



การวัดความเร็วด้วยอัลตราโซนิกคอปเพลอร์โดยอาศัยหลักการวิเคราะห์ตัวแปรเวลา  
หลายตัว



สักการ สุดตานา

วิทยานิพนธ์เสนอบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยนเรศวร  
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา หลักสูตรวิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต  
สาขาวิชาฟิสิกส์ประยุกต์  
ปีการศึกษา 2564  
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยนเรศวร

การวัดความเร็วด้วยอัลตราโซนิกคอปเพลอร์โดยอาศัยหลักการวิเคราะห์ตัวแปรเวลา  
หลายตัว



วิทยานิพนธ์เสนอบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยนเรศวร  
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา หลักสูตรวิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต  
สาขาวิชาฟิสิกส์ประยุกต์  
ปีการศึกษา 2564  
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยนเรศวร

วิทยานิพนธ์ เรื่อง "การวัดความเร็วด้วยอัลตราโซนิกคอปเพลอร์โดยอาศัยหลักการวิเคราะห์ตัวแปร  
เวลาหลายตัว"

ของ สักการ สุดตานา

ได้รับการพิจารณาให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์ประยุกต์

### คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.นพดล มณีรัตน์)

..... ประธานที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เกรียงศักดิ์ พรหมภักดี)

..... กรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์  
(รองศาสตราจารย์ ดร.ปราโมทย์ วาดเขียน)

..... กรรมการผู้ทรงคุณวุฒิภายใน  
(รองศาสตราจารย์ ดร.อนุชา แก้วพูลสุข)

**อนุมัติ**

.....  
(รองศาสตราจารย์ ดร.กรรองกาญจน์ ชูทิพย์)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

<b>ชื่อเรื่อง</b>	การวัดความเร็วด้วยอัลตราโซนิกคอปเพลอร์โดยอาศัยหลักการวิเคราะห์ตัวแปรเวลาหลายตัว
<b>ผู้วิจัย</b>	ศักดิ์กร สุขदानา
<b>ประธานที่ปรึกษา</b>	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เกรียงศักดิ์ พรหมภักดี
<b>กรรมการที่ปรึกษา</b>	รองศาสตราจารย์ ดร.ปราโมทย์ วาดเขียน
<b>ประเภทสารนิพนธ์</b>	วิทยานิพนธ์ วท.ม. สาขาวิชาฟิสิกส์ประยุกต์, มหาวิทยาลัยนเรศวร, 2564
<b>คำสำคัญ</b>	อัลตราโซนิก, วงจรกำเนิดสัญญาณแบบเลื่อนเฟส, เฟส วงจรกำเนิดสัญญาณแบบควอดราเจอร์, คอปเพลอร์, การเลื่อนเฟส, เทคนิคตัวแปรเวลาหลายตัว

### บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ได้นำเสนอการวัดความเร็วด้วยอัลตราโซนิกซึ่งถูกใช้เป็นตัวส่งและตัวรับ โดยตัวส่งจะมีการสร้างสัญญาณที่มีความถี่ 40 KHz เป็นสัญญาณกระตุ้นที่ใช้ส่ง และตัวรับเมื่อรับสัญญาณเข้ามาแล้วจะทำการนำสัญญาณที่ได้รับมาทำการมอดูเลต กับสัญญาณคลื่นรูปไซน์ที่มีความถี่ 40 KHz ที่ถูกสร้างจากวงจรกำเนิดสัญญาณแบบเลื่อนเฟส รวมถึงในงานวิจัยนี้ยังได้นำเสนอเทคนิคการวิเคราะห์เพื่อหาผลตอบสนองของวงจร โดยใช้การวิเคราะห์แบบตัวแปรเวลาหลายตัว นอกจากนั้นในการคำนวณหาความเร็ว ยังได้ใช้ทฤษฎีของปรากฏการณ์คอปเพลอร์ในกรณีที่แหล่งกำเนิดวิ่งเข้าตัวรับ ซึ่งจะทำให้ได้ความถี่ของคอปเพลอร์เพื่อนำไปคำนวณหาความเร็วตามสมการคอปเพลอร์ ทั้งนี้ความถี่คอปเพลอร์ที่ใช้ในการคำนวณสามารถอ่านค่าจากกราฟสัญญาณบนหน้าจอออสซิลโลสโคป นอกจากนี้ในการทำการทดลองได้ทำการเปรียบเทียบความเร็วที่ได้จากการคำนวณเข้ากับชุดอุปกรณ์การทดลองมาตรฐาน ซึ่งในส่วนของผลการทดลองได้นำเสนอออกมาในรูปแบบกราฟความสัมพันธ์ และค่า R square

<b>Title</b>	VELOCITY DETECTION BY ULTRASONIC DOPPLER BASED ON MULTI-TIME TECHNIQUE ANALYSIS
<b>Author</b>	SUKKAN SUDTANA
<b>Advisor</b>	Assistant Professor Kriangsak Prompak
<b>Co-Advisor</b>	Associate Professor Paramote Wardkein
<b>Academic Paper</b>	M.S. Thesis in Applied Physics, Naresuan University, 2021
<b>Keywords</b>	Ultrasonic, Phase-shift oscillator, Quadrature oscillator, Doppler, phase-shift, Multi-time variable technique

### ABSTRACT

Experimental result of velocity measuring technique, namely, The ultrasonic Doppler, the technique employs a phase shift oscillator to be combination of signals for mixer replacement and tracks the Doppler frequency, is reported. The received ultrasonic signal was fed to the phase shift oscillator that generate 40.7 kHz of natural frequency as same as transmitted frequency. An output response of received ultrasonic present evidently in Doppler frequency which is proportional to velocity of object. Additionally, The great advantage of the multi-time technique could be used in order to predict its behavior. Measurement results verify the efficacy and agree well with analysis.

## ประกาศคุณูปการ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้อย่างดีเยี่ยม เนื่องด้วยคำแนะนำ และคำปรึกษาจาก รศ.ดร.ปราโมทย์ วาดเขียน และ ผศ.ดร.เกรียงศักดิ์ พรมภักดิ์ ซึ่งเป็นอาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ ข้าพเจ้ารู้สึกทราบบซึ่งในความเมตตากรุณา ที่ได้ให้ความอนุเคราะห์ต่อข้าพเจ้า และขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ ดร.นพดล สีสุข และดร.สุภาวະดี สุภมิตร ซึ่งเป็นผู้คอยติดตามความ ต่อเนื่องในการทำวิทยานิพนธ์รวมถึงให้คำแนะนำแก่ข้าพเจ้าตลอดการดำเนินการวิทยานิพนธ์

ขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ ทุก ๆ ท่านทุกสถาบันการศึกษา และผู้แต่ง หนังสือ ตำรา บทความ งานวิจัยทั้งหลาย ที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ให้กับข้าพเจ้า

ขอกราบขอบพระคุณ ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร ที่ให้ความ เอื้อเฟื้อ สถานที่ อุปกรณ์ สำหรับงานวิจัยจนสำเร็จลุล่วงเป็นอย่างดี

สุดท้ายนี้ข้าพเจ้าขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา และครอบครัวของข้าพเจ้าที่เป็น กำลังใจและให้การสนับสนุนในทุกๆ เรื่อง ทำให้ข้าพเจ้าสามารถทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วง ด้วยดี คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ข้าพเจ้าขอมอบแด่ผู้มีพระคุณทุกท่าน

สักการ สุตตานา

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ค
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ง
ประกาศคุณูปการ.....	จ
สารบัญ.....	ฉ
สารบัญตาราง.....	ณ
สารบัญภาพ.....	ญ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาของปัญหา.....	1
จุดมุ่งหมายของการศึกษา.....	3
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	4
อัลตราโซนิก (9).....	4
1. คุณสมบัติของคลื่นอัลตราโซนิก (10).....	4
1.1 คุณสมบัติการสะท้อน.....	4
1.2 คุณสมบัติการหักเห.....	5
1.3 คุณสมบัติการเลี้ยวเบน.....	6
1.4 คุณสมบัติการแทรกสอด.....	8
2. เซ็นเซอร์อัลตราโซนิก.....	9
ปรากฏการณ์ดอปเพลอร์ (11).....	10
1. กรณีที่ผู้สังเกตอยู่นิ่ง-แหล่งกำเนิดเคลื่อนที่.....	11

2. กรณีสั่งผู้สังเกตเคลื่อนที่-แหล่งกำเนิดอยู่นิ่ง.....	13
3. กรณีสั่งผู้สังเกตและแหล่งกำเนิดเคลื่อนที่.....	16
การวัดระยะทางด้วยวิธีการเลื่อนเฟส (12) .....	20
วงจรกำเนิดสัญญาณ (oscillator circuit) (13).....	22
1. วงจรกำเนิดสัญญาณแบบเลื่อนเฟส.....	22
1.1 การวิเคราะห์วงจรกำเนิดสัญญาณแบบเลื่อนเฟสกรณีไม่มีอินพุต .....	23
1.2 การวิเคราะห์วงจรกำเนิดสัญญาณแบบเลื่อนเฟสกรณีมีอินพุต .....	29
2. วงจรกำเนิดสัญญาณแบบควอดราเจอร์ (Quadrature oscillator circuit) .....	39
2.1 การวิเคราะห์วงจรกำเนิดสัญญาณแบบควอดราเจอร์กรณีไม่มีอินพุต .....	39
2.2 การวิเคราะห์วงจรกำเนิดสัญญาณแบบควอดราเจอร์กรณีมีอินพุต .....	43
เทคนิคตัวแปรเวลาหลายตัวกับการแยกสเกลเวลา (13).....	50
บทที่ 3 การออกแบบวงจรและการวิเคราะห์ระบบ .....	53
การใช้เทคนิคออปเพลอร์ในการวัดความเร็วด้วยอัลตราโซนิก .....	53
1. การใช้เทคนิคออปเพลอร์ในการวัดความเร็วด้วยอัลตราโซนิกในกรณีที่ตัวส่งและตัวรับหยุดนิ่งในตำแหน่งเดียวกันและวัตถุเคลื่อนที่เข้าหา .....	53
2. การใช้เทคนิคออปเพลอร์ในการวัดความเร็วด้วยอัลตราโซนิกในกรณีที่ตัวส่งและตัวรับหยุดนิ่งในตำแหน่งเดียวกันและวัตถุเคลื่อนที่ออก .....	57
การวิเคราะห์วงจรกำเนิดสัญญาณแบบเลื่อนเฟส ด้วยการวิเคราะห์ตัวแปรเวลาหลายตัว.....	60
การใช้วงจรกำเนิดสัญญาณแบบเลื่อนเฟสในการวัดความเร็ว .....	69



การวิเคราะห์วงจรกำเนิดสัญญาณแบบควอดราเจอร์ ด้วยการวิเคราะห์ตัวแปรเวลา หลายตัว.....	71
การประยุกต์ใช้วงจรกำเนิดสัญญาณแบบควอดราเจอร์ในการวัดระยะทางของวัตถุ .....	77
บทที่ 4 การทดลอง ผลการทดลองและการวิจารณ์ผลการทดลอง.....	79
การสร้างและการทดสอบระบบวัดความเร็วของวัตถุด้วยอัลตราโซนิกโดยอาศัย เทคนิค ดอปเพลอร์.....	79
การสร้างและการทดสอบระบบการวัดระยะทางด้วยอัลตราโซนิกโดยอาศัยหลักการ เลื่อนของเฟส.....	89
บทที่ 5 บทสรุป.....	99
สรุปผลการวิจัย.....	99
บรรณานุกรม.....	100
ภาคผนวก.....	103
ภาคผนวก ก ผลงานวิจัยที่รับตีพิมพ์เผยแพร่.....	104
ประวัติผู้วิจัย.....	109

## สารบัญตาราง

	หน้า
ตาราง 1 ผลการทดลองการวัดความเร็วด้วยอัลตราโซนิก .....	86
ตาราง 2 ผลการทดลองการวัดระยะทางด้วยอัลตราโซนิก .....	96



## สารบัญภาพ

	หน้า
ภาพ 1 การสะท้อนของคลื่นเสียง.....	5
ภาพ 2 การหักเหของคลื่นเสียง.....	6
ภาพ 3 การเลี้ยวเบนของคลื่นเสียง.....	7
ภาพ 4 การแทรกสอดของคลื่นเสียง.....	8
ภาพ 5 เซ็นเซอร์อัลตราโซนิก.....	9
ภาพ 6 โมดูลเซ็นเซอร์อัลตราโซนิก.....	10
ภาพ 7 แหล่งกำเนิดเสียงและผู้สังเกตอยู่นิ่ง.....	10
ภาพ 8 ปราบกฎการณ้ดอปเพลอร์เมื่อแหล่งกำเนิดเคลื่อนที่เข้าหาผู้สังเกตที่หยุดนิ่ง.....	11
ภาพ 9 ปราบกฎการณ้ดอปเพลอร์เมื่อแหล่งกำเนิดเคลื่อนที่ออกจากผู้สังเกตที่หยุดนิ่ง.....	13
ภาพ 10 ปราบกฎการณ้ดอปเพลอร์เมื่อผู้สังเกตเคลื่อนที่เข้าหาที่แหล่งกำเนิดหยุดนิ่ง.....	13
ภาพ 11 ปราบกฎการณ้ดอปเพลอร์เมื่อผู้สังเกตเคลื่อนที่ออกจากที่แหล่งกำเนิดหยุดนิ่ง.....	15
ภาพ 12 ปราบกฎการณ้ดอปเพลอร์เมื่อผู้สังเกตและแหล่งกำเนิดเคลื่อนที่เข้าหากัน.....	16
ภาพ 13 ปราบกฎการณ้ดอปเพลอร์เมื่อผู้สังเกตเคลื่อนที่ออกและแหล่งกำเนิดเคลื่อนที่ตาม.....	17
ภาพ 14 ปราบกฎการณ้ดอปเพลอร์เมื่อผู้สังเกตและแหล่งกำเนิดเคลื่อนที่ออกจากกัน.....	18
ภาพ 15 ปราบกฎการณ้ดอปเพลอร์เมื่อผู้สังเกตเคลื่อนที่ตามและแหล่งกำเนิดเคลื่อนที่หนี.....	19
ภาพ 16 การเลือนเฟสของสัญญาณเพื่อการวัดระยะทาง.....	20

ภาพ 17 การหาระยะทางจากการเลื่อนเฟสด้วยอัลตราโซนิก .....	22
ภาพ 18 วงจรกำเนิดสัญญาณแบบเลื่อนเฟสไม่มีอินพุต .....	23
ภาพ 19 วงจรกำเนิดสัญญาณแบบเลื่อนเฟสกรณีมีอินพุต .....	29
ภาพ 20 วงจรกำเนิดสัญญาณแบบควอดราเจอร์กรณีที่ไม่มีอินพุต .....	39
ภาพ 21 วงจรกำเนิดสัญญาณแบบควอดราเจอร์กรณีมีอินพุต .....	43
ภาพ 22 สัญญาณราคาบควอซีสองความถี่ $y(t)$ แบบง่าย .....	51
ภาพ 23 การเกิดปรากฏการดอปเพลอร์ในกรณีที่ศึกษา .....	53
ภาพ 24 การเกิดปรากฏการดอปเพลอร์ในกรณีที่วัตถุเคลื่อนออกจากตัวรับและตัวส่ง ..	57
ภาพ 25 วงจรกำเนิดสัญญาณแบบเลื่อนเฟส .....	60
ภาพ 26 วงจรที่ทำการออกแบบและใช้ในระบบการวัดความเร็ว .....	69
ภาพ 27 วงจรกำเนิดสัญญาณแบบควอดราเจอร์ .....	71
ภาพ 28 การออกแบบระบบวัดระยะทางด้วยอัลตราโซนิก .....	77
ภาพ 29 สัญญาณจากกระบวนการการวัดระยะห่างของวัตถุด้วยการเลื่อนเฟส .....	78
ภาพ 30 ตำแหน่งของสัญญาณที่เกิดขึ้นในวงจรที่ได้ออกแบบเพื่อวัดความเร็ว .....	79
ภาพ 31 สัญญาณ 40 kHz ที่สร้างขึ้นเพื่อเป็นสัญญาณส่ง .....	80
ภาพ 32 สัญญาณที่ตัวรับอัลตราโซนิกสามารถรับเข้ามาได้ .....	81
ภาพ 33 สัญญาณที่ถูกสร้างขึ้นจากวงจรมีกำเนิดสัญญาณแบบเลื่อนเฟส .....	81
ภาพ 34 สัญญาณที่ถูกรวมในวงจรมีกำเนิดสัญญาณแบบเลื่อนเฟส .....	82
ภาพ 35 สัญญาณที่ถูกนำมาผ่านวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน .....	83
ภาพ 36 การจัดตั้งการทดลองการวัดความเร็ว .....	83
ภาพ 37 การอ่านค่าความถี่จากออสซิลโลสโคป .....	84

ภาพ 38 การอ่านค่าความถี่ด้วยโปรแกรม Matlab .....	85
ภาพ 39 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วที่ได้จากเครื่องตรวจจับเวลา( Digital timer ) และความถี่ที่อ่านได้จากออสซิลโลสโคป .....	87
ภาพ 40 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วที่ได้จากเครื่องตรวจจับเวลา และความเร็วจากการคำนวณ .....	88
ภาพ 41 ตำแหน่งของสัญญาณที่เกิดขึ้นในวงจรที่ได้ออกแบบเพื่อวัดระยะทาง .....	89
ภาพ 42 สัญญาณที่ถูกสร้างจากวงจรกำเนิดสัญญาณแบบควอดราเจอร์ .....	90
ภาพ 43 สัญญาณควบคุมและสัญญาณที่ใช้ส่ง .....	91
ภาพ 44 สัญญาณที่ได้จากตัวรับอัลตราโซนิก .....	91
ภาพ 45 สัญญาณที่ถูกผสมด้วยวงจรกำเนิดสัญญาณแบบควอดราเจอร์ .....	92
ภาพ 46 สัญญาณที่ผ่านวงจรกรองความถี่ .....	93
ภาพ 47 การเปรียบเทียบการเลื่อนเฟสของสัญญาณ .....	93
ภาพ 48 การจัดตั้งการทดลองการวัดระยะทาง .....	94
ภาพ 49 การเปรียบเทียบเฟสโดยใช้ออสซิลโลสโคปที่ระยะทาง 20 เซนติเมตร .....	95
ภาพ 50 การเปรียบเทียบเฟสโดยใช้ออสซิลโลสโคปที่ระยะทาง 50 เซนติเมตร .....	95
ภาพ 51 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความต่างเฟส และระยะทาง .....	97
ภาพ 52 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางจากอุปกรณ์มาตรฐาน .....	98

## บทที่ 1

### บทนำ

#### ความเป็นมาของปัญหา

ในยุคปัจจุบันนี้มีอุปกรณ์ในการวัดที่เป็นมาตรฐานมากมายให้ผู้ใช้งานได้เลือกใช้ตามความละเอียดและความเหมาะสมกับรูปแบบของการวัดนั้นๆ เพื่อให้ได้ความถูกต้องและแม่นยำมากที่สุด นอกจากอุปกรณ์การวัดที่เป็นเครื่องมือในยุคดั้งเดิม ยังมีเครื่องมือสมัยใหม่ที่ใช้ระบบไฟฟ้าและอิเล็กทรอนิกส์เข้ามาเกี่ยวข้อง เช่น อุปกรณ์ในการวัดระยะ ซึ่งสามารถเลือกใช้ได้ตั้งแต่ตลับเมตร ไม้บรรทัด เวอร์เนียร์คาลิเปอร์ ไมโครมิเตอร์ หรือ จะเป็นเลเซอร์วัดระยะ ผู้ใช้งานสามารถเลือกใช้ได้ตามต้องการ รวมถึงการวัดทางไฟฟ้า วัดอุณหภูมิ หรือปริมาณอื่นๆ ก็สามารถเลือกใช้อุปกรณ์ได้ตามความเหมาะสม แต่หากมองถึงการวัดความเร็วนั้นอุปกรณ์ที่ใช้ได้จะต้องมีระบบไฟฟ้าและอิเล็กทรอนิกส์เข้ามาเกี่ยวข้องยกตัวอย่างเช่น กล้องตรวจจับความเร็ว (1) และปืนตรวจจับความเร็ว (2) ของตำรวจที่ใช้กวาดค้นวินัยจราจร เรดาร์ที่สามารถบอกได้ทั้งตำแหน่ง ระยะทาง และความเร็ว หรือจะเป็นระบบที่ใช้ดาวเทียมเป็นเครื่อง บอกตำแหน่ง ความเร็ว ที่เรียกกันว่าระบบ GPS เหล่านี้เป็นระบบที่ใช้ในการตรวจจับความเร็วของยานพาหนะ หรือวัตถุที่มีขนาดใหญ่ แต่เมื่อพิจารณาการวัดความเร็วในห้องปฏิบัติการ หรือการทดลองวัดความเร็วทางวิทยาศาสตร์ การใช้คลื่นความถี่สูงกว่ามนุษย์ได้ยินหรือที่เรียกว่าอัลตราโซนิก ก็เป็นอีกอุปกรณ์หนึ่งที่น่าสนใจ อัลตราโซนิกถูกใช้งานทางด้านต่างๆมากมาย เช่นการวัดระยะทางโดยใช้หลักการเวลาในการเดินทางของคลื่น (Time Of Flight) (3) การวัดระยะทางโดยใช้หลักการเลื่อนเฟสของสัญญาณ (Phase Shift) (4) การใช้ตรวจจับฝูงปลาที่เรียกว่าโซนาร์ (sonar) (5) หรือแม้กระทั่งใช้ในทางการแพทย์ที่เรียกว่าอัลตราซาวด์ (ultra sound) และในส่วนของ การนำอัลตราโซนิกมาใช้ในการวัดความเร็วนั้นจะถูกใช้ร่วมกับทฤษฎีทางฟิสิกส์ที่เรียกว่าดอปเพลอร์ (Doppler) ซึ่งเป็นการเปลี่ยนแปลงความถี่ของสัญญาณเสียงเมื่อมีความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างความเร็วเสียงและผู้สังเกต

จากการค้นคว้าพบว่ามีผู้วิจัยได้นำอัลตราโซนิกมาใช้งานในการวัดความเร็วร่วมกับดอปเพลอร์มาทำการวัดความเร็วด้วยวิธีการที่แตกต่างกันออกไปดังนี้

Kenji และคณะ (6) ได้ทำการวัดความเร็วด้วยอัลตราโซนิกคอปเพลอร์ในงานวิจัยมีการนำสัญญาณที่มีความถี่ 40 kHz มาเป็นสัญญาณที่ใช้กระตุ้นให้กับตัวส่งรวมถึงได้ทำการสร้างอุปกรณ์สำหรับใช้ในการสะท้อนสัญญาณซึ่งการสะท้อนเป็นแบบพาราโบลา (Parabola) เพื่อลดค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นเมื่อนำอุปกรณ์ไปใช้ในพื้นที่ที่มีความแตกต่างกัน

Shinnosuke และคณะ (7) ได้ใช้อัลตราโซนิกวัดระยะทาง และความเร็วด้วยคอปเพลอร์ โดยการส่งสัญญาณที่เป็นแบบ Pulse compression รวมถึงมีการใช้ขบวนการ Cross-correlation เพื่อทำการประเมินหาเวลาในการเดินทางของคลื่น (Time of flight) และนำมาหาระยะทางและนอกจากนั้นสัญญาณที่ผ่านการทำ Cross - correlation ยังสามารถนำมาหาความเร็วได้ด้วยขบวนการ Doppler shift Compensation ขบวนการในการคำนวณค่าต่างๆ ได้ทำการคำนวณผ่านโปรแกรม MATLAB โดยค่าความผิดพลาดในการทดลองอยู่ที่  $\pm 0.2$  mm

Kenji และคณะ (8) ได้ทำการวัดความเร็วด้วยอัลตราโซนิกโดยส่งสัญญาณจากตัวส่งไปกระทบกับพื้น และสะท้อนมายังตัวรับ โดยได้มีการสร้างสัญญาณส่งให้กับตัวรับ และมีการนำสัญญาณที่ได้จากตัวรับมารวมกับสัญญาณที่ส่ง ผ่านวงจรผสมสัญญาณ (Mixer circuit) หลังจากนั้นนำสัญญาณที่ได้มาผ่านตัวกรองความถี่เพื่อให้ได้สัญญาณความถี่ที่เป็นความถี่ของคอปเพลอร์เพื่อนำมาคำนวณหาความเร็วในการเคลื่อนที่

จากการศึกษาค้นคว้าและจากทฤษฎีที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นได้ว่าการวัดความเร็วด้วยอัลตราโซนิกนั้นมีความน่าสนใจรวมถึงยังสามารถนำกระบวนการและหลักการอื่นๆ เข้ามาประยุกต์ใช้งานร่วมกันได้ ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีความสนใจในการวัดความเร็วด้วยอัลตราโซนิกโดยอาศัยหลักการคอปเพลอร์ ซึ่งในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาปรากฏการณ์คอปเพลอร์ในกรณีที่ตัวส่งและตัวรับหยุดนิ่งในตำแหน่งเดียวกันและจะมีวัตถุที่เคลื่อนที่เข้ามา รวมถึงออกแบบวงจรกำเนิดสัญญาณเพื่อนำมาเป็นส่วนที่ใช้รับสัญญาณจากตัวรับ ในส่วนของวงจรถ่ายสัญญาณที่ใช้นั้นคือ วงจรกำเนิดสัญญาณแบบเลื่อนเฟส ซึ่งให้เอาต์พุตเป็นสัญญาณคลื่นรูปไซน์ โดยในกรณีที่ใช้นั้นจะมีการบ้อนอินพุตให้กับวงจรด้วย ดังนั้นวงจรจึงสามารถรับอินพุตจากตัวรับอัลตราโซนิกเข้าไปได้ จึงไม่จำเป็นต้องมีวงจรผสมสัญญาณเป็นส่วนในการรวมสัญญาณอีก และในส่วนของ การทดลองผู้วิจัยได้ทำการวัดความเร็วเปรียบเทียบกับชุดทดลองมาตรฐานทางฟิสิกส์เรื่องการวัดความเร็ว นอกจากนี้ผู้วิจัยยังได้ศึกษาเพิ่มเติมเกี่ยวกับการนำอัลตราโซนิกไปใช้



ในการวัดระยะทางโดยอาศัยหลักการเลื่อนของเฟส ซึ่งได้ทำการออกแบบวงจรประมวลผลสัญญาณให้ป็นทั้งตัวกำเนิดสัญญาณและตัวผสมสัญญาณในตัวเดียว เช่นกันกับการวัดความเร็ว แต่จะใช้วงจรถ่ายสัญญาณแบบควอดร่าเจอร์เป็นวงจรถ่ายพื้นฐาน และการทดลองจะทำการทดลองร่วมกับอุปกรณ์มาตรฐานในการวัดระยะทาง และเพื่อเป็นการหาผลตอบสนองที่เกิดขึ้นของวงจรที่ได้ออกแบบในทั้งสองส่วนของงานวิจัย จะมีการใช้เทคนิคตัวแปรเวลาหลายตัวเข้ามาหาผลตอบสนองของวงจร และอธิบายผลตอบสนองของวงจรที่เกิดขึ้นในการออกแบบระบบ

### จุดมุ่งหมายของการศึกษา

1. เพื่อศึกษาการวัดความเร็วของวัตถุด้วยเซ็นเซอร์อัลตราโซนิกที่อาศัยหลักการของปรากฏการณ์ดอปเพลอร์
2. เพื่อศึกษาการวัดระยะห่างของวัตถุด้วยเซ็นเซอร์อัลตราโซนิกที่อาศัยหลักการเลื่อนเฟสของสัญญาณ
3. เพื่อออกแบบวงจรประมวลผลสัญญาณของเซ็นเซอร์อัลตราโซนิก
4. นำหลักการวิเคราะห์ตัวแปรเวลาหลายตัวมาประยุกต์ใช้ในการหาความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นของระบบ

### ขอบเขตของงานวิจัย

1. ออกแบบและสร้างวงจรถ่ายสัญญาณและผสมสัญญาณสำหรับวัดความเร็วด้วยอัลตราโซนิกที่อธิบายผลตอบสนองของระบบด้วยเทคนิคตัวแปรเวลาหลายตัว
2. ออกแบบและสร้างวงจรถ่ายสัญญาณและผสมสัญญาณสำหรับวัดระยะทางของวัตถุด้วยอัลตราโซนิกที่อธิบายผลตอบสนองของระบบด้วยเทคนิคตัวแปรเวลาหลายตัว



## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในส่วนนี้จะขอกล่าวถึงทฤษฎีต่างๆ ที่ใช้ในงานวิจัยโดยจะได้อธิบายถึง อัลตราโซนิก ทฤษฎีคอปเพลอร์ วงจรกำเนิดสัญญาณ การวัดระยะทางด้วยการเล็อนเฟส และเทคนิค ตัวแปรเวลาหลายตัว ซึ่งสามารถอธิบายได้อย่างละเอียดตามหัวข้อที่กล่าวมาข้างต้นดังนี้

#### อัลตราโซนิก (9)

อัลตราโซนิก คือคลื่นที่มีความถี่สูงกว่าขอบเขตของเสียงที่มนุษย์จะได้ยิน กล่าวคือ คลื่นเสียงที่มีความถี่สูงเกิน 20 kHz เพราะคลื่นเสียงที่มนุษย์สามารถได้ยินนั้นอยู่ที่ประมาณ 20 Hz จนถึง 20 kHz เนื่องจากคลื่นเสียงย่านอัลตราโซนิกนั้นเป็นคลื่นที่มีทิศทางกล่าวคือ สามารถส่งคลื่นไปในทิศทางหรือตำแหน่งที่ต้องการได้อย่างแม่นยำ เพราะคลื่นชนิดนี้มีความถี่สูงจึงมีความยาวคลื่นสั้น ดังนั้นคลื่นเสียงที่ส่งออกมาจะพุ่งออกมาเป็นลำแคบ จึงนิยมนำคลื่นเสียงชนิดนี้ไปประยุกต์ใช้งานในหลายๆ ด้าน เช่น การตรวจจับตำแหน่งของอวัยวะต่างๆ ในร่างกาย การวัดความลึกใต้ท้องทะเล การวัดระดับน้ำในถัง การล้างทำความสะอาด เป็นต้น ความถี่ของคลื่นอัลตราโซนิกที่ใช้ในงานด้านต่างๆ นั้นก็จะต่างกันออกไปด้วย เช่น คลื่นเสียงที่เดินทางผ่านอากาศนั้นจะต้องไม่เกิน 50 kHz เนื่องจากถ้าความถี่สูงมากกว่านี้ อากาศจะดูดซับความแรงของคลื่นเสียงไปจนหมด ส่วนในทางการแพทย์ที่ต้องการระยะในการตรวจจับในระยะสั้น แต่ต้องการความแม่นยำสูง จะใช้คลื่นอัลตราโซนิกที่มีความถี่สูงในช่วง 1 MHz ถึง 10 MHz

#### 1. คุณสมบัติของคลื่นอัลตราโซนิก (10)

คุณสมบัติของคลื่นอัลตราโซนิกนั้นจะเหมือนกับคลื่นเสียงธรรมดาทุกประการ จะแตกต่างกันเพียงแค่มนุษย์ไม่สามารถได้ยิน ซึ่งมีคุณสมบัติคือ

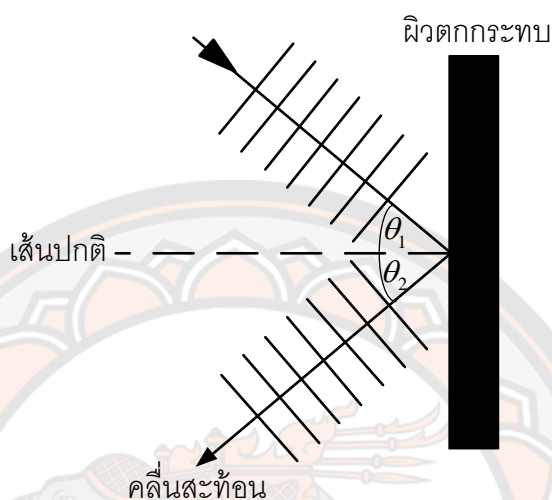
##### 1.1 คุณสมบัติการสะท้อน

การสะท้อนของคลื่นจะเกิดขึ้นเมื่อคลื่นเสียงเคลื่อนที่กระทบสิ่งกีดขวางโดยปัจจัยที่มีผลต่อการสะท้อนของคลื่นเสียง คือ

- ลักษณะพื้นผิวที่คลื่นเสียงไปกระทบ คือ พื้นผิวเรียบและแข็งคลื่นเสียงจะสะท้อน

ได้ดี

- มุมตกกระทบ ( $\theta_1$ ) เท่ากับมุมสะท้อน ( $\theta_2$ ) คือ เสียงจะสะท้อนได้ดีเมื่อ มุมตกกระทบของเสียงเท่ากับมุมสะท้อนของเสียง ซึ่งการวัดความเร็วและระยะทางด้วย อัลตราโซนิกนั้นก็เป็นการนำคุณสมบัติการสะท้อนของคลื่นมาประยุกต์ใช้งาน



ภาพ 1 การสะท้อนของคลื่นเสียง

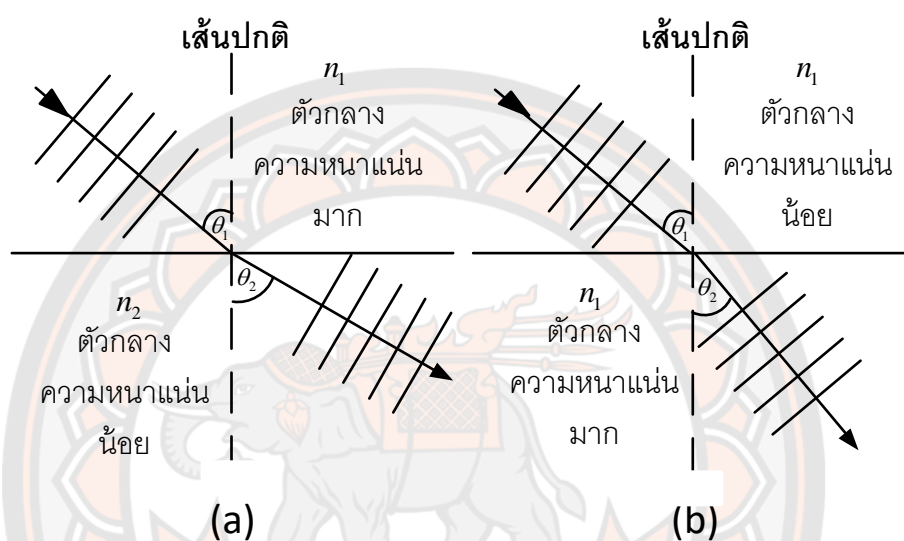
### 1.2 คุณสมบัติการหักเห

การหักเหของคลื่นจะเกิดขึ้นเมื่อคลื่นเสียงเดินทางผ่านตัวกลางที่มีความหนาแน่นต่างกัน ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงความยาวคลื่นและความเร็ว แต่ความถี่ของคลื่นจะยังคงที่ คือ หากคลื่นเสียงเคลื่อนที่จากตัวกลางที่มีความหนาแน่นน้อยไปยังตัวกลางที่มีความหนาแน่นมาก คลื่นเสียงจะมีการหักเหเข้าหาเส้นปกติ ในทางกลับกันเมื่อคลื่นเดินทางจากตัวกลางที่มีความหนาแน่นมากไปยังตัวกลางที่มีความหนาแน่นน้อยคลื่นเสียงจะมีการหักเหออกจากเส้นปกติ แสดงดังภาพ 2(a) และ 2(b) ตามลำดับ และเมื่อเพิ่มมุมตกกระทบให้กับคลื่นเสียงเข้าไปจนถึงค่ามุมหนึ่งๆ จะทำให้คลื่นเสียงที่หักเหมีการตั้งฉากกับเส้นปกติ ซึ่งเรียกมุมที่ทำให้คลื่นเสียงหักเหไปตั้งฉากกับเส้นปกตินั้นว่ามุมวิกฤติ นอกจากนั้นในการหักเหของคลื่นเสียงที่มีความหนาแน่นของตัวกลางที่ต่างกัน มุมหักเหที่เกิดขึ้นนั้นจะขึ้นอยู่กับค่าดัชนีหักเห ซึ่งสามารถหาค่าดัชนีหักเหของตัวกลางแต่ละชนิดได้จากทฤษฎีของสเนลล์ดังสมการที่ (2.1)

