บทที่ 2
ทฤษฎีการออกแบบคานคอนกรีตเสริมเหล็ก

2.1 บทนำ

คานเป็นองค์อาคารซึ่งอยู่ในแนวราบซึ่งทำหน้าที่รองรับน้ำหนักจากพื้น (Slab) ผนัง (partitions) และกำแพง (wall) ซึ่งวางอยู่บนคานนั้น ในบางกรณีคานอาจเอียงทำมุมกับแนวราบ เช่น คานหลังคา (roof beams) อาจกล่าวอีกนัยหนึ่งได้ว่าคานทำหน้าที่ถ่ายน้ำหนักให้กับเสาที่รองรับ หรือคานหลักที่รองรับเพื่อถ่ายน้ำหนักให้กับเสาอีกทีหนึ่ง

แรงที่เกิดขึ้นในคานเนื่องจากการรองรับน้ำหนักได้แก่ แรงดัด (Bending) และแรงเฉือน (shear) และในกรณีที่น้ำหนักที่กระทำบนคานมีลักษณะไม่สมดุล ก็จะทำให้เกิดแรงบิด (torsion) ขึ้นในคานอีกแรงหนึ่ง เช่น กรณีของคานรับพื้นกันสาด หรือคานขอบนอก (spandrels) เป็นต้น ดังนั้นคานก็คือองค์อาคารที่รับแรงดัด (flexural members) นั้นเอง

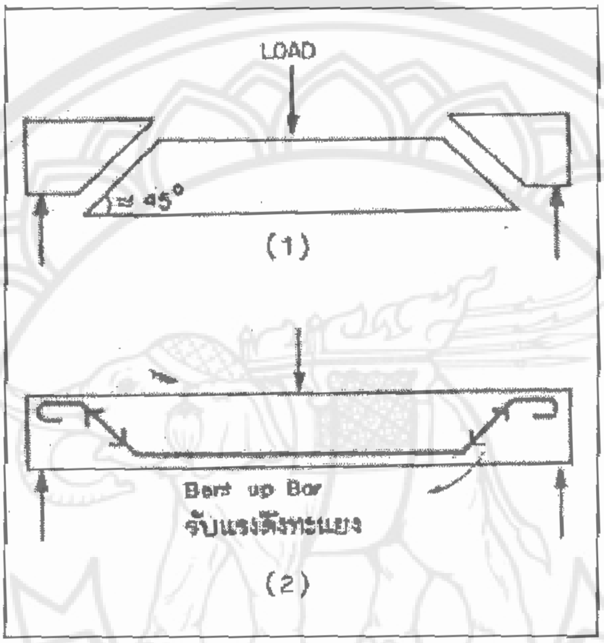
ในอาคารคอนกรีตเสริมเหล็กทั่วๆ ไปแล้ว คานมักมีความยาวต่อเนื่องกัน แรงดัดที่เกิดขึ้นบริเวณกลางคาน จะเกิดแรงอัด (Compression) ขึ้นที่ส่วนบนของคานและเกิดแรงดึง (tension) บริเวณท้องคาน และลักษณะการเกิดแรงดัดในคานบริเวณที่รองรับ (support) จะกลับกันดังใน

เนื่องจากคอนกรีตรับแรงอัดได้สูง แต่รับแรงดึงได้ต่ำ ดังนั้นจึงนิยมนำเหล็กซึ่งมีคุณสมบัติในการรับแรงดึงได้สูงมาเสริมในคานคอนกรีตในบริเวณที่เกิดแรงดึง

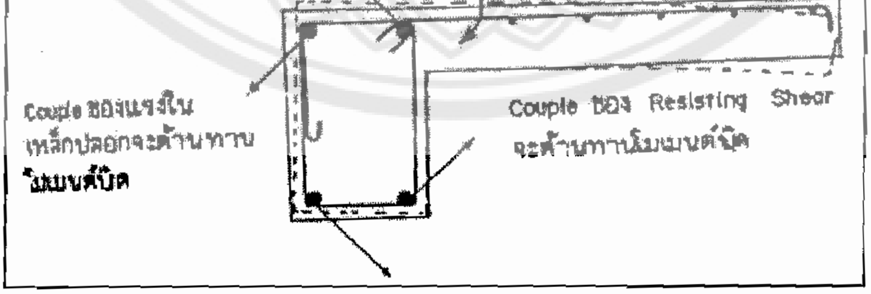
2.2 ชนิดของคานคอนกรีตเสริมเหล็ก

สามารถแบ่งคานคอนกรีตเสริมเหล็กออกได้ 2 ชนิด ตามลักษณะของการเสริมเหล็กดังนี้

ชนิดที่ 1 คานคอนกรีตเสริมเหล็กรับแรงดึง (singly reinforced concrete beams) ได้แก่คานคอนกรีตที่เสริมเหล็กเพื่อรับแรงดัดส่วนที่เป็นแรงดึงที่เกิดขึ้นในคาน และคอนกรีตจะรับแรงอัดที่เกิดขึ้นทั้งหมด

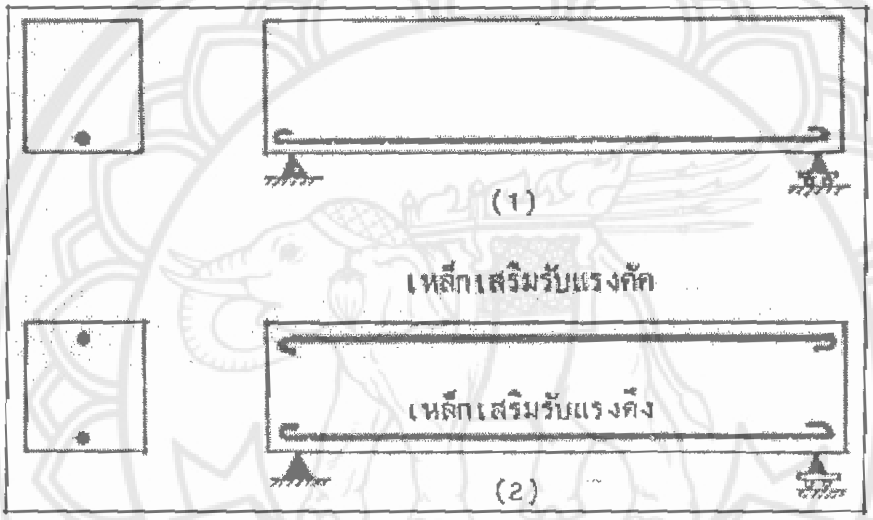


ภาพที่ 1 การเกิดแรงเฉือนและแรงดึงทแยงมุมในคาน



ภาพที่ 2 การเกิดแรงบิดในคาน

ชนิดที่ 2 คานคอนกรีตเสริมเหล็กรับแรงดึงและแรงอัด (Double-Rein forced Concrete Beams) ได้แก่ คานคอนกรีตที่เสริมเหล็กเพื่อรับแรงดัดส่วนที่เป็นแรงดึง และแรงอัด กล่าวคือในกรณีที่คานถูกจำกัดขนาดเนื่องจากเหตุผลทางสถาปัตยกรรมและแรงอัดที่เกิดขึ้นในคานเนื่องจากน้ำหนักที่กระทำบนคานที่มีค่า มากกว่าความสามารถในการรับแรงอัดของคอนกรีต ในกรณีนี้จะมีการเสริมเหล็กเข้าช่วยรับแรงอัดส่วนที่เกินความสามารถในการรับแรงอัดของคอนกรีต หรืออาจกล่าวอีกนัยหนึ่งได้ว่าคานคอนกรีตเสริมเหล็กรับแรงอัด จะมีขนาดหน้าตัดของคานใหญ่กว่าคานคอนกรีตเสริมเหล็ก รับแรงดึงและแรงอัด ในกรณีที่ต้องรับแรงดัด



ภาพที่ 3 ชนิดของคานคอนกรีตเสริมเหล็ก

(I) คานคอนกรีตเสริมเหล็กรัง แรงดึง

(2) คานคอนกรีตเสริมเหล็กรับแรงดึงและแรงอัด

2.3 ชนิดของคาน

ในการออกแบบคานให้สามารถรับแรงดัดที่เกิดจากน้ำหนักกดทับ สิ่งแรกที่ผู้ออกแบบจะต้องกำหนดขึ้นเองก็คือหน้าตัดของคาน ในการออกแบบคานโดยทั่วไปแล้วมักกำหนดให้คานมีความลึกประมาณ $\frac{1}{10}$ ของช่วงความยาวคาน (Span length) และมีความกว้างประมาณ $\frac{1}{4}$ – $\frac{1}{2}$ ลึกของคาน แต่อย่างไรก็ตามการกำหนด หน้าตัดของคานจะต้องสอดคล้องกับมาตรฐานที่ใช้ในการออกแบบ เช่น มาตรฐานของวิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทยมาตรฐานของ ACI และมาตรฐานของ BS เป็นต้นกล่าวคือขนาดของคานที่ได้ออกแบบจะต้องมีความกว้างและความลึกมากพอที่จะต้านทานการโก่ง (Deflection) ที่เกิดขึ้นในคานไม่ให้มีค่ามากกว่าค่าความโก่งที่มาตรฐาน

กำหนดไว้ เช่น ตามาตรฐานของ ว.ส.ท. ความโก่งที่ยอมให้ (allowable deflection) มีค่าเท่ากับ เมื่อ L คือค่าช่วงความยาวคาน

