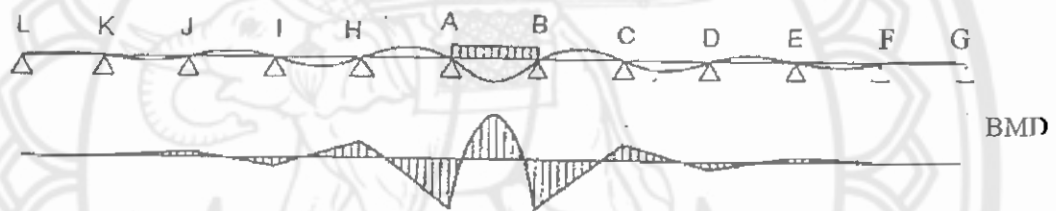


## บทที่ 2

### หลักการและทฤษฎี

#### 2.1 การจัดนำหน้าบรรทุกจรแบบตารางหมากรุก (Checkerboard Loading)

ในการวิเคราะห์โครงสร้างอย่างละเอียดต้องพิจารณาจัดวางน้ำหนักบรรทุกจรนอกเหนือจากน้ำหนักบรรทุกคงที่ที่กระทำบนส่วนโครงสร้างเพื่อให้ได้ค่าสูงสุดของโมเมนต์คัตชันนิคบวกที่บริเวณกลางช่วงและโมเมนต์คัตชันนิคลบที่ตรงจุดต่อ รวมถึงค่าสูงสุดของแรงเฉือนสำหรับใช้ออกแบบส่วนโครงสร้างนั้น แนวทางในการจัดวางน้ำหนักบรรทุกจรสามารถพิจารณาได้จากเส้น Influence Line ของโมเมนต์หรือการโก่งตัว ดังนี้

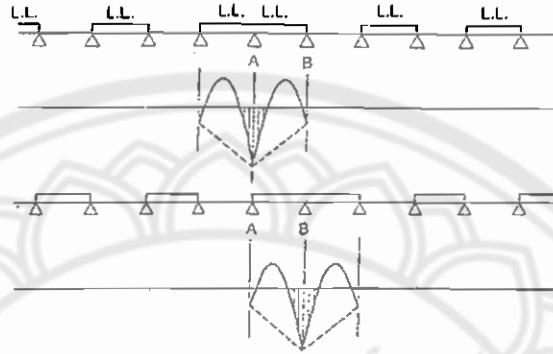


รูปที่ 2.1 ผลของ โมเมนต์คัตชันในคานต่อเนื่องที่รับน้ำหนักบรรทุกเพียงช่วงเดียว

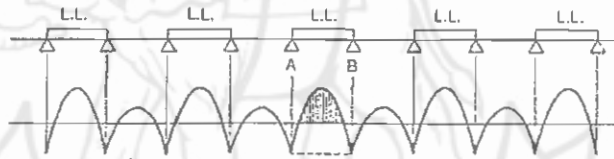
พิจารณาคานต่อเนื่องที่แสดงในรูปที่ 2.1 ถ้ามีน้ำหนักบรรทุกแบบแผ่นกระทำบนช่วง AB จะเห็นว่าคานช่วง AB จะโก่งตัวลงซึ่งส่งผลกระทบต่อให้เกิดการโก่งตัวขึ้นและโก่งตัวลงในช่วงคานถัดมาทั้งสองด้านของจุด A และจุด B ทำนองเดียวกัน โมเมนต์คัตชันในคานช่วง AB ก็ส่งผลกระทบต่อให้เกิดการกระจายโมเมนต์คัตชันออกไปทั้งสองด้านของจุด A และจุด B โดยมีทั้งโมเมนต์ลบและโมเมนต์บวกสลับกันไปมาอย่างต่อเนื่อง ดังนั้นเมื่อนำน้ำหนักบรรทุกแบบแผ่นไปกระทำบนช่วง CD หรือ IH เพิ่มอีกก็จะมีผลให้โมเมนต์บวกในคานช่วง AB มีค่าเพิ่มมากขึ้น ฉะนั้น จึงสรุปการจัดนำหน้าบรรทุกจรได้ดังนี้

ก) ตรงจุดต่อใดที่ต้องการหาค่าโมเมนต์ลบสูงสุด ให้จัดวางน้ำหนักบรรทุกจรให้เต็มช่วงในสองช่วงที่ข้างเคียงกันตรงจุดค่อนั้น และให้มีน้ำหนักบรรทุกเต็มช่วงเว้นช่วงถัดมา นั่นคือช่วงใดมีน้ำหนักบรรทุกกระทำแล้วให้เว้นไปช่วงหนึ่งและในช่วงถัดไปให้มีน้ำหนักบรรทุกกระทำเต็มช่วงอีกทีหนึ่งสลับกันไปมาตลอดความยาวของส่วนโครงสร้างนั้น

ข) ที่กลางช่วงใดที่ต้องการหาค่าโมเมนต์บวกสูงสุด ให้จัดวางน้ำหนักบรรทุกให้เต็มช่วงนั้นและเมื่อเดินไปช่วงหนึ่งก็ให้มีน้ำหนักบรรทุกกระทำเต็มช่วงอีกสลับกันไปมาตลอดความยาวของส่วนโครงสร้างนั้น