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (2.1)$$

โดยที่  $n_1$  คือ ดัชนีหักเหตัวกลางที่ 1  
 $n_2$  คือ ดัชนีหักเหตัวกลางที่ 2  
 $\theta_1$  คือ มุมตกกระทบในตัวกลางที่ 1  
 $\theta_2$  คือ มุมหักเหในตัวกลางที่ 2

แสดงดังภาพ 2



ภาพ 2 การหักเหของคลื่นเสียง

### 1.3 คุณสมบัติการเลี้ยวเบน

การเลี้ยวเบนของคลื่นจะเกิดขึ้นเมื่อคลื่นเสียงเคลื่อนที่ไปพบช่องแคบเดี่ยวหรือสิ่งกีดขวางที่เป็นช่องหรือขอบ โดยคลื่นบริเวณที่กระทบกับสิ่งกีดขวางก็จะสะท้อนกลับมา ส่วนคลื่นบริเวณที่ผ่านช่องหรือขอบได้นั้น จะสามารถแผ่คลื่นจากช่องหรือขอบของสิ่งกีดขวางนั้นไปด้านหลังได้ ซึ่งในชีวิตประจำวันสามารถพบเห็นการเลี้ยวเบนของคลื่นได้ ยกตัวอย่างเช่น ผู้ฟังสามารถได้ยินเสียงของผู้พูดที่อยู่คนละด้านของมุมตึก ปรากฏการณ์นี้แสดงว่าเสียงสามารถเลี้ยวเบนได้ การอธิบายปรากฏการณ์นี้สามารถกระทำได้โดยใช้หลักการของฮอยเกนส์ อธิบายว่าทุกๆ จุดบนหน้าคลื่นสามารถทำหน้าที่เป็นต้นกำเนิดคลื่นอันใหม่ได้ ดังนั้นอนุภาคของอากาศที่ทำหน้าที่ส่งผ่านคลื่นเสียงตรงมุมตึกย่อมเกิดการสั่นจึงทำหน้าที่เหมือนต้นกำเนิดเสียงใหม่ส่งคลื่นเสียงไปยังผู้ฟังได้

นอกจากนั้นเมื่อเสียงเกิดการเลี้ยวเบนผ่านช่องแคบเดี่ยวดังภาพ 3 แล้วนั้น ยังเกิดการแทรกสอดของคลื่นเสียง เกิดเป็นแนวบัพ (Node) และปฏิบัพ (Antinode) ของเสียงในกรณีนี้สามารถคำนวณการแทรกสอดของเสียงที่เกิดจากการเลี้ยวเบนได้จากสมการดังนี้

แนวบัพ 
$$d \sin \theta = n\lambda \quad (2.2)$$

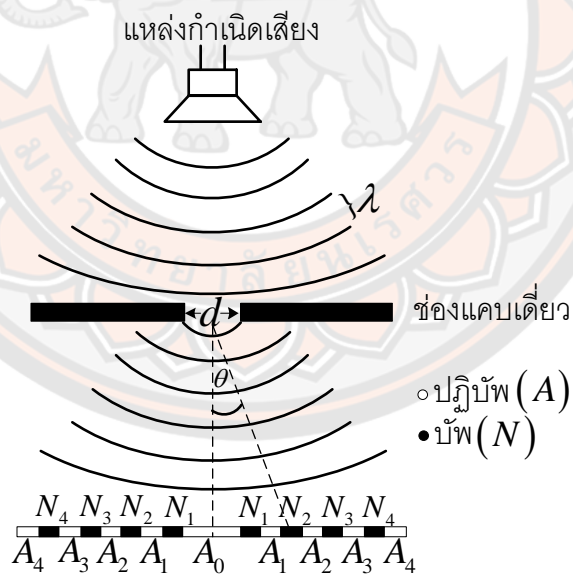
แนวปฏิบัพ 
$$d \sin \theta = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (2.3)$$

โดยที่  $d$  คือ ความกว้างของช่องแคบเดี่ยว

$\lambda$  คือ ความยาวคลื่น

$n$  คือ ลำดับของการเกิดบัพหรือปฏิบัพ โดยที่  $n=1,2,3\dots$

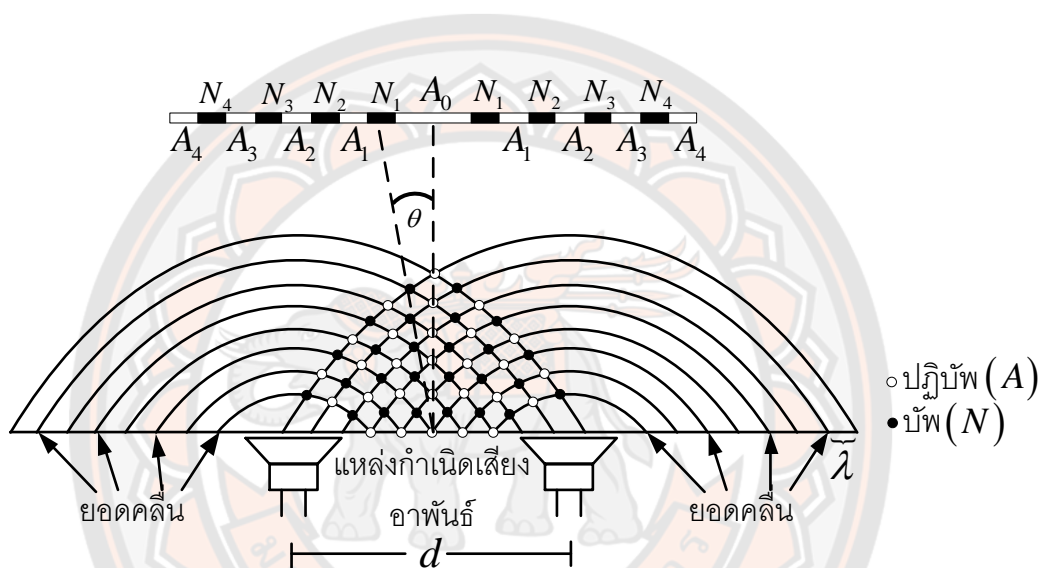
ดังแสดงในภาพ 3



ภาพ 3 การเลี้ยวเบนของคลื่นเสียง

#### 1.4 คุณสมบัติการแทรกสอด

การแทรกสอดของคลื่นจะเกิดขึ้นเมื่อมีแหล่งกำเนิดคลื่นเสียงอาพันธ์ตั้งแต่ 2 แหล่งขึ้นไปส่งคลื่นเสียงออกมา ซึ่งหากคลื่นเสียงทั้งสองเดินทางมาพบกันจะเกิดการรวมกันและหักล้างกันของคลื่นเสียง โดยที่เมื่อสันคลื่นพบสันคลื่น หรือท้องคลื่นพบท้องคลื่นจะเกิดการเสริมกันทำให้เสียงมีความดังเพิ่มขึ้น เรียกเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นนี้ว่าการเกิดปฏิบัพ และหากท้องคลื่นเดินทางมาพบกับสันคลื่นจะเกิดการหักล้างกันทำให้คลื่นเสียงในจุดนั้นหายไปเรียกเหตุการณ์นี้ว่าการเกิดบัพ ซึ่งแสดงดังภาพ 4



ภาพ 4 การแทรกสอดของคลื่นเสียง

ในการอธิบายการเกิดบัพและปฏิบัพใดๆ ที่เกิดขึ้นจากการแทรกสอดของคลื่นเสียงสามารถอธิบายได้โดยการพิจารณาจาก ระยะห่างระหว่างแหล่งกำเนิดอาพันธ์ ตำแหน่งของการเกิดบัพหรือปฏิบัพ และความยาวคลื่นที่ออกจากแหล่งกำเนิดซึ่งจะได้สมการในการอธิบายการแทรกสอดดังนี้

$$\text{แนวปฏิบัพ} \quad d \sin \theta = n\lambda \quad (2.4)$$

$$\text{แนวบัพ} \quad d \sin \theta = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (2.5)$$

โดย  $d$  คือ ระยะห่างระหว่างแหล่งกำเนิดทั้งสอง

$\lambda$  คือ ความยาวคลื่น

$n$  คือ ลำดับของการเกิดบัพหรือปฏิบัพ โดยที่  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

## 2. เซ็นเซอร์อัลตราโซนิก

เซ็นเซอร์อัลตราโซนิกคือ เซ็นเซอร์ที่ใช้หลักการเดินทางของคลื่นเสียงจากตัวส่งอัลตราโซนิก ไปยังตัวรับโดยสามารถรับและส่งสัญญาณโดยตรง หรือใช้หลักการสะท้อนของคลื่นเสียงจากวัตถุมายังเซ็นเซอร์ ซึ่งสามารถนำเซ็นเซอร์อัลตราโซนิกมาใช้งานได้หลากหลาย เช่น การวัดระยะทาง การวัดระดับน้ำ การวัดความเร็ว เป็นต้น

เซ็นเซอร์อัลตราโซนิกถูกนิยมนำมาใช้ในงานด้านต่างๆ เนื่องจาก มีราคาถูก ไม่มีผลกระทบต่อเรื่องความเข้มแสง ความเข้มสี แต่จะมีข้อจำกัดเรื่องอุณหภูมิของอากาศซึ่งมีผลต่อความเร็วของเสียงในอากาศขณะเซ็นเซอร์ทำงาน ตัวอย่างของเซ็นเซอร์อัลตราโซนิกแสดงได้ดังภาพ 5



ภาพ 5 เซ็นเซอร์อัลตราโซนิก

ในการทำงานของเซ็นเซอร์อัลตราโซนิกจะแบ่งออกได้สองส่วน ส่วนแรกคือส่วนของตัวส่งสัญญาณ ซึ่งต้องป้อนอินพุตที่เป็นสัญญาณคลื่นที่มีความถี่ในช่วงที่เซ็นเซอร์ทำงานเช่น ในช่วงความถี่ 40 kHz และ 1 MHz เป็นต้น เพื่อเป็นสัญญาณที่ส่งออกไปยังตัวรับ และส่วนที่สองคือส่วนของตัวรับที่สามารถรับสัญญาณจากตัวส่งได้โดยตรง และหากต้องการให้สัญญาณจากตัวรับมีขนาดของสัญญาณที่ใหญ่ขึ้นเพื่อนำไปประมวลผลทางดิจิทัล (Digital) ก็สามารถต่อวงจรขยายสัญญาณและนำสัญญาณที่ได้เข้าไปประมวลผลด้วยบอร์ดไมโครคอนโทรลเลอร์ (Microcontroller board) นอกจากนั้นเพื่อให้ง่ายต่อการใช้งานจึงมีการสร้างโมดูลเซ็นเซอร์อัลตราโซนิกที่สามารถ



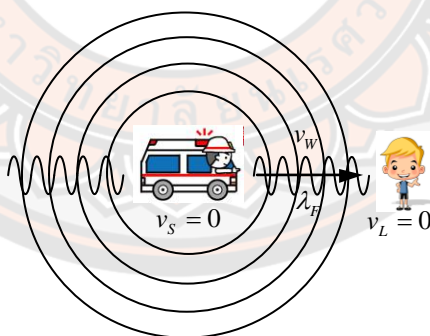
นำมาใช้งานร่วมกับบอร์ดไมโครคอนโทรลเลอร์ได้โดยตรง ตัวอย่างโมดูลเซ็นเซอร์อัลตราโซนิก แสดงได้ดังภาพ 6



ภาพ 6 โมดูลเซ็นเซอร์อัลตราโซนิก

### ปรากฏการณ์ดอปเพลอร์ (11)

ปรากฏการณ์ดอปเพลอร์เกิดจากการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ระหว่างแหล่งกำเนิดเสียงและผู้สังเกต (ผู้ฟัง) ทำให้ผู้สังเกตได้ยินเสียงที่มีความถี่ไม่เท่ากับความถี่เสียงที่แหล่งกำเนิดเสียงให้ออกมา แต่ถ้าทั้งแหล่งกำเนิดและผู้สังเกตไม่มีการเคลื่อนที่ก็จะไม่มีปรากฏการณ์ดอปเพลอร์เกิดขึ้น แสดงได้ดังภาพ 7



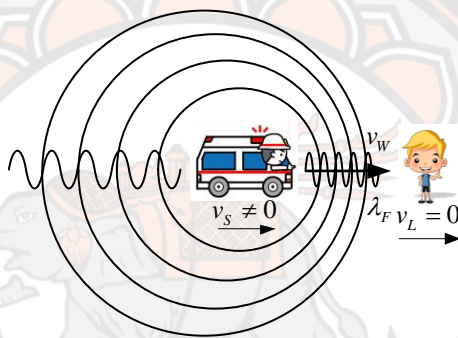
ภาพ 7 แหล่งกำเนิดเสียงและผู้สังเกตอยู่นิ่ง

จากภาพ เมื่อแหล่งกำเนิดและผู้สังเกตอยู่นิ่ง (ความเร็วของแหล่งกำเนิด ( $v_s$ ) และ ความเร็วของผู้สังเกต ( $v_L$ ) มีค่าเท่ากับศูนย์) จะเห็นได้ว่าไม่มีปรากฏการณ์ดอปเพลอร์เกิดขึ้น ผู้ฟังจะได้ยินเสียงที่มีความถี่เท่ากับความถี่ของแหล่งกำเนิด

ในส่วนของการเกิดปรากฏการณ์ดอปเพลอร์นั้นจะเกิดขึ้นเมื่อแหล่งกำเนิดหรือผู้สังเกตมีการเคลื่อนที่แบ่งได้เป็นกรณีต่างๆ ดังนี้

1. กรณีที่ผู้สังเกตอยู่นิ่ง-แหล่งกำเนิดเคลื่อนที่

ในกรณีนี้เมื่อแหล่งกำเนิดเคลื่อนที่เข้าหาผู้สังเกตจะทำให้ผู้สังเกตได้ยินเสียงที่มีความยาวคลื่นน้อยลงและความถี่สูงขึ้นกว่าที่แหล่งกำเนิดปล่อยออกมาแสดงได้ดังภาพ 8 และความถี่ที่ผู้สังเกตได้รับ สามารถคำนวณได้จากค่าความยาวคลื่นที่เปลี่ยนแปลงไป ดังสมการที่ (2.6)



ภาพ 8 ปรากฏการณ์ดอปเพลอร์เมื่อแหล่งกำเนิดเคลื่อนที่เข้าหาผู้สังเกตที่หยุดนิ่ง

$$\lambda_F = \frac{v_w - v_s}{f_s} \quad (2.6)$$

และพิจารณาความเร็วสัมพัทธ์ ( $v_{wL}$ ) ระหว่างความเร็วคลื่นเสียงในอากาศ ( $v_w$ ) และความเร็วของผู้สังเกต ( $v_L$ ) ในกรณีที่ผู้สังเกตหยุดนิ่ง ( $v_L = 0$ )

$$v_{wL} = v_w - v_L \quad (2.7)$$

$$v_{wL} = v_w - 0$$

$$v_{wL} = v_w$$

หลังจากนั้นทำการพิจารณาหาค่าความถี่ที่ผู้สังเกตได้รับจากสมการ



$$f_L = \frac{v_{WL}}{\lambda_F} \quad (2.8)$$

นำสมการที่ (2.6) และ (2.7) แทนในสมการที่ (2.8) จะได้ความถี่ที่ผู้สังเกตได้รับเป็น

$$f_L = \left( \frac{v_w}{v_w - v_s} \right) f_s \quad (2.9)$$

เมื่อ  $f_L$  คือความถี่เสียงที่ผู้สังเกตได้รับ

$f_s$  คือความถี่เสียงของแหล่งกำเนิด

$v_w$  คือความเร็วเสียงในอากาศ

$v_L$  คือความเร็วของผู้ฟังเสียง

$v_s$  คือความเร็วของแหล่งกำเนิดเสียง

และเมื่อแหล่งกำเนิดเคลื่อนที่ออกจากผู้สังเกตจะทำให้ผู้สังเกตได้ยินเสียงที่มีความยาวคลื่นมากขึ้นและความถี่ต่ำกว่าที่แหล่งกำเนิดเสียงปล่อยออกมาแน่นอน ปรากฏการณ์นี้แสดงได้ดังภาพ 9 ความถี่ที่ผู้สังเกตได้รับจะคำนวณได้จากการพิจารณาจากความยาวคลื่นหลังรถ ( $\lambda_B$ )

$$\lambda_B = \frac{v_w + v_s}{f_s} \quad (2.10)$$

พิจารณาความเร็วสัมพัทธ์ ( $v_{WL}$ ) ระหว่างความเร็วคลื่นเสียงในอากาศ ( $v_w$ ) และความเร็วของผู้สังเกต ( $v_L$ ) ในกรณีที่ผู้สังเกตหยุดนิ่ง ( $v_L = 0$ ) เช่นเดียวกับในกรณีแรก

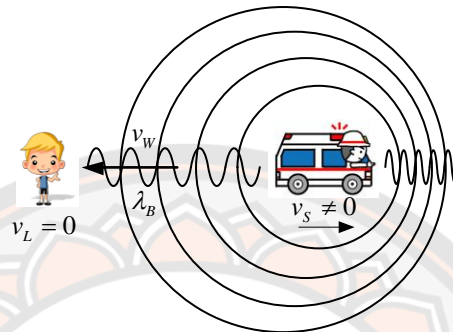
$$\begin{aligned} v_{WL} &= v_w - v_L \\ v_{WL} &= v_w - 0 \\ v_{WL} &= v_w \end{aligned} \quad (2.11)$$

หลังจากนั้นทำการพิจารณาหาความถี่ที่ผู้สังเกตได้รับจากสมการ

$$f_L = \frac{v_{WL}}{\lambda_B} \quad (2.12)$$

นำสมการที่ (2.10) และ (2.11) แทนในสมการที่ (2.12) จะได้ความถี่ที่ผู้สังเกตได้รับเป็น

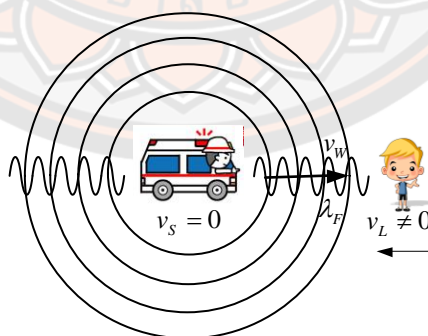
$$f_L = \left( \frac{v_w}{v_w + v_s} \right) f_s \quad (2.13)$$



ภาพ 9 ปรากฏการณ์ดอปเพลอร์เมื่อแหล่งกำเนิดเคลื่อนที่ออกจากผู้สังเกตที่หยุดนิ่ง

2. กรณีที่ผู้สังเกตเคลื่อนที่-แหล่งกำเนิดอยู่นิ่ง

ในกรณีนี้เมื่อผู้สังเกตเคลื่อนที่เข้าหาแหล่งกำเนิดเสียงที่หยุดนิ่งจะทำให้รับคลื่นได้จำนวนมากกว่าเมื่อผู้สังเกตอยู่นิ่ง ซึ่งทำให้ผู้สังเกตได้รับเสียงที่มีความถี่สูงกว่าแหล่งกำเนิดเสียงส่งออกมาแสดงได้ดังภาพ 10



ภาพ 10 ปรากฏการณ์ดอปเพลอร์เมื่อผู้สังเกตเคลื่อนที่เข้าหาที่แหล่งกำเนิดหยุดนิ่ง

พิจารณาความยาวคลื่นของแหล่งกำเนิดเพื่อหาความถี่ที่ผู้สังเกตได้รับดังสมการ

$$\lambda_F = \frac{v_w - v_s}{f_s} \quad (2.14)$$

พิจารณาความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างความเร็วคลื่นเสียงและความเร็วของผู้สังเกตจะได้เป็น

$$v_{wL} = v_w + v_L \quad (2.15)$$

หลังจากนั้นทำการพิจารณาหาค่าความถี่ที่ผู้สังเกตได้รับจากสมการ

$$f_L = \frac{v_{wL}}{\lambda_F} \quad (2.16)$$

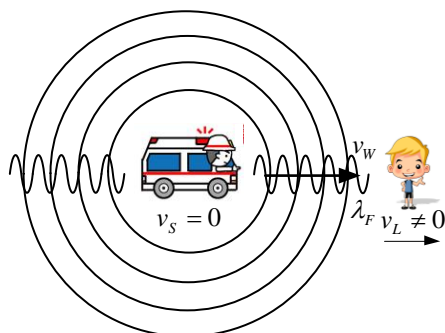
นำสมการที่ (2.14) และ (2.15) แทนในสมการที่ (2.16) จะได้ความถี่ที่ผู้สังเกตได้รับเป็น

$$f_L = \left( \frac{v_w + v_L}{v_w + v_s} \right) f_s \quad (2.17)$$

ในกรณีนี้แหล่งกำเนิดไม่มีการเคลื่อนที่ ดังนั้น  $v_s = 0$  จะได้สมการหาความถี่ที่ผู้สังเกตได้รับเป็น

$$f_L = \left( \frac{v_w + v_L}{v_w} \right) f_s \quad (2.18)$$

และเมื่อผู้สังเกตเคลื่อนที่ออกจากแหล่งกำเนิดที่อยู่นิ่งจะทำให้รับคลื่นได้เป็นจำนวนน้อยกว่าเมื่อผู้สังเกตอยู่นิ่ง ซึ่งทำให้ผู้สังเกตได้รับเสียงที่มีความถี่ต่ำกว่าที่แหล่งกำเนิดเสียงส่งออกมา แสดงได้ดังภาพ 11



ภาพ 11 ปรากฏการณ์ดอปเพลอร์เมื่อผู้สังเกตเคลื่อนที่ออกจากที่แหล่งกำเนิดหยุดนิ่ง

ทำการพิจารณาความยาวคลื่นจากทางด้านหน้าของแหล่งกำเนิด ( $\lambda_F$ ) จะได้สมการเป็น

$$\lambda_F = \frac{v_w - v_s}{f_s} \quad (2.19)$$

พิจารณาความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างความเร็วคลื่นเสียงและความเร็วของผู้สังเกตจะได้เป็น

$$v_{wL} = v_w - v_L \quad (2.20)$$

หลังจากนั้นทำการพิจารณาค่าความถี่ที่ผู้สังเกตได้รับจากสมการ

$$f_L = \frac{v_{wL}}{\lambda_F} \quad (2.21)$$

นำสมการที่ (2.19) และ (2.20) แทนในสมการที่ (2.21) จะได้ความถี่ที่ผู้สังเกตได้รับเป็น

$$f_L = \left( \frac{v_w - v_L}{v_w - v_s} \right) f_s \quad (2.22)$$

ในกรณีนี้แหล่งกำเนิดไม่มีการเคลื่อนที่ดังนั้น  $v_s = 0$  จะได้สมการหาความถี่ที่ผู้สังเกตได้รับเป็น

$$f_L = \left( \frac{v_w - v_L}{v_w} \right) f_S \quad (2.23)$$

### 3. กรณีที่ผู้สังเกตและแหล่งกำเนิดเคลื่อนที่

ในกรณีนี้แบ่งได้เป็นการเคลื่อนที่เข้าหากัน เคลื่อนที่ออกจากกัน หรือเคลื่อนที่ไปตามกัน โดยสังเกตได้ว่าเมื่อเวลาผ่านไปแล้วแหล่งกำเนิดกับผู้ฟังมีระยะห่างกันน้อยลงแสดงว่าผู้ฟังจะได้ยินเสียงที่มีความถี่สูงขึ้น ในทางตรงข้ามก็จะได้ยินเสียงที่มีความถี่ต่ำลง ถ้าผู้สังเกตและแหล่งกำเนิดเคลื่อนที่เข้าหากันจะทำให้รับคลื่นได้เป็นจำนวนมากกว่าเมื่ออยู่นิ่งซึ่งทำให้ผู้สังเกตได้รับเสียงที่มีความถี่สูงกว่าที่แหล่งกำเนิดเสียงส่งออกมาแสดงได้ดังภาพ 12



ภาพ 12 ปรากฏการณ์ดอปเพลอร์เมื่อผู้สังเกตและแหล่งกำเนิดเคลื่อนที่เข้าหากัน

ทำการพิจารณาความยาวคลื่นจากทางด้านหน้าของแหล่งกำเนิด ( $\lambda_F$ ) จะได้สมการเป็น

$$\lambda_F = \frac{v_w - v_S}{f_S} \quad (2.24)$$

พิจารณาความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างความเร็วคลื่นเสียงและความเร็วของผู้สังเกตจะได้เป็น

$$v_{wL} = v_w + v_L \quad (2.25)$$

หลังจากนั้นทำการพิจารณาหาค่าความถี่ที่ผู้สังเกตได้รับจากสมการ

$$f_L = \frac{v_{WL}}{\lambda_F} \quad (2.26)$$

นำสมการที่ (2.24) และ (2.25) แทนในสมการที่ (2.26) จะได้ความถี่ที่ผู้สังเกตได้รับเป็น

$$f_L = \left( \frac{v_W + v_L}{v_W - v_S} \right) f_S \quad (2.27)$$

ถ้าผู้สังเกตวิ่งออกและแหล่งกำเนิดวิ่งตามจะทำให้รับคลื่นได้เป็นจำนวนมากกว่าเมื่ออยู่นิ่ง ซึ่งทำให้ผู้สังเกตได้รับเสียงที่มีความถี่สูงกว่าที่แหล่งกำเนิดเสียงส่งออกมา แสดงได้ดังภาพ 13



ภาพ 13 ปรากฏการณ์ดอปเพลอร์เมื่อผู้สังเกตเคลื่อนที่ออกและแหล่งกำเนิดเคลื่อนที่ตาม

ทำการพิจารณาความยาวคลื่นจากทางด้านหน้าของแหล่งกำเนิด ( $\lambda_F$ ) จะได้สมการเป็น

$$\lambda_F = \frac{v_W - v_S}{f_S} \quad (2.28)$$

พิจารณาความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างความเร็วคลื่นเสียงและความเร็วของผู้สังเกตจะได้เป็น

$$v_{WL} = v_W - v_L \quad (2.29)$$

หลังจากนั้นทำการพิจารณาหาค่าความถี่ที่ผู้สังเกตได้รับจากสมการ

$$f_L = \frac{v_{WL}}{\lambda_F} \quad (2.30)$$

นำสมการที่ (2.23) และ (2.24) แทนในสมการที่ (2.25) จะได้ความถี่ที่ผู้สังเกตได้รับเป็น

$$f_L = \left( \frac{v_W - v_L}{v_W - v_S} \right) f_S \quad (2.31)$$

ถ้าผู้สังเกตและแหล่งกำเนิดเคลื่อนที่ออกจากกันจะทำให้รับคลื่นได้เป็นจำนวนน้อยกว่าเมื่ออยู่นิ่ง ซึ่งทำให้ผู้สังเกตได้รับเสียงที่มีความถี่ต่ำกว่าแหล่งกำเนิดเสียงส่งออกมา แสดงได้ดังภาพ 14



ภาพ 14 ปรากฏการณ์ดอปเพลอร์เมื่อผู้สังเกตและแหล่งกำเนิดเคลื่อนที่ออกจากกัน

ทำการพิจารณาความยาวคลื่นจากทางด้านหลังของแหล่งกำเนิด ( $\lambda_B$ ) จะได้สมการเป็น

$$\lambda_B = \frac{v_W + v_S}{f_S} \quad (2.32)$$

พิจารณาความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างความเร็วคลื่นเสียงและความเร็วของผู้สังเกตจะได้เป็น

$$v_{WL} = v_W - v_L \quad (2.33)$$

หลังจากนั้นทำการพิจารณาหาค่าความถี่ที่ผู้สังเกตได้รับจากสมการ

$$f_L = \frac{v_{WL}}{\lambda_F} \quad (2.34)$$

นำสมการที่ (2.32) และ (2.33) แทนในสมการที่ (2.34) จะได้ความถี่ที่ผู้สังเกตได้รับเป็น

$$f_L = \left( \frac{v_W - v_L}{v_W + v_S} \right) f_S \quad (2.35)$$

ถ้าผู้สังเกตวิ่งตามและแหล่งกำเนิดวิ่งออก จะทำให้รับคลื่นได้เป็นจำนวนน้อยกว่าเมื่ออยู่นิ่ง ซึ่งทำให้ผู้สังเกตได้รับเสียงที่มีความถี่ต่ำกว่าที่แหล่งกำเนิดเสียงส่งออกมา แสดงได้ดังภาพ 15



ภาพ 15 ปรัชญาการดอปเพลอร์เมื่อผู้สังเกตเคลื่อนที่ตามและแหล่งกำเนิดเคลื่อนที่หนี

ทำการพิจารณาความยาวคลื่นจากทางด้านหลังของแหล่งกำเนิด ( $\lambda_B$ ) จะได้สมการเป็น

$$\lambda_B = \frac{v_W + v_S}{f_S} \quad (2.36)$$

พิจารณาความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างความเร็วคลื่นเสียงและความเร็วของผู้สังเกตจะได้เป็น

$$v_{WL} = v_W + v_L \quad (2.37)$$

หลังจากนั้นทำการพิจารณาหาค่าความถี่ที่ผู้สังเกตได้รับจากสมการ



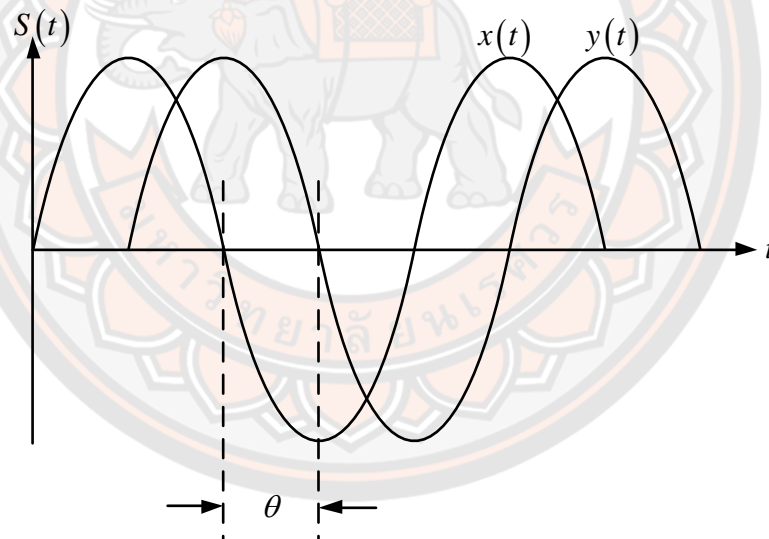
$$f_L = \frac{v_{WL}}{\lambda_B} \quad (2.38)$$

นำสมการที่ (2.36) และ (2.37) แทนในสมการที่ (2.38) จะได้ความถี่ที่ผู้สังเกตได้รับเป็น

$$f_L = \left( \frac{v_W + v_L}{v_W + v_S} \right) f_S \quad (2.39)$$

### การวัดระยะทางด้วยวิธีการเลื่อนเฟส (12)

วิธีการเลื่อนเฟสจะเป็นการตรวจวัดเวลาทางอ้อมจากการเลื่อนเฟสของสัญญาณ อันเนื่องมาจากการเดินทางของคลื่นและนำมาคำนวณหาระยะทาง โดยตัวอย่างของการเลื่อนเฟสของสัญญาณแสดงได้ดังภาพ 16



ภาพ 16 การเลื่อนเฟสของสัญญาณเพื่อการวัดระยะทาง

โดยหากสัญญาณอัลตราโซนิกที่ทำการส่งมีค่าดังสมการที่ (2.40)

$$x(t) = A_i \cos(\omega_i t) \quad (2.40)$$

สัญญาณที่ตรวจจับได้ที่ตัวรับอัลตราโซนิก จะมีค่าดังสมการที่ (2.41)

$$y(t) = A_o \cos(\omega_i t - \omega_i t_d) \quad (2.41)$$

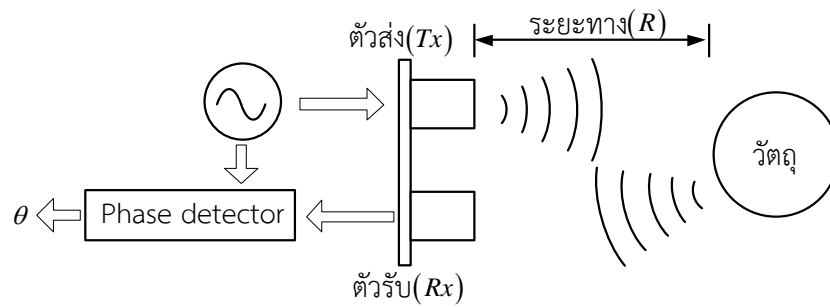
โดยที่  $t_d$  คือเวลาที่คลื่นอัลตราโซนิกใช้ในการเดินทางไปและกลับ ซึ่งค่าเฟสที่เลื่อนไปนั้นจะมีค่าดังสมการที่ (2.42)

$$\theta = \omega_i t_d \quad (2.42)$$

ดังนั้นจากสมการที่ (2.41) และสมการที่ (2.42) แสดงให้เห็นว่า หากทราบถึงเฟสที่เลื่อนไป จะทำให้ทราบค่า เวลาในการเดินทางของคลื่น และสามารถนำไปคำนวณหาระยะห่างระหว่างวัตถุกับตัวส่งและตัวรับอัลตราโซนิกได้ ซึ่งในการคำนวณจะเป็นไปดังสมการที่ (2.43)

$$R = \frac{\theta v}{2\omega_i} \quad (2.43)$$

โดยการหาค่าเฟสที่เลื่อนไปของสัญญาณอัลตราโซนิกที่ตัวรับเทียบกับตัวส่งสามารถทำได้คือ เมื่อเครื่องกำเนิดสัญญาณสร้างสัญญาณเป็นอินพุตให้กับตัวส่งอัลตราโซนิกแล้ว ค่าเฟสของสัญญาณที่ตัวส่งนี้จะถูกเก็บไว้ เมื่อสัญญาณที่ตัวส่งอัลตราโซนิกเดินทางไปกระทบวัตถุและสะท้อนกลับมาที่ตัวรับอัลตราโซนิก ค่าเฟสจะถูกตรวจจับแล้วนำมาเทียบกับค่าเฟสที่เก็บไว้ของสัญญาณอินพุต เพื่อหาค่าความต่างเฟสของสัญญาณระหว่างตัวส่งและตัวรับอัลตราโซนิก โดยกระบวนการข้างต้นสามารถแสดงได้ดังภาพ 17



ภาพ 17 การหาระยะทางจากการเลื่อนเฟสด้วยอัลตราโซนิก

วิธีการเลื่อนเฟสนี้มีข้อดีคือ มีภูมิคุ้มกันต่อการรบกวนทางขนาด แต่จุดอ่อนของวิธีการตรวจจับการเลื่อนเฟส คือสามารถวัดระยะทางได้เพียงสั้นๆ อันเนื่องมาจากการเลื่อนเฟสสูงสุดที่ตัวตรวจจับเฟสสามารถตรวจจับได้คือ  $2\pi$

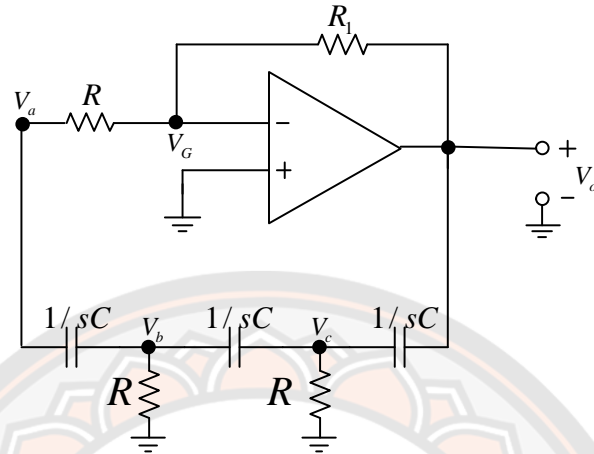
### วงจรกำเนิดสัญญาณ (oscillator circuit) (13)

