

บทที่ 2

หลักการและทฤษฎี

บทนำ

ในการคำนวณหาค่าเสถียรภาพของกำแพงกันดินหรือกำลังรับน้ำหนักสูงสุดของเสาเข็มลึก มีทฤษฎีที่เกี่ยวข้องมากมาย โดยผู้จัดทำได้ทำการรวบรวมทฤษฎีที่เกี่ยวข้องไว้แล้ว การที่ผู้เรียนสามารถนำองค์ความรู้ทั้งหมดที่ได้จากการศึกษาค้นคว้าไปประยุกต์ใช้ในการแก้ไขปัญหา ผู้เรียนจำเป็นต้องศึกษาทฤษฎีเหล่านี้ให้เข้าใจ เพื่อที่จะได้นำไปใช้ในการคำนวณได้อย่างถูกต้องแม่นยำ

2.1 Lateral Earth Pressure

การก่อสร้างโครงสร้างกันดิน เช่น กำแพงกันดิน เสาเข็มหรือโครงสร้างอื่นๆจำเป็นต้องทราบค่าแรงดันทางด้านข้างสูงสุดของดินที่ถูกกั้นไว้เพื่อนำไปใช้คำนวณหาขนาดโครงสร้างกันดิน

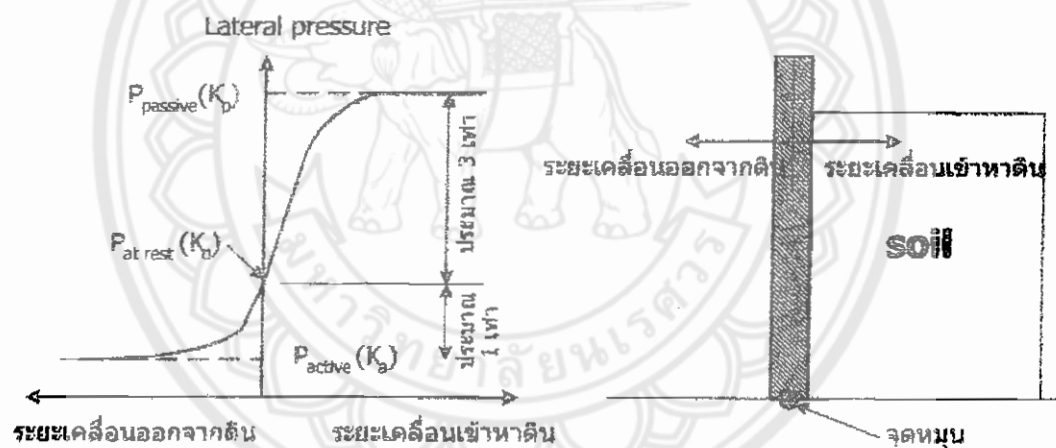
คุณสมบัติและกำลังต้านทานของดิน เช่น unit weight , cohesion , friction angle etc. เป็นส่วนสำคัญในเรื่องแรงดันทางด้านข้างของดินทั้งสิ้น

แรงดันด้านข้างจึงดินแบ่งออกเป็น 3 ประเภท คือ

- 1.แรงดันด้านข้างคงที่
- 2.แรงดันด้านข้างในสถานะแอกทีฟ
- 3.แรงดันด้านข้างในสถานะพาสซีฟ

ถ้ามีกำแพงกันดินมาถล่มมวลดิน และกำแพงอยู่กับที่ มวลดินหลังกำแพงก็จะอยู่กับที่คล้ายกับมวลดินที่อยู่ในสถานะสมดุลตามธรรมชาติ คือ ไม่มีการขยายตัวหรืออัดตัวทางด้านข้าง แรงดันทางด้านข้างของดินที่กระทำต่อกำแพงในสถานะเช่นนี้เรียกว่าแรงดันด้านข้างในสถานะอยู่กับที่(Lateral earth pressure at rest ; P_0) แต่ในสภาพความ

เป็นจริง มวลดินถมที่อยู่หลังกำแพงกันดินจะพยายามผลักดันหรือดันให้กำแพงเคลื่อนที่หรือขยับตัวออกไปทางซ้ายมือหรืออย่างน้อยก็ทำให้ปลายขึ้นของกำแพงแอ่นออกไปทางซ้ายมือ ซึ่งจะทำให้ระดับดินถล่มลง และแรงดันทางข้างของดินที่กระทำต่อกำแพงกันดินจะมีค่าลดลงเนื่องจากมวลดินขยายตัวทางด้านข้างจนถึงค่าหนึ่งที่ทำให้มวลดินนั้นวิบัติจากการเฉือน (shear failure) โดยมีระนาบวิบัติเป็นแนวโค้ง เรียกแรงดันในสถานะนี้ว่า แรงดันด้านข้างแบบแอคทีฟ (Active lateral pressure ; P_a) ซึ่งเป็นแรงดันทางข้างที่มีค่าต่ำสุด ผลจากการเคลื่อนที่ของกำแพงกันดินดังกล่าวจะทำให้มวลดินที่อยู่หน้ากำแพงถูกอัดหรือถูกดัน ซึ่งจะเห็นว่าเมื่อกำแพงขยับตัวเข้าหามวลดินระดับของดินถมจะเพิ่มขึ้น โดยที่แรงดันทางข้างของดินจะมีค่าเพิ่มมากขึ้นเรื่อยๆจนถึงค่าหนึ่งที่สูงที่สุดซึ่งทำให้มวลดินวิบัติจากการเฉือนเช่นกัน เรียกแรงดันในสถานะนี้ว่า แรงดันทางข้างแบบพาสซีฟ (Passive lateral pressure ; P_p)



รูปที่ 2.1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างการเคลื่อนที่ของกำแพงที่ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงค่าแรงดันทางข้างของดิน สังเกตว่าเมื่อแรงดันทางข้างของดินมีค่าถึงพิกัดสูงสุดหรือต่ำสุดแล้วแม้ว่าจะมีการเคลื่อนที่ของกำแพงต่อไปอีกจะไม่มีผลทำให้แรงดันทางข้างของดินเปลี่ยนแปลงไป

2.1.1 แรงดันทางข้างของดินเมื่อมวลดินอยู่กับที่ (Earth Pressure at Rest)

แรงดันทางข้างของดินในสถานะที่มวลดินอยู่กับที่ที่สามารถคำนวณได้จากทฤษฎียืดหยุ่น (Theory of Elasticity) ซึ่งใช้สมมติฐานว่ามวลดินมีเนื้อเดียวกันและมีคุณสมบัติรับแรงเหมือนกันทุกทิศทางตลอดระยะความลึก

ดังนั้น มวลดินก้อนหนึ่งที่อยู่ลึกต่ำกว่าระดับพื้นราบของผิวดินเท่ากับ Z จะถูกกระทำด้วยหน่วยแรงหลักในแนวตั้ง σ_v อันเนื่องมาจากน้ำหนักของมวลดินที่อยู่เหนือขึ้นไป และหน่วยแรงหลักในแนวนอน σ_h ซึ่งในสภาพธรรมชาติ หน่วยแรงหลัก $\sigma_h > \sigma_v$ (หน่วยแรงหลักอาจอยู่ในเทอมของหน่วยแรงรวมหรือหน่วยแรงประสิทธิผล) ฉะนั้น จะหาได้ว่า หน่วยการยืดหรือหดตัวทางข้างในแกนนอนที่เรียกว่าความเครียดทางข้าง (lateral strain : ε_h) มีค่าดังนี้

$$\varepsilon_h \equiv \frac{1}{E} [\sigma_n - \mu(\sigma_h + \sigma_v)] \quad (2.1)$$

