บทที่ 3
วิธีการดำเนินโครงการ

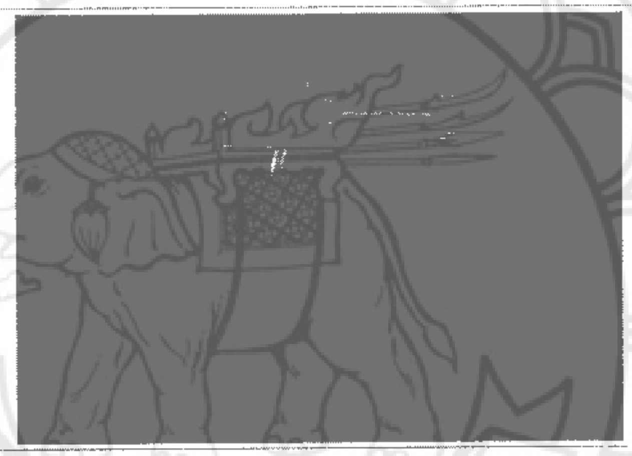
การดำเนินโครงการนี้จะประกอบด้วย2ส่วนหลักคือ

1.การหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบmanipulator

2. การออกแบบระบบควบคุมแรงให้กับระบบmanipulator

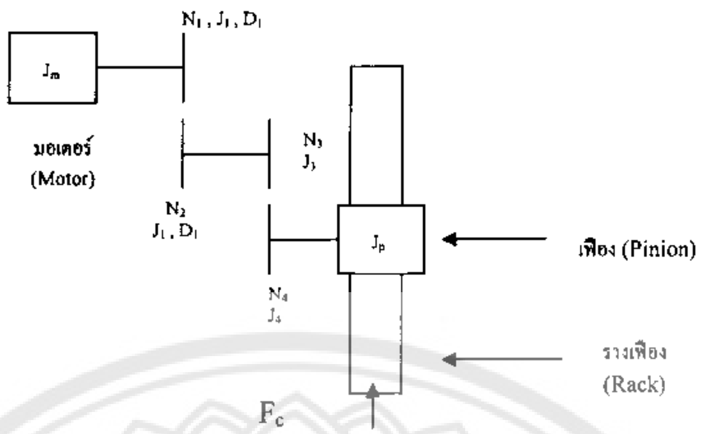
3.1การหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบmanipulator

แบบจำลอง manipulatorที่จะใช้ในการควบคุมแรงสัมผัสนั้น สามารถแสดงได้ตามรูปด้านล่าง



รูปที่ 3.1 แบบของระบบควบคุมแรงสัมผัส

จากรูปจะเห็นว่าตัว manipulator นั้นจะสามารถเคลื่อนที่ได้อย่างอิสระใน2แนวแกนคือ แนวแกนxและแนวแกนy โดยระบบการเคลื่อนที่ทั้ง2แนวแกนนี้จะมีส่วนประกอบที่เหมือนกันคือ มอเตอร์ ชุดเฟืองทดและระบบrack and pinion ดังที่แสดงในรูปด้านล่าง

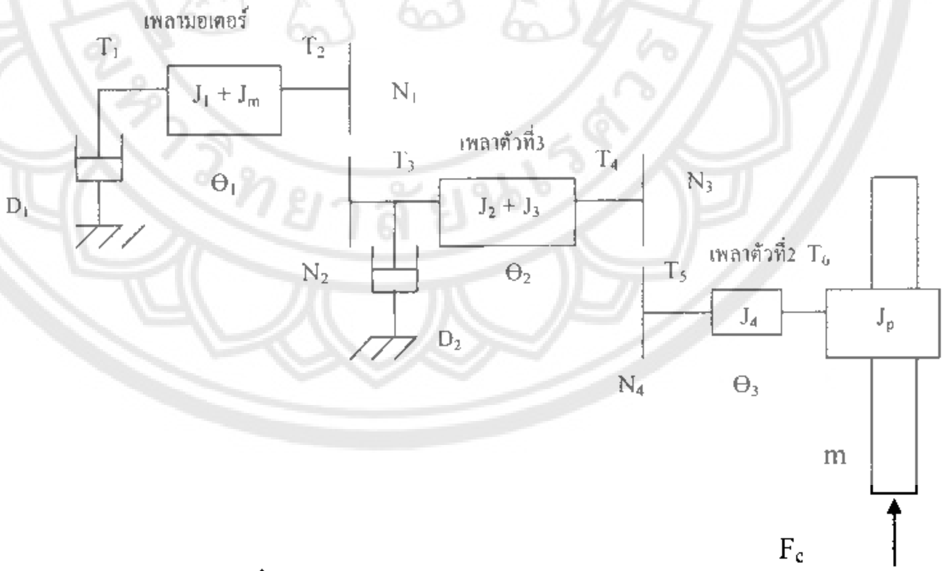


รูปที่ 3.2 แบบของระบบควบคุมแรงสัมผัส

ในการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบ manipulatorนั้นอาจแบ่งได้เป็น2ส่วนคือ ส่วนแรกจะเป็นการหาความสัมพันธ์ระหว่างแรงสัมผัสที่ปลายของ manipulatorกับความต่างศักย์ที่ป้อนให้กับตัวมอเตอร์และส่วนที่2จะเป็นการหาความสัมพันธ์ระหว่างแรงสัมผัสกับตำแหน่งการกระจัดที่ปลายของmanipulator

3.1.1 การหาความสัมพันธ์ระหว่างแรงสัมผัสที่ปลายของmanipulatorกับความต่างศักย์ที่ป้อนให้กับตัวมอเตอร์

จากรูปที่3.2สามารถนำมาเขียนเป็น F.B.D.ได้ตามรูปที่3.3



รูปที่ 3.3 FBDของระบบควบคุมแรงสัมผัส

โดยที่

D1 , D2 เป็นสัมประสิทธิ์ความหนืด

N1 , N2 , N3 , N4 เป็นจำนวนฟันของเฟือง

J1 , J2 , J3 , J4 เป็นโมเมนต์ความเฉื่อยของเฟือง

$$T_5 - T_6 = J_4\ddot{\theta}_3$$

$$T_5 = \frac{J_4 N_3}{N_4}\ddot{\theta}_2 + T_6$$

เนื่องจาก

$$\theta_3 = \frac{N_4\theta_2}{N_3}$$

$$T_5 = \frac{N_4 T_4}{N_3}$$

ดังนั้นจะได้

$$T_4 = J_4\left(\frac{N_3}{N_4}\right)^2 \times \ddot{\theta}_2 + \frac{T_6 N_3}{N_4} \qquad (3.1)$$