เป็นวงจรที่ใช้ในการให้กำเนิดสัญญาณไฟฟ้ากระแสลับที่มีคาบซ้ำๆ กัน โดยสัญญาณที่มาจากวงจรสามารถปรับเปลี่ยนรูปสัญญาณได้ทั้ง สัญญาณคลื่นรูปไซน์ สัญญาณรูปสี่เหลี่ยม สัญญาณรูปฟันเลื่อย เป็นต้น ซึ่งจะขึ้นอยู่กับการออกแบบวงจรของผู้ใช้งานว่าต้องการสัญญาณคลื่นรูปใด นอกจากนั้นยังสามารถปรับความถี่ และแอมพลิจูดของสัญญาณได้ตามค่าความต้านทานที่ใช้ในวงจร โดยวงจรกำเนิดสัญญาณสามารถแบ่งออกได้หลายชนิด ยกตัวอย่างเช่น วงจรกำเนิดสัญญาณแบบควอดราเจอร์ (Quadrature oscillator circuit) วงจรกำเนิดสัญญาณแบบเวนบริดจ์ (Wien bridge oscillator circuit) วงจรกำเนิดสัญญาณแบบทวิน-ที (Twin-t oscillator circuit) และวงจรกำเนิดสัญญาณแบบเลื่อนเฟส (Phase shift oscillator circuit) เป็นต้น โดยจะขอกล่าวถึงเพียงวงจรกำเนิดสัญญาณแบบเลื่อนเฟสและวงจรกำเนิดสัญญาณแบบควอดราเจอร์ ซึ่งเป็นวงจรที่ถูกใช้ในงานวิจัยนี้

#### 1. วงจรกำเนิดสัญญาณแบบเลื่อนเฟส

ในส่วนนี้จะเป็นการวิเคราะห์เพื่อหาผลตอบสนองทางความถี่ที่เกิดขึ้นของวงจรกำเนิดสัญญาณแบบเลื่อนเฟส ซึ่งจะถูกแบ่งออกเป็น 2 กรณีดังนี้

1.1 การวิเคราะห์วงจรกำเนิดสัญญาณแบบเลื่อนเฟสกรณีไม่มีอินพุต



ภาพ 18 วงจรกำเนิดสัญญาณแบบเลื่อนเฟสไม่มีอินพุต

จากภาพ 18 สังเกตวงจรจะเห็นได้ว่าแรงดันไฟฟ้าที่จุดรวม  $V_G$  เป็นกราวด์เสมือน (Virtual ground) นั่นคือ

$$V_G = 0 \quad (2.44)$$

ใช้สมการจตุรรมที่ขาลบของออป-แอมป์

$$\left( \frac{1}{R} + \frac{1}{R_1} \right) V_G - \frac{V_a}{R} - \frac{V_o}{R_1} = 0 \quad (2.45)$$

กำหนดให้  $k = R / R_1$  และแทน  $V_G = 0$  ลงในสมการที่ (2.45)

$$V_a = -kV_o \quad (2.46)$$

ใช้สมการจตุรรมที่จุดรวม  $V_a$

$$-\frac{1}{R}V_a = sCV_a - sCV_b \quad (2.47)$$

จากสมการที่ (2.47) จัดรูปสมการใหม่จะได้เป็น

$$\left(\frac{1}{R} + sC\right)V_a - sCV_b = 0 \quad (2.48)$$

ใช้สมการจตุรรมที่จตุรรม  $V_b$  และ  $V_c$  ตามลำดับจะได้เป็น

$$\left(\frac{1}{R} + 2sC\right)V_b - sCV_a - sCV_c = 0 \quad (2.49)$$

$$\left(\frac{1}{R} + 2sC\right)V_c - sCV_b - sCV_o = 0 \quad (2.50)$$

แทนค่า  $V_a$  จากสมการที่ (2.46) ลงในสมการที่ (2.48) และจัดสมการใหม่ทำให้ได้เป็น

$$V_b = -\frac{k(1+RCs)}{RCs}V_o \quad (2.51)$$

จากสมการที่ (2.49) แก้สมการเพื่อหาค่า  $V_c$  จะได้เป็น

$$V_c = -\frac{(1+2RCs)}{RCs}V_b - V_a \quad (2.52)$$

แทนค่า  $V_c$  จากสมการที่ (2.52) ลงในสมการที่ (2.50)

$$\begin{aligned} \left(\frac{1+2RCs}{R}\right)\left(\left(\frac{1+2RCs}{RCs}\right)V_b - V_a\right) - sCV_b - sCV_o &= 0 \\ \left(\frac{3R^2C^2s^2 + 4RCs + 1}{R^2Cs}\right)V_b - \left(\frac{1+2RCs}{RCs}\right)V_a - sCV_o &= 0 \end{aligned} \quad (2.53)$$

แทนค่า  $V_a$  และ  $V_b$  จากสมการที่ (2.46) และ (2.51) ลงในสมการที่ (2.53) ตามลำดับแล้วจะได้

$$\begin{aligned} \left( \frac{3R^2C^2s^2 + 4RCs + 1}{R^2Cs} \right) \left( -\frac{k(1+RCs)}{RCs} \right) V_o - \left( \frac{1+2RCs}{RCs} \right) (kV_o) - sCV_o = 0 \\ \left( -\frac{k(R^3C^3s^3 + 6R^2C^2s^2 + 5RCs + 1) - R^3C^3s^3}{R^3C^2s^2} \right) V_o = 0 \end{aligned} \quad (2.54)$$

นำ  $-R^3C^2s^2/k$  คูณตลอดสมการที่ (2.54) และจัดสมการใหม่จะได้เป็น

$$\left( \left( 1 + \frac{1}{k} \right) R^3C^3s^3 + 6R^2C^2s^2 + 5RCs + 1 \right) V_o = 0 \quad (2.55)$$

ทำการแปลงกลับลาปลาซ (Inverse Laplace transform) ในสมการที่ (2.55) เพื่อทำการวิเคราะห์หาผลตอบสนองของวงจร  $V_o(t)$  ในโดเมน-เวลา

$$\left( 1 + \frac{1}{k} \right) R^3C^3V_o'''(t) + 6R^2C^2V_o''(t) + 5RCsV_o'(t) + V_o(t) = 0 \quad (2.56)$$

จากสมการที่ (2.56) จะเห็นได้ว่าเป็นสมการอนุพันธ์อันดับที่ 3 ที่ซึ่งสมการอนุพันธ์อันดับที่ 3 เขียนอยู่ในรูปทั่วไปแสดงได้ดังสมการที่ (2.57)

$$a_3V_o'''(t) + a_2V_o''(t) + a_1V_o'(t) + a_0V_o(t) = 0 \quad (2.57)$$

สมการคุณลักษณะเฉพาะของสมการที่ (2.57) จะเป็น

$$a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0 = 0 \quad (2.58)$$

จากสมการที่ (2.58) เมื่อทำการหาผลตอบสนองธรรมชาติ ของอนุพันธ์อันดับที่ 3 จะได้สมการเป็น

$$V_o(t) = A_1e^{s_1t} + A_2e^{s_2t} + A_3e^{s_3t} \quad (2.59)$$

และหากต้องการให้ผลเฉลยของสมการที่ (2.57) มีเอาต์พุตเป็นสัญญาณออสซิลเลตไซน์ชอยดอล ค่ารากสมการ หรือความถี่ธรรมชาติจะต้องอยู่ในรูป

$$\begin{aligned} & s_1 = j\omega \\ \text{และ} & s_2 = -j\omega \\ & s_3 = -k \end{aligned} \quad (2.60)$$

เมื่อ  $k_1$  เป็นค่าจริงคงที่ เพราะฉะนั้นสมการคุณลักษณะเฉพาะที่แสดงไว้ในสมการที่ (2.58) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของการแยกตัวประกอบได้เป็น

$$\begin{aligned} (s - s_1)(s - s_2)(s - s_3) &= 0 \\ (s - j\omega)(s + j\omega)(s - k) &= 0 \end{aligned} \quad (2.61)$$

นั่นคือ

$$s^3 + ks^2 + \omega^2s + k\omega^2 = 0 \quad (2.62)$$

จากสมการคุณลักษณะเฉพาะ (2.58) นำเอา  $1/a_3$  คูณตลอดสมการจะได้

$$s^3 + (a_2/a_3)s^2 + (a_1/a_3)s + (a_0/a_3) = 0 \quad (2.63)$$

เปรียบเทียบค่าพารามิเตอร์ระหว่างสมการที่ (2.62) กับ (2.63) พจน์ต่อพจน์แล้วจะพบว่า

$$\begin{aligned} k &= a_2 / a_3 \\ \omega^2 &= a_1 / a_3 \\ \text{และ} & k\omega^2 = a_0 / a_3 \end{aligned} \quad (2.64)$$

ในทำนองเดียวกัน เมื่อทำการเปรียบเทียบค่าพารามิเตอร์ของวงจรถูกกำเนิดสัญญาณแบบเลื่อนเฟส พจน์ต่อพจน์ ระหว่างสมการความสัมพันธ์อินพุต-เอาต์พุต สมการที่ (2.56) ของวงจรถูกสมการที่ (2.64) จะแสดงได้เป็น

$$k = 6R^2C^2 / \left(1 + \frac{1}{k}\right) R^3C^3 \quad (2.65)$$

$$\omega^2 = 5RC / \left(1 + \frac{1}{k}\right) R^3C^3 \quad (2.66)$$

$$k\omega^2 = \left( \frac{6R^2C^2}{\left(1 + \frac{1}{k}\right) R^3C^3} \right) \left( \frac{5RC}{\left(1 + \frac{1}{k}\right) R^3C^3} \right) = \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{k}\right) R^3C^3} \quad (2.67)$$

แก้สมการที่ (2.67) เพื่อหาเงื่อนไขของการออสซิลเลตจากค่า  $k$  เพราะฉะนั้นจากสมการที่ (2.67) จะได้เป็น

$$\left( \frac{6R^2C^2}{\left(1 + \frac{1}{k}\right) R^3C^3} \right) \left( \frac{5RC}{\left(1 + \frac{1}{k}\right) R^3C^3} \right) = \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{k}\right) R^3C^3}$$

$$30 = 1 + \frac{1}{k}$$

$$k = 1/29 \quad (2.68)$$

เนื่องจาก  $k = R/R_1 = 1/29$  หรือมีอัตราส่วนระหว่าง  $R_1/R = 29$  หรือ  $R_1 = 29R$  ซึ่งเป็นเงื่อนไขที่ทำให้วงจรได้ผลตอบสนองของธรรมชาติเป็นดังสมการที่ (2.59) นั่นคือ

$$V_o(t) = A_1e^{s_1t} + A_2e^{s_2t} + A_3e^{s_3t} \quad (2.69)$$

ทำการแทนค่า  $k = 1/29$  ลงในสมการที่ (2.65) และ (2.67) เพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติ  $\omega$  และ  $k$  ตามลำดับ เป็นผลให้

$$k = 1/5RC \quad (2.70)$$

$$\omega^2 = 1/6R^2C^2$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{6RC}} \quad (2.71)$$



จากสมการ (2.69) ผลตอบสนองของธรรมชาติจะเขียนได้เป็น

$$V_o(t) = A_1 e^{jt/\sqrt{6RC}} + A_2 e^{-jt/\sqrt{6RC}} + A_3 e^{-t/5RC} \quad (2.72)$$

พิจารณาผลตอบสนองของธรรมชาติกับพจน์ที่ 1 และพจน์ที่ 2 ทางด้านขวามือของสมการที่ (2.72) จะเห็นได้ว่าทั้งสองพจน์นี้จะเหมือนกันกับผลตอบสนองของธรรมชาติในรูปแบบของ Underdamped ของวงจรอันดับที่สองนั่นคือ

$$A_2 e^{(\sigma+j\omega)t} + A_3 e^{(\sigma-j\omega)t} = A_1 e^{jt/\sqrt{6RC}} + A_2 e^{-jt/\sqrt{6RC}} \quad (2.73)$$

จะเห็นได้ว่าในกรณีนี้ค่าสัมประสิทธิ์  $\sigma=0$  และ  $\omega=1/\sqrt{6RC}$  ซึ่งผลรวมของทั้งสองพจน์นี้จะให้ผลลัพธ์ออกมาเป็นสัญญาณออสซิลเลตไซน์ซอຍดอลเพราะฉะนั้นถ้ากำหนดให้  $A_1 = A_2 = A/2$  เป็นค่าจริงและใช้สมการออยเลอร์ (Euler's formula) นั่นคือ  $\cos(\theta t) = \frac{1}{2}(e^{-j\theta t} + e^{j\theta t})$  จึงได้ผลตอบสนองของธรรมชาติของวงจรถูกกำหนดสัญญาณแบบเลือนเฟส แสดงได้เป็น

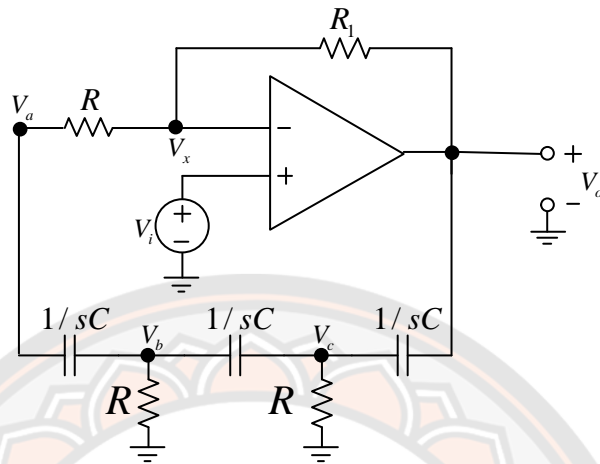
$$V_o(t) = A \cos(t/\sqrt{6RC}) + A_3 e^{-t/5RC} \quad (2.74)$$

สำหรับพจน์ที่ 3 ของผลตอบสนองของธรรมชาติจะเป็นกรณีของการหน่วงในลักษณะค่อยๆ ลดลงเข้าสู่ศูนย์ เมื่อเวลาผ่านไปชั่วคราวตามฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล (Exponential function) สำหรับความถี่ในการออสซิลเลตจะหาได้จาก

$$f_{osc} = 1/2\pi\sqrt{6RC} \quad \text{Hz} \quad (2.75)$$

จากสมการที่ (2.75) จะเห็นได้ว่าค่าความถี่การออสซิลเลตจะสามารถปรับค่าได้จากค่าความต้านทาน ( $R$ ) และค่าตัวเก็บประจุ ( $C$ ) ของวงจร

1.2 การวิเคราะห์วงจรกำเนิดสัญญาณแบบเลื่อนเฟสกรณีมีอินพุต



ภาพ 19 วงจรกำเนิดสัญญาณแบบเลื่อนเฟสกรณีมีอินพุต

จากวงจรในภาพ 19 จากการสังเกตจะเห็นได้ว่า

$$V_x = V_i \tag{2.76}$$

ใช้สมการจตุรรมที่ขาลบ ของออป-แอมป์

$$\left( \frac{1}{R} + \frac{1}{R_1} \right) V_i - \frac{V_a}{R} - \frac{V_o}{R_1} = 0 \tag{2.77}$$

$$V_a = \left( 1 + \frac{R}{R_1} \right) V_i - \frac{R}{R_1} V_o$$

กำหนดให้  $k = R / R_1$

$$V_a = (1+k)V_i - kV_o \tag{2.78}$$

ใช้สมการจตุรรมที่จตุรรม  $V_a$

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{R} + sC\right)V_a - \frac{V_i}{R} - sCV_b &= 0 \\ (1 + RCs)V_a - V_i - RCsV_b &= 0 \end{aligned} \quad (2.79)$$

ใช้สมการจตุรรมที่จุดรวม  $V_b$

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{R} + 2sC\right)V_b - sCV_a - sCV_c &= 0 \\ (1 + 2RCs)V_b - RCsV_a - RCsV_c &= 0 \\ (1 + 2RCs)V_b - RCsV_a - RCsV_c &= \left(\frac{1 + 2RCs}{R}\right)V_b - V_a \end{aligned} \quad (2.80)$$

ใช้สมการจตุรรมที่จุด  $V_c$

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{R} + 2sC\right)V_c - sCV_b - sCV_o &= 0 \\ (1 + 2RCs)V_c - RCsV_b - RCsV_o &= 0 \end{aligned} \quad (2.81)$$

แทนค่า  $V_a$  จากสมการที่ (2.78) ลงในสมการที่ (2.79) จะได้เป็น

$$\begin{aligned} (1 + RCs)((1 + k)V_i - kV_o) - V_i - RCsV_b &= 0 \\ ((1 + k)(1 + RCs) - 1)V_i - k(1 + RCs)V_o - RCsV_b &= 0 \\ V_b = \left(\frac{(1 + k)(1 + RCs) - 1}{RCs}\right)V_i - \left(\frac{k(1 + RCs)}{RCs}\right)V_o \end{aligned} \quad (2.82)$$

แทนค่า  $V_c$  จากสมการที่ (2.80) ลงในสมการที่ (2.81) จะได้เป็น

$$\begin{aligned} (1 + 2RCs) \left[ \left(\frac{1 + 2RCs}{RCs}\right)V_b - V_a \right] - RCsV_b - RCsV_o &= 0 \\ \left(\frac{4R^2C^2s^2 + 4RCs + 1}{RCs} - RCs\right)V_b - (1 + 2RCs)V_a - RCsV_o &= 0 \\ \left(\frac{3R^2C^2s^2 + 4RCs + 1}{RCs}\right)V_b - (1 + 2RCs)V_a - RCsV_o &= 0 \end{aligned} \quad (2.83)$$

แทนค่า  $V_a$  และ  $V_b$  จากสมการที่ (2.78) และ (2.82) ลงในสมการที่ (2.83) ตามลำดับ

$$\begin{aligned}
 & \left( \frac{3R^2C^2s^2 + 4RCs + 1}{RCs} \right) \left[ \left( \frac{(1+k)(1+RCs) - 1}{RCs} \right) V_i - \left( \frac{k(1+RCs)}{RCs} \right) V_o \right] \\
 & - (1 + 2RCs) [(1+k)V_i - kV_o] - RCsV_o = 0 \\
 & \left[ \left( \frac{3R^2C^2s^2 + 4RCs + 1}{RCs} \right) \left( \frac{(1+k)(1+RCs) - 1}{RCs} \right) - (1 + 2RCs)(1+k) \right] V_i \\
 & + \left[ - \left( \frac{3R^2C^2s^2 + 4RCs + 1}{RCs} \right) \left( \frac{k(1+RCs)}{RCs} \right) + k(1 + 2RCs) - RCs \right] V_o = 0 \\
 & \left[ \frac{(k+1)R^3C^3s^3 + 6R^2C^2s^2 + 5kRCs + K}{R^2C^2s^2} \right] V_o \\
 & = \left[ \frac{(k+1)R^3C^3s^3 + (6k+3)R^2C^2s^2 + (5k+1)kRCs + K}{R^2C^2s^2} \right] V_i
 \end{aligned} \tag{2.84}$$

นำเอา  $R^2C^2s^2 / k$  คูณตลอดจะได้

$$\begin{aligned}
 & \left[ \left( 1 + \frac{1}{k} \right) R^3C^3s^3 + 6R^2C^2s^2 + 5RCs + 1 \right] V_o \\
 & = \left[ \left( 1 + \frac{1}{k} \right) R^3C^3s^3 + \left( 6 + \frac{3}{k} \right) R^2C^2s^2 + \left( 5 + \frac{1}{k} \right) RCs + 1 \right] V_i
 \end{aligned} \tag{2.85}$$

จากสมการที่ (2.85) แปลงกลับลาปลาซจะได้ดังสมการที่ (2.86)

$$\begin{aligned}
 & \left( 1 + \frac{1}{k} \right) R^3C^3V_o'''(t) + 6R^2C^2V_o''(t) + 5RCV_o'(t) + V_o(t) \\
 & = \left( 1 + \frac{1}{k} \right) R^3C^3V_i'''(t) + \left( 6 + \frac{3}{k} \right) R^2C^2V_i''(t) + \left( 5 + \frac{1}{k} \right) RCV_i'(t) + V_i(t)
 \end{aligned} \tag{2.86}$$

และหาผลตอบสนองของธรรมชาติ ( $V_{on}(t)$ ) โดยกำหนด  $V_o(t) = V_{on}(t)$  และฟังก์ชันบังคับ  $f(t) = 0$  เพื่อหาผลตอบสนองของธรรมชาติ ณ ที่สเกลเวลา  $t$  ใดๆ จากสมการอนุพันธ์จะได้

$$\left(1 + \frac{1}{k}\right) R^3 C^3 V_{on}'''(t) + 6R^2 C^2 V_{on}''(t) + 5RCV_{on}'(t) + V_{on}(t) = 0 \quad (2.87)$$

อนุพันธ์สมการที่ (2.87) และแก้สมการเพื่อหาสมการคุณลักษณะเฉพาะจะได้สมการเป็น  
ดังสมการที่ (2.88)

$$\left(1 + \frac{1}{k}\right) R^3 C^3 s^3 + 6R^2 C^2 s^2 + 5RCs + 1 = 0 \quad (2.88)$$

ซึ่งผลคำตอบของผลตอบสนองธรรมชาติในรูปทั่วไปจะได้เป็น

$$V_{on}(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t} + A_3 e^{s_3 t} \quad (2.89)$$

ด้วยเหตุที่ต้องการให้ผลตอบสนองธรรมชาติจากสมการที่ (2.89) มีเอาต์พุตเป็นสัญญาณ  
ไซน์ชอยดอล ณ ที่เวลา  $t$  ใดๆ ดังนั้นค่ารากของสมการหรือความถี่ธรรมชาติ  $s_1$ ,  $s_2$  และ  $s_3$  จะต้อง  
มีรากสมการเป็นคู่สังยุคเชิงซ้อน ซึ่งกันและกัน คู่หนึ่งและค่ารากอีกรากหนึ่งเป็นค่าคงที่นั่นคือ

$$s_1, s_2 = \sigma \pm j\omega$$

และถ้าต้องการให้สัญญาณออกสซิลเลตเอาต์พุตของวงจรปราศจากการหน่วงแล้ว ค่าสัมประสิทธิ์  
การหน่วง  $\sigma = 0$  ค่ารากสมการที่ต้องการจะเป็น

$$\begin{aligned} s_1 &= j\omega \\ s_2 &= -j\omega \\ s_3 &= -k_1 \end{aligned} \quad (2.90)$$

เมื่อ  $k_1$  เป็นค่าจริงคงที่ไม่เท่ากับศูนย์ จากสมการคุณลักษณะเฉพาะที่แสดงไว้ในสมการที่ (2.88)  
เขียนให้อยู่ในรูปของการแยกตัวประกอบในรูปทั่วไปได้เป็น

$$(s - s_1)(s - s_2)(s - s_3) = 0$$

$$(s - j\omega)(s + j\omega)(s + k_1) = 0 \quad (2.91)$$

เพราะฉะนั้นสมการลักษณะเฉพาะในรูปทั่วไปของกรณีนี้ก็คือ

$$s^3 + k_1 s^2 + \omega^2 s + k_1 \omega^2 = 0 \quad (2.92)$$

นำเอา  $1/\left(1 + \frac{1}{k}\right) R^3 C^3$  คูณตลอดสมการที่ (2.90) จะได้เป็น

$$s^3 + \frac{6s^2}{\left(1 + \frac{1}{k}\right) RC} + \frac{5s}{\left(1 + \frac{1}{k}\right) R^2 C^2} + \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{k}\right) R^3 C^3} = 0 \quad (2.93)$$

เปรียบเทียบค่าพารามิเตอร์ระหว่างสมการที่ (2.92) กับ (2.93) พบว่า

$$k_1 = 6 / \left(1 + \frac{1}{k}\right) RC \quad (2.94)$$

$$\omega^2 = 5 / \left(1 + \frac{1}{k}\right) R^2 C^2 \quad (2.95)$$

$$k_1 \omega^2 = \frac{6}{\left(1 + \frac{1}{k}\right) RC} \left( \frac{5}{\left(1 + \frac{1}{k}\right) R^2 C^2} \right) = \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{k}\right) R^3 C^3} \quad (2.96)$$

แก้สมการที่ (2.96) หาค่า  $k$

$$\left( \frac{6}{\left(1 + \frac{1}{k}\right) RC} \right) \left( \frac{5}{\left(1 + \frac{1}{k}\right) R^2 C^2} \right) = \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{k}\right) R^3 C^3} \quad (2.97)$$

$$\frac{30}{\left(1 + \frac{1}{k}\right)} = 1$$

$$30 = 1 + \frac{1}{k}$$

$$k = \frac{1}{29}$$

เนื่องจากเราทราบว่า  $k = R/R_1 = 1/29$  หรืออัตราส่วน  $R_1/R = 29$  หรืออีกนัยหนึ่งก็คือ  $R_1 = 29R$  จะทำให้ได้ผลตอบสนองของธรรมชาติมีค่าเป็น

$$\begin{aligned} V_{on}(t) &= A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t} + A_3 e^{s_3 t} \\ &= A_1 e^{j\omega t} + A_2 e^{-j\omega t} + A_3 e^{-k_1 t} \end{aligned} \quad (2.98)$$

โดยการแทนค่า  $k = 1/29$  ลงในสมการที่ (2.94) และ (2.95) เพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติ  $\omega$  และ  $k_1$  ตามลำดับจะทำให้ได้เป็น

$$k_1 = 1/5RC \quad (2.99)$$

$$\begin{aligned} \omega^2 &= 1/6R^2 C^2 \\ \omega &= 1/\sqrt{6}RC \end{aligned} \quad (2.100)$$

อาศัยสมการที่ (2.98) ถึงสมการที่ (2.100) ผลตอบสนองของธรรมชาติที่เป็นสัญญาณออกสซิลเลตเอาต์พุตไชนูซoidal จะเขียนสมการเป็น

$$v_{on}(t) = A_1 e^{j\omega t/\sqrt{6}RC} + A_2 e^{-j\omega t/\sqrt{6}RC} + A_3 e^{-t/5RC} \quad (2.101)$$

ที่ซึ่งสองพจน์แรกด้านขวามือของสมการที่ (2.101) จะให้กำเนิดเป็นสัญญาณไชนูซoidal เอาต์พุตที่มี  $\sigma = 0$  และความถี่เรเดียนธรรมชาติ  $\omega = 1/\sqrt{6}RC$  สำหรับพจน์  $A_3 e^{-t/5RC}$  เป็น



พจน์ของการหน่วงตามฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล  $e^{-t/5RC}$  เมื่อเวลาผ่านไปชั่วขณะพจน์นี้มีค่าเข้าสู่ศูนย์ เมื่อ  $t > 0$  และอยู่ในสภาวะคงตัว (Steady-state) แล้วผลตอบสนองของธรรมชาติของวงจรกำเนิดสัญญาณแบบเลื่อนเฟสจะเหลือเพียง

$$V_o(t)_{on}(t) = A_1 e^{jt/\sqrt{6RC}} + A_2 e^{-jt/\sqrt{6RC}}, t > 0 \quad (2.102)$$

จากนั้นหาผลตอบสนองบังคับของระบบ ซึ่งอาศัยวิธีการ Sinusoidal steady state เมื่อกำหนดให้  $V_o(t) = V_{of}(t) = \hat{V}_o(t)$  และ  $V_i(t) = A \cos(\omega t) \rightarrow \hat{V}_i(t) = A e^{j\omega t}$  แทนลงในสมการที่ (2.86) จะได้สมการฟังก์ชันบังคับ  $f(t)$  เพื่อหาผลตอบสนองบังคับเป็นดังสมการที่ (2.103)

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{1}{k}\right) R^3 C^3 \hat{V}_o'''(t) + 6R^2 C^2 \hat{V}_o''(t) + 5RC \hat{V}_o'(t) + \hat{V}_o(t) \\ &= \left(1 + \frac{1}{k}\right) R^3 C^3 \hat{V}_i'''(t) + \left(6 + \frac{3}{k}\right) R^2 C^2 \hat{V}_i''(t) + \left(5 + \frac{1}{k}\right) RC \hat{V}_i'(t) + \hat{V}_i(t) \\ & f(t) = \left(1 + \frac{1}{k}\right) R^3 C^3 \frac{d^3(Ae^{j\omega t})}{dt^3} + \left(6 + \frac{3}{k}\right) R^2 C^2 \frac{d^2(Ae^{j\omega t})}{dt^2} \\ & \quad + \left(5 + \frac{1}{k}\right) RC \frac{d(Ae^{j\omega t})}{dt} + Ae^{j\omega t} \end{aligned} \quad (2.103)$$

ทำอนุพันธ์สมการที่ (2.103) จะได้สมการเพื่อหาผลตอบสนองบังคับของระบบเป็น

$$\begin{aligned} f(t) &= \left(1 + \frac{1}{k}\right) R^3 C^3 A \omega_i^3 j^3 e^{j\omega t} + \left(6 + \frac{3}{k}\right) R^2 C^2 A \omega_i^2 j^2 e^{j\omega t} \\ & \quad + \left(5 + \frac{1}{k}\right) RCA \omega_i j e^{j\omega t} + Ae^{j\omega t} \end{aligned} \quad (2.104)$$

ทำการอนุพันธ์สมการที่ (2.103) จะได้ผลคำตอบที่มีองค์ประกอบเป็นจำนวนเชิงซ้อน (Complex number) จึงจัดรูปผลคำตอบที่ได้ในสมการที่ (2.104) โดยการดึงพจน์ร่วม  $Ae^{j\omega t}$  และแยกพจน์ระหว่างส่วนจริง (Real part) และส่วนจินตภาพ (Imaginary part) จะได้เป็น

$$f(t) = \left[ \begin{array}{l} \left( A - \left( 6 + \frac{3}{k} \right) R^2 C^2 \omega_i^2 A \right) \\ + j \left( \left( 5 + \frac{1}{k} \right) RC \omega_i A - \left( 1 + \frac{1}{k} \right) R^3 C^3 \omega_i^3 A \right) \end{array} \right] e^{j\omega_i t} \quad (2.105)$$

จากสมการที่ (2.105) จะเปลี่ยนรูปสมการจาก Rectangular form ให้อยู่ในรูปของ Polar form ของพจน์ที่เป็นจำนวนเชิงซ้อนด้านในวงเล็บ โดยการแทนค่า  $B = \sqrt{a^2 + b^2}$  และ  $\theta = \tan^{-1} \left( \frac{b}{a} \right)$  ซึ่งกำหนดให้

$$a = \left( A - \left( 6 + \frac{3}{k} \right) R^2 C^2 \omega_i^2 A \right)$$

$$b = j \left( \left( 5 + \frac{1}{k} \right) RC \omega_i A - \left( 1 + \frac{1}{k} \right) R^3 C^3 \omega_i^3 A \right)$$

และแทนค่าลงในสมการฟังก์ชันบังคับจะได้เป็น

$$\left( 1 + \frac{1}{k} \right) R^3 C^3 \hat{V}_{of}'''(t) + 6R^2 C^2 \hat{V}_{of}''(t) + 5RC \hat{V}_{of}'(t) + \hat{V}_{of}(t) = Be^{j(\omega_i t + \theta)} = f(t) \quad (2.106)$$

จากนั้นสมมติให้  $\hat{V}_{of}(t) = De^{j(\omega_i t + \theta)}$  แทนลงในสมการที่ (2.106) จะได้เป็น

$$\left( 1 + \frac{1}{k} \right) R^3 C^3 \frac{d^3 (De^{j(\omega_i t + \theta)})}{dt^3} + 6R^2 C^2 \frac{d^2 (De^{j(\omega_i t + \theta)})}{dt^2} + 5RC \frac{d(De^{j(\omega_i t + \theta)})}{dt} + De^{j(\omega_i t + \theta)} = Be^{j(\omega_i t + \theta)} \quad (2.107)$$

ทำอนุพันธ์สมการที่ (2.107) จะได้คำตอบคือ

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{1}{k}\right) R^3 C^3 \omega_i^3 De^{j(\omega_i t + \theta)} + 6R^2 C^2 \omega_i^2 De^{j(\omega_i t + \theta)} \\ & + 5RC \omega_i De^{j(\omega_i t + \theta)} + De^{j(\omega_i t + \theta)} = Be^{j(\omega_i t + \theta)} \end{aligned} \quad (2.108)$$

จากสมการที่ (2.108) จัดรูปสมการใหม่เพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์  $D$  จะได้เป็น

$$D = \frac{B}{\left[ (1 - 6R^2 C^2 \omega_i^2) + j(5RC \omega_i - (1 + 1/k) R^3 C^3 \omega_i^3) \right]} \quad (2.109)$$

แทนค่าสัมประสิทธิ์  $D$  ลงในคำตอบสมมติของผลตอบสนองบังคับ  $\hat{V}_{of}(t) = De^{j(\omega_i t + \theta)}$  จะได้สมการเพื่อหาผลตอบสนองบังคับเป็น

$$\hat{V}_{of}(t) = \frac{1}{\left[ (1 - 6R^2 C^2 \omega_i^2) + j(5RC \omega_i - (1 + 1/k) R^3 C^3 \omega_i^3) \right]} Be^{j(\omega_i t + \theta)} \quad (2.110)$$

จากสมการที่ (2.110) จะเปลี่ยนรูปสมการจาก Rectangular form ให้อยู่ในรูปของ Polar form ของพจน์จำนวนเชิงซ้อนซึ่งอยู่ในพจน์ที่เป็นส่วนของสมการ โดยการแทนค่า  $G = \sqrt{c^2 + d^2}$  และ  $\phi = \tan^{-1}\left(\frac{d}{c}\right)$  ซึ่งกำหนดให้

$$\begin{aligned} c &= (1 - 6R^2 C^2 \omega_i^2) \\ d &= (5RC \omega_i - (1 + 1/k) R^3 C^3 \omega_i^3) \end{aligned}$$

จะได้สมการเพื่อหาผลตอบสนองสมบูรณ์คือ

$$\hat{V}_{of}(t) = \frac{B}{G e^{j\phi}} e^{j(\omega_i t + \theta)} \quad (2.111)$$

จากนั้นจัดรูปสมการที่ (2.111) จะได้เป็น

$$\hat{V}_{of}(t) = \frac{B}{G} e^{j(\omega_i t + \theta - \phi)} \quad (2.112)$$

ใช้สมการออยเลอร์เพื่อเปลี่ยนรูปฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลให้อยู่ในรูปตรีโกณมิติและกำหนดให้

$$V_x = \frac{B}{G} \text{ จะได้สมการผลตอบสนองบังคับเป็น}$$

$$\hat{V}_{of}(t) = V_x (\cos(\omega t + \theta - \phi) - j \sin(\omega t + \theta - \phi)) \quad (2.113)$$

จากสมการที่ (2.113) พิจารณาคำตอบของผลตอบสนองบังคับซึ่งใช้วิธีการแบบ Sinusoidal steady state ในการหาคำตอบของสมการอนุพันธ์ โดยคำตอบนั้นจะเป็นส่วนจริงของจำนวนเชิงซ้อน ดังนั้นผลตอบสนองบังคับของระบบเป็น

$$V_{of}(t) = \text{Re}\{\hat{V}_{of}(t)\} = V_x \cos(\omega t + \theta - \phi) \quad (2.114)$$

เมื่อได้ค่าของผลตอบสนองธรรมชาติและผลตอบสนองบังคับของระบบแล้ว จะนำค่าได้ไปแทนในสมการเพื่อหาผลตอบสนองสมบูรณ์ของระบบจะได้เป็น

$$\begin{aligned} V_o(t) &= V_{on}(t) + V_{of}(t) \\ &= A_1 e^{jt/\sqrt{6RC}} + A_2 e^{-jt/\sqrt{6RC}} + V_x \cos(\omega t + \theta - \phi) \end{aligned} \quad (2.115)$$

จากสมการที่ (2.115) ใช้สมการออยเลอร์ทำการเปลี่ยนรูปพจน์ของผลตอบสนองธรรมชาติจากฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลให้อยู่ในรูปตรีโกณมิติโดยสมมติให้  $A_1 = A_2 = \frac{A}{2}$  แทนลงในสมการจะได้

$$\begin{aligned} V_o(t) &= V_{on}(t) + V_{of}(t) \\ &= A \cos(t/\sqrt{6RC}) + V_x \cos(\omega t + \theta - \phi) \end{aligned} \quad (2.116)$$

จากสมการที่ (2.116) กำหนดเงื่อนไขเริ่มต้น ณ เวลา  $t=0$  เพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์  $A$  จะได้ค่าเป็น

$$A = V_o(0) - V_x \quad (2.117)$$

และสุดท้ายแทนค่า  $A$  ลงในสมการที่ (2.116) และจัดรูปสมการใหม่ จะได้ผลตอบสนองสมบรูณ์ของระบบเป็น

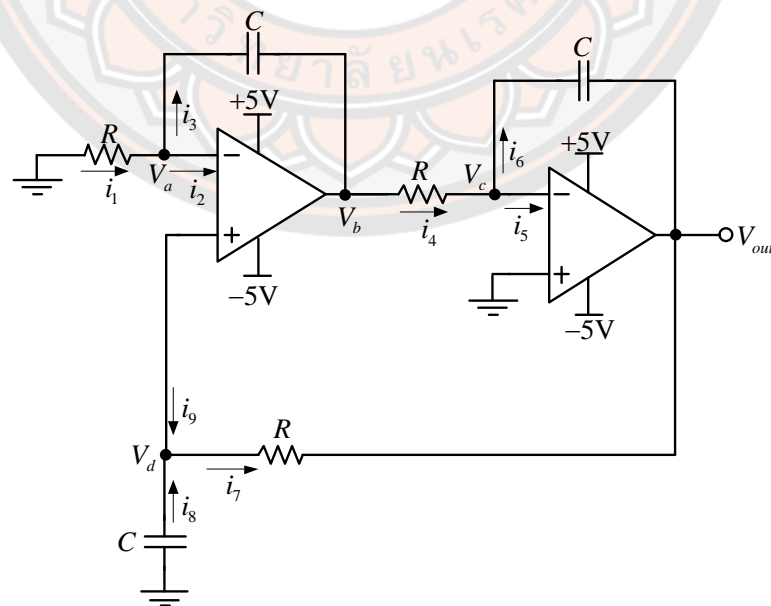
$$V_o(t) = V_o(0) \cos(t/\sqrt{6RC}) - V_x \cos(t/\sqrt{6RC}) + V_x \cos(\omega t + \theta - \phi) \quad (2.118)$$

จากสมการที่ (2.118) จะได้ผลตอบสนองสมบรูณ์ของระบบออกมาเป็นสามพจน์คือ พจน์ของผลตอบสนองธรรมชาติที่มีแอมพลิจูดเป็น  $V_o$  พจน์ของผลตอบสนองธรรมชาติที่มีแอมพลิจูดเป็น  $V_x$  และพจน์ของผลตอบสนองบังคับที่เป็นอินพุตของระบบ

## 2. วงจรกำเนิดสัญญาณแบบควอดราเจอร์ (Quadrature oscillator circuit)

ในส่วนนี้จะเป็นการวิเคราะห์ผลตอบสนองทางความถี่ที่เกิดขึ้นของวงจรถ่ายสัญญาณแบบควอดราเจอร์ ซึ่งจะถูกรวบรวมออกเป็น 2 กรณีดังนี้

### 2.1 การวิเคราะห์ห้วงวงจรถ่ายสัญญาณแบบควอดราเจอร์กรณีที่ไม่อินพุต



ภาพ 20 วงจรถ่ายสัญญาณแบบควอดราเจอร์กรณีที่ไม่อินพุต

จากภาพ 20 ใช้สมการจตุรรมที่ขาของออป-แอมป์ ณ จุด  $V_a$

$$sCV_b = sCV_a + \frac{V_a}{R} \quad (2.119)$$

ทำการพิจารณาต่อที่จตุรรมขาของออป-แอมป์ตัวถัดไป ณ จุด  $V_c$  โดยที่  $V_c$  เป็นกราวด์เสมือน (Virtual ground) นั่นคือ  $V_c = 0$  จะได้สมการเป็น

$$V_b = -RsCV_{out} \quad (2.120)$$

หลังจากนั้นใช้สมการจตุรรมที่ขาของออป-แอมป์ ณ จุด  $V_d$  จะได้สมการเป็น

$$\frac{V_d}{R} - \frac{V_{out}}{R} + sCV_d = 0 \quad (2.121)$$

นำสมการที่ (2.120) แทนในสมการที่ (2.119) จะได้สมการเป็น

$$Rs^2C^2V_{out} + sCV_a + \frac{V_a}{R} = 0 \quad (2.122)$$

จากสมการที่ (2.121) ตามคุณสมบัติของออป-แอมป์ในอุดมคติ  $V_d = V_a$  จึงเขียนสมการใหม่เป็น

$$\frac{V_d}{R} - \frac{V_{out}}{R} + sCV_d = 0 \quad (2.123)$$

จากสมการที่ (2.122) และ (2.123) จัดรูปสมการใหม่จะได้เป็น

$$\frac{V_d}{R} - \frac{V_{out}}{R} + sCV_d = Rs^2C^2V_{out} + sCV_a + \frac{V_a}{R}$$

$$Rs^2C^2V_{out} + \frac{V_{out}}{R} = 0 \quad (2.124)$$

นำ  $R$  คูณตลอดสมการจะได้สมการ  $V_{out}$  เป็น

$$R^2s^2C^2V_{out} + V_{out} = 0 \quad (2.125)$$

ทำการแปลงกลับลาปลาซ และนำ  $\frac{1}{R^2C^2}$  คูณตลอดสมการจะได้เป็น

$$\frac{d^2V_{out}}{dt^2} + \frac{1}{R^2C^2}V_{out} = 0 \quad (2.126)$$

จากสมการที่ (2.126) หาผลตอบสนองของระบบ ( $V_{out}(t)$ ) โดยให้  $\omega_n = \frac{1}{RC}$  และสมมติให้  $V_{out} = ce^{mt}$  จะได้สมการเพื่อหาผลตอบสนองของระบบเป็นดังสมการที่ (2.127)

$$\frac{d^2(ce^{mt})}{dt^2} + \omega_n^2(ce^{mt}) = 0 \quad (2.127)$$

หาคำตอบของสมการซึ่งจะได้เป็น

$$m = 0 \pm i \frac{1}{(RC)^2} \quad (2.128)$$

นำผลที่ได้ไปแทนค่าลงใน คำตอบทั่วไปของสมการซึ่งจะได้คำตอบเป็นดังสมการที่ (2.129)

$$V_{out}(t) = C_1 e^{-\frac{t}{(RC)^2}} + C_2 e^{\frac{t}{(RC)^2}} \quad (2.129)$$



กำหนดให้  $C_1 = C_2 = \frac{A}{2}$  แทนค่าลงในสมการที่ (2.129) จะได้เป็น

$$V_{out}(t) = A \left( \frac{e^{-\frac{t}{RC}} + e^{\frac{t}{RC}}}{2} \right) \quad (2.130)$$

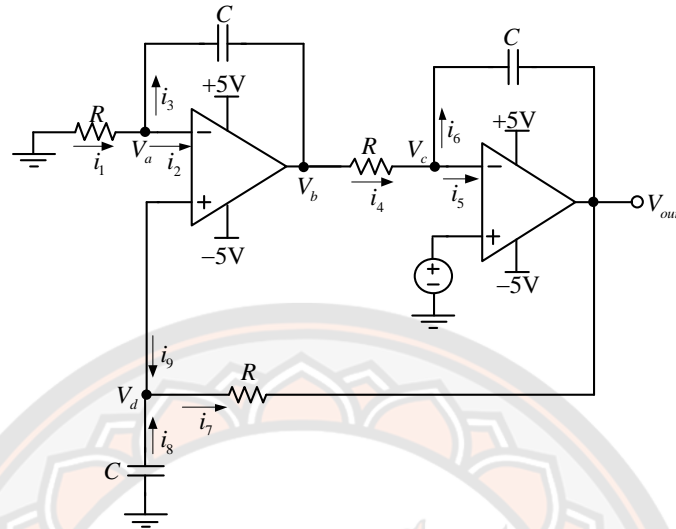
จากสมการที่ (2.130) ใช้สมการของออยเลอร์  $\cos(\theta t) = \frac{1}{2}(e^{-i\theta t} + e^{i\theta t})$  เพื่อเปลี่ยนรูปสมการ จากฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันตรีโกณมิติ ดังนั้นจะได้ผลตอบสนองของธรรมชาติ ของระบบเป็นดังสมการที่ (2.131)

$$V_{out}(t) = A \cos(\omega_n t) \quad (2.131)$$

จากสมการที่ (2.131) ซึ่งเป็นผลตอบสนองของระบบที่มี  $A$  คือแอมพลิจูดของสัญญาณ  $\omega_n$  คือ ความถี่ธรรมชาติของสัญญาณและมีค่าเป็น  $\omega_n = \frac{1}{RC}$  หากกำหนดให้  $\omega = 2\pi f$  ดังนั้นความถี่ ของสัญญาณเอาต์พุตที่เกิดขึ้นจากการออสซิลเลตจะเป็น

$$f = \frac{1}{2\pi RC} \quad (2.132)$$

## 2.2 การวิเคราะห์ห้วงจรกำเนิดสัญญาณแบบควอดราเจอร์กรณี่มีอินพุต



ภาพ 21 วงจรกำเนิดสัญญาณแบบควอดราเจอร์กรณี่มีอินพุต

จากภาพ 21 ใช้สมการจตุรรวมที่ขาของออป-แอมป์ ณ จุด  $V_a$

$$sCV_b = sCV_a + \frac{V_a}{R} \quad (2.133)$$

พิจารณาต่อที่จตุรรวมขาของออป-แอมป์ตัวถัดไป ณ จุด  $V_c$  โดยที่  $V_c = V_{in}$  ดังนั้นจะได้เป็น

$$V_b = V_{in}(1 + RsC) - RsCV_{out} \quad (2.134)$$

จากนั้นใช้สมการจตุรรวมที่ขาบวกของออป-แอมป์ ณ จุด  $V_d$  จะได้สมการเป็น

$$\frac{V_d}{R} - \frac{V_{out}}{R} + sCV_d = 0 \quad (2.135)$$

นำสมการที่ (2.134) แทนในสมการที่ (2.135) จะได้สมการเป็น

$$sC[V_{in}(1+RsC) - RsCV_{out}] = sCV_a + \frac{V_a}{R} \quad (2.136)$$

$$sCV_{in}(1+RsC) - Rs^2C^2V_{out} - sCV_a - \frac{V_a}{R} = 0$$

จากสมการที่ (2.135) ตามคุณสมบัติของออป-แอมป์ในอุดมคติ  $V_d = V_a$  จึงเขียนสมการใหม่เป็น

$$\frac{V_{out}}{R} - \frac{V_a}{R} - sCV_a = 0 \quad (2.137)$$

จากนั้นให้สมการที่ (2.136) เท่ากับ (2.137) จะได้สมการใหม่เป็น

$$sCV_{in}(1+RsC) - Rs^2C^2V_{out} - sCV_a - \frac{V_a}{R} = \frac{V_{out}}{R} - \frac{V_a}{R} - sCV_a$$

$$sCV_{in}(1+RsC) - Rs^2C^2V_{out} = \frac{V_{out}}{R} \quad (2.138)$$

จากสมการที่ (2.138) จัดรูปสมการใหม่จะได้เป็น

$$Rs^2C^2V_{out} + \frac{V_{out}}{R} = Rs^2C^2V_{in} + sCV_{in} \quad (2.139)$$

นำ  $R$  คูณตลอดสมการจะได้สมการความสัมพันธ์เพื่อหาผลตอบสนองของระบบเป็น

$$R^2s^2C^2V_{out} + V_{out} = R^2s^2C^2V_{in} + RsCV_{in} \quad (2.140)$$

ทำการแปลงกลับลาปลาซ และนำ  $\frac{1}{R^2C^2}$  คูณตลอดสมการจะได้ว่า

$$\frac{d^2V_{out}}{dt^2} + \frac{1}{R^2C^2}V_{out} = \frac{d^2V_{in}}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{dV_{in}}{dt} \quad (2.141)$$

จากสมการที่ (2.141) หาผลตอบสนองของธรรมชาติ ( $V_{outh}(t)$ ) ของระบบในกรณีที่ไม่มีกรบ้อนอินพุตตั้งนั้น  $V_{in} = 0$  และกำหนดให้  $\omega_n = \frac{1}{RC}$  จะได้สมการเพื่อหาผลตอบสนองของธรรมชาติของระบบเป็นดังสมการที่ (2.142)

$$\frac{d^2 V_{outh}(t)}{dt^2} + \omega_n^2 V_{outh}(t) = 0 \quad (2.142)$$

สมมติให้  $V_{outh} = ce^{mt}$  หลังจากนั้นแทนค่าลงในสมการที่ (2.142) จะได้สมการว่า

$$\frac{d^2 (ce^{mt})}{dt^2} + \omega_n^2 (ce^{mt}) = 0 \quad (2.143)$$

แก้สมการเพื่อหาผลคำตอบจะได้เป็น

$$m^2 ce^{mt} + \omega_n^2 ce^{mt} = 0 \quad (2.144)$$

ใช้  $ce^{mt}$  หารลดสมการและทำการหาผลคำตอบจะได้ว่า

$$m^2 + \omega_n^2 = 0$$

$$m^2 = -\omega_n^2$$

$$m = \sqrt{-\omega_n^2}$$

$$m = 0 \pm \omega_n i$$

นำผลคำตอบที่ได้แทนลงในสมการเพื่อหาผลตอบสนองของธรรมชาติของระบบ จะได้สมการเป็น

$$V_{outh}(t) = C_1 e^{-i\omega_n t} + C_2 e^{i\omega_n t} \quad (2.145)$$

กำหนดให้  $C_1 = C_2 = \frac{A}{2}$  แทนค่าลงในสมการ (2.145) จะได้เป็น

$$V_{outh}(t) = A \left( \frac{e^{-i\omega_n t} + e^{i\omega_n t}}{2} \right) \quad (2.146)$$

จากสมการที่ (2.146) ใช้สมการของออยเลอร์  $\cos(\theta t) = \frac{1}{2}(e^{-i\theta t} + e^{i\theta t})$  เพื่อเปลี่ยนรูปสมการ จากฟังก์ชันเอกซโพเนนเชียลให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันตรีโกณมิติดังนั้นจะได้ผลตอบสนองของธรรมชาติ ของระบบเป็นดังสมการที่ (2.147)

$$V_{outh}(t) = A \cos(\omega_n t) \quad (2.147)$$

หาผลตอบสนองบังคับ ( $V_{outf}(t)$ ) ของระบบ จากสมการความสัมพันธ์ดังสมการที่ (2.141) โดยกำหนดให้

$$\begin{aligned} V_{in}(t) &= A_i \cos(\omega_i t) \\ \frac{dV_{in}(t)}{dt} &= -A_i \omega_i \sin(\omega_i t) \\ \frac{d^2 V_{in}(t)}{dt^2} &= -A_i \omega_i^2 \cos(\omega_i t) \end{aligned}$$

จากนั้นพิจารณาสมการที่ (2.141) โดยให้  $\omega_n = \frac{1}{RC}$  และแทนค่า  $V_{in}(t)$   $\frac{dV_{in}(t)}{dt}$  และ  $\frac{d^2 V_{in}(t)}{dt^2}$  ลงในสมการที่ (2.141) จะได้สมการเพื่อหาผลตอบสนองบังคับของระบบเป็น

$$\frac{d^2 V_{outf}(t)}{dt^2} + \omega_n^2 V_{outf}(t) = -A_i \omega_i^2 \cos(\omega_i t) - \omega_n A_i \omega_i \sin(\omega_i t) \quad (2.148)$$

จากสมการที่ (2.148) พิจารณาที่พจน์ด้านขวามือโดยการใช้เอกลักษณ์ตรีโกณมิติ  $a \cos x + b \sin x = c \cos(x - \alpha)$  เมื่อ  $c = \sqrt{a^2 + b^2}$  และ  $\tan \alpha = \frac{b}{a}$  โดยกำหนดให้  $a = -A_i \omega_i^2$  และ  $b = -A_i \omega_n \omega_i$  หาค่า  $c$  และ  $\tan \alpha$  จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 c &= \sqrt{a^2 + b^2} \\
 &= \sqrt{(-A_i \omega_i^2)^2 + (-\omega_n A_i \omega_i)^2} \\
 &= \sqrt{A_i^2 \omega_i^4 + \omega_n^2 A_i^2 \omega_i^2} \\
 c &= A_i \omega_i \sqrt{\omega_i^2 + \omega_n^2}
 \end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned}
 \tan \alpha &= \frac{b}{a} \\
 \tan \alpha &= \frac{-\omega_n A_i \omega_i}{-A_i \omega_i^2} \\
 \tan \alpha &= \frac{\omega_n}{\omega_i} \\
 \alpha &= \tan^{-1} \frac{\omega_n}{\omega_i}
 \end{aligned}$$

ดังนั้นจะได้ผลของสมการจากการใช้เอกลักษณ์ตรีโกณมิติเป็น

$$c \cos(x - \alpha) = A_i \omega_i \sqrt{\omega_i^2 + \omega_n^2} \cos\left(\omega_i t - \tan^{-1} \frac{\omega_n}{\omega_i}\right) \quad (2.149)$$

นำสมการที่ (2.149) แทนลงในสมการที่ (2.148) และกำหนดให้  $\phi_p = \tan^{-1} \frac{\omega_n}{\omega_i}$  จะได้สมการใหม่เพื่อใช้ในการหาผลตอบสนองบังคับคือ

$$\frac{d^2 V_{outf}(t)}{dt^2} + \omega_n^2 V_{outf}(t) = A_i \omega_i \sqrt{\omega_i^2 + \omega_n^2} \cos(\omega_i t - \phi_p) \quad (2.150)$$

จากนั้นสมมติผลตอบสนองบังคับของสมการที่จะเกิดขึ้น โดยกำหนดให้

$$\begin{aligned}
 V_{outf}(t) &= D_x \cos(\omega_i t - \phi_p) + D_y \sin(\omega_i t - \phi_p) \\
 \frac{dV_{outf}(t)}{dt} &= -D_x \omega_i \sin(\omega_i t - \phi_p) + D_y \omega_i \cos(\omega_i t - \phi_p) \\
 \frac{d^2 V_{outf}(t)}{dt^2} &= -D_x \omega_i^2 \cos(\omega_i t - \phi_p) - D_y \omega_i^2 \sin(\omega_i t - \phi_p)
 \end{aligned}$$

นำค่าที่กำหนดแทนลงในสมการที่ (2.150)

$$\begin{aligned} & \left[ -D_x \omega_i^2 c \cos(\omega_i t - \phi_p) - D_y \omega_i^2 \sin(\omega_i t - \phi_p) \right] \\ & + \omega_n^2 \left[ D_x \cos(\omega_i t - \phi_p) + D_y \sin(\omega_i t - \phi_p) \right] \\ & = A_i \omega_i \sqrt{\omega_i^2 + \omega_n^2} \cos(\omega_i t - \phi_p) \end{aligned} \quad (2.151)$$

จากสมการที่ (2.151) จัดรูปแบบสมการใหม่ จะได้สมการเป็น

$$\begin{aligned} & (\omega_n^2 - \omega_i^2) D_x c \cos(\omega_i t - \phi_p) \\ & + (\omega_n^2 - \omega_i^2) D_y \sin(\omega_i t - \phi_p) \\ & = A_i \omega_i \sqrt{\omega_i^2 + \omega_n^2} \cos(\omega_i t - \phi_p) \end{aligned} \quad (2.152)$$

จากสมการที่ (2.152) เทียบสมการทางด้านซ้ายและด้านขวาเพื่อหาผลคำตอบของสมการจะได้  
ดังนี้

$$\begin{aligned} (\omega_n^2 - \omega_i^2) D_x &= A_i \omega_i \sqrt{\omega_i^2 + \omega_n^2} \\ D_x &= \frac{A_i \omega_i \sqrt{\omega_i^2 + \omega_n^2}}{\omega_n^2 - \omega_i^2} \\ (\omega_n^2 - \omega_i^2) D_y &= 0 \\ (\omega_n^2 - \omega_i^2) D_y &= 0 \end{aligned}$$

ดังนั้นจากสมการที่ (2.151) และผลการเทียบพจน์ของสมการจึงได้ผลตอบสนองบังคับของระบบ

$$V_{out}(t) = \frac{A_i \omega_i \sqrt{\omega_i^2 + \omega_n^2}}{\omega_n^2 - \omega_i^2} \cos(\omega_i t - \phi_p) \quad (2.153)$$

จากการหาผลตอบสนองธรรมชาติและผลตอบสนองบังคับของระบบทำให้เราทราบได้ว่า  
ผลตอบสนองสมบูรณ์ของระบบ ( $V_{out}(t)$ ) ซึ่งเป็นผลรวมของผลตอบสนองทั้งสองมีสมการเป็น



$$V_{out}(t) = V_{outh}(t) + V_{outf}(t)$$

$$V_{out}(t) = A \cos(\omega_n t) + \frac{A_i \omega_i \sqrt{\omega_i^2 + \omega_n^2}}{\omega_n^2 - \omega_i^2} \cos(\omega_i t - \phi_p) \quad (2.154)$$

หาค่า  $A$  โดยการกำหนดเงื่อนไขเริ่มต้น ณ เวลา  $t = 0$  จะได้เป็น

$$V_{out}(0) = A \cos(0) + \frac{A_i \omega_i \sqrt{\omega_i^2 + \omega_n^2}}{\omega_n^2 - \omega_i^2} \cos(0)$$

$$A = V_{out}(0) - \frac{A_i \omega_i \sqrt{\omega_i^2 + \omega_n^2}}{\omega_n^2 - \omega_i^2}$$

แทนค่า  $A$  ลงในสมการที่ (2.154) ดังนั้นสมการผลตอบสนองของสมบรูณ์ของระบบจึงได้เป็นดังสมการที่ (2.155)

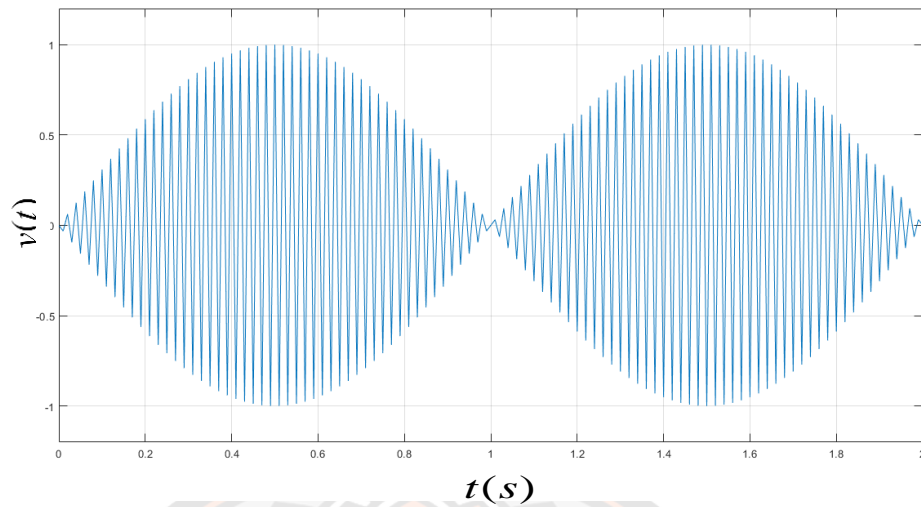
$$V_{out}(t) = V_{out}(0) \cos(\omega_n t) - \frac{A_i \omega_i \sqrt{\omega_i^2 + \omega_n^2}}{\omega_n^2 - \omega_i^2} \cos(\omega_n t)$$

$$V_{out}(t) = + \frac{A_i \omega_i \sqrt{\omega_i^2 + \omega_n^2}}{\omega_n^2 - \omega_i^2} \cos(\omega_i t - \phi_p) \quad (2.155)$$

จากสมการที่ (2.155) แสดงสมการผลตอบสนองของสมบรูณ์ของระบบซึ่งจะเห็นได้ว่า เมื่อมีการป้อนอินพุตให้กับวงจร สัญญาณเอาต์พุตที่ออกมาจากวงจร จะมีการมอดูเลตของสัญญาณที่มีความถี่มูลฐานที่วงจรสร้างขึ้น ( $\omega_n$ ) และสัญญาณที่มีความถี่เดียวกับสัญญาณอินพุต ( $\omega_i$ )

### เทคนิคตัวแปรเวลาหลายตัวกับการแยกสเกลเวลา (13)

ข้อสังเกตที่น่าสนใจเป็นอย่างยิ่งของผลตอบสนองของบริบูรณ์ที่ได้จากสมการความสัมพันธ์อนุพันธ์อินพุต-เอาต์พุต นั่นคือ ความเป็นอิสระต่อกันในพจน์ของฟังก์ชัน ระหว่างผลตอบสนองธรรมชาติ และฟังก์ชันบังคับอินพุต กล่าวคือ ไม่ว่าฟังก์ชันบังคับอินพุต  $f(t)$  จะอยู่ในรูปแบบลักษณะใดก็ตาม ฟังก์ชันบังคับนี้จะไม่สามารถเปลี่ยนแปลงลักษณะธรรมชาติฟังก์ชันที่เป็นอยู่ของผลตอบสนองธรรมชาตินั้นได้ อย่างไรก็ตามในวงจรไฟฟ้าอันดับที่ 2 สัญญาณอินพุตที่เป็นฟังก์ชันบังคับที่ป้อนเข้าสู่ระบบ เมื่อพิจารณาในช่วงของเวลาแล้วในความจริงจะพบว่าการทำงานของระบบจะไม่สามารถให้ผลตอบสนองต่อฟังก์ชันบังคับอินพุตทันทีได้เลยเมื่อได้เริ่มจ่ายพลังงานที่อยู่ในรูปแบบไฟเลี้ยงวงจรให้กับระบบ ระบบจะต้องใช้เวลาชั่วครู่หนึ่ง เพื่อให้ได้รับพลังงานเข้าระบบจนเพียงพอที่จะทำงานให้ผลตอบสนองต่างๆ ได้นั่นเอง ซึ่งส่วนใหญ่แล้วระบบที่เริ่มทำงานเมื่อเริ่มให้พลังงานกับระบบพร้อมๆ กันกับป้อนฟังก์ชันบังคับอินพุตให้กับระบบ ณ เวลาเริ่มต้นเราจะกำหนดให้มีเวลาเป็น  $t = t_0 = 0$  หรือในกรณีที่ระบบได้ทำงานไปชั่วขณะหนึ่งผ่านมาระยะหนึ่งแล้วและต้องการที่จะป้อนฟังก์ชันบังคับอินพุตให้กับระบบในช่วงเวลาต่อมา ดังนั้นอาจจะพิจารณาลำดับเวลาด้วยการแบ่งแยกสเกลเวลาจากเวลา  $t$  ปกติออกเป็นสเกลเวลาตัวแปรตัวใหม่สำหรับฟังก์ชันบังคับ  $f(t)$  ใดๆ อย่างไรก็ดีเมื่อเร็วๆ นี้ได้มีผู้นำเสนอการแยกสเกลตัวแปรเวลา (Separated time scale) ด้วยตัวแปรเวลาหลายตัว (Multi-time) (14) ซึ่งในบทที่ 3 ได้อาศัยสมมติฐานตามแนวความคิดนี้มาใช้ในการวิเคราะห์หาผลตอบสนองของบริบูรณ์ของระบบอันดับที่ 2 ซึ่งจะได้นำเสนอต่อไป แนวความคิดของการแยกสเกลตัวแปรเวลา ดังกล่าว ได้ใช้ตัวอย่างด้วยการนำเอาสัญญาณรายคาบควอซีสองความถี่ (two-tone quasi-periodic signal) มาเป็นตัวอย่างในการพิจารณาและช่วยให้เห็นแนวความคิดของเทคนิคดังกล่าวได้ดียิ่งขึ้น พิจารณาสัญญาณรายคาบควอซีสองความถี่  $y(t)$  ดังแสดงในภาพ 22



ภาพ 22 สัญญาณราคาบควอซีสองความถี่  $y(t)$  แบบง่าย

สัญญาณราคาบควอซีสองความถี่เกิดจากสัญญาณไซน์ชอยดอล 2 สัญญาณที่มีความถี่  $f_1$  และ  $f_2$  ที่ซึ่งความถี่ทั้งสองมีความแตกต่างกันมาก และเขียนได้ดังสมการที่ (2.156)

$$y(t) = \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right) \sin\left(\frac{2\pi}{T_2}t\right) \quad (2.156)$$

เมื่อสมมติให้  $T_1 = 1$  วินาที และ  $T_2 = 0.02$  วินาที เพราะฉะนั้น จะเป็นที่ได้ว่าสัญญาณควอซี  $y(t)$  นี้ จะมีองค์ประกอบทางความถี่สองความถี่ด้วยกันคือ  $f_1 = 1/T_1 = 1 \text{ Hz}$  และ  $f_2 = 1/T_2 = 50 \text{ Hz}$  ซึ่งจะพบว่าสัญญาณที่มีคาบเวลา  $T_2 = 0.02$  วินาที จะมีไซน์ชอยด์จำนวน 50 ลูกคลื่นที่มีลักษณะการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว (Fast-varying) ถูกมอดูเลตด้วยไซน์ชอยด์ที่มีลักษณะการเปลี่ยนแปลงอย่างช้าๆ (Slowly-varying) ของสัญญาณที่มีคาบ  $T_1 = 1$  วินาที ดังนั้น สัญญาณควอซีนี้จึงมีรูปคลื่นในหลายอัตราเวลา (Multirate time forms) นั่นคือ จะประกอบไปด้วยองค์ประกอบที่มีการแปรผันทางเวลาอยู่สองหรือมากกว่าสองเวลาเมื่อได้ทำการแยกอัตราเวลาต่างๆออกมาพิจารณาในหลายๆเหตุการณ์ ณ สถานการณ์เวลาเดียวกัน

พิจารณาการแยกตัวแปรเวลาหลายตัวของสัญญาณ  $y(t)$  ทั้งนี้สัญญาณ  $y(t)$  ในขณะแยกสเกลเวลาจะมีโครงสร้างดังนี้

ในส่วนของสัญญาณที่เป็น fast-varying ของสัญญาณ  $y(t)$  เวลา  $t$  จะถูกแทนด้วยตัวแปรเวลาตัวใหม่เป็น  $t_1$  ในทำนองเดียวกันสำหรับในส่วนของสัญญาณที่เป็น slowly-varying จะถูกแทนด้วยเวลา  $t_2$  เป็นผลให้ฟังก์ชันของตัวแปรใหม่ทั้งสอง ซึ่งนิยามให้เป็น  $\hat{y}(t_1, t_2)$

$$\hat{y}(t_1, t_2) = \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t_1\right)\sin\left(\frac{2\pi}{T_2}t_2\right) \quad (2.157)$$

ข้อสังเกตสัญญาณ  $\hat{y}(t_1, t_2)$  จะเป็นสัญญาณรายคาบที่มีความสัมพันธ์ทั้งเวลา  $t_1$  และ  $t_2$  กล่าวคือ  $\hat{y}(t_1, t_2)$  ยังมีคุณสมบัติของสัญญาณรายคาบอยู่เหมือนเดิม ซึ่งสามารถแยกพิจารณาไซนูซอยด์แต่ละตัวตามสเกลเวลาของตัวเองได้ นั่นคือ

$$\hat{y}(t_1 + T_1, t_2 + T_2) = \hat{y}(t_1, t_2) \quad (2.158)$$

จากสมการที่ (2.156) จะเห็นได้ว่าตัวแปรเวลา  $t$  จะถูกแยกออกเป็นสเกลตัวแปรเวลา  $t_1$  และ  $t_2$  ตามลำดับโดยที่ไม่เกี่ยวข้องกันนั่นหมายความว่าสามารถแยกพิจารณาพฤติกรรมเนื่องจากไซนูซอยด์ทั้งสองได้ที่ละสัญญาณคล้ายๆกับหลักการของการทับซ้อน (Superposition principle)

### บทที่ 3

#### การออกแบบวงจรและการวิเคราะห์ระบบ

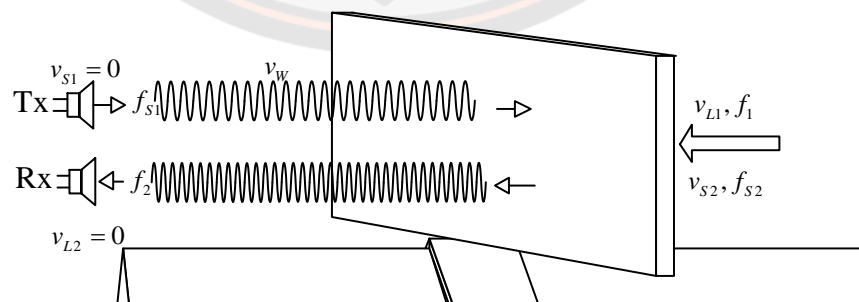
ในส่วนนี้จะขอกล่าวถึงการออกแบบและการวิเคราะห์ผลตอบสนองของวงจรที่ใช้ในการวิจัยโดยจะแบ่งออกเป็น 3 ส่วนดังนี้ การวิเคราะห์ดอปเพลอร์เพื่อหาสมการความเร็ว การวิเคราะห์วงจรกำเนิดสัญญาณแบบเลื่อนเฟส ด้วยการวิเคราะห์ตัวแปรเวลาหลายตัว และการวิเคราะห์วงจรกำเนิดสัญญาณแบบควอดราเจอร์ ด้วยการวิเคราะห์ตัวแปรเวลาหลายตัวซึ่งจะมีรายละเอียดดังนี้

#### การใช้เทคนิคดอปเพลอร์ในการวัดความเร็วด้วยอัลตราโซนิก

ในส่วนแรกจะขอกล่าวถึงการวิเคราะห์หาสมการความเร็วโดยใช้เทคนิคดอปเพลอร์ซึ่งสามารถแบ่งออกได้เป็นสองกรณีดังนี้

1. การใช้เทคนิคดอปเพลอร์ในการวัดความเร็วด้วยอัลตราโซนิกในกรณีที่ตัวส่งและตัวรับหยุดนิ่งในตำแหน่งเดียวกันและวัตถุเคลื่อนที่เข้าหา

สำหรับการวัดความเร็วด้วยเทคนิคดอปเพลอร์ในกรณีที่ศึกษานั้นสามารถจัดตั้งการเกิดปรากฏการณ์ดอปเพลอร์ได้ดังภาพ 23 โดยจะแบ่งกรณีศึกษาการเกิดปรากฏการณ์ดอปเพลอร์ออกเป็น 2 ส่วนดังนี้