ในเมื่อ E และ μ เป็น โมดูลัสยืดหยุ่น และอัตราส่วนปัวซองของมวลดิน ตามลำดับ

ในสถานะที่มวลดินอยู่กับที่จะไม่มีการยืดหดตัวทางข้าง นั่นคือ $\varepsilon_h = 0$ ฉะนั้นจะได้หน่วยแรงดันทางข้างของดิน คือ $\sigma_h = \mu(\sigma_h + \sigma_v)$ ซึ่งจะต่อไปได้ว่า

$$K_0 = \frac{\sigma_h}{\sigma_v} = \frac{\mu}{1 - \mu} \quad (2.2)$$

จากคำจำกัดความสัมประสิทธิ์แรงดันทางข้าง (coefficient of pressure) หมายถึงอัตราส่วนระหว่างหน่วยแรงดันประสิทธิผลของดินในแนวนอนต่อหน่วยแรงดันประสิทธิผลของดินในแนวตั้ง ดังนี้ K_0 จะเป็นค่าสัมประสิทธิ์แรงดันทางข้างของดินเมื่ออยู่กับที่ (coefficient of earth pressure at rest)

ปกติ จะแทนหน่วยแรงดันทางข้าง (σ_h) เมื่อมวลดินอยู่กับที่ด้วยสัญลักษณ์ p_0 และแทนหน่วยแรงในแนวตั้ง $\sigma_v = \gamma z$ (โดยที่ γ เป็นหน่วยน้ำหนักของมวลดิน) ดังนั้น จะได้

$$\text{หน่วยแรงดันทางข้างเมื่อดินอยู่กับที่ } p_0 = K_0 \gamma z$$

ซึ่งมีสัญลักษณ์การกระจายของหน่วยแรงดันทางข้างเป็นรูปสามเหลี่ยม มีค่าเป็นศูนย์ที่ระดับพื้นผิวดิน ($z = 0$) และมีค่าสูงสุดเท่ากับ $K_0 \gamma H$ ที่ฐานของกำแพงซึ่งสูงเท่ากับ H ดังนั้นแรงดันทางข้างทั้งหมดเมื่อมวลดินอยู่กับที่ p_0 ต่อหน่วยความยาวของกำแพงกันดิน คือ

$$p_0 = \int_0^H K_0 \gamma z \cdot dz = \frac{1}{2} K_0 \gamma z H^2 \quad (2.3)$$

โดยที่ แรงดันนี้จะอยู่ในแนวนอนและกระทำตรงจุดศูนย์กลางถ่วงของรูปการกระจายของหน่วยแรง นั้นคือ กระทำที่ระยะ $H/3$ สูงจาขอบล่างของกำแพงหรือที่เชื่อมกันดิน

จะเห็นว่าค่าสัมประสิทธิ์แรงดันทางข้างเมื่อมวลดินอยู่กับที่หาได้จากค่าอัตราส่วนปัวของของมวลดิน แต่มวลดินมิได้มีพฤติกรรมความทฤษฎียืดหยุ่นที่เดียวและค่าอัตราส่วนปัวของของมวลดินก็ไม่ชัดเจน ดังนั้น จึงต้องทำการทดลองเพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์แรงดันทางข้างนี้

J. Jaky (1994) ประมาณค่าสัมประสิทธิ์แรงดันทางข้างของทรายเมื่ออยู่กับที่ ด้วยสมการ $K_0 = 1 \sin \phi$ ในเมื่อ ϕ เป็นมุมเสียดทานภายใน (ประสิทธิผล)

Terzaghi และ Peck (1967) เสนอค่าสัมประสิทธิ์ K_0 ของดินประเภทต่างๆ (โดยประมาณ) :

ดินเหนียวที่มีการยุบอัดตัวตามปกติ (NC Clay): $K_0 = 0.5 - 0.75$

ดินเหนียวที่มีการยุบอัดตัวเกินปกติ (OC Clay): $K_0 = 1.0$

ทราย (หลวม ถึง แน่น) : $K_0 = 0.4 - 0.60$

I. Alpan (1967) เสนอสมการค่าสัมประสิทธิ์แรงดันทางข้าง K_0 สำหรับดินเหนียวที่มีการยุบตัวตามปกติ (NC Clay) คือ $K_0 = 0.19 + 0.233 \log_{10} (PI)$ โดยที่ PI เป็นเปอร์เซ็นต์ของดัชนีพลาสติก สำหรับดินเหนียวที่ยุบอัดตัวเกินกว่าปกติ (OC Clay) จะมีค่า K_0 ได้ โดยใช้ค่า \sqrt{ocr} คูณเข้ากับค่าสัมประสิทธิ์แรงดันทางข้าง K_0 ของดินเหนียวที่มีการยุบอัดตัวตามปกติ โดยที่ OCR เป็นอัตราส่วนระหว่างหน่วยแรงกอดอัดประสิทธิผลเดิมในอดีต ต่อหน่วยแรงกอดดินประสิทธิผลในปัจจุบันเนื่องจากดินทับถม

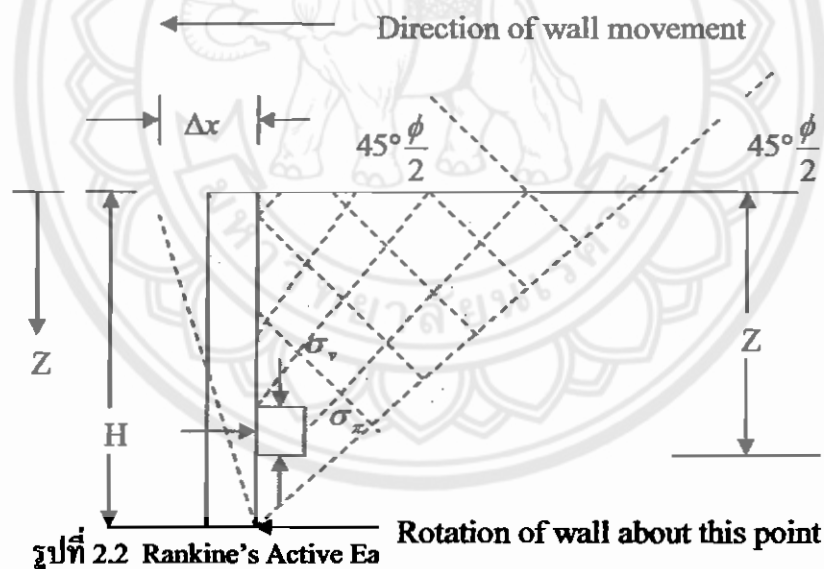
2.1.2 การวิเคราะห์หน่วยแรงดันดินทางด้านข้างโดยหลักการของ Rankine

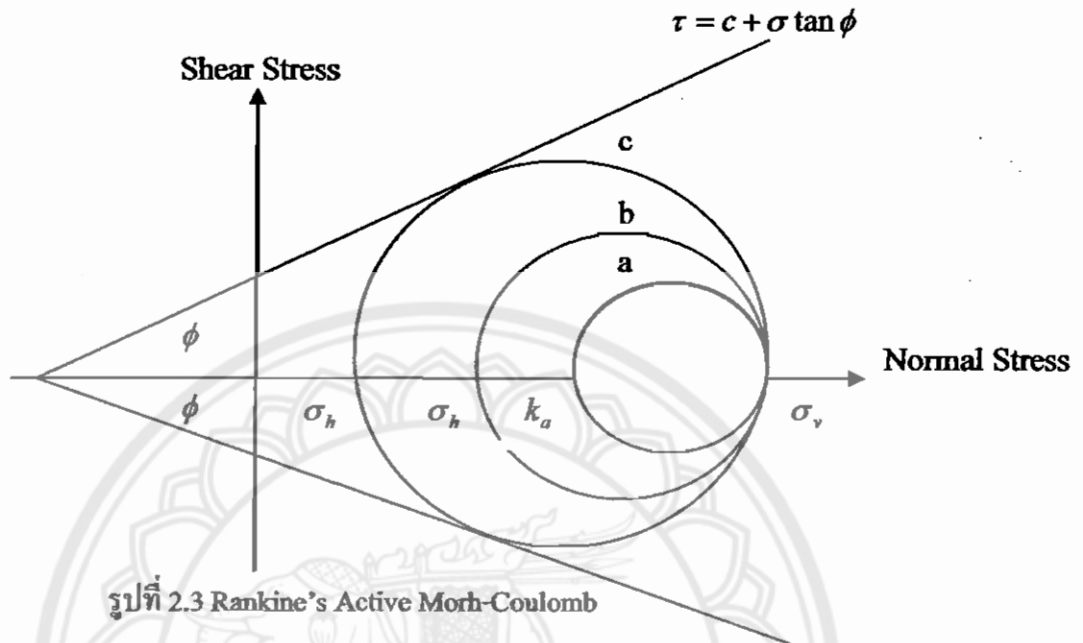
การหาค่าหน่วยแรงดันทางด้านข้างโดยอาศัย ทฤษฎีของ Rankine และกฎการวิบัติของมวลดินตามหลักการของ Mohr – Coulomb ซึ่งมีสมมุติฐานว่าระนาบของการวิบัติของมวลดินจะเกิดขึ้นเป็นแบบ Planar surface พร้อมทั้งชั้นดินจะต้องวางอยู่ในลักษณะ Horizontal layer โดยการวิบัติของมวลดินสามารถเกิดขึ้นได้ 2 รูปแบบ คือ สภาพการวิบัติแบบ Active และ สภาพการวิบัติแบบ Passive

2.1.2.1 Rankine's Active Pressure

ในขณะที่ทำการขุดดินจะมีผลให้เกิดการเคลื่อนตัวของมวลดินที่อยู่บริเวณด้านหลังของกำแพงกันดินเป็นสาเหตุให้กำแพงกันดินเกิด การเคลื่อน โดยการเคลื่อนของกำแพงกันดินเป็นลักษณะเคลื่อนตัวออกจากมวลดินเป็นผลทำให้เกิดการลดลงของค่าหน่วยแรงในแนวนอนขณะที่ค่าหน่วยแรงในแนวตั้งมีค่าคงที่ จนกระทั่งมวลดินเกิดการวิบัติซึ่งสภาพการวิบัติที่เกิดขึ้นเป็นการวิบัติแบบ Rankine Active State โดยลักษณะของการเคลื่อนตัวของกำแพงกันดินจะเป็นแบบ Tilting ดังแสดงในรูปที่ 2.2

การพิจารณาค่าหน่วยแรงคั้นดินทางด้านข้างที่ระดับความลึก Z โดยไม่พิจารณาผลของค่าหน่วยแรงเสียดทานที่บริเวณผิวของกำแพงกันดินและอาศัยกฎวิบัติตามทฤษฎีของ Mohr - Coulomb ($\tau_{ff} = c + \sigma_{ff} \tan \phi$) โดยใช้วงกลมของ Mohr เพื่อหาค่าหน่วยแรงคั้นดินดังแสดงในรูปที่ 2.3





$$\sigma_{ha} = \sigma_v \tan^2 \left(45 - \frac{\phi}{2} \right) - 2c \tan \left(45 - \frac{\phi}{2} \right) \quad (2.4)$$

เมื่อพิจารณา Cohesionless soil ที่มีค่า $C = 0$ จะได้

$$\sigma_{ha} = \sigma_v \tan^2 \left(45 - \frac{\phi}{2} \right) \quad (2.5)$$

$$K_a = \frac{\sigma_{ha}}{\sigma_v} = \tan^2 \left(45 - \frac{\phi}{2} \right) \quad (2.6)$$

โดยอัตราส่วน $\frac{\sigma_{ha}}{\sigma_v}$ เรียกว่า Coefficient of Rankine's Active Earth Pressure K_a

$$\sigma_h = \sigma_v K_a - 2C \sqrt{K_a} \quad (2.7)$$

ลักษณะของแรงดันดิน (Pressure Diagram) ตามทฤษฎี Rankine สำหรับ Cohesionless Soil หรือทรายและกรวด แสดงในรูปที่ 2.5

สำหรับในกรณี Cohesive soil จะเกิด Tension crack ขึ้นจนถึงระดับความลึก Z_c ดังนั้นที่ระดับผิวดิน $Z = 0$

$$\sigma_v = 0 \quad \sigma_{ha} = 2C\sqrt{K_a} \quad (2.8)$$

ที่ระดับความลึก $Z = H$

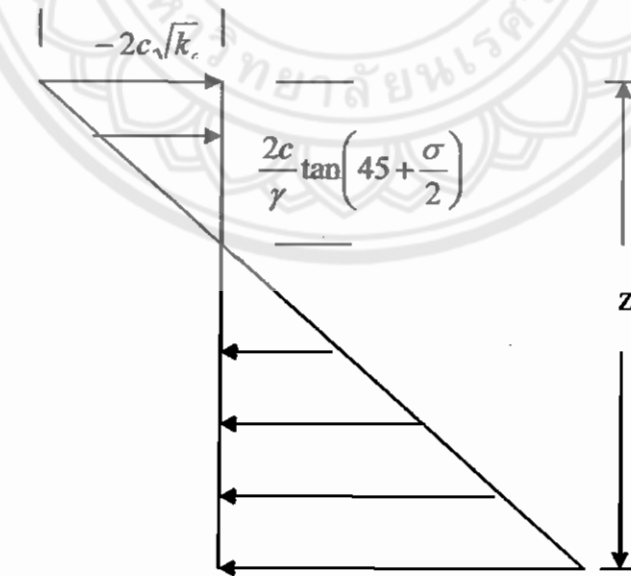
$$\sigma_v = \gamma H \quad \sigma_{ha} = \gamma H K_a - 2C\sqrt{K_a} \quad (2.9)$$

เมื่อเกิด Tension crack ($\sigma_v = 0$) จะหาระยะ Z_c ได้ดังนี้

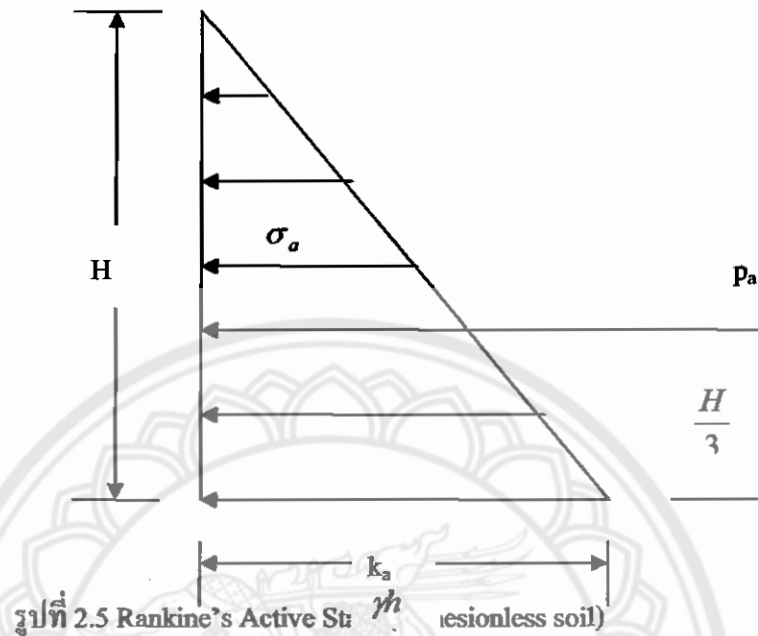
$$0 = \gamma H K_a - 2C\sqrt{K_a}$$

$$Z_0 = \frac{2c}{\gamma\sqrt{K_a}} \quad (2.10)$$

ลักษณะของแรงคั้นดิน (Pressure Diagram) ตามทฤษฎี Rankine สำหรับ Cohesive Soil หรือ ดินเหนียวแสดงในรูปที่ 2.4



รูปที่ 2.4 Rankine's Active $\gamma 2k_a - 2c_n$ soil)



2.1.2.2 Rankine's Passive Earth Pressure

การวิบัติของมวลดินสำหรับสภาวะ Passive เกิดจากการเคลื่อนตัวของกำแพงกันดินในขณะทำการขุดดิน ซึ่งมีผลให้เกิดการเพิ่มขึ้นของหน่วยแรงในแนวนอนขณะที่ค่าหน่วยแรงในแนวตั้งมีค่าคงที่หรือเมื่อพิจารณาในลักษณะของการทดสอบ Triaxial จะได้ว่าเกิดจากการเพิ่มขึ้นของ Axial Stress ในขณะที่ Confining Pressure คงที่ โดยลักษณะของระนาบการวิบัติในสภาวะ Passive สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2.7

การพิจารณาค่าหน่วยแรงดันดินทางด้านข้างที่ระดับความลึก Z โดยไม่คิดผลของแรงเสียดทานที่ผิวของกำแพงกันดิน เริ่มจากในกรณีที่มวลดินอยู่ในสภาพตามธรรมชาติค่าหน่วยแรงในแนวนอน (σ_h) จะมีค่าเท่ากับ $K_0 \sigma'_v + u_0$ และเมื่อเกิดการเคลื่อนตัวของกำแพงกันดินเข้าหามวลดินจนเกิดการวิบัติที่อยู่ในสภาพ Passive ทำให้สามารถหาค่าหน่วยแรงดันดินทางด้านข้าง (σ_{hp}) ได้โดยอาศัยรูปร่างกลมของ Mohr ดังแสดงในรูปที่ 2.6

$$\sigma_{hp} = \sigma_v \tan^2 \left(45 + \frac{\phi}{2} \right) + 2C \tan \left(45 + \frac{\phi}{2} \right) \quad (2.11)$$

เมื่อพิจารณากรณีดินทรายหรือกรวด (Cohesionless soil) ที่มีค่า $C = 0$ จะได้

$$\sigma_{hp} = \sigma_v \tan^2 \left(45 + \frac{\phi}{2} \right) \quad (2.12)$$

$$K_p = \frac{\sigma_{hp}}{\sigma_v} = \tan^2 \left(45 + \frac{\phi}{2} \right) \quad (2.13)$$

โดยอัตราส่วน $\frac{\sigma_{hp}}{\sigma_v}$ เรียกว่า Coefficient of Rankine's passive Earth Pressure, K_p ดังนั้น

$$\sigma_{hp} = \sigma_v K_p + 2C \sqrt{K_p} \quad (2.14)$$

สำหรับกรณีดินเหนียวหรือ Cohesive Soils จะสามารถหาค่า σ_{hp} ได้แสดงในรูปที่ 2.2b

ที่ระดับผิวดิน $Z=0$

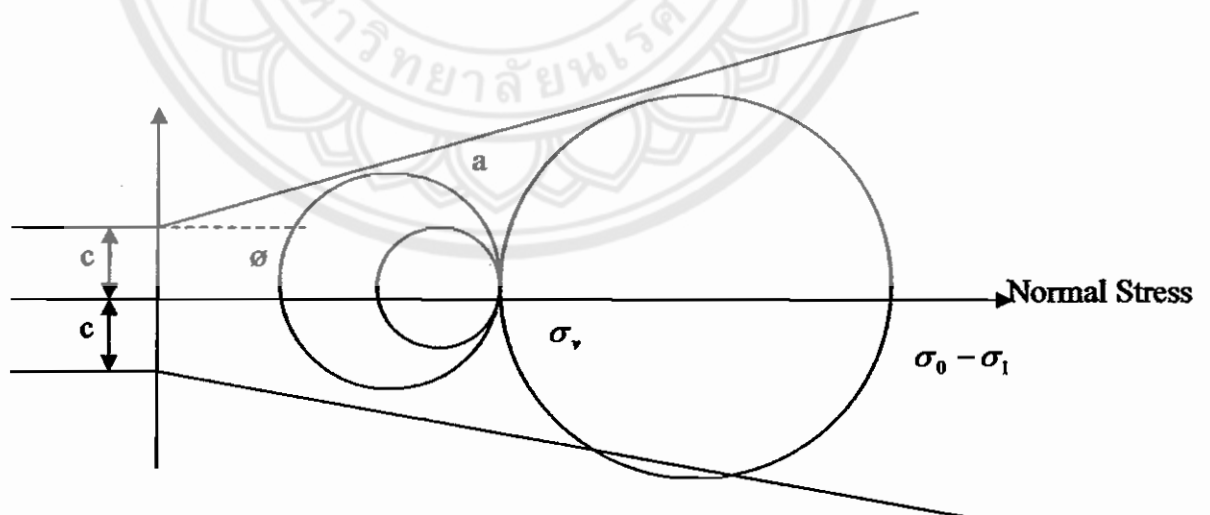
$$\sigma_v = 0 \quad ; \quad \sigma_{hp} = 2C \sqrt{K_p} \quad (2.15)$$

ที่ระดับความลึก $Z=H$

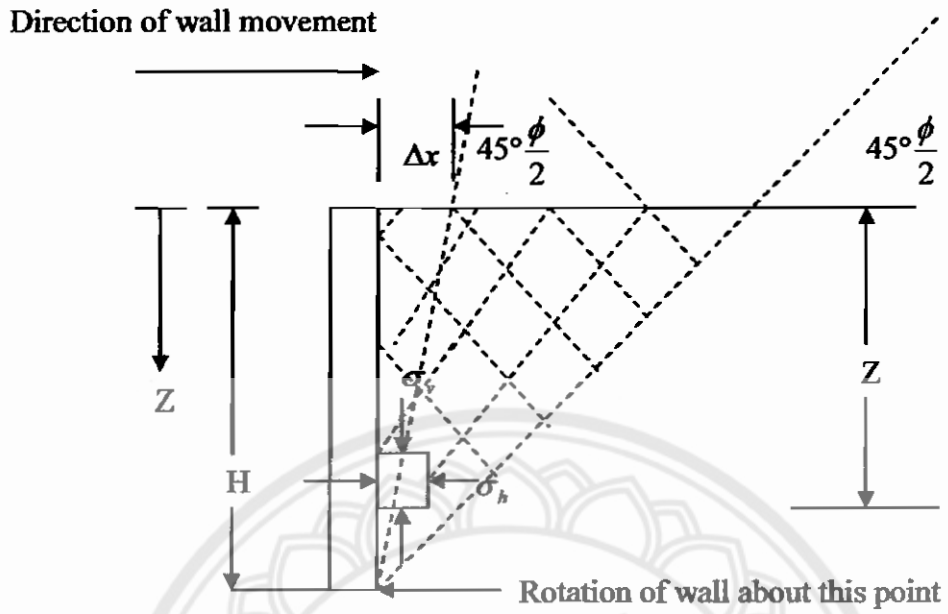
$$\sigma_v = \gamma H \quad ; \quad \sigma_{hp} = \gamma H K_p + 2C \sqrt{K_p} \quad (2.16)$$

Shear Stress

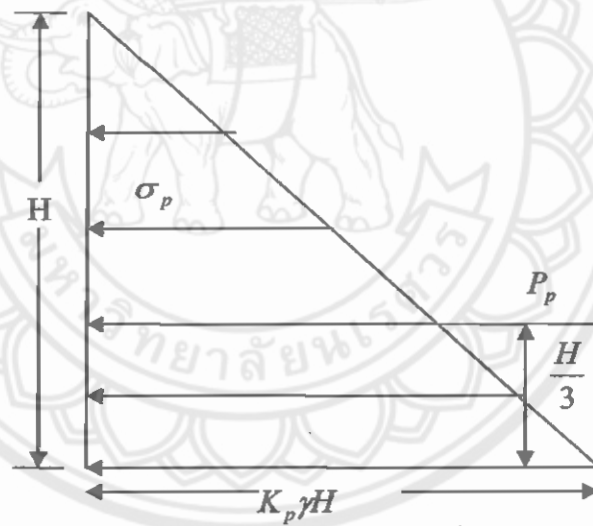
$$\tau = c + \sigma \tan \phi$$



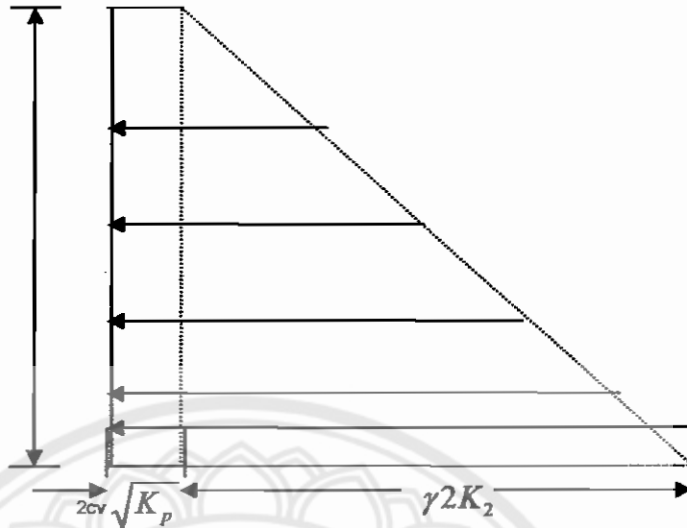
รูปที่ 2.6 Rankine's Passive Mohr-Coulomb