ในการออกแบบคานในกรณีที่ไม่ต้องการตรวจสอบความโก่งที่เกิดขึ้นเนื่องจากการรองรับน้ำหนัก คานจะต้องมีความลึกไม่น้อยกว่า ค่าต่อไปนี้

$\frac{L}{20}$ สำหรับคานช่วงเดียว

$\frac{L}{23}$ สำหรับคานที่มีปลายต่อเนื่องข้างเดียว

$\frac{L}{26}$ สำหรับคานที่มีปลายต่อเนื่องทั้งสองข้าง

$\frac{L}{10}$ สำหรับคานยื่น

2.4 <u>การจัดเหล็กเสริมในคาน</u>

วิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทยได้กำหนดมาตรฐานในการจัดงานเหล็กเสริมในคานไว้ดังนี้

2.4.1 ระยะเรียงของเหล็กเสริม ระยะช่องว่างระหว่างผิวของเหล็กเสริมที่วางขนานกันจะต้องห่างกันไม่น้อยกว่าค่าต่อไปนี้

2.4.1.1 ห่างเท่ากับขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของเหล็กเสริม หรือเท่า $1\frac{1}{3}$ ของขนาดใหญ่สุดของมวลหยาบ (maximum aggregate size) และต้องไม่น้อยกว่า 2.5 ซม.

2.4.1.2 ในคานที่มีการเสริมเหล็กตั้งแต่สองชั้นขึ้นไป ระยะระหว่างเหล็กเสริมในแต่ละชั้นจะต้องไม่น้อยกว่า 2.5 ซม. และเหล็กเสริมที่อยู่ชั้น บนจะต้องเรียงให้ตรงกับเหล็กเสริมในชั้นล่าง

2.4.2 ความหนาของคอนกรีตที่หุ้มผิวเหล็กเสริม เพื่อป้องกันการกัดกร่อนผุพังและการเกิดสนิมของเหล็กเสริมอันเนื่องมาจากสภาพภูมิอากาศ ซึ่งจะทำให้เหล็กเสริมมีกำลังลดลงวิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทยจึงได้กำหนดความหนาของคอนกรีตที่หุ้มผิวของเหล็กเสริม ต้องมีค่าไม่น้อยกว่าค่าต่อไปนี้

2.4.2.1 ในกรณีที่คานไม่ได้สัมผัสกับดินหรือถูกแดดฝน และต้องมีค่าไม่น้อยกว่าขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของเหล็กเสริมนั้น (ใช้ค่ามาก)

2.4.2.2 ในกรณีที่คานไม่ได้สัมผัสกับดินหรือถูกแดดฝน ระยะหุ้มของคอนกรีตจะต้องมีค่าไม่น้อยกว่าค่าต่อไปนี้

4 ซม. สำหรับเหล็กเสริมที่มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางตั้งแต่ 15 มม. ขึ้นไป

3 ซม. สำหรับเหล็กเสริมที่มีขนาด เส้นผ่าศูนย์กลาง เล็กกว่า 15 มม.

2.4.2.3 ในกรณีของคานที่เทคอนกรีตลงบนดินโดยตรงเช่น กรณีของคานคอดิน ความหนาของคอนกรีตที่หุ้มผิวเหล็กจะต้องมีค่าไม่น้อยกว่า 6 ซม.

2.4.2.4 ในกรณีของคานที่มีเหล็กปลอก (stirrups) รับแรงเฉือน ความหนาของคอนกรีดที่หุ้มผิวเหล็กคือระยะที่วัดจากผิวของเหล็กปลอกถึงผิวของคาน

สิ่งที่ควรคำนึงในการจัดเหล็กเสริมในคานนอกเหนือจากที่มาตรฐานกำหนดไว้มีดังนี้

- ในกรณีของคานที่ประกอบด้วยเหล็กเสริมหลายขนาด ควรจัดเหล็กเสริมที่มีขนาดใหญ่ว่าไว้ริมนอก
- การต่อหรือการทาบเหล็กเสริมในคานไม่ควรต่อเหล็กเสริมในบริเวณที่เกิดแรงดึงสูงสุด ซึ่งได้แก่ บริเวณกลางคาน และบริเวณหัวเสา

2.5 การดัดและวิธีหน่วยแรงใช้งาน

หัวข้อนี้จะใช้ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียด กลสมบัติอื่นๆ ของคอนกรีตและเหล็กเสริมเพื่อใช้คำนวณออกแบบองค์อาคารรับแรงดัด โดยวิธีหน่วยแรงใช้งาน (Working strength or elastic) โดยกล่าวถึงคานหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า 2 กรณี คือ คานที่เสริมเฉพาะเหล็กต้านทานแรงดึง (Singly reinforcement beam) และคานที่เสริมทั้งเหล็กต้านทานแรงดึงและแรงอัด (Doubly reinforcement beam) นอกจากนั้นจะกล่าวถึงคานที่มีลักษณะพิเศษ เช่น คานลึก คานแบน คานซ่อน คานเหล็ก และเกณฑ์กำหนดในงานออกแบบ การคำนวณออกแบบองค์อาคารรับแรงดัดโดยวิธีหน่วยแรงใช้งาน หรือทฤษฎีอีลาสติก (Elastic theory) มีสมมติฐานเบื้องต้น คือ

2.5.1 ระนาบของหน้าตัดยังคงเป็นระนาบทั้งก่อนหรือหลังดัด

2.5.2 ขณะที่บรรทุกน้ำหนักใช้งาน และหน่วยแรงที่เกิดขึ้นไม่เกินหน่วยแรงใช้งานที่ยอมให้ ความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรง (ความเค้น) และความเครียดของคอนกรีดให้ถือว่าเป็นเส้นตรง กล่าวคือหน่วยแรงแปรผันโดยตรงกับระยะจากแกนสะเทิน ยกเว้นคานลึกตาม ว.ส.ท.4600

2.5.3 ให้เหล็กเสริมต้านทานแรงดึงทั้งหมดที่เกิดจากการดัด แม้ปกติคอนกรีดจะต้านทานแรงดึงได้บ้างแต่น้อยมากเมื่อเทียบกับกำลังต้านทานแรงอัด

2.5.4 ในการคำนวณออกแบบให้แทนที่หน้าตัดของเหล็กเสริมรับแรงดึงด้วยหน้าตัด

คอนกรีต ซึ่งมีเนื้อที่ n เท่าของหน้าตัดเหล็กเสริมนั้น และด้วยเหตุนี้จึงควรกล่าวเพิ่มเติมว่า โมดูลัสยืดหยุ่นของคอนกรีต เหล็กเสริม หรือค่าอัตราส่วนโมดูลัส (n) คงที่สม่ำเสมอตลอดความยาวคาน

นอกจากสมมติฐานทั้ง 4 ข้อแล้ว ควรระบุสมมติฐานเพิ่มเติมว่า การยึดหน่วงระหว่างคอนกรีตและเหล็กสม่ำเสมอ เมื่อต้านทานแรงดัด (แรงดึงหรือแรงดัด) เหล็กเสริมไม่เลื่อนหรือครูดจากคอนกรีตที่หุ้มอยู่โดยรอบหรือกลับกัน ข้อเท็จจริงมิได้เป็นข้อจำกัดของการออกแบบโดยวิธีหน่วยแรงใช้งาน ดังนั้นในหลายๆประเทศได้เปลี่ยนแปลงไปใช้วิธีออกแบบอื่นๆ อย่างไรก็ตามวิธีหน่วยแรงงานใช้งานก็ยังคงมีประโยชน์หรือความจำเป็นอยู่ดังจะได้กล่าวต่อไป

2.6 <u>คานที่เสริมเหล็กต้านทานแรงดึง</u>

การกระจายความเค้นและความเครียดบนหน้าตัดคานที่เสริมเหล็กต้านทานแรงดึง

กำหนด b	:	ความกว้างคาน
d	:	ความลึกประสิทธิผล
E_c	:	โมดูลัสยืดหยุ่นของคอนกรีต
E_s	:	โมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็กเสริม
f'_c	:	กำลังอัดประลัยของคอนกรีต
f_c	:	กำลังหรือหน่วยแรงใช้งานของคอนกรีต
f_y	:	กำลังครากของเหล็กเสริม
f_s	:	หน่วยแรงใช้งานของเหล็กเสริมต้านทานแรงดึง
j	:	ตัวคูณแขน โมเมนต์ของแรงคู่ควบระหว่างแรงอัดในคอนกรีตและแรงดึงในเหล็กเสริม
k	:	ตัวคูณระยะระหว่างศูนย์ถ่วงแรงอัดในคอนกรีตถึงแกนสะเทิน
n	:	อัตราส่วนระหว่างโมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็กเสริมต่อโมดูลัสยืดหยุ่นของ
$\sum c$	:	ความเครียดในคอนกรีต
$\sum s$	:	ความเครียดในเหล็กเสริมต้านทานแรงดึง