รูปที่ 2.2 การจัดวางน้ำหนักบรรทุกเพื่อหาค่าโมเมนต์บวกสูงสุดที่ A และที่จุด B

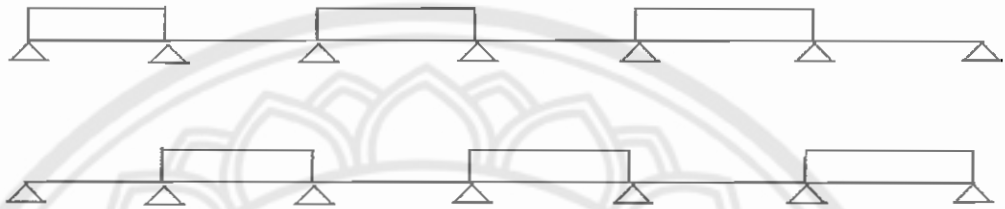


รูปที่ 2.3 การจัดวางน้ำหนักบรรทุกเพื่อหาค่าโมเมนต์บวกสูงสุดในช่วง AB

สรุป

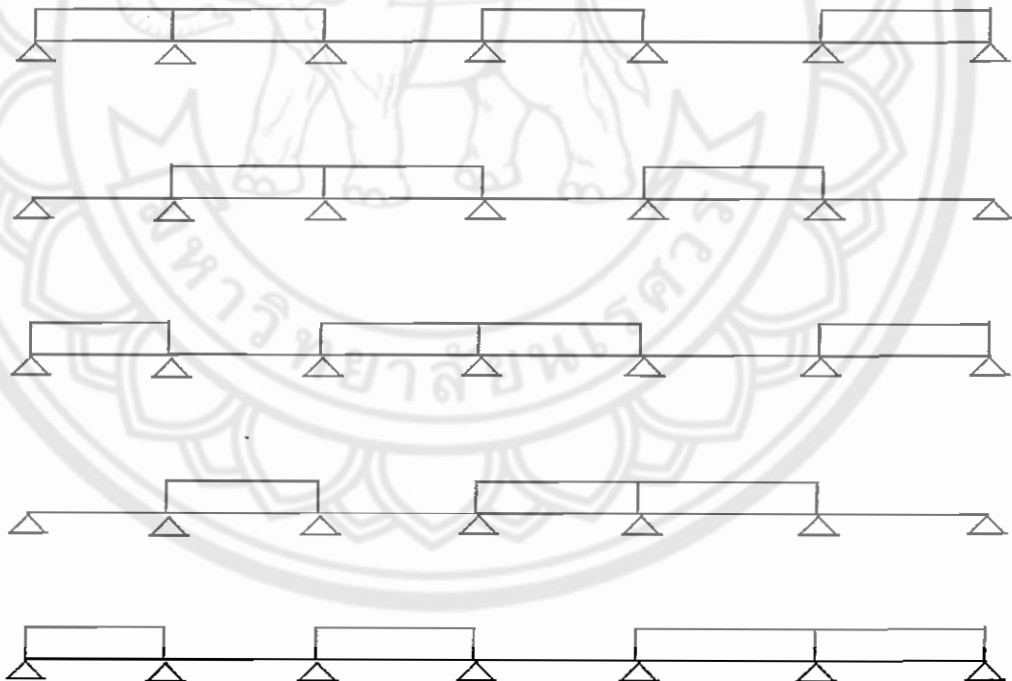
ถ้ามีจำนวน Span ทั้งหมด  $n$  ช่วงจะต้องทำการจัดวาง Load Pattern เป็น  $n+1$  กรณี  
ดังตัวอย่าง

1) การจัดวาง Load ที่ทำให้เกิดโมเมนต์บวกสูงสุด



รูปที่ 2.4 การจัดวาง Load ที่ทำให้เกิด โมเมนต์บวกสูงสุด

2) การจัดวาง Load ที่ทำให้เกิด โมเมนต์ลบต่ำสุด



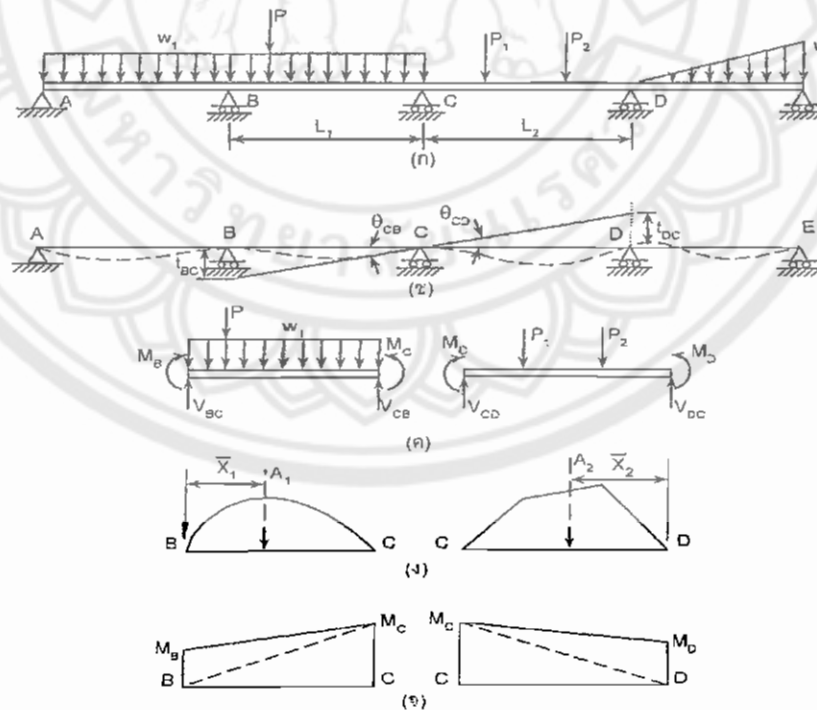
รูปที่ 2.5 การจัดวาง Load ที่ทำให้เกิด โมเมนต์ลบต่ำสุด

หมายเหตุ ไม่ว่าที่รองรับขวาสุดและซ้ายสุด (End Support) จะเป็น Hinge, Roller, Fix หรือ Free ก็  
จะมีการวาง Load เช่นเดียวกัน