รูปที่ 2.7 Rankine's Passive Earth Pressure State



รูปที่ 2.8 Rankine's Passive State (Cohesionless soil)

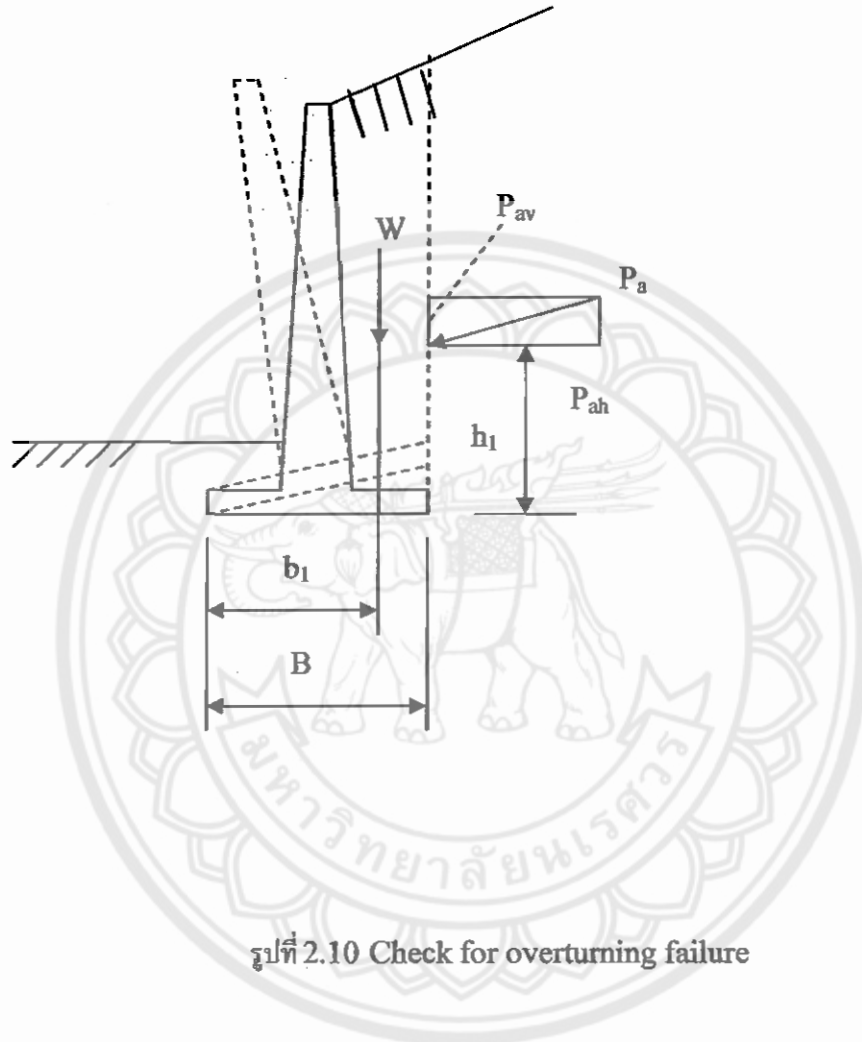


รูปที่ 2.9 Rankine's Passive State (Cohesive soil)

เนื่องจาก โครงการนี้ต้องการศึกษาผลกระทบของความไม่คงที่ของคุณสมบัติดินที่ใช้ในการออกแบบ โครงสร้างทางด้านวิศวกรรมปฐพีเท่านั้น จึงขอคัดตัวอย่างการตรวจสอบเสถียรภาพของกำแพงกันดิน โดยใช้ทฤษฎีแรงดันด้านข้างคงที่ (Earth pressure at rest) เพียงเท่านั้น

2.2 การตรวจเช็คเสถียรภาพของกำแพงกันดิน

2.2.1 Check for overturning failure



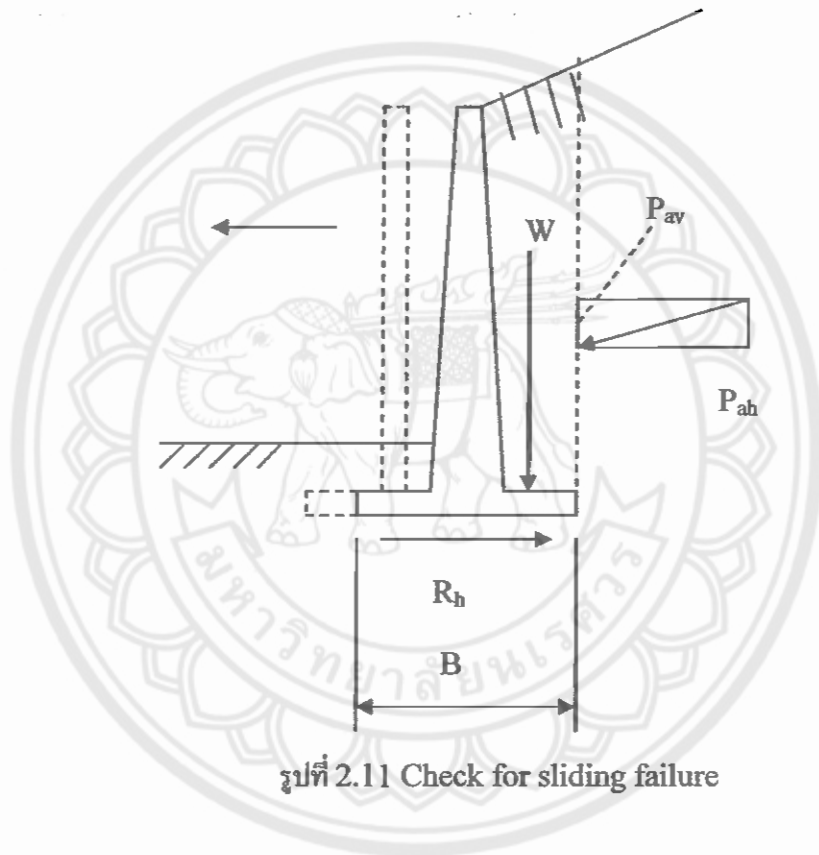
$$\begin{aligned}
 \text{F.S.} &= \frac{\text{stabilizing moment}}{\text{overturning moment}} \\
 &= \frac{Wb_1}{P_{ah}h_1 - P_{av}B} > 2.0 \quad (2.17)
 \end{aligned}$$

When

- W = น้ำหนักของกำแพงกันดินและน้ำหนักดินถม
- P_{av} = แรงดันดินด้านข้างในแนวตั้ง
- P_{ah} = แรงดันดินด้านข้างในแนวราบ