-พิจารณาที่ เพลาตัวที่ 2 จะได้

$$T_3 - T_4 - D_2\dot{\theta}_2 = (J_2 = J_3)\ddot{\theta}_2$$

เนื่องจาก

$$T_3 = \frac{N_2}{N_1}\times T_2 \qquad \text{และ} \qquad \theta_2 = \frac{N_1}{N_2}\times\theta_1$$

ดังนั้นจะได้

$$T_2 = \left(J_4\frac{N_3 N1}{N_4 N_2}\right)^2 + (J_2 + J_3)\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2\ddot{\theta}_2 + T_6\frac{N_3 N_1}{N_4 N2} + D_2\dot{\theta}_2\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \qquad (3.2)$$

- พิจารณาที่ เพลามอเตอร์

$$T_1 - T_2 - D_1\theta_1 = (J_1 + J_m)\ddot{\theta}_1 \qquad (3.3)$$

เมื่อแทนค่าสมการ (3.2) ลงในสมการ(3.3) จะได้

$$T_1 + (J_1 + J_m) + J_4\left(\left(\frac{N_3N_1}{N_4N_2}\right)^2 + (J_2 + J_3)\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2\ddot{\theta}_1 + D_2\dot{\theta}_1\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 + T_6\frac{N_3N_1}{N_4N_2} \qquad (3.4)$$

$$T_1 = J_e\ddot{\theta}_1 + D_e\dot{\theta}_1 + \frac{T_6}{i}$$

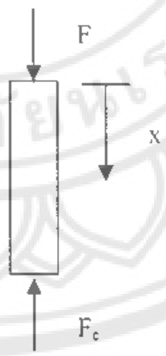
โดยที่

$$J_e = (J_1 + J_m) + J_4\left(\frac{N_3N_1}{N_4N_2}\right)^2 + (J_2 + J_3)\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2$$

$$D_e = D_2\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2$$

$$i = \frac{N_4N_2}{N_3N_1} = \frac{\theta_1}{\theta_3}$$

-พิจารณาที่เฟืองราง(Rack) จะได้

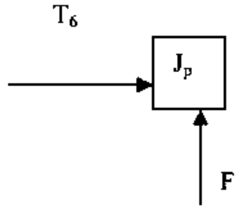


$$\sum F = ma$$

$$F - F_c = m\ddot{x}$$

$$F = m\ddot{x} + F_c \qquad (3.5)$$

-พิจารณาที่เฟือง(Pinion) จะได้



$$T_6 - Fr_p = \ddot{\theta}_3 J_p$$

เนื่องจาก $x = \theta_3 r_p$ ดังนั้นจะได้

$$T_6 = \left(mr_p + \frac{J_p}{r_p} \right) \ddot{x} \tag{3.6}$$

เมื่อแทนค่าสมการ (3.5) ลงในสมการ (3.6)จะได้

$$T_6 = \left(mr_p + \frac{J_p}{r_p} \right) \ddot{x} + ?Fr_p \tag{3.7}$$

และเมื่อแทนค่าสมการ (3.7) ลงในสมการ (3.4)

$$T_1 = J_e \ddot{\theta}_1 + D_e \dot{\theta}_1 + \left(\frac{mr_p}{i} + \frac{J_p}{r_p i} \right) \ddot{x} + F_c r_p \tag{3.8}$$

-พิจารณาที่มอเตอร์ จะได้

$$Ki_a - D\dot{\theta}_m - T_1 = J\ddot{\theta}_m \tag{3.9}$$

โดยที่ $\theta_m = \theta_1$

ถ้า Dc มอเตอร์ที่ใช้เป็นแบบอาร์เมเจอร์คอนโทรล และไม่คิดความเหนี่ยวนำในขดลวดอาร์เมเจอร์ จะได้ว่า

$$V_a - K_b \dot{\theta}_m = R_a i_a \tag{3.10}$$

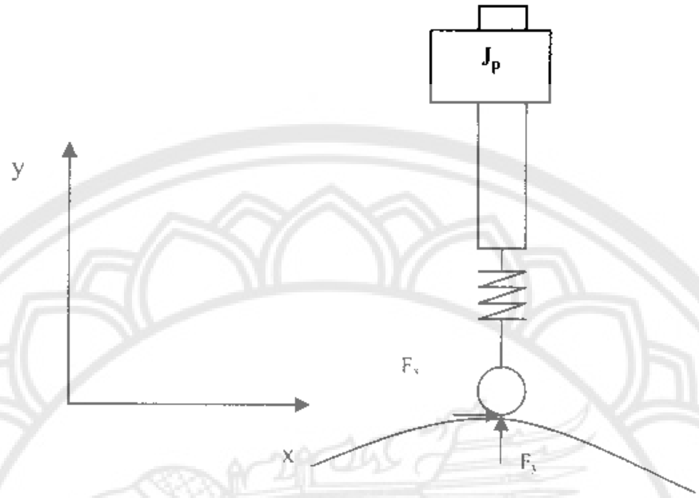
จากสมการที่ (3.8) , (3.9) , (3.10) และจากความสัมพันธ์ $x = \frac{\theta_1 r_p}{i}$ จะได้

$$M\ddot{x} + \xi\dot{x} = \lambda V_a - F_c \tag{3.11}$$

โดยที่ M , ξ , λ เป็นค่าคงที่

3.1.2 การหาความสัมพันธ์ระหว่างแรงสัมผัสกับตำแหน่งการกระจัดที่ปลายของ manipulator

สภาวะขณะที่ปลาย manipulator สัมผัส Contour สามารถแสดงได้ตามรูปที่ 3.4



รูปที่3.4 แรงที่กระทำกับcontour

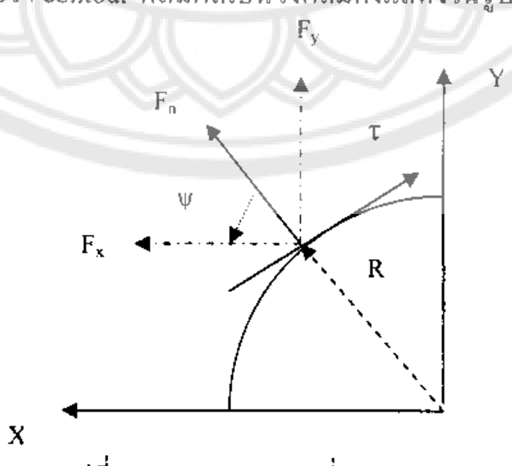
จากรูปถ้าคิดการเสียรูปเฉพาะที่ force sensor จะได้ว่า