จะได้
$$E_c = \frac{f_c}{\sum c} \tag{2.6.1}$$

$$E_s = \frac{f_s}{\sum s} \tag{2.6.2}$$

$$n = \frac{E_s}{E_c}$$

$$= \frac{f_s \cdot \sum c}{f_c \cdot \sum s} \quad (2.6.3)$$

สามเหลี่ยมคล้าย

$$\frac{\sum c}{k\,.\,d} = \frac{\sum s}{d - k\,.\,d} \quad (2.6.4)$$

หรือ $= \frac{k}{1-k}$

แทน (2.6.4) ใน (2.6.3) ได้

$$n = \frac{f_s\,.\,k}{f_c\,.\,(1-k)}$$

หรือ $k = \frac{1}{1 + \frac{f_s}{(n\,.\,f_c)}}$ (2.6.5)

แขนโมเมนต์ (j .d) ระหว่างแรงดึงในเหล็กเสริม (T) และแรงอัดในคอนกรีต (C) คำนวณจาก

$$j\,.\,d = d - \frac{k\,.\,d}{3} \quad (2.6.6.1)$$

หรือ $j = 1 - \frac{k}{3}$ (2.6.6.2)

แรงอัดในคอนกรีต (ซึ่งศูนย์ถ่วงห่างจากผิวด้านเกิดหน่วยแรงอัด k . d หรือ 2 . k . d เหนือแกนสะเทิน)

คำนวณจาก

$$C = \frac{1}{2}\,.\,f_c\,.\,b\,.\,k\,.\,d \quad (2.6.7)$$

แรงดึงในเหล็กเสริมกระทำที่ตำแหน่ง (d- k . d) จากแกนสะเทิน

คำนวณจาก

$$T = A_s\,.\,f_s \quad (2.6.8)$$

สมดุลของแรงในแนวราบ (2.6.7) = (2.6.8) จะได้

$$\frac{1}{2} f_c \cdot b \cdot k \cdot d = A_s \cdot f_s \quad (2.6.9)$$

หากกำหนดให้ p เป็นอัตราส่วนระหว่างพื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมต่อพื้นที่ประสิทธิผลของคาน ($p = \frac{A_s}{b.d}$) สมการ (2.6.9) จะเขียนได้ดังนี้

$$\frac{f_c}{2.f_s} = \frac{A_s}{b.k.d}$$

หรือ

$$\frac{f_s}{F_c} = \frac{k}{(2.p)} \quad (2.6.10)$$

แทนค่า (2.6.10) ใน (2.6.5) จะได้

$$k = \frac{1}{1 + \frac{k}{(2.n.p)}}$$

$$= [\, 2.n.p + (n.p)^2 \,]^{1/2} - np \quad (2.6.11)$$

โมเมนต์ดัดต้านทานในเหล็กเสริม

$$M_R = C . j . d$$

$$= \frac{1}{2} . f_c . j . b . k . d^2 \quad (2.6.12)$$

กำหนด R

$$R = \frac{1}{2} . f_c . j . k . \quad (2.6.13)$$

ดังนั้น

$$M_R = R . b . d^2 \quad (2.6.14)$$

โมเมนต์ดัดต้านทานในเหล็กเสริม

$$M = T . j . d$$

$$= A_s . f_s . j . d$$

หรือ

$$As = \frac{M}{f_s . j . d} \quad (2.6.15)$$

กรณีคานเสริมเฉพาะเหล็กต้านทานแรงดึงนี้ โมเมนต์ดัดในสมการ (2.6.15) นี้จะต้องมีค่าไม่เกินโมเมนต์ต้านทานของคอนกรีต ($M < M_R$) หากโมเมนต์ดัดมีค่ามากกว่าโมเมนต์ต้านทานของคอนกรีต หน้าตัดคานดังกล่าวก็จะต้องเสริมเหล็กต้านทานแรงอัด เพื่อต้านทานโมเมนต์ดัดส่วนเกิน ($M - M_R$) และพร้อมๆกันก็จะต้องเสริมเหล็กต้านทานแรงดึงเพิ่มเติมจากที่คำนวณได้ตามสมการที่ (3.15) เพื่อรักษาสมดุลระหว่างแรงดึงและแรงอัด ดังจะได้กล่าวในหัวข้อถัดไป อนึ่ง ว.ส.ท.4700 (ก) กำหนดให้องค์อาคารรับแรงดัด (ยกเว้นกรณีแผ่นพื้นที่มีความหนาเท่ากันตลอด) ที่ต้องใช้เหล็กเสริมต้านทานแรงดึงจากการคำนวณอัตราส่วน “p” ต้องไม่น้อยกว่า $14 / f_y$ ($A_s > 14 / f_y . b. d$) นอกจากทุกๆหน้าตัดขององค์อาคารจะมีเหล็กเสริมสำหรับโมเมนต์บวกหรือโมเมนต์ลบไม่น้อยว่า 1.34 เท่าของค่าที่คำนวณได้

2.7 คานที่เสริมเหล็กต้านทานแรงดึงและแรงอัด

การกระจายความเค้น และความเครียดบนหน้าตัดคานที่เสริมทั้งเหล็กต้านทานแรงดึงและแรงอัด

กำหนด d' : ระยะระหว่างผิวคอนกรีตด้านรับแรงอัดถึงศูนย์กลางเหล็กเสริมต้านทานแรงอัด

f_s' : หน่วยแรงใช้งานของเหล็กเสริมต้านทานแรงอัด

: ความเครียดในเหล็กเสริมต้านทานแรงดึง

จะได้

$$= \frac{f_c}{E_c} \qquad (2.7.1)$$

$$= \frac{f_s}{E_s} \qquad (2.7.2)$$

$$= \frac{f'_s}{E_s} \qquad (2.7.3)$$

จากสามเหลี่ยมคล้าย

$$\frac{\sum c}{k_d} = \frac{\sum s}{d - k . d} \qquad (2.7.4.1)$$

$$= \frac{\sum s}{k . d - d'} \qquad (2.7.4,2)$$

แทน (2.7.1) และ (2.7.2) ใน (2.7.4.1)

$$\frac{f_c}{E_c . k . d} = \frac{f_s}{E_s . (d - k . d)}$$

หรือ

$$f_s = \frac{E_s . f_c}{E_c} . \frac{(d-k . d)}{k . d}$$

$$= n . f_c . \frac{(d-k . d)}{k . d} \qquad (2.7.5)$$

แทน (2.7.2) และ (2.7.3) ใน (2.7.4.2) ได้

$$\frac{f_{s'}}{E_s . (k.d - d')} = \frac{f_s}{E_s . (d - k . d)}$$

หรือ

$$f_{s'} = f_s . \frac{k .d - d'}{d-k . d} \qquad (2.7.6.1)$$

ปกติคอนกรีตจะหดตัวเพิ่มขึ้นตามเวลาภายใต้แรงอัดที่คงที่ เรียกว่า การคืบ (Creep) ดังนั้นเหล็กเสริมต้านทานแรงอัดจะหดตัวตามคอนกรีตซึ่งอยู่โดยรอบ ทำให้หน่วยแรงอัดในเหล็กเสริมต้านทานแรงอัดมีค่าสูงกว่าที่กำหนด โดยทฤษฎีอีลาสติก ว.ส.ท. 6206 (ค) ยอมให้เหล็กเสริมต้านทานแรงอัดนี้มีค่าหน่วยแรงอัดเป็นสองเท่าของค่าที่คำนวณโดยวิธีอีลาสติก แต่ต้องมีค่าไม่เกินหน่วยแรงดึงของเหล็กเสริมนั้น ดังสมการ (2.7.6.1) เขียนใหม่ได้ดังนี้

$$f_{s'} = 2 . f_s . \frac{(k . d - d')}{(d-k. d)} \qquad (2.7.6.2)$$

$$< f_s$$

$$f_{s'} = 2 . n . f_c . \frac{(k . d - d')}{k . d} \qquad (2.7.6.3)$$

สมดุลของแรงภายในหน้าตัดตามแนวราบ

$$C_c + C_s = T \qquad (2.7.7)$$

หากสมมติว่าพื้นที่คอนกรีตที่ถูกแทนที่ด้วยเหล็กเสริมมีค่าน้อยมาก อาจเขียนได้ว่า

$$C_c = \frac{1}{2} . f_c . b. k. d \qquad (2.7.8)$$

$$C_s = A_{s'} . f_{s'} \qquad (2.7.9.1)$$

แทน (2.7.6.3) ใน (2.7.9.1) จะได้

$$C_s \quad = \quad 2.n.A_s'.f_c.\frac{(k.d-d')}{k.d} \qquad (2.7.9.2)$$

และ

$$T \quad = \quad A_s.f_s \qquad (2.7.10.1)$$

แทน (2.7.5) ใน (2.7.10.1) จะได้

$$T \quad = \quad n.A_s.f_c.\frac{(d-k.d)}{k.d} \qquad (2.7.10.2)$$

กำหนด

$$p \quad = \quad \frac{A_s}{b.d} \qquad (2.7.11)$$

และ

$$p' \quad = \quad \frac{A_s'}{b.d} \qquad (2.7.12)$$

แทน (2.7.8) , (2.7.9.2) และ (2.7.10.2) , (2.7.11) และ (2.7.12) ใน (2.7.7) จะได้

$$\frac{1}{2}.k+2.p'.n.\frac{(k.d-d')}{(k.d)} \quad = \quad p.n.\frac{(d-k.d)}{(k.d)}$$