ภาพ 23 การเกิดปรากฏการณ์ดอปเพลอร์ในกรณีที่ศึกษา

ส่วนที่หนึ่ง คือ การส่งสัญญาณจากตัวส่งออกไปกระทบกับวัตถุโดยจะได้สมการของความถี่ที่เกิดขึ้นเป็น

$$f_1 = \left( \frac{v_w + v_{L1}}{v_w - v_{S1}} \right) f_{S1} \quad (3.1)$$

โดยที่  $f_1$  คือความถี่ที่ออกจากตัวส่งไปกระทบกับวัตถุ

$v_w$  คือความเร็วของคลื่นเสียง

$v_{L1}$  คือความเร็วของวัตถุในฝั่งที่ 1

$v_{S1}$  คือความเร็วของตัวส่ง

$f_{S1}$  คือความถี่ของเสียงจากแหล่งกำเนิดที่ 1

ส่วนที่สอง คือ สัญญาณที่สะท้อนออกจากวัตถุที่เคลื่อนที่ไปยังตัวรับที่หยุดนิ่ง ซึ่งจะคิดว่าวัตถุนั้นเป็นเสมือนแหล่งกำเนิดที่ 2 โดยจะได้สมการของความถี่ที่เข้าไปยังตัวรับเป็น

$$f_2 = \left( \frac{v_w - v_{L2}}{v_w - v_{S2}} \right) f_{S2} \quad (3.2)$$

โดยที่  $f_2$  คือความถี่ที่เข้าไปยังตัวรับอัลตราโซนิก

$v_{L2}$  คือความเร็วของตัวรับอัลตราโซนิก

$v_{S2}$  คือความเร็วของวัตถุในฝั่งที่ 2

$f_{S2}$  คือความถี่ของเสียงจากแหล่งกำเนิดที่ 2

จากสมการที่ (3.2) จัดรูปสมการใหม่จะได้เป็น

$$f_{S2} = \left( \frac{v_w - v_{S2}}{v_w - v_{L2}} \right) f_2 \quad (3.3)$$

นำสมการที่ (3.1) เท่ากับ สมการที่ (3.3) เนื่องจาก  $f_1$  คือความถี่ของสัญญาณที่กระทบกับวัตถุซึ่งมีค่าเท่ากับ  $f_{S2}$  ดังนั้นจึงเขียนสมการใหม่ได้เป็น

$$\left( \frac{v_w + v_{L1}}{v_w - v_{S1}} \right) f_{S1} = \left( \frac{v_w - v_{S2}}{v_w - v_{L2}} \right) f_2 \quad (3.4)$$

แทนค่า  $v_{s1}$  และ  $v_{L2}$  เท่ากับศูนย์ เนื่องจากคือความเร็วของตัวส่งและตัวรับอัลตราโซนิกที่อยู่ในตำแหน่งเดียวกันและไม่มีการเคลื่อนที่จึงได้สมการเป็น

$$\left(\frac{v_w + v_{L1}}{v_w}\right) f_{s1} = \left(\frac{v_w - v_{s2}}{v_w}\right) f_2 \quad (3.5)$$

จากสมการที่ (3.5) จัดรูปสมการใหม่จะได้เป็น

$$f_2 = \left(\frac{v_w + v_{L1}}{v_w - v_{s2}}\right) f_{s1} \quad (3.6)$$

แทนค่า  $v_{s2} = v_{L1}$  เนื่องจากเป็นความเร็วของวัตถุเดียวกันจะได้เป็น

$$f_2 = \left(\frac{v_w + v_{L1}}{v_w - v_{L1}}\right) f_{s1} \quad (3.7)$$

แทนค่า  $f_2 = f_{s1} + f_d$  จะได้สมการเป็น

$$f_{s1} + f_d = \left(\frac{v_w + v_{L1}}{v_w - v_{L1}}\right) f_{s1} \quad (3.8)$$

จัดรูปสมการเพื่อหาความถี่  $f_d$  ซึ่งคือความถี่ที่เลื่อนของดอปเพลอร์ (Doppler shift frequency) ที่เกิดขึ้นจะได้สมการเป็น

$$f_d = \left(\frac{2v_{L1}}{v_w - v_{L1}}\right) f_{s1} \quad (3.9)$$

และจากสมการที่ (3.9) จัดรูปสมการใหม่เพื่อพิจารณาพจน์ที่เป็นส่วนของสมการโดยดึงตัวร่วม  $v_w$  ออกจะได้ว่า



$$f_d = \frac{2f_{s1}v_{L1}}{\left(1 - \frac{v_{L1}}{v_w}\right)v_w} \quad (3.10)$$

จากสมการที่ (3.10) พิจารณาที่พจน์  $1 - \frac{v_{L1}}{v_w}$  เมื่อ  $v_{L1} \ll v_w$  จึงส่งผลให้  $1 - \frac{v_{L1}}{v_w} \cong 1$  ดังนั้นจึงได้สมการเพื่อหาความถี่  $f_d$  เป็น

$$f_d = \frac{2f_{s1}v_{L1}}{v_w} \quad (3.11)$$

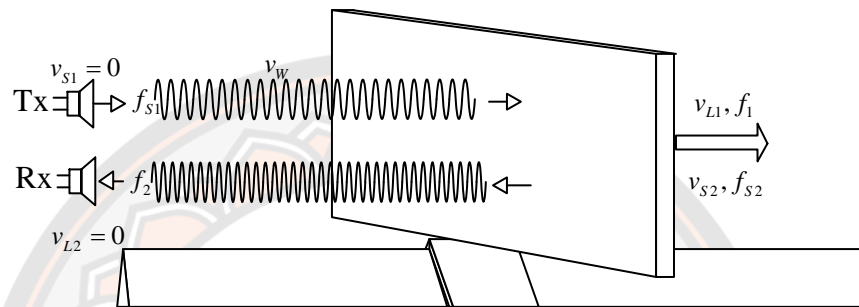
เมื่อจัดรูปสมการที่ (3.11) ใหม่จะสามารถหาความเร็วของวัตถุที่เคลื่อนที่เข้าหาตัวรับและตัวส่งอัลตราโซนิกได้ดังสมการที่ (3.12)

$$v_{L1} = \left(\frac{v_w}{2f_{s1}}\right)f_d \quad (3.12)$$

จากสมการที่ (3.12) หากต้องการทราบความเร็วของวัตถุที่เคลื่อนที่เข้าหาตัวรับและตัวส่งอัลตราโซนิก สิ่งที่จะต้องทราบเพื่อนำไปแทนในสมการคือ ความเร็วของเสียงในอากาศ ( $v_w$ ) ความถี่จากตัวส่งสัญญาณอัลตราโซนิก ( $f_{s1}$ ) และความต่างของความถี่ที่เกิดขึ้นเมื่อเกิดปรากฏการณ์ดอปเพลอร์ ( $f_d$ ) ซึ่งความเร็วของวัตถุนั้นจะแปรผันตรงกับค่าความถี่  $f_d$  และสมการที่ (3.12) นี้จะถูกใช้คำนวณหาความเร็วของวัตถุในงานวิจัยนี้อีกด้วย

2. การใช้เทคนิคดอปเพลอร์ในการวัดความเร็วด้วยอัลตราโซนิกในกรณีที่ว่าส่งและตัวรับหยุดนิ่งในตำแหน่งเดียวกันและวัตถุเคลื่อนที่ออก

สำหรับการวัดความเร็วด้วยเทคนิคดอปเพลอร์ในกรณีที่ได้ศึกษาดังแสดงในภาพ 24 จะสามารถแบ่งการวิเคราะห์กรณีการเกิดปรากฏการณ์ดอปเพลอร์ออกเป็น 2 ส่วนดังนี้



ภาพ 24 การเกิดปรากฏการณ์ดอปเพลอร์ในกรณีที่วัตถุเคลื่อนออกจากตัวรับและตัวส่ง

ส่วนแรก คือ การส่งสัญญาณจากตัวส่งออกไปกระทบกับ วัตถุโดยจะได้สมการของความถี่ที่เกิดขึ้นเป็น

$$f_1 = \left( \frac{v_w - v_{L1}}{v_w - v_{s1}} \right) f_{s1} \quad (3.13)$$

โดยที่  $f_1$  คือความถี่ที่ออกจากตัวส่งไปกระทบกับวัตถุ

$v_w$  คือความเร็วของคลื่นเสียง

$v_{L1}$  คือความเร็วของวัตถุในฝั่งที่ 1

$v_{s1}$  คือความเร็วของตัวส่ง

$f_{s1}$  คือความถี่ของเสียงจากแหล่งกำเนิดที่ 1

ส่วนที่สอง คือ สัญญาณที่สะท้อนออกจากวัตถุที่เคลื่อนที่ไปยังตัวรับที่หยุดนิ่ง ซึ่งจะคิดว่าวัตถุนั้นเป็นเสมือนแหล่งกำเนิดที่ 2 โดยจะได้สมการของความถี่ที่เข้าไปยังตัวรับเป็น

$$f_2 = \left( \frac{v_w - v_{L2}}{v_w + v_{S2}} \right) f_{S2} \quad (3.14)$$

โดยที่  $f_2$  คือความถี่ที่เข้าไปยังตัวรับอัลตราโซนิก

$v_{L2}$  คือความเร็วของตัวรับอัลตราโซนิก

$v_{S2}$  คือความเร็วของวัตถุในฝั่งที่ 2

$f_{S2}$  คือความถี่ของเสียงจากแหล่งกำเนิดที่ 2

จากสมการที่ (3.14) จัดรูปสมการใหม่จะได้เป็น

$$f_{S2} = \left( \frac{v_w - v_{S2}}{v_w - v_{L2}} \right) f_2 \quad (3.15)$$

นำสมการที่ (3.13) เท้ากับสมการที่ (3.15) เนื่องจาก  $f_1$  คือความถี่ของสัญญาณที่กระทบกับวัตถุซึ่งมีค่าเท่ากับ  $f_{S2}$  ดังนั้นสมการที่ (3.15) เขียนใหม่ได้เป็น

$$\left( \frac{v_w - v_{L1}}{v_w - v_{S1}} \right) f_{S1} = \left( \frac{v_w + v_{S2}}{v_w - v_{L2}} \right) f_2 \quad (3.16)$$

แทนค่า  $v_{S1}$  และ  $v_{L2}$  เท้ากับศูนย์ เนื่องจากคือความเร็วของตัวส่งและตัวรับอัลตราโซนิกที่อยู่ในตำแหน่งเดียวกันและไม่มีการเคลื่อนที่จึงได้สมการเป็น

$$\left( \frac{v_w - v_{L1}}{v_w} \right) f_{S1} = \left( \frac{v_w + v_{S2}}{v_w} \right) f_2 \quad (3.17)$$

จากสมการที่ (3.17) จัดรูปสมการใหม่จะได้เป็น

$$f_2 = \left( \frac{v_w - v_{L1}}{v_w + v_{S2}} \right) f_{S1} \quad (3.18)$$

แทนค่า  $v_{S2} = v_{L1}$  เนื่องจากเป็นความเร็วของวัตถุเดียวกันจะได้เป็น

$$f_2 = \left( \frac{v_w - v_{L1}}{v_w + v_{L1}} \right) f_{S1} \quad (3.19)$$

แทนค่า  $f_2 = f_{S1} + f_d$  จะได้สมการเป็น

$$f_{S1} + f_d = \left( \frac{v_w - v_{L1}}{v_w + v_{L1}} \right) f_{S1} \quad (3.20)$$

จัดรูปสมการเพื่อหาความถี่  $f_d$  ซึ่งคือความถี่ที่เลื่อนของดอปเพลอร์ที่เกิดขึ้นจะได้สมการเป็น

$$f_d = - \left( \frac{2v_{L1}}{v_w + v_{L1}} \right) f_{S1} \quad (3.21)$$

และจากสมการที่ (3.21) จัดรูปสมการใหม่เพื่อพิจารณาพจน์ที่เป็นส่วนของสมการโดยดึงตัวร่วม  $v_w$  จะได้เป็น

$$f_d = - \frac{2f_{S1}v_{L1}}{\left( 1 + \frac{v_{L1}}{v_w} \right) v_w} \quad (3.22)$$

จากสมการที่ (3.22) พิจารณาที่พจน์  $1 + \frac{v_{L1}}{v_w}$  เมื่อ  $v_{L1} \ll v_w$  จึงส่งผลให้  $1 + \frac{v_{L1}}{v_w} \cong 1$  ดังนั้นจึงได้สมการเพื่อหาความถี่  $f_d$  เป็น

$$f_d = - \frac{2f_{S1}v_{L1}}{v_w} \quad (3.23)$$

ดังนั้นเมื่อจัดรูปสมการที่ (3.23) ใหม่ จะสามารถหาความเร็วของวัตถุที่เคลื่อนที่ออกจากตัวรับและตัวส่งอัลตราโซนิกได้ดังสมการที่ (3.24)

$$v_{L1} = - \left( \frac{v_w}{2f_{S1}} \right) f_d \quad (3.24)$$



$$(1+2RCs)V_c - RCsV_b - RCsV_o = 0 \quad (3.28)$$

หลังจากนั้นทำการแก้สมการโดยการนำ  $V_a$  ในสมการที่ (3.25) แทนลงในสมการที่ (3.26)

และกำหนดให้  $k = \frac{R}{R_1}$  ซึ่งจะได้สมการใหม่เป็นดังสมการที่ (3.29)

$$(1+RCs)((1+k)V_i - kV_o) - V_i - RCsV_b = 0$$

$$V_b = \left( \frac{(1+k)(1+RCs)-1}{RCs} \right) V_i - \left( \frac{k(1+RCs)}{RCs} \right) V_o \quad (3.29)$$

หลังจากนั้นแทนค่า  $V_c$  จากสมการที่ (3.27) ลงในสมการที่ (3.28) และจัดรูปสมการใหม่จะได้สมการใหม่เป็นดังสมการที่ (3.30)

$$(1+2RCs) \left[ \left( \frac{1+2RCs}{RCs} \right) V_b - V_a \right] - RCsV_b - RCsV_o = 0$$

$$\left( \frac{3R^2C^2s^2 + 4RCs + 1}{RCs} \right) V_b - (1+2RCs)V_a - RCsV_o = 0 \quad (3.30)$$

ต่อมานำค่า  $V_a$  และ  $V_b$  จากสมการที่ (3.25) และสมการที่ (3.29) แทนลงในสมการที่ (3.30) พร้อมทั้งจะรูปแบบสมการใหม่ซึ่งจะได้เป็นดังสมการที่ (3.31)

$$\left( \frac{3R^2C^2s^2 + 4RCs + 1}{RCs} \right) \left[ \left( \frac{(1+k)(1+RCs)-1}{RCs} \right) V_i - \left( \frac{k(1+RCs)}{RCs} \right) V_o \right]$$

$$- (1+2RCs) [(1+k)V_i - kV_o] - RCsV_o = 0$$

$$\left[ \frac{(k+1)R^3C^3s^3 + 6kR^2C^2s^2 + 5kRCs + k}{R^2C^2S^2} \right] V_o$$

$$= \left[ \frac{(k+1)R^3C^3s^3 + (6k+3)R^2C^2s^2 + (5k+1)RCs + k}{R^2C^2s^2} \right] V_i \quad (3.31)$$

นำ  $R^2C^2s^2/k$  คูณตลอดสมการที่ (3.31) จะได้สมการใหม่เป็นดังสมการที่ (3.32)

$$\begin{aligned} & \left[ \left(1 + \frac{1}{k}\right) R^3 C^3 s^3 + 6R^2 C^2 s^2 + 5RCs + 1 \right] V_o \\ & = \left[ \left(1 + \frac{1}{k}\right) R^3 C^3 s^3 + \left(6 + \frac{3}{k}\right) R^2 C^2 s^2 + \left(5 + \frac{1}{k}\right) RCs + 1 \right] V_i \end{aligned} \quad (3.32)$$

จากสมการที่ (3.32) เพื่อให้ง่ายต่อการหาผลตอบสนองของวงจร จึงทำการแปลงกลับลาปลาซ ซึ่งจะได้เป็นดังสมการที่ (3.33)

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{1}{k}\right) R^3 C^3 V_o'''(t) + 6R^2 C^2 V_o''(t) + 5RCV_o'(t) + V_o(t) \\ & = \left(1 + \frac{1}{k}\right) R^3 C^3 V_i'''(t) + \left(6 + \frac{3}{k}\right) R^2 C^2 V_i''(t) + \left(5 + \frac{1}{k}\right) RCV_i'(t) + V_i(t) \end{aligned} \quad (3.33)$$

โดยอาศัยเทคนิคการแยกสเกลเวลา ทั้งนี้กำหนดให้ตัวแปรเวลา  $\tau$  เป็นเวลาที่ได้แยกออกจากเวลา  $t$  คือเวลาขณะที่ป้อนสัญญาณอินพุต  $V_i(\tau)$  ณ เวลา  $\tau$  ใดๆ ให้กับวงจร ดังนั้นสมการความสัมพันธ์ของวงจรในรูปของการแยกสเกลเวลาจะเขียนได้เป็น ดังสมการที่ (3.34)

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{1}{k}\right) R^3 C^3 V_o'''(t, \tau) + 6R^2 C^2 V_o''(t, \tau) + 5RCV_o'(t, \tau) + V_o(t, \tau) \\ & = \left(1 + \frac{1}{k}\right) R^3 C^3 V_i'''(\tau) + \left(6 + \frac{3}{k}\right) R^2 C^2 V_i''(\tau) + \left(5 + \frac{1}{k}\right) RCV_i'(\tau) + V_i(\tau) \end{aligned} \quad (3.34)$$

จากสมการที่ (3.34) หาค่าผลตอบสนองธรรมชาติ ( $V_{oh}(t)$ ) ของวงจรโดยการให้อินพุตของระบบเป็นศูนย์ดังนั้นจะได้สมการเพื่อหาผลตอบสนองธรรมชาติเป็น

$$\left(1 + \frac{1}{k}\right) R^3 C^3 V_{oh}'''(t) + 6R^2 C^2 V_{oh}''(t) + 5RCV_{oh}'(t) + V_{oh}(t) = 0 \quad (3.35)$$



ผลตอบสนองของธรรมชาติในรูปทั่วไปจะได้เป็น

$$V_{oh}(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t} + A_3 e^{s_3 t} \quad (3.36)$$

ด้วยเหตุที่ต้องการให้ผลตอบสนองของธรรมชาติจากสมการที่ (3.36) มีเอาต์พุตเป็นสัญญาณไซน์ชอยดอล ณ ที่เวลา  $t$  ใดๆ ดังนั้นค่ารากของสมการหรือความถี่ธรรมชาติ  $s_1$ ,  $s_2$  และ  $s_3$  จะต้องมีการสมการเป็นคู่สังยุคเชิงซ้อน ซึ่งกันและกันคู่หนึ่งและค่ารากอีกรากหนึ่งเป็นค่าคงที่นั่นคือ

$$s_1, s_2 = \sigma \pm j\omega$$

และถ้าต้องการให้สัญญาณออสซิลเลตเอาต์พุตของวงจรมีการหน่วงแล้ว ค่าสัมประสิทธิ์การหน่วง  $\sigma = 0$  ค่ารากสมการที่ต้องการจะเป็น

$$\begin{aligned} s_1 &= j\omega \\ s_2 &= -j\omega \\ s_3 &= -k_1 \end{aligned} \quad (3.37)$$

เมื่อ  $k_1$  เป็นค่าจริงคงที่ไม่เท่ากับศูนย์ จากสมการคุณลักษณะเฉพาะที่แสดงไว้ในสมการที่ (3.37) เขียนให้อยู่ในรูปของการแยกตัวประกอบในรูปทั่วไปได้เป็น

$$\begin{aligned} (s - s_1)(s - s_2)(s - s_3) &= 0 \\ (s - j\omega)(s + j\omega)(s + k_1) &= 0 \end{aligned} \quad (3.38)$$

เพราะฉะนั้นสมการคุณลักษณะเฉพาะในรูปทั่วไปของกรณีนี้ก็คือ

$$s^3 + k_1 s^2 + \omega^2 s + k_1 \omega^2 = 0 \quad (3.39)$$

นำเอา  $1/\left(1+\frac{1}{k}\right)R^3C^3$  คูณตลอดสมการที่ (3.35) จะได้

$$s^3 + \frac{6s^2}{\left(1+\frac{1}{k}\right)RC} + \frac{5s}{\left(1+\frac{1}{k}\right)R^2C^2} + \frac{1}{\left(1+\frac{1}{k}\right)R^3C^3} = 0 \quad (3.40)$$

เปรียบเทียบค่าพารามิเตอร์ระหว่างสมการที่ (3.39) และสมการที่ (3.40) พบว่า

$$k_1 = 6/\left(1+\frac{1}{k}\right)RC \quad (3.41)$$

$$\omega^2 = 5/\left(1+\frac{1}{k}\right)R^2C^2 \quad (3.42)$$

$$k_1\omega^2 = \left(\frac{6}{\left(1+\frac{1}{k}\right)RC}\right)\left(\frac{5}{\left(1+\frac{1}{k}\right)R^2C^2}\right) = \frac{1}{\left(1+\frac{1}{k}\right)R^3C^3} \quad (3.43)$$

หลังจากนั้นแก้สมการที่ (3.43) หาค่า  $k$  จะได้ว่า

$$\left(\frac{6}{\left(1+\frac{1}{k}\right)RC}\right)\left(\frac{5}{\left(1+\frac{1}{k}\right)R^2C^2}\right) = \frac{1}{\left(1+\frac{1}{k}\right)R^3C^3} \quad (3.44)$$

$$\frac{30}{\left(1+\frac{1}{k}\right)} = 1$$

$$30 = 1 + \frac{1}{k}$$

$$k = \frac{1}{29}$$

เนื่องจากเราทราบว่า  $k = R/R_1 = 1/29$  หรืออัตราส่วน  $R_1/R = 29$  หรืออีกนัยหนึ่งก็คือ  $R_1 = 29R$  จะทำให้ได้ผลตอบสนองของธรรมชาติมีค่าเป็น

$$\begin{aligned} V_{oh}(t) &= A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t} + A_3 e^{s_3 t} \\ &= A_1 e^{j\omega t} + A_2 e^{-j\omega t} + A_3 e^{-k_1 t} \end{aligned} \quad (3.45)$$

โดยการแทนค่า  $k = 1/29$  ลงในสมการที่ (3.41) และสมการที่ (3.42) เพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติ  $\omega$  และ  $k_1$  ตามลำดับจะทำให้ได้เป็น

$$k_1 = 1/5RC \quad (3.46)$$

$$\begin{aligned} \omega^2 &= 1/6R^2C^2 \\ \omega &= 1/\sqrt{6}RC \end{aligned} \quad (3.47)$$

อาศัยสมการที่ (3.45) ถึงสมการที่ (3.47) ผลตอบสนองของธรรมชาติที่เป็นสัญญาณออกสซิดเลตเอาต์พุตไชนูซอยดอลจะเขียนสมการเป็น

$$V_{oh}(t) = A_1 e^{jt/\sqrt{6}RC} + A_2 e^{-jt/\sqrt{6}RC} + A_3 e^{-t/5RC} \quad (3.48)$$

ที่ซึ่งสองพจน์แรกด้านขวามือของสมการที่ (3.48) จะให้กำเนิดเป็นสัญญาณไชนูซอยดอลเอาต์พุตที่มี  $\sigma = 0$  และความถี่เรเดีย้นธรรมชาติ  $\omega = 1/\sqrt{6}RC$  สำหรับพจน์  $A_3 e^{-t/5RC}$  เป็นพจน์ของการหน่วงตามฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล  $e^{-t/5RC}$  เมื่อเวลาผ่านไปชั่วขณะพจน์นี้มีค่าเข้าสู่ศูนย์ เมื่อ  $t > 0$  และเมื่ออยู่ในสภาวะคงตัวแล้ว ผลตอบสนองของธรรมชาติของวงจรกำเนิดสัญญาณแบบเลือนเฟสจะเหลือเพียง

$$V_{oh}(t) = A_1 e^{jt/\sqrt{6}RC} + A_2 e^{-jt/\sqrt{6}RC}, t > 0 \quad (3.49)$$

เมื่อได้ผลตอบสนองธรรมชาติของระบบแล้ว ต่อจากนั้นทำการหาผลตอบสนองบังคับ  $V_{of}(\tau)$  ของระบบซึ่งเกิดจากการป้อนสัญญาณอินพุต ( $V_i(\tau)$ ) ให้กับวงจรที่เวลา  $\tau$  ใดๆ ได้จากสมการที่ (3.34) และแทนค่า  $k=1/29$  ลงในสมการที่ (3.34) จะได้เป็น

$$\begin{aligned} 30R^3C^3V_o'''(t, \tau) + 6R^2C^2V_o''(t, \tau) + 5RCV_o'(t, \tau) + V_o(t, \tau) \\ = 30R^3C^3V_i'''(\tau) + 93R^2C^2V_i''(\tau) + 34RCV_i'(\tau) + V_i(\tau) \end{aligned} \quad (3.50)$$

จากนั้นกำหนดให้ผลตอบสนองบังคับของวงจรเป็น

$$\begin{aligned} V_{of}(\tau) = & \left(1 + \frac{1}{k}\right) R^3C^3V_i'''(\tau) \\ & + \left(6 + \frac{3}{k}\right) R^2C^2V_i''(\tau) \\ & + \left(5 + \frac{1}{k}\right) RCV_i'(\tau) + V_i(\tau) \end{aligned} \quad (3.51)$$

ดังนั้นเมื่อวงจรเข้าสู่สภาวะคงตัว จึงทำให้สามารถทราบถึงผลตอบสนองสมบูรณ์ของระบบจากการรวมของผลตอบสนองธรรมชาติและผลตอบสนองบังคับ ดังสมการที่ (3.52)

$$V_o(t, \tau) = A_1e^{jt/\sqrt{6RC}} + A_2e^{-jt/\sqrt{6RC}} + V_{of}(\tau) \quad (3.52)$$

จากนั้นกำหนดให้  $A = A_1 = A_2$  และกำหนดเงื่อนไขเริ่มต้น ณ เวลา  $t=0$  และ  $V_o(0, \tau) = V_0$  ซึ่งจะได้สมการใหม่เป็นดังสมการที่ (3.53)

$$V_o(0, \tau) = V_0 = 2A + V_{of}(\tau) \quad (3.53)$$

แทนค่า  $A = A_1 = A_2$  จากสมการ (3.53) ลงในสมการ (3.52) จะได้ว่า

$$V_o(t, \tau) = \left( \frac{V_0 - V_{of}(\tau)}{2} \right) (e^{jt/\sqrt{6}RC} + e^{-jt/\sqrt{6}RC}) + V_{of}(\tau) \quad (3.54)$$

กำหนดเงื่อนไขเริ่มต้น ณ เวลา  $t=0$  ค่า  $V_o(0, \tau) = V_0 = \pm V_{SAT}$  และใช้สมการของออยเลอร์ จึงได้สมการใหม่เป็น

$$V_o(0, \tau) = (\pm V_{SAT} - V_{of}(\tau)) \cos(\omega_n t) + V_{of}(\tau) \quad (3.55)$$

สมมติให้  $V_{of}(\tau) = V_R \cos(\omega_R \tau + \phi_R)$  ซึ่งเป็นอินพุตของวงจรที่ได้ออกแบบ และแทนค่าลงในสมการที่ (3.55) และจัดรูปสมการใหม่ ซึ่งจะได้สมการใหม่เป็นดังสมการที่ (3.56)

$$V_o(0, \tau) = \pm V_{SAT} \cos(\omega_n t) - V_R \cos(\omega_R \tau + \phi_R) \cos(\omega_n t) + V_R \cos(\omega_R \tau + \phi_R) \quad (3.56)$$

จากสมการที่ (3.56) เมื่อพิจารณาพจน์ที่เกิดขึ้นของสมการเพื่อหาผลตอบสนองของสมบรูณ์ของระบบซึ่งประกอบไปด้วย พจน์ของผลตอบสนองธรรมชาติของระบบ ( $\pm V_{SAT} \cos(\omega_n t)$ ) ถัดมาเป็นพจน์ของการคูณกันระหว่างผลตอบสนองธรรมชาติและผลตอบสนองบังคับ ( $V_R \cos(\omega_R \tau + \phi_R) \cos(\omega_n t)$ ) ซึ่งเป็นการผสมสัญญาณและสุดท้ายคือพจน์ของผลตอบสนองบังคับของระบบ ( $V_R \cos(\omega_R \tau + \phi_R)$ ) โดยในงานวิจัยนี้ได้ทำการออกแบบวงจรประมวลผลสัญญาณให้สามารถเป็นได้ทั้งตัวกำเนิดสัญญาณและตัวผสมสัญญาณ เพื่อนำไปใช้ในการวัดความเร็วของวัตถุ จึงทำการกระจายพจน์ของการผสมสัญญาณโดยใช้เอกลักษณ์ตรีโกณมิติ  $2\cos\theta_1\cos\theta_2 = \cos(\theta_1 + \theta_2) + \cos(\theta_1 - \theta_2)$  จะได้สมการเป็น

$$\begin{aligned}
V_o(t, \tau) = & \pm V_{SAT} \cos(\omega_n t) \\
& - \frac{V_R}{2} \cos[(\omega_R + \omega_n)t + \phi_R] \\
& - \frac{V_R}{2} \cos[(\omega_R - \omega_n)t + \phi_R] \\
& + V_R \cos(\omega_R \tau + \phi_R)
\end{aligned} \tag{3.57}$$

จากสมการที่ (3.57) เมื่อกระจายพจน์การผสมสัญญาณทำให้ได้พจน์ใหม่เกิดขึ้น 2 พจน์ นั่นคือพจน์ของการรวมกันระหว่างความถี่ธรรมชาติและความถี่อินพุต  $(\omega_R + \omega_n)$  ซึ่งเป็นพจน์ของความถี่สูงและพจน์การลบกันระหว่างความถี่ธรรมชาติและความถี่อินพุต  $(\omega_R - \omega_n)$  ซึ่งเป็นพจน์ของความถี่ต่ำ โดยพจน์ของความถี่ต่ำนี้เป็นพจน์ของการเกิดความถี่ที่เลื่อนของดอปเพลอร์ ( $f_d$ ) ที่ถูกใช้ในการคำนวณหาความเร็วของวัตถุ จึงแทนค่าความถี่ธรรมชาติของระบบ  $\omega_n = 2\pi f_o$  และ  $\omega_R = 2\pi(f_o + f_D)$  ซึ่งคือความถี่ของสัญญาณที่ได้จากตัวรับอัลตราโซนิก โดยที่  $f_o$  คือความถี่ของตัวส่งอัลตราโซนิกซึ่งมีค่าเท่ากับความถี่ธรรมชาติของวงจรถ่ายสัญญาณแบบเลื่อนเฟส และ  $f_d$  คือความถี่ที่เลื่อนของดอปเพลอร์ ซึ่งจะนำค่า  $\omega_n$  และ  $\omega_R$  แทนลงในสมการที่ (3.57) ซึ่ง  $\tau = t + \Delta t$  เมื่อ  $\Delta t \rightarrow 0$  จะส่งผลให้  $\tau \cong t$  จะได้สมการใหม่เป็นดังสมการที่ (3.58)

$$\begin{aligned}
V_o(t, \tau) = & \pm V_{SAT} \cos(2\pi f_o t) \\
& - \frac{V_R}{2} \cos[2\pi(2f_o + f_d)t + \phi_R] \\
& - \frac{V_R}{2} \cos[2\pi f_d t + \phi_R] \\
& + V_R \cos[2\pi(f_o + f_d)t + \phi_R]
\end{aligned} \tag{3.58}$$

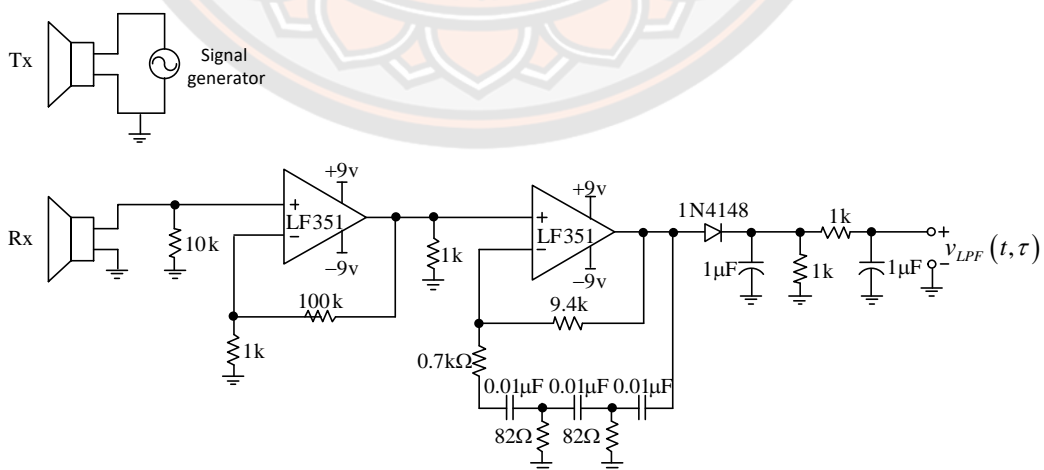
เพื่อให้เหลือเพียงสัญญาณความถี่ที่เลื่อนของดอปเพลอร์ จึงนำสัญญาณจากสมการที่ (3.58) มาผ่านวงจรรองความถี่ต่ำผ่านเพื่อให้เหลือเพียงสัญญาณที่เป็นพจน์ของความถี่ต่ำที่มีองค์ประกอบทางความถี่เป็น  $f_d$  สัญญาณที่ถูกกรองแล้วแสดงดังสมการที่ (3.59)

$$V_{LPF}(t, \tau) = \pm \frac{V_R}{2} \cos[2\pi f_d t + \phi_R] \quad (3.59)$$

จากสมการที่ (3.59) ซึ่งเป็นสัญญาณที่ผ่านวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน สัญญาณที่ได้ออกมาจะเหลือเพียงสัญญาณที่มีองค์ประกอบทางความถี่เป็นความถี่ที่เล็กลงของคอปเพลอร์ ซึ่งสัญญาณนี้จะถูกนำไปประเมินเพื่อหาความเร็วของวัตถุในงานวิจัยนี้

### การใช้วงจรกำเนิดสัญญาณแบบเลื่อนเฟสในการวัดความเร็ว

ในส่วนที่สองนี้จะได้ทำการกล่าวถึงการวิเคราะห์เพื่อหาผลตอบสนองของวงจรเลื่อนเฟส ออสซิลเลเตอร์ ซึ่งในการทดลองเบื้องต้นได้นำ Signal generator สร้างสัญญาณรูปไซน์ ที่มีความถี่ 40 kHz และมีแอมพลิจูด 2.2 V<sub>pp</sub> เป็นสัญญาณที่ป้อนให้กับตัวส่งไปกระทบกับวัตถุที่เคลื่อนที่สะท้อนมายังตัวรับ และในส่วนของตัวรับอัลตราโซนิกเมื่อรับสัญญาณเข้ามาได้สัญญาณจะถูกขยายแอมพลิจูดด้วยวงจรขยายสัญญาณ เพื่อให้เหมาะสมกับการนำไปเป็นอินพุตให้กับวงจรกำเนิดสัญญาณแบบเลื่อนเฟสที่ได้ออกแบบ และเมื่อต้องการนำสัญญาณที่เป็นเอาพุตของวงจรกำเนิดสัญญาณแบบเลื่อนเฟสไปใช้ในการคำนวณหาความเร็วจากการใช้สัญญาณที่เป็นพจน์ของความถี่  $f_d$  ดังสมการที่ (3.59) สัญญาณเอาพุตนี้จะถูกป้อนให้กับวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน ซึ่งวงจรที่ออกแบบตามที่ได้ออกมานี้แสดงได้ดังภาพ 26



ภาพ 26 วงจรที่ทำการออกแบบและใช้ในระบบการวัดความเร็ว



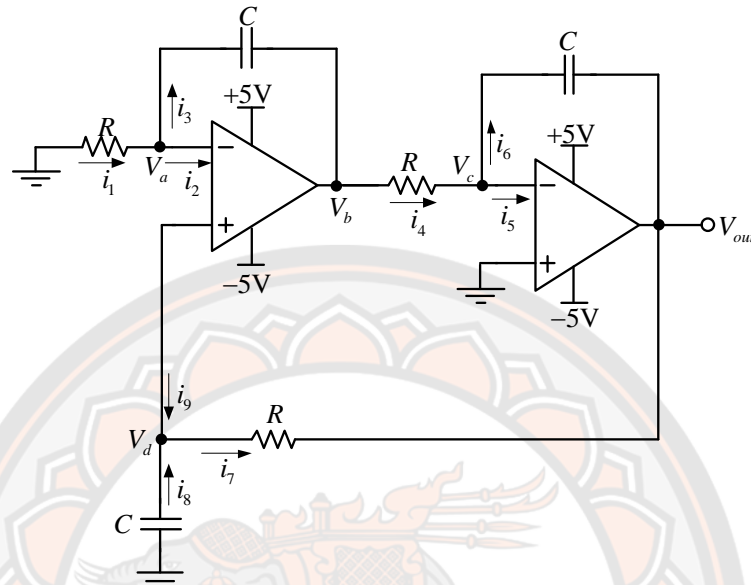
ดังนั้นเมื่อแทนค่าความถี่  $f_d$  ที่ขึ้นอยู่กับความเร็วของวัตถุดังสมการที่ (3.11) ที่ได้วิเคราะห์ไว้ในเบื้องต้นจะทำให้ได้สัญญาณที่ขึ้นอยู่กับความเร็วเป็นดังสมการที่ (3.60)

$$V_{LPF}(t, \tau) = \pm \frac{V_R}{2} \cos \left[ 2\pi \left( \frac{2f_{S1}v_{L1}}{v_w} \right) t + \phi_R \right] \quad (3.60)$$