- h_1 = ความสูงจากใต้ฐานรากถึงจุดที่มีแรง P กระทำอยู่
 B = ความกว้างของฐานราก

2.2.2 Check for sliding failure



รูปที่ 2.11 Check for sliding failure

F.S. = Horizontal resistance
 Horizontal force

$$\frac{W \tan(k_1 \phi'_2) + B k_2 c'_2}{P_a} > 1.5 \quad (2.18)$$

When

W = น้ำหนักของกำแพงกันดินและดินถม

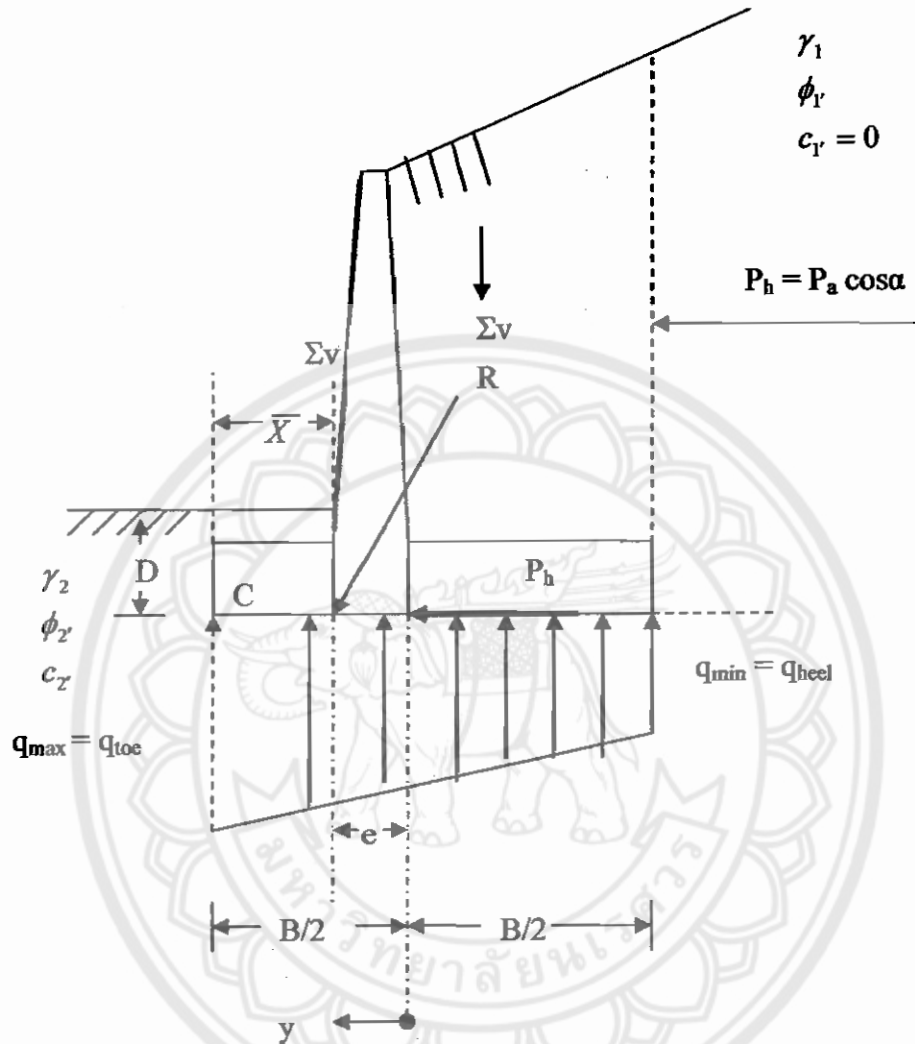
K = constant $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$

B = ความกว้างของฐานราก

Pa = แรงดันดินด้านข้าง



2.2.3 Check for bearing failure



รูปที่ 2.12 Check for bearing failure

$$\begin{aligned}
 FS &= \frac{\text{ultimate bearing capacity}}{\text{Bearing pressure}} \\
 &= \frac{q_u}{q_{max}} > 3 \tag{2.19}
 \end{aligned}$$

$$q_{max} = \frac{\Sigma V}{B} \left(1 + \frac{6e}{B}\right) \tag{2.20}$$

$$q_u = c'_2 N_c F_{cd} F_{ci} + q N_q F_{qd} F_{qi} + \frac{1}{2} \gamma_2 B' N_\gamma F_{\gamma d} F_{\gamma I} \tag{2.21}$$

when

$$\Sigma v = \text{น้ำหนักของดิน}$$

$$B = \text{ความกว้างของฐานราก}$$

$$e = \text{แรงเยื้องศูนย์กลาง}$$

$$\left(\bar{e} \geq \frac{B}{6}\right)$$

$$\gamma = \gamma_2 D$$

$$B' = B - 2e$$

$$F_{cd} = 1 - 0.4 \frac{D}{B'}$$

$$F_{qd} = 1 + 2 \tan \phi'_z (1 - \sin \phi'_z)^2 \frac{D}{B'}$$

$$F_{\gamma d} = 1$$

$$F_{ci} = F_{qi} = \left(1 - \frac{\psi^\circ}{90^\circ}\right)^2$$

$$F_{\gamma i} = \left(1 - \frac{\psi^\circ}{\phi'_z}\right)^2$$

$$\psi^\circ = \tan^{-1} \left(\frac{P_a \cos \alpha}{\Sigma v} \right)$$

2.3 Pile Capacity

กำลังรับน้ำหนักสูงสุด(Q_u) หมายถึง ถ้าน้ำหนักกดสูงสุดตามแนวแกนที่เสาสามารถรับได้ โดยไม่ทรุดตัวหรือจมลงในดินอย่างรวดเร็ว

กำลังรับน้ำหนักปลอดภัย(Q_a)หาได้จาก

1. FS
2. Allowable settlement
3. เสถียรภาพโดยรวมของฐานรากเสาเข็ม

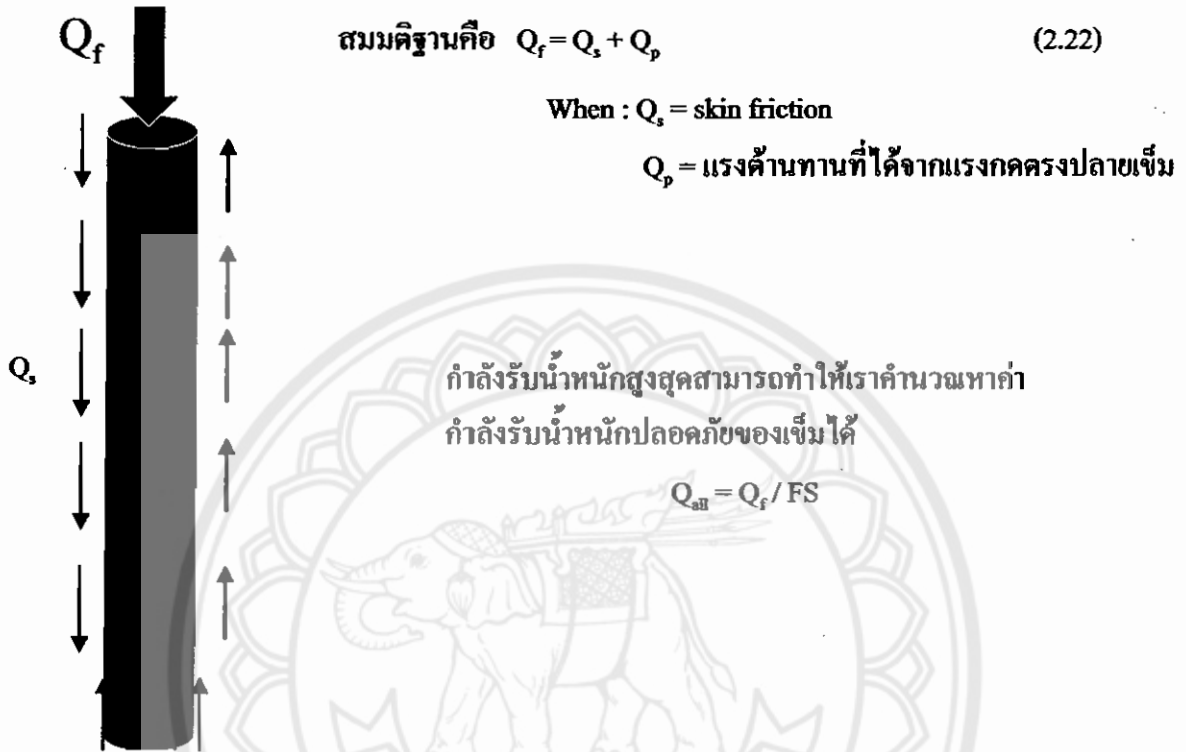
Q_r เราสามารถพิจารณาหาได้จาก

1. ใช้สูตรทางพลศาสตร์ โดยอาศัยผลการตอกเสาเข็มในสถานที่ก่อสร้าง
2. ใช้สูตรทางสถิตศาสตร์ โดยอาศัยผลการทดสอบคุณสมบัติของดินที่ได้จากการ เก็บข้อมูลจากการเจาะสำรวจ