## 2.2 การวิเคราะห์คานต่อเนื่องด้วย Three Moments Equation กรณีค่า EI ไม่เท่ากัน

คานที่มีจุดรองรับมากกว่าสองจุดขึ้นไปเรียกว่า คานต่อเนื่อง ซึ่งจัดเป็นคานแบบอินดีเทอร์มิเนท การวิเคราะห์คานต่อเนื่องนอกจากจะใช้วิธีการเปลี่ยนรูปที่สอดคล้อง แต่ส่วนมากมักจะวิเคราะห์ด้วยวิธีสมการของสามโมเมนต์ (Three – Moment Equation) ซึ่งเป็นการนำวิธีการเปลี่ยนรูปที่สอดคล้องมาพิจารณาแต่ให้โมเมนต์คัตที่จุดหรือฐานรองรับเป็นตัวเกิน ทำให้ได้สมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์คัตที่จุดรองรับสามจุดของคานต่อเนื่องเมื่อรับน้ำหนักบรรทุกหรือแรงกระทำครั้นเมื่อแก้สมการ จะได้ ค่าโมเมนต์คัตที่จุดรองรับสามจุดของคานต่อเนื่อง ซึ่งจะนำไปใช้หาค่าแรงปฏิกิริยาต่อไป โดยพิจารณาจากสมการสมดุล

พิจารณาคานต่อเนื่องที่รับน้ำหนักบรรทุกใด ๆ ดังรูปที่ 2.6 (ก) สมมติว่าหน้าตัดของคานมีค่าคงที่ตลอด และไม่มีการทรุดตัวของจุดรองรับแต่อย่างใด ลักษณะการเปลี่ยนรูปของคานต่อเนื่องเมื่อรับน้ำหนักบรรทุกสามารถแสดงได้ด้วยเส้นโค้งอิลาสติก ดังรูป 2.6 (ข) ซึ่งจะเห็นว่าเส้นโค้งนี้ต้องมีความต่อเนื่องกันและมุมลาดเอียงทางด้านซ้ายมือและทางด้านขวามือของจุดรองรับหนึ่ง ๆ ต้องมีค่าเท่ากันเสมอและหมุนไปในทิศทางเดียวกัน เช่นที่จุดรองรับ C มุมลาดเอียง  $\theta_{CB}$  ต้องเท่ากับมุมลาดเอียง  $\theta_{CD}$  นี่คือการเงื่อนไขของความสอดคล้องทางเรขาคณิตของคานซึ่งจะนำไปเขียนเป็นสมการที่แสดงความสัมพันธ์ของโมเมนต์คัตที่จุดสามจุดต่อเนื่องกัน



รูปที่ 2.6 การพิจารณาหาสมการของสามโมเมนต์

จากรูปที่ 2.6 (ก) จะเห็นว่า คานต่อเนื่องที่กำหนดให้มีคิริของอินดีเทอร์มิเนทเท่ากับ สามดังนั้น ถ้าเลือกให้โมเมนต์คัตที่จุดรองรับ B, C และ D เป็นตัวเกิน (Redundant) ซึ่งทำได้โดยใส่ หมุดหมุน (Hinge) ที่จุดรองรับ B, C และ D ตามลำดับ และให้มีโมเมนต์คัตแต่ละคู่ที่เป็นตัวเกิน กระทำที่จุดรองรับ B, C และ D ฉะนั้น คานต่อเนื่องแต่ละช่วงที่กำหนดให้จะกลายเป็นคานช่วง เดียวธรรมดาที่ต้องรับน้ำหนักบรรทุกตามที่กำหนดและโมเมนต์คัตที่เป็นตัวเกิน ดังรูปที่ 2.6 (ค) แฉงออกเป็นภาพของโมเมนต์คัตในรูปที่ 2.6 (ง) และ (จ) ซึ่งในที่นี้ ให้โมเมนต์คัตที่ทำให้หลังคาน ถูกอัดมีค่าเป็นบวก

รูปที่ 2.6 (ง) เป็นภาพของโมเมนต์คัตที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุกใด ๆ ตามที่โจทย์กำหนด ให้  $A_1$  และ  $A_2$  เป็นพื้นที่ของภาพโมเมนต์คัตบนช่วงคาน BC และ CD ตามลำดับ และให้  $\bar{x}_1$  และ  $\bar{x}_2$  เป็นระยะจากจุดศูนย์กลางของพื้นที่  $A_1$  และ  $A_2$  ซึ่งอยู่ห่างจากจุด B และ D ตามลำดับ สำหรับ ภาพของโมเมนต์คัตที่เกิดจากตัวเกิน  $M_B$ ,  $M_C$  และ  $M_D$  จะเขียนได้ดังแสดงในรูปที่ 2.4 (จ)

สามการเงื่อนไขของความสอดคล้องของมุมลาดเอียงที่จุด C คือ

$$\text{มุมลาดเอียง } \theta_{CB} = \text{มุมลาดเอียง } \theta_{CD} \quad (2.1)$$

$$\text{แต่ } \theta_{CB} = -t_{BC}/L_1 \text{ และ } \theta_{CD} = -t_{DC}/L_2$$

$$\text{ดังนั้น } t_{BC}/L_1 = -t_{DC}/L_2 \quad (2.2)$$

จากทฤษฎีที่สองของวิธี Moment - Area จะหาค่าของ  $t_{BC}$  และ  $t_{DC}$  ได้คือ

$$t_{BC} = \frac{A_1}{EI} \bar{x}_1 + \frac{1}{2} \frac{M_B}{EI} (L_1) \left(\frac{1}{3} L_1\right) + \frac{1}{2} \frac{M_C}{EI} (L_1) \left(\frac{2}{3} L_1\right)$$

$$t_{DC} = \frac{A_2}{EI} \bar{x}_2 + \frac{1}{2} \frac{M_D}{EI} (L_2) \left(\frac{1}{3} L_2\right) + \frac{1}{2} \frac{M_C}{EI} (L_2) \left(\frac{2}{3} L_2\right)$$

ในกรณีที่เป็นคานต่อเนื่องที่มีค่า EI ไม่เท่ากัน แทน  $t_{BC}$  และ  $t_{DC}$  ลงในสมการ (2.2) จะได้