$$F_x = k(x_s - x) \quad \text{และ} \quad F_y = k(y_s - y) \qquad (3.12)$$

โดยที่ x_s , y_s เป็นตำแหน่งของ contour ณ จุดสัมผัส

x , y เป็นตำแหน่งของ manipulator

ในที่นี้จะพิจารรา contour ที่สัมผัสเป็นวงกลมดังแสดงในรูปที่ 3.5



รูปที่3.5 F.B.D.ของแรงที่กระทำกับcontour

จากรูปที่ 3.5 จะได้ว่า

$$x_s = -R\cos\psi \quad \text{และ} \quad y_s = R\sin\psi \tag{3.13}$$

จากรูปถ้าไม่คิดแรงเสียดทานในทิศทางตามแนวสัมผัสกับ contour จะได้ว่า

$$Fx\sin\psi = -Fy\cos\psi \tag{3.14}$$

เมื่อแทนค่าสมการ (3.12) , (3.13) ลงในสมการ (3.14) จะได้เป็น

$$\tan = \frac{-y}{x}$$

ดังนั้นจะได้ $\sin\psi = \dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$ และ $\cos\psi = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$

ดังนั้นจากสมการ (3.13) จะได้ว่า

$$x_s = \frac{-Rx}{\sqrt{x^2+y^2}} \qquad y_s = \frac{Ry}{\sqrt{x^2+y^2}} \tag{3.15}$$

และเมื่อแทนค่าสมการ (3.15) ลงในสมการ (3.12) จะได้เป็น

$$F_x = k(x_s - x) = k\left(\frac{-Rx}{\sqrt{x^2+y^2}} - x\right) = k\left(\frac{-R}{\sqrt{x2+y2}} - 1\right) \tag{3.16}$$

$$F_y = k(y_s - y) = k\left(\frac{-Ry}{\sqrt{x^2+y^2}} - y\right) = k\left(\frac{-R}{\sqrt{x2+y2}} - 1\right) \tag{3.17}$$

จากสมการที่(3.16) และ (3.17) จะเห็นว่าเป็นสมการ Non linear ดังนั้นจึงต้องทำให้เป็นสมการ Linear อย่างประมาณ ดังนี้

$$\Delta F_x = \left.\frac{\partial F_x}{\partial x}\right|_i \Delta x + \left.\frac{\partial F_x}{\partial y}\right|_i \Delta y$$

$$\left.\frac{\partial F_x}{\partial x}\right|_i = \frac{kRx^2}{\left(x^2+y^2\right)^{3/2}} - k\left(\frac{R}{(x2+y2)^{-1/2}} + 1\right)$$

$$\left.\frac{\partial F_x}{\partial x}\right|_i = \frac{kxRy^2}{\left(x^2+y^2\right)^{3/2}}$$

$$F_x - F_{xi} = \Delta F_x = \left(\frac{kRx^2}{\left(x^2+y^2\right)^{3/2}} - \frac{kR}{\left(x^2+y^2\right)^{1/2}} + k\right)_i \times \left(x - x_i\right) + \left(\frac{kxRy}{\left(X2+y2\right)^{3/2}}\right)_i \times \left(y - y_i\right)$$

ดังนั้น

$$k_1 = \left[\frac{kRx^2}{\left(x^2+y^2\right)^{3/2}} - \frac{kR}{\left(x^2+y^2\right)^{1/2}} + k\right]_i \tag{3.18}$$

$$k_2 = \left[\frac{kRx^2}{\left(x^2+y^2\right)^{3/2}}\right]_i \tag{3.19}$$

$$\Delta F_y = \left.\frac{\partial F_y}{\partial x}\right|_i \Delta y + \left.\frac{\partial F_y}{\partial y}\right|_i \Delta y$$

$$\left.\frac{\partial F_y}{\partial x}\right|_i = \frac{-kRy^2}{\left(x^2+y^2\right)^{3/2}}$$

$$\left.\frac{\partial F_x}{\partial x}\right|_i = \frac{kRx^2}{3\left(x^2+y^2\right)^{3/2}} - k\left(\frac{R}{\left(x2+y2\right)^{-1/2}} + 1\right)$$

$$F_x - F_{xi} = \Delta F_x = \left(\frac{-kRy^2}{\left(x^2+y^2\right)^{3/2}}\right)_i \times \left(x - x_i\right) + \left(\frac{kxRy^2}{3\left(x^2+y^2\right)^{3/2}} + \frac{kR}{\left(x^2+y^2\right)^{1/2}} - k\right)_i \times \left(y - y_i\right)$$

$$k_3 = \left[\frac{-kRx^2}{\left(x^2+y^2\right)^{3/2}}\right]_i \tag{3.20}$$

$$k_4 = \left[\frac{kxRx^2}{\left(x^2+y^2\right)^{3/2}} + k\left(\frac{R}{\left(x^2+y^2\right)^{1/2}} - 1\right)\right]_i \tag{3.21}$$