หรือ

$$k \quad = \quad \left[n^2.(2.p'+p)^2+2.n.(p+2.p'.\frac{d'}{D})\right]^{1/2}$$

$$\quad = \quad -n.(2.p'+p) \qquad (2.7.13)$$

ในทางปฏิบัติคานจะเสริมเหล็กต้านทานแรงอัดต่อเมื่อหน้าตัดของคานดังกล่าวมีโมเมนต์น้อยกว่าโมเมนต์ดัดที่กระทำต่อหน้าตัด ($M_R < M$) ดังนั้นการคำนวณออกแบบถือว่าโมเมนต์ดัดทั้งหมดที่กระทำต่อหน้าตัดคานแบ่งเป็น 2 ส่วน (M1 และ M_2) โดยที่

$$M \quad = \quad M_1+M_2 \qquad (2.7.14)$$

เมื่อ M : โมเมนต์ดัดทั้งหมดที่กระทำต่อหน้าตัดคาน

กำหนดให้โมเมนต์ดัดส่วนแรก (M_1) มีค่าสูงสุด คือ เท่ากับโมเมนต์ต้านทาน (M_R)

$$M_1 \quad = \quad M_R$$

$$\quad = \quad R.b.d^2 \qquad (2.7.15)$$

พื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมต้านทานแรงดึงคำนวณจาก M_R (A_{s1}) คำนวณจาก

$$A_{s1} \quad = \quad \frac{M_R}{f_s.j.d} \qquad (2.7.16)$$

โมเมนต์ดัดส่วนเกิน (M2 = M – MR) จะถูกต้านทานโดยแรงคู่ควบในเหล็กเสริมต้านทานแรงดึง (AS2) และเหล็กเสริมต้านทานแรงอัด (A's) โดยมีระยะห่าง (หรือแขนโมเมนต์ของแรงคู่ควบ) เท่ากับ d – d' ดังนั้นประมาณเหล็กดังกล่าวคำนวณได้จาก

$$A_{s2} = \frac{M_2}{f_s \cdot (d - d')} = \frac{(M - M_R)}{f_s \cdot (d - d')} \qquad (2.7.17)$$

เหล็กเสริมต้านทานแรงดึงทั้งหมด (A_s)

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} \qquad (2.7.18)$$

เหล็กเสริมต้านทานแรงอัด (A_s') คำนวณจากสมดุลของแรงแนวราบในหน้าตัด

$$A_s' \cdot f_s' = A_{s2} \cdot f_s$$

หรือ

$$A_s' = \frac{A_{s2} \cdot f_s}{f_s'} \qquad (2.7.19)$$

แทน (2.7.5) และ (2.7.6.3) ใน (2.7.19) จะได้

$$A_s' = A_{s2} \cdot \frac{(d - k \cdot d)}{2 \ (k \cdot d - d')} \qquad (2.7.20.1)$$

หรือ

$$A_s' = A_{s2} \cdot \frac{(1 - k)}{2 \ (k - \frac{d'}{d})} \qquad (2.7.20.2)$$

2.8 <u>คานเหล็ก</u>

ในทางปฏิบัติควรหลีกเลี่ยงการออกแบบคานที่ต้องเสริมเหล็กต้านทานแรงอัด ไม่ว่าจะเป็นกรณีคานช่วงเดียว ซึ่งโมเมนต์บวกอาจมีค่าสูง หรือกรณีคานต่อเนื่องซึ่งทั้งโมเมนต์บวกและลบอาจมีค่าสูง เพราะยุ่งยากและสิ้นเปลือง ควรเลือกเพิ่มความลึกของหน้าตัด เว้นแต่ในบางกรณีหลีกเลี่ยงโดยวิธีดังกล่าวไม่ได้อาจต้องเลือกเสริมเหล็กต้านทานแรงอัด อย่างไรก็ตามปริมาณเหล็กเสริมต้านทานแรงอัดไม่ควรมากกว่าปริมาณเหล็กเสริมต้านทานแรงดึง คานที่ปริมาณเหล็กเสริมต้านทานแรงอัดมีค่าใกล้เคียงหรือเท่ากับปริมาณเหล็กเสริมต้านทานแรงดึง เรียกว่า คานเหล็ก (Steel beam) การออกแบบคานเหล็กนอกจากจะใช้วิธีที่กล่าวถึงในบทนี้แล้ว ยังอาจคำนวณโดยใช้วิธีหน้าตัดแปลง อย่างไรก็ตามควรหลีกเลี่ยงออกแบบคานเหล็กเพราะสิ้นเปลือง และหากโมเมนต์ดัดในหน้าตัดคานมีค่าสูงแล้ว ค่าแรงเฉือนก็มักจะสูงด้วยเช่นกัน ทำให้การออกแบบแรงเฉือนหรือตรวจสอบแรงยึดหน่วงยุ่งยากเช่นกัน

มหาวิทยาลัยนเรศวร

2.9 คานซ่อนหรือคานแบน

คานซ่อนหรือคานแบน (Hidden or Band beam) หมายถึง คานที่เป็นแถบส่วนหนึ่งของพื้นที่ หรือคานที่ซ่อนอยู่ในพื้นที่นั่นเอง โดยมีวัตถุประสงค์ที่จะเพิ่มความแข็งแรงของแถบดังกล่าวบนแผ่นพื้น เช่น ในกรณีรับกำแพง (น้ำหนักแผ่ต่อหน่วยความยาว) หรือกรณีที่ไม่ต้องการให้คานนั้นปรากฏ การออกแบบคานซ่อนยังคงใช้หลักการออกแบบคานปกติได้ แต่ควรให้รายละเอียดเหล็กเสริมอย่างระมัดระวัง

2.10 คานแคบ

คานแคบ (Narrow beam) คือ คานที่มีอัตราส่วนความยาวช่วงต่อความกว้าง (l/ b) มากกว่า 30 ในกรณีที่เป็นคานแคบ กำลังหรือโมเมนต์ต้านของหน้าตัดคาน (โมเมนต์ต้านทานในคอนกรีต) มีแนวโน้มจะต่ำกว่าค่าที่คำนวณได้ในทางทฤษฎี เนื่องจากคานแคบอาจโก่งเดาะทางด้านข้าง (คล้ายคลึงกับคานลึกแต่พฤติกรรมอื่นๆแตกต่างกัน) ดังนั้นกำลังหรือโมเมนต์ต้านทานดังกล่าวจึงต้องปรับแก้ด้วยตัวคูณลดกำลัง (Reduction factor) ซึ่งสังเคราะห์ได้จากผลทดสอบดังนี้

$$M_c' = R_b \cdot M_c \qquad (2.10.1)$$

$$R_b = 1.75 - \frac{1}{40 \cdot b} \qquad (2.10.2)$$

เมื่อ l : ความยาวช่วงคาน

b : ความกว้างคาน

นอกจากนั้นความลึกประสิทธิผลจะต้องไม่เกิน 8 เท่าของความกว้าง ($d < 8 \cdot b$) และต้องออกแบบให้เหล็กเสริมต้านทานแรงเฉือนทั้งหมด

2.11 คานลึก

ว.ส.ท. 4600 กำหนดให้คานต่อไปนี้เป็นคานลึก (Deep beams)

ชนิดคาน	มีอัตราส่วนความลึกต่อความยาวช่วง (h / l)
คานต่อเนื่อง	มากกว่า 2 / 5
คานช่วงเดียว	มากกว่า 4 / 5

หมายเหตุ l คือ ระยะระหว่างขอบที่รองรับ (Clear span length)

สาเหตุที่ต้องกำหนดเงื่อนไขเช่นนี้ขึ้นมา เนื่องจากความเครียดที่เกิดขึ้นไม่เป็นสัดส่วนโดยตรงกับระยะจากแกนสะเทิน และต้องคำนึงถึงการโก่งงอตามขวาง (Lateral buckling) และผลเกี่ยวเนื่องอื่นๆ ด้วยเหล็กเสริมในคานลึกที่นิยามโดย ว.ส.ท. 4600 ต้องเป็นไปตามนี้

2.11.1 เหล็กเสริมตามนอนน้อยที่สุดต้องไม่น้อยกว่า 0.0025 ของเนื้อที่หน้าตัดของคานนั้น (>0.0025.b.h ; ว.ส.ท. 7402 ฉ)

2.11.2 เหล็กเสริมตามตั้งน้อยที่สุดต้องไม่น้อยกว่า 0.0015 ของเนื้อที่หน้าตัดของคาน

นั้น (> 0.0015.b.l ; ว.ส.ท.7402 ฉ)

2.11.3 เหล็กเสริมต้านทานแรงดึงน้อยสุดต้องมีอัตราส่วนไม่น้อยกว่า $14 / f_y$ ($A_s > \frac{14}{f_y} . b . d$) นอกจากนั้นทุกๆ

หน้าตัดขององค์อาคารจะต้องมีเหล็กเสริมสำหรับโมเมนต์บวกหรือลบไม่น้อยกว่า 1.34 เท่าของค่าที่คำนวณได้ (ว.ส.ท. 4700 ก)

Rao (1995) กล่าวถึงผลศึกษาพฤติกรรมของคานลึก และให้ข้อแนะนำช่วงประมาณของค่าแขนโมเมนต์ (j .d) ไว้
ดังนี้

ประเภทคาน	ความลึกคาน (h)	แขนโมเมนต์ (j.d)
ช่วงเดียว	0.20 . (l+2.0 . h)	1.0< l / h < 2.0
	0.6 . l	l / h < 1.0
ต่อเนื่อง	0.20 . (l+ 1.5 . h)	1.0< l / h < 2.5
	0.5 . l	l / h < 1.0

หมายเหตุ l เป็นความยาวช่วงที่คิดระหว่างศูนย์กลางที่รองรับ หรือ 1.15 เท่าของช่องว่างหรือระยะระหว่างขอบของที่รองรับ (ใช้ค่าที่น้อยกว่า)

2.12 <u>ความลึกต่ำสุดของคาน</u>

ปกติคานจะมีความลึกเท่าใดก็ได้ เมื่อวิเคราะห์อย่างละเอียดแล้วพบว่า ภายใต้สภาวะใช้งาน ระยะโก่งตัวสูงสุด (Maximum deflection) ไม่เกินกว่าค่าที่ยอมให้ เนื่องจากการคำนวณค่าโก่งตัวของคานเป็นเรื่องยุ่งยากมาก หากจะหลีกเลี่ยงก็อาจกำหนดให้คานมีความลึกไม่ต่ำกว่าความลึกขั้นต่ำที่มาตรฐานกำหนด ว.ส.ท. 4500 (ตาราง 4500) กำหนดความลึกต่ำสุดของคานในกรณีที่มิได้คำนวณระยะโก่งตัวไว้ ดังนี้

กรณี	ความลึกต่ำสุด
คานช่วงเดียวปลายทั้ง 2 ไม่ต่อเนื่อง	l / 16
คานที่มีปลายด้านหนึ่งต่อเนื่อง	l / 18.5
คานที่ปลายทั้งสองด้านต่อเนื่อง	l / 21
คานยื่น	l / 8

หมายเหตุ l คือ ระยะระหว่างขอบของที่รองรับ

2.13 แรงเฉือนและแรงบิด

แรงเฉือน (Shear) ซึ่งเป็นหน่วยแรงภายในองค์อาคาร เกิดเนื่องจากน้ำหนักหรือแรงภายนอกแรงเฉือน แรงเฉือนทำให้องค์อาคารมีแนวโน้มที่จะขาดออกจากกันตามทิศทางที่ขนานกับแรงนั้น หากมีแรงเฉือนทั้งแนวดิ่งและแนวนอนพร้อมกัน จะเกิดแรงดึงลัพธ์ในแนวทแยง (Diagonal tension) ส่วนแรงบิด(Torsion) เกิดจากโมเมนต์บิด (Torsional moment) อาจเกิดเนื่องจากองค์อาคารถูกบิดไปในทิศทางเดียวกันด้วยแรงบิดที่คงที่สม่ำเสมอ หรือเกิดจาก Torque ที่พยายามให้ปลายทั้งสองด้านของชิ้นส่วนของโครงสร้างหรือองค์อาคารถูกบิดไปคนละทิศทาง การบิดทำให้รูปหน้าตัดขององค์อาคารเปลี่ยนรูป อันเนื่องมาจากหน่วยแรงเฉือนบิด (Torsional shear)

การคำนวณแรงเฉือน

2.13.1 สมการหลักและหน้าตัดวิกฤติ

$$V_u \leq \phi \cdot Vn$$

V_u : ที่หน้าตัดตัดวิวิกฤติ เช่นระยะ d จากขอบที่รับรอง

ϕ = 0.85

2.13.2 กำลังต้านทานแรงเฉือนของคอนกรีต และเหล็กเสริม

$V_n = V_c + V_s$

V_c = กำลังต้านทานแรงเฉือนของคอนกรีต

V_s = กำลังต้านทานแรงเฉือนของเหล็กเสริมต้านท่านแรงเฉือน

2.13.3 กำลังของคอนกรีต และเหล็กเสริมขั้นต่ำ

$$\sqrt{f_c'} \leq \frac{25}{3}\ \text{MPa}$$

นอกจาก $A_v \geq \dfrac{f_c'}{35} \cdot \left(\dfrac{b_w \cdot s}{3 \cdot f_y}\right)$

แต่ต้องไม่เกิน $\dfrac{b_w \cdot s}{f_y}$

2.13.4 กำลังต้านทานแรงเฉือนของคอนกรีต

2.13.4.1 คำนวณโดยประมาณ

$$V_c = \left(\frac{\sqrt{f'_c}}{6}\right) \cdot b_w \cdot d$$

2.13.4.2 คำนวณโดยละเอียด

$$V_c = \left(\sqrt{f'_c} + 120 \cdot \rho_w \cdot \frac{V_u \cdot d}{M_u}\right) \cdot \frac{b_w \cdot d}{7}$$

$$\leq 0.3 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d$$

โดยที่ $\frac{V_u \cdot d}{M_u} \leq 1.0$

2.13.4.3 สำหรับตรง ค.ส.ล.ยอมให้ใช้ค่า V_c สูงกว่าที่คำนวณ โดย ACI (ดังแสดงในข้อ 4.2) อีกร้อยละ10

2.13.5 กำลังครากของเหล็กเสริมต้านทานแรงเฉือน

2.13.5.1 เหล็กกล้าละมุน

$f'_c \leq$ 420 MPa

2.13.5.2 ลวดตะแกรงเหล็กชนิดข้ออ้อย

$f'_c \leq$ 550 MPa

2.13.6 พื้นที่ภาคตัดขวาง หรือระยะเรียงของเหล็กเสริมต้านทานแรงเฉือน

2.13.6.1 เหล็กลูกตั้ง

$$V_s = \frac{n \cdot A_v \cdot f_y \cdot d}{s}$$

หมายเหตุ กรณีเหล็กปลอกกลม หรือเหล็กปลอกเกลียวให้คำนวณ V_s โดยใช้ ACI ดังแสดงในข้อที่ 5.1 เช่นกัน โดยที่ d เป็นความลึกประสิทธิผลตามนิยามใน ACI (ยอมให้ประมาณว่าความลึกประสิทธิผลมีค่า 8.0 เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลาง) A_v คือ 2 เท่าของภาคตัดขวางของ เหล็กปลอกกลม หรือเหล็กปากเกลียว ที่มีระยะเรียง s และ f_{yh} คือกำลังครากของเหล็กปลอกกลม หรือเหล็กปลอกเกลียวดังกล่าว

2.13.6.2 เหล็กปลอกทำมุม α กับเหล็กเสริมต้านทานดึง

$$V_s = n \cdot A_v \cdot f_y \cdot \frac{(\sin\alpha + \cos\alpha)}{s} \cdot d$$

2.13.6.3 เหล็กเส้นเดียวหรือหลายเส้นที่ต่างงอขึ้นขนานกัน (หักคอม้า) โดยมีระยะห่างจากที่รับรองเท่ากัน

$$V_s = n \cdot A_v \cdot f_y \cdot \sin\alpha$$

$$\leq \quad \left(\frac{\sqrt{f'_c}}{4}\right) \cdot b_w \cdot d$$

2.13.6.4 เหล็กคอม้าประกอบด้วยเหล็กหลายเส้นหรือหลายกลุ่มที่หลายกลุ่มที่ขนานกัน และมีระยะเรียงเท่ากัน โดยงอขึ้นที่ระยะห่างจากที่รองรับระยะต่างๆกัน ให้ คำนวณหารระยะห่าง (s) โดยใช้สมการ

2.13.6.5 เฉพาะระยะ 3/4 ของส่วนที่เอียงที่อยู่กึ่งกลางช่วงของเหล็กคอม้าเท่านั้น ที่ถือว่ามีประสิทธิผลในการรับแรงเฉือน

2.13.7 ระยะเรียงของเหล็กปลอก

2.13.7.1 ระยะเรียงของเหล็กปลอกกรณี

$$0.50 \cdot Ø \cdot V_c < V_u \leq Ø \cdot V_c$$

$$S = 3 \cdot \frac{n \cdot A_v \cdot f_y}{b_w}$$

$$\leq \quad min\left\{\frac{d}{2}, 600\ mm\right\}$$

ยกเว้น 1. พื้นและฐานราก

2. ตรงคอนกรีต

3. คานที่มีคานลึกทั้งหมด ไม่เกินค่าที่มากที่สุดระหว่าง *250* มิลลิเมตร หรือ 2.5 เท่าของความหนาปีก($2.5 \cdot h_f$) หรือครึ่งหนึ่งของความกว้างตัวคาน

2.13.7.2 ระยะเรียงเหล็กปลอกกรณี

$$Ø \cdot V_c < V_u \leq \quad \left[\phi \cdot V_c + \phi \cdot \left(\frac{\sqrt{f'_c}}{3}\right) \cdot b_w \cdot d\right]$$

คำนวณระยะเรียงของเหล็กปลอก

$$V_s \quad = \frac{V_u}{\phi} - V_c$$

$$s \quad = \frac{n \cdot A_v \cdot f_y \cdot (sin\,\alpha + cos\,\alpha) \cdot d}{V_s}$$

$$\text{หรือ } s \quad \frac{n \cdot A_v \cdot f_y \cdot d}{V_s} \qquad ; \quad \alpha = 90^{\circ}$$

$$\leq \quad min\left\{\frac{d}{2}, 600\,mm\right\}$$

2.13.7.3 ระยะเรียงของเหล็กปลอกกรณี

$$\left[\phi \cdot V_c + \phi \cdot \left(\frac{\sqrt{f_c'}}{3}\right) \cdot b_w \cdot d\right] < V_u \leq \left[\phi \cdot V_c + \phi \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \sqrt{f_c'}\right) \cdot b_w \cdot d\right]$$