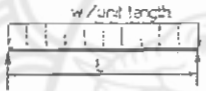
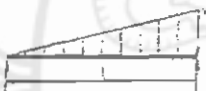
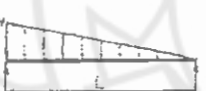
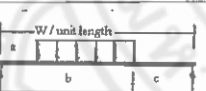
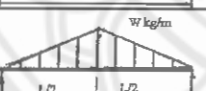
$$\frac{M_B}{6E_1I_1} L_1 + \frac{M_C}{3E_1I_1} L_1 + \frac{M_C}{3E_2I_2} L_2 + \frac{M_D}{6E_2I_2} L_2 + \frac{A_1 \bar{x}_1}{E_1I_1L_1} + \frac{A_2 \bar{x}_2}{E_2I_2L_2} = 0 \quad (2.3)$$

สมการ (2.3) เรียกว่า Three - Moment Equation ซึ่งให้ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์คัต ที่จุดสามจุดของคานที่ต่อเนื่องกัน อนึ่ง สมการนี้ใช้ได้กับคานที่มีหน้าตัดไม่คงที่ทุกช่วงคานที่ พิจารณา และไม่มีการทรุดตัวของจุดรองรับ

ถ้าสมมติให้  $L_0 = \frac{A_1 x_1}{L_1}$  และ  $R_0 = \frac{A_2 x_2}{L_2}$  จะเขียนสมการ (2.3) ได้ใหม่เป็น

$$\frac{M_B}{6E_1 I_1} L_1 + \frac{M_C}{3E_1 I_1} L_1 + \frac{M_C}{3E_2 I_2} L_2 + \frac{M_D}{6E_2 I_2} L_2 + \frac{L_0}{E_1 I_1} + \frac{R_0}{E_2 I_2} = 0 \quad (2.4)$$

ตารางที่ 2.1 ให้ค่าของ  $L_0$  และ  $R_0$  เมื่อนำน้ำหนักบรรทุกเป็นแบบต่าง ๆ

ลักษณะของน้ำหนัก บรรทุก	$L_0$	$R_0$
	$\frac{Pa}{L}(L^2 - a^2)$	$\frac{Pb}{L}(L^2 - b^2)$
	$\frac{wL^3}{4} = \frac{WL^2}{4}$	$\frac{wL^3}{4} = \frac{WL^2}{4}$
	$\frac{8wL^3}{60} = \frac{8WL^2}{30}$	$\frac{7wL^3}{60} = \frac{7WL^2}{30}$
	$\frac{7wL^3}{60} = \frac{7WL^2}{30}$	$\frac{8wL^3}{60} = \frac{8WL^2}{30}$
	$\frac{w}{4L}[b^2(2L^2 - b^2) - a^2(2L^2 - a^2)]$	$\frac{w}{4L}[b^2(2L^2 - b^2) - a^2(2L^2 - a^2)]$
	$\frac{5wL^3}{32} = \frac{5WL^2}{16}$	$\frac{5wL^3}{32} = \frac{5WL^2}{16}$

## 2.3 การออกแบบคานคอนกรีตเสริมเหล็ก (Reinforced Concrete Design)

### 2.3.1 ทั่วไป

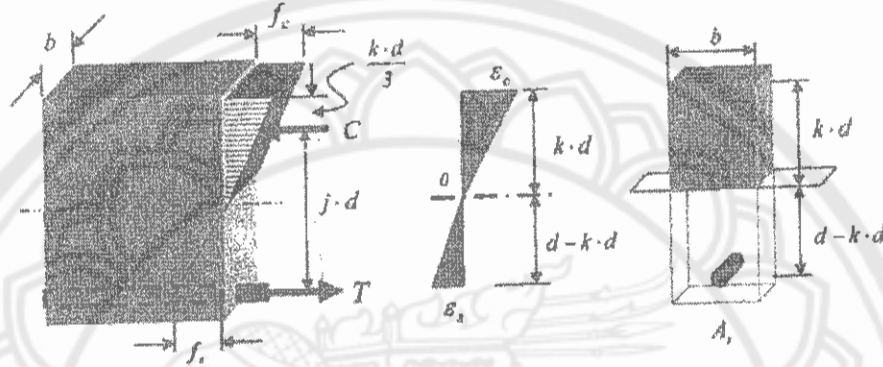
โครงการนี้จะใช้ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด กลสมบัติอื่น ๆ ของคอนกรีตและเหล็กเสริมเพื่อใช้คำนวณออกแบบของอาคารรับแรงคด โดยวิธีหน่วยแรงใช้งาน (Working Strength or Elastic) โดยกล่าวถึงคานหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า 2 กรณี คือ คานที่เสริมเฉพาะเหล็กด้านทานแรงคด (Singly Reinforcement Beam) และคานที่เสริมทั้งเหล็กด้านทานแรงคดและแรงอัด (Doubly Reinforcement Beam) นอกจากนี้ จะกล่าวถึงคานที่มีลักษณะพิเศษเช่น คานลิก คานแบน คานซ้อน คานเหล็ก และเกณฑ์กำหนดในงานออกแบบการคำนวณออกแบบของอาคารรับแรงคด โดยวิธีหน่วยแรงใช้งาน หรือทฤษฎีอิลาสติก (Elastic Theory) มีสมมติฐานเบื้องต้นคือ

- 2.3.1.1) ระยะเวลาของหน้าตัด ยังคงเป็นระนาบทั้งก่อนหรือหลังการคด (ว.ส.ท. 6201 ก)
- 2.3.1.2) ขณะที่บรรทุกน้ำหนักใช้งาน และหน่วยแรงที่เกิดขึ้นไม่เกินหน่วยแรงใช้งานที่ยอมให้ความสัมพันธ์ระหว่าง หน่วยแรง (ความเค้น) และความเครียดของคอนกรีตให้ถือว่าเป็นเส้นตรง กล่าวคือหน่วยแรงแปรผันโดยตรงกับระยะจากแกนสะเทิน ยกเว้นคานลิกตาม ว.ส.ท. 4600 (ว.ส.ท. 6201 ข)
- 2.3.1.3) ให้เหล็กเสริมด้านทานแรงคดทั้งหมดที่เกิดจากการคด (ว.ส.ท. 6201 ค) แม้ปกติคอนกรีตจะด้านทานแรงคดได้บ้างแต่น้อยมากเมื่อเทียบกับกำลังด้านทานแรงอัด
- 2.3.1.4) ในการคำนวณออกแบบ ให้แทนที่หน้าตัดของเหล็กเสริมรับแรงคดด้วยหน้าตัดคอนกรีตซึ่งมีเนื้อที่  $n$  เท่าของหน้าตัดเหล็กเสริมนั้น (ว.ส.ท. 6201 ง) และด้วยเหตุนี้จึงควรกล่าวเพิ่มเติมว่า โมดูลัสยืดหยุ่นของคอนกรีต เหล็กเสริมหรือค่าอัตราส่วนโมดูลัส ( $n$ ) คงที่สม่ำเสมอตลอดความยาวคาน