โดย

$$\Delta x = x - x_i$$
$$\Delta y = y - y_i$$
$$\Delta F_x = F_x - F_{xi}$$
$$\Delta F_y = F_y - F_{y_i}$$
$$\Delta F_x = k_1 \Delta x + k_2 \Delta y \tag{3.22}$$

$$\Delta F_y = k_3 \Delta x + k_4 \Delta y \tag{3.23}$$

นำ k_3 คูณสมการที่ (3.22)

$$k_3 \Delta F_x = k_3 k_1 \Delta x + k_3 k_2 \Delta y \tag{3.24}$$

นำ k_1 คูณสมการที่ (3.23)

$$k_1 \Delta F_y = k_3 k_1 \Delta x + k_4 k_1 \Delta y \tag{3.25}$$

นำสมการที่(3.24) - (3.25) จะได้ $k_3 \Delta F_x - k_1 \Delta F_y = (k_3 k_2 - k_4 k_1) \Delta y$

$$\Delta y = \frac{k_3 F_x - k_1 F_y}{k_3 k_2 - k_4 k_1} \tag{3.26}$$

$$\dot{y} = \Delta \dot{y} = \frac{k_3 \dot{F}_x - k_1 \dot{F}_y}{k_3 k_2 - k_4 k_1} \tag{3.27}$$

$$\ddot{y} = \Delta \ddot{y} = \frac{k_3 \ddot{F}_x - k_1 \ddot{F}_y}{k_3 k_2 - k_4 k_1} \tag{3.28}$$

จาก สมการที่(3.22) และ สมการที่(3.23)

นำ k_4 คูณสมการที่ (3.22)

$$k_4 \Delta F_x = k_4 k_1 \Delta x + k_4 k_2 \Delta y \tag{3.29}$$

นำ k_2 คูณสมการที่ (3.23)

$$k_2 \Delta F_y = k_2 k_3 \Delta x + k_2 k_4 \Delta y \tag{3.30}$$

นำสมการที่ (3.29)– (3.30) จะได้ $k_4 \Delta F_x - k_2 \Delta F_y = k_4 k_1 \Delta x - k_2 k_3 \Delta x$

$$\Delta x = \frac{k_4 F_x - k_2 F_y}{k_4 k_1 - k_3 k_2} \tag{3.31}$$

$$\dot{x} = \Delta \dot{x} = \frac{k_4 F_x - k_2 F_y}{k_4 k_1 - k_3 k_2} \tag{3.32}$$

$$\ddot{x} = \Delta \ddot{x} = \frac{k_4 F_x - k_2 F_y}{k_4 k_1 - k_3 k_2} \tag{3.33}$$

จากสมการ พื้นฐาน $M\ddot{x} + \xi\dot{x} \ = \ \lambda Va - F$ สามารถเขียนเป็น 2 แนวแกนได้ดังนี้

แนวแกน x $\quad M_x\ddot{x} + \xi_x\dot{x} \ = \ \lambda_x Va_x - F_x$ (3.34)

แนวแกน y $\quad M_y\ddot{y} + \xi_y\dot{y} \ = \ \lambda_y Va_y - F_y$ (3.35)

$$M_x\left(\frac{k_4 \Delta F_x - k_2 \Delta F_y}{k_4 k_1 - k_3 k_2}\right) + \xi_x\left(\frac{k_4 \Delta F_x - k_2 \Delta F_y}{k_4 k_1 - k_3 k_2}\right) \ = \lambda_x V_{ax} - F_x$$

$$M_y\left(\frac{k_3 \Delta F_x - k_1 \Delta F_y}{k_3 k_2 - k_4 k_1}\right) + \xi_y\left(\frac{k_3 \Delta F_x - k_1 \Delta F_y}{k_3 k_2 - k_4 k_1}\right) \ = \lambda_y V_{ay} - F_y$$

$$F_x = f_1(F_{dx}\,,\ F_{dy})$$

$$F_y = f_2(F_{dx}\,,\ F_{dy})$$

จากสมการ (3.33) และ(3.34) เมื่อ $Va_x = k_x(F_{dx}-F_x)$ และ $Va_y = k_y(F_{dy}-F_y)$

จะได้ แกน x

$$M_x\left(\frac{k_4 F_x - k_2 F_y}{k_4 k_1 - k_3 k_2}\right) + \xi_x\left(\frac{k_4 F_x - k_2 F_y}{k_4 k_1 - k_3 k_2}\right) \ = \lambda_x k_x (F_{dx} - F_x) - F_x \tag{3.36}$$

แกน y

$$M_y\left(\frac{k_3 F_x - k_1 \Delta F_y}{k_3 k_2 - k_4 k_1}\right) + \xi_y\left(\frac{k_3 \Delta F_x - k_1 \Delta F_y}{k_3 k_2 - k_4 k_1}\right) \ = \lambda_y k_y (F_{dy} - F_y) - F_y \tag{3.37}$$

จากสมการ (3.36) Take laplace ภายใต้เงื่อนไขทั้งหมดเท่ากับศูนย์จะได้

$$M_x\left(\frac{k_4 s^2 F_x X(s) - k_2 s^2 F_y Y(s)}{k_4 k_1 - k_3 k_2}\right) + \xi_x\left(\frac{k_4 s^2 F_x X(s) - k_2 s^2 F_y Y(s)}{k_4 k_1 - k_3 k_2}\right) = \lambda_x k_x (F_{dx} - F_x X(s)) - F_x X(s) \tag{3.38}$$

จากสมการ (3.37) Take laplace ภายใต้เงื่อนไขทั้งหมดเท่ากับศูนย์จะได้

$$M_y\left(\frac{k_3 s^2 F_x X(s) - k_1 s^2 F_y Y(s)}{k_3 k_2 - k_4 k_1}\right) + \xi_y\left(\frac{k_3 s^2 F_x X(s) - k_1 s^2 F_y Y(s)}{k_3 k_2 - k_4 k_1}\right) = \lambda_y k_y (F_{dy} - F_y Y(s)) - F_y Y(s) \tag{3.39}$$