คำนวณระยะเรียงของเหล็กปลอก

$$V_s = \frac{V_n}{\phi} - V_c$$

$$S = \frac{n \cdot A_v \cdot f_y \cdot (\sin\alpha + \cos\alpha) \cdot d}{V_s}$$

$$\text{หรือ } S = \frac{n \cdot A_v \cdot f_y \cdot d}{V_s}$$

$$\leq \quad min\left\{\frac{d}{4}, 300\,mm\right\}$$

2.13.7.4 หาก $V_u > \left[\phi \cdot V_c + \phi \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \sqrt{f_c'}\right) \cdot b_w \cdot d\right]$ ให้แก้ไขหน้าตัด หรือ

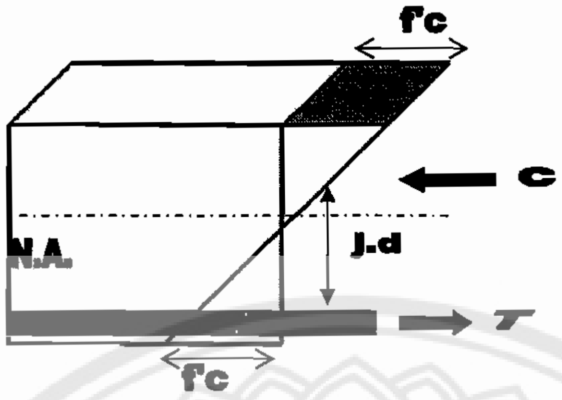
กำลังของคอนกรีตซึ่งในทางปฏิบัติวิธีแรก ย่อมประหยัด และเหมาะสมกว่า

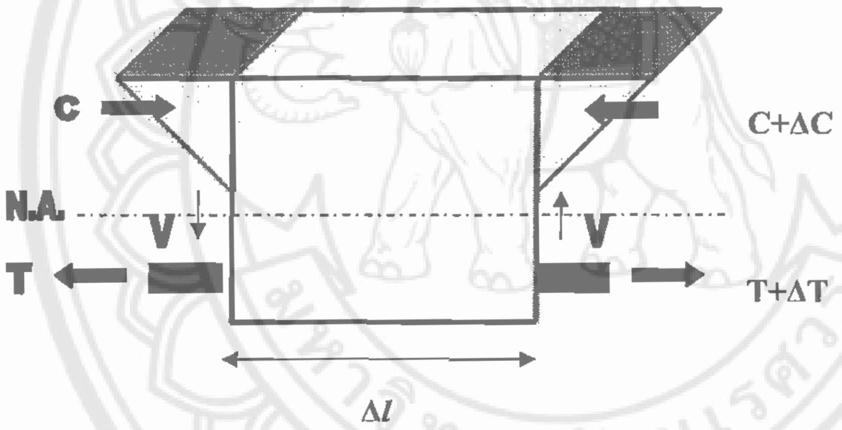
2.14 <u>แรงยึดหน่วง</u>

แรงยึดหน่วง ซึ่งเป็นแรงเสียดทาน (Friction) ระหว่างเหล็กเสริมกับคอนกรีตที่ห่อหุ้มโดยรอบ การทำให้เกิดแรงยึดหน่วง และถ่ายเทแรงด้วยวิธีต่างๆ เช่นการทาบเหล็กการต่อเชื่อม รอบต่อเชื่อมแบบต่างๆ รอยต่อทางกล การตัดเหล็กเสริมและอื่นๆ

แรงยึดหน่วงและระยะยึดหน่วง

ที่หน้าตัดใดๆ ของคาน นอกจากจะเกิดหน่วยแรงดึงและหน่วยแรงอัดแล้ว ยังมีหน่วยแรงเฉือน ดังแสดงในรูป 2.3.1 เมื่อพิจารณาคาน ค.ส.ล ในช่วงความยาว Δl และสมดุลของแรง ตามรูปที่ 2.3.2





ภาพที่ 4, 5 แรงยึดหน่วงในคานคอนกรีตเสริมเหล็ก

กำหนดให้ μ : หน่วยแรงยึดหน่วงระหว่างเหล็กเสริมกับคอนกรีตที่หุ้มโดยรอบ

$\sum o$: ผลรวมของเส้นรอบวงเหล็กเสริมทั้งหมด

จะได้

$$(T+\Delta T)-T = \mu \cdot \sum o \cdot \Delta l \qquad (2.14.1)$$

และ

$$\Delta T \cdot j \cdot d = V \cdot \Delta l \qquad (2.14.2)$$

แทนค่าในสมการ จะได้

$$\mu = V/(\sum o \cdot j \cdot d) \qquad (2.14.3)$$

ว.ส.ท. 6500 (ค) กำหนดหน่วยแรงยึดหน่วงที่ยอมให้ไว้ดังนี้

	เหล็กบน	เหล็กอื่นที่ไม่ใช่เหล็กบน
เหล็กข้ออ้อย (ASTM Z305)	$(2.29 \cdot \sqrt{f'c} / D) \leq 25$	$(3.23 \cdot \sqrt{f'c} / D) \leq 35$
เหล็กข้ออ้อย (ASTM A408)	$(0.556 \cdot \sqrt{f'c})$	$(0.795 \cdot \sqrt{f'c})$
เหล็กเส้นกลมผิวเรียบ	$(1.145 \cdot \sqrt{f'c} / D) \leq 11$	$(1.615 \cdot \sqrt{f'c} / D) \leq 11$

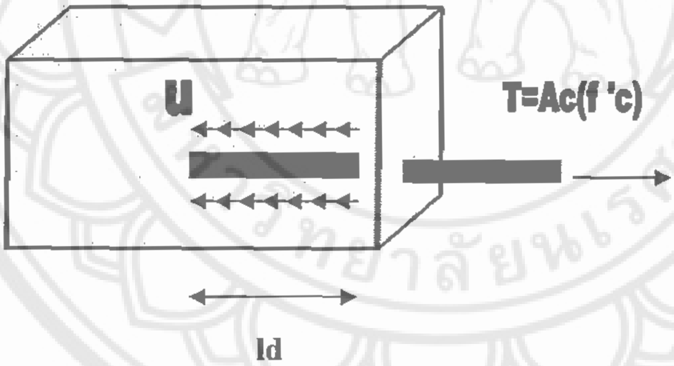
หมายเหตุ 1. D คือเส้นผ่านศูนย์กลางของเหล็กเสริม.เซนติเมตร

2. เหล็กบน หมายถึง เหล็กเส้นตามแนวราบที่มีคอนกรีตหล่ออยู่ใต้เหล็กเส้นนั้นมากกว่า 0.30 เมตร

3. เหล็กข้ออ้อยรับแรงอัด $1.72 \cdot \sqrt{f'c} \leq 28$ กิโลกรัมต่อตารางเซนติเมตร

4. หน่วยแรงอัดที่ยอมให้ มีค่าเป็นกิโลกรัมต่อตารางเซนติเมตร

ความยาวหรือระยะยึดหน่วง (Anchorage or Bond Length) คำนวณจากความยาวของเหล็กที่ฝังอยู่ในคอนกรีต และเกิดแรงยึดหน่วงอย่างเพียงพอ ที่จะต้านทานแรงดึง ดังรูป



ภาพที่ 6 ความยาวหรือระยะยึดหน่วง

พิจารณาสมดุลของแรงจะได้

$$\mu \cdot \sum o \cdot ld = As \cdot fs$$

$$ld = (As \cdot fs) / (\mu \cdot \sum o)$$

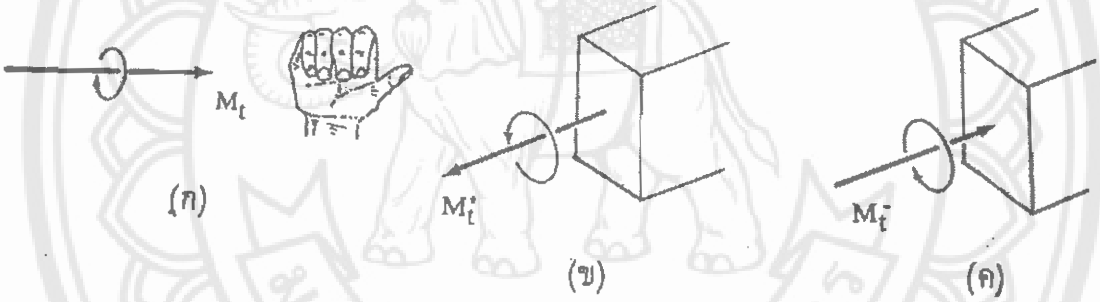
$$= (\P \cdot D^2 \cdot fs) / (4 \cdot \mu \cdot \P \cdot D)$$