นอกจากสมมติฐานทั้ง 4 ข้อแล้ว ควรระบุสมมติฐานเพิ่มเติมว่า การยึดเหนี่ยวระหว่างคอนกรีตและเหล็กสม่ำเสมอ เมื่อด้านทานแรงคด (แรงคดหรือแรงอัด) เหล็กเสริมไม่เลื่อนหรือครูด (Slip) จากคอนกรีตที่หุ้มอยู่โดยรอบ หรือกลับกัน ข้อเท็จจริงนี้ได้เป็นไปดังสมมติฐานดังกล่าวข้างต้นทั้งหมดทุกประการ จึงอาจกล่าวได้ว่า สมมติฐานเหล่านี้เป็นข้อจำกัดของการออกแบบโดยวิธีหน่วยแรงใช้งาน ดังนั้นในหลาย ๆ ประเทศ ได้เปลี่ยนแปลงไปใช้วิธีออกแบบอื่น ๆ ใดก็ตามวิธีหน่วยแรงใช้งานก็ยังคงมีประโยชน์หรือความจำเป็นอยู่ดังจะได้อธิบายต่อไป

### 2.3.2 คานที่เสริมเหล็กด้านทานแรงดึง

การกระจายความเค้น และความเครียดบนหน้าตัดคานที่เสริมเหล็กด้านทานแรงดึงแสดง  
ในรูปที่ 2.7



รูปที่ 2.7 คานคอนกรีตเสริมเหล็กด้านทานแรงดึง

กำหนด $b$	:	ความกว้างคาน
$d$	:	ความลึกประสิทธิภาพ
$E_c$	:	โมดูลัสยืดหยุ่นของคอนกรีต
$E_s$	:	โมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็กเสริม
$f_c'$	:	กำลังอัดประลัยของคอนกรีต
$f_c$	:	กำลังหรือหน่วยแรงใช้งานของคอนกรีต
$f_y$	:	กำลังครากของเหล็กเสริม
$f_s$	:	หน่วยแรงใช้งานของเหล็กเสริมด้านทานแรงดึง
$j$	:	ตัวคูณแกนโมเมนต์ของแรงคู่ควบระหว่างแรงอัดในคอนกรีต และแรงดึงในเหล็กเสริม
$k$	:	ตัวคูณระยะระหว่างศูนย์ถ่วงแรงอัดในคอนกรีตถึงแกนสะเทิน
$n$	:	อัตราส่วนระหว่างโมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็กเสริมต่อ โมดูลัส ยืดหยุ่นของคอนกรีต
$\epsilon_c$	:	ความเครียดในคอนกรีต
$\epsilon_s$	:	ความเครียดในเหล็กเสริมด้านทานแรงดึง



$$\text{จะได้ } E_c = \frac{f_c}{\epsilon_c} \quad (2.5)$$

$$E_s = \frac{f_s}{\epsilon_s} \quad (2.6)$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{f_s \cdot \epsilon_c}{f_c \cdot \epsilon_s} \quad (2.7)$$

สามเหลี่ยมคล้าย

$$\frac{\epsilon_s}{k \cdot d} = \frac{\epsilon_s}{d - k \cdot d} \quad (2.8)$$

หรือ

$$\frac{\epsilon_c}{\epsilon_s} = \frac{k}{1 - k}$$

แทน (2.8) ใน (2.7) ได้

$$n = \frac{f_s \cdot k}{f_c \cdot (1 - k)}$$

หรือ

$$k = \frac{1}{1 + \frac{f_s}{(n \cdot f_c)}} \quad (2.9)$$

แกนโมเมนต์ ( $j \cdot d$ ) ระหว่างแรงดึงในเหล็กเสริม (T) และแรงอัดในคอนกรีตคำนวณจาก

$$j \cdot d = d - \frac{k \cdot d}{3} \quad (2.10ก)$$

$$\text{หรือ } j = 1 - \frac{k}{3} \quad (2.10\text{ข})$$

แรงอัดในคอนกรีต (ซึ่งศูนย์ต่งห่างจากผิวด้านบนเกินหน่วยแรงอัด  $\frac{k \cdot d}{3}$  หรือ  $\frac{2 \cdot k \cdot d}{3}$  เหนือแกนสะเทิน) คำนวณจาก

$$c = \frac{1 \cdot f_c \cdot b \cdot k \cdot d}{2} \quad (2.11)$$

แรงดึงในเหล็กเสริมกระทำที่ตำแหน่ง  $(d - k \cdot d)$  จากแกนสะเทิน คำนวณจาก

$$T = A_s \cdot f_s \quad (2.12)$$

สมดุลของแรงในแนวราบ (2.11) = (2.12) จะได้

$$\frac{1}{2} f_c \cdot b \cdot k \cdot d = A_s \cdot f_s \quad (2.13)$$

หากกำหนดให้  $p$  เป็นอัตราส่วนระหว่างพื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมต่อพื้นที่ประสิทธิผลของคาน

( $p = \frac{A_s}{b \cdot d}$ ) สมการ (2.13) จะเขียนได้ดังนี้

$$\frac{f_c}{2 \cdot f_s} = \frac{A_s}{b \cdot d \cdot k}$$

$$\text{หรือ } \frac{f_s}{f_c} = \frac{k}{(2 \cdot p)} \quad (2.14)$$

แทนค่า (2.14) ใน (2.9) จะได้

$$\begin{aligned} k &= \frac{1}{1 + \frac{k}{(2 \cdot n \cdot p)}} \\ &= [2 \cdot n \cdot p + (n \cdot p)^2]^{\frac{1}{2}} - n \cdot p \quad (2.15) \end{aligned}$$