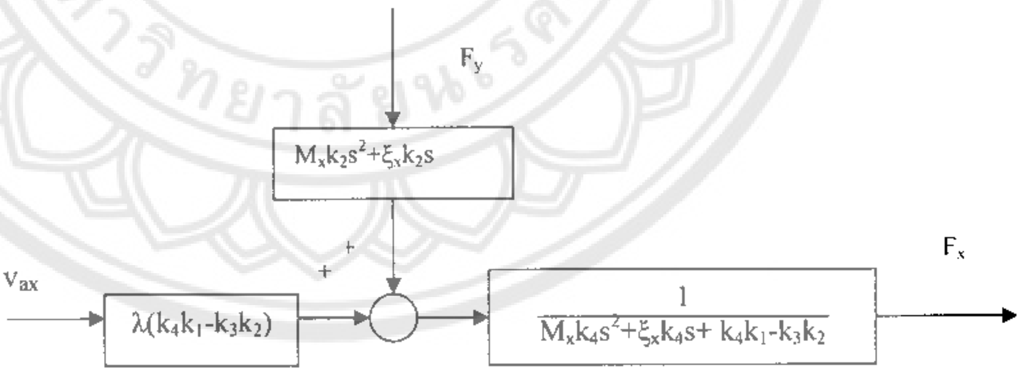
จากสมการ (3.38) เป็นสมการระบบควบคุมแรงสัมผัส ของแกน x

$$\frac{M_x k_4 s^2 F_x X(s)}{k_4 k_1 - k_3 k_2} - \frac{M_x k_2 s^2 F_y Y(s)}{k_4 k_1 - k_3 k2} + \frac{\xi_x k_4 s F_x X(s)}{k_4 k_1 - k_3 k_2} - \frac{\xi_x k_2 s F_y Y(s)}{k_4 k_1 - k_3 k_2} - \lambda_x k_x (F_{dx} - F_x X(s)) - F_x X(s) = 0$$

$$[M_x k_4 s^2 + \xi_x k_4 s - \lambda k_x (k_4 k_1 - k_3 k_2) + (k_4 k_1 - k_3 k_2)] F_x X(s) - [M_x k_2 s^2 - \xi_x k_2 s] F_y Y(s) - \lambda k_x (k_4 k_1 - k_3 k_2) F_{dx} = 0$$

$$\left[\frac{M_x k_4 s^2}{k_4 k_1 - k_3 k_2} + \frac{\xi_x k_4 s}{k_4 k_1 - k_3 k_2} - \lambda_x k\right] F_x(s) - \left[\frac{M_x k_2 s^2}{k_4 k_1 - k_3 k_2} - \frac{\xi_x k_2 s}{k_4 k_1 - k_3 k_2}\right] F_y(s) - \lambda_x k_x F_{dx} = 0 \tag{3.40}$$

จากสมการที่(3.40) จะได้ block diagram ของระบบความคุมแรงสัมผัสของ แกน x ดังรูปที่ 3.6



รูปที่ 3.6 open loop block diagram ของระบบควบคุมแรงสัมผัส ของแกน x

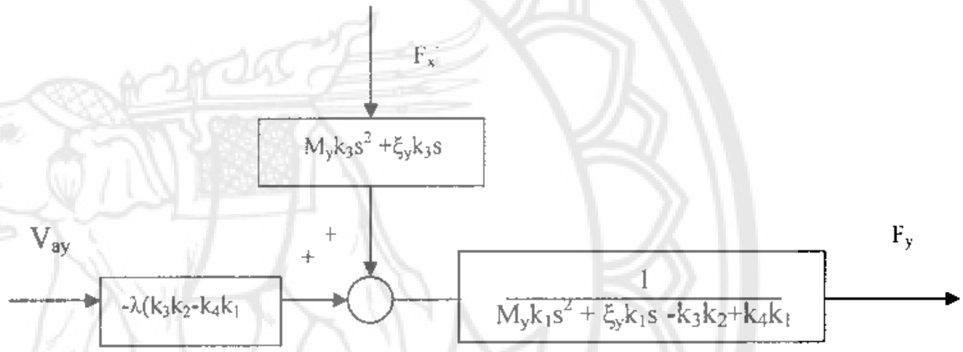
จากสมการ (3.39) เป็นสมการระบบควบคุมแรงสัมผัส ของแกน y

$$\frac{M_y k_3 s^2 F_x X(s)}{k_3 k_2 - k_4 k_1} - \frac{M_y k_1 s^2 F_y Y(s)}{k_3 k_2 - k_4 k_1} + \frac{\xi_y k_3 s F_x X(s)}{k_3 k_2 - k_4 k_1} - \frac{\xi_y k_1 s F_y Y(s)}{k_3 k_2 - k_4 k_1} - \lambda_x k_y (F_{dy} - F_y Y(s)) - F_x y(s) = 0$$

$$[M_y k_3 s^2 + \xi_y k_3 s] F_x X(s) - [M_y k_1 s^2 + \xi_y k_1 s - \lambda k_y (k_3 k_2 - k_4 k_1) - (k_3 k_2 - k_4 k_1)] F_y Y(s) - \lambda k_y (k_3 k_2 - k_4 k_1) F_{dy} = 0$$

$$\left[\frac{M_y k_3 s^2}{k_3 k_2 - k_4 k_1} + \frac{\xi_y k_3 s}{k_3 k_2 - k_4 k_1}\right] F_x(s) - \left[\frac{M_y k_1 s^2}{k_3 k_2 - k_4 k_1} - \frac{\xi_x k_1 s}{k_3 k_2 - k_4 k_1} - \lambda_y K_y\right] F_y(s) - \lambda_y k_y F_{dy} = 0 \tag{3.41}$$

จากสมการที่(3.41) จะได้ block diagram ของระบบควบคุมแรงสัมผัส ของแกน y ดังรูปที่ 3.7



รูปที่ 3.7 open loop block diagram ของระบบควบคุมแรงสัมผัส ของแกน y

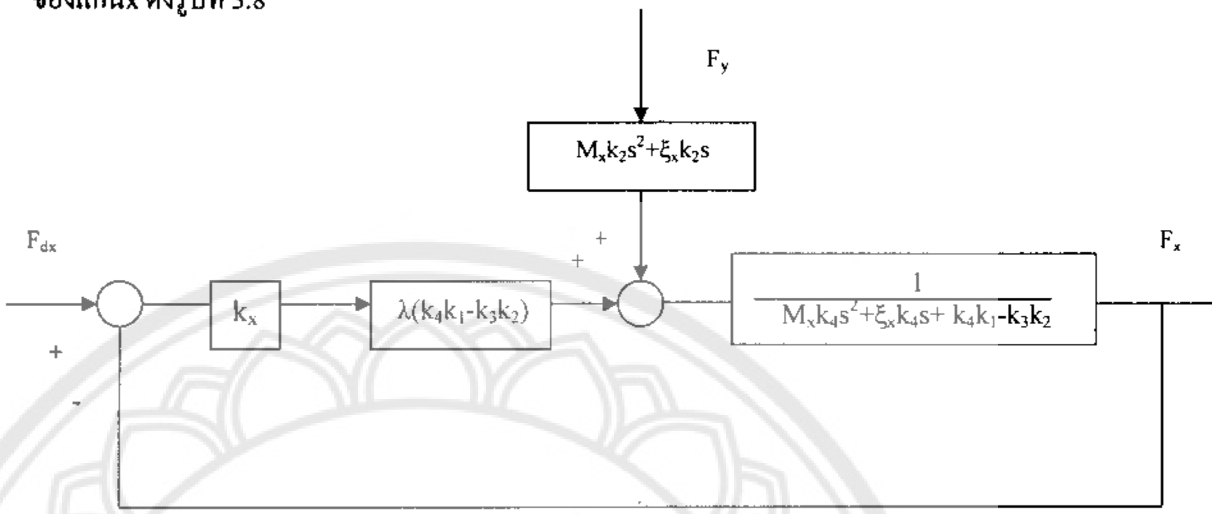
3.2 การออกแบบระบบควบคุมแรงให้กับระบบmanipulator

ในที่นี้เราจะให้ค่าความต่างศักย์ที่ป้อนให้กับมอเตอร์เป็นไปตามกฎการควบคุม P-control ดังนี้

$$V_{ax} = k_x(F_{dx} - F_x) \tag{3.42}$$

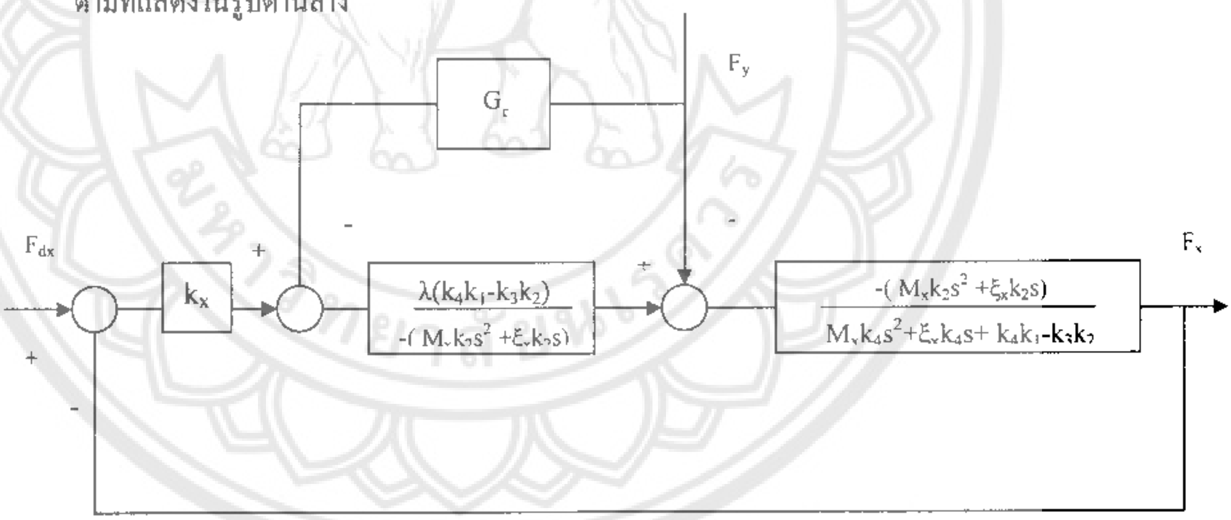
$$V_{ay} = k_y(F_{dy} - F_y) \tag{3.43}$$

นำสมการ(3.42)แทนในสมการ(3.40)จะได้block diagramของระบบควบคุมแรงสัมผัส ของแกนx ดังรูปที่ 3.8



รูปที่ 3.8 block diagram ของระบบควบคุมแรงสัมผัส ของแกน x

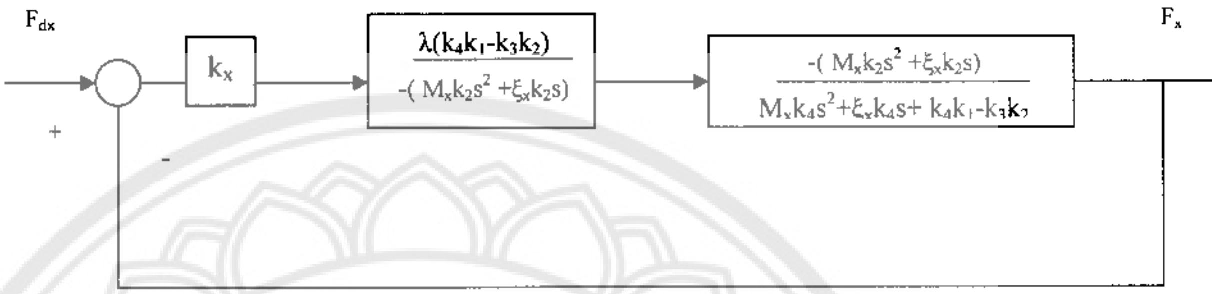
เพื่อทำการกำจัดสัญญาณ F_y ตามรูปที่ 3.8 ดังนั้นเราจึงทำ Disturbance compensation ตามที่แสดงในรูปด้านล่าง