$$= (D \cdot fs) / (4 \cdot \mu)$$

2.15 <u>ความต้านทานต่อโมเมนต์บิด</u>

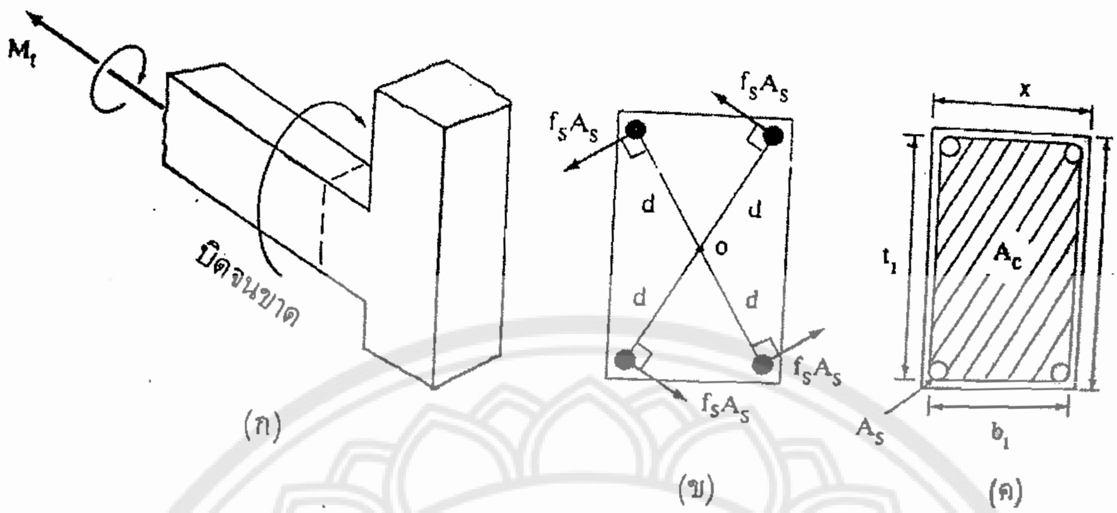
ในบางครั้งคานคอนกรีตเสริมเหล็กจำเป็นต้องรับทั้งแรงเฉือน โมเมนต์ดัด และ โมเมนต์บิด พร้อมๆกัน เช่นคานโค้งในแนวราบ หรือคานรับจั่วหัวท้ายอาคารพร้อมทั้งกันสาดและแผงตั้งปลายกันสาด บันไดขึ้นจากคานที่ฝังในกำแพงบันไดเวียน

โมเมนต์บิดมีลักษณะที่พยายามทำให้วัตถุบิดเป็นเกลียวรอบแกนกลาง ในขณะที่โมเมนต์ ดัดพยายามทำให้วัตถุโก่งงอ โมเมนต์บิดเป็นปริมาณเวกเตอร์กำหนดทิศทางตามกฎมือขวา กำมือขวาให้นิ้วหัวแม่มือเหยียดออกเต็มที่ตามเวกเตอร์โมเมนต์บิด นิ้วทั้งสี่กำจะชี้การวนของโมเมนต์บิดจากโคนนิ้ววนไปหาปลายนิ้ว ตามรูป 2.5 (ก) นอกจากนั้นควรมีข้อตกลงเรื่องเครื่องหมายของโมเมนต์บิดว่า ถ้าเวกเตอร์โมเมนต์บิดชี้ออกจากด้านหน้าตัดคานให้เป็นบวก ตามรูป 2.5 (ข) และถ้าชี้เข้าหาหน้าตัดคานให้เป็นลบ ตามรูป 2.5 (ค) ทั้งนี้เพื่อความสะดวกในการถ่ายโมเมนต์ในการถ่ายโมเมนต์บิดนี้ให้คานหรือเสาเป็นตัวรับไปอีกทอดหนึ่ง



ภาพที่ 7 การกำหนดเวกเตอร์และเครื่องหมายของโมเมนต์บิด

พฤติกรรมของคานหน้าตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้าขณะรับโมเมนต์บิดนั้นเป็นสิ่งที่น่าสนใจมาก ขอให้พิจารณารูปที่ (ก) คานกำลังโมเมนต์บิด Mt เราคิดว่า Mt ทำให้คานขาดออกจากกันในระนาบตั้งฉากกับ Mt เมื่อตัดมาพิจารณาตามรูปที่ 2.6 (ข) เหล็กเสริมที่มุมทั้งสี่จะรับแรงเฉือนสูงสุด fsAs และห่างจากศูนย์กลาง d จะเกิดโมเมนต์บิดต้านทานกับ Mt ที่มากระทำเป็น 4 fsAsd เลข 4 ที่คูณข้างหน้าเพราะมี 4 มุม



ภาพที่ 8 การรับโมเมนต์บิดโดยพิจารณาการขาดในระนาบหน้าตัด

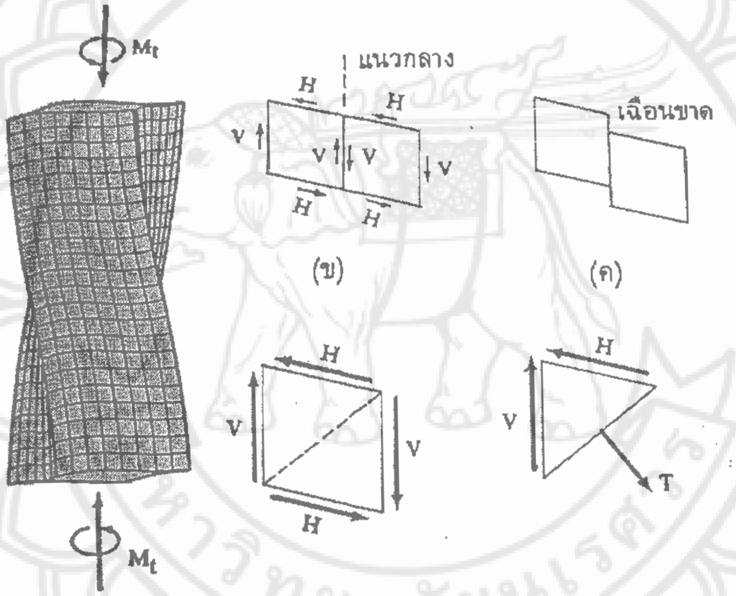
พิจารณารูปที่ 2.6 (ค) การคำนวณหา As ในแต่ละมุมใช้สูตร

$$As = \frac{Mt\ z}{2Acfs}$$

เมื่อ	Mt	=	โมเมนต์บิด, kg.m	
	As	=	พื้นที่หน้าตัดเหล็กเสริมแต่ละมุม, cm²	
	Z	=	ระยะของความห่างเหล็กเสริมโดยเฉลี่ย, m	
		=	$\frac{b1 + t1}{2}$ โดย b1 = x - 0.03 - 0.03 = x -0.06 m และ t	
			t1 = y – 0.06 m	
	Ac	=	พื้นที่หน้าตัดแกนที่ล้อมด้วยเหล็กปลอก, m²	
		=	b1 , t1	
	fs	=	หน่วยแรงเฉือนของเหล็ก	= 1200 kg /cm²

ห TA
636.2
ก623ก
2550
ใ. 4080051 c.2
22 ก.ค. 2551
สำนักหอสมุด

พิจารณารูปที่ 29 (ก) เป็นแท่งยางซึ่งขีดตารางสี่เหลี่ยมจัตุรัสเล็กๆ ทุกด้าน เมื่อให้โมเมนต์ที่ปลายทั้งสองจนแท่งยางบิดเบี้ยวไป พิจารณาการโย้ของสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ตำแหน่งต่างๆ จะพบว่าจัตุรัสที่กึ่งกลางของทุกด้านนั้นโย้ไปมากที่สุด และจัตุรัสที่ถัดมาจะโย้น้อยลงจนเป็นศูนย์ที่มุมทั้งสี่ เมื่อเอาจัตุรัสสองตัวชิดกันที่กลางด้านมาพิจารณาดังรูปที่ 29 (ข) ลักษณะการโย้จะพยายามเฉือนให้จัตุรัสขาดจากกันตามรูปที่ 29 (ค) ต่อไปพิจารณาจัตุรัสเดียวตามรูปที่ 29 (ง) แรงเฉือนH และ V ทำให้เกิดแรงดึงทแยง T ตามรูป 29 (จ) ถ้าวัสดุเป็นคอนกรีตซึ่งเปราะและรับแรงดึงได้ต่ำมากจะเกิดการขาดเนื่องจากแรงดึงทแยง T นี้ จำเป็นต้องมีเหล็กปลอกเกลียวหรือเหล็กลูกตั้งมารับแรง T หรือรับหน่วยแรงเฉือนเนื่องจากโมเมนต์บิด



ภาพที่ 9 การเกิดแรงดึงทแยงเนื่องจากแรงเฉือนจากโมเมนต์บิด

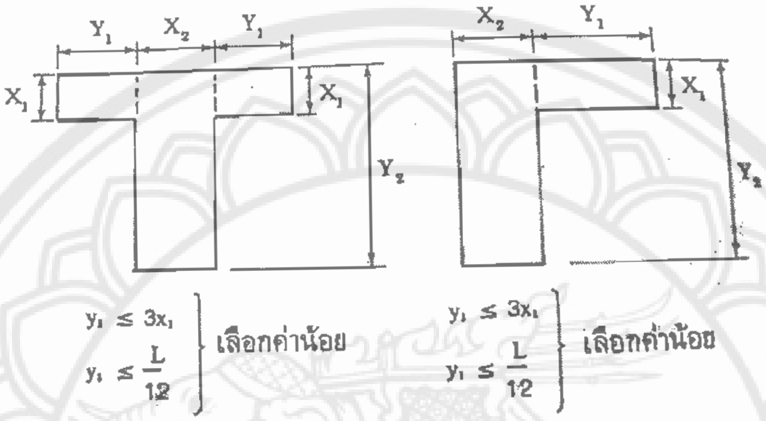
(1) การคำนวณออกแบบให้รับแรงเฉือน Vt จากโมเมนต์บิด Mt ทำให้ค่า Mt ที่ระยะ d จากจุดรองรับตามสมการ

$$V_t = \frac{3.5\,M_t}{\sum x^2 y}$$

เมื่อ	Mt	=	โมเมนต์บิดสูงสุดที่ระยะ d จากจุดรองรับ, kg.m
	Vt	=	หน่วยแรงเฉือนที่แนวกลางของคาน, kg/cm²
	X	=	ด้านสั้นของสี่เหลี่ยมผืนผ้า, cm