3. Pile Load Test

**ในกรณีศึกษาของ โครงการนี้เราใช้ข้อมูลจากข้อ 2 มาพิจารณาในการออกแบบคำนวณ

2.3.1 การคำนวณหาค่ากำลังรับน้ำหนักสูงสุดของเสาเข็ม



รูปที่ 2.13

2.3.1.1 การคำนวณหาแรงต้านที่ปลายเสาเข็ม (Q_p)

ใช้วิธีของ Meyerhof มาพิจารณาคำนวณ

สำหรับดินเหนียวที่มี $\phi = 0$

$$Q_p = N_{c\phi} C_u A_p = 9c_u A_{pz} \quad (2.23)$$

When

$C_u = \text{undrained cohesion}$

$A_p = \text{พื้นที่หน้าตัดตรงปลายเสาเข็ม}$

2.3.1.2 การคำนวณหาค่าแรงต้านจากแรงฝืดพยุ (Q_s)

ใช้วิธี α method มาพิจารณาคำนวณ

สำหรับดินเหนียว

$$f = \alpha C_u$$

when

f = หน่วยแรงฝืดพยุ

α = ตัวประกอบการชดเชยของดินกับเสาเข็ม

C_u = Undrained cohesion

โดยที่ค่า α หาได้จากสมการ

$$\alpha = 0.1159 \left(\frac{C_u}{\sigma'_0} \right)^2 - 0.5242 \left(\frac{C_u}{\sigma'_0} \right) + 0.9693 \quad (2.24)$$

เมื่อสามารถหาค่าหน่วยแรงฝืดพยุได้แล้วให้นำมาหาค่าแรงต้าน จากแรงฝืดพยุ (Q_s) จาก

$$Q_s = \sum f_p \Delta L = \sum \alpha C_{u,p} \Delta L \quad (2.25)$$

When

P = เส้นรอบวงของเสาเข็มที่สัมผัสดิน

ΔL = ความสูงของเสาเข็ม

การหาค่า Vertical effective stress (σ'_0)

$$\sigma'_0 = \sum H (\gamma_{\text{soil}} - \gamma_{\text{water}}) \quad (2.26)$$

When

H = ความสูงของชั้นดิน

γ_{soil} = หน่วยน้ำหนักของดิน

γ_{water} = หน่วยน้ำหนักของน้ำ

การหาค่า Undrained shear strength (C_u) สามารถหาได้จากความสัมพันธ์ต่อไปนี้

สำหรับดินเหนียว

$$C_u = Kn_{60} \quad (2.27)$$

When

$$K = \text{constant} = 3.5 - 6.5 \text{ kN/m}^2 \text{ (0.507 - 0.742 lb/ft}^2\text{)}$$

N_{60} = ค่า STP ที่ได้จากสนาม

โดยส่วนใหญ่ค่าเฉลี่ยของ $K = 4.4 \text{ kN/m}^2 \text{ (0.638 lb/ft}^2\text{)}$

Hara จึงได้เสนอวิธีการหาค่า C_u ไว้ดังนี้

$$C_u \text{ (kN/m}^2\text{)} = 29N_{60}^{0.72} \quad (2.28)$$

สำหรับดินทราย

$$(N_1)_{60} = C_N N_{60} \quad (2.29)$$

When

$$(N_1)_{60} = \text{ค่า } N_{60} \text{ ที่ปรับแก้แล้ว}$$

$$C_N = \text{correction factor}$$

$$N_{60} = \text{ค่า STP ที่ได้จากสนาม}$$

การหาค่า C_N (correction factor) สามารถใช้ความสัมพันธ์ของ σ'_0 (effective overburden pressure) กับ P_a = atmospheric pressure ($\approx 100 \text{ kN/m}^2, 2000 \text{ lb/ft}^2$) ที่เกี่ยวข้องกับ C_N มาพิจารณาคำนวณในที่นี้ความสัมพันธ์ที่ถูกเลือกใช้มากที่สุด คือ Liao and Whitman และ Skempton (เลือกใช้ความสัมพันธ์ที่ทำให้ค่า C_N น้อยที่สุดมาพิจารณาคำนวณ)

Liao and Whitman

$$C_N = \left[\frac{1}{\left(\frac{\sigma'_0}{Pa} \right)} \right]^{0.5} \quad (2.30)$$

Skempton

$$C_N = \frac{Z}{1 + \left(\frac{\sigma'_0}{Pa} \right)} \quad (2.31)$$

การหาค่า Friction angle (ϕ) สามารถหาได้จากความสัมพันธ์ระหว่าง N_{60} กับ $\frac{\sigma'_0}{Pa}$

$$\phi = \tan^{-1} \left[\frac{N_{60}}{12.2 + 20.3 \left(\frac{\sigma'_0}{Pa} \right)^{0.34}} \right] \quad (2.32)$$

2.4 วิธีกรมอนติ คาร์โล

2.4.1 ความเป็นมาของวิธีกรมอนติ คาร์โล

เทคนิควิธีกรมอนติ คาร์โล เป็นสาขาหนึ่งของคณิตศาสตร์ใช้คอมพิวเตอร์ช่วยในการจำลองสถานการณ์ (Simulation) โดยอาศัยตัวเลขสุ่ม (Random Number) มาสร้างตัวแปรให้เหมือนกับสถานการณ์จริงและมีการทดลองซ้ำหลายๆ ครั้ง เพื่อให้ได้ค่าที่แน่นอนที่จะใช้เป็นข้อสรุปหรืออธิบายปรากฏการณ์ต่างๆ ในสถานการณ์จริงหรือช่วยหาคำตอบในเรื่องราวต่างๆ ที่ยังไม่แน่ใจในผลที่เกิดขึ้น

เทคนิควิธีกรมอนติ คาร์โล ได้มีการใช้มานานแล้วแต่ในสมัยก่อนๆ ไม่ได้เรียกว่า มอนติ คาร์โล โดยนำมาพัฒนาทฤษฎีความน่าจะเป็น (Probability Theory) ในราวปี ค.ศ. 1753 จอร์ส หลุยส์ เลคเลอร์ และบุฟฟอง (Georges Louis Leclere and Comte de Buffon) ทำการทดลองหาค่า (π) โดยการ โยนเข็มที่มีความยาว k หน่วย อย่างสุ่มลงมาบนพื้นราบที่มีเส้นขนานอยู่ โดยให้ระยะห่างระหว่างเส้นขนานแต่ละเส้นห่างกัน d หน่วย และกำหนดให้ $d > k$ จะ ได้ความน่าจะเป็นที่เข็มจะตัดกับเส้นขนาน $P = 2k / \pi d$ ซึ่งถ้าความน่าจะเป็น (P) เป็นค่าสุ่ม ก็จะหาค่า π ได้ ในราวปี ค.ศ. 1908 กอสเซท (W.S.Gosset) ได้ศึกษาการแจกแจงความถี่ของความสูงของนัก โทษอาชญากรรมจำนวน 3,000 คน โดยเทียบกับการแจกแจงความถี่ของกลุ่มตัวอย่างที่สุ่มมาครั้งละ 4 คน จำนวน 750 กลุ่ม ตัวอย่าง ผลการศึกษาพบว่า การแจกแจงความถี่ทั้งสองมีลักษณะเหมือนกัน กอสเซท ได้ตั้งชื่อการ