โมเมนต์ต้านทานของคอนกรีต (Resisting moment,  $M_r$  - บางตำราอาจใช้  $M_c$ ) คำนวณจาก

$$\begin{aligned}
 M_R &= C \cdot j \cdot d \\
 &= \frac{1}{2} \cdot f_c \cdot j \cdot b \cdot k \cdot d^2 \quad (2.16)
 \end{aligned}$$

$$\text{กำหนด } R = \frac{1}{2} \cdot f_c \cdot j \cdot k \quad (2.17)$$

$$\text{ดังนั้น } M_R = R \cdot b \cdot d^2 \quad (2.18)$$

โมเมนต์ดัดต้านทานในเหล็กเสริม

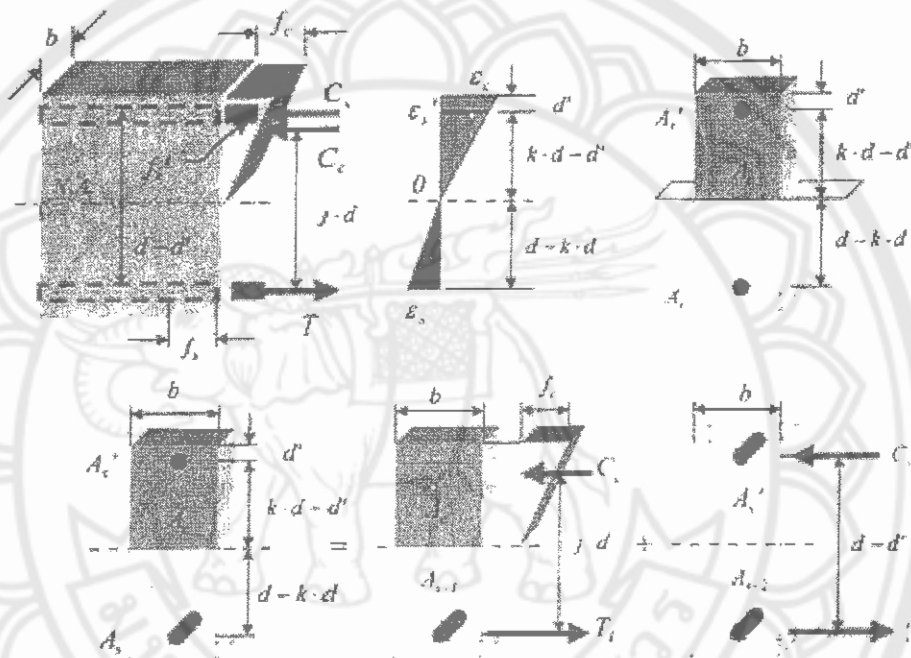
$$\begin{aligned}
 M &= T \cdot j \cdot d \\
 &= A_s \cdot f_s \cdot j \cdot d \\
 \text{หรือ } A_s &= \frac{M}{f_s \cdot j \cdot d} \quad (2.19)
 \end{aligned}$$

กรณีคานเสริมเฉพาะเหล็กต้านทานแรงดึงนี้ โมเมนต์ดัดในสมการ (2.19) นี้จะต้องมีค่าไม่เกินโมเมนต์ต้านทานของคอนกรีต ( $M \leq M_R$ ) หากโมเมนต์ดัดมีค่ามากกว่าโมเมนต์ต้านทานของคอนกรีต หน้าตัดคานดังกล่าวก็ต้องเสริมเหล็กต้านทานแรงอัด เพื่อด้านทานโมเมนต์ดัดส่วนเกิน ( $M - M_R$ ) และพร้อม ๆ กัน ก็จะต้องเสริมเหล็กต้านทานแรงดึงเพิ่มเติมจากที่คำนวณได้ตามสมการที่ (2.19) เพื่อรักษาสมดุลระหว่างแรงดึง และแรงอัด ดังจะได้กล่าวในหัวข้อถัดไป อนึ่ง ว.ส.ท. 4700 (ก) กำหนดให้อัตราการรับแรงดัด (ยกเว้นกรณีแผ่นพื้นที่มีความหนาเท่ากันตลอด) ที่ต้องใช้เหล็กเสริมต้านทานแรงดึงจากการคำนวณ อัตราส่วน “p” ต้องไม่น้อยกว่า  $14 / f_y$  ( $A_s \geq 14 / f_y \cdot b \cdot d$ ) นอกจากทุก ๆ หน้าตัดขององค์อาคารจะมีเหล็กเสริมสำหรับ โมเมนต์บวกหรือ โมเมนต์ลบ ไม่น้อยกว่า 1.34 เท่าของค่าที่คำนวณได้

2.3.3 คานที่เสริมเหล็กด้านทานแรงดึงและแรงอัด

การกระจายความเค้น และความเครียดบนหน้าตัดคานที่เสริมทั้งเหล็กด้านทานแรงดึง

และแรงอัด แสดงในรูปที่ 2.8



รูปที่ 2.8 คานเสริมเหล็กด้านทานแรงดึงและแรงอัด

- กำหนด  $d'$  : ระยะระหว่างผิวคอนกรีตด้านรับแรงอัดถึงศูนย์กลางเหล็กเสริมด้านทานแรงอัด
- $f_s'$  : หน่วยแรงใช้งานของเหล็กเสริมด้านทานแรงอัด
- $\epsilon_s'$  : ความเครียดในเหล็กเสริมด้านทานแรงดึง