Y = ด้านยาวของสี่เหลี่ยมผืนผ้า, m

ในกรณีของคานรูปตัด T และ L ในรูปที่ 30 ความกว้างของปีกคานที่นำมาใช้คำนวณหา $\sum x^2y$ จะต้องไม่เกิน 3 เท่าของความหนาของปีกคานและไม่เกิน $\frac{L}{12}$ ของช่วงคาน



ภาพที่ 10 ข้อกำหนดระยะปีกคานในการคำนวณหน่วยแรงเฉือนจาก

(2) หน่วยแรงเฉือน Vt ตามสมการ (23) ต้องไม่เกิน $1.32\sqrt{Fc}$ kg/cm²

(3) หน่วยแรงเฉือน V = Vt + Vv ต้องไม่เกิน $1.65\sqrt{Fc}$ kg/cm²

เมื่อ $Vt = \frac{3.5\,Mt}{\sum x^2y}$ และ $Vv = \frac{v}{bd}$

(4) หน่วยแรงเฉือนที่ต้านทานโดยคอนกรีต $Vc = 0.29\sqrt{Fc}$ kg/cm² ถ้า $Vc < v$ ในข้อ (3) เสริมเหล็กปลอกต้านหน่วยแรงเฉือน (ปกติต้องเสริมเหล็กปลอกยึดเหล็กเสริมเอกอยู่แล้ว)

(5) เหล็กปลอม เดี่ยวที่พันครบรอบสำหรับหน่วยแรงเฉือนจากโมเมนต์บิดเพียงอย่างเดียว หาได้จาก

$$Av = \frac{MtS}{2AcFv} \quad \text{หรือ} \quad s = \frac{2AvAcfc}{Mt}$$

(6) เหล็กปลอมเกลียวสำหรับรับหน่วยแรง เฉือนจากโมเมนต์บิดเพียงอย่างเดียวหาได้จาก

$$Av = \frac{MtS}{2\sqrt{AcFv}} \quad \text{หรือ} \quad s = \frac{2\sqrt{2AvAcfc}}{Mt}$$

เมื่อ A_v = พื้นที่หน้าตัดเหล็กปลอมเดี่ยวหรือปลอกเกลียว cm^2

A_c = พื้นที่หน้าตัดแกนคอนกรีตในวงเหล็กปลอก ตามรูปที่ 28(ค), m^2

F_v = หน่วยแรงเฉือนของเหล็กปลอก = 1200 kg/cm^2

M_t = โมเมนต์บิดที่ระยะd จากจุดรองรับ, kg.m

S = ระยะเรียงของเหล็กปลอก, m

วิธีการออกแบบคานซึ่งรับแรงเฉือน โมเมนต์ดัดและโมเมนต์บิดพร้อมๆกันนั้น พอสรุปได้ดังนี้

1. สมมติขนาดคาน คำนวณน้ำหนักที่ฝากบนคาน หาโมเมนต์ดัด M , โมเมนต์บิด Mt และแรงเฉือนเปิดตาราง ก-6 ตรวจดูว่าคานที่สมมติรับ M, Mt และV ได้หรือไม่ โดยพิจารณา Mt เป็นหลัก ถ้า Mt จากการคำนวนมากกว่า Mt ในตาราง ก-6 ให้เปลี่ยนขนาดคานโตขึ้น แล้วหา M, Mt และV ใหม่

2. หาเหล็กเสริมจากโมเมนต์ดัด

$$ASR = \frac{MR}{f'sjd}, \quad ASC = \frac{M - MR}{f's(d-d')}, \quad Ast = ASR + ASC$$

3. หาเหล็กเสริมมุมทั้งสี่เนื่องจากโมเมนต์บิด

$$ASR = \frac{Mtz}{2AcFs}$$

เมื่อใดแล้วนำไปรวมกับ ASC, ASt ในข้อ 2. เปิดตาราง ก-1 จัดเหล็กโดยให้อยู่ที่มุมทั้งสี่ไม่น้อยกว่า As ที่ได้ของ ข้อ 3 นี้

4.ตรวจสอบหน่วยแรงเฉือนจากโมเมนต์บิด

$$Vt = \frac{3.5\ Mt}{\sum x^2y}$$

คำว่า Vt ไม่เกิน $1.32\sqrt{fc} = 1.32\sqrt{145} = 15.9$ kg/cm^2 ปกติถ้าใช้ตาราง ก-6 ตามข้อ 1. จะได้ Vt < 15.9 kg/cm^2 อยู่แล้ว

5.สมมติขนาดเหล็กปลอก เช่น ป Ø 6 จะมี Av ขาเดียว 0.28 cm^2 หรือ ป Ø 9 มี Av ขาเดียว 0.64 cm^2 ให้ Fv = 1200 kg/cm^2 หาระยะเรียงของเหล็กปลอก s ตามสมการ(24) คือ

$$s = \frac{2AvAcfv}{Mt}$$

6. ตรวจสอบหน่วยแรงเฉือนธรรมดา

$$Vv = \frac{V}{bd}$$

ถ้า Vc = $0.29\sqrt{fc'}$ = $0.29\sqrt{145}$ = 3.49 kg/cm² มากกว่า Vv แสดงว่าไม่จำเป็นต้องเสริมเหล็กปลอก เหลือแต่เหล็กปลอกตามข้อ 5. ที่ต้องเสริมอยู่แล้ว แต่ถ้า Vc = 3.49 kg/cm² น้อยกว่า Vv ต้องเสริมเหล็กปลอกเข้าช่วยรับแรงเฉือนตามวิธีการในตาราง ก-7 คือ

เราทราบแรงเฉือนที่ระยะ d จากจุดรองรับว่าเป็น v kg

แรงเฉือนที่คานรับได้ตามตาราง ก-6 คือ Vc = 3.49bd kg

แรงเฉือนส่วนเกิน V' = V - Vc

จากตาราง ก-7 ใช้เหล็กปลอกขนาดเดียวกับที่ใช้ในข้อ 5. และระยะเรียงเท่ากับในข้อ 5. โดยจัดจำนวนเหล็กให้พอรับ V' เพิ่มขึ้น เช่นจากข้อ 5. ได้ 2ป Ø 6 @ 0.20 เมื่อทราบ V' เปิดตาราง ก-7 โดยใช้เหล็กปลอก Ø 6 @ 0.20 เช่นกัน ปรากฏว่าต้องใช้ถึง 2 ชุดจึงจะรับ V'ได้ ดังนั้นเหล็กปลอกทั้งหมดคือ ป Ø 6 @ 0.20 + ป Ø 6 @ 0.20 = 3 ป Ø 6 @ 0.20

7. ตรวจสอบหน่วยแรงเฉือนรวม V = Vt + Vvว่าเกิน$1.65\sqrt{fc'}$ =$165\sqrt{145}$ =19.9 kg/cm² หรือไม่ ปกติถ้า ปฏิบัติตามลำดับขั้นของ ข้อ 1. มาตามลำดับจะได้ V<19.9 kg/cm² เสมอ แต่ในกรณีที่ V > 19.9 kg/cm² ให้เพิ่มขนาดคานโตขึ้นแล้วเริ่มคำนวณจากข้อ 1. ใหม่แต่ต้น

8.เขียนรายละเอียดการเสริมเหล็กในคาน เพื่อให้ช่างเขียนแบบเขียนลงกระดาษไขทำ

นิสิตนักศึกษาวิศวกรรมโยธาควรฝึกคำนวณตามลำดับ 1-7 โดยเคร่งครัด จัดรายการคำนวณให้เป็นระเบียบสมมติขนาดคานหลายๆครั้งจากเล็กไปใหญ่จนได้ขนาดที่พอเหมาะ คัดหรือพิมพ์รายการคำนวณเฉพาะส่วนที่ใช้ได้นั้นพร้อม เขียนรายละเอียดการเสริมเหล็ก เข้าปกพิมพ์ชื่อตัวเอง หมายเลขประจำตัว ชื่ออาจารย์ผู้สอน ส่งให้ตรวจควรมีกระดาษเปล่าแทรกไว้หลังสุด 1 แผ่น พิมพ์คำว่า “ข้อแนะนำจากอาจารย์ผู้สอน” ซึ่งอาจารย์จะเขียนชี้แนะจุดบกพร่องที่ควรแก้ไขเอาไว้แล้วส่งคืนแก่นิสิตนักศึกษาผู้นั้น ให้นำรายละเอียดคำนวณชุดแรกแทรกไว้ท้ายสุดและเย็บเล่มเก็บเอาไว้ดูตอนสอบ