จากสมการที่ (3.60) ซึ่งเป็นสัญญาณที่มีองค์ประกอบทางความถี่เป็น  $f_d$  เมื่อนำสัญญาณนี้ไปใช้งานในการประเมินค่าความเร็ว สัญญาณจะถูกตรวจจับเพื่อหาองค์ประกอบทางความถี่ที่เป็น  $f_d$  และแทนความถี่ที่ได้ลงในสมการเพื่อหาความเร็วจากการเกิดดอปเพลอร์ ซึ่งความถี่  $f_d$  ที่เกิดขึ้นจะแปรผันตรงกับความเร็วของวัตถุ  $v_{L1}$



การวิเคราะห์วงจรกำเนิดสัญญาณแบบควอดร่าเจอร์ ด้วยการวิเคราะห์ตัวแปรเวลาหลายตัว



ภาพ 27 วงจรกำเนิดสัญญาณแบบควอดร่าเจอร์

จากภาพ 27 ใช้สมการจุดรวมที่ขาลบของออป-แอมป์ ณ จุด  $V_a$

$$sCV_b = sCV_a + \frac{V_a}{R} \quad (3.61)$$

พิจารณาต่อที่จุดรวมขาลบของออป-แอมป์ตัวถัดไป ณ จุด  $V_c$  โดยที่  $V_c = V_{in}$  ดังนั้นจะได้สมการ

$$V_b = V_{in}(1 + RsC) - RsCV_{out} \quad (3.62)$$

จากนั้นใช้สมการจุดรวมที่ขาบวกของออป-แอมป์ ณ จุด  $V_d$  จะได้สมการเป็น

$$\frac{V_d}{R} - \frac{V_{out}}{R} + sCV_d = 0 \quad (3.63)$$

นำสมการที่ (3.62) แทนในสมการที่ (3.61) จะได้สมการเป็น

$$\begin{aligned} sC[V_{in}(1+RsC) - RsCV_{out}] &= sCV_a + \frac{V_a}{R} \\ sCV_{in}(1+RsC) - Rs^2C^2V_{out} - sCV_a - \frac{V_a}{R} &= 0 \end{aligned} \quad (3.64)$$

จากสมการที่ (3.63) ตามคุณสมบัติของออป-แอมป์ในอุดมคติ  $V_d = V_a$  จึงเขียนสมการใหม่ได้เป็น

$$\frac{V_{out}}{R} - \frac{V_a}{R} - sCV_a = 0 \quad (3.65)$$

จากนั้นกำหนดให้สมการที่ (3.64) เท่ากับสมการที่ (3.65) จะได้สมการใหม่เป็น

$$\begin{aligned} sCV_{in}(1+RsC) - Rs^2C^2V_{out} - sCV_a - \frac{V_a}{R} &= \frac{V_{out}}{R} - \frac{V_a}{R} - sCV_a \\ sCV_{in}(1+RsC) - Rs^2C^2V_{out} &= \frac{V_{out}}{R} \end{aligned} \quad (3.66)$$

จากสมการที่ (3.66) จัดรูปสมการใหม่จะได้เป็น

$$Rs^2C^2V_{out} + \frac{V_{out}}{R} = Rs^2C^2V_{in} + sCV_{in} \quad (3.67)$$

นำ  $R$  คูณตลอดสมการจะได้สมการความสัมพันธ์เพื่อหาผลตอบสนองของระบบคือ

$$R^2s^2C^2V_{out} + V_{out} = R^2s^2C^2V_{in} + RsCV_{in} \quad (3.68)$$

แปลงกลับลาปลาซ ณ สมการที่ (3.68) และใช้เทคนิคตัวแปรเวลาหลายตัว โดยกำหนดให้  $V_{in} = V_{in}(\tau)$  ซึ่งเป็นการป้อนสัญญาณอินพุต ( $V_{in}(\tau)$ ) ให้กับวงจรที่เวลา  $\tau$  ใดๆ และนำ  $\frac{1}{R^2C^2}$  คูณตลอดสมการจะได้เป็น

$$\frac{d^2V_{out}(t,\tau)}{dt^2} + \frac{1}{R^2C^2}V_{out}(t,\tau) = \frac{d^2V_{in}(\tau)}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{dV_{in}(\tau)}{dt} \quad (3.69)$$

จากสมการที่ (3.69) หาผลตอบสนองธรรมชาติของวงจร ( $V_{outh}(t)$ ) โดยที่ให้อินพุตของระบบนั้นมีค่าเป็นศูนย์ ( $V_{in}(\tau) = 0$ ) จะได้สมการเป็น

$$\frac{d^2V_{out}(t)}{dt^2} + \frac{1}{R^2C^2}V_{out}(t) = 0 \quad (3.70)$$

สมมติให้  $V_{outh}(t) = Ce^{mt}$  แทนลงในสมการที่ (3.70) จะได้สมการเป็นดังนี้

$$\frac{d^2(Ce^{mt})}{dt^2} + \frac{1}{R^2C^2}(Ce^{mt}) = 0 \quad (3.71)$$

จากสมการที่ (3.71) หาผลคำตอบของสมการโดยการหาค่า  $m$  เพื่อแทนลงในคำตอบซึ่งจะได้

$$m = 0 \pm i \frac{1}{(RC)^2} \quad (3.72)$$

นำค่า  $m$  ที่ได้ แทนลงในผลคำตอบโดยทั่วไปของสมการจะได้สมการเพื่อหาผลตอบสนองธรรมชาติเป็นดังสมการที่ (3.73)

$$V_{outh}(t) = C_1 e^{-\frac{t}{(RC)^2}} + C_2 e^{\frac{t}{(RC)^2}} \quad (3.73)$$

สมมติให้  $C_1 = C_2 = \frac{A}{2}$  แทนลงในสมการที่ (3.73) ดังนั้นจะได้เป็น

$$V_{outh}(t) = A \left( \frac{e^{-\frac{t}{RC}} + e^{\frac{t}{RC}}}{2} \right) \quad (3.74)$$

จากสมการที่ (3.74) ใช้สมการออยเลอร์เพื่อเปลี่ยนรูปสมการจากฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลให้อยู่

ในรูปฟังก์ชันตรีโกณมิติและกำหนดให้  $\omega_n = \frac{1}{RC}$  จะได้ผลตอบสนองของธรรมชาติของระบบคือ

$$V_{outh}(t) = A \cos(\omega_n t) \quad (3.75)$$

หลังจากนั้นหาผลตอบสนองบังคับของระบบ ( $V_{ouf}(\tau)$ ) จากสมการที่ (3.69) โดยสมมติให้

$V_{in}(\tau) = A_m \cos(\omega_f \tau + \phi_{in})$  ซึ่งเป็นอินพุตให้กับวงจรจะได้สมการเพื่อหาผลตอบสนองบังคับเป็นดังสมการที่ (3.76)

$$\frac{d^2}{d\tau^2} V_{ouf}(\tau) + \frac{1}{R^2 C^2} V_{ouf}(\tau) = \frac{d^2}{d\tau^2} (A_m \cos(\omega_f \tau + \phi_{in})) \quad (3.76)$$

$$+ \omega_n \frac{d}{d\tau} (A_m \cos(\omega_f \tau + \phi_{in}))$$

จากนั้นแก้สมการที่ (3.76) เพื่อหาคำตอบซึ่งจะได้คำตอบเป็นดังนี้

$$V_{ouf}(\tau) = -A_m \omega_f^2 \cos(\omega_f \tau + \phi_{in}) - \omega_n \omega_f A_m \sin(\omega_f \tau + \phi_{in}) \quad (3.77)$$

ใช้เอกลักษณ์ตรีโกณมิติเพื่อหาคำตอบโดยให้  $a \cos \theta + b \sin \theta = \sqrt{a^2 + b^2} \cos(\theta + \phi)$  เมื่อ

$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$  และกำหนดให้  $\omega_n = \omega_f$  ซึ่งจะได้ผลตอบสนองบังคับของระบบคือ

$$V_{outf}(\tau) = \frac{A_m}{\sqrt{2}} \cos\left(\omega_f \tau + \phi_m + \frac{\pi}{4}\right) \quad (3.78)$$

จากสมการที่ (3.75) และ (3.78) ซึ่งคือผลตอบสนองของธรรมชาติและผลตอบสนองบังคับ ตามลำดับ แทนลงในสมการผลตอบสนองสมบูรณซึ่งเป็นผลรวมของผลตอบสนองของธรรมชาติและผลตอบสนองบังคับจะได้ผลตอบสนองสมบูรณ์ของระบบเป็นดังสมการที่ (3.79)

$$V_{out}(t, \tau) = A \cos(\omega_n t) + \frac{A_m}{\sqrt{2}} \cos\left(\omega_f \tau + \phi_m + \frac{\pi}{4}\right) \quad (3.79)$$

หลังจากนั้นแทนค่าเงื่อนไขเริ่มต้น ณ เวลา  $t=0$  ลงในสมการที่ (3.79) เพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์  $A$  จะได้ว่า

$$A = V_{out}(0, \tau) - \frac{A_m}{\sqrt{2}} \cos\left(\omega_f \tau + \phi_m + \frac{\pi}{4}\right) \quad (3.80)$$

แทนค่า  $A$  จากสมการที่ (3.80) ลงในสมการที่ (3.79) และให้  $\omega_n = \omega_f$  เนื่องจาก  $\omega_n$  คือความถี่ธรรมชาติของระบบที่ใช้เป็นสัญญาณส่งให้กับตัวส่งอัลตราโซนิกซึ่งมีความถี่ 40 kHz และ  $\omega_f$  คือความถี่ที่สะท้อนจากวัตถุมายังตัวรับอัลตราโซนิก จึงส่งผลให้ความถี่ทั้งสองมีค่าเท่ากัน จึงได้สมการใหม่เป็นดังสมการที่ (3.81)

$$V_{out}(t, \tau) = \left[ V_{out}(0, \tau) - \frac{A_m}{\sqrt{2}} \cos\left(\omega_f \tau + \phi_m + \frac{\pi}{4}\right) \right] \cos(\omega_f t) + \frac{A_m}{\sqrt{2}} \cos\left(\omega_f \tau + \phi_m + \frac{\pi}{4}\right) \quad (3.81)$$

จากสมการที่ (3.81) จัดรูปสมการใหม่จะได้เป็น

$$V_{out}(t, \tau) = V_{out}(0, \tau) \cos(\omega_f t) - \frac{A_{in}}{\sqrt{2}} \cos\left(\omega_f \tau + \phi_{in} + \frac{\pi}{4}\right) \cos(\omega_f t) \quad (3.82)$$

$$+ \frac{A_{in}}{\sqrt{2}} \cos\left(\omega_f \tau + \phi_{in} + \frac{\pi}{4}\right)$$

จากสมการที่ (3.82) พิจารณาที่พจน์การคูณ  $\left(\frac{A_{in}}{\sqrt{2}} \cos\left(\omega_f \tau + \phi_{in} + \frac{\pi}{4}\right) \cos(\omega_f t)\right)$  ซึ่งเป็นพจน์ของการผสมสัญญาณ จึงกระจายพจน์ดังกล่าวโดยใช้เอกลักษณ์ตรีโกณมิติ จะได้สมการผลตอบสนองสมบูรณ์ของระบบคือ

$$V_{out}(t, \tau) = V_{out}(0, \tau) \cos(\omega_f t) - \frac{A_{in}}{2\sqrt{2}} \cos\left(\phi_{in} + \frac{\pi}{4}\right) \quad (3.83)$$

$$- \frac{A_{in}}{2\sqrt{2}} \cos\left(2\omega_f t + \phi_{in} + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$- \frac{A_{in}}{\sqrt{2}} \cos\left(\omega_f t + \phi_{in} + \frac{\pi}{4}\right)$$

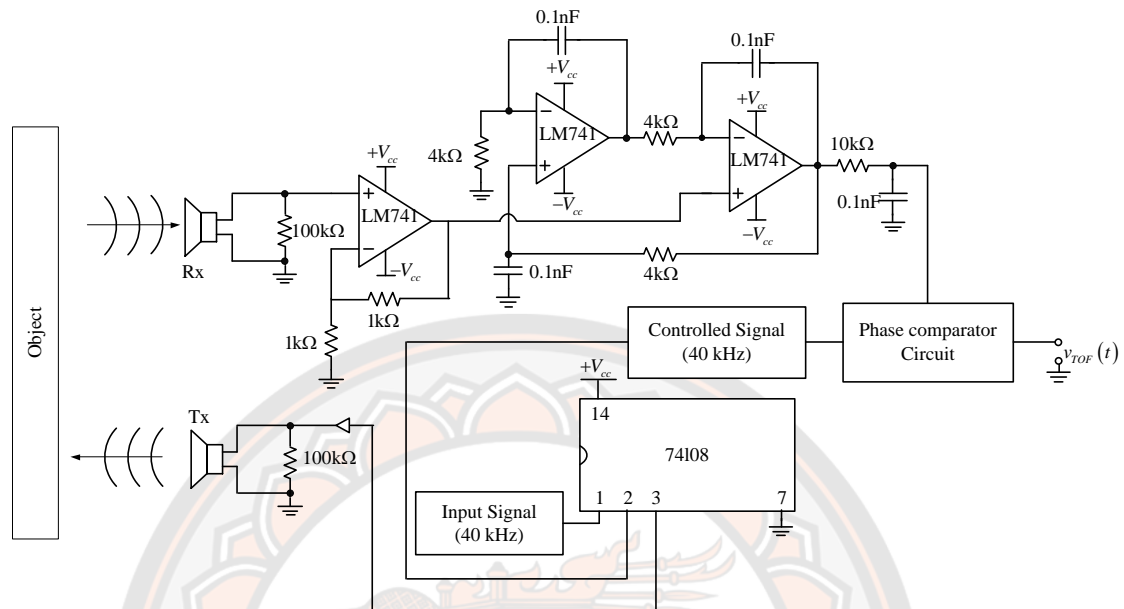
จากสมการที่ (3.83) สัญญาณที่ได้มานั้นจะมีความถี่อื่นๆ นอกเหนือจากที่ต้องการศึกษาปะปนเข้ามาด้วย ดังนั้นเพื่อให้ง่ายต่อการนำสัญญาณที่ต้องการไปใช้งาน สัญญาณจากสมการที่ (3.83) จะถูกนำมาผ่านตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน ซึ่งจะเหลือเพียงสัญญาณที่นำไปใช้ในการศึกษา ความต่างเฟสเป็นดังสมการที่ (3.84)

$$V_{LPF} = -\frac{A_{in}}{2\sqrt{2}} \cos\left(\phi_{in} + \frac{\pi}{4}\right) \quad (3.84)$$

จากสมการที่ (3.84) ซึ่งเป็นสัญญาณแรงดันไฟฟ้าเอาต์พุตของวงจร โดยจะเห็นได้ว่าสัญญาณที่เกิดขึ้นนั้นเป็นสัญญาณที่มีเฟสขึ้นอยู่กับเฟสของสัญญาณอินพุต ( $\phi_{in}$ ) โดยที่  $\phi_{in}$  เป็นค่าความต่างเฟสระหว่างสัญญาณจากแหล่งกำเนิดกับสัญญาณที่สะท้อนจากวัตถุ ทั้งนี้ค่าความต่างเฟสดังกล่าวนี้จะขึ้นอยู่กักระยะห่างของวัตถุ

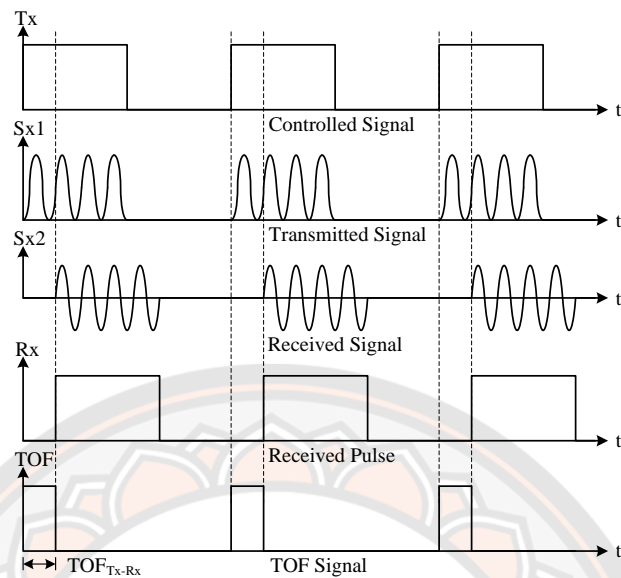


## การประยุกต์ใช้วงจรกำเนิดสัญญาณแบบควอดราเจอร์ในการวัดระยะทางของวัตถุ



ภาพ 28 การออกแบบระบบวัดระยะทางด้วยอัลตราโซนิก

ในส่วนนี้จะกล่าวถึงการออกแบบระบบการวัดระยะทางของวัตถุด้วยอัลตราโซนิกซึ่งระบบที่ได้ทำการออกแบบแสดงดังภาพ 28 ระบบที่ได้ออกแบบจะประกอบไปด้วย วงจรควบคุมการจ่ายสัญญาณให้กับตัวส่ง โดยมี IC หมายเลข 74108 ทำหน้าที่เป็นประตู (Gate) เพื่อเปิด-ปิดให้สัญญาณนั้นออกไปยังตัวส่งอัลตราโซนิก โดยจะมีความถี่ในการเปิด-ปิดเท่ากับ 50 Hz ซึ่งสัญญาณส่งที่ถูกควบคุมนั้นจะถูกสร้างจากวงจรถ่ายสัญญาณที่ได้ออกแบบให้มีความถี่ 40 kHz เมื่อสัญญาณถูกส่งไปกระทบกับวัตถุและสะท้อนมายังตัวรับ สัญญาณที่รับมาได้จะถูกนำไปขยายเพื่อให้เหมาะสมกับการนำไปเป็นอินพุตของวงจรถ่ายสัญญาณที่ได้ออกแบบ ดังนั้นวงจรถ่ายสัญญาณนี้จึงทำทั้งสองหน้าที่คือสร้างสัญญาณความถี่ 40 kHz ให้กับตัวส่งอัลตราโซนิก และประมวลผลสัญญาณโดยการผสมสัญญาณระหว่างสัญญาณที่ได้จากตัวรับอัลตราโซนิกและสัญญาณที่สร้างขึ้นจากตัวระบบเอง (Self oscillator) ซึ่งสัญญาณที่ผ่านการประมวลผลด้วยวงจรที่ได้ออกแบบนี้จะถูกนำไปผ่านวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน เพื่อให้เหลือเพียงพจน์เฟสของสัญญาณดังสมการที่ (3.84) และนำไปใช้เปรียบเทียบกับเฟสของสัญญาณที่ใช้คุมสัญญาณส่ง เพื่อประเมินหาระยะทางที่ขึ้นอยู่กัฟเฟส โดยการทำงานทั้งหมดของระบบในการจัดการสัญญาณสามารถแสดงได้ดังภาพ 29



ภาพ 29 สัญญาณจากกระบวนการการวัดระยะห่างของวัตถุด้วยการเลื่อนเฟส

จากภาพ 29 แสดงไดอะแกรมสัญญาณในลำดับต่างๆ โดยเริ่มจากในส่วนบนสุดเป็นสัญญาณที่ใช้ควบคุมสัญญาณส่ง ( $T_x$ ) เมื่อสัญญาณที่ใช้ส่งถูกควบคุมจะส่งผลให้สัญญาณเป็นดัง  $S_{x1}$  หากสัญญาณถูกส่งออกไปและสะท้อนกลับมายังตัวรับ สัญญาณที่เข้ามายังตัวรับจะเป็นดัง  $S_{x2}$  หลังจากนั้นสัญญาณ  $S_{x2}$  จะถูกนำไปเป็นอินพุตให้กับวงจรที่ได้ออกแบบและผ่านวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน จะทำให้สัญญาณที่ออกมาเป็นพัลส์ (Pulse) ดังสัญญาณ  $R_x$  และสุดท้ายสัญญาณ  $T_x$  และ  $R_x$  จะเป็นส่วนที่นำมาเปรียบเทียบเฟส เพื่อหาค่า TOF (Time of flight) ซึ่งค่า TOF จะแปรผันตรงกับค่าเฟสที่เปลี่ยนไป

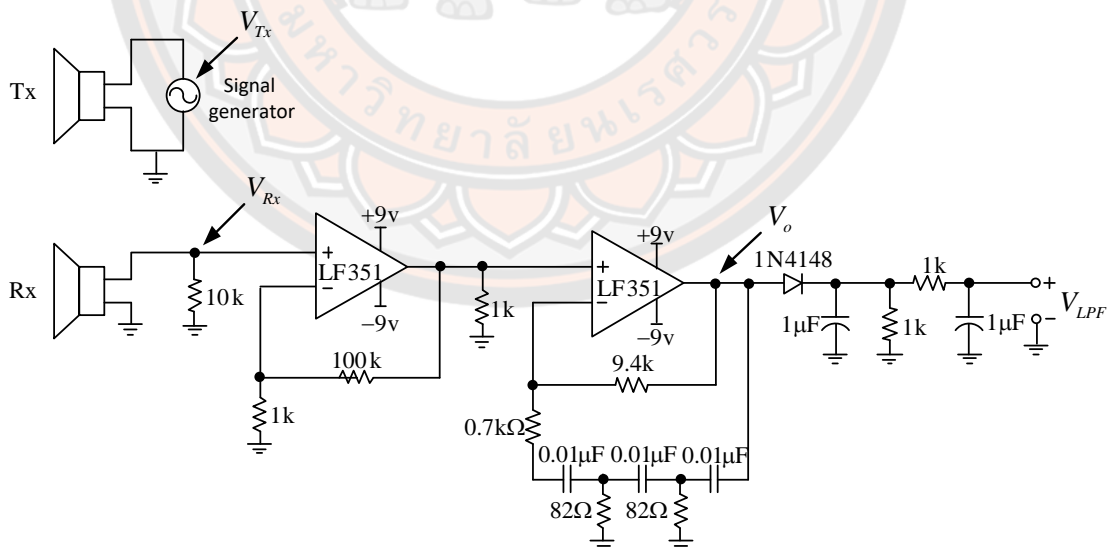
## บทที่ 4

### การทดลอง ผลการทดลองและการวิจารณ์ผลการทดลอง

ในบทนี้จะกล่าวถึงสัญญาณที่มีความสำคัญในส่วนต่างๆ ของวงจรที่ได้ออกแบบ วิธีการจัดตั้งการทดลอง และผลการทดลองของระบบที่ได้ออกแบบ โดยจะแบ่งทั้งหมดออกเป็น 2 ส่วน การทดลองดังนี้ การวัดความเร็วของวัตถุด้วยอัลตราโซนิกโดยอาศัยเทคนิคคอปเพลอร์ และการวัดระยะทางด้วยอัลตราโซนิกโดยอาศัยหลักการเลี้ยวของเฟส

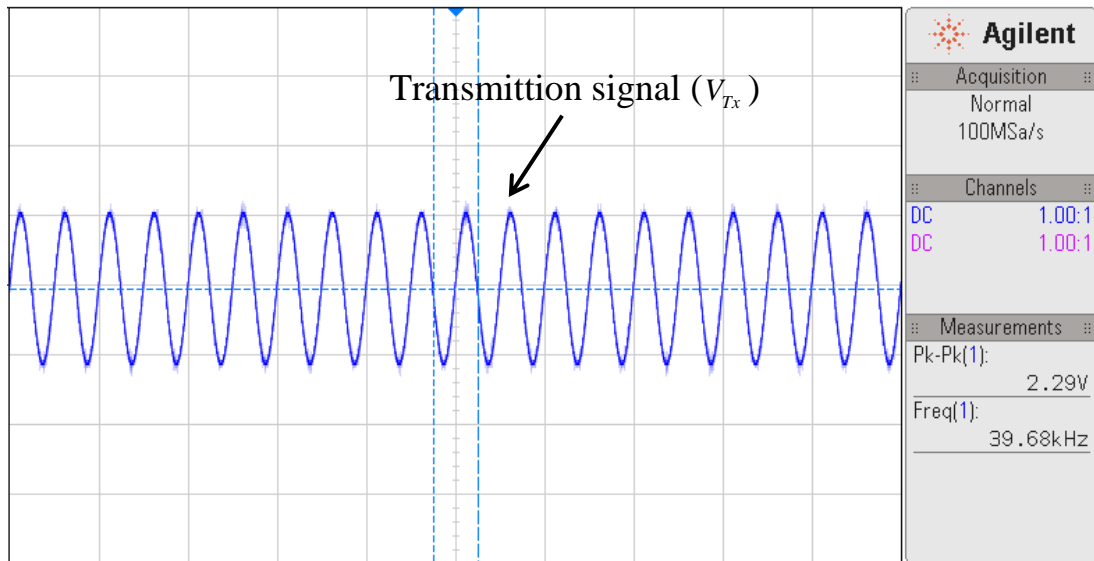
#### การสร้างและการทดสอบระบบวัดความเร็วของวัตถุด้วยอัลตราโซนิกโดยอาศัยเทคนิคคอปเพลอร์

จากการที่ได้นำวงจรกำเนิดสัญญาณแบบเลื่อนเฟส มาประยุกต์ใช้ในการวัดความเร็วด้วยอัลตราโซนิกคอปเพลอร์ โดยจะมีการออกแบบให้วงจรนั้นเป็นทั้งวงจรถ่ายสัญญาณคลื่นรูปไซน์ที่มีความถี่ 40 kHz เป็นความถี่มูลฐาน และเป็นวงจรผสมสัญญาณระหว่างสัญญาณที่สร้างขึ้นกับสัญญาณจากตัวรับอัลตราโซนิกที่เป็นอินพุต ซึ่งตำแหน่งของสัญญาณต่างๆ ที่เกิดขึ้นในวงจรที่ออกแบบแสดงได้ดังภาพ 30



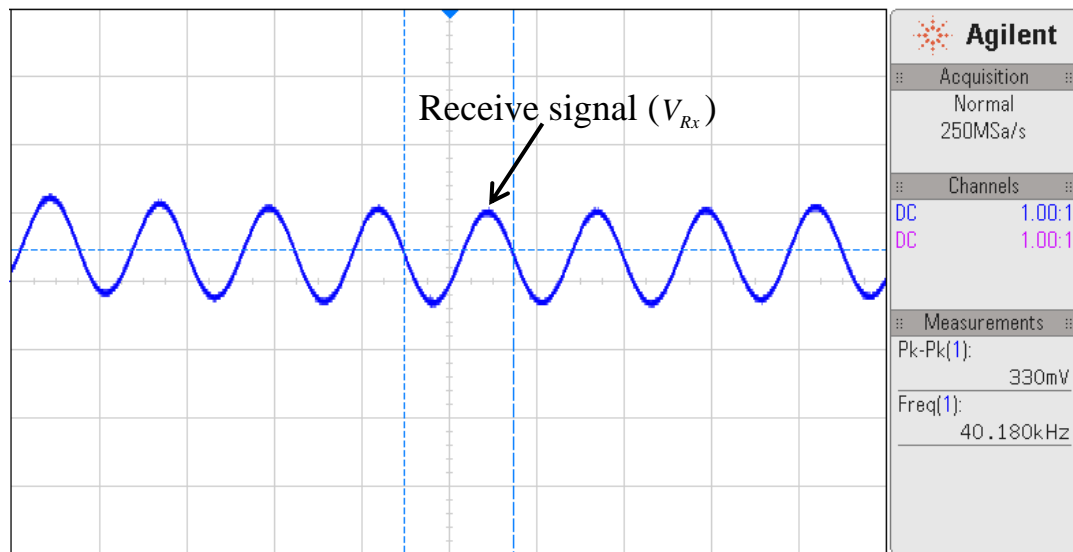
ภาพ 30 ตำแหน่งของสัญญาณที่เกิดขึ้นในวงจรที่ได้ออกแบบเพื่อวัดความเร็ว

การทำงานของอัลตราโซนิกตัวส่งในระบบที่ออกแบบนั้น จะมีการสร้างสัญญาณคลื่นรูปไซน์ที่มีความถี่ 40 kHz แอมพลิจูด 2.2 V<sub>pp</sub> เป็นสัญญาณ ณ ตำแหน่ง V<sub>Tx</sub> ในภาพ 30 ซึ่งถูกสร้างขึ้นจากเครื่องกำเนิดสัญญาณ (Signal generator) เพื่อใช้เป็นสัญญาณส่งจากตัวส่งออกไปกระทบกับวัตถุ สัญญาณที่ถูกสร้างขึ้นนี้แสดงได้ดังภาพ 31



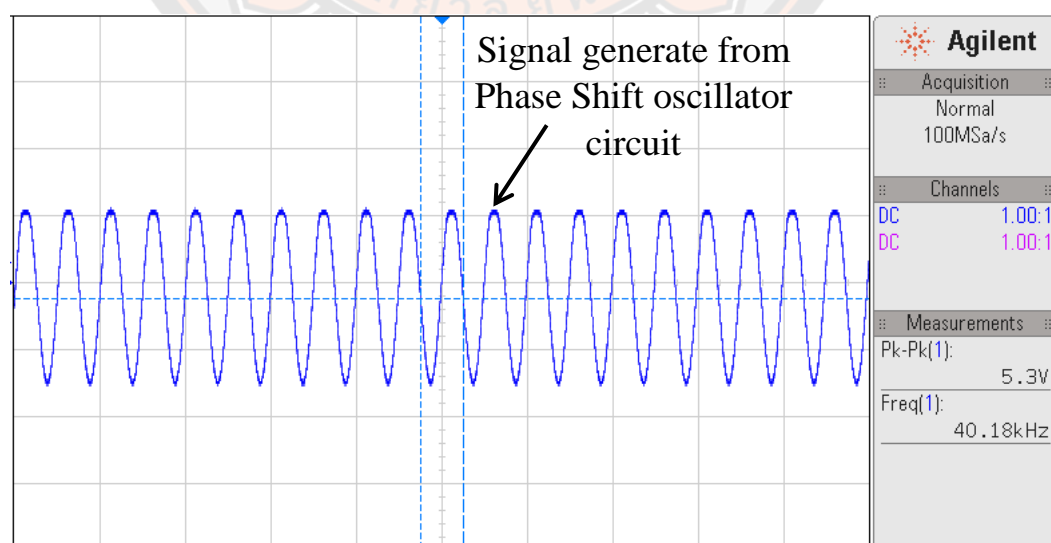
ภาพ 31 สัญญาณ 40 kHz ที่สร้างขึ้นเพื่อเป็นสัญญาณส่ง

หลังจากที่ตัวส่งอัลตราโซนิกส่งสัญญาณออกมา สัญญาณจะเดินทางไปตกกระทบยังวัตถุและสะท้อนกลับมายังอัลตราโซนิกตัวรับ แต่เนื่องด้วยงานวิจัยนี้ได้ศึกษาเกี่ยวกับการวัดความเร็วโดยอาศัยหลักการดอปเพลอร์จึงทำให้วัตถุต้องมีการเคลื่อนที่เพื่อให้เกิดความเร็ว ดังนั้นสัญญาณที่ตัวรับอัลตราโซนิกตัวรับ รับเข้ามาได้นั้นจึงเป็นสัญญาณที่มีความถี่สูงกว่าความถี่เดิมที่ส่งออกมาจากอัลตราโซนิกตัวส่ง เนื่องจากมีความถี่ของดอปเพลอร์เข้ามารวมอยู่ด้วย ซึ่งสัญญาณที่ตัวรับอัลตราโซนิกตัวรับรับเข้ามาได้ ณ ตำแหน่ง V<sub>Rx</sub> ในภาพ 30 นั้นแสดงได้ดังภาพ 32



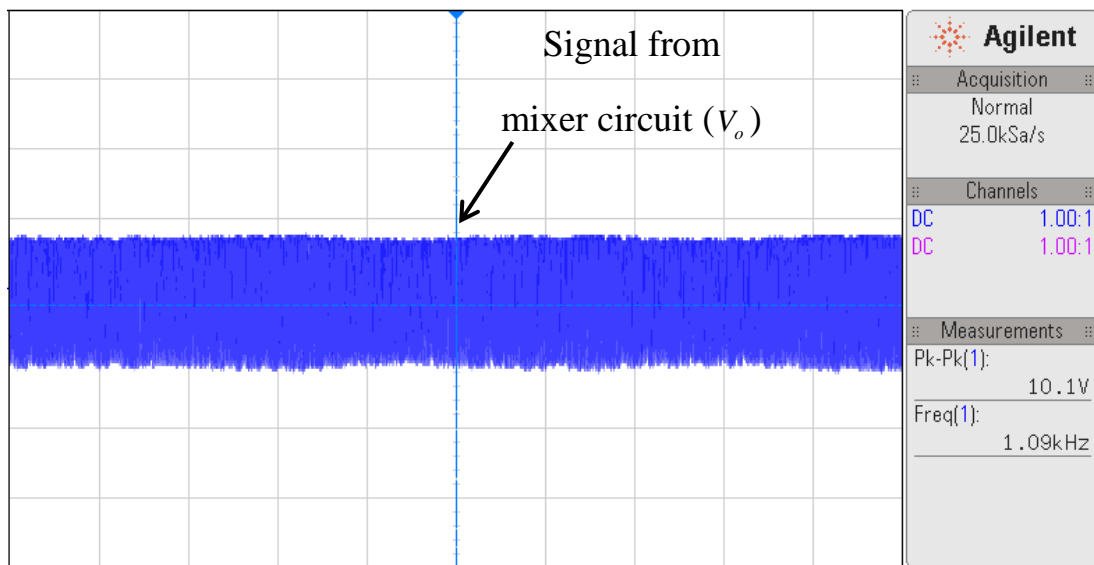
ภาพ 32 สัญญาณที่ตัวรับอัลตราโซนิกสามารถรับเข้ามาได้

จากภาพ 32 เพื่อนำความถี่ของเพลอร์ที่รวมมากับสัญญาณที่ตัวรับอัลตราโซนิกรับเข้ามาได้ไปใช้ในการแปรผลเพื่อหาความเร็วในการเคลื่อนที่ของวัตถุ สัญญาณที่ตัวรับอัลตราโซนิกรับเข้ามาได้นั้นจะถูกนำไปทำการขยายเพื่อให้มีขนาดที่ใหญ่ขึ้น หลังจากนั้นจะถูกนำไปเป็นอินพุตให้กับวงจรกำเนิดสัญญาณแบบเลื่อนเฟส ซึ่งทำหน้าที่เป็นทั้งตัวกำเนิดสัญญาณและตัวผสมสัญญาณ โดยสัญญาณที่วงจรกำเนิดสัญญาณแบบเลื่อนเฟสสร้างออกมาได้นั้น แสดงได้ดังภาพ 33



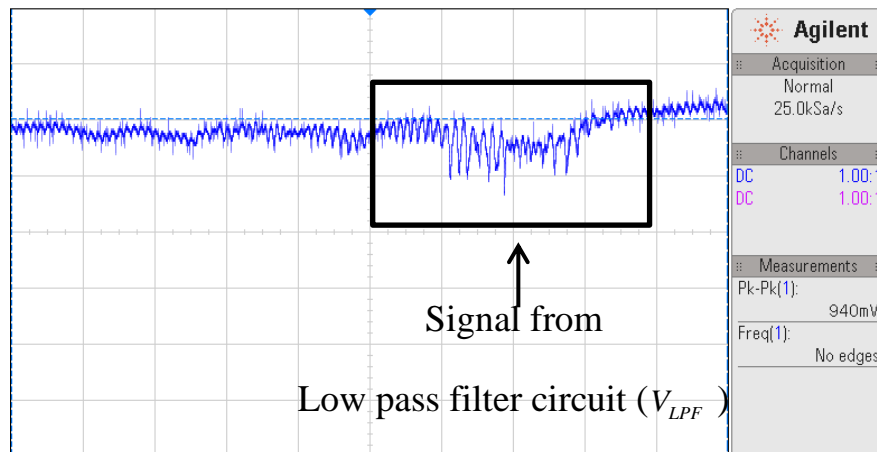
ภาพ 33 สัญญาณที่ถูกสร้างขึ้นจากวงจรกำเนิดสัญญาณแบบเลื่อนเฟส

และในส่วนการทำงานเป็นวงจรมผสมสัญญาณ ของวงจรถ้าเนิดสัญญาณแบบเลื่อนเฟส นั้น จะเป็นการนำสัญญาณของตัวรับอัลตราโซนิกที่ถูกขยายสัญญาณแล้ว มาเป็นอินพุตให้กับวงจรถ้าเนิดสัญญาณ และผสมกับสัญญาณความถี่ที่สร้างขึ้นจากวงจรถ้าเนิดสัญญาณ ซึ่งจะทำให้สามารถแยกความถี่ของคอปเพลอร์ที่รวมมากับสัญญาณจากตัวรับอัลตราโซนิกได้ ดังสมการที่ (3.58) โดยสัญญาณที่เป็นเอาพุตของวงจรถ้าเนิดสัญญาณแบบเลื่อนเฟส ณ ตำแหน่ง  $V_o$  ในภาพ 30 แสดงได้ดังภาพ 34



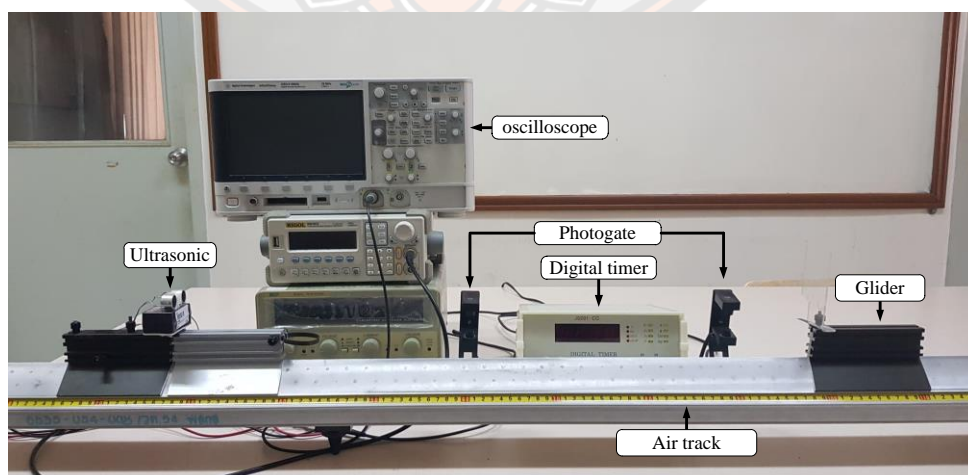
ภาพ 34 สัญญาณที่ถูกรวมในวงจรถ้าเนิดสัญญาณแบบเลื่อนเฟส

จากภาพ 34 เป็นสัญญาณที่ออกจากวงจรถ้าเนิดสัญญาณแบบเลื่อนเฟส ดังนั้นเพื่อให้ง่ายต่อการนำสัญญาณความถี่ของคอปเพลอร์ไปใช้ในการหาค่าความเร็วของวัตถุ สัญญาณที่ออกมาจากวงจรถ้าเนิดสัญญาณแบบเลื่อนเฟสจะถูกนำมาผ่านวงจรรองความถี่ต่ำผ่าน เพื่อทำให้สัญญาณนั้นเหลือเพียงความถี่คอปเพลอร์ ซึ่งเป็นเทอมของความถี่ต่ำดังสมการที่ (3.59) สัญญาณที่ผ่านวงจรรองความถี่ต่ำผ่านแสดงได้ดังภาพ 35



ภาพ 35 สัญญาณที่ถูกนำมาผ่านวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน

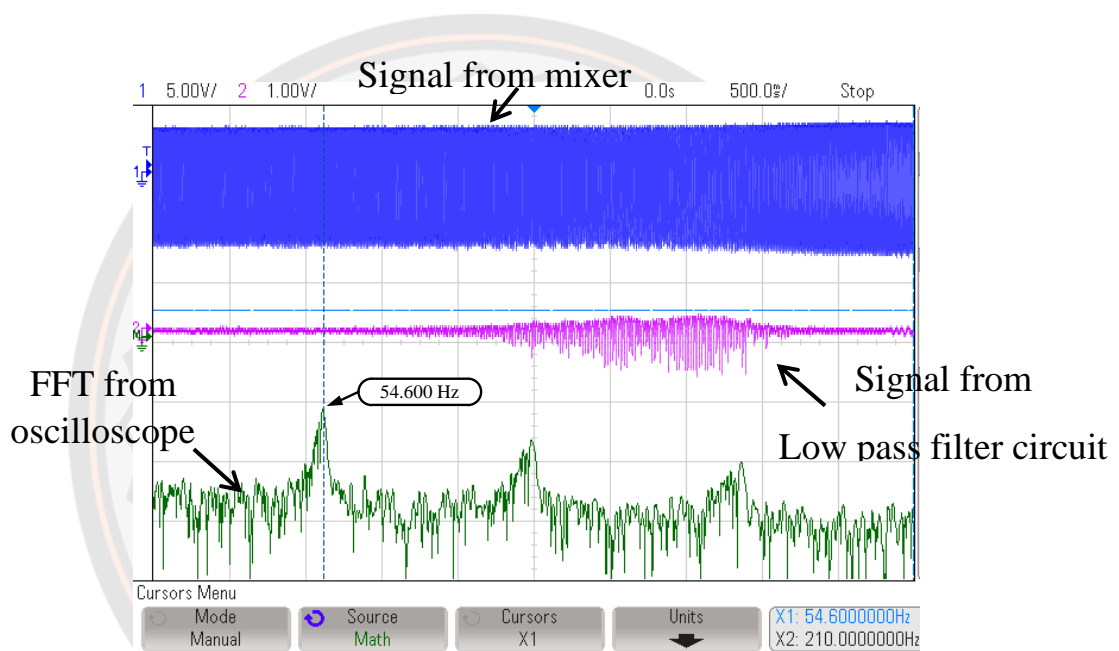
เมื่อได้สัญญาณที่จะนำไปใช้ในการประมวลผลเพื่อหาความเร็วของวัตถุแล้ว จึงได้ทำการจัดตั้งการทดลองขึ้น ซึ่งประกอบไปด้วย ตัวส่งและตัวรับอัลตราโซนิก วงจรประมวลผลสัญญาณที่ได้ทำการออกแบบ ออสซิลโลสโคป (Oscilloscope) แหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสตรง (Power supply) เครื่องกำเนิดสัญญาณ รวมถึงชุดการทดลองการวัดความเร็วของวัตถุแบบไร้แรงเสียดทาน โดยมีส่วนประกอบคือ รางลมไร้แรงเสียดทาน (Air track) ตัวตรวจจับวัตถุ (Photogate) เครื่องตรวจจับเวลา (Digital timer) และ วัตถุที่ใช้เลื่อนบนราง (Glider) โดยชุดการทดลองนี้จะเป็นอุปกรณ์ที่ใช้เปรียบเทียบกับระบบการวัดความเร็วของวัตถุด้วยอัลตราโซนิกที่ได้ออกแบบเพื่อหาความเร็วของวัตถุ ซึ่งการจัดตั้งอุปกรณ์แสดงได้ดังภาพ 36



ภาพ 36 การจัดตั้งการทดลองการวัดความเร็ว

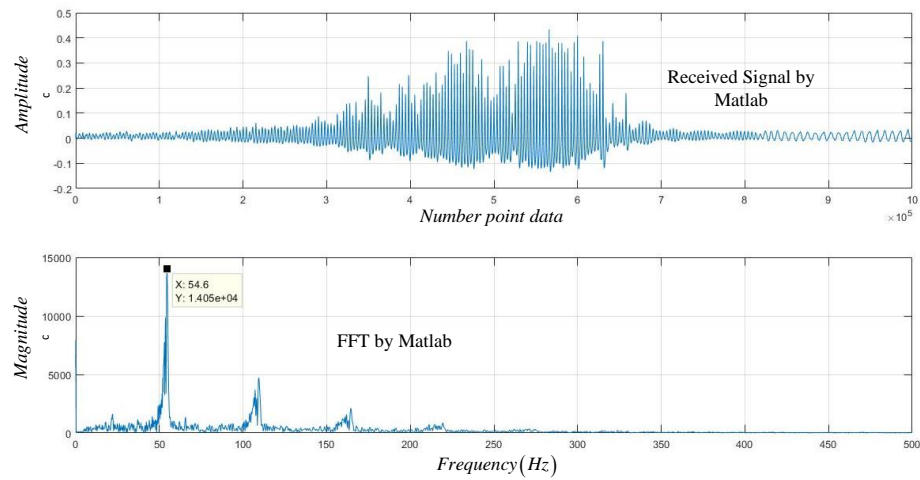


หลังจากจัดตั้งอุปกรณ์ได้ดังภาพ 36 แล้ว ขั้นตอนการทดลองจะทำได้โดยการที่ ผู้ทำการทดลองจะ ออกแรงผลักวัตถุให้เกิดความเร็วค่าหนึ่งเพื่อให้วัตถุเคลื่อนที่บนรางลมไร้แรงเสียดทานเข้าหา อัลตราโซนิก ในขณะที่วัตถุเคลื่อนเข้าหาอัลตราโซนิก วัตถุจะผ่านตัวตรวจจับความเร็วของวัตถุที่ ติดตั้งอยู่บนรางลม และถูกประมวลผลออกมาเป็นความเร็วด้วยเครื่องตรวจจับเวลา และ สัญญาณจากอัลตราโซนิกที่ผ่านการประมวลผลของระบบที่ได้ออกแบบก็จะแสดงขึ้นบนหน้าจอ ออสซิลโลสโคป ซึ่งสัญญาณที่แสดงขึ้นมาจะถูกนำมาแปรผลเป็นความเร็วเทียบกับความเร็วที่ ได้จากเครื่องตรวจจับเวลา สัญญาณจากออสซิลโลสโคปแสดงได้ดังภาพ 37



ภาพ 37 การอ่านค่าความถี่จากออสซิลโลสโคป

จากภาพ 37 ภาพด้านบนคือสัญญาณที่ออกจากวงจรประมวลผลที่ได้ออกแบบ สัญญาณตรง กลางคือสัญญาณที่ผ่านวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน และสัญญาณด้านล่างคือสัญญาณที่ผ่านการ แปลงฟูเรียร์ (Fourier Transform) เพื่อหาสเปกตรัมของสัญญาณ นอกจากนั้นเพื่อเป็นการยืนยัน ความแม่นยำในการหาค่าความถี่เพื่อนำไปหาความเร็วของวัตถุ สัญญาณที่ได้มาจะถูกนำไป ประมวลผลผ่านโปรแกรม Matlab เพื่อหาสเปกตรัมของสัญญาณ ภาพการประมวลผลสัญญาณ ด้วยโปรแกรม Matlab แสดงได้ดังภาพ 38



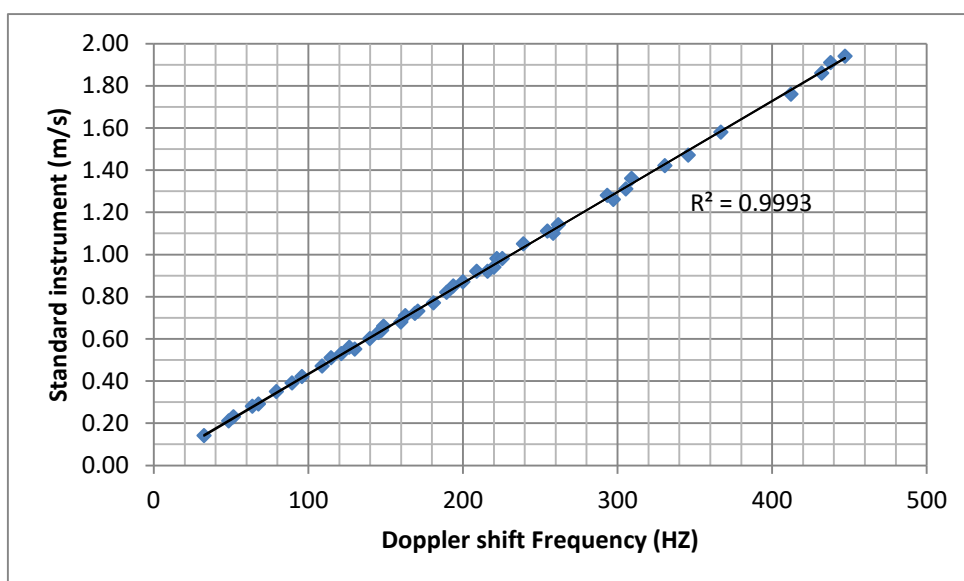
ภาพ 38 การอ่านค่าความถี่ด้วยโปรแกรม Matlab

จากนั้นทำการเก็บผลการทดลองโดยเทียบกันระหว่างความเร็วจากเครื่องตรวจจับเวลา และ ความถี่ที่ได้จากการอ่านสัญญาณจากออสซิลโลสโคปซึ่งผลการทดลองที่ได้แสดงดังตาราง 1

**ตาราง 1** ผลการทดลองการวัดความเร็วด้วยอัลตราโซนิก

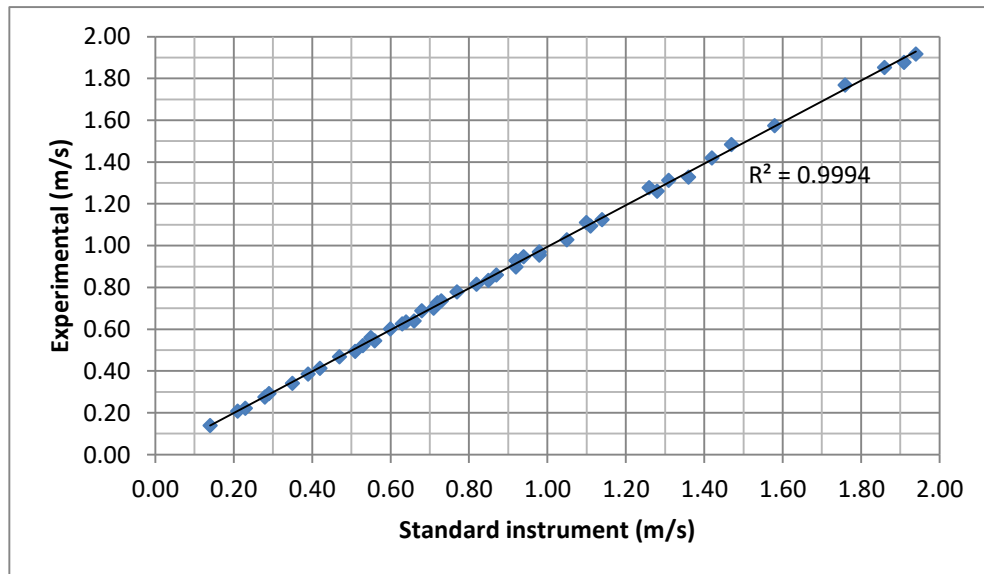
ความถี่จาก ออสซิลโลสโคป (เฮิรตซ์)	ความเร็วจากเครื่อง เครื่องตรวจจับเวลา ( Digital timer ) (เมตรต่อวินาที)	ความถี่จาก ออสซิลโลสโคป (เฮิรตซ์)	ความเร็วจากเครื่อง เครื่องตรวจจับเวลา ( Digital timer ) (เมตรต่อวินาที)
32.53	0.14	193.9	0.85
48.54	0.21	200	0.87
51.71	0.23	209.07	0.92
63.97	0.28	216	0.92
67.8	0.29	220.27	0.94
79.37	0.35	222	0.98
89.6	0.39	225.5	0.98
96	0.42	239.17	1.05
108.98	0.47	254.67	1.11
114.9	0.51	258.4	1.1
121.37	0.53	261.8	1.14
126.67	0.56	293.5	1.28
130.2	0.55	297.33	1.26
139.83	0.6	305.53	1.31
145.5	0.63	309.1	1.36
147.53	0.64	330.67	1.42
148.77	0.66	345.8	1.47
160	0.68	366.93	1.58
162.9	0.71	412.33	1.76
169	0.72	432.2	1.86
170.95	0.73	437.87	1.91
181	0.77	447.2	1.94
189.6	0.82		

จากตาราง 1 แสดงผลการทดลองการวัดความเร็วด้วยอัลตราโซนิก เพื่อให้เห็นแนวโน้มความเป็นไปได้ในการนำค่าความถี่  $f_d$  ที่ได้จากการทดลองไปคำนวณหาความเร็ว จึงแสดงผลการทดลองจากตาราง 1 อยู่ในรูปกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วที่ได้จากเครื่องตรวจจับเวลา (Standard instrument) และความถี่ที่  $f_d$  ที่อ่านได้จากออสซิลโลสโคป (Doppler shift frequency) ซึ่งกราฟความสัมพันธ์แสดงได้ดังภาพ 39



ภาพ 39 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วที่ได้จากเครื่องตรวจจับเวลา ( Digital timer ) และความถี่ที่อ่านได้จากออสซิลโลสโคป

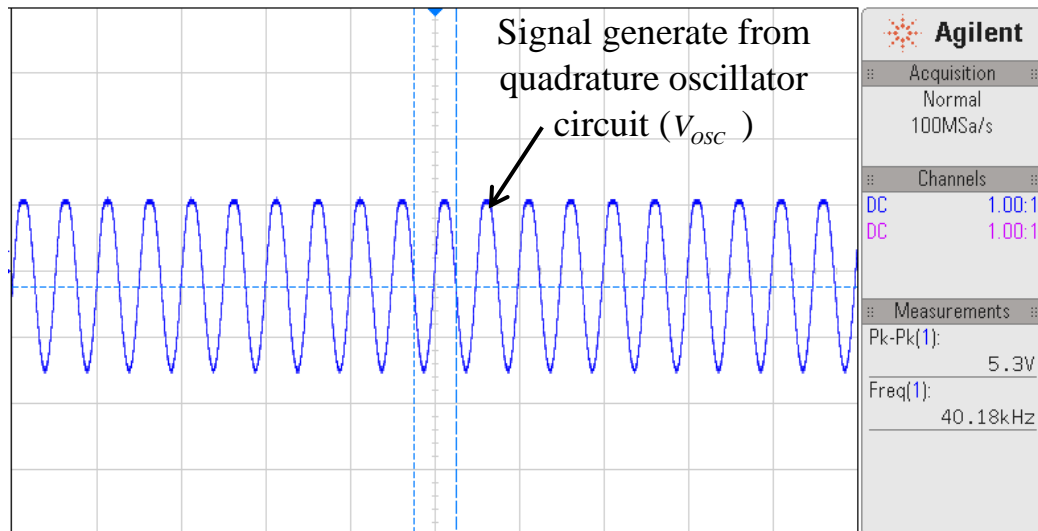
จากภาพ 39 เมื่อคำนวณหาค่า  $R^2$  มีค่าเท่ากับ 0.9993 ซึ่งบ่งบอกถึงความเป็นไปได้ในการนำความถี่  $f_d$  ไปใช้ในการคำนวณหาความเร็วของวัตถุ โดยจะนำความถี่  $f_d$  ที่ตรวจวัดได้แทนค่าลงในสมการดอปเพลอร์ที่ได้วิเคราะห์มาดังสมการที่ (3.12) ซึ่งผลการคำนวณความเร็วของวัตถุจากความถี่  $f_d$  นี้จะแสดงในรูปกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วจากเครื่องตรวจจับเวลา (Standard instrument) และความเร็วจากการคำนวณ (Experimental) แสดงดังภาพ 40



ภาพ 40 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วที่ได้จากเครื่องตรวจจับเวลา และ  
ความเร็วจากการคำนวณ

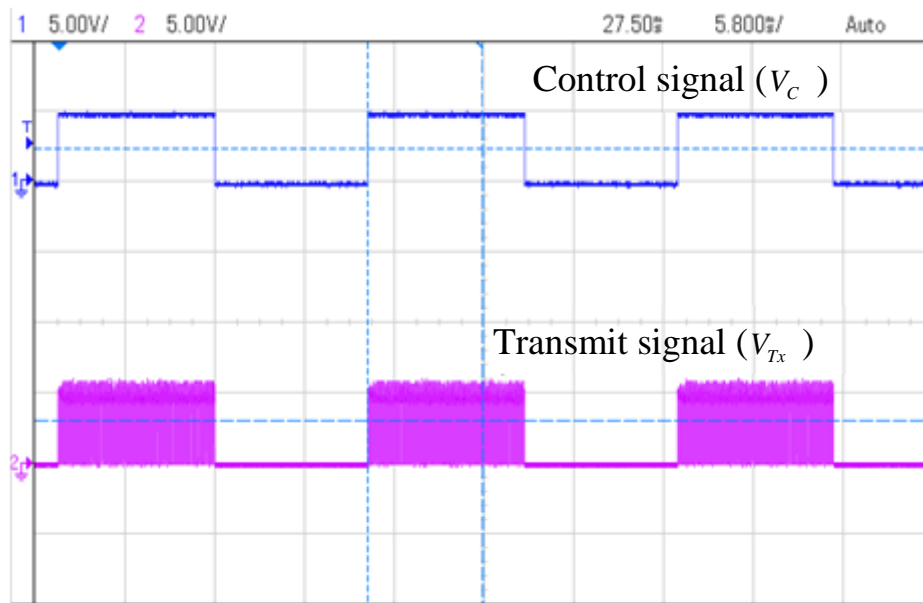
จากภาพ 40 ค่า  $R^2$  มีค่าเท่ากับ 0.9994 ซึ่งบ่งบอกถึงความถูกต้องของการทดลองเทียบกับเครื่องมือมาตรฐาน ซึ่งมีความคลาดเคลื่อนของการทดลองเท่ากับ 1.300 เปอร์เซ็นต์ และเมื่อดำเนินการหาค่า MSE (Mean square error) จะได้ค่าเท่ากับ 0.00017





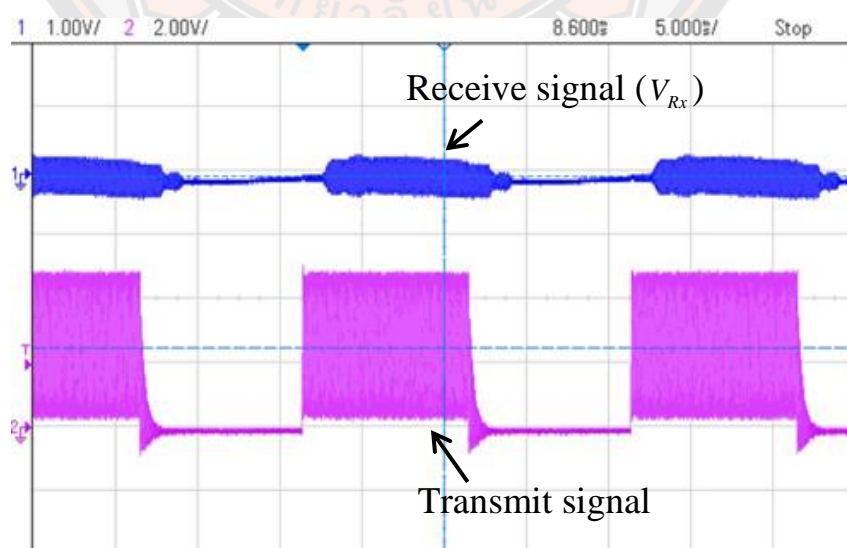
ภาพ 42 สัญญาณที่ถูกสร้างจากวงจรกำเนิดสัญญาณแบบควอดราเจอร์

จากภาพ 42 สัญญาณดังกล่าวจะถูกป้อนเป็นอินพุตให้กับ IC หมายเลข 74108 ซึ่งเป็นประตูสำหรับเปิด-ปิดสัญญาณให้กับตัวส่ง ซึ่งการเปิด-ปิดเพื่อส่งสัญญาณนั้น IC ดังกล่าวจะถูกควบคุมด้วยพัลส์ที่มีความถี่ 50 Hz ซึ่งจะเป็นสัญญาณ ณ ตำแหน่ง  $V_c$  ของวงจรที่ได้ออกแบบดังภาพ 41 เมื่อสัญญาณอินพุตถูกควบคุมด้วยสัญญาณรูปสี่เหลี่ยมจะส่งผลให้เมื่อประตูเปิดและปิด สัญญาณที่ใช้ส่งออกไปจากตัวส่งจะเป็นสัญญาณความถี่ 40 kHz ที่เป็นช่วงๆ ซึ่งก็คือสัญญาณ ณ ตำแหน่ง  $V_{Tx}$  ในภาพ 41 โดยสัญญาณทั้งสองที่กล่าวมานี้จะแสดงได้ดังภาพ 43



ภาพ 43 สัญญาณควบคุมและสัญญาณที่ใช้ส่ง

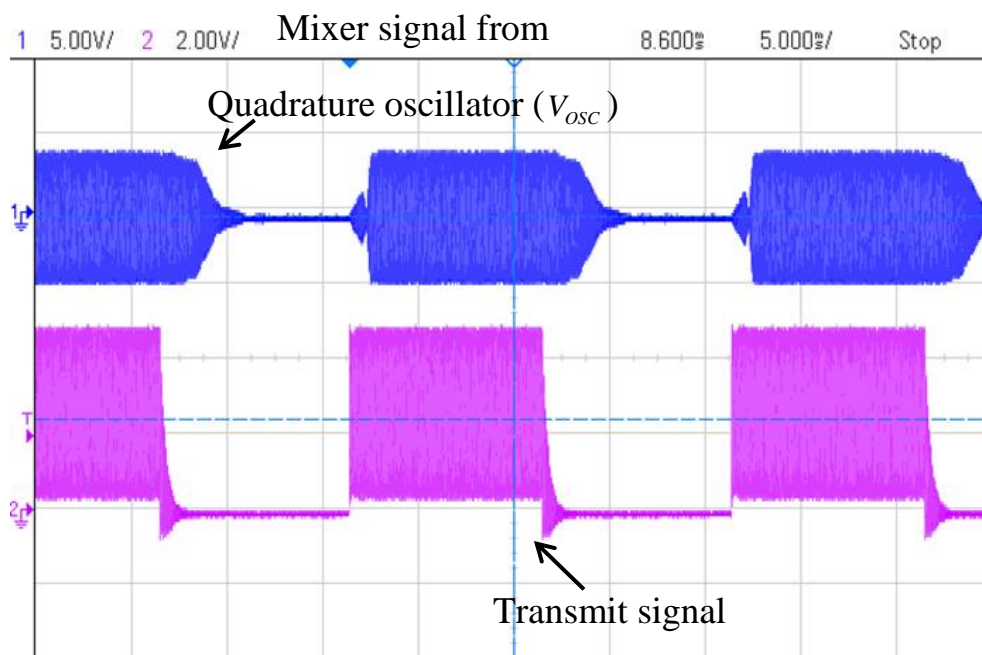
จากภาพ 43 สัญญาณด้านบนในรูปแบบแสดง สัญญาณที่เป็นสัญญาณควบคุม ดังนั้นจึงส่งผลให้สัญญาณที่ใช้ส่งออกไปมีลักษณะเป็นดังสัญญาณด้านล่างในภาพ เมื่อสัญญาณ  $V_{Tx}$  ถูกส่งออกไปจากตัวส่งอัลตราโซนิกกระทบกับวัตถุ และสะท้อนมายังตัวรับ สัญญาณที่รับเข้ามาได้นั้นจะมีลักษณะดังภาพ 44 ซึ่งเป็นสัญญาณ ณ ตำแหน่ง  $V_{Rx}$  ของวงจรดังภาพ 41



ภาพ 44 สัญญาณที่ได้จากตัวรับอัลตราโซนิก

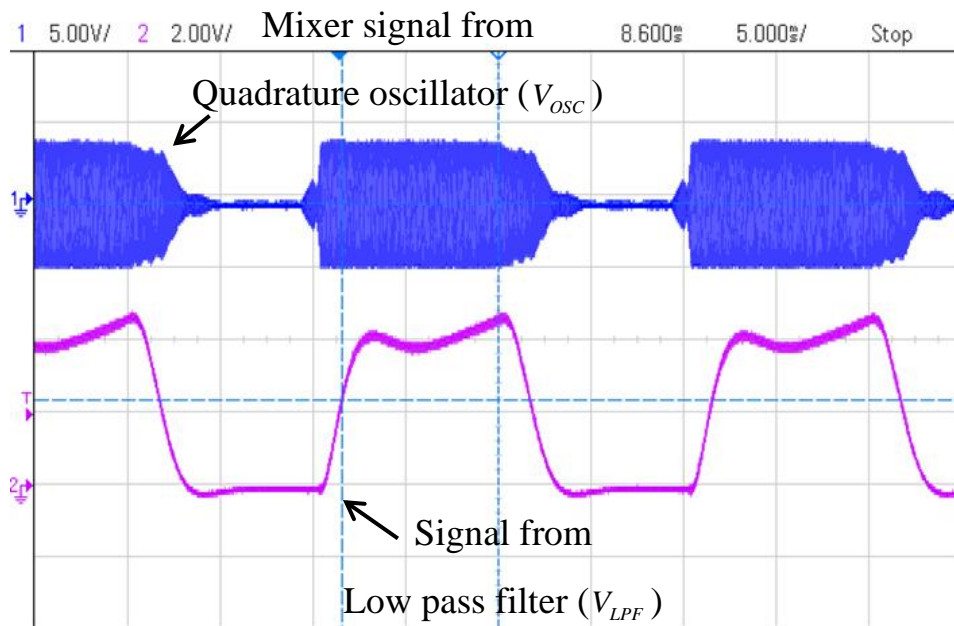


จากนั้นสัญญาณที่รับเข้ามาได้จะถูกนำไปผ่านวงจรขยายสัญญาณ เพื่อให้มีแอมพลิจูดเหมาะสม สำหรับเป็นอินพุตให้กับวงจรถ่ายสัญญาณที่ได้ออกแบบ เมื่อสัญญาณที่รับถูกป้อนเป็นอินพุต แล้วจะถูกนำไปผสมกับสัญญาณที่สร้างขึ้นเองของวงจรถ่ายสัญญาณ ซึ่งสัญญาณที่ถูกผสม ออกมาแล้วนั้นจะมีลักษณะสัญญาณ แสดงดังภาพ 45 ซึ่งเป็นสัญญาณ ณ ตำแหน่ง  $V_{osc}$  ในภาพ 41



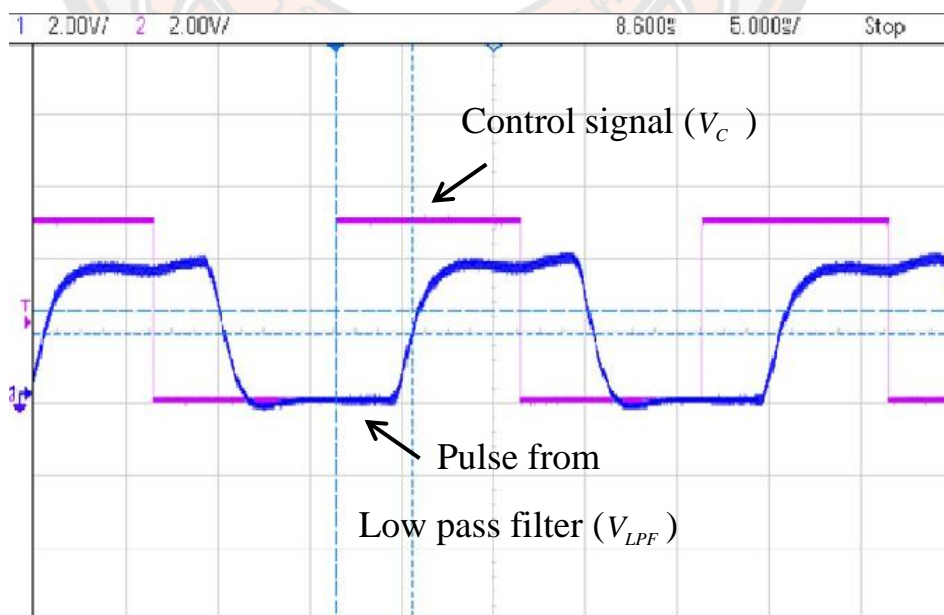
ภาพ 45 สัญญาณที่ถูกผสมด้วยวงจรถ่ายสัญญาณแบบควอดราเจอร์

และเมื่อต้องการนำสัญญาณไปใช้ในการประมวลผลหาระยะทางด้วยการเลื่อนเฟส สัญญาณที่ถูกผสมออกมาแล้วนั้น จะถูกนำไปผ่านวงจรการความถี่ต่ำผ่านเพื่อนำไปใช้ในการเปรียบเทียบเฟส ซึ่งสัญญาณที่ผ่านการกรองแล้วนั้น จะเป็นสัญญาณ ณ ตำแหน่ง  $V_{LPF}$  ในภาพ 40 ซึ่งมีลักษณะสัญญาณแสดงดังภาพ 46



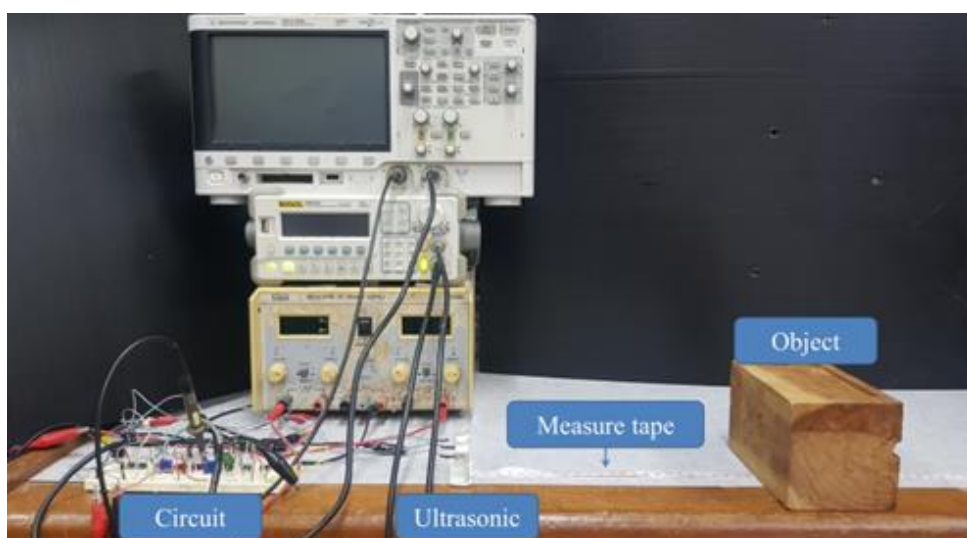
ภาพ 46 สัญญาณที่ผ่านวงจรรองความถี่

ดังนั้น เมื่อเหลือเพียงสัญญาณเอาต์พุตที่เป็นพัลส์ซึ่งได้จากระบบ สัญญาณพัลส์นี้จะถูกนำไปเปรียบเทียบกับสัญญาณควบคุมของสัญญาณส่งเพื่อหาความต่างเฟสของสัญญาณ และนำไปประเมินหาระยะทาง โดยการเปรียบเทียบเฟสของสัญญาณสามารถแสดงได้ดังภาพ 45



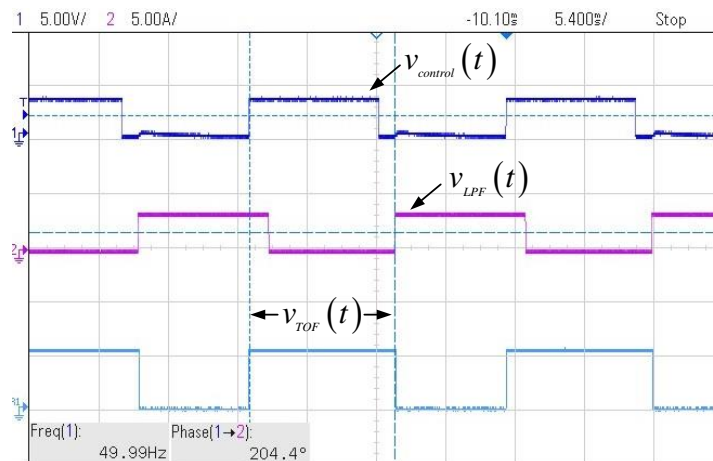
ภาพ 47 การเปรียบเทียบการเลื่อนเฟสของสัญญาณ

เมื่อได้ออกแบบระบบเพื่อใช้ในการทดลองเรียบร้อยแล้วและได้มีการทดสอบระบบที่ได้ออกแบบ จากนั้นจึงได้ทำการจัดตั้งการทดลองขึ้นเพื่อทำการเก็บผลการทดลอง โดยการจัดตั้งการทดลอง มีอุปกรณ์ต่างๆ ได้แก่ ออสซิลโลสโคป แหล่งกำเนิดไฟฟ้ากระแสตรง ตัวรับและตัวส่งอัลตราโซนิก วงจรที่ทางผู้วิจัยได้ออกแบบ วัตถุเป้าหมาย และ สายวัดระยะทาง การจัดตั้งการทดลองสามารถแสดงได้ดังภาพ 48

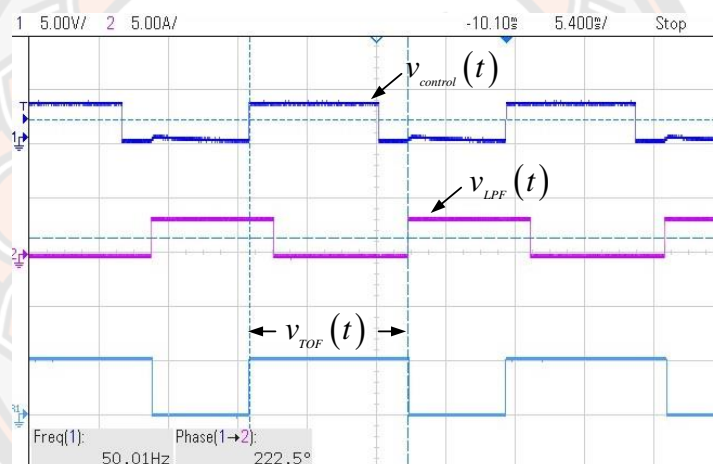


ภาพ 48 การจัดตั้งการทดลองการวัดระยะทาง

โดยในการทดลองจะทำโดยการเลื่อนตำแหน่งของวัตถุไปในระยะต่างๆ ตั้งแต่ 0 – 60 เซนติเมตร เลื่อนวัตถุออกไปครั้งละ 5 เซนติเมตรหลังจากการนั้นจะทำการบันทึกค่าความต่างเฟสระหว่างสัญญาณที่ใช้ควบคุมสัญญาณในการส่งและสัญญาณพัลส์ที่ได้จากตัวรับ ซึ่งการเปรียบเทียบความต่างเฟสนี้จะหาได้จากการใช้ออสซิลโลสโคปในการวัด โดยการเปรียบเทียบสัญญาณเพื่อหาความต่างเฟสสามารถแสดงได้ดังภาพ 49 และภาพ 50



ภาพ 49 การเปรียบเทียบเฟสโดยใช้ขอสซิลโลสโคปที่ระยะทาง 20 เซนติเมตร



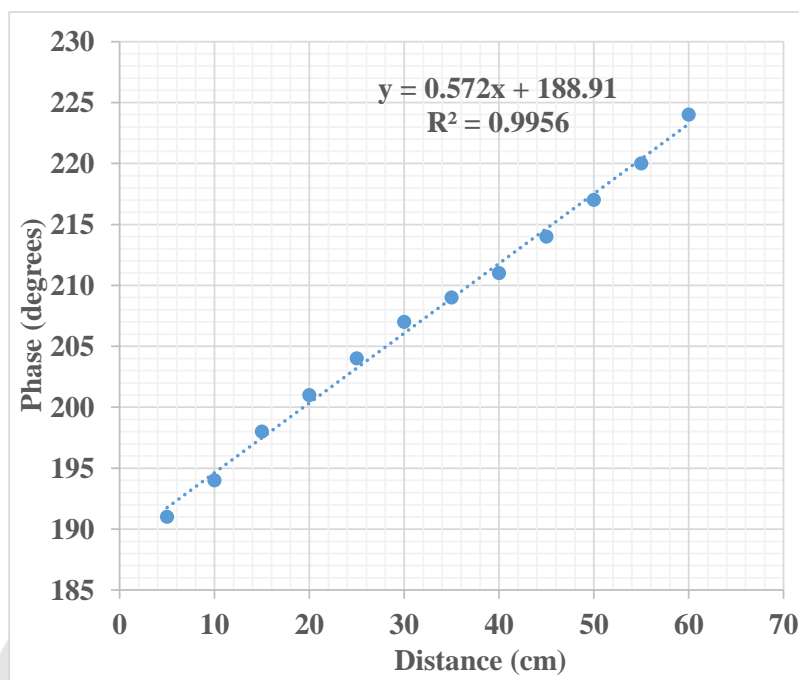
ภาพ 50 การเปรียบเทียบเฟสโดยใช้ขอสซิลโลสโคปที่ระยะทาง 50 เซนติเมตร

จากภาพ 49 และ 50 แสดงการเปรียบเทียบเฟสของสัญญาณในการวัดระยะทางที่ 20 และ 50 เซนติเมตร จะพบว่า เฟสที่ทำการเปรียบเทียบนั้นจะมีค่าเพิ่มขึ้นตามระยะทางที่เพิ่มขึ้น ซึ่งผล ความต่างเฟสของสัญญาณที่สามารถบันทึกได้จากการทดลองแสดงได้ดังตาราง 2

**ตาราง 2** ผลการทดลองการวัดระยะทางด้วยอัลตราโซนิก

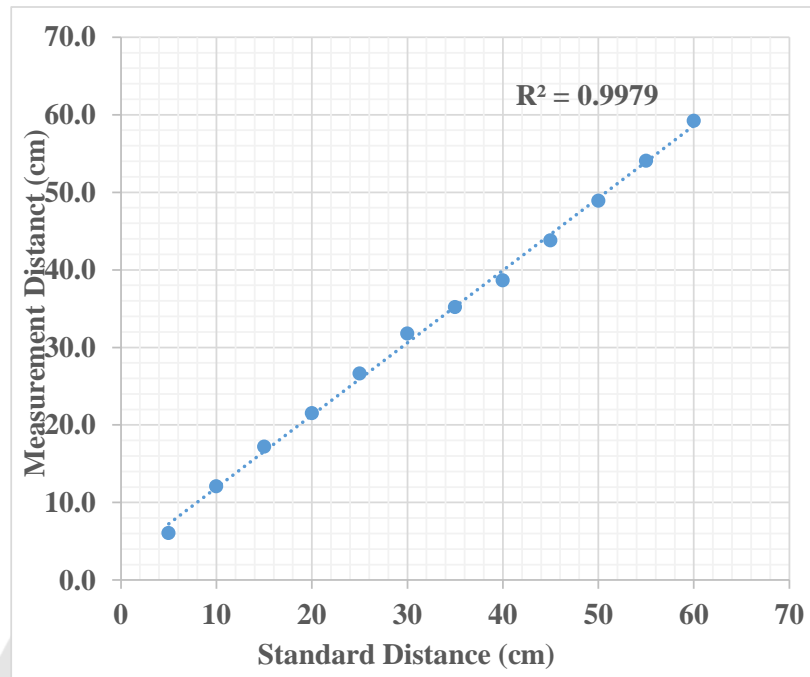
ระยะทาง (เซนติเมตร)	ความต่างเฟส (องศา)
5	191
10	194
15	198
20	201
25	204
30	207
35	209
40	211
45	214
50	217
55	220
60	224

นอกจากนี้ นำค่าจากการทดลองที่ได้ไปแสดงในรูปแบบกราฟความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางของวัตถุ และความต่างเฟสของสัญญาณที่อ่านได้จากออสซิลโลสโคป เพื่อดูความเป็นเชิงเส้นของผลการทดลองสำหรับการยืนยันความถูกต้องของระบบ ซึ่งกราฟความสัมพันธ์แสดงได้ดังภาพ 51



ภาพ 51 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความต่างเฟส และระยะทาง

จากกราฟความสัมพันธ์ในภาพ 51 เมื่อคำนวณหาค่า  $R^2$  จะมีค่าเท่ากับ 0.9956 ซึ่งบ่งบอกถึงความเป็นไปได้ในการนำค่าความต่างเฟสที่วัดได้ไปใช้ในการคำนวณหาระยะทาง เมื่อทำการคำนวณหาระยะทางแล้ว จะได้ผลการใช้ความต่างเฟสในการคำนวณหาระยะทาง ซึ่งแสดงอยู่ในรูปกราฟความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางจากอุปกรณ์มาตรฐานและระยะทางจากการคำนวณ ดังภาพ 52



**ภาพ 52** กราฟความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางจากอุปกรณ์มาตรฐาน และระยะทางที่คำนวณจากความต่างเฟส

จากภาพ 52 จะพบว่าเมื่อนำค่าความต่างเฟสของสัญญาณไปใช้ในการคำนวณระยะทางจะมีความถูกต้องแสดงได้ในรูปของค่า  $R^2$  จะมีค่าเท่ากับ 0.9979 และเมื่อคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนในการวัดจะมีค่าเท่ากับ 6.919 %



## บทที่ 5

### บทสรุป

#### สรุปผลการวิจัย

จากการศึกษา ออกแบบ และสร้างระบบการวัดความเร็วด้วยอัลตราโซนิกโดยมีการนำทฤษฎีดอปเพลอร์มาใช้ในการวิเคราะห์หาความเร็วของวัตถุที่เกิดขึ้นในกรณีที่ตัวส่งสัญญาณและตัวรับสัญญาณหยุดนิ่งในตำแหน่งเดียวกันและมีวัตถุเคลื่อนที่เข้าหา และอีกหนึ่งส่วนของงานวิจัย ผู้วิจัยได้ศึกษาเพิ่มเติมเกี่ยวกับการวัดระยะทางของวัตถุด้วยอัลตราโซนิกโดยอาศัยหลักการเลื่อนเฟส ในงานวิจัยทั้งสองส่วนได้ออกแบบวงจรเพื่อประมวลผลสัญญาณให้สามารถเป็นได้ทั้งตัวกำเนิดสัญญาณและตัวผสมสัญญาณในตัวเดียวกัน อีกทั้งในการหาผลตอบสนองของวงจรที่ได้ออกแบบจะมีการใช้เทคนิคตัวแปรเวลาหลายตัวในการหาผลตอบสนองซึ่งพบว่า เมื่อใช้การอธิบายพฤติกรรมของวงจรที่มีรูปแบบเป็นสมการอนุพันธ์ด้วยหลักการตัวแปรเวลาหลายตัว จะสามารถอธิบายพฤติกรรมได้ครอบคลุมกว่าเทคนิคแบบดั้งเดิม ซึ่งในการหาค่าคำตอบด้วยวิธีการตัวแปรเวลาหลายตัวจะให้พจน์ที่เป็นทั้งการ ออสซิลเลเตอร์และการผสมสัญญาณที่จะถูกนำไปใช้ในการหาความเร็วและระยะทางของวัตถุในการทดลอง จากการทดลองและการอธิบายพฤติกรรมด้วยสมการที่ได้นำเสนอ ค่าความเร็วของวัตถุจะขึ้นอยู่กับค่าความถี่ Doppler shift ที่เปลี่ยนแปลงไปโดยในการทดลองนี้สามารถวัดความเร็วได้ในช่วง 0.14 - 1.94 เมตร/วินาที หรือ 0.50 - 6.98 กิโลเมตร/ชั่วโมง และจากการทดลองและการอธิบายพฤติกรรมด้วยสมการที่ได้ นำเสนอจะได้รับความสัมพันธ์ของระยะทางที่แปรผันกับเฟสโดยสามารถวัดระยะทางได้ในช่วง 0 - 60 เซนติเมตร



# บรรณานุกรม



## บรรณานุกรม

1. Dehghani, A.; Pourmohammad, A. Single Camera Vehicles Speed Measurement. Proceeding of 2013 8th Iranian Conference on Machine Vision and Image Processing (MVIP), 2014, 190-193.
2. Adnan, M. A.; Sulaiman, N.; Zainuddin, N. I.; Tuan Badrul Hisyam Tuan Besar. Vehicle Speed Measurement Technique Using Various Speed Detection Instrumentation. Proceeding of 2013 IEEE Business Engineering and Industrial Applications Colloquium (BEIAC). 2013, 668-672.
3. Yang, C. M.; Jiang, S. B.; Lin, D. Y.; Lu, F. M.; Wu, Y. M.; Yeh, T. L. An Innovative Ultrasonic Time-of-Flight Measurement Method Using Peak Time Sequences of Different Frequencies—Part II: Implementation. Proceeding of IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. 60, 3, 2011, 745 – 757.
4. Chongchamsai, M.; Sinchai, S.; Wardkein, P.; Boonjun, S. Distance Measurement Technique Using Phase Difference of Two Reflected Ultrasonic Frequencies. Proceeding of 2018 3rd International Conference on Computer and Communication Systems (ICCCS). 2018.
5. Imaizumi, T.; Furusawa, M.; Akamatsu, T.; Nishimori, Y.; Ogawa, S. Analysis of the Echo for Identifying the Temporal Structure of the Fish by Using the Broadband Sonar Signal of Dolphin. Proceeding of 2007 Symposium on Underwater Technology and Workshop on Scientific Use of Submarine Cables and Related Technologies. 2007.
6. Imou, K.; Yoshii, H.; Okamoto, T.; Kaizu, Y. Ultrasonic Doppler Speed Sensor with an Offset Parabolic Reflector. Journal of the Japanese society of agricultural machinery. 2001, 6, 2, 53-59.
7. Hirata, Sh.; Kurosawa, M. K.; Katagiri, T. Ultrasonic distance and velocity measurement by low-calculation-cost Doppler-shift compensation and high-resolution Doppler velocity estimation with wide measurement range. Journal of The Acoustical science and technology. 2009, 30, 3, 220-223.

8. Imou, K.; Okamoto, T.; Kaizu, Y.; Yoshii, H. Ultrasonic Doppler Speed Sensor for Autonomous Vehicles. *Journal of the Japanese society of agricultural machinery*. 2001, 63, 2, 39-46.
9. “อัลตราโซนิก เซนเซอร์.” [Online]. Available : <http://www.supremelines.co.th/สาระน่ารู้/2090-อัลตราโซนิก-เซนเซอร์-ultrasonic-sensors.html>. 2018.
10. “คุณสมบัติของคลื่นอัลตราโซนิก” [Online]. Available: <https://sites.google.com/site/poohpimtk/khlun-seiyng/4-smbati-khxng-khlun-seiyng>. 2019.
11. คณะจารย์ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ฟิสิกส์ 1. พิมพ์ครั้งที่ 17. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย; 2555.
12. มัญชุพร จงแจ่มใส. เทคนิคการวัดระยะทางโดยอาศัยความแตกต่างเฟสของสัญญาณอัลตราโซนิกสองความถี่ [DISTANCE MEASUREMENT BASED ON PHASE DIFFERENCE OF DUAL ULTRASONIC FREQUENCIES],[วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต],[กรุงเทพมหานคร]: สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง; 2561.
13. ธงชัย มณีชูเกตุ. การศึกษาปรากฏการณ์ออสซิลเลเตอร์โดยอาศัยแบบจำลองการออสซิลเลตแบบถูกบังคับด้วยตัวแปรเวลาหลายตัว [A studying oscillator phenomena based on multi-time forced oscillation circuit model], [วิทยานิพนธ์ปริญญา ดุษฎีบัณฑิต],[กรุงเทพมหานคร]: สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง; 2552.
14. Roychowdhury j. Analyzing circuits with widely separated time scale using numerical PDE methods. *IEEE Trans. Circuits and Systems Fundamental Theory and Application*. 2001, 48, 5, 578-594.

ภาคผนวก



ภาคผนวก ก ผลงานวิจัยที่รับตีพิมพ์เผยแพร่

1. Sudtana, S.; Prompak, K.; Suphramit, S.; Sisuk, N.; Boonjun, S.; Wardkein, P. Velocity Detection by Ultrasonic Doppler based on Multi-Time Technique Analysis, 2019 International Conference on Electrical Engineering /Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology (ECTI-CON), 2019, 16, 207-210.
2. Sudtana, S.; Sisuk, N.;Prompak, K.; Keawpoolsuk, A.; Maneegirapragarn, N.; Wardkein, P. Ultrasonic Distance Detection Based on Forced Oscillation of Quadrature Oscillator. 2020 8th International Electrical Engineering Congress (IEECON). 2020.



# Ultrasonic Distance Detection Based on Forced Oscillation of Quadrature Oscillator

Sukkan Sudtana  
Department of Physics,  
Faculty of Science  
Naresuan University  
Phitsanulok, Thailand  
sukkans61@email.nu.ac.th

Noppadon Sisuk  
Department of Physics,  
Faculty of Science  
Naresuan University  
Phitsanulok, Thailand  
noppadon\_su@hotmail.com

Kriangsak Prompak  
Department of Physics,  
Faculty of Science  
Naresuan University  
Phitsanulok, Thailand  
Kriangsakp@nu.ac.th

Anucha Keawpoolsuk  
Department of Physics,  
Faculty of Science  
Naresuan University  
Phitsanulok, Thailand  
anuchak@nu.ac.th

Narongrit Maneegirapragam  
Department of Physics,  
Faculty of Science  
Naresuan University  
Phitsanulok, Thailand  
narongritma@nu.ac.th

Paramote Wardkein  
Department of telecommunication,  
Faculty of Engineering  
King Mongkut's Institute of Technology  
Ladkrabang  
Bangkok, Thailand  
paramote@telecom.kmitl.ac.th

**Abstract** In this article, the detection of distance with ultrasonic wave based on finding travel time forward and backward or time of flight (TOF) with oscillator circuit at the receiver that operates under forced oscillation is proposed. Because of this detection, there is no need for the distance-measuring receiver circuit to use mixer circuit. This is because there are some behaviors of the oscillator and the mixer under the force oscillation. For this proposed system, it consists of And Gate for on-off to transmit ultrasonic signal with 40 kHz frequency. At the receiver, quadrature oscillator circuit is used to be a mixer and local oscillator in a single circuit. So, it causes the proposed circuit is also low complexity and low power consumption.

**Keywords** mixer circuit, time of flight, ultrasonic sensor, quadrature oscillator

## I. INTRODUCTION

Now a days, the distance between reference point and object measurement have various techniques such as contact fashion that used a ruler or measuring tape and the other popular one is the technique that transmitter transmits wave into target that wants to determine the distance and receives the reflected wave and calculates the time that wave used to travel forward and backward and used this time to figure out the distance Ref. [1-2]. Which the popular wave is an electromagnetic wave Ref. [3-6], light wave Ref. [7-8], and ultrasonic wave Ref. [9-11]. The selection that uses which one depending on the suitable of application such as the large distance the electromagnetic in the microwave band is more popular and in the middle distance the light wave is used in many applications but in an environment that has high RF noise the sound wave (ultrasonic) is the good choice for interesting such as the distance detection between car and obstacle at the front or back car Ref. [12-13]. Whatever we used which wave the method that used to determine the distance is the same by finding the travelling time of wave although in time domain with record starting time the wave start to travel and record stop time when the wave comes back or need the correlation between transmitted and received wave or determine the time from the phase shift signal that based on the signal and system without distortion which phase  $\theta = \omega t_d$  that  $\omega$  is a frequency of wave and  $t_d$  is a traveling time Ref. [14]. However, the phase shift has a limitation in the phase

detector. Which almost one can detect phase maximum difference by  $2\pi$  or 360 degrees. It is leading to the limitation in distance measurement. By the reason as mention above, FM sweep signal or chirp signal is used to determine the distance in the form of difference frequency between the transmitted signal and received signals Ref. [15].

For 0.1 - 10 meter distance measurement, the ultrasonic wave is the popular choice. Because it is cheap and safety when compared with an electromagnetic wave, in general, it composes of the oscillator, a driver circuit, transducer at the transmitter side, for the receiver, it consists of the small signal amplifier, waveshaping, and timer but in the other one, mixer and local oscillator are used to be the one component for detecting the traveling time in order to get the transparency because of the transmitted and received signal must be the same frequency, so this technique is complexity and specificity. That is the reason, for this research to proposed the technique that used local oscillator circuit as a mixer and local oscillation in a while (under force oscillation situation) which get and low complexity circuit and low power consumption.

## II. PRINCIPLES AND METHOD OF PROPOSED SYSTEM

To measure the distance with the wave in general, the principle used to determine the travel time and return of waves when reflected with the target object that needs to measure the distance. The system can be shown in Fig. 1 and there is a time diagram of the signal shown in the Fig. 2.

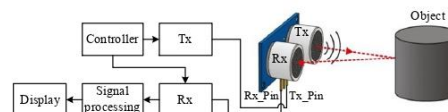


Fig. 1. Distance measurement by the force oscillation method.

In this research, we will propose the improvement of the signal processing sector to be less complicated by using the quadrature oscillator circuit under the forced input condition. Which will be used as a mixer and local oscillation in a single circuit. The circuit as shown in Fig. 3.

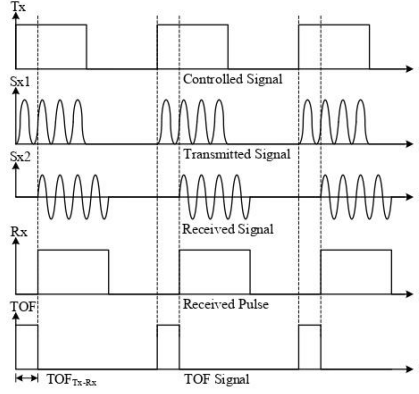


Fig. 2. Block diagram of distance measurement by the force oscillation method.

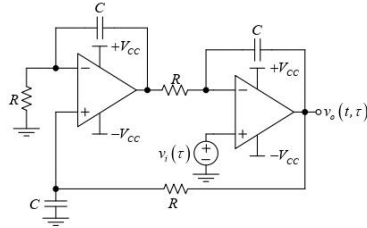


Fig. 3. Quadrature oscillator circuit for proposed system.

From Fig. 3, the relation of the system can be written as follows in equation (1)

$$s^2 v_o(s) + \frac{1}{(RC)^2} v_o(s) = s^2 v_i(s) + \frac{1}{RC} s v_i(s) \quad (1)$$

By taking inverse Laplace transform of both sides of equation (1), hence

$$\frac{d^2}{dt^2} v_o(t) + \frac{1}{(RC)^2} v_o(t) = \frac{d^2}{dt^2} v_i(t) + \frac{1}{RC} \frac{d}{dt} v_i(t) \quad (2)$$

Solution to equation (2) are obtained by making a guess of  $v_{oh}(t) = Ce^{mt}$ . Inserting this guess into equation (2) leads to the characteristic equation  $m^2 + \frac{1}{(RC)^2} = 0$ . The roots of

this equation are found as  $m = 0 \pm i \frac{1}{(RC)}$ . Therefore, the general solution can be quickly written down:

$$v_{oh}(t) = A \cos(\omega_n t) \quad (3)$$

where  $\omega_n = \frac{1}{RC}$ . For  $v_i(t) = A_i \cos(\omega_f t + \phi_i)$ , the driving term,  $A_i \cos(\omega_f t + \phi_i)$ , is a solution of the homogeneous

problem. Inserting the guess in to the differential equation, we find that

$$v_{of}(\tau) = \frac{A_i}{\sqrt{2}} \cos\left(\omega_f \tau + \phi_i + \frac{\pi}{4}\right) \quad (4)$$

The complete response of the system  $v_o(t, \tau)$  to the problem is thus

$$v_o(t, \tau) = A \cos(\omega_n t) + \frac{A_i}{\sqrt{2}} \cos\left(\omega_f \tau + \phi_i + \frac{\pi}{4}\right) \quad (5)$$

Imposing the initial conditions ( $t = 0$ ), we find

$$A = v_o(0, \tau) - \frac{A_i}{\sqrt{2}} \cos\left(\omega_f \tau + \phi_i + \frac{\pi}{4}\right) \quad (6)$$

Substituting  $A$  from (6) into (5) and approximate  $\omega_n = \omega_f$ , yields

$$v_o(t, \tau) = \left[ v_o(0, \tau) - \frac{A_i}{\sqrt{2}} \cos\left(\omega_f \tau + \phi_i + \frac{\pi}{4}\right) \right] \cos(\omega_f t) + \frac{A_i}{\sqrt{2}} \cos\left(\omega_f \tau + \phi_i + \frac{\pi}{4}\right) \quad (7)$$

We now have enough to write out the solution. The complete response of the system is given by

$$v_o(t, \tau) = v_o(0, \tau) \cos(\omega_f t) - \frac{A_i}{2\sqrt{2}} \cos\left(\phi_i + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{A_i}{2\sqrt{2}} \cos\left(2\omega_f t + \phi_i + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{A_i}{\sqrt{2}} \cos\left(2\omega_f \tau + \phi_i + \frac{\pi}{4}\right) \quad (8)$$

From the equation (8), in this research, we want to study the phase values that change according to the distance, so it must be taken through the low-pass filter circuit. It becomes

$$v_{LPPF} = -\frac{A_i}{2\sqrt{2}} \cos\left(\phi_i + \frac{\pi}{4}\right) \quad (9)$$

From the equation (9), it can be seen that the output value of the low-pass filter is based on the phase input;  $\phi_i$ .

### III. EXPERIMENTAL RESULTS AND DISCUSSIONS

Based on the principle and process of measuring the distance with the techniques of local oscillation, the proposed circuit design can be shown in Fig. 4. Which will divide the circuit into 2 main parts, namely the circuit section of the signal transmission and reception circuits of ultrasonic sensor. The installation of experimental equipment as shown in

Fig. 5. From the Fig. 4 and 5, in the signal transmission, the signal is generated using the AND Gate circuit by use 74L08. Which the circuit will generate 40 kHz frequency signal with a square wave signal. The signal is then sent as an input signal to the ultrasonic Tx. Therefore output signal of the ultrasonic receiver as input to the quadrature oscillator. As analyzed in section 2, equation (9), which local frequency at 40 kHz. After that, output of quadrature oscillator was taken through low pass filter circuit.



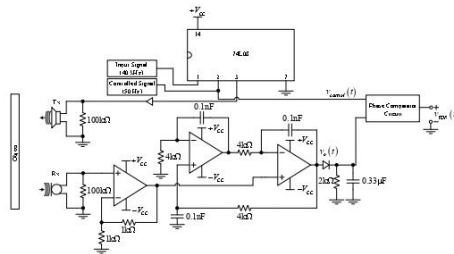


Fig. 4. Quadrature oscillator circuit for proposed system.

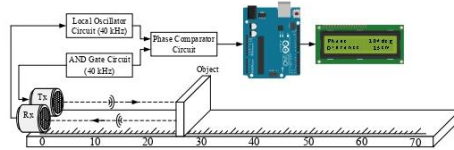


Fig. 5. Diagram of the distance measurement setup.

Output of circuit is a square wave with a different phase to the input, which different of phase is depended distance. And the third part. RS F/F was used to build circuits for the phase difference. The results are shown in Fig. 6 to 9.

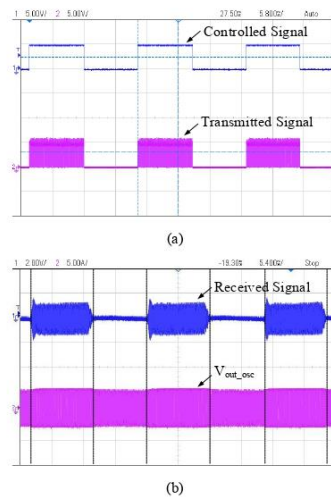
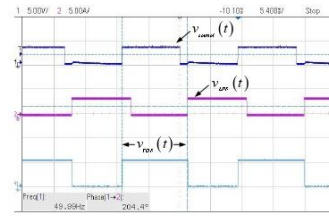
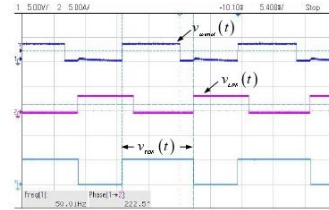


Fig. 6. Measurement results signal in the transmission and reception circuits of ultrasonic sensor.

To confirm the operation of the proposed system. Therefore can show the test result as shown in Fig. 6, which is the output of transmitter and receiver of the ultrasonic sensor. In Fig. 6(a), upper and lower signal are control signal and output signal of receive circuit. And in Fig. 6(b), upper and lower signal are output signal of receive circuit and quadrature oscillator circuit.



(a)



(b)

Fig. 7. Measurement results signal in the measured phase difference between input and output of the proposed system.

The result of phase different is shown in Fig 7. From the Fig. 7(a) and 7(b) are measured at a distance of 20 cm and 50 cm respectively. Which upper is control signal, middle is output of receive circuit and lower is output of phase different respectively. Which from the two figure can be seen that the test results are consistent with the theory presented.

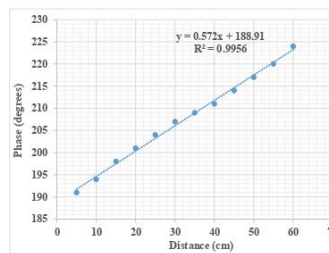


Fig. 8. Graph relation between distance from standard and measured phase difference.

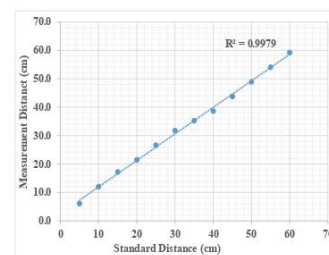


Fig. 9. Graph relation between distance from standard and proposed method.

In order to confirm the efficiency of the distance measurement system compared with the proposed phase difference of the system. From the Fig. 8 will be the relationship of phase difference compared to the distance and Fig. 9 will be the standard test results compared with distance measurement results calculated from the measurement calibration equation. From the figure, it can be seen that the result of the phase difference and distance are linear. And the relationship of the standard distance relative to the calculated value gives a linear result. Which confirms that the proposed system can be accurately measured by providing a value. Which a measurement range of 1 cm to 60 cm.

#### IV. CONCLUSIONS

This paper discusses on the design and development of distance detection based on forced oscillation of quadrature oscillator. Various advantages exist in the proposed system such as low cost, high accuracy, low complexity circuit and low power consumption. The experimental distance results are verified the efficacy by comparing the standard equipment and proposed method that the  $r$ -squared is equal to 0.9979. Which a measurement range of 1 cm to 60 cm.

#### ACKNOWLEDGMENT

This work was supported by Nation research council of Thailand, Which is a source of funds for research. Moreover, The researchers have to thank you for department of Physics Naresuan university for lab location and equipment including all consultants.

#### REFERENCES

- [1] D. Manoli, E. Sardini and A. Taroni, "Ultrasonic Distance Measurement for Linear and Angular Position Control", IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol.137, No.4, pp.578-581, 1988.
- [2] D. Webster, "A Pulsed Ultrasonic Distance Measurement System Based upon Phase Digitizing", IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. 43, No. 4, pp.578-582, 1994
- [3] S. Roehr and P. Gulden, "Precise Distance and Velocity Measurement for Real Time Locating in Multipath Environments Using a Frequency-Modulated Continuous-Wave Secondary Radar Approach", IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol.56, pp.2329-2339, 2008.
- [4] J. Park and C. Nguyen, "A new millimeter-wave step-frequency radar sensor for distance measurement", IEEE Microwave and Wireless Components Letters, vol.12, pp.221-222, 2002.
- [5] S. Lindner, F. Barbon, S. Linz, S. Mann, R. Weigel and A. Koelpin, "Distance measurements based on guided wave 24GHz dual tone six-port radar", 2014 11th European Radar Conference, 2014.
- [6] Muhammad Z. Ikram, A. Ahmad and D. Wang, "High-accuracy distance measurement using millimeter-wave radar", 2018 IEEE Radar Conference (RadarConf18), 2018.
- [7] M. G. Zeitouny, M. Cui, N. Bhattacharya, H. P. Urbach, S. A. van den Berg and A. J. E. M. Janssen, "Long distance measurement with sub-micrometer accuracy using a frequency comb laser", 2011 Conference on Lasers and Electro-Optics Europe and 12th European Quantum Electronics Conference (CLEO EUROPE/EQEC), 2011.
- [8] T. Sandner, M. Wildenhain, T. Klose, H. Schenk, S. Schwarzer, V. Hinkov, H. Hofler and H. Wolfelschneider, "3D imaging using resonant large-aperture MEMS mirror arrays and laser distance measurement", 2008 IEEE/LEOS International Conference on Optical MEMs and Nanophotonics, 2008.
- [9] L. Zhang and L. Zhao, "Research of ultrasonic distance measurement system based on DSP", 2011 International Conference on Computer Science and Service System (CSSS), 2011.
- [10] K. Yu Lee, C. Feng Huang, S. San Huang, K. Nung Huang and M. Shing Young, "A High-Resolution Ultrasonic Distance Measurement System Using Vernier Caliper Phase Meter", IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol.61, pp.2924-2931, 2012.
- [11] M. Chongchamsai, S. Sinchai, P. Wardkein and S. Boonjun, "Distance Measurement Technique Using Phase Difference of Two Reflected Ultrasonic Frequencies", 2018 3rd International Conference on Computer and Communication Systems (ICCCS), 2018.
- [12] M. Skolnik, "Role of radar in microwaves", IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, VOL. 50, NO. 3, 2002.
- [13] G. Hueber, T. Ostermann, T. Bauernfeind, R. Raschhofer and R. Hagelauer, "New Approach of Ultrasonic Distance Measurement Technique in Robot Applications", WCC 2000 - ICSP 2000 2000 5th International Conference on Signal Processing Proceedings, pp.2066-2069, 2012.
- [14] S. MacIntosh, Dipen N. Sinha, and G. Kaduchak, "Noncontact Fluid Detection in Submerged Containers Using Swept Frequency Ultrasonic Technique", Los Alamos National Laboratory, Electronic and Electrochemical Materials and Devices Mail Stop D429, Los Alamos NM 87545.
- [15] G. M. Brooker, "Understanding Millimeter Wave FMCW Radars," in First International Conference on Sensing Technology, November 21-23, 2005, Palmerston North, New Zealand (G. Sen Gupta, S. C. Mukhopadhyay, and C. H. Messom, eds.), pp. 152-157.

## ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ-นามสกุล

ศักดิ์การ สุดตานา

วัน เดือน ปี เกิด

ที่อยู่ปัจจุบัน

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2560 วท.บ (ฟิสิกส์) มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม

ผลงานตีพิมพ์

1. Sudtana, S.; Prompak, K.; Suphramit, S.; Sisuk, N.; Boonjun, S.; Wardkein, P. Velocity Detection by Ultrasonic Doppler based on Multi-Time Technique Analysis, 2019 International Conference on Electrical Engineering /Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology (ECTI-CON), 2019, 16, 207-210.
2. Sudtana, S.; Sisuk, N.; Prompak, K.; Keawpoolsuk, A.; Maneegirapragarn, N.; Wardkein, P. Ultrasonic Distance Detection Based on Forced Oscillation of Quadrature Oscillator. 2020 8th International Electrical Engineering Congress (iEECON). 2020.