จากรูป 2.8 จะได้

$$\varepsilon_c = \frac{f_c}{E_c} \quad (2.20)$$

$$\varepsilon_s = \frac{f_s}{E_s} \quad (2.21)$$

$$\varepsilon_s' = \frac{f_s'}{E_s} \quad (2.22)$$

จากสามเหลี่ยมคล้าย

$$\frac{\varepsilon_c}{k \cdot d} = \frac{\varepsilon_s}{d - k \cdot d} \quad (2.23ก)$$

$$= \frac{\varepsilon_s'}{k \cdot d - d'} \quad (2.23ข)$$

แทน (2.20) และ (2.21) ใน (2.23ก)

$$\frac{f_c}{E_c \cdot k \cdot d} = \frac{f_s}{E_s \cdot (d - k \cdot d)}$$

หรือ

$$f_s = \frac{E_s \cdot f_c \cdot (d - k \cdot d)}{E_c \cdot k \cdot d}$$

$$= \frac{n \cdot f_c \cdot (d - k \cdot d)}{k \cdot d} \quad (2.24)$$

แทน (2.21) และ (2.22) ใน (2.23) ได้

$$\frac{f_s'}{E_s \cdot (k \cdot d - d')} = \frac{f_s}{E_s \cdot (d - k \cdot d)}$$

หรือ

$$f_s' = f_s \cdot \frac{k \cdot d - d'}{d - k \cdot d} \quad (2.25ก)$$

ปกติคอนกรีตจะหดตัวเพิ่มขึ้นตามเวลาภายใต้แรงอัดที่คงที่ เรียกว่า การคืบ (Creep) ดังนั้นเหล็กเสริมด้านทานแรงอัดจะหดตัวตามคอนกรีตซึ่งอยู่โดยรอบทำให้หน่วยแรงอัดในเหล็กเสริมด้านทานแรงอัดมีค่าสูงกว่าที่คำนวณโดยทฤษฎีอิลาสติก ว.ศ.ท. 6202 (ก) ขอมให้เหล็กเสริม

ต้านทานแรงอัดนี้ มีค่าหน่วยแรงอัดเป็นสองเท่าของค่าที่คำนวณโดยวิธีอีลาสติก แต่ต้องมีค่าไม่เกิน หน่วยแรงดึงของเหล็กเสริมนั้น ดังสมการ (2.25ก) เขียนใหม่ได้ดังนี้

$$f'_s = 2 \cdot f_s \cdot \frac{k \cdot d - d'}{d - k \cdot d} \quad (2.25ข)$$

$$\leq f_s$$

แทน (2.24) ใน (2.25ข)

$$f'_s = 2 \cdot n \cdot f_c \cdot \frac{k \cdot d - d'}{k \cdot d} \quad (2.25ค)$$

สมดุลของแรงภายในหน้าตัดตามแนวราบ

$$C_c + C_s = T \quad (2.26)$$

หากสมมติว่าพื้นที่คอนกรีตที่ถูกแทนที่ด้วยเหล็กเสริมมีค่าน้อยมากอาจเขียนได้ว่า

$$C_c = \frac{1}{2} \cdot f_c \cdot b \cdot k \cdot d \quad (2.27)$$

$$C_s = A'_s \cdot f'_s \quad (2.28ก)$$

แทน (2.25ค) ใน (2.28ก) จะได้

$$C_s = 2 \cdot n \cdot A'_s \cdot f_c \cdot \frac{k \cdot d - d'}{k \cdot d} \quad (2.28ข)$$

และ  $T = A_s \cdot f \quad (2.29ก)$

แทน (2.24) ใน (2.29ก) จะได้

$$T = n \cdot A_s \cdot f_c \cdot \frac{(d - k \cdot d)}{k \cdot d} \quad (2.29ข)$$

$$\text{กำหนด } p = \frac{A_s}{b \cdot d} \quad (2.30)$$

$$\text{และ } p' = \frac{A'_s}{b \cdot d} \quad (2.31)$$

แทน (2.27) , (2.28ข) และ (2.29ข) , (2.30) และ (2.31) ใน (2.26) จะได้

$$\frac{1}{2} \cdot k + 2 \cdot p' \cdot n \cdot \frac{k \cdot d - d'}{k \cdot d} = p \cdot n \cdot \frac{(d - k \cdot d)}{(k \cdot d)}$$

หรือ  $k = \frac{[n^2 \cdot (2 \cdot p' + p)^2 + 2 \cdot n \cdot (p + 2 \cdot p' \cdot \frac{d'}{d})]^{\frac{1}{2}} - n \cdot (2 \cdot p' + p)}{1}$  (2.32)

ในทางปฏิบัติมักจะเสริมเหล็กด้านทานแรงอัดต่อเมื่อน้ำตัดของคานดังกล่าวมีโมเมนต์ด้านทานน้อยกว่าโมเมนต์คดที่กระทำต่อหน้าตัด ( $M_R < M$ ) ดังนั้น การคำนวณออกแบบถือว่ามีโมเมนต์คดทั้งหมดที่กระทำต่อหน้าตัดคานแบ่งเป็น 2 ส่วน ( $M_1$  และ  $M_2$ ) โดยที่

$$M = M_1 + M_2 \quad (2.33)$$

เมื่อ  $M$  : โมเมนต์คดทั้งหมดที่กระทำต่อหน้าตัดคาน

กำหนดให้โมเมนต์คดส่วนแรก ( $M_1$ ) มีค่าสูงสุด คือเท่ากับโมเมนต์ด้านทาน ( $M_R$ )

$$M_1 = M_R = R \cdot b \cdot d^2 \quad (2.34)$$

พื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมด้านทานแรงดึงคำนวณจาก  $M_R$  ( $A_{s1}$ ) คำนวณได้จาก

$$A_{s1} = \frac{M_R}{f_s \cdot j \cdot d} \quad (2.35)$$

โมเมนต์ตัดส่วนเกิน ( $M_2 = M - M_R$ ) จะถูกต้านทานโดยแรงคู่ควบ ในเหล็กเสริมด้านทานแรงดึง ( $A_{S2}$ ) และเหล็กเสริมด้านทานแรงอัด ( $A'_S$ ) โดยมีระยะห่าง (หรือแขนโมเมนต์ของแรงคู่ควบ) เท่ากับ  $d - d'$  ดังนั้น ปริมาณเหล็กดังกล่าว คำนวณได้จาก

$$\begin{aligned} A_{S2} &= \frac{M_2}{f_s \cdot (d - d')} \\ &= \frac{(M - M_R)}{f_s \cdot (d - d')} \end{aligned} \quad (2.36)$$