แจกแจงความถี่ที่ค้นพบนี้ว่า การแจกแจงค่าที (t-distribution) ซึ่งถือได้ว่าเป็นจุดเริ่มต้นของเทคนิค
วิธีมอนติ คาร์โล (Monte Carlo Method)

เทคนิควิธีมอนติ คาร์โล ได้รับการพัฒนาอย่างจริงจังในปี ค.ศ. 1944 ช่วงสงครามโลกครั้งที่ 2 อูลามและออนนิวแมน (Ulam and Von Neumann) เป็นผู้ตั้งชื่อ มอนติ คาร์โล เป็นรหัสลับของงานที่ทำใน ลอส อลามอส (Los Alamos) ได้นำเทคนิคนี้มาหาผลของการแพร่อย่างสุ่มของนิวตรอน (Neutron diffusion) ในวัสดุเชื้อเพลิงซึ่งเป็นการทดลองทางคณิตศาสตร์เพื่อหาผลของคำตอบก่อนที่จะทำการทดลองจริง ซึ่งทำให้ไม่เกิดอันตรายและช่วยประหยัดค่าใช้จ่ายก่อนการทดลองจริง หลังจากนั้นเทคนิคมอนติ คาร์โล ได้มีการนำมาใช้อย่างกว้างขวางทั้งทางด้านฟิสิกส์คณิตศาสตร์ สถิติ และการวิจัย นับได้ว่าเทคนิคมอนติ คาร์โล มีประโยชน์อย่างมากในการขยายความรู้เชิงทฤษฎี เช่น การนำมาศึกษาความคลาดเคลื่อนทางสถิติ เปรียบเทียบประสิทธิภาพการทดสอบชนิดต่างๆ เป็นต้น

2.4.2 ขั้นตอนของระเบียบวิธีมอนติ คาร์โล

หลักการที่สำคัญของวิธีการมอนติ คาร์โล ก็คือ การนำเอาตัวเลขสุ่ม (Random Number) มาประยุกต์แก้ปัญหาต่างๆ มีขั้นตอนที่สำคัญดังนี้

1. สร้างตัวเลขสุ่ม (Generate random number) ระยะเวลาทำได้โดยอาศัยเครื่องมือทางกายภาพ เช่น ถังรูเล็ก ลูกเต๋า ไพ่ กระจายเขียนเบอร์ เป็นต้น แต่ได้ตัวเลขสุ่มไม่มาก ต่อมาจึงหันมาใช้เครื่องมืออิเล็กทรอนิกส์ เช่น เครื่องสร้างตัวเลขสุ่มที่สร้างขึ้น โดยบริษัท แรนด์ (Rand) โดยสร้างจากตัวเลขสุ่มจากเครื่องกำเนิดพัลส์ (Pulse) ซึ่งสามารถสร้างตัวเลขสุ่มได้เป็นล้านตัว

การสร้างหรือการเลือกใช้ตัวเลขสุ่มดังกล่าวกับเครื่องคอมพิวเตอร์ยังมีปัญหา 2 ประการคือ เป็นการยากที่จะให้คอมพิวเตอร์สามารถเรียกใช้ได้เมื่อมีความต้องการ และยากที่จะทำให้เครื่องมือดังกล่าวสร้างตัวเลขสุ่มชุดเดิม เมื่อต้องการใช้เปรียบเทียบวิธีการต่างๆภายใต้เงื่อนไขของระบบเลขสุ่มชุดเดียวกัน หรือถ้าจะเก็บเลขสุ่มเหล่านี้ไว้ในหน่วยความจำหรืองานแม่เหล็กก็จะทำให้สูญเสียหน่วยความจำหรือเสียเวลาในการค้นหา ฉะนั้นการสร้างตัวเลขสุ่มในคอมพิวเตอร์จึงนิยมสร้างตัวเลขสุ่มเทียม (Pseudo random number) โดยอาศัยสูตรทางคณิตศาสตร์

ในปัจจุบันมีโปรแกรมสำหรับสร้างตัวเลขสุ่มในเครื่องคอมพิวเตอร์ เช่น ภาษาเบสิก (Basic) มีคำสั่งเรียกใช้ตัวเลขสุ่มคือ RANDOMIZED และ RND ในภาษาฟอร์แทรน (FORTRAN) ก็มีคำสั่งเรียกตัวเลขสุ่มได้ คือ RANDUM ส่วนภาษาฟอกโปร (FOXPRO) มีคำสั่งเรียกตัวเลขสุ่มคือ RAND()

คุณสมบัติของตัวเลขสุ่มที่ดี

1.) ตัวเลขสุ่มที่ได้ต้องมีลักษณะการกระจายความน่าจะเป็นแบบสม่ำเสมอ (Uniform Distribution)

2.) ตัวเลขสุ่มที่ได้ต้องเป็นอิสระต่อกัน

3.) อนุกรมของตัวเลขสุ่มที่ได้ต้องสามารถสร้างซ้ำเดิมได้

4.) อนุกรมตัวเลขสุ่มที่ได้ต้องไม่ซ้ำเดิมในช่วงที่ต้องการใช้ตัวเลขสุ่ม

5.) ต้องใช้เวลาน้อยในการสร้างตัวเลขสุ่ม

6.) ต้องใช้หน่วยความจำในคอมพิวเตอร์น้อย

2. นำตัวเลขสุ่มมาประยุกต์ใช้กับปัญหาต่างๆ เป็นการนำตัวเลขสุ่มไปใช้ในการสร้างตัวแปรตามลักษณะการแจกแจงของปัญหาที่จะศึกษาเพื่อเป็นข้อมูลของปัญหานั้น เช่น สร้างตัวเลขสุ่มแล้วนำตัวเลขสุ่มไปสร้างเป็นคะแนนการสอบของผู้เรียน แต่บางครั้งตัวแปรของปัญหาที่จะศึกษาไม่ได้สร้างจากตัวเลขสุ่มโดยตรง แต่ใช้ตัวเลขสุ่มเป็นพื้นฐานก็ได้

3. ทำการทดลองซ้ำหลายๆ ครั้ง การศึกษาด้วยวิธีมอนติ คาร์โล ต้องมีการทดลองซ้ำหลายๆ ครั้งเพื่อลดความคลาดเคลื่อนของคำตอบที่จะได้ และสามารถสรุปเป็นความน่าจะเป็นของการเกิดเหตุการณ์ในปัญหานั้นๆ

2.4.3 จุดเด่นของการใช้เทคนิคมอนติ คาร์โล

เทคนิคมอนติ คาร์โล ใช้ตัวเลขสุ่มในการสร้างพื้นฐานตัวแปรของปัญหาโดยอาศัยทฤษฎีสุทธหรือกฎเกณฑ์ต่างๆ ที่มีอยู่ และมีการทดลองซ้ำหลายๆ ครั้ง เพื่อลดความคลาดเคลื่อนต่างๆ ซึ่งนับว่ามีประโยชน์ที่สำคัญดังนี้

1.) สามารถควบคุมตัวแปรแทรกซ้อนและสามารถสังเกตได้อย่างสมบูรณ์ และทำการทดลองซ้ำภายใต้สภาพแวดล้อม (Context) เดิมหลายๆ ครั้งได้ ส่วนการทดลองจริงนั้นทำไม่ได้ เพราะไม่สามารถรักษาสภาพแวดล้อมให้เหมือนเดิมทุกอย่างได้เมื่อเวลาเปลี่ยนไป

2.) ถ้ามีสูตรหรือกฎเกณฑ์ต่างๆ ที่ถูกต้องในการรองรับตัวแปรของปัญหาในการทดลองแล้วจะให้ผลที่ถูกต้องแม่นยำกว่าเมื่อใช้ทดลองในสถานการณ์จริง เพราะสามารถลดตัวแปรแทรกซ้อนเชิงจิตวิทยาได้

3.) สิ้นเปลืองเวลา แรงงาน และค่าใช้จ่ายน้อยกว่าเมื่อเทียบกับการทดลองในสถานการณ์จริง