รูปที่3.9 block diagramการทำสัญญาณ Disturbance compensation

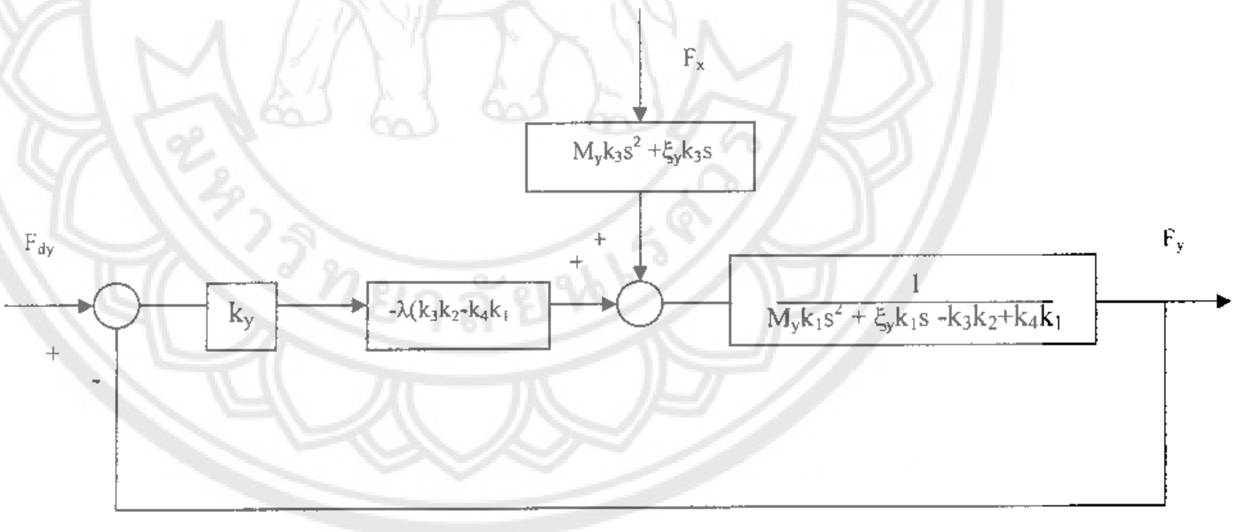
เมื่อให้ $G_c = \dfrac{M_xk_2s^2 - \xi_xk_2s}{\lambda(k_4k_1-k_3k_2)}$ จะทำให้สัญญาณ Disturbance compensation (F_y)ไม่มีผลต่อ F_X

หลังจากการทำ Disturbance compensation แล้วจะได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ตามรูปที่ 3.10



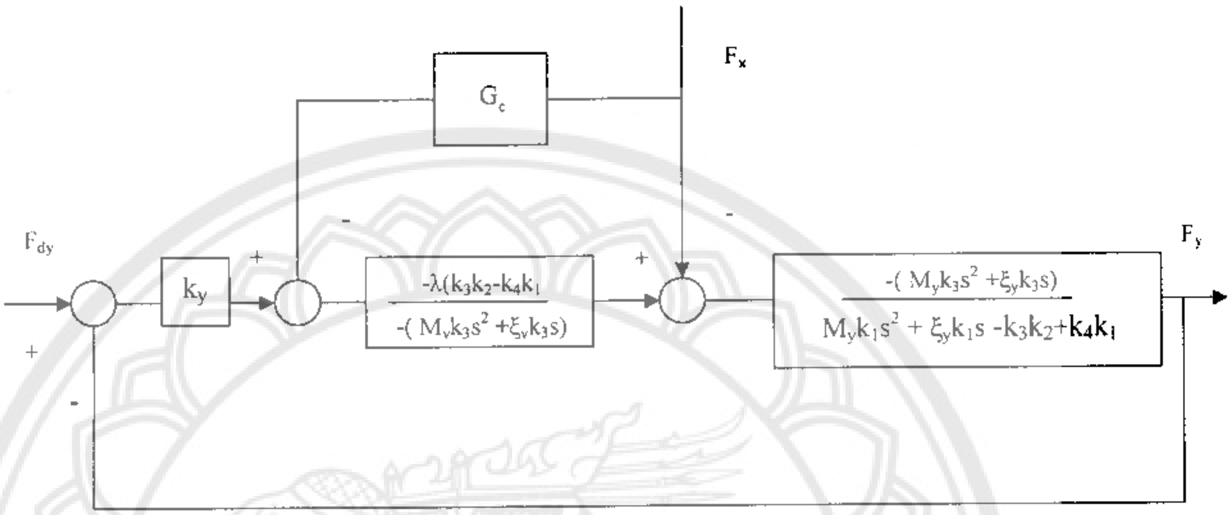
รูปที่ 3.10 block diagram ของระบบควบคุมแรงสัมผัส ของแกน x ที่ได้หลังการเปลี่ยนแปลงโครงสร้างระบบควบคุม

นำสมการ(3.43)แทนในสมการ(3.41)จะได้block diagramของระบบควบคุมแรงสัมผัสของแกนy



รูปที่ 3.11 block diagram ของระบบควบคุมแรงสัมผัส ของแกน y

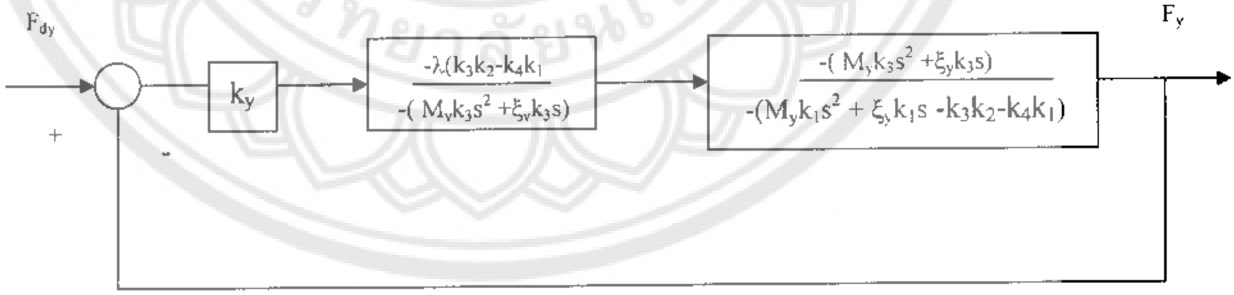
เพื่อทำการกำจัดสัญญาณ F_x ตามที่รูป 3.5 ดังนั้นเราจึงทำ Disturbance compensation ตามที่แสดงในรูปด้านล่าง



รูปที่ 3.12 block diagramการทำสัญญาณ Disturbance compensation

เมื่อให้ $G_c = \dfrac{-M_yk_3s^2+\xi_yk_3s}{\lambda(k_3k_2-k_4k_1)}$ จะทำให้สัญญาณ Disturbance disturbance(F_x)ไม่มีผลต่อ F_y

หลังจากการทำ Disturbance disturbance แล้วจะได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ตาม รูปที่ 3.13



รูปที่ 3.13 block diagram ของระบบควบคุมแรงสัมผัส ของแกน y ที่ได้หลังการเปลี่ยนแปลงโครงสร้างระบบควบคุม

