บทที่ 2

ทฤษฎีการออกแบบวงจรดิจิตอล

(Digital Logic Circuit Design Theorems)

2.1 วงจรคอมบิเนชันนอลลอจิก(Combinational Logic Circuit)

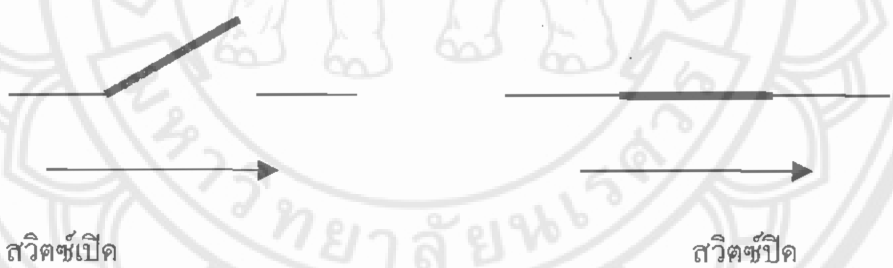
2.1.1 หลักการเบื้องต้นของวงจรลอจิก(Principle of Logic Circuit)

หลักการเบื้องต้นของวงจรลอจิก จะศึกษาสภาวะการทำงานอยู่ 2 สภาวะ โดยมีการกำหนดว่า สามารถมีได้เพียง 2 สภาวะเท่านั้น เช่น ปิด-เปิด ใช่-ไม่ใช่ ฯลฯ และในขณะใดขณะหนึ่งจะต้องอยู่ในสภาวะใดสภาวะหนึ่งเท่านั้น

เพื่อความเป็นมาตรฐานจึงได้มีการแทนสภาวะด้วยตัวแปรค่าสภาวะ โดยใช้สัญลักษณ์ 0 และ 1 โดยที่

ลอจิก 0 แทน ไม่มีสัญญาณหรือสวิตซ์เปิด

ลอจิก 1 แทน มีสัญญาณหรือสวิตซ์ปิด



รูปที่ 2.1 สัญลักษณ์สวิตซ์แทนลอจิก 0 และ 1

2.1.2 หลักการเบื้องต้นของพีชคณิตบูลีน (Boolean Algebra)

นักคณิตศาสตร์ชาวอังกฤษ ชื่อ จอร์จ บูล(George Boole) ได้เป็นบุคคลที่กำหนดพีชคณิตบูลีนขึ้น ในพีชคณิตบูลีนใช้ตัวอักษร A B C ... แทนตัวแปรค่า 2 สภาวะ คือ 0 หรือ 1 และใช้เครื่องหมายทางเลขคณิต แทนความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรในวงจร

เครื่องหมาย	·	แทนความหมาย แอนด์(AND)
เครื่องหมาย	+	แทนความหมาย ออร์(OR)
เครื่องหมาย	-	แทนความหมาย น็อต(NOT)

2.1.3 ไบนารีลอจิกเกต (Binary Logic Gate)

ลอจิกเกตต่างๆ จัดเป็นอุปกรณ์พื้นฐานเบื้องต้นของวงจรดิจิตอล แบ่งตามคุณสมบัติการทำงานได้ดังนี้

1.แอนด์เกต (AND gate) ใช้เครื่องหมาย · เป็นสัญลักษณ์

2.ออร์เกต (OR gate) ใช้เครื่องหมาย ı เป็นสัญลักษณ์

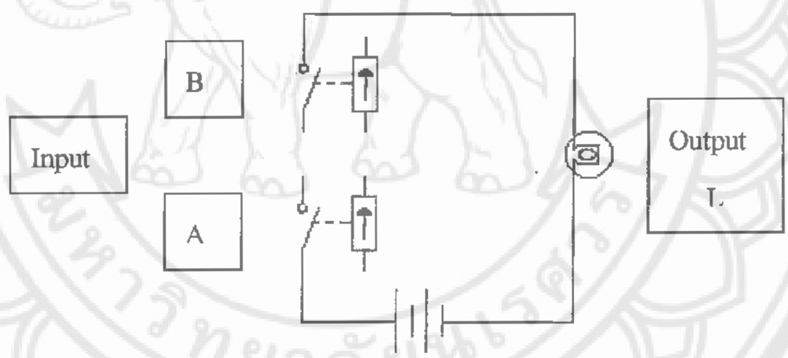
3.น็อตเกต (NOT gate หรือ inverter) ใช้เครื่องหมาย - เป็นสัญลักษณ์

4.แนนด์เกต (NAND gate)

5.นอร์เกต (NOR gate)

6.เกตพิเศษ เช่น เอกซ์คลูซีฟออร์ (Exclusive OR gate) และเอกซ์คลูซีฟนอร์ (Exclusive NOR gate)

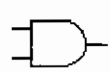
- แอนด์เกต (AND gate) เราสามารถทำการศึกษาพื้นฐานการทำงานของแอนด์เกตโดยใช้สวิตซ์ต่อกันอย่างง่ายๆ เป็นรูปวงจรพื้นฐานของแอนด์เกตได้ดังรูป



รูปที่ 2.2 วงจรพื้นฐานของแอนด์เกต

(ที่มา:ดิจิตอลเบื้องต้นและไมโครคอมพิวเตอร์ชิพเดี่ยว นรินทร์ วัฒนกุล)

จากรูป เราจะเห็นได้ว่า หลอดไฟ (L) จะเป็นเอาต์พุต ซึ่งหลอดไฟ (L) จะติดก็ต่อเมื่อสวิตซ์ A และ B ปิดทั้งคู่เท่านั้น สามารถเขียนแทนรูปวงจรพื้นฐานดังกล่าวด้วยสมการ $A \cdot B = L$ (Input A isANDed with Input B to get Output L) แอนด์เกตสามารถแทนได้ด้วยสัญลักษณ์ดังรูป



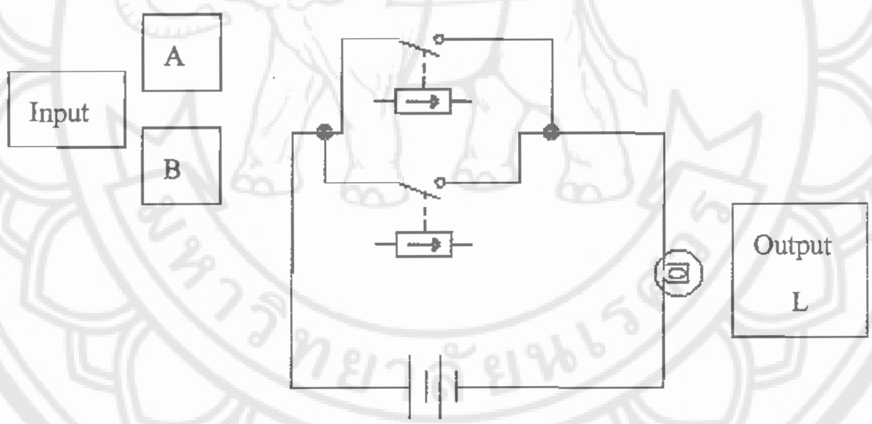
รูