพ 49 ตัวอย่างการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผลอยู่ระดับ 2 (พอใช้) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลข้อที่ 2 หลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 4

การทำแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้อที่ 3 พบว่า นักเรียนบางส่วนสามารถระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดของวิธีการประมาณปริมาตรของน้ำที่ใช้เติมลงในสระว่ายน้ำจันทันเต็มของสัมฉุนได้อย่างถูกต้อง โดยนักเรียนสามารถระบุได้ว่า วิธีการประมาณปริมาตรน้ำของสัมฉุนจะทำให้ทางเดินบางส่วนไม่ถูกคำนวณและส่งผลทำให้เกิดความคลาดเคลื่อน ซึ่งนักเรียนได้ใช้ข้อมูลลักษณะทางเดินจากสถานการณ์ปัญหาวาดรูปหรือเขียนอธิบายเพื่อให้เหตุผลค้ำวิธีการของสัมฉุนได้อย่างสมเหตุสมผล ดังภาพ 50


3.7.2 วิธีการที่สัมฉุนใช้ในการประมาณปริมาตรของน้ำที่ใช้เติมลงในสระว่ายน้ำจันทันเต็ม โดยใช้วิธีการหักความยาวสระว่ายน้ำออก 1 เมตรสมเหตุสมผลหรือไม่ และมีข้อจำกัดหรือความคลาดเคลื่อนหรือไม่อย่างไร ให้อธิบาย (IM)

ตอบ ..... ไม่ ค่ะ มีความคลาดเคลื่อนอยู่  
 เพราะ ..... ภาวต้นน้ำได้ทรงพื้นที่วงกลมด้วยและถ้าประมาณค่าของพื้นที่นั้นจะทำให้ไม่เต็มสระและถ้าใช้แนวคิดที่แบบนี้จะหาในข้ออื่นนี้จะไม่ถูกคำนวณทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนได้

3.7.2 วิธีการที่สัมฉุนใช้ในการประมาณปริมาตรของน้ำที่ใช้เติมลงในสระว่ายน้ำจันทันเต็ม โดยใช้วิธีการหักความยาวสระว่ายน้ำออก 1 เมตรสมเหตุสมผลหรือไม่ และมีข้อจำกัดหรือความคลาดเคลื่อนหรือไม่อย่างไร ให้อธิบาย (IM)

ตอบ ..... ไม่ถูก ต้อง

เพราะ .....  $1 \times 8 \times 1.6 = 12.8 \text{ m}^3$   
 .....  $14 \times 4 \text{ m}^3$



ภาพ 50 ตัวอย่างการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดได้ถูกต้อง และสามารถอธิบายเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผลอยู่ระดับ 4 (ดีมาก) ในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลข้อที่ 3 หลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 4

ตาราง 15 แสดงผลการวิเคราะห์สมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลรายบุคคล

องค์ประกอบ สมรรถนะ การให้ เหตุผล	ร้อยละของจำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับ															
	วงจรรูปปฏิบัติการที่ 1				วงจรรูปปฏิบัติการที่ 2				วงจรรูปปฏิบัติการที่ 3				วงจรรูปปฏิบัติการที่ 4			
	ระดับ 4	ระดับ 3	ระดับ 2	ระดับ 1	ระดับ 4	ระดับ 3	ระดับ 2	ระดับ 1	ระดับ 4	ระดับ 3	ระดับ 2	ระดับ 1	ระดับ 4	ระดับ 3	ระดับ 2	ระดับ 1
<b>1. สมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการคิด/แปลงปัญหา</b>																
1.1 ความรู้ และเงื่อนไข	(1) 5.26	(5) 26.32	(7) 36.84	(6) 31.58	(1) 5.26	(5) 26.32	(8) 42.10	(5) 26.32	(5) 26.32	(5) 26.32	(8) 42.10	(1) 5.26	(5) 26.32	(5) 26.32	(6) 31.58	(1) 5.26
1.2 การ แสดงแทน	-	-	-	-	-	-	-	-	(5) 26.32	(4) 21.05	(3) 15.79	(7) 36.84	(3) 15.79	(6) 31.58	(3) 15.79	(3) 15.79
<b>2. สมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการใช้คณิตศาสตร์</b>																
2.1 กระบวน การและขั้น ตอน	(0) 0.00	(5) 26.32	(3) 15.79	(11) 57.89	(2) 10.53	(1) 5.26	(5) 26.32	(5) 26.32	(2) 10.53	(3) 15.79	(9) 47.36	(5) 26.32	(2) 10.53	(5) 26.32	(7) 36.84	(3) 15.79
<b>3. สมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสรุปและตีความ</b>																
3.1 ข้อสรุป	(3) 15.79	(2) 10.53	(7) 36.84	(7) 36.84	(4) 21.05	(7) 36.84	(6) 31.58	(2) 10.53	(2) 10.53	(4) 21.05	(8) 42.10	(5) 26.32	(2) 10.53	(1) 5.26	(9) 47.36	(2) 10.53
3.2 การระบุ และวิเคราะห์ ข้อจำกัด	-	-	-	-	(4) 21.05	(3) 15.79	(4) 21.05	(8) 42.10	(2) 10.53	(3) 15.79	(3) 15.79	(11) 57.89	(2) 10.53	(2) 10.53	(6) 31.58	(7) 36.84



จากตาราง 15 จะเห็นได้ว่า โดยภาพรวมนักเรียนมีพัฒนาการของสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดีขึ้นในแต่ละวงจรปฏิบัติการ และเมื่อพิจารณาในแต่ละองค์ประกอบพบว่าสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการคิด/แปลงปัญหานักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้น ซึ่งทั้งประเด็นความรู้และเงื่อนไขและประเด็นการแสดงแทนนักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นสอดคล้องควบคู่กันไป สมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการใช้คณิตศาสตร์นักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นแต่พัฒนาการค่อนข้างน้อย และสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสรุปและตีความนักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้น โดยประเด็นข้อสรุปนักเรียนมีพัฒนาการดีขึ้น และประเด็นการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดนักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นแต่นักเรียนส่วนใหญ่ยังอยู่ในระดับ 1 (ปรับปรุง)

เมื่อพิจารณาสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการคิด/แปลงปัญหา พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นสอดคล้องควบคู่กันไป โดยสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับความรู้และเงื่อนไขในวงจรปฏิบัติการที่ 1 และ 2 นักเรียนส่วนมากอยู่ในระดับ 1 (ปรับปรุง) และระดับ 2 (พอใช้) ใกล้เคียงกัน และมีพัฒนาการเพิ่มขึ้นในวงจรปฏิบัติการที่ 3 และ 4 นักเรียนส่วนมากอยู่ในระดับ 2 (พอใช้) ระดับ 3 (ดี) และระดับ 4 (ดีมาก) ใกล้เคียงกัน ซึ่งเป็นพัฒนาการที่ดีขึ้น และสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการแสดงแทนในวงจรปฏิบัติการที่ 3 นักเรียนส่วนมากอยู่ในระดับ 1 (ปรับปรุง) และมีพัฒนาการเพิ่มขึ้นในวงจรปฏิบัติการที่ 4 นักเรียนส่วนมากอยู่ในระดับ 2 (พอใช้) และระดับ 4 (ดีมาก) ใกล้เคียงกัน ซึ่งเป็นพัฒนาการที่ดีขึ้นเช่นเดียวกัน

เมื่อพิจารณาสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการใช้คณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการของสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับกระบวนการและขั้นตอนดีขึ้น โดยในวงจรปฏิบัติการที่ 1 และ 2 นักเรียนส่วนมากอยู่ในระดับ 1 (ปรับปรุง) และมีพัฒนาการเพิ่มขึ้นในวงจรปฏิบัติการที่ 3 และ 4 นักเรียนส่วนมากอยู่ในระดับ 2 (พอใช้) ซึ่งเป็นพัฒนาการที่ดีขึ้น

เมื่อพิจารณาสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสรุปและตีความ พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้น โดยสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับข้อสรุปในวงจรปฏิบัติการที่ 1 นักเรียนส่วนมากอยู่ในระดับ 1 (ปรับปรุง) และระดับ 2 (พอใช้) เท่ากัน โดยมีพัฒนาการเพิ่มขึ้นในวงจรปฏิบัติการที่ 2 นักเรียนส่วนมากอยู่ในระดับ 2 (พอใช้) และระดับ 3 (ดี) ใกล้เคียงกัน แต่มีพัฒนาการลดลงในวงจรปฏิบัติการที่ 3 นักเรียนระดับ 3 (ดี) และระดับ 4 (ดีมาก) มีจำนวนลดลง แต่นักเรียนระดับ 1 (ปรับปรุง) และระดับ 2 (พอใช้) มีจำนวนเพิ่มขึ้น และมีพัฒนาการเพิ่มมากขึ้นในวงจรปฏิบัติการที่ 4 นักเรียนส่วนมากอยู่ในระดับ 2 (พอใช้) และระดับ 4 (ดีมาก) ใกล้เคียงกัน ซึ่งเป็นพัฒนาการที่ดีขึ้น และสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดในวงจรปฏิบัติการที่ 2 และ 3 นักเรียนส่วนมากอยู่ในระดับ 1 (ปรับปรุง) และมีพัฒนาการเพิ่มขึ้นในวงจรปฏิบัติการที่ 4 นักเรียนส่วนมากอยู่ในระดับ 1 (ปรับปรุง) และระดับ 2 (พอใช้) ใกล้เคียงกัน ซึ่งเป็นพัฒนาการที่ดีขึ้นแต่นักเรียนส่วนมากยังอยู่ระดับ 1 (ปรับปรุง)

## บทที่ 5

### บทสรุป

การวิจัยครั้งนี้ศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปรายที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และศึกษาผลการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปรายที่มีต่อสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการวิจัยตามลักษณะของวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน หลังจากดำเนินการวิจัยผู้วิจัยสามารถสรุปและอภิปรายผลการวิจัยและข้อเสนอแนะได้ ดังนี้

#### สรุปผลการวิจัย

1. แนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปรายที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ผู้วิจัยได้นำการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปรายที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ตามสภาพจริงจำนวน 4 วงจรปฏิบัติการ ซึ่งสามารถสรุปแนวทางการจัดการเรียนรู้ได้ 5 แนวทาง ดังนี้

1. แนวทางการเตรียมความพร้อมก่อนและระหว่างการจัดการเรียนรู้

1.1 ครูควรออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้เหตุผลตัดสินใจตลอดกระบวนการทำงานและควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติร่วมกันภายในกลุ่ม โดยงานที่ครูออกแบบควรมีแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย มีความท้าทายสำหรับนักเรียนและไม่ควรยากหรือง่ายจนเกินไป อีกทั้งควรเป็นสถานการณ์ที่นักเรียนคุ้นเคยและสามารถใช้ประสบการณ์เดิมมาช่วยในการอธิบายเหตุผลได้ โดยครูอาจมีสื่อตัวอย่างของจริงเพื่อให้นักเรียนได้ร่วมกันสำรวจ สังเกต และใช้ประกอบการอธิบายเหตุผล

1.2 ครูควรกำหนดประเด็นการอภิปรายไว้อย่างชัดเจน เพื่อให้การอภิปรายในชั้นเรียนช่วยให้นักเรียนได้ทบทวนและตรวจสอบความคิดของตนเองในการทำงานขั้นการปรับตัว ขั้นการจัดระเบียบและขั้นการดำเนินการของกลวิธีเชิงอภิปราย รวมทั้งกำหนดประเด็นการอภิปรายเพื่อให้การ

อภิปรายในชั้นเรียนนำไปสู่จุดประสงค์ของบทเรียน ซึ่งครูกำหนดประเด็นการอภิปรายโดยใช้ข้อมูลที่ได้จากการอ่านแนวคิดในใบกิจกรรมกลุ่มและข้อมูลจากการใช้คำถามกับนักเรียนขณะทำงานกลุ่ม

1.3 ครูควรคัดเลือกงานของนักเรียนที่นำไปสู่การอภิปรายในจุดประสงค์ของบทเรียน และอภิปรายสะท้อนผลการทำงานของกลุ่มที่นำเสนอ โดยครูควรคัดเลือกงานที่เป็นแนวคิดหรือวิธีการที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาดในแต่ละประเด็นการอภิปราย เพื่อให้นักเรียนได้แสดงผลสนับสนุนหรือค้านแนวคิดและวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มที่นำเสนอ โดยครูไม่จำเป็นต้องคัดเลือกให้นักเรียนเพียงหนึ่งกลุ่มนำเสนอทุกประเด็นและไม่จำเป็นต้องนำเสนอทุกกลุ่ม

1.4 ครูควรจัดลำดับการนำเสนอที่ละประเด็นตามที่กำหนดไว้ โดยครูควรเรียงประเด็นการอภิปรายตามกระบวนการแก้ปัญหา คือ การคิด/แปลงปัญหา การใช้คณิตศาสตร์ และการสรุปและตีความ ตามลำดับ ซึ่งในแต่ละประเด็นการอภิปรายครูควรเรียงลำดับการนำเสนอจากกลุ่มที่มีแนวคิดหรือวิธีการที่มีข้อผิดพลาดไปสู่กลุ่มที่มีแนวคิดหรือวิธีการที่ถูกต้องสมบูรณ์ เพื่อให้นักเรียนเกิดการตระหนักรู้และตรวจสอบความเข้าใจของตนเองในระหว่างการอภิปราย และสามารถเชื่อมโยงแนวคิดหรือวิธีการที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนไปสู่แนวคิดหรือวิธีการที่ถูกต้อง

## 2. แนวทางส่งเสริมการใช้กลวิธีเชิงอภิปัญญาในการแก้ปัญหาของนักเรียน

2.1 ครูควรมีการวางแผนการใช้คำถามเพื่อนำนักเรียนไปสู่การใช้กลวิธีเชิงอภิปัญญาในการแก้ปัญหา โดยครูเตรียมคำถามที่ช่วยสร้างความเข้าใจ ช่วยส่งเสริมและพัฒนาแนวคิดของนักเรียนในการทำงานแต่ละขั้นตอนตามกลวิธีเชิงอภิปัญญา ซึ่งครูควรวางแผนการใช้คำถามจากเป้าหมายที่ต้องการให้นักเรียนทำสำเร็จในขั้นการปรับตัว ขั้นการจัดระเบียบและขั้นการดำเนินการของกลวิธีเชิงอภิปัญญา

2.2 ครูควรให้นักเรียนได้เขียนสะท้อนผลการทำงานของตนเอง เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้เหตุผลในการประเมินความเหมาะสมหรือความถูกต้องของแนวคิดและวิธีการที่ตนเองใช้แก้ปัญหา รวมทั้งครูควรให้นักเรียนได้เขียนแนวคิดหรือวิธีการที่ใช้แก้ปัญหาใหม่อีกครั้ง ซึ่งเป็นแนวคิดหรือวิธีการที่ถูกพัฒนาหรือปรับแก้จากเดิมให้มีความถูกต้องสมบูรณ์ เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สะท้อนการเขียนแนวคิดหรือวิธีการที่ตนเองคิดว่าถูกต้องและเหมาะสมที่สุดในการแก้สถานการณ์ปัญหาของชั้นเรียน

## 3. แนวทางการใช้คำถามระหว่างการจัดการเรียนรู้

3.1 ครูควรใช้คำถามปลายเปิดก่อนการทำงานกลุ่มของนักเรียน โดยครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ตอบคำถามอย่างอิสระไม่ชี้นำคำตอบของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้พูดแลกเปลี่ยนความเข้าใจของตนเองและร่วมกันทำความเข้าใจปัญหาร่วมกันทั้งชั้นเรียน รวมทั้งช่วยป้องกันความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และหลังการตอบคำถาม ร่วมกันทั้งชั้น

เรียนครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละกลุ่มได้ร่วมกันอภิปรายและเขียนสรุปความเข้าใจเกี่ยวกับงานทางคณิตศาสตร์ของกลุ่ม

3.2 ครูควรใช้คำถามที่ส่งเสริมและพัฒนาแนวคิดของนักเรียนขณะที่ทำงานกลุ่ม เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้เหตุผลตัดสินใจในแต่ละขั้นตอนของการทำงานและกระตุ้นให้นักเรียนเขียนแสดงเหตุผลที่ได้มาจากการอภิปรายภายในกลุ่ม อีกทั้งเมื่อนักเรียนมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับปัญหาหรือไม่สามารถทำงานได้ครูควรใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันทบทวนความเข้าใจเกี่ยวกับงานทางคณิตศาสตร์หรือทบทวนแนวคิดและวิธีการที่กลุ่มของนักเรียนใช้แก้ปัญหา เพื่อช่วยให้นักเรียนตรวจสอบการทำงานของตนเองและสามารถทำงานได้สำเร็จตามแผนที่วางไว้ นอกจากนี้ครูควรใช้คำถามขณะที่นักเรียนทำงานกลุ่มเพื่อทำความเข้าใจเพิ่มเติมเกี่ยวกับแนวคิดของนักเรียนและใช้เป็นข้อมูลสำหรับการกำหนดประเด็นอภิปราย

3.3 ครูควรใช้คำถามที่ส่งเสริมให้นักเรียนสะท้อนแนวคิดและเหตุผลขณะที่นำเสนอหน้าชั้นเรียน เพื่อช่วยให้นักเรียนกลุ่มที่นำเสนอสามารถพูดอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ใช้แก้ปัญหาและอธิบายเหตุผลสนับสนุนการทำงานของตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจได้

3.4 ครูควรใช้คำถามหลังการนำเสนอของแต่ละกลุ่ม โดยใช้คำถามที่ส่งเสริมให้นักเรียนพินิจแนวคิด วิธีการและคำตอบของกลุ่มที่นำเสนอ เพื่อช่วยให้นักเรียนทั้งชั้นเรียนได้มีส่วนร่วมในการแสดงเหตุผลสนับสนุนหรือคัดค้านแนวคิดและวิธีการของกลุ่มที่นำเสนอ

#### 4. แนวทางกระตุ้นการมีส่วนร่วมของนักเรียน

4.1 ครูควรให้เวลานักเรียนแต่ละกลุ่มมากพอในการทำงานขั้นการปรับตัวและขั้นการจัดระเบียบของกลวิธีเชิงอภิปราย โดยนักเรียนแต่ละกลุ่มควรมีเวลามากพอในการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาาร่วมกัน อภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดการแก้ปัญหาและร่วมกันวางแผนการทำงานของกลุ่ม ซึ่งหลังการวางแผนการทำงานครูควรตรวจสอบความเข้าใจของสมาชิกทุกคนในกลุ่มเพื่อให้มั่นใจว่านักเรียนทุกคนเข้าใจขั้นตอนการทำงานของกลุ่มและจะสามารถทำงานตามหน้าที่ที่ได้รับมอบหมายให้เป็นไปตามขั้นตอนที่ได้วางแผนไว้

4.2 ครูควรอธิบายงานทั้งหมดที่นักเรียนแต่ละกลุ่มต้องทำหรือออกแบบกิจกรรมให้นักเรียนทุกคนมีหน้าที่ในการศึกษาหรือทำงานกลุ่ม เพื่อให้แต่ละกลุ่มเกิดการกระจายงานภายในกลุ่มและแบ่งหน้าที่กันในการทำงานได้อย่างเหมาะสม ซึ่งช่วยทำให้นักเรียนทุกคนมีบทบาทในการทำงานกลุ่มและนักเรียนแต่ละกลุ่มสามารถทำงานสำเร็จตามเวลาที่กำหนด

4.3 ครูควรให้เวลานักเรียนแต่ละกลุ่มมากพอในการพูดแสดงความคิดเห็นกันภายในกลุ่มก่อนเริ่มการอภิปรายทั้งชั้นเรียน เพื่อให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการพินิจคำตอบและแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับงานของกลุ่มที่นำเสนอ จากนั้นนักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสรุปเป็นข้อคิดเห็นของ

กลุ่ม โดยครูเลือกตัวแทนนักเรียนแต่ละกลุ่มพูดข้อคิดเห็นเกี่ยวกับงานของกลุ่มที่นำเสนอเพื่อนำข้อคิดเห็นของนักเรียนแต่ละกลุ่มไปสู่การอภิปรายทั้งชั้นเรียน

4.4 ครูควรให้เวลานักเรียนแต่ละกลุ่มมากพอในการทำงานขั้นการตรวจสอบของกลวิธีเชิงอภิปราย โดยนักเรียนแต่ละกลุ่มควรมีเวลามากพอในการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นหลังการอภิปรายในชั้นเรียนเพื่อให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมกันในการสะท้อนผลการทำงานของกลุ่มและร่วมกันปรับแก้แนวคิดหรือวิธีการทำงานของกลุ่มให้ถูกต้องสมบูรณ์

#### 5. แนวทางการเชื่อมโยงและพัฒนาแนวคิดของนักเรียน

5.1 ครูควรแนะนำให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันเขียนอธิบาย เขียนสัญลักษณ์หรือแผนภาพในการทำงานขั้นการปรับตัวและขั้นการจัดระเบียบของกลวิธีเชิงอภิปราย เพื่อให้นักเรียนได้จัดเรียงความคิดและอธิบายขั้นตอนการทำงานของกลุ่ม อีกทั้งครูควรออกแบบข้อคำถามให้นักเรียนได้เขียนแสดงแทนโดยใช้ประโยคสัญลักษณ์ลงในใบกิจกรรมเพื่อสรุปแนวทางการแก้ปัญหา

5.2 ครูควรนำเสนอผลงานการเขียนประโยคสัญลักษณ์หรือการเขียนคำตอบของกลุ่มที่จะนำเสนอก่อนการพูดนำเสนอหน้าชั้นเรียน เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนทุกคนได้อ่านทำความเข้าใจร่วมกันแสดงความคิดเห็นและคาดเดาแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนกลุ่มที่จะนำเสนอ

5.3 ครูควรให้เวลานักเรียนแต่ละกลุ่มมากพอในการพูดแสดงความคิดเห็นกันภายในกลุ่มก่อนการอภิปรายทั้งชั้นเรียน เพื่อให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันระบุข้อผิดพลาดเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาของกลุ่มที่นำเสนอ พร้อมทั้งให้นักเรียนร่วมกันเสนอแนวทางการปรับแก้แนวคิดหรือวิธีการที่ผิดพลาดให้ถูกต้องสมบูรณ์

## 2. ผลการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปรายที่มีต่อสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

สมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 3 กลุ่มตามกระบวนแก้ปัญหา PISA (2022) ได้แก่ 1) สมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการคิด/แปลงปัญหา ประเด็นที่ศึกษาได้แก่ ความรู้และเงื่อนไข การแสดงแทน 2) สมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการใช้คณิตศาสตร์ ประเด็นที่ศึกษาได้แก่ กระบวนการและขั้นตอน 3) สมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสรุปและตีความ ประเด็นที่ศึกษาได้แก่ ข้อสรุป การระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัด ซึ่งสามารถสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

โดยภาพรวมพบว่า นักเรียนมีพัฒนาการของสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดีขึ้นในแต่ละวงจรปฏิบัติการ และเมื่อพิจารณาในแต่ละองค์ประกอบพบว่า สมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการคิด/แปลงปัญหานักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้น ซึ่งทั้งประเด็นความรู้และเงื่อนไขและประเด็นการแสดงแทนนักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นสอดคล้องควบคู่กันไป สมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการใช้คณิตศาสตร์นักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นแต่มีการพัฒนาค่อนข้างน้อย และสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสรุปและตีความนักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้น โดยประเด็นข้อสรุปนักเรียนมี

พัฒนาที่ดีขึ้น และประเด็นการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดนักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นแต่นักเรียนส่วนมากยังอยู่ในระดับ 1 (ปรับปรุง)

เมื่อพิจารณาสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการคิด/แปลงปัญหา พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการของสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับความรู้และเงื่อนไขและสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการแสดงแทนที่ดีขึ้นสอดคล้องควบคู่กันไป โดยสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับความรู้และเงื่อนไขนักเรียนมีพัฒนาการดีขึ้นค่อนข้างมาก โดยหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 4 นักเรียนส่วนมากอยู่ในระดับ 2 (พอใช้) ระดับ 3 (ดี) และระดับ 4 (ดีมาก) ใกล้เคียงกัน และสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการแสดงแทนนักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้น โดยหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 4 นักเรียนส่วนมากอยู่ในระดับ 2 (พอใช้) และระดับ 4 (ดีมาก) ใกล้เคียงกัน

เมื่อพิจารณาสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการใช้คณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการของสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับกระบวนการและขั้นตอนที่ดีขึ้นแต่พัฒนาการค่อนข้างน้อย โดยหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 4 นักเรียนส่วนมากอยู่ในระดับ 2 (พอใช้)

เมื่อพิจารณาสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสรุปและตีความ พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการของสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับข้อสรุปและสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดที่ดีขึ้น โดยสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับข้อสรุปนักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้น โดยหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 4 นักเรียนส่วนมากอยู่ในระดับ 2 (พอใช้) และระดับ 4 (ดีมาก) ใกล้เคียงกัน และสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดนักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นแต่พัฒนาการค่อนข้างน้อย โดยหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 4 นักเรียนส่วนมากอยู่ในระดับ 1 (ปรับปรุง) และระดับ 2 (พอใช้) ใกล้เคียงกัน

## อภิปรายผลการวิจัย

1. แนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้นครูต้องออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้เหตุผลตัดสินใจตลอดกระบวนการทำงานและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เขียนอธิบายเหตุผลสนับสนุนการทำงานของตนเอง สอดคล้องกับ Martin et al. (2005) ที่กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนแสดงแนวคิดผ่านงานทางคณิตศาสตร์ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการให้เหตุผลพิสูจน์สถานการณ์ปัญหานั้น ช่วยพัฒนาให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลอย่างเป็นทางการและสมเหตุสมผล อีกทั้งครูควรออกแบบงานที่มีความท้าทายสำหรับนักเรียนและควรเป็น

สถานการณ์ที่นักเรียนคุ้นเคย เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความรู้หรือประสบการณ์เดิมมาใช้ลงมือปฏิบัติทำงานร่วมกันและสามารถอธิบายเหตุผลประกอบการทำงานได้อย่างเหมาะสม สอดคล้องกับ รหัส ทบป (2562) ที่กล่าวว่า การใช้สถานการณ์ที่มีความเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน ทำให้นักเรียนมีโอกาสได้แสดงความคิดเห็นต่อสถานการณ์ดังกล่าวและเห็นว่าสถานการณ์ที่มีความใกล้เคียงตัวส่งผลให้นักเรียนสามารถอธิบายและแก้สถานการณ์ดังกล่าวโดยใช้ความรู้ที่ได้เรียนมาและสามารถลงมือปฏิบัติกิจกรรมได้ด้วยตนเอง นอกจากนี้ครูจำเป็นต้องนำผลงานหรือใบกิจกรรมของนักเรียนมาวิเคราะห์แนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาเพื่อกำหนดประเด็นการอภิปรายที่นำไปสู่จุดประสงค์ของบทเรียนและคัดเลือกงานในแต่ละประเด็นทั้งที่เป็นแนวคิดหรือวิธีการที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาดเพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงเหตุผลสนับสนุนหรือค้านแนวคิดและวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา สอดคล้องกับ Smith and Stein (2011) ที่กล่าวว่า การเลือกแนวคิดของนักเรียนมีความสำคัญที่ช่วยให้ครูสามารถอภิปรายในชั้นเรียนอย่างมีเป้าหมาย ซึ่งครูต้องตัดสินใจว่า อะไรคือแนวคิดที่สำคัญที่จะเลือกออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียนและนำไปอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน อีกทั้งระหว่างการอภิปรายในชั้นเรียนครูต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมกันเสนอแนวทางการปรับแก้แนวคิดหรือวิธีการที่มีข้อผิดพลาดให้ถูกต้องสมบูรณ์ สอดคล้องกับ Nabb et al. (2018) ได้กล่าวว่า การจัดกิจกรรมเรียนรู้ที่เกิดข้อผิดพลาดในชั้นเรียน ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้จากข้อผิดพลาดนั้นและพัฒนาความสามารถในการเรียนรู้ให้ดีขึ้นได้

การวางแผนการใช้คำถามของครูจะช่วยนำนักเรียนไปสู่การใช้กลวิธีเชิงอภิปรายในการแก้ปัญหา โดยครูควรวางแผนการใช้คำถามจากเป้าหมายที่ต้องการให้นักเรียนทำสำเร็จในแต่ละขั้นตอนของกลวิธีเชิงอภิปราย ซึ่งการใช้คำถามของครูควรเกิดขึ้นตลอดการทำงานของนักเรียนเพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถทำความเข้าใจปัญหา วางแผนการทำงานและดำเนินงานได้สำเร็จตามแผนที่วางไว้ สอดคล้องกับ Smith et al. (2009) ได้กล่าวว่า การใช้คำถามในระหว่างที่นักเรียนลงมือปฏิบัติงานช่วยเปิดโอกาสให้นักเรียนสามารถทบทวนและแก้ไขกระบวนการคิดของตน ก่อนเริ่มการอภิปรายร่วมกันกับเพื่อนในกลุ่มได้ อีกทั้งระหว่างการอภิปรายในชั้นเรียนครูควรใช้คำถามที่ช่วยกระตุ้นให้นักเรียนได้ทบทวนและตรวจสอบความเข้าใจของตนเอง รวมทั้งได้พินิจและสะท้อนความคิดเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนกลุ่มที่นำเสนอเพื่อให้นักเรียนได้แสดงเหตุผลสนับสนุนหรือโต้แย้งการทำงานของตนเองและผู้อื่น สอดคล้องกับ อัมพร ม้าคอง (2554) ที่กล่าวว่า แนวปฏิบัติในการพัฒนาสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ครูควรให้นักเรียนได้ปฏิบัติด้วยตนเองและพยายามใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงเหตุผลได้อย่างต่อเนื่อง โดยครูควรให้ความสำคัญกับทุกเหตุผล ให้นักเรียนได้อธิบาย ชี้แจงเหตุผลเพื่อสะท้อนความคิดของตนเอง นอกจากนี้หลังการอภิปรายในชั้นเรียนครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สะท้อนผลการทำงานของตนเอง เพื่อให้นักเรียนได้ใช้เหตุผลในการประเมินความเหมาะสมหรือความถูกต้องของแนวคิดและ

วิธีการที่ตนเองใช้แก้ปัญหา รวมทั้งครูควรให้นักเรียนได้เขียนแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาใหม่อีกครั้ง ซึ่งเป็นแนวคิดหรือวิธีการที่ถูกพัฒนาหรือปรับแก้จากเดิมให้มีความถูกต้องสมบูรณ์ สอดคล้องกับ พิชิต ฤทธิ์จรูญ (2559) ที่กล่าวว่า ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการประเมินตนเอง เพื่อนำไปพัฒนาและปรับปรุงพัฒนาการเรียนรู้ของตนเอง

## 2. ผลการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปรายที่มีต่อสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

นักเรียนมีพัฒนาการของสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยรวมดีขึ้นในแต่ละวงจรปฏิบัติการ และเมื่อพิจารณาในแต่ละองค์ประกอบพบว่า สมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการคิด/แปลงปัญหานักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้น ซึ่งเมื่อพิจารณาทั้ง 2 ประเด็นที่ศึกษาได้แก่ การระบุความรู้และเงื่อนไขและประเด็นการแสดงแทนนักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นสอดคล้องควบคู่กันไป สมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการใช้คณิตศาสตร์ประเด็นกระบวนการและขั้นตอนนักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้น แต่พัฒนาการค่อนข้างน้อย และสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสรุปและตีความนักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้น โดยประเด็นข้อสรุปนักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นและประเด็นการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดนักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นแต่นักเรียนส่วนมากยังอยู่ในระดับ 1 (ปรับปรุง)

เมื่อพิจารณาสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับความรู้และเงื่อนไขนักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นเห็นได้จากในวงจรปฏิบัติการที่ 1 และ 2 นักเรียนส่วนมากมีสมรรถนะอยู่ในระดับ 1 (ปรับปรุง) และระดับ 2 (พอใช้) ใกล้เคียงกัน และนักเรียนมีพัฒนาการเพิ่มขึ้นในวงจรปฏิบัติการที่ 3 และ 4 ซึ่งนักเรียนส่วนมากมีสมรรถนะอยู่ในระดับ 2 (พอใช้) ระดับ 3 (ดี) และระดับ 4 (ดีมาก) ใกล้เคียงกัน ซึ่งเป็นพัฒนาการที่ดีขึ้น เนื่องจากระหว่างการทำงานของนักเรียนผู้วิจัยได้ใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นและร่วมกันเขียนแสดงเหตุผลเกี่ยวกับการระบุความรู้ที่ใช้ ทำให้นักเรียนบางกลุ่มสามารถเขียนแสดงเหตุผลได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ อีกทั้งผู้วิจัยได้เปลี่ยนวิธีการคัดเลือกงานจากการคัดเลือกงานของนักเรียนที่สามารถระบุความรู้ที่ใช้ได้ถูกต้องสมบูรณ์และสามารถเขียนแสดงเหตุผลประกอบการระบุความรู้ได้อย่างสมเหตุสมผลในวงจรปฏิบัติการที่ 1 และ 2 มาเป็นการคัดเลือกงานของนักเรียนที่สามารถระบุความรู้ได้ถูกต้องบางส่วนและสามารถเขียนแสดงเหตุผลประกอบการระบุความรู้ได้สมเหตุสมผลบางส่วนในวงจรปฏิบัติการที่ 3 และ 4 เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการอภิปรายร่วมกันแก้ไขการระบุความรู้ที่ใช้และการเขียนแสดงเหตุผลประกอบการระบุความรู้ที่ใช้ของนักเรียนกลุ่มที่นำเสนอให้ถูกต้องสมบูรณ์ ซึ่งส่งผลให้นักเรียนได้เรียนรู้ข้อผิดพลาดและได้ร่วมกันแสดงเหตุผลอธิบายข้อผิดพลาดของนักเรียนกลุ่มที่นำเสนอ ซึ่งนำไปสู่การพัฒนาสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับความรู้และเงื่อนไขของนักเรียน สอดคล้องกับ Nabb et al. (2018) ได้กล่าวว่า การจัดการกิจกรรมเรียนรู้ที่เกิดข้อผิดพลาดในชั้นเรียน ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้จากข้อผิดพลาดนั้นและพัฒนาความสามารถในการเรียนรู้ให้ดีขึ้นได้



เมื่อพิจารณาสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการแสดงแทนนักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้น ซึ่งเห็นได้จากในวงจรปฏิบัติการที่ 3 นักเรียนส่วนมากมีสมรรถนะอยู่ในระดับ 1 (ปรับปรุง) และมีพัฒนาการเพิ่มขึ้นในวงจรปฏิบัติการที่ 4 นักเรียนส่วนมากมีสมรรถนะอยู่ในระดับ 2 (พอใช้) และระดับ 4 (ดีมาก) โกล้เคียงกัน ซึ่งเป็นพัฒนาการที่ดีขึ้น เนื่องจากขั้นการปฏิบัติที่ 5 ก่อนการนำเสนอหน้าชั้นเรียนของนักเรียนแต่ละกลุ่มผู้วิจัยเปิดโอกาสให้นักเรียนทั้งชั้นเรียนได้อ่านทำความเข้าใจ พูดแสดงความคิดเห็นและคาดเดาแนวคิดหรือวิธีการจากประโยคสัญลักษณ์หรือการเขียนคำตอบ ซึ่งส่งผลทำให้นักเรียนได้แสดงเหตุผลอธิบายสนับสนุนการแสดงแทนของผู้อื่น อีกทั้งงานทางคณิตศาสตร์ในวงจรปฏิบัติการที่ 3 และ 4 ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการเขียนประโยคสัญลักษณ์ในการแสดงแทนที่หลากหลาย ซึ่งผู้วิจัยสามารถจัดลำดับการนำเสนอที่ช่วยทำให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจและอภิปรายเหตุผลเกี่ยวกับการแสดงแทนที่แตกต่างกัน อีกทั้งหลังการอภิปรายในชั้นเรียนนักเรียนได้มีโอกาสเขียนประโยคสัญลักษณ์ใหม่อีกครั้งในแบบสะท้อนผลการทำงาน ส่งผลทำให้นักเรียนได้เรียนรู้แนวคิดหรือวิธีการใหม่จากการอภิปรายในชั้นเรียนและได้มีการเปรียบเทียบแนวคิดที่แตกต่างกันเพื่อตัดสินใจเลือกแนวคิดหรือวิธีการที่ตนเองคิดว่าเหมาะสมที่สุดในการแก้สถานการณ์ปัญหาของชั้นเรียน โดยนักเรียนเขียนนำเสนอเป็นประโยคสัญลักษณ์ที่ถูกปรับแก้หรือพัฒนาให้ดีขึ้นกว่าเดิมในแบบสะท้อนผลการทำงาน ซึ่งนำไปสู่การพัฒนาสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการแสดงแทนของนักเรียน สอดคล้องกับ Weikle and Murray (2014) และ Nabb et al. (2018) ได้กล่าวว่า การวางแผนการจัดลำดับแนวคิดที่เหมาะสม ทำให้นักเรียนมองเห็นแนวคิดที่แตกต่างกันของตนเองและแนวคิดของเพื่อน ช่วยกระตุ้นให้นักเรียนเกิดกระบวนการคิดจากการเปรียบเทียบแนวคิดที่แตกต่างกันนั้น และพัฒนาความรู้ความเข้าใจของนักเรียนต่องานทางคณิตศาสตร์ที่ครูออกแบบได้

เมื่อพิจารณาสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับกระบวนการและขั้นตอนนักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นแต่พัฒนาการค่อนข้างน้อย จากวงจรปฏิบัติการที่ 1 และ 2 นักเรียนส่วนมากมีสมรรถนะอยู่ในระดับ 1 (ปรับปรุง) และมีพัฒนาการเพิ่มขึ้นในวงจรปฏิบัติการที่ 3 และ 4 นักเรียนส่วนมากมีสมรรถนะอยู่ในระดับ 2 (พอใช้) ซึ่งเป็นพัฒนาการที่ดีขึ้นแต่พัฒนาการค่อนข้างน้อย เนื่องจากระหว่างการทำงาน of นักเรียนผู้วิจัยได้ใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนใช้เหตุผลในการวางแผนการทำงานกลุ่มและใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์หรือข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาในการอธิบายเหตุผล ส่งผลทำให้นักเรียนส่วนมากสามารถเขียนอธิบายเหตุผลสนับสนุนการทำงานของตนเองได้อย่างสมเหตุสมผล แต่อย่างไรก็ตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละกลุ่มมีข้อผิดพลาดเกี่ยวกับกระบวนการและขั้นตอนค่อนข้างน้อย ซึ่งทำให้การอภิปรายในชั้นเรียนเพื่อร่วมกันแก้ไขข้อผิดพลาดเกี่ยวกับกระบวนการและขั้นตอนมีค่อนข้างน้อยตามไปด้วย ส่งผลทำให้การอภิปรายในชั้นเรียนส่วนมากเป็นการอภิปรายให้เหตุผลสนับสนุนการทำงานของกลุ่มที่นำเสนอ ซึ่งนักเรียนมีการอภิปรายโต้แย้งความคิดเห็นโดยใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ค่อนข้างน้อย ส่งผลทำให้นักเรียนมีการพัฒนาสมรรถนะการให้

เหตุผลเกี่ยวกับกระบวนการและขั้นตอนดีขึ้นแต่พัฒนาค่อนข้างน้อย สอดคล้องกับ ทิศนา แชมมณี (2559) และ Engle and Conant (2002) ได้กล่าวว่า การเรียนรู้ที่ดีต้องอาศัยการมีปฏิสัมพันธ์กัน เพื่อแลกเปลี่ยนโต้แย้งความคิดเห็น ข้อมูล และการเรียนรู้ต่าง ๆ นอกจากช่วยให้นักเรียนเกิดการ เรียนรู้ทางด้านเนื้อหาสาระได้กว้างขวางและลึกซึ้งแล้ว ยังสามารถช่วยพัฒนานักเรียนทางด้านสังคม และอารมณ์มากขึ้น รวมทั้งได้พัฒนาทักษะกระบวนการต่าง ๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ทักษะการคิด ทักษะการให้เหตุผล เป็นต้น

เมื่อพิจารณาสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับข้อสรุปนักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้น ซึ่งเห็นได้จากวงจรปฏิบัติการที่ 1 นักเรียนส่วนมากมีสมรรถนะอยู่ในระดับ 1 (ปรับปรุง) และระดับ 2 (พอใช้) เท่ากัน และมีพัฒนาการเพิ่มขึ้นในวงจรปฏิบัติการที่ 2 นักเรียนส่วนมากมีสมรรถนะอยู่ในระดับ 2 (พอใช้) และระดับ 3 (ดี) ใกล้เคียงกัน แต่นักเรียนมีพัฒนาการลดลงในวงจรปฏิบัติการที่ 3 นักเรียนระดับ 3 (ดี) และระดับ 4 (ดีมาก) มีจำนวนลดลง แต่นักเรียนระดับ 1 (ปรับปรุง) และระดับ 2 (พอใช้) มีจำนวนเพิ่มขึ้นจากวงจรปฏิบัติการที่ 2 และนักเรียนมีพัฒนาการเพิ่มมากขึ้นในวงจรปฏิบัติการที่ 4 นักเรียนส่วนมากมีสมรรถนะอยู่ในระดับ 2 (พอใช้) และระดับ 4 (ดีมาก) ใกล้เคียงกัน ซึ่งเป็นพัฒนาการที่ดีขึ้น จะเห็นได้ว่าวงจรปฏิบัติการที่ 3 นักเรียนมีพัฒนาการโดยรวมลดลง เนื่องจากเนื้อหาในวงจรปฏิบัติการที่ 3 และ 4 มีการคำนวณเกี่ยวกับปริมาตรและความจุของรูปเรขาคณิตสามมิติ ซึ่งนักเรียนส่วนมากมีแนวคิดและวิธีการแก้ปัญหาที่ถูกต้องแต่คำนวณผิดพลาด ส่งผลทำให้นักเรียนสร้างข้อสรุปของปัญหาได้ไม่ถูกต้องแต่สามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์หรือข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาอธิบายเหตุผลประกอบข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล ซึ่งพฤติกรรมดังกล่าวเป็นพฤติกรรมสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับข้อสรุประดับ 2 (พอใช้) แต่อย่างไรก็ตามโดยภาพรวมนักเรียนมีพัฒนาการของสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับข้อสรุปดีขึ้น เนื่องจากงานทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยออกแบบมีคำตอบได้หลายทางเลือก ซึ่งส่งผลทำให้นักเรียนได้ร่วมกันใช้เหตุผลเพื่อตัดสินใจในการสร้างข้อสรุปของปัญหา อีกทั้งการอภิปรายในชั้นเรียนผู้วิจัยได้คัดเลือกงานของนักเรียนกลุ่มที่มีข้อสรุปคำตอบแตกต่างกันมานำเสนอ ซึ่งทำให้นักเรียนได้ร่วมกันอภิปรายแสดงเหตุผลสนับสนุนหรือโต้แย้งข้อสรุปของกลุ่มที่นำเสนอและเกิดการเปรียบเทียบข้อสรุปที่แตกต่างกัน อีกทั้งหลังการอภิปรายในชั้นเรียนนักเรียนได้ประเมินความถูกต้องของข้อสรุปของตนเองและมีโอกาสเขียนข้อสรุปใหม่อีกครั้งในแบบสะท้อนผลการทำงาน ส่งผลทำให้นักเรียนแต่ละกลุ่มได้พินิจข้อสรุปของตนเองและร่วมกันแสดงเหตุผลปรับแก้ข้อสรุปของกลุ่มใหม่อีกครั้งเพื่อยืนยันข้อสรุปที่ถูกต้องของสถานการณ์ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับ Rowan & Morrow (1993 อ้างถึงใน ทรศมน วินัยโกศล, 2561, น.81) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญกว่าการได้เพียงคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งเป็นบรรยากาศที่สนับสนุนและส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบายแสดงเหตุผลของแนวคิด พร้อมทั้งแสดงการยืนยันข้อสรุปของแนวคิดนั้น ๆ

เมื่อพิจารณาสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดนักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นแต่นักเรียนส่วนมากยังอยู่ในระดับ 1 (ปรับปรุง) เห็นได้จากในวงจรปฏิบัติการที่ 2 นักเรียนส่วนมากมีสมรรถนะอยู่ในระดับ 1 (ปรับปรุง) และนักเรียนมีพัฒนาการลดลงในวงจรปฏิบัติการที่ 3 นักเรียนส่วนมากมีสมรรถนะอยู่ในระดับ 1 (ปรับปรุง) โดยนักเรียนระดับ 4 (ดีมาก) มีจำนวนลดลงและนักเรียนระดับ 1 (ปรับปรุง) มีจำนวนเพิ่มขึ้นจากวงจรปฏิบัติการที่ 2 และนักเรียนมีพัฒนาการเพิ่มขึ้นในวงจรปฏิบัติการที่ 4 นักเรียนส่วนมากมีสมรรถนะอยู่ในระดับ 1 (ปรับปรุง) โดยนักเรียนระดับ 4 (ดีมาก) มีจำนวนเพิ่มขึ้นและนักเรียนระดับ 1 (ปรับปรุง) มีจำนวนลดลงจากวงจรปฏิบัติการที่ 3 ซึ่งเป็นพัฒนาการที่ดีขึ้นแต่นักเรียนส่วนมากยังอยู่ในระดับ 1 (ปรับปรุง) จะเห็นได้ว่าวงจรปฏิบัติการที่ 3 นักเรียนมีพัฒนาการลดลงจากวงจรปฏิบัติการที่ 2 เนื่องจากการจัดการเรียนรู้ในชั้นการปฏิบัติที่ 5 ของวงจรปฏิบัติการที่ 2 นักเรียนได้มีการอภิปรายในบางประเด็นที่เกี่ยวข้องกับข้อความถามในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์รายบุคคล จึงทำให้นักเรียนได้นำความรู้และประสบการณ์ที่ได้จากการอภิปรายในชั้นเรียนมาประกอบการอธิบายเหตุผลเกี่ยวกับการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดในแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้อย่างสมเหตุสมผล ซึ่งส่งผลทำให้ในวงจรปฏิบัติการที่ 3 นักเรียนที่อยู่ในระดับ 1 (ปรับปรุง) มีจำนวนมากกว่าวงจรปฏิบัติการที่ 2 และนักเรียนที่อยู่ระดับ 4 (ดีมาก) มีจำนวนน้อยกว่าวงจรปฏิบัติการที่ 2 อย่างไรก็ตามโดยภาพรวมนักเรียนมีพัฒนาการของสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดที่ดีขึ้นเนื่องจากชั้นการปฏิบัติที่ 5 ก่อนการนำเสนอหน้าชั้นเรียนผู้วิจัยเปิดโอกาสให้นักเรียนทั้งชั้นเรียนได้อ่านทำความเข้าใจ พุดแสดงความคิดเห็นและคาดเดาแนวคิดหรือวิธีการของกลุ่มที่จะนำเสนอจากประโยคสัญลักษณ์ ซึ่งนักเรียนได้อภิปรายใช้เหตุผลในการระบุข้อจำกัดของประโยคสัญลักษณ์และได้ร่วมกันปรับแก้ประโยคสัญลักษณ์ให้ถูกต้อง ส่งผลทำให้นักเรียนเกิดการพัฒนาสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัด สอดคล้องกับ Martin et al. (2005) ที่กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนแสดงแนวคิดผ่านงานทางคณิตศาสตร์ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการให้เหตุผลพิสูจน์สถานการณ์ปัญหานั้น ช่วยพัฒนาให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลอย่างเป็นทางการและสมเหตุสมผล แต่การทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกิดข้อผิดพลาดที่จะนำไปสู่การอภิปรายประเด็นการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดค่อนข้างน้อย จึงทำให้การอภิปรายในชั้นเรียนเกี่ยวกับประเด็นดังกล่าวค่อนข้างน้อยตามไปด้วย ซึ่งส่งผลทำให้นักเรียนมีพัฒนาการของสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดที่ดีขึ้น แต่นักเรียนส่วนมากยังอยู่ในระดับ 1 (ปรับปรุง)

จากผลการทำแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 4 พบว่า มีนักเรียนที่อยู่ระดับ 1 (ปรับปรุง) ในทุกสมรรถนะย่อยที่ศึกษา เป็นผลมาจากการทำใบกิจกรรมกลุ่มนั้นนักเรียนแต่ละกลุ่มได้ร่วมกันแสดงแนวคิด ถ่ายทอดความรู้และมีการ

อภิปรายเพื่อวางแผนการทำงานของกลุ่ม ซึ่งทำให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสามารถตัดสินใจทำงานได้อย่างถูกต้องและสามารถอธิบายเหตุผลประกอบการทำงานของตนเองได้อย่างสมเหตุสมผล สอดคล้องกับ The Centre for Teaching Excellence (n.d.) ที่กล่าวว่า การทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มจะช่วยให้ได้รับข้อเสนอแนะ เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งจะช่วยให้มีการพัฒนาและกลยุทธ์ไปถึงเป้าหมายได้สำเร็จ อีกทั้งการกำกับติดตามของผู้วิจัยจะใช้การสังเกตและการถามคำถามเพื่อทำความเข้าใจแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละกลุ่ม ซึ่งการถามคำถามของผู้วิจัยนั้นเป็นการถามสมาชิกทุกคนในกลุ่มและไม่ได้เจาะจงรายบุคคล ส่งผลทำให้ผู้วิจัยไม่สามารถสังเกตได้ว่า มีนักเรียนบางคนที่มีระดับสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 1 (ปรับปรุง) ซึ่งผู้วิจัยไม่ได้หาแนวทางพัฒนานักเรียนกลุ่มดังกล่าว และเมื่อนักเรียนกลุ่มดังกล่าวทำแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคล ซึ่งนักเรียนไม่มีการแลกเปลี่ยนแนวคิดกับนักเรียนคนอื่น จึงส่งผลทำให้นักเรียนบางคนมีระดับสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 1 (ปรับปรุง) ทุกสมรรถนะย่อยที่ศึกษา

## ข้อเสนอแนะ

### ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

1. ครูควรออกแบบงานเสริมที่ช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับกระบวนการและขั้นตอน เช่น การยกตัวอย่างผลงานการเขียนแสดงการทำงานที่นอกเหนือจากผลงานของนักเรียนในชั้นเรียน การพูดเล่าวิธีการและขั้นตอนที่แตกต่างจากที่นักเรียนทำ เป็นต้น เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการอภิปรายเหตุผลสนับสนุนหรือค้านกระบวนการและขั้นตอนการทำงานที่หลากหลายมากขึ้น
2. ครูควรออกแบบงานเสริมที่ช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัด เช่น การยกตัวอย่างผลงานการเขียนแสดงแทนการแก้ปัญหาที่นอกเหนือจากผลงานของนักเรียนในชั้นเรียน การพูดเล่าวิธีการทำงานที่มีความคลาดเคลื่อน เป็นต้น เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการอภิปรายระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัด และร่วมกันแสดงเหตุผลสนับสนุนหรือค้านการแสดงแทนหรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายมากขึ้น
3. ครูควรวางแผนจัดลำดับการนำเสนอที่ช่วยให้นักเรียนได้ทบทวนตรวจสอบแนวคิดหรือวิธีการในการทำงานของตนเองและผู้อื่น เพื่อนำไปสู่การเปรียบเทียบแนวคิดที่แตกต่างกันและประเมินตัดสินใจเลือกแนวคิดที่เหมาะสมที่สุดในการแก้สถานการณ์ปัญหา
4. ครูควรให้นักเรียนได้เขียนสะท้อนผลการทำงานของตนเอง โดยให้นักเรียนได้ประเมินความเหมาะสมของแนวคิดที่ตนเองใช้แก้ปัญหาและให้นักเรียนได้เขียนแนวคิดที่ถูกปรับแก้ให้ถูกต้องใหม่อีกครั้ง

5. การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญา สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาควรให้นักเรียนพักก่อนขึ้นการปฏิบัติที่ 5 เพื่อให้นักเรียนไม่รู้สึกเหนื่อยจากการทำกิจกรรมต่อเนื่องเป็นเวลานาน

### ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

1. การวิจัยครั้งนี้ พบว่า นักเรียนยังมีพัฒนาการของสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับกระบวนการและขั้นตอนและสมรรถนะการให้เหตุผลเกี่ยวกับการระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดที่ค่อนข้างน้อย อีกทั้งนักเรียนส่วนใหญ่อยู่ระดับปรับปรุงและพอใช้ ดังนั้นควรหาสาเหตุ วิเคราะห์อุปสรรคเพื่อหาแนวทางการพัฒนาสมรรถนะการให้เหตุผลในทั้งสองประเด็น

2. การวิจัยครั้งนี้ พบว่า นักเรียนบางคนมีส่วนร่วมในการทำใบกิจกรรมกลุ่มค่อนข้างน้อย ดังนั้นควรมีการศึกษาต่อยอดการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญา โดยพัฒนาแนวทางการจัดการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมทุกขั้นตอน



# บรรณานุกรม



- กรมวิชาการ. (2546). *หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พุทธศักราช 2545*. กรุงเทพฯ: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (พิมพ์ครั้งที่ 1)*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทยจำกัด.
- กิตติ พัฒนตระกูลสุข. (2546). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาของประเทศไทย ล้มเหลวจริงหรือ. *วารสารคณิตศาสตร์*, 46(530-532), 54-58.
- จรุง ขำพงศ์. (2542). *ผลการใช้กลวิธีเมตาคอกนิชันที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (วิทยานิพนธ์ปริญญาโท)*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ณัฐวุฒิ พันธสฤติ. (2562). การอำนวยความสะดวกการเรียนรู้เพื่อพัฒนาพฤติกรรมการเรียนรู้โดยการกำกับตนเองของนักเรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นการแก้ปัญหา. *วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร*, 21(2), 80-93.
- ดำเนิน ยาทั่วม. (2548). *ผลการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระวิทยาศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ด้วยวัฏจักรการเรียนรู้ร่วมกับการสะท้อนอภิปรายและวัฏจักรการเรียนรู้ร่วมกับการสะท้อนและความตระหนักรู้ปัญหา (วิทยานิพนธ์ปริญญาโท)*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ทรรศมน วินัยโกศล. (2561). *ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ที่มีต่อความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (วิทยานิพนธ์ปริญญาโท)*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ทิตนา แคมมณี, ศรีนคร วิทยสิรินันท์, และปัทมศิริ ธีรานุรักษ์. (2544). *วิทยาการด้านการคิด*. กรุงเทพฯ: เดอะมาสเตอร์กรุ๊ป แมเนจเม้นท์จำกัด.
- นภัสสร งามขำ. (2564). *การจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น เพื่อส่งเสริมการอภิปรายทางคณิตศาสตร์เรื่อง ร้อยละ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 (วิทยานิพนธ์ปริญญาโท)*. พิษณุโลก: มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- นิรารวรรณ หมูธรรมไชย. (2560). *การส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้งานทางคณิตศาสตร์ (วิทยานิพนธ์ปริญญาโท)*. เชียงใหม่: มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

- ปิยะวัฒน์ ศรีสังวาลย์. (2563). การจัดการเรียนรู้ตามขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์ที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ของนักเรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). พิษณุโลก: มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- เปรมกมล อินทลี. (2561). การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ใน การประชุมวิชาการทางคณิตศาสตร์ ครั้งที่ 23 (น.400-406). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี.
- พิชิต ฤทธิ์จรูญ. (2559). เทคนิคการวิจัยเพื่อพัฒนาการเรียนรู้. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์. (2544). วิทยาการด้านการคิด. กรุงเทพฯ: เดอะมาสเตอร์กรุ๊ปแมเนจเม้นท์จำกัด.
- พีชานิกา เพชรสังข์, และอัมพร ม้าคนอง. (2557). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วารสารอิเล็กทรอนิกส์ทางการศึกษาจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 9(3), 16-30.
- มนตรี วงษ์สะพาน. (2560). การพัฒนาชุดกิจกรรมการเรียนรู้เสริมทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยใช้สื่อการเรียนรู้จากท้องถิ่น สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น. วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร, 19(2), 71-82.
- รหัท ตีบแปง. (2562). การวิจัยปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบบริบทเป็นฐาน เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ที่ส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชนเผ่าชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (การศึกษาค้นคว้าด้วยตนเองปริญญาโทมหาบัณฑิต). พิษณุโลก: มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- วรรณช หลวงจันทร์. (2564). การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง ร้อยละและอัตราส่วน สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 (การศึกษาค้นคว้าด้วยตนเองปริญญาโทมหาบัณฑิต). พิษณุโลก : มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- วรรณวิสา สุวรรณชัยรบ. (2564). ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมเป็นฐานร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องความน่าจะเป็น. วารสารมหาจุฬานาครธรรม์, 8(1), 214-228.



- วิทยาการ เชิงกุล. (2549). *เรียนลึก รู้ไว ใช้สมองอย่างมีประสิทธิภาพ*. กรุงเทพฯ: สถาบันวิทยาการ  
เรียนรู้ (สวร).
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*.  
กรุงเทพฯ : ซีเอ็ดดูเคชั่น
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2556). Metacognition. สืบค้น 25 สิงหาคม  
2564 จาก <https://sa.ipst.ac.th/wcontent/uploads/sites/7/2014/08/03.>  
กระบวนการพัฒนาข้อสอบวัด-Metacognition.pdf
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2560). *คู่มือการใช้หลักสูตร กลุ่มสาระการ  
เรียนรู้คณิตศาสตร์ 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)*. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอน  
วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- สาวิตรี ดิวัติน. (2561). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนเพื่อส่งเสริม  
ความคิดรวบยอด เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. รายงาน การประชุม  
วิชาการทางคณิตศาสตร์ “ความสำคัญของคณิตศาสตร์กับ Thailand 4.0” ระหว่าง วันที่  
3 – 5 พฤษภาคม 2561. โรงแรมแมนดาริน กรุงเทพมหานคร. หน้า 431 – 436.
- สุดาร์ตน์ ภิรมย์ราช. (2555). *ผลของการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการ  
เรียนรู้แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์*  
(วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุวิทย์ มูลคำ. (2547). *ครบเครื่องเรื่องการคิด*. กรุงเทพฯ: ห้างหุ้นส่วนจำกัด ภาพพิมพ์.
- อัมพร ม้าคอง. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*.  
กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัสมา มีอลี. (2559). *ผลการจัดการเรียนรู้ด้วยกลยุทธ์ทางอภิปัญญาและปัญหาปลายเปิดที่มีต่อ  
ความสามารถในการใช้กลยุทธ์อภิปัญญาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของ  
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3* (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). สงขลา:  
มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์
- Barry K. Beyer. (2008). *What Research Tells Us about Teaching Thinking Skills*. The  
Social Studies, 99(5), 223-232.
- Bruning, Roger H., Gregory J. Schaw, & Royce R. Ronning. (1999). *Cognitive psychology  
and instruction*. Columbus: Merrill.

- Crouch, C. H., & Mazur, E. (2001) Peer instruction: Ten years of experience and results. *American Association of Physics Teachers*, 69(9), 970-977.
- Danielowski, J. (2016). *Increasing Number Sense through Mathematical Discourse in the Primary Classroom*, Saint Catherine University.
- Engle, R. A., & Conant, F. R. (2002). Guiding principles for fostering productive disciplinary engagement: Explaining an emergent argument in a community of learners classroom. *Cognition and Instruction*, 20(4), 399-483.
- Larsson, M. (2015). *Orchestrating mathematical whole-class discussions in the problem-solving classroom: Theorizing challenges and support for teachers*. Mälardalen University.
- Margolinas, C. (2013). Task Design in Mathematics Education. *Proceedings of ICMI Study (Ed.). 22 (Vol. 1)*. Oxford Education.
- Martin, T. S., McCrone, S. M. S., Bower, M. L. W., & Dindyal, J. (2005). The interplay of teacher and student actions in the teaching and learning of geometric proof. *Educational Studies in Mathematics*, 60(1), 95-124.
- Nabb, K., Hofacker, E. B., Ernie, K. T., & Ahrendt, S. (2018). Using the 5 Practices in Mathematics Teaching. *Mathematics Teacher*, 111(5), 366-373.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics: National of Teachers of K-8: Helping children think mathematically*. N.P.: Prentice Hall.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2014). *Principles to Actions*. Reston, VA: National Council of Teachers of mathematics.
- OECD. (2018). *PISA 2021 Mathematics Framework (Second Draft)*. Retrieved August 29, 2021, from <https://www.oecd.org/pisa/sitedocument/PISA-2021-mathematics-framework.pdf>
- O'Daffer, P.G., & Thornquist, B.A. (1993). *Critical Thinking, mathematical reasoning, and proof. Research ideas for the Classroom High School Mathematics*. New York: Mac Millan.
- Smith, M. S., Hughes, E. K., Engle, R. A., & Stein, M. K. (2009). Orchestrating discussions. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 14(9), 548-556.

- Smith, M. S., & Stein, M. K. (2011). *Five practices for orchestrating productive mathematics discussions*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Stein, M. K. (Ed.). (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development*. Teachers College Press.
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *10*(4), 313-340.
- Walls, F. (2005). Challenging task-driven pedagogies of mathematics. In P. Clarkson, A. Downton, D. Gronn, M. Horne, A. McDonough, R. Pierce & A. Roche (Eds.) *Proceedings of the 28th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, 751-758.
- Weikle, D. A., & Murray, M. (2014). Improving CS class discussions using the 5 practices. *Journal of Computing Sciences in Colleges*, *29*(3), 65-71.
- Wolfgang, S., & Cordula, A. (2010). Metacognition and mathematics Education. *42*(1), 149-161.
- Young, J. S. (2015). *Orchestrating Mathematical Discussions: A Novice Teacher's Implementation of Five Practices to Develop Discourse Orchestration in a Sixth - Grade Classroom*. Provo: Brigham Young University.



## ภาคผนวก ก รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยการค้นคว้าอิสระเรื่อง การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีรายชื่อผู้เชี่ยวชาญ ดังนี้

### 1. ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์/คณิตศาสตร์ศึกษา

#### 1.1 ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วรินทร์ พูนไพบูลย์พิพัฒน์

อาจารย์ประจำสาขาคณิตศาสตร์ศึกษา ภาควิชาการศึกษา  
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

### 2. ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน ระดับประถมศึกษา

#### 2.1 นางมยุรีย์ บุญเรือง

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ  
โรงเรียนอนุบาลวังเหนือ จังหวัดลำปาง

#### 2.2 นางสาวสนธยา จารุพรรณ

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ  
โรงเรียนบ้านป่าแฉม จังหวัดลำปาง

## ภาคผนวก ข เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปัญญาที่ส่งเสริมสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

2. แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้

3. แบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์



### แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

ระดับชั้น ประถมศึกษาปีที่ 6

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ

เวลา 13 ชั่วโมง

เรื่อง ปริมาตรและความจุของรูปเรขาคณิตสามมิติ

เวลาเรียน 4 ชั่วโมง

#### 1. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้

#### 2. ตัวชี้วัด

ค 2.1 ป.6/1 แสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับปริมาตรของรูปเรขาคณิตสามมิติ ที่ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

#### 3. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

การหาปริมาตรและความจุของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทำได้โดย

วิธีที่ 1 แบ่งให้เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก จากนั้นหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูป แล้วนำมารวมกัน

วิธีที่ 2 เติมให้เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก พร้อมหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากนั้น แล้วลบด้วยปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากส่วนที่เติม

วิธีที่ 3 ตัดแล้วนำมาต่อให้เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก จากนั้นหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากนั้น

#### 4. สาระการเรียนรู้

ปริมาตรของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

#### 5. จุดประสงค์การเรียนรู้

##### ด้านความรู้

1. นักเรียนสามารถอธิบายวิธีการหาปริมาตรของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากได้

### ด้านทักษะและกระบวนการ

1. นักเรียนสามารถเขียนแสดงวิธีการหาปริมาตรของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากได้
2. นักเรียนสามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลในการหาปริมาตรของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากได้

### ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์

1. นักเรียนยอมรับความคิดเห็นที่แตกต่าง
2. นักเรียนมีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย

## 6. การจัดการเรียนรู้

### ชั่วโมงที่ 1

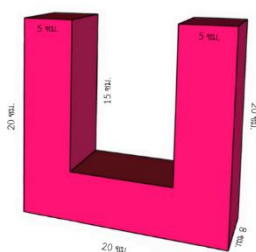
#### ก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

#### ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์

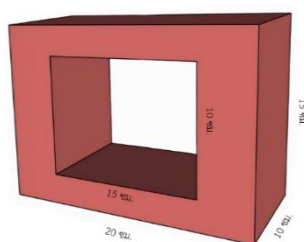
1. งานทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับการหาปริมาตรของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

#### สถานการณ์ที่ 1 “อุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลา”

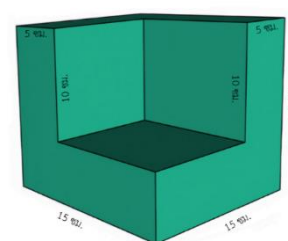
เด็กชายแสนสุขต้องการตกแต่งตู้ปลาให้มีสีสันสวยงามเพื่อซื้อปลาเลี้ยง เขาจึงได้เข้าไปดูอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาที่มีขายในร้านค้าออนไลน์ ซึ่งทางร้านได้มีภาพตัวอย่างสินค้าและบอกขนาดของสินค้ากำกับไว้ในแต่ละชิ้นดังภาพ โดยสินค้าที่เด็กชายแสนสุขสนใจเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก แต่เด็กชายแสนสุขยังไม่สามารถตัดสินใจได้ว่าควรเลือกซื้อสินค้าชิ้นใดจึงอยากขอให้นักเรียนช่วยหาปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาเพื่อใช้ประกอบการตัดสินใจ



สินค้าชิ้นที่ 1



สินค้าชิ้นที่ 2



สินค้าชิ้นที่ 3



2. พฤติกรรมการเรียนรู้และวิธีคิดของนักเรียนที่อาจจะนำมาใช้ในการทำงานทางคณิตศาสตร์

1) การแบ่งรูปเรขาคณิตสามมิติให้เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก จากนั้นหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปแล้วนำมารวมกัน

2) การเติมรูปเรขาคณิตสามมิติให้เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก พร้อมหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากนั้น แล้วลบด้วยปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากส่วนที่เติม

3) การตัดรูปเรขาคณิตสามมิติแล้วนำมาต่อให้เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก จากนั้นหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากนั้น

3. ข้อผิดพลาดหรือความเข้าใจผิดของนักเรียนที่อาจเกิดขึ้นเกี่ยวกับงานทางคณิตศาสตร์

1) ไม่สามารถเชื่อมโยงข้อมูลที่กำหนดให้ในสถานการณ์กับกระบวนการแก้ปัญหา

2) ไม่สามารถหาปริมาตรของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากได้

ถูกต้อง

### เริ่มกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน

#### ขั้นนำ

1. ครูพูดคุยร่วมกับนักเรียนเกี่ยวกับการหาปริมาตรของนม พร้อมกับนำเสนอตัวอย่างกล่องนมประกอบการพูดคุย โดยครูตั้งคำถามกับนักเรียน ดังนี้

- นมทุกกล่องมีการเขียนปริมาตรของนมไว้บนบรรจุภัณฑ์ของนม นักเรียนคิดว่าบริษัทที่ผลิตนมขาย เขาทราบได้อย่างไรว่านมในกล่องมีปริมาตรเท่าใด

(แนวการตอบ: การหาปริมาตรของกล่องนม ซึ่งเป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก)

- นักเรียนสามารถหาปริมาตรของกล่องนมหรือทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากได้อย่างไร

(แนวการตอบ: นำความกว้างคูณความยาวคูณความสูง, นำพื้นที่ฐานคูณความสูง)

2. ครูตั้งคำถามเกี่ยวกับการหาปริมาตรของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ไม่ใช่ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก “ครูเคยเห็นขวดน้ำหอมบางขวดไม่ได้เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก แต่ก็มีกรเขียนปริมาตรไว้เหมือนกับกล่องนม นักเรียนคิดว่าเขาทราบได้อย่างไรว่าน้ำหอมในขวดมีปริมาตรเท่าใด” (แนวการตอบ: แบ่งขวดน้ำหอมให้เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก, ไม่ทราบ)

3. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ ดังนี้

“วันนี้เราจะมาช่วยกันหาวิธีหาปริมาตรของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ไม่ใช่ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ดังนั้นเมื่อเรียนเสร็จเรื่องนี้ นักเรียนจะสามารถหาปริมาตรของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากได้”

## ขั้นสอน

### ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์

1. นักเรียนจับกลุ่ม กลุ่มละ 2 – 3 คน โดยคละความสามารถ
2. นักเรียนอ่านสถานการณ์ “อุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลา” เมื่ออ่านจบครูกระตุ้นความคิดของนักเรียนโดยการพูดคุย ชักถาม เพื่อให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจเกี่ยวกับงานทางคณิตศาสตร์ (ขั้นตอนการปรับตัว) ดังนี้

- จากสถานการณ์ต้องการให้นักเรียนทำอะไร  
(แนวคำตอบ: หาปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลา)
- อุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาแต่ละชิ้นมีลักษณะอย่างไร  
(แนวคำตอบ: มีทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากหลาย ๆ รูปร่างประกอบกัน, เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีบางส่วนหายไป)
- นักเรียนต้องใช้ความรู้เรื่องใดมาแก้ปัญหา เพราะเหตุใด  
(แนวคำตอบ: ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก เพราะอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาแต่ละชิ้นมีลักษณะเป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากหลาย ๆ รูปร่างประกอบกัน, ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก เพราะอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาแต่ละชิ้นมีลักษณะเป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีบางส่วนหายไป)
- การหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากหาได้อย่างไร  
(แนวคำตอบ : นำความกว้างคูณความยาวคูณความสูง, นำพื้นที่หน้าตัดคูณความสูง)

3. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันเขียนเป้าหมายของการทำงาน ระบุเงื่อนไขและความรู้ที่ต้องใช้ในการทำงานลงในใบกิจกรรมที่ 3.1 (ขั้นตอนการปรับตัว)

### ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

1. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันแลกเปลี่ยนความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ เพื่อหาแนวทางการแก้ปัญหา พร้อมแบ่งหน้าที่สมาชิกในกลุ่มเพื่อรับผิดชอบเขียนแสดงการหาปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาคนละ 1 ชิ้น
2. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันเขียนวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลา พร้อมกับเขียนประโยคสัญลักษณ์เพื่อแสดงการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรมที่ 3.1 (ขั้นตอนการจัดระเบียบ)
3. ครูกระตุ้นให้นักเรียนแต่ละกลุ่มได้พูดคุยและแบ่งปันความคิดเห็น เพื่อเขียนวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาและประโยคสัญลักษณ์ลงในใบกิจกรรมที่ 3.1

4. นักเรียนแต่ละคนลงมือแก้ปัญหาตามที่ได้รับมอบหมาย โดยใช้วิธีการหรือขั้นตอนที่วางแผนไว้ลงในใบกิจกรรมที่ 3.1 (ขั้นตอนการดำเนินการ)

5. ครูเดินสำรวจกำกับและติดตามรอบห้องเรียนเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการ รวมถึงพฤติกรรมการเรียนรู้และการทำงานกลุ่มขณะที่นักเรียนลงมือทำงานคณิตศาสตร์ หากพบว่านักเรียนไม่สามารถหาคำตอบในงานทางคณิตศาสตร์ได้ ครูจะกระตุ้นโดยการพูดคุย ชักถาม เพื่อกระตุ้นความรู้และประสบการณ์เดิม

6. ครูจัดบันทึกหรือถ่ายรูปแนวคิดหรือวิธีการของกลุ่มที่น่าสนใจทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด

7. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันเขียนสรุปวิธีการที่ใช้ในการหาปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลา พร้อมกับประเมินความเหมาะสมของวิธีการและให้เหตุผลประกอบการประเมินลงในใบกิจกรรมที่ 3.1 (ขั้นตอนการตรวจสอบ)

8. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันเขียนปัญหาอุปสรรคในการทำงานและแนวทางการแก้ไขให้ดีขึ้น พร้อมทั้งเขียนอธิบายเกี่ยวกับความมั่นใจในคำตอบที่ได้ลงในใบกิจกรรมที่ 3.1 (ขั้นตอนการตรวจสอบ)

## ชั่วโมงที่ 2

### ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน

1. ครูพิจารณาคัดเลือกแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนจากแบบบันทึก โดยเลือกแนวคิดหรือวิธีการให้ครอบคลุม หลากหลายและเพียงพอที่นักเรียนจะสามารถสรุปเป็นความรู้ใหม่ตามเป้าหมายการเรียนรู้และเหมาะสมกับเวลา

2. ครูจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการที่ได้จากการคัดเลือกเพื่อใช้ในการนำเสนอและอภิปรายตามความเหมาะสม โดยมีการจัดกลุ่มการนำเสนอ 3 กลุ่มและมีการจัดลำดับ ดังนี้

1) การนำเสนอการหาปริมาตรสินค้าชิ้นที่ 1 โดยมีการจัดลำดับ ดังนี้

1.1) กลุ่มที่มีการแบ่งรูปเรขาคณิตสามมิติให้เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก จากนั้นหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปแล้วนำมารวมกัน

1.2) กลุ่มที่มีการเติมรูปเรขาคณิตสามมิติให้เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก พร้อมหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากนั้น แล้วลบด้วยปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากส่วนที่เติม

1.3) กลุ่มที่มีการตัดรูปเรขาคณิตสามมิติแล้วนำมาต่อให้เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก จากนั้นหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากนั้น

2) การนำเสนอการหาปริมาตรสินค้าชั้นที่ 2 โดยมีการจัดลำดับ ดังนี้

2.1) กลุ่มที่มีการแบ่งรูปเรขาคณิตสามมิติให้เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก จากนั้นหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปแล้วนำมารวมกัน

2.2) กลุ่มที่มีการเติมรูปเรขาคณิตสามมิติให้เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก พร้อมหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากนั้น แล้วลบด้วยปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากส่วนที่เติม

2.3) กลุ่มที่มีการตัดรูปเรขาคณิตสามมิติแล้วนำมาต่อให้เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก จากนั้นหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากนั้น

3) การนำเสนอการหาปริมาตรสินค้าชั้นที่ 3 โดยมีการจัดลำดับ ดังนี้

3.1) กลุ่มที่มีการแบ่งรูปเรขาคณิตสามมิติให้เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก จากนั้นหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปแล้วนำมารวมกัน

3.2) กลุ่มที่มีการเติมรูปเรขาคณิตสามมิติให้เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก พร้อมหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากนั้น แล้วลบด้วยปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากส่วนที่เติม

3.3) กลุ่มที่มีการตัดรูปเรขาคณิตสามมิติแล้วนำมาต่อให้เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก จากนั้นหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากนั้น

3. ครูแจ้งให้นักเรียนทราบลำดับการนำเสนอแนวคิดตามที่ครูได้คัดเลือกไว้ เพื่อให้นักเรียนได้เตรียมความพร้อมก่อนออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน

### ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่

1. นักเรียนออกมานำเสนอและอธิบายแนวคิดหรือวิธีการของตนเองหน้าชั้นเรียนตามลำดับที่กำหนด หลังจากแต่ละกลุ่มนำเสนอ ครูตั้งคำถามให้นักเรียนได้อภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนเกี่ยวกับแนวคิดของกลุ่มที่นำเสนอ

2. เมื่อเสร็จสิ้นการนำเสนอของการหาปริมาตรของสินค้าชั้นที่ 1 ครบทุกกลุ่ม ครูตั้งคำถามให้นักเรียนอภิปรายเกี่ยวกับวิธีการที่นักเรียนใช้ทั้งหมดในการหาปริมาตรของสินค้าชั้นที่ 1

3. เมื่อเสร็จสิ้นการนำเสนอของการหาปริมาตรของสินค้าชั้นที่ 2 ครบทุกกลุ่ม ครูตั้งคำถามให้นักเรียนอภิปรายเกี่ยวกับวิธีการที่นักเรียนใช้ทั้งหมดในการหาปริมาตรของสินค้าชั้นที่ 2

4. เมื่อเสร็จสิ้นการนำเสนอของการหาปริมาตรของสินค้าชั้นที่ 3 ครบทุกกลุ่ม ครูตั้งคำถามให้นักเรียนอภิปรายเกี่ยวกับวิธีการที่นักเรียนใช้ทั้งหมดในการหาปริมาตรของสินค้าชั้นที่ 3

5. นักเรียนแต่ละกลุ่มประเมินวิธีการและผลลัพธ์การแก้ปัญหาของกลุ่มลงในแบบสะท้อนผลการทำงานครั้งที่ 3 (ขั้นตอนการตรวจสอบ)

## ขั้นสรุป

1. ครูตรวจสอบความรู้และความเข้าใจของนักเรียน โดยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันสรุปสาระสำคัญของเรื่อง การหาปริมาตรของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ดังนี้

วิธีที่ 1 แบ่งให้เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก จากนั้นหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูป แล้วนำมารวมกัน

วิธีที่ 2 เติมให้เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก พร้อมหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากนั้น แล้วลบด้วยปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากส่วนที่เติม

วิธีที่ 3 ตัดแล้วนำมาต่อให้เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก จากนั้นหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากนั้น

## ชั่วโมงที่ 3

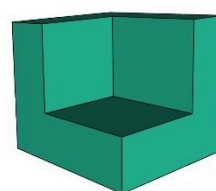
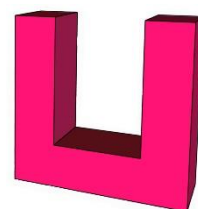
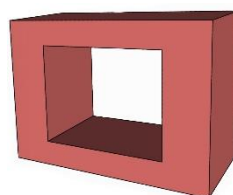
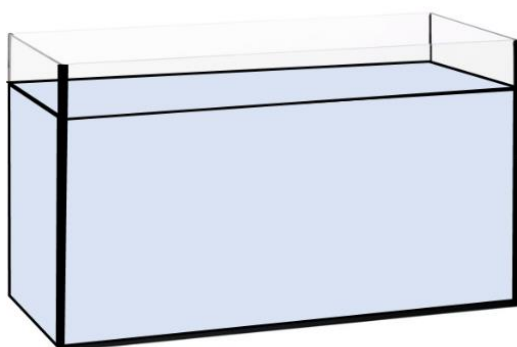
### ก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

#### ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์

1. งานทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับการหาปริมาตรของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

#### สถานการณ์ที่ 2 “ตู้ปลาแสนสวย”

เด็กชายแสนสุขได้เตรียมตู้ปลาที่มีก้นตู้ภายในกว้าง 16 เซนติเมตร ยาว 25 เซนติเมตร และภายในตู้ปลาสูง 40 เซนติเมตร โดยเขาได้เตรียมน้ำไว้ในตู้ปลาให้ระดับน้ำสูง 35 เซนติเมตร เพื่อซื้ออุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาจากร้านออนไลน์มาตกแต่งให้สวยงาม เด็กชายแสนสุขจึงขอให้นักเรียนช่วยตัดสินใจเลือกอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลา 1 ชิ้นที่นำมาใส่ลงในตู้ปลาที่เตรียมน้ำไว้ โดยเมื่อใส่อุปกรณ์ตกแต่งลงไปจะไม่นำน้ำที่เตรียมไว้ล้นตู้ปลา พร้อมกับขอให้นักเรียนหาระดับน้ำสูงขึ้นจากเดิมกี่เซนติเมตร



2. พฤติกรรมการเรียนรู้และวิธีคิดของนักเรียนที่อาจจะนำมาใช้ในการทำงานทางคณิตศาสตร์

1) การเลือกอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลา

1.1) การหาปริมาตรของน้ำรวมกับปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่ง แล้วพิจารณาเปรียบเทียบกับความจุของตู้ปลา

1.2) การหาความจุส่วนที่เหลือของตู้ปลา แล้วนำมาเปรียบเทียบกับปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่ง

1.3) การนำความจุของตู้ปลาลบปริมาตรของน้ำ แล้วนำมาเปรียบเทียบกับปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลา

1.4) แนวคิดอื่น ๆ ที่สามารถนำไปเลือกอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาได้ถูกต้อง

2) การหาระดับน้ำที่สูงขึ้นจากเดิม

2.1) การหาปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่งที่ทำให้น้ำเพิ่มสูงขึ้น 1 เซนติเมตร แล้วเทียบบัญญัติไตรยางศ์กับปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่งชิ้นที่เลือกเพื่อหาความสูงที่เพิ่มขึ้นของระดับน้ำ

2.2) การนำปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่งชิ้นที่เลือกหารด้วยพื้นที่ก้นตู้ปลาเพื่อหาความสูงที่เพิ่มขึ้นของระดับน้ำ

2.3) การนำปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่งชิ้นที่เลือกแทนลงในสูตรการหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากเพื่อหาความสูงที่เพิ่มขึ้นของระดับน้ำ

2.4) การนำปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่งชิ้นที่เลือกรวมกับปริมาตรของน้ำแล้วนำมาหาความสูงของระดับน้ำหลังจากใส่อุปกรณ์ โดยใช้วิธีการหาปริมาตรที่ทำให้น้ำเพิ่มสูงขึ้น 1 เซนติเมตร แล้วเทียบบัญญัติไตรยางศ์กับปริมาตรของน้ำรวมกับอุปกรณ์ตกแต่งเพื่อหาความสูงของระดับน้ำหลังจากใส่อุปกรณ์ หลังจากนั้นนำความสูงของระดับน้ำลบความสูงระดับน้ำเดิม

2.5) การนำปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่งชิ้นที่เลือกรวมกับปริมาตรของน้ำ แล้วนำมาหาความสูงของระดับน้ำหลังจากใส่อุปกรณ์ โดยใช้วิธีการหาการนำปริมาตรของน้ำรวมกับอุปกรณ์ตกแต่งหารด้วยพื้นที่ก้นตู้ปลาเพื่อหาความสูงของระดับน้ำหลังจากใส่อุปกรณ์ หลังจากนั้นนำความสูงของระดับน้ำลบความสูงระดับน้ำเดิม

2.6) การนำปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่งชิ้นที่เลือกรวมกับปริมาตรของน้ำ แล้วนำมาหาความสูงของระดับน้ำหลังจากใส่อุปกรณ์ โดยใช้วิธีการหาการนำปริมาตรของน้ำรวมกับอุปกรณ์ตกแต่งแทนลงในสูตรการหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากเพื่อหาความสูงของระดับน้ำหลังจากใส่อุปกรณ์ หลังจากนั้นนำความสูงของระดับน้ำลบความสูงระดับน้ำเดิม

2.7) แนวคิดอื่น ๆ ที่ใช้หาระดับน้ำที่เพิ่มสูงขึ้นได้ถูกต้อง

3. ข้อผิดพลาดหรือความเข้าใจผิดของนักเรียนที่อาจเกิดขึ้นเกี่ยวกับงานทางคณิตศาสตร์
- 1) ไม่สามารถเชื่อมโยงข้อมูลที่กำหนดให้ในสถานการณ์กับกระบวนการแก้ปัญหา
  - 2) ไม่สามารถหารระดับน้ำที่เพิ่มสูงขึ้นจากเดิมได้ถูกต้อง

### เริ่มกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน

#### ชั้นนำ

1. นักเรียนจับกลุ่ม กลุ่มละ 2 – 3 คน โดยคละความสามารถ
2. ครูพูดคุยร่วมกับนักเรียนเกี่ยวกับการเรียนในช่วงที่ผ่านมา พร้อมกับแจกใบกิจกรรมจากชั่วโมงที่ผ่านมาให้กับนักเรียน โดยครูตั้งคำถามกับนักเรียน ดังนี้
  - ชั่วโมงที่ผ่านมาเด็กชายแสนสุขได้ขอความช่วยเหลือให้นักเรียนทำอะไร  
(แนวการตอบ: หาปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลา)
  - อุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาชั้นที่ 1 มีปริมาตรเท่าไร  
(แนวการตอบ: 2,375 ลูกบาศก์เซนติเมตร)
  - อุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาชั้นที่ 2 มีปริมาตรเท่าไร  
(แนวการตอบ: 1,500 ลูกบาศก์เซนติเมตร)
  - อุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาชั้นที่ 1 มีปริมาตรเท่าไร  
(แนวการตอบ: 2,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร)
  - นักเรียนสามารถหาปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลา ซึ่งเป็นรูปเรขาคณิตที่ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากได้อย่างไร  
(แนวการตอบ: การแบ่งให้เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก จากนั้นหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปแล้วนำมาบวกกัน, การเติมให้เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก พร้อมหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากนั้น แล้วลบด้วยปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากส่วนที่เติม, การตัดแล้วนำมาต่อให้เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก จากนั้นหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากนั้น)
3. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ ดังนี้
 

“วันนี้เราจะมาช่วยกันเลือกอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาที่เหมาะสม และหาระดับน้ำที่เพิ่มสูงขึ้นจากการใส่อุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาที่เลือก”

## ขั้นสอน

### **ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์**

1. นักเรียนอ่านสถานการณ์ “ตู้ปลาแสนสวย” เมื่ออ่านจบครูกระตุ้นความคิดของนักเรียน โดยการพูดคุย ชักถาม เพื่อให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจเกี่ยวกับงานทางคณิตศาสตร์ (**ขั้นตอนการปรับตัว**) ดังนี้

- จากสถานการณ์ต้องการให้นักเรียนทำอะไร และมีเงื่อนไขหรือข้อคำนึงอะไรบ้าง  
(แนวคำตอบ: เลือกอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาที่นำมาใส่ลงในตู้ปลาไม่ทำให้น้ำที่ได้เตรียมไว้ ล้นตู้ปลา และหาระดับน้ำที่สูงขึ้นจากเดิม)
- นักเรียนต้องใช้ความรู้เรื่องใดมาแก้ปัญหานี้ เพราะเหตุใด  
(แนวคำตอบ: ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก เพราะตู้ปลาเป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก)
- การหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากหาได้อย่างไร  
(แนวคำตอบ : นำความกว้างคูณความยาวคูณความสูง, นำพื้นที่หน้าตัดคูณความสูง)

2. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันเขียนเป้าหมายของการทำงาน ระบุเงื่อนไขและความรู้ที่ต้องใช้ในการทำงานลงในใบกิจกรรมที่ 3.2 (**ขั้นตอนการปรับตัว**)

### **ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน**

1. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันแลกเปลี่ยนความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ เพื่อเขียนวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมกับเขียนประโยคสัญลักษณ์เพื่อแสดงการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรมที่ 3.2 (**ขั้นตอนการจัดระเบียบ**)

2. ครูกระตุ้นให้นักเรียนแต่ละกลุ่มได้พูดคุยและแบ่งปันความคิดเห็น เพื่อเขียนวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาและประโยคสัญลักษณ์ลงในใบกิจกรรมที่ 3.2

3. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันลงมือแก้ปัญหามาตามวิธีการหรือขั้นตอนที่วางแผนไว้ลงในใบกิจกรรมที่ 3.2 (**ขั้นตอนการดำเนินการ**)

4. ครูเดินสำรวจกำกับและติดตามรอบห้องเรียนเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการ รวมถึงพฤติกรรมการเรียนรู้และการทำงานกลุ่มขณะที่นักเรียนลงมือทำงานคณิตศาสตร์ หากพบว่านักเรียนไม่สามารถหาคำตอบในงานทางคณิตศาสตร์ได้ ครูจะกระตุ้นโดยการพูดคุย ชักถาม เพื่อกระตุ้นความรู้และประสบการณ์เดิม

5. ครูจัดบันทึกหรือถ่ายรูปแนวคิดหรือวิธีการของกลุ่มที่น่าสนใจทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด

6. นักเรียนประเมินความเหมาะสมของวิธีการและให้เหตุผลประกอบการประเมินลงในใบกิจกรรมที่ 3.2 (**ขั้นตอนการตรวจสอบ**)



7. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันเขียนปัญหาอุปสรรคในการทำงานและแนวทางการแก้ไขให้ดีขึ้น พร้อมทั้งเขียนอธิบายเกี่ยวกับความมั่นใจในคำตอบลงในใบกิจกรรม 3.2 (ขั้นตอนการตรวจสอบ)

#### ชั่วโมงที่ 4

##### ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน

1. ครูพิจารณาคัดเลือกแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนจากแบบบันทึก โดยเลือกแนวคิดหรือวิธีการให้ครอบคลุม หลากหลายและเพียงพอที่นักเรียนจะสามารถสรุปเป็นความรู้ใหม่ตามเป้าหมายการเรียนรู้และเหมาะสมกับเวลา

2. ครูจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการที่ได้จากการคัดเลือกเพื่อใช้ในการนำเสนอและอภิปรายตามความเหมาะสม โดยมีการจัดกลุ่มการนำเสนอ 2 กลุ่มตามเป้าหมายการทำงานทางคณิตศาสตร์ และมีการจัดลำดับ ดังนี้

1) การนำเสนอการเลือกอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลา โดยมีการจัดลำดับ ดังนี้

1.1) การหาปริมาตรของน้ำรวมกับปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่ง แล้วพิจารณาเปรียบเทียบกับความจุของตู้ปลา

1.2) การหาความจุส่วนที่เหลือของตู้ปลา แล้วนำมาเปรียบเทียบกับปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่ง

1.3) การนำความจุของตู้ปลาลบปริมาตรของน้ำ แล้วนำมาเปรียบเทียบกับปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลา

1.4) แนวคิดอื่น ๆ ที่สามารถนำไปใช้เลือกอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาได้ถูกต้อง

2) การนำเสนอการหาระดับน้ำที่เพิ่มสูงขึ้นจากเดิม โดยมีการจัดลำดับ ดังนี้

2.1) การหาปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่งที่ทำให้น้ำเพิ่มสูงขึ้น 1 เซนติเมตรแล้วเทียบบัญญัติไตรยางศ์กับปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่งชั้นที่เลือกเพื่อหาความสูงที่เพิ่มขึ้นของระดับน้ำ

2.2) การนำปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่งชั้นที่เลือกหารด้วยพื้นที่ก้นตู้ปลาเพื่อหาความสูงที่เพิ่มขึ้นของระดับน้ำ

2.3) การนำปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่งชั้นที่เลือกแทนลงในสูตรการหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากเพื่อหาความสูงที่เพิ่มขึ้นของระดับน้ำ

2.4) การนำปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่งชั้นที่เลือกรวมกับปริมาตรของน้ำ แล้วนำมาหาความสูงของระดับน้ำหลังจากใส่อุปกรณ์ โดยใช้วิธีการหาปริมาตรที่ทำให้น้ำเพิ่มสูงขึ้น 1 เซนติเมตร แล้วเทียบบัญญัติไตรยางศ์กับปริมาตรของน้ำรวมกับอุปกรณ์ตกแต่งเพื่อหาความสูงของระดับน้ำหลังจากใส่อุปกรณ์ หลังจากนั้นนำความสูงของระดับน้ำลบความสูงระดับน้ำเดิม

2.5) การนำปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่งชั้นที่เลือกพร้อมกับปริมาตรของน้ำ แล้วนำมาหาความสูงของระดับน้ำหลังจากใส่อุปกรณ์ โดยใช้วิธีการนำปริมาตรของน้ำรวมกับอุปกรณ์ ตกแต่งแล้วหารด้วยพื้นที่ก้นตู้ปลาเพื่อหาความสูงของระดับน้ำหลังจากใส่อุปกรณ์ หลังจากนั้นนำความสูงของระดับน้ำลบความสูงระดับน้ำเดิม

2.6) การนำปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่งชั้นที่เลือกพร้อมกับปริมาตรของน้ำ แล้วนำมาหาความสูงของระดับน้ำหลังจากใส่อุปกรณ์ โดยใช้วิธีการนำปริมาตรของน้ำรวมกับอุปกรณ์ ตกแต่งแทนลงในสูตรการหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากเพื่อหาความสูงของระดับน้ำหลังจากใส่ อุปกรณ์ หลังจากนั้นนำความสูงของระดับน้ำลบความสูงระดับน้ำเดิม

2.7) แนวคิดอื่น ๆ ที่ใช้หารระดับน้ำที่เพิ่มสูงขึ้นได้ถูกต้อง

3. ครูแจ้งให้นักเรียนทราบลำดับการนำเสนอแนวคิดตามที่ครูได้คัดเลือกไว้ เพื่อให้นักเรียน ได้เตรียมความพร้อมก่อนออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน

### ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่

1. นักเรียนออกมานำเสนอและอธิบายแนวคิดหรือวิธีการของตนเองหน้าชั้นเรียนตามลำดับที่กำหนด หลังจากที่แต่ละกลุ่มนำเสนอ ครูตั้งคำถามให้นักเรียนได้อภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนเกี่ยวกับแนวคิดของกลุ่มที่นำเสนอ

2. เมื่อเสร็จสิ้นการนำเสนอของการเลือกอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาครบทุกกลุ่ม ครูตั้งคำถามให้นักเรียนอภิปรายเกี่ยวกับวิธีการที่นักเรียนใช้ทั้งหมดในการเลือกอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลา

3. เมื่อเสร็จสิ้นการนำเสนอของการหารระดับน้ำที่เพิ่มสูงขึ้นจากเดิมครบทุกกลุ่ม ครูตั้งคำถามให้นักเรียนอภิปรายเกี่ยวกับวิธีการที่นักเรียนใช้ทั้งหมดในการหารระดับน้ำที่เพิ่มสูงขึ้นจากเดิม

4. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันประเมินวิธีการและผลลัพธ์การแก้ปัญหาของกลุ่มลงในแบบสะท้อนผลการทำงาน ครั้งที่ 4 (ขั้นตอนการตรวจสอบ)

### ขั้นสรุป

1. ครูตรวจสอบความรู้และความเข้าใจของนักเรียน โดยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันสรุปการหารระดับน้ำที่เพิ่มสูงขึ้นจากเดิม ดังนี้

วิธีที่ 1 การหาปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่งที่ทำให้น้ำเพิ่มสูงขึ้น 1 เซนติเมตร แล้วเทียบบัญญัติไตรยางค์กับปริมาตรของอุปกรณ์ที่ใส่ลงในตู้ปลาเพื่อหาความสูงที่เพิ่มขึ้นของระดับน้ำ

วิธีที่ 2 การนำปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่งชั้นที่เลือกแทนลงในสูตรการหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากเพื่อหาความสูงที่เพิ่มขึ้นของระดับน้ำ

### 7. สื่อการเรียนรู้และแหล่งเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ป.6 เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ
2. ใบกิจกรรมที่ 3.1 เรื่อง อุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลา
3. ใบกิจกรรมที่ 3.2 เรื่อง ตู้ปลาแสนสวย
4. แบบสะท้อนผลการทำงาน

### 8. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

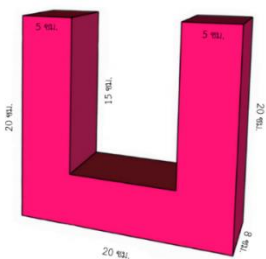
จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1. นักเรียนสามารถอธิบายวิธีการหาปริมาตรรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากได้	1. ตรวจใบกิจกรรมที่ 3.1 2. ตรวจใบกิจกรรมที่ 3.2	1. ใบกิจกรรมที่ 3.1 “อุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลา” 2. ใบกิจกรรมที่ 3.2 “ตู้ปลาแสนสวย”	นักเรียนมีผลการเรียนรู้อยู่ในระดับ 2 ขึ้นไป ถือว่าผ่านเกณฑ์
2. นักเรียนสามารถเขียนแสดงวิธีการหาปริมาตรของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากได้ 3. นักเรียนสามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลในการหาปริมาตรรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก	1. ตรวจใบกิจกรรมที่ 3.1 2. ตรวจใบกิจกรรมที่ 3.2 3. ตรวจแบบสะท้อนผลการทำงาน	1. ใบกิจกรรมที่ 3.1 “อุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลา” 2. ใบกิจกรรมที่ 3.2 “ตู้ปลาแสนสวย” 3. แบบสะท้อนผลการทำงาน	ใช้รหัสในการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ
4. นักเรียนยอมรับความคิดเห็นที่แตกต่าง 5. นักเรียนมีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย	สังเกตพฤติกรรม	แบบสังเกตพฤติกรรม	นักเรียนได้คะแนนรวม 8 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่านเกณฑ์

### ใบกิจกรรมที่ 3.1 ”อุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลา”

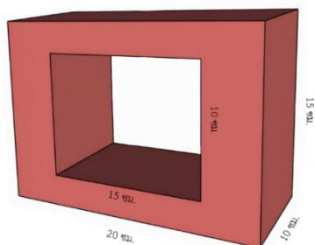
กลุ่มที่.....

#### สถานการณ์ “อุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลา”

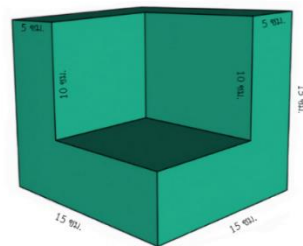
เด็กชายแสนสุขต้องการตกแต่งตู้ปลาให้มีสีสันสวยงามเพื่อซื้อปลามาเลี้ยง เขาจึงได้เข้าไปดูอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาที่มีขายในร้านค้าออนไลน์ ซึ่งทางร้านได้มีภาพตัวอย่างสินค้าและบอกขนาดของสินค้ากำกับไว้ในแต่ละชิ้นดังภาพ โดยสินค้าที่เด็กชายแสนสุขสนใจเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก แต่เด็กชายแสนสุขยังไม่สามารถตัดสินใจได้ว่าควรเลือกซื้อสินค้าชิ้นใดจึงอยากขอให้นักเรียนช่วยหาปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาเพื่อใช้ประกอบการตัดสินใจ



สินค้าชิ้นที่ 1



สินค้าชิ้นที่ 2



สินค้าชิ้นที่ 3

1. จากปัญหาให้นักเรียนระบุเป้าหมายที่นักเรียนต้องทำ (FK)

เป้าหมายที่นักเรียนต้องทำ.....

.....

เงื่อนไขของปัญหา.....

.....

2. นักเรียนจะนำความรู้ สูตรหรือหลักการใดทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา และเหตุใดจึงใช้ความรู้ดังกล่าว (FK)

ความรู้ที่ใช้.....

.....

เพราะ.....

.....

.....

3. การหาปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาชั้นที่ 1

3.1 ลักษณะของอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาชั้นที่ 1

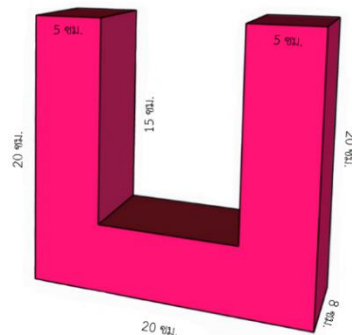
.....

.....

.....

.....

.....



3.2 ให้นักเรียนเขียนวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการหาปริมาตร (วาดภาพหรือเขียนอธิบาย) (FR)

3.3 ให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์ในการแก้ปัญหา (FR)

.....

.....

เพราะ.....

.....

3.4 ให้นักเรียนเขียนแสดงวิธีทำอย่างละเอียด (E)

3.5 จากวิธีการที่ทำมาทั้งหมด ได้ข้อสรุปในการแก้ปัญหานี้อย่างไร (IR)

ตอบ.....

4. การหาปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาชั้นที่ 2

4.1 ลักษณะของอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาชั้นที่ 2

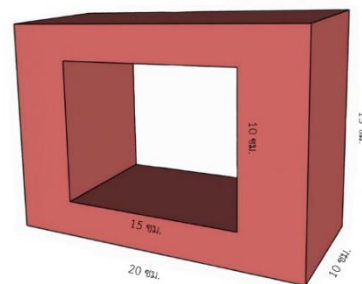
.....

.....

.....

.....

.....



4.2 ให้นักเรียนเขียนวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการหาปริมาตร (วาดภาพหรือเขียนอธิบาย) (FR)

4.3 ให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์ในการแก้ปัญหา (FR)

.....

.....

เพราะ.....

.....

4.4 ให้นักเรียนเขียนแสดงวิธีทำอย่างละเอียด (E)

4.5 จากวิธีการที่ทำมาทั้งหมด ได้ข้อสรุปในการแก้ปัญหานี้อย่างไร (IR)

ตอบ.....

5. การหาปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาชั้นที่ 3

5.1 ลักษณะของอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาชั้นที่ 3

.....

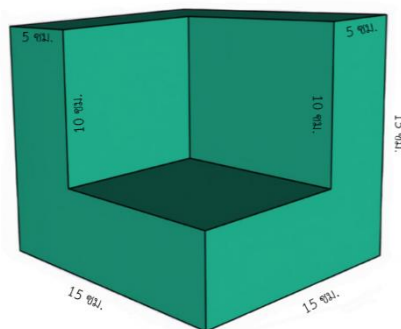
.....

.....

.....

.....

.....



5.2 ให้นักเรียนเขียนวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการหาปริมาตร (วาดภาพหรือเขียนอธิบาย) (FR)

5.3 ให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์ในการแก้ปัญหา (FR)

.....

.....

เพราะ.....

.....

5.4 ให้นักเรียนเขียนแสดงวิธีทำอย่างละเอียด (E)

5.5 จากวิธีการที่ทำมาทั้งหมด ได้ข้อสรุปในการแก้ปัญหานี้อย่างไร (IR)

ตอบ.....

6. ให้นักเรียนเขียนอธิบายสรุปวิธีการที่กลุ่มใช้หาปริมาตรของสินค้าอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาทั้ง 3 ชั้น

ตอบ.....  
 .....  
 .....  
 .....

7. วิธีการที่กลุ่มของนักเรียนใช้ในการหาปริมาตรของอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลามีความเหมาะสมหรือไม่ เพราะเหตุใด (E)

ตอบ.....  
 เพราะ.....  
 .....  
 .....

8. จากวิธีการในการแก้ปัญหาของกลุ่มมีปัญหาอุปสรรคในการทำงานอย่างไร ปัญหา/อุปสรรค.....

แนวทางแก้ไขให้วิธีการดีขึ้น.....  
 .....  
 .....

9. นักเรียนมั่นใจในคำตอบข้างต้นหรือไม่ เพราะเหตุใด

.....  
 .....  
 .....

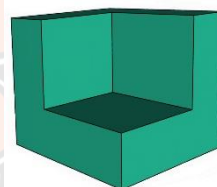
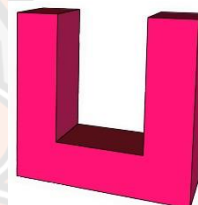
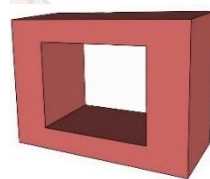
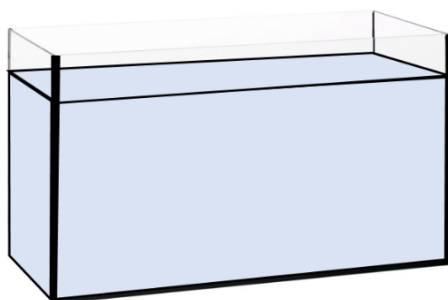


### ใบกิจกรรมที่ 3.2 “ตู้ปลาแสนสวย”

กลุ่มที่.....

#### สถานการณ์ “ตู้ปลาแสนสวย”

เด็กชายแสนสุขได้เตรียมตู้ปลาที่มีก้นตู้ภายในกว้าง 16 เซนติเมตร ยาว 25 เซนติเมตร และภายในตู้ปลาสูง 40 เซนติเมตร โดยเขาเตรียมน้ำในตู้ปลาให้ระดับน้ำสูง 35 เซนติเมตร เพื่อซื้ออุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาจากร้านออนไลน์มาตกแต่งให้สวยงาม เด็กชายแสนสุขจึงขอให้นักเรียนช่วยตัดสินใจเลือกอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลา 1 ชิ้น ที่นำมาใส่ลงในตู้ปลาที่เตรียมน้ำไว้ โดยเมื่อใส่อุปกรณ์ตกแต่งลงไปจะไม่ทำให้น้ำที่ได้เตรียมไว้ล้นตู้ปลา พร้อมกับขอให้นักเรียนช่วยหาระดับน้ำสูงขึ้นจากเดิมกี่เซนติเมตร



1. จากปัญหาให้นักเรียนระบุเป้าหมายที่นักเรียนต้องทำและเงื่อนไขของปัญหา (FK)

เป้าหมายที่นักเรียนต้องทำ.....

.....

เงื่อนไขของปัญหา.....

.....

2. นักเรียนจะนำความรู้ สูตรหรือหลักการใดทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา และเหตุใดจึงใช้ความรู้ดังกล่าว (FK)

ความรู้ที่ใช้.....

.....

เพราะ.....

.....

## 3. การเลือกอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลา

3.1 ให้นักเรียนเขียนวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการเลือกอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลา (วาดภาพหรือเขียนอธิบาย) (FR)

3.2 ให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์ในการแก้ปัญหา (FR)

.....  
 .....  
 เพราะ.....  
 .....

3.3 ให้นักเรียนเขียนแสดงวิธีทำอย่างละเอียด (E)

3.4 จากวิธีการที่ทำมาทั้งหมด ได้ข้อสรุปในการแก้ปัญหานี้อย่างไร (IR)

อุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาที่เลือกคือ.....  
 เพราะ.....  
 .....

3.5 วิธีการที่นักเรียนใช้ในการเลือกอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลามีความเหมาะสมหรือไม่ เพราะเหตุใด (E)

ตอบ.....  
 เพราะ.....  
 .....

4. การหาระดับน้ำที่สูงขึ้นจากเดิม

4.1 ให้นักเรียนเขียนวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการหาระดับน้ำที่สูงขึ้นจากเดิม (วาดภาพหรือเขียนอธิบาย) (FR)

4.2 ให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์ในการแก้ปัญหา (FR)

.....  
 .....  
 เพราะ.....  
 .....

4.3 ให้นักเรียนเขียนแสดงวิธีทำอย่างละเอียด (E)

4.4 จากวิธีการที่ทำมาทั้งหมด ได้ข้อสรุปในการแก้ปัญหานี้อย่างไร (IR)

ตอบ.....

4.5 วิธีการที่นักเรียนใช้ในการหาระดับน้ำที่สูงขึ้นจากเดิมมีความเหมาะสมหรือไม่ เพราะเหตุใด (E)

ตอบ.....

เพราะ.....

.....  
 .....

5. จากวิธีการในการแก้ปัญหาของกลุ่มมีปัญหาอุปสรรคในการทำงานอย่างไร

ปัญหา/อุปสรรค.....

.....

แนวทางแก้ไขให้วิธีการดีขึ้น.....

.....

.....

6. นักเรียนมั่นใจในคำตอบข้างต้นหรือไม่ เพราะเหตุใด

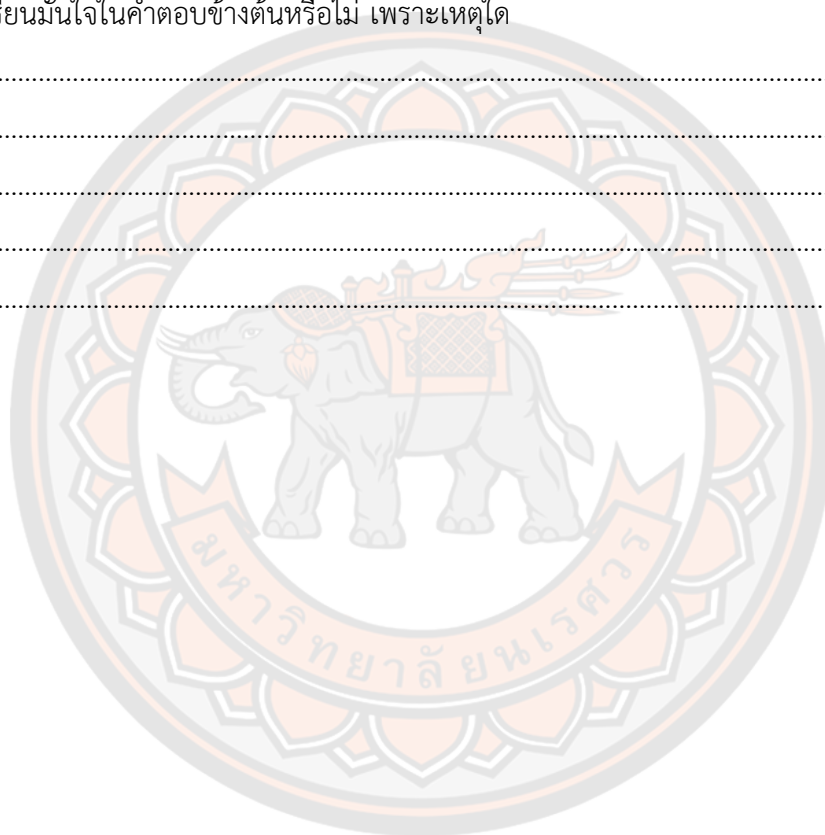
.....

.....

.....

.....

.....



### แบบสะท้อนผลการทำงาน ครั้งที่ 3

กลุ่ม.....

คำชี้แจง : ให้นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ความเข้าใจที่ได้รับจากการทำกิจกรรมในชั้นเรียน พร้อมกับ  
ร่วมกันเขียนวิจารณ์วิธีการทำงานและผลลัพธ์การแก้ปัญหาของกลุ่ม

1. ความรู้ความเข้าใจที่นักเรียนได้รับจากการทำกิจกรรม “อุปกรณ์ตกแต่งตุ๊กปลา”

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาและเงื่อนไขของปัญหาที่นักเรียนเขียนไว้ถูกต้องหรือไม่สำหรับการทำ  
กิจกรรม “อุปกรณ์ตกแต่งตุ๊กปลา” เพราะเหตุใด (FK)

ถูกต้อง

ไม่ถูกต้อง

เพราะ.....

.....

.....

3. ประโยคสัญลักษณ์ที่นักเรียนใช้ในการหาปริมาตรอุปกรณ์ตกแต่งตุ๊กปลาแต่ละชิ้นมีความเหมาะสม  
หรือไม่ เพราะเหตุใด และให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์ที่ถูกปรับแก้ให้ดีขึ้นกว่าเดิม (FR)

3.1 อุปกรณ์ตกแต่งตุ๊กปลาชิ้นที่ 1

เหมาะสม

ไม่เหมาะสม

เหตุผล.....

.....

.....

ประโยคสัญลักษณ์ที่ถูกปรับแก้.....

.....

## 3.2 อุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาชิ้นที่ 2

 เหมาะสม ไม่เหมาะสม

เหตุผล.....

.....

.....

ประโยชน์สัญลักษณ์ที่ถูกปรับแก้.....

.....

## 3.3 อุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาชิ้นที่ 3

 เหมาะสม ไม่เหมาะสม

เหตุผล.....

.....

.....

ประโยชน์สัญลักษณ์ที่ถูกปรับแก้.....

.....

4. วิธีการที่นักเรียนใช้ในการหาปริมาณอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลามีความเหมาะสมหรือไม่ เพราะเหตุใด และให้นักเรียนเขียนวิธีการหาปริมาณที่ถูกปรับแก้หรือพัฒนาให้ดีขึ้นกว่าเดิม (E)

 เหมาะสม ไม่เหมาะสม

เหตุผล.....

.....

วิธีการที่ถูกปรับแก้หรือพัฒนา.....

.....

5. หลังจากทำกิจกรรม “อุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลา” นักเรียนมีคำถามหรือสิ่งที่ไม่เข้าใจเกี่ยวกับอะไร

ตอบ.....

.....

6. สิ่งที่นักเรียนจะปรับแก้ให้ดีขึ้นในการทำงานครั้งต่อไปคืออะไร

ตอบ.....

.....

## แบบสะท้อนผลการทำงาน ครั้งที่ 4

กลุ่ม.....

คำชี้แจง : ให้นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ความเข้าใจที่ได้รับจากการทำกิจกรรมในชั้นเรียน พร้อมกับ  
ร่วมกันเขียนวิจารณ์วิธีการทำงานและผลลัพธ์การแก้ปัญหาของกลุ่ม

1. ความรู้ความเข้าใจที่นักเรียนได้รับจากการทำกิจกรรม “ตุ้ปลาแสนสวย”

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาและเงื่อนไขของปัญหาที่นักเรียนเขียนไว้ถูกต้องหรือไม่สำหรับการทำ  
กิจกรรม “ตุ้ปลาแสนสวย” เพราะเหตุใด (FK)

ถูกต้อง

ไม่ถูกต้อง

เพราะ.....

.....

.....

3. การเลือกอุปกรณ์ตกแต่งตุ้ปลา

3.1 ประโยคสัญลักษณ์ที่นักเรียนใช้ในการเลือกอุปกรณ์ตกแต่งตุ้ปลามีความเหมาะสมหรือไม่ เพราะ  
เหตุใดและให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์ที่ถูกปรับแก้ให้ดีขึ้นกว่าเดิม (FR)

เหมาะสม

ไม่เหมาะสม

เหตุผล.....

.....

.....

ประโยคสัญลักษณ์ที่ถูกปรับแก้.....

.....

3.2 วิธีการที่นักเรียนใช้ในการเลือกอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาที่มีความเหมาะสมหรือไม่ เพราะเหตุใด และให้นักเรียนเขียนวิธีการที่ถูกปรับแก้ให้ดีขึ้นกว่าเดิม (E)

เหมาะสม

ไม่เหมาะสม

เหตุผล.....

วิธีการที่ถูกปรับแก้หรือพัฒนา.....

3.3 การเขียนอธิบายสรุปการเลือกอุปกรณ์ตกแต่งตู้ปลาของนักเรียนมีความเหมาะสมหรือไม่ เพราะเหตุใด (IR)

เหมาะสม

ไม่เหมาะสม

เหตุผล.....

4. การหาระดับน้ำที่สูงขึ้นจากเดิม

4.1 ประโยคสัญลักษณ์ที่นักเรียนใช้ในการหาระดับน้ำที่สูงขึ้นจากเดิมมีความเหมาะสมหรือไม่ เพราะเหตุใด และให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์ที่ถูกปรับแก้ให้ดีขึ้นกว่าเดิม (FR)

เหมาะสม

ไม่เหมาะสม

เหตุผล.....

ประโยคสัญลักษณ์ที่ถูกปรับแก้.....

4.2 วิธีการที่นักเรียนใช้ในการหาระดับน้ำที่สูงขึ้นจากเดิมมีความเหมาะสมหรือไม่ เพราะเหตุใด และให้นักเรียนเขียนวิธีการที่ถูกปรับแก้ให้ดีขึ้นกว่าเดิม (E)

เหมาะสม

ไม่เหมาะสม

เหตุผล.....

วิธีการที่ถูกปรับแก้หรือพัฒนา.....



### แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้

สะท้อนครั้งที่.....วันที่.....ช่วงเวลาสังเกต ตั้งแต่เวลา.....น. ถึงเวลา.....น.  
 แผนการจัดการเรียนรู้ที่.....เรื่อง.....  
 จำนวน..... ชั่วโมง ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่.....ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....

ครูผู้สอน นายวรุฒ หล้าป้อ

ชื่อผู้สังเกต.....

ตำแหน่ง  ผู้วิจัย

ผู้เชี่ยวชาญ.....

#### คำชี้แจง

1. แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ฉบับนี้ใช้สำหรับการสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปรายที่มีต่อสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ซึ่งมีทั้งหมด 5 ชั้น ได้แก่

**ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Anticipating)** ครูออกแบบหรือคัดเลือกงานทางคณิตศาสตร์ก่อนการจัดการเรียนรู้ โดยงานทางคณิตศาสตร์ที่ออกแบบหรือคัดเลือกต้องอาศัยความรู้ ความเข้าใจและทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการทำงาน ที่นำมาซึ่งคำตอบที่แตกต่างหลากหลายของนักเรียนแต่ละคน ตามความรู้และประสบการณ์เดิม โดยครูมีการคาดการณ์การตอบสนองต่องานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และคาดการณ์ถึงวิธีการในการหาคำตอบของนักเรียนจนได้คำตอบทั้งที่ถูกต้องและไม่ถูกต้อง

**ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching)** ครูนำเสนองานทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่น่าสนใจ กระตุ้นความรู้และประสบการณ์เดิมของนักเรียนแต่ละคน สร้างบรรยากาศการเรียนรู้ที่เปิดรับความคิดเห็นและวิธีการที่แตกต่างหลากหลาย เพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและเงื่อนไขสำคัญๆ ของปัญหา แต่ไม่ชี้แนะแนวทางการหาคำตอบ โดยครูใช้กลวิธีเชิงอภิปรายช่วยควบคุมความสามารถและกระบวนการคิดของนักเรียน ได้แก่ ขั้นตอนการปรับตัว

**ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring)** นักเรียนใช้ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบของงานทางคณิตศาสตร์ โดยครูใช้กลวิธีเชิงอภิปราย 2 กลวิธีย่อยช่วยควบคุมความสามารถและกระบวนการคิดของนักเรียน ได้แก่ ขั้นตอนการจัดระเบียบและขั้นตอนการดำเนินการ โดยนักเรียนทำความเข้าใจปัญหาและเลือก

วิธีการหรือขั้นตอนเพื่อวางแผนแก้ปัญหา หลังจากนั้นนักเรียนปฏิบัติตามวิธีการและขั้นตอนตามทีวางแผนไว้เพื่อหาข้อสรุปจากงานทางคณิตศาสตร์ที่กำหนด โดยระหว่างนักเรียนลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์ครูกำกับติดตามแนวคิดและวิธีการต่างๆ ที่น่าสนใจทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาดของนักเรียน รวมถึงพฤติกรรมกรรมการเรียนรู้ต่างๆ ของนักเรียนและมีการจดบันทึกไว้

**ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting and Sequencing)** ครูคัดเลือกแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนจากข้อมูลที่สังเกตและบันทึกได้จากขั้นการปฏิบัติที่ 3 เพื่อกำหนดเป็นประเด็นที่จะใช้ในการอภิปรายโดยเลือกให้ครอบคลุมแนวคิดของนักเรียนทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด รวมถึงแนวคิดหรือวิธีการที่หลากหลายที่จะสามารถนำไปสรุปเป็นความรู้ใหม่ตามวัตถุประสงค์ของบทเรียน และครูจัดลำดับการอภิปรายแนวคิดและวิธีการที่นักเรียนใช้ในการทำงานทางคณิตศาสตร์ โดยเริ่มจากแนวคิดและวิธีการที่นักเรียนส่วนใหญ่ได้ทำ สามารถเข้าใจได้และนำนักเรียนให้เชื่อมโยงไปสู่วิธีการที่ถูกต้องตามแนวคิดทางคณิตศาสตร์

**ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ (Connecting)** นักเรียนนำเสนอและอธิบายแนวคิดหรือวิธีการของกลุ่มตามลำดับที่ครูจัดลำดับไว้ในขั้นการปฏิบัติที่ 4 นักเรียนได้อภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้ แนวคิดหรือวิธีการ และนำไปสู่การสรุปเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเอง รวมทั้งครูให้นักเรียนเปรียบเทียบความเหมือนและความแตกต่างในแนวคิดของตนเองกับคนอื่นและประเมินความสมเหตุสมผลของวิธีการต่างๆ ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน โดยครูใช้กลวิธีเชิงอภิปรายได้แก่ ขั้นตอนการตรวจสอบ ซึ่งครูให้นักเรียนประเมินวิธีการที่ตนเองใช้ในการแก้ปัญหาและประเมินผลลัพธ์ของแผนการแก้ปัญหาว่าผลที่ได้มีความถูกต้องและสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ตามเป้าหมายที่ตั้งไว้หรือไม่ รวมทั้งระบุข้อผิดพลาดและนำเสนอวิธีแก้ไขข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

**สมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลและนำเสนอข้อโต้แย้งที่น่าเชื่อถือ ซึ่งแบ่งเป็น 5 ประเด็นที่ศึกษา ดังนี้

1. **ความรู้และเจือใจ** นักเรียนสามารถระบุเจือใจของปัญหาและระบุความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ และสามารถให้เหตุผลอธิบายความสมเหตุสมผลการระบุความรู้ได้
2. **การแสดงแทน** นักเรียนสามารถนำเสนอปัญหาโดยเขียนอยู่ในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์หรือสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ และสามารถให้เหตุผลสนับสนุนการนำเสนอปัญหาที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้

3. **กระบวนการและขั้นตอน** นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลสนับสนุนหรือสร้างข้อโต้แย้งสำหรับกระบวนการและขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ และสามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์หรือข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาประกอบการอธิบายเหตุผลสมผลของกระบวนการและขั้นตอนได้

4. **ข้อสรุป** นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปของปัญหาได้ และสามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์หรือข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหามาประกอบการอธิบายเหตุผลสนับสนุนหรือโต้แย้งข้อสรุปได้

5. **การระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัด** นักเรียนสามารถระบุและวิเคราะห์ข้อจำกัดของการแสดงแทนหรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ และสามารถให้เหตุผลสนับสนุนหรือโต้แย้งการแสดงแทนที่คนอื่นใช้ในการแก้ปัญหาได้

2. ขอให้ผู้สะท้อนโปรดสังเกตพฤติกรรมกรรมการจัดการเรียนรู้ของครูผู้สอนภายในชั้นเรียน และบันทึกรายละเอียด ข้อคิดเห็นและข้อเสนอแนะในแต่ละขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้

---



**ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน  
(Anticipating)**

1.1 การจัดการเรียนรู้สอดคล้องกับนิยามข้างต้นหรือไม่

สอดคล้อง

ไม่สอดคล้อง

ไม่แน่ใจ

จุดเด่นของขั้นนี้

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

แนวทางในการปรับปรุงแก้ไข

.....

.....

1.2 ขั้นการปฏิบัตินี้ผู้วิจัยส่งเสริมให้นักเรียนเกิดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในแต่ละประเด็นได้หรือไม่ อย่างไร

องค์ประกอบของสมรรถนะ การให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์	ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม
1. ความรู้และเจือใจ <input type="checkbox"/> ได้ <input type="checkbox"/> ไม่ได้	..... .....
2. การแสดงแทน <input type="checkbox"/> ได้ <input type="checkbox"/> ไม่ได้	..... .....
3. กระบวนการ <input type="checkbox"/> ได้ <input type="checkbox"/> ไม่ได้	..... .....
4. ข้อเสนอสรุป <input type="checkbox"/> ได้ <input type="checkbox"/> ไม่ได้	..... .....
5. การระบุข้อจำกัด <input type="checkbox"/> ได้ <input type="checkbox"/> ไม่ได้	..... .....

## ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching)

2.1 การจัดการเรียนรู้สอดคล้องกับนิยามข้างต้นหรือไม่

สอดคล้อง

ไม่สอดคล้อง

ไม่แน่ใจ

จุดเด่นของขั้นนี้

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

แนวทางในการปรับปรุงแก้ไข

.....

.....

.....

2.2 ขั้นการปฏิบัตินี้ผู้วิจัยส่งเสริมให้นักเรียนเกิดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในแต่ละประเด็นได้หรือไม่ อย่างไร

องค์ประกอบของสมรรถนะ การให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์	ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม
1. ความรู้และเงื่อนไข <input type="checkbox"/> ได้ <input type="checkbox"/> ไม่ได้	..... .....
2. การแสดงแทน <input type="checkbox"/> ได้ <input type="checkbox"/> ไม่ได้	..... .....
3. กระบวนการ <input type="checkbox"/> ได้ <input type="checkbox"/> ไม่ได้	..... .....
4. ข้อสรุป <input type="checkbox"/> ได้ <input type="checkbox"/> ไม่ได้	..... .....
5. การระบุข้อจำกัด <input type="checkbox"/> ได้ <input type="checkbox"/> ไม่ได้	..... .....

### ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring)

3.1 การจัดการเรียนรู้สอดคล้องกับนิยามข้างต้นหรือไม่

สอดคล้อง

ไม่สอดคล้อง

ไม่แน่ใจ

จุดเด่นของขั้นนี้

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

แนวทางในการปรับปรุงแก้ไข

.....

.....

.....

3.2 ขั้นการปฏิบัตินี้ผู้วิจัยส่งเสริมให้นักเรียนเกิดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในแต่ละประเด็นได้หรือไม่ อย่างไร

องค์ประกอบของสมรรถนะ การให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์	ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม
1. ความรู้และเงื่อนไข <input type="checkbox"/> ได้ <input type="checkbox"/> ไม่ได้	..... .....
2. การแสดงแทน <input type="checkbox"/> ได้ <input type="checkbox"/> ไม่ได้	..... .....
3. กระบวนการ <input type="checkbox"/> ได้ <input type="checkbox"/> ไม่ได้	..... .....
4. ข้อสรุป <input type="checkbox"/> ได้ <input type="checkbox"/> ไม่ได้	..... .....
5. การระบุข้อจำกัด <input type="checkbox"/> ได้ <input type="checkbox"/> ไม่ได้	..... .....

### ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting and Sequencing)

4.1 การจัดการเรียนรู้สอดคล้องกับนิยามข้างต้นหรือไม่

สอดคล้อง

ไม่สอดคล้อง

ไม่แน่ใจ

จุดเด่นของขั้นนี้

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

แนวทางในการปรับปรุงแก้ไข

.....

.....

4.2 ขั้นการปฏิบัตินี้ผู้วิจัยส่งเสริมให้นักเรียนเกิดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในแต่ละประเด็นได้หรือไม่ อย่างไร

องค์ประกอบของสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม
1. ความรู้และเจือใจ <input type="checkbox"/> ได้ <input type="checkbox"/> ไม่ได้	..... .....
2. การแสดงแทน <input type="checkbox"/> ได้ <input type="checkbox"/> ไม่ได้	..... .....
3. กระบวนการ <input type="checkbox"/> ได้ <input type="checkbox"/> ไม่ได้	..... .....
4. ข้อสรุป <input type="checkbox"/> ได้ <input type="checkbox"/> ไม่ได้	..... .....
5. การระบุข้อจำกัด <input type="checkbox"/> ได้ <input type="checkbox"/> ไม่ได้	..... .....

### ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ (Connecting)

5.1 การจัดการเรียนรู้สอดคล้องกับนิยามข้างต้นหรือไม่

สอดคล้อง

ไม่สอดคล้อง

ไม่แน่ใจ

จุดเด่นของขั้นนี้

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

แนวทางในการปรับปรุงแก้ไข

.....

.....

5.2 ขั้นการปฏิบัตินี้ผู้วิจัยส่งเสริมให้นักเรียนเกิดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในแต่ละประเด็นได้หรือไม่ อย่างไร

องค์ประกอบของสมรรถนะ การให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์	ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม
1. ความรู้และเงื่อนไข <input type="checkbox"/> ได้ <input type="checkbox"/> ไม่ได้	..... .....
2. การแสดงแทน <input type="checkbox"/> ได้ <input type="checkbox"/> ไม่ได้	..... .....
3. กระบวนการ <input type="checkbox"/> ได้ <input type="checkbox"/> ไม่ได้	..... .....
4. ข้อสรุป <input type="checkbox"/> ได้ <input type="checkbox"/> ไม่ได้	..... .....
5. การระบุข้อจำกัด <input type="checkbox"/> ได้ <input type="checkbox"/> ไม่ได้	..... .....



ข้อความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

.....

.....

.....

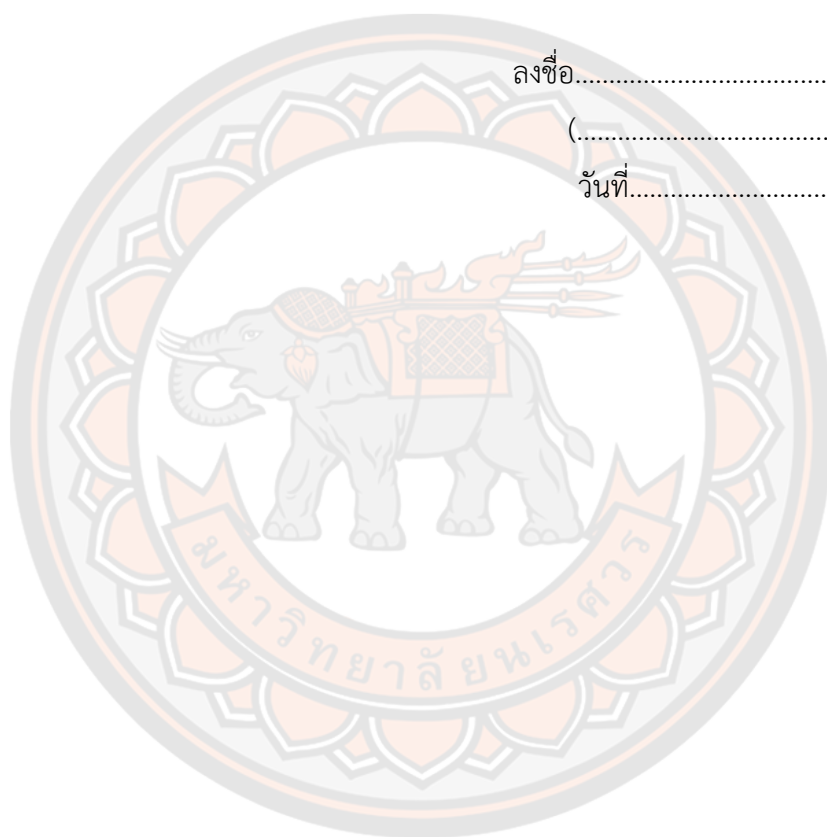
.....

.....

ลงชื่อ.....ผู้สังเกต

(.....)

วันที่.....



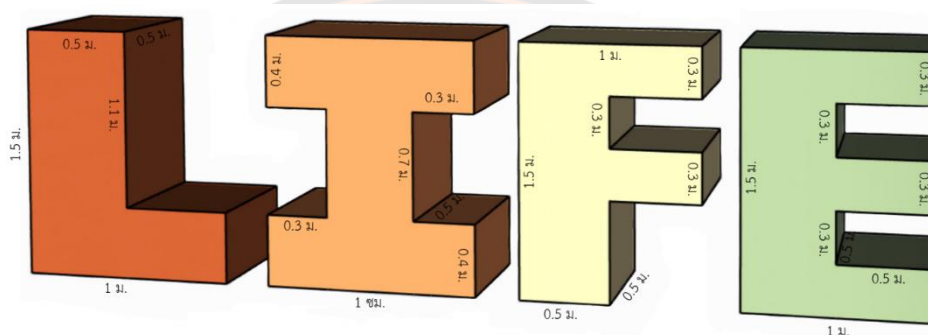
## แบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

### หลังเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 3

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

#### “LIFE café”

ร้าน LIFE café ต้องการทำตัวอักษรตั้งพื้นคำว่า “LIFE” ไว้สนามหญ้าหน้าร้าน เพื่อตกแต่งร้านให้สวยงามและสร้างมุมถ่ายรูปใหม่ให้กับลูกค้า โดยเจ้าของร้านได้ออกแบบลักษณะตัวอักษรและขนาดดังรูป



ถ้าผู้รับเหมาคิดค่าก่อสร้างโดยใช้ปริมาตรรวมของสิ่งก่อสร้างและคิดในอัตราลูกบาศก์เมตรละ 10,000 บาท (ถ้าเศษไม่เกินครึ่งลูกบาศก์เมตรให้คิดเท่ากับครึ่งลูกบาศก์เมตร แต่ถ้าเศษเกินครึ่งลูกบาศก์เมตรให้คิดเท่ากับ 1 ลูกบาศก์เมตร) เจ้าของร้านต้องจ่ายค่าทำตัวอักษรตั้งพื้นตามแบบข้างต้นทั้งหมดเท่าใด

1. จากปัญหาให้นักเรียนระบุเป้าหมายที่นักเรียนต้องทำและเงื่อนไขของปัญหา (FK)

เป้าหมายที่นักเรียนต้องทำ.....

เงื่อนไขของปัญหา.....

2. นักเรียนจะนำความรู้ สูตรหรือหลักการใดทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา และเหตุใดจึงใช้ความรู้ดังกล่าว (FK)

ความรู้ที่ใช้.....

เพราะ.....





4. จากวิธีการที่นักเรียนใช้ในการหาปริมาตรของตัวอักษรในข้อ 3 มีความเหมาะสมหรือไม่  
เพราะเหตุใด (E)

ตอบ.....  
เพราะ.....  
.....

5. ให้นักเรียนเขียนแสดงวิธีทำอย่างละเอียดเพื่อหาค่าใช้จ่ายในการทำตัวอักษรตั้งพื้น

6. จากวิธีการที่ทำมาทั้งหมด ได้ข้อสรุปในการจ่ายค่าทำตัวอักษรตั้งพื้นอย่างไร เพราะเหตุใด (IR)

ตอบ.....  
.....  
เพราะ.....  
.....

7. ต้นข้าวได้เสนอประโยคสัญลักษณ์สำหรับการหาปริมาตรของ  
ตัวอักษร F ว่า

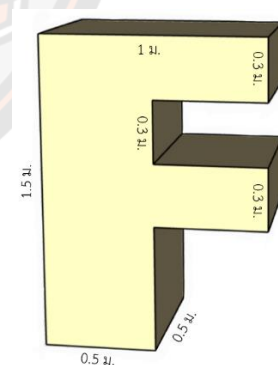
“เจ้าของร้านสามารถหาปริมาตรของตัวอักษร F ได้จากประโยค  
สัญลักษณ์  $(1 \times 1.5 \times 0.5) - (0.5 \times 0.3 \times 0.5) - (0.5 \times 0.3 \times 0.5) = \square$  ”

นักเรียนเห็นด้วยหรือไม่กับประโยคสัญลักษณ์ที่ต้นข้าวได้นำเสนอ  
เพราะเหตุใด ถ้าไม่เห็นด้วยให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์ที่  
ถูกต้อง (IM)

เห็นด้วย

ไม่เห็นด้วย

เพราะ.....  
.....  
ประโยคสัญลักษณ์ที่ถูกต้อง (กรณีไม่เห็นด้วย).....  
.....



แบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

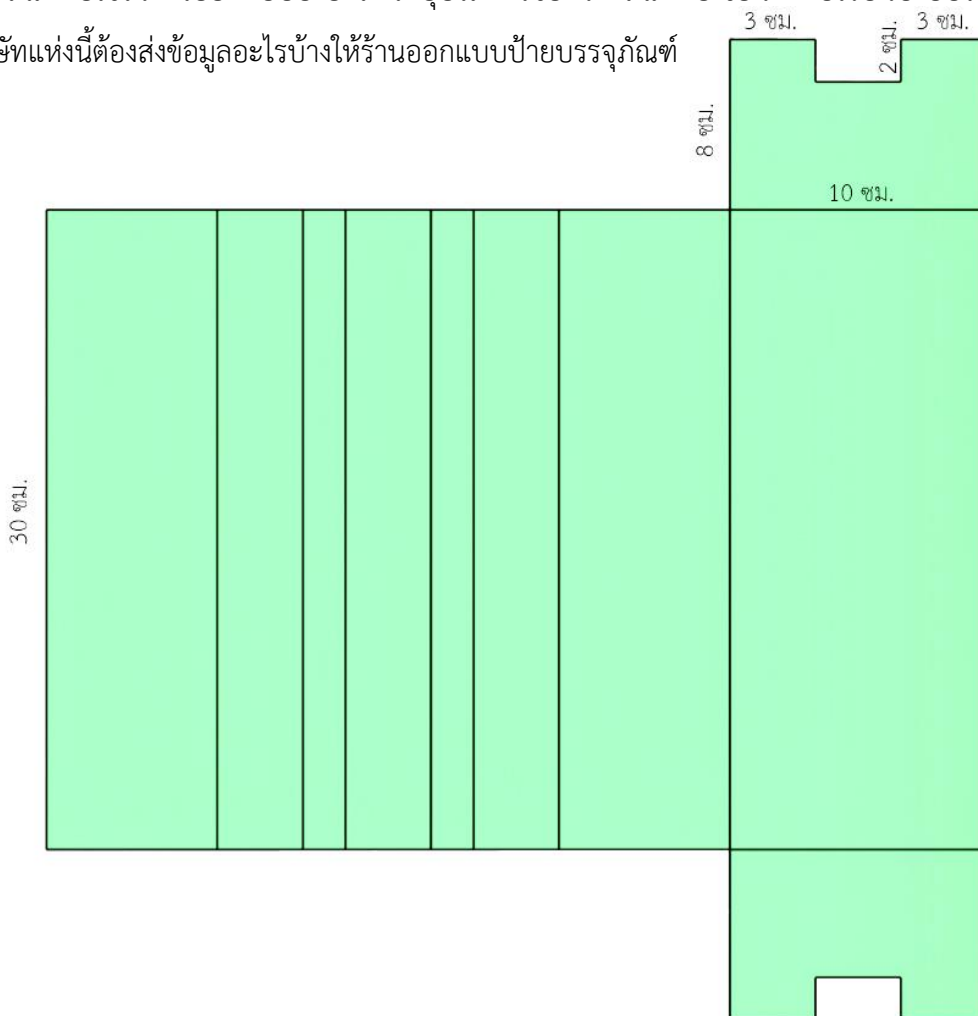
คำชี้แจง

1. แบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นแบบทดสอบชนิดอัตนัยจำนวน 3 ข้อ
2. เวลาในการทดสอบ 90 นาที
3. หากมีปัญหาใดๆ โปรดสอบถามผู้คุมสอบ

ชื่อ..... ชั้นประถมศึกษาปีที่.....เลขที่.....

**ปัญหา 1 “กล่องน้ำผลไม้”**

บริษัทผลิตน้ำผลไม้แห่งหนึ่งได้ออกแบบรูปคลี่ของกล่องน้ำผลไม้ดั่งรูป โดยบริษัทจะนำรูปคลี่ดังกล่าวมาพับเป็นกล่องและบรรจุน้ำผลไม้ให้เต็มกล่องพอดี ซึ่งก่อนการผลิตทางบริษัทต้องส่งข้อมูลเกี่ยวกับกล่องน้ำผลไม้ให้กับร้านออกแบบป้ายบรรจุภัณฑ์ โดยข้อมูลที่ส่งต้องระบุชนิดของบรรจุภัณฑ์น้ำผลไม้เพื่อใช้ในการออกแบบป้ายและระบุปริมาตรของน้ำผลไม้เพื่อเขียนกำกับไว้บนป้ายบรรจุภัณฑ์ บริษัทแห่งนี้ต้องส่งข้อมูลอะไรบ้างให้ร้านออกแบบป้ายบรรจุภัณฑ์



- 1.1 จากปัญหา ให้นักเรียนระบุเป้าหมายที่นักเรียนต้องทำและเงื่อนไขของปัญหา (FK)
- เป้าหมายที่นักเรียนต้องทำ.....
- .....
- เงื่อนไขของปัญหา.....
- .....

1.2 นักเรียนจะนำความรู้ สูตรหรือหลักการใดทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา และเหตุใดจึงใช้  
 ความรู้ดังกล่าว (FK)

ความรู้ที่ใช้.....

.....

เพราะ.....

.....

1.3 กล่องน้ำผลไม้ใบนี้เป็นรูปเรขาคณิตสามมิติชนิดใด พร้อมให้เหตุผลประกอบ (IR)

ตอบ.....

เพราะ.....

.....

1.4 ให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์ในการหาปริมาตรของน้ำผลไม้ พร้อมอธิบายเหตุผล (FR)

ประโยคสัญลักษณ์.....

.....

เพราะ.....

.....

1.5 ให้นักเรียนเขียนแสดงวิธีทำอย่างละเอียด (E)

1.6 วิธีการที่นักเรียนใช้ในการหาปริมาตรของน้ำผลไม้มีความเหมาะสมหรือไม่ เพราะเหตุใด (E)

ตอบ.....

เพราะ.....

.....



1.7 จากวิธีการที่นักเรียนนำมาทั้งหมด ให้นักเรียนเขียนสรุปข้อมูลทั้งหมดที่ต้องส่งให้ร้านออกแบบบรรจุภัณฑ์

ตอบ .....

.....

.....

1.8 สัมโอเป็นพนักงานคนหนึ่งของบริษัทแห่งนี้และได้รับมอบหมายให้หาปริมาตรของน้ำผลไม้ในบรรจุภัณฑ์นี้ โดยสัมโอได้เสนอวิธีการหาคำตอบว่า

“ปริมาตรของน้ำผลไม้ในกล่องนี้หาได้จากการนำพื้นที่หน้าตัดของกล่องคูณกับความสูงของกล่อง นั่นคือหาปริมาตรได้จากประโยคสัญลักษณ์  $[(8 \times 10) - (2 \times 4)] \times 30 = \square$ ”

นักเรียนเห็นด้วยหรือไม่กับประโยคสัญลักษณ์ที่สัมโอได้นำเสนอ พร้อมให้เหตุผลประกอบ ถ้าไม่เห็นด้วยให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์ที่ถูกต้อง (IM)

ตอบ .....

เพราะ .....

.....

.....

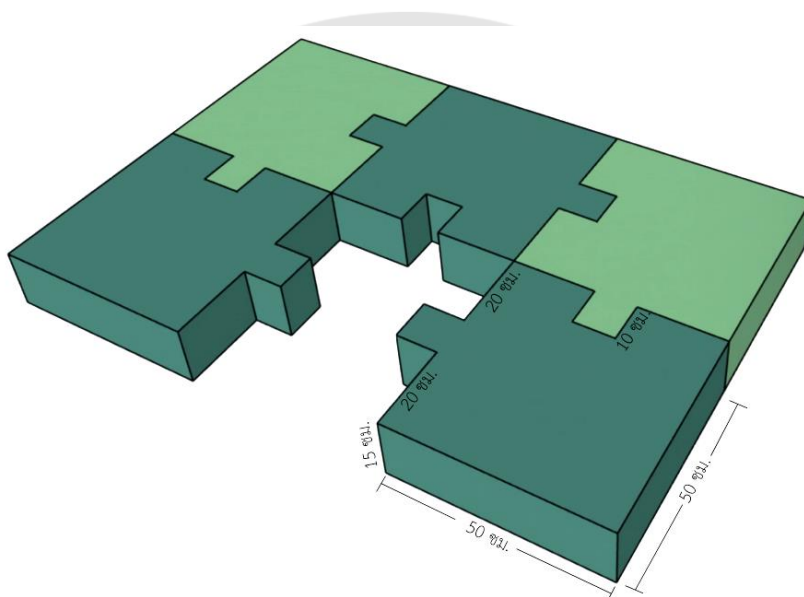
.....

ประโยคสัญลักษณ์ที่ถูกต้อง (กรณีไม่เห็นด้วย).....

.....

## ปัญหา 2 “บล็อกจิ๊กซอว์”

โรงเรียนต้องการสร้างบล็อกทางเดินบริเวณทางลงหน้าอาคารเรียนหลังใหม่ โดยต้องการทำบล็อกจิ๊กซอว์เรียงต่อกัน 6 ชั้นและทำเสร็จไปแล้ว 5 ชั้นดังรูป โดยบล็อกแต่ละชั้นมีความกว้างและความยาวเท่ากันและส่วนที่เชื่อมต่อกันมีขนาดเท่ากัน ซึ่งหลังจากทำบล็อกจิ๊กซอว์ 5 ชั้นทางโรงเรียนเหลือวัสดุที่ผสมไว้สำหรับทำบล็อกปริมาตร 30,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร ปริมาตรของวัสดุที่ผสมเพียงพอหรือไม่สำหรับการทำบล็อกจิ๊กซอว์ชั้นที่เหลือ เพราะเหตุใด



2.1 จากปัญหา ให้นักเรียนระบุเป้าหมายที่นักเรียนต้องทำและเงื่อนไขของปัญหา (FK)

เป้าหมายที่นักเรียนต้องทำ.....

.....

เงื่อนไขของปัญหา.....

.....

2.2 นักเรียนจะนำความรู้ สูตรหรือหลักการใดทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา และเหตุใดจึงใช้ความรู้ดังกล่าว (FK)

ความรู้ที่ใช้.....

.....

เพราะ.....

.....

2.3 ให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์ในการแก้ปัญหา<sup>นี้</sup> พร้อมอธิบายเหตุผล (เขียนหรือวาดภาพประกอบการอธิบาย) (FR)

ประโยคสัญลักษณ์.....

.....

เพราะ.....

.....

2.4 ให้นักเรียนเขียนแสดงวิธีทำอย่างละเอียด (E)



2.5 จากวิธีการที่ทำมาทั้งหมด ปริมาตรของวัสดุที่ผสมเพียงพอหรือไม่สำหรับการทำบล็อกจิ๊กซอร์ชิ้นเหลือ เพราะเหตุใด (IR)

ตอบ.....

เพราะ.....

.....

.....

2.6 วิธีการที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาที่มีความเหมาะสมหรือไม่ เพราะเหตุใด (E)

ตอบ.....

เพราะ.....

.....

.....

2.7 สัมผัสได้เสนอวิธีการหาค่าประมาณปริมาตรของบล็อกสี่เหลี่ยมว่า

“ปริมาตรของบล็อกสี่เหลี่ยมคำนวณได้จากปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่กว้าง 50 เซนติเมตร ยาว 50 เซนติเมตรและสูง 15 เซนติเมตร นั่นคือหาปริมาตรของบล็อกสี่เหลี่ยมได้จาก  
 ประโยคสัญลักษณ์  $50 \times 50 \times 15 = \square$  ”

วิธีการที่สัมผัสใช้ในการหาค่าประมาณปริมาตรของบล็อกสี่เหลี่ยมสมเหตุสมผลหรือไม่ และมีข้อจำกัดหรือความคลาดเคลื่อนหรือไม่อย่างไร ให้อธิบาย (IM)

ตอบ.....

เพราะ.....

.....

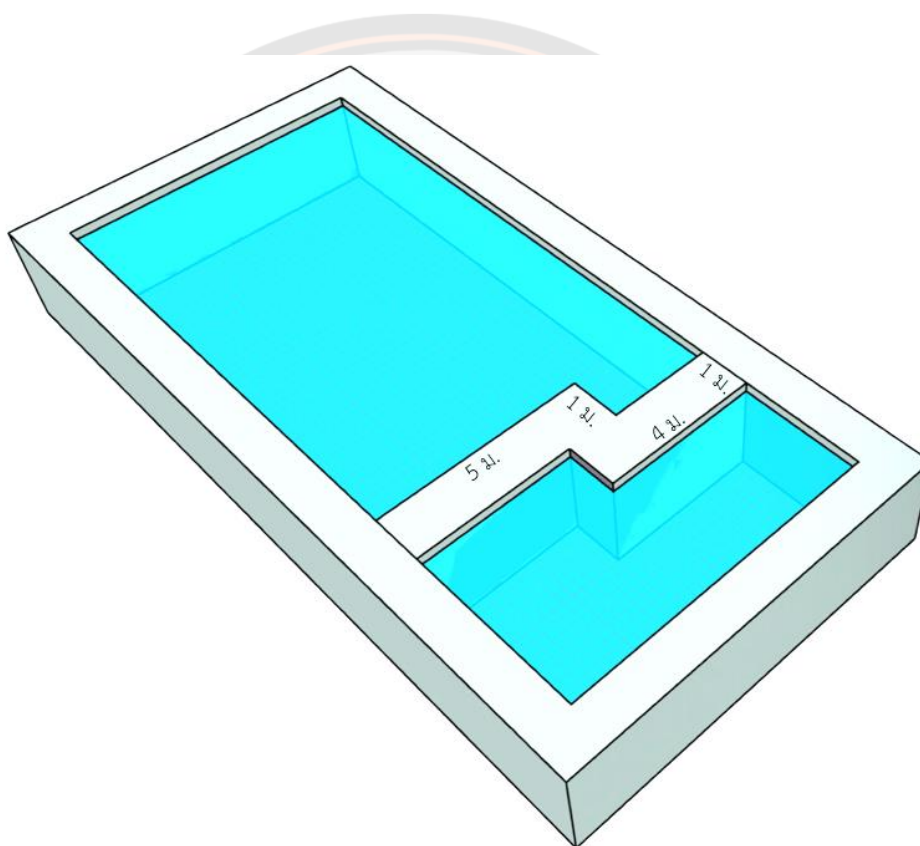
.....

.....

.....

### ปัญหาที่ 3 “สระว่ายน้ำโรงแรม”

สระว่ายน้ำของโรงแรมแห่งหนึ่งมีความกว้างภายใน 8 เมตร ความยาวภายใน 20 เมตร และความลึก 1.6 เมตร โดยทางโรงแรมได้ออกแบบทำทางเดินกลางสระว่ายน้ำให้นักท่องเที่ยวถ่ายภาพและเดินพักผ่อน ซึ่งทางเดินกลางสระว่ายน้ำดังกล่าวมีความกว้าง 1 เมตร และมีความสูงเท่ากับความลึกของสระว่ายน้ำดังรูป ถ้าโรงแรมต้องการเติมน้ำลงในสระว่ายน้ำดังกล่าวจนเต็ม โรงแรมจะต้องใช้น้ำกี่ลูกบาศก์เมตร



3.1 จากปัญหา ให้นักเรียนระบุเป้าหมายที่นักเรียนต้องทำและเงื่อนไขของปัญหา (FK)

เป้าหมายที่นักเรียนต้องทำ.....

.....

เงื่อนไขของปัญหา.....

.....

3.2 นักเรียนจะนำความรู้ สูตรหรือหลักการใดทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา และเหตุใดจึงใช้  
 ความรู้ดังกล่าว (FK)

ความรู้ที่ใช้.....

.....

เพราะ.....

.....

3.3 ให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์ในการแก้ปัญหานี้ พร้อมอธิบายเหตุผล (เขียนหรือวาดภาพ  
 ประกอบการอธิบาย) (FR)

ประโยคสัญลักษณ์.....

.....

เหตุผล.....

.....

3.4 ให้นักเรียนเขียนแสดงวิธีทำอย่างละเอียด (E)

3.5 จากวิธีการที่ทำมาทั้งหมด ถ้าโรงแรมต้องการเติมน้ำลงในสระว่ายนํ้าจนเต็มต้องใช้น้ำกี่ลูกบาศก์  
 เมตรเพราะเหตุใด (IR)

ตอบ.....

เพราะ.....

.....

3.6 วิธีการที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาที่มีความเหมาะสมหรือไม่ เพราะเหตุใด (E)

ตอบ.....

เพราะ.....

3.7 สัมฉุนเป็นพนักงานโรงแรมแห่งนี้และได้เสนอวิธีการประมาณปริมาตรของน้ำที่เติมลงในสระว่ายนํ้าว่า

“ปริมาตรของน้ำที่เติมลงในสระว่ายนํ้าหาได้จากการหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่กว้าง 8 เมตร ยาว 19 เมตร (หักทางเดินออก 1 เมตร) และสูง 1.6 เมตร นั่นคือหาปริมาตรของน้ำที่ใช้เติมลงในสระว่ายนํ้าจนเต็มได้จากประโยคสัญลักษณ์  $8 \times 19 \times 1.6 = \square$  ”

สัมฉุนได้แสดงวิธีการคำนวณดังนี้

$$\begin{aligned} \text{ความยาวของสระว่ายนํ้าที่ไม่รวมทางเดินกลางสระ} &= 20 - 1 \\ &= 19 \text{ เมตร} \\ \text{ปริมาตรของน้ำที่เติมลงในสระว่ายนํ้าจนเต็ม} &= \text{ความกว้าง} \times \text{ความยาว} \times \text{ความสูง} \\ &= 8 \times 19 \times 1.6 \\ &= 243.2 \text{ ลูกบาศก์เมตร} \\ &\text{หรือประมาณ } 243 \text{ ลูกบาศก์เมตร} \end{aligned}$$

3.7.1 วิธีการคำนวณที่สัมฉุนแสดงไว้ในกรอบมีความถูกต้องหรือไม่ พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบ (E)

ตอบ.....

เพราะ.....

3.7.2 วิธีการที่สัมฉุนใช้ในการประมาณปริมาตรของน้ำที่ใช้เติมลงในสระว่ายนํ้าจนเต็ม โดยใช้วิธีการหักความยาวสระว่ายนํ้าออก 1 เมตรสมเหตุสมผลหรือไม่ และมีข้อจำกัดหรือความคลาดเคลื่อนหรือไม่อย่างไร ให้อธิบาย (IM)

ตอบ.....

เพราะ.....

## ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ-นามสกุล	นายวรุฒ หล้าป้อ
วัน เดือน ปี เกิด	16 พฤศจิกายน 2535
ที่อยู่ปัจจุบัน	เลขที่ 43 หมู่ 5 ตำบลแจ้ซ้อน อำเภอเมืองปาน จังหวัดลำปาง
ที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนอนุบาลวังเหนือ เลขที่ 7 หมู่ 9 ตำบลวังเหนือ อำเภอวังเหนือ จังหวัดลำปาง
ตำแหน่งหน้าที่ปัจจุบัน	ครูโรงเรียนอนุบาลวังเหนือ
ประวัติการศึกษา	คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