3.2.1 การวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบ

- จากรูปที่ 3.10ระบบควบคุมแรงสัมผัส ของแกน x จะได้ดังนี้

$$G(s) = \frac{\lambda(k_4k_1 - k_3k_2)}{(M_xk_4s^2 + \xi_xk_4s + k_4k_1 - k_3k_2)}$$

$$T(s) = \frac{k_xG(s)H(s)}{1 + k_xG(s)H(s)}$$

$$= \frac{\dfrac{k_x\lambda(k_4k_1 - k_3k_2)}{M_xk_4s^2 + \xi_xk_4s + k_4k_1 - k_3k_2}}{\dfrac{M_xk_4s^2 + \xi_xk_4s + k_4k_1 - k_3k_2 + k_x\lambda(k_4k_1 - k_3k_2)}{M_xk_4s^2 + \xi_xk_4s + k_4k_1 - k_3k_2}}$$

$$= \frac{k_x\lambda(k_4k_1 - k_3k_2)}{M_xk_4s^2 + \xi_xk_4s + k_4k_1 - k_3k_2 + k_x\lambda(k_4k_1 - k_3k_2)}$$

$$= \frac{k_x\lambda(k_4k_1 - k_3k_2)}{M_xk_4s^2 + \xi_xk_4s + (k_4k_1 - k_3k_2)(1 - k_x\lambda)} \qquad (3.44)$$

หาค่า k_x ที่ทำให้ระบบนี้เสถียร โดย วิธี Routh's array

S^2	M_xk_4	$(k_4k_1-k_3k_2)(1-k_x\lambda)$
S^1	ξ_xk_4	0
S^0	A	B

โดยที่

$$A = \frac{-1}{\xi_xk_4}\begin{vmatrix} M_xk_4 & (k_4k_1-k_3k_2)(1-k_x\lambda) \\ \xi_xk_4 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{\xi_xk_4((k_4k_1 - k_3k_2)(1 - k_x\lambda))}{\xi_xk_4}$$

$$A = -(k_4k_1-k_3k_2)-\lambda(k_4k_1-k_3k_2)k_x \qquad (3.45)$$

$$B = 0$$

เพราะฉะนั้น $$K_x < \frac{-(k_4 k_1-k_3 k_2)}{\lambda(k_4 k_1 -k_3 k_2} \qquad (3.46)$$

- จากรูปที่ 3.13 ระบบควบคุมแรงสัมผัส ของแกน y จะได้ดังนี้

$$G(s) = \frac{-\lambda(k_3k_2-k_4k_1)}{-(M_yk_1s^2+\xi_yk_1s-k_4k_1+k_3k_2)}$$

$$T(s) = \frac{k_yG(s)H(s)}{1+k_yG(s)H(s)}$$

$$= \frac{\dfrac{k_y\,\lambda(k_3\,k_2-k_4k_1}{(M_yk_1s^2+\xi_yk_1s-k_3k_2-k_4k_1}}{\dfrac{(M_yk_1s^2+\xi_yk_1s-k_3k_2+k_4k_1+(-k_x\,\lambda(k_4k_1-k_3k_2))}{(M_yk_1s^2+\xi_yk_1s-k_3k_2-k_4k_1}}$$

$$= \frac{k_y\,\lambda(k_3k_2-k_4k_1)}{M_yk_1s^2+\xi_yk_1s-k_3k_2-k_4k_1-k_x\,\lambda(k_4k_1-k_3k_2))}$$

$$= \frac{k_y\,\lambda(k_3k_2-k_4k_1}{M_yk_1s^2+\xi_yk_1s+(k_4k_1-k_3k_2)(1+k_x\,\lambda)} \qquad (3.47)$$

หาค่า k_y ที่ทำให้ระบบนี้เสถียร โดย วิธี Routh's array

S^2	M_yk_1	$k_3k_2-k_4k_1(1+k_x\lambda)$
S^1	ξ_yk_1	0
S^0	A	B

โดยที่

$$A = \frac{-1}{\xi_yk_1}\begin{vmatrix} M_yk_1 & (-k_3k_2-k_4k_1)(1+k_x\lambda) \\ \xi_yk_1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \xi_y k_4 \left[\frac{k_4k_1 - k_3k_2 + \lambda(k_4k_1 - k_3k_2)k_y}{\xi_y k_4} \right]$$

$$A = k_4k_1 - k_3k_2 + \lambda(k_4k_1 - k_3k_2)k_y \tag{3.48}$$

$$B = 0$$

3.2.2 การวิเคราะห์ ค่า Steady state error โดยใช้ Final value

- ค่า Steady state error (e_{ss})ระบบควบคุมแรงสัมผัส ของแกนx

$$Ess = F_{dx} - F_{xss}$$

$$F_{xss} = \frac{\lambda(k_4\, k_1 - k_3\, k_2)\, k_x\, F_{dx}}{\lambda(k_4\, k_1 - k_3\, k_2)k_x\; - (k_4\, k_1 - k_3\, k_2)}$$

จะได้

$$E_{ss} = F_{dx}\left(1 - \frac{\lambda(k_4\, k_1 - k_3\, k_2)\, k_x}{\lambda(k_4\, k_1 - k_3\, k_2)k_x\; - (k_4\, k_1 - k_3 k_2)}\right) \tag{3.49}$$

จะได้ว่า ถ้าให้ค่า k_x เป็นลบมากมาก ค่า Steady state error (e_{ss}) จะมีค่าน้อยลง

- ค่า Steady state error (e_{ss})ระบบควบคุมแรงสัมผัส ของแกนy

$$E_{ss} = F_{dy} - F_{yss}$$

$$F_{yss} = \frac{F_{dy} k_y \lambda(k_4 k_1 - k_3 k_2)}{k_y \lambda(k_4 k_1 - k_3 k_2) + (k_4 k_1 - k_3 k_2)}$$

จะได้

$$E_{ss} = F_{dy}\left(1 - \frac{k_y \lambda(k_4 k_1 - k_3 k_2)}{k_y \lambda(k_4 k_1 - k_3 k_2) + (k_4 k_1 - k_3 k_2)}\right) \tag{3.50}$$

จะได้ว่า ถ้าให้ค่า k_y เป็นบวกมากมาก ค่า Steady state error (e_{ss}) จะมีค่าน้อยลง