เหล็กเสริมด้านทานแรงดึงทั้งหมด ( $A_S$ )

$$A_S = A_1 + A_2 \quad (2.37)$$

เหล็กเสริมด้านทานแรงอัด ( $A'_S$ ) คำนวณจากสมดุลของแรงแนวราบในหน้าตัด

$$A'_S \cdot f'_s = A_S \cdot f_s$$

หรือ 
$$A'_S = A_{S2} \cdot \frac{f_s}{f'_s} \quad (2.38)$$

แทน (2.24) และ (2.25ค) ใน (2.38) จะได้

$$A'_S = \frac{A_{S2} \cdot (d - k \cdot d)}{2 \cdot k \cdot d - d'} \quad (2.39ก)$$

หรือ 
$$A'_S = \frac{A_{S2} \cdot (1 - k)}{2 \cdot k - \frac{d'}{d}} \quad (2.39ข)$$



### 2.3.4 คานแคบ

คานแคบ (Narrow Beam) คือ คานที่มีอัตราส่วนความยาวช่วงต่อความกว้าง ( $l/b$ ) มากกว่า 30 ในกรณีที่เป็นคานแคบ กำลังหรือโมเมนต์ต้านของหน้าตัดคาน (โมเมนต์ต้านทานในคอนกรีต) มีแนวโน้มจะต่ำกว่าค่าที่คำนวณได้ในทางทฤษฎี เนื่องจากคานแคบอาจโค้งเดาะทางด้านข้าง (คล้ายคลึงกับคานเล็กแต่พฤติกรรมอื่น ๆ แตกต่างกัน) ดังนั้น กำลังหรือโมเมนต์ต้านทานดังกล่าวจึงต้องปรับแก้ด้วยตัวคูณลดกำลัง (Reduction Factor) ซึ่งสังเคราะห์ได้จากผลทดสอบ ดังนี้ สนั่น เจริญเผ่า และวินิต ช่อวิเชียร, พ.ศ. 2530

$$M'_c = R_b \cdot M_c \quad (2.40)$$

$$R_b = 1.75 - \frac{l}{40 \cdot b} \quad (2.41)$$

เมื่อ

$l$  : ความยาวช่วงคาน

$B$  : ความกว้างคาน

นอกจากนั้นความลึกประสิทธิภาพจะต้องไม่เกิน 8 เท่า ของความกว้าง ( $d \leq 8b$ ) และต้องออกแบบให้เหล็กเสริมต้านทานแรงเฉือนทั้งหมด

### 2.3.5 คานลึก

ว.ส.ท. 4600 กำหนดให้คานต่อไปนี้เป็นคานลึก (Deep Beams)

ชนิดคาน มีอัตราส่วนความลึกต่อความยาวช่วง ( $h/l$ )

คานต่อเนื่อง มากกว่า 2/5

คานช่วงเดียว มากกว่า 4/5

หมายเหตุ  $l$  คือระยะระหว่างขอบที่รองรับ (Clear Span Length)

สาเหตุที่ต้องกำหนดเงื่อนไขเช่นนี้ขึ้นมา เนื่องจากความเครียดที่เกิดขึ้นไม่เป็นสัดส่วนโดยตรงกับระยะจากแกนสะเทิน และต้องคำนึงถึงการโก่งงอตามขวาง (Lateral buckling) และผลเกี่ยวเนื่องอื่น ๆ ด้วยเหล็กเสริมในคานเหล็กที่นิยามโดย ว.ส.ท. 4600 ต้องเป็นไปตามนี้

1. เหล็กเสริมตามนอมน้อยที่สุดต้องไม่น้อยกว่า 0.0025 ของเนื้อที่หน้าตัดของคานนั้น ( $\geq 0.0025.b.h$ ; ว.ส.ท. 7402 ฉ)
2. เหล็กเสริมตามตั้งน้อยที่สุดต้องไม่น้อยกว่า 0.0015 ของเนื้อที่หน้าตัดของคานนั้น ( $\geq 0.0015 b.l$ ; ว.ส.ท. 7402 ฉ)
3. เหล็กเสริมต้านทานแรงดึงน้อยที่สุดต้องมีอัตราส่วนไม่น้อยกว่า  $14 / f_y$  ( $A_s \geq 14 / f_y .b.d$ ) นอกจากนั้นทุก ๆ หน้าตัดขององค์อาคารจะต้องมีเหล็กเสริมสำหรับโมเมนต์บวกหรือลบ ไม่น้อยกว่า 1.34 เท่าของค่าที่คำนวณได้ (ว.ส.ท. 4700 ก)

### 2.3.6 ความลึกค้ำสุดของคาน

ปกติคานจะมีความลึกเท่าใดก็ได้ เมื่อวิเคราะห์อย่างละเอียดแล้วพบว่า ภายใต้สภาวะใช้งานระยะโก่งตัวสูงสุด (Maximum deflection) ไม่เกินกว่าค่าที่ยอมให้ เนื่องจากการคำนวณค่าโก่งตัวของคานเป็นเรื่องยุ่งยาก หากจะหลีกเลี่ยงก็อาจกำหนดให้คานมีความลึกไม่ต่ำกว่าความลึกขั้นต่ำที่มาตรฐานกำหนด ว.ส.ท. 4500 (ตาราง 4500) กำหนดความลึกค้ำสุดของคานในกรณีที่มีได้คำนวณระยะโก่งตัวไว้ดังนี้

กรณี	ความลึกค้ำสุด
คานช่วงเดียวปลายทั้ง 2 ไม่ต่อเนื่องกัน	l/16
คานที่มีปลายด้านหนึ่งต่อเนื่อง	l/18.5
คานที่ปลายทั้งสองด้านต่อเนื่อง	l/21
คานยื่น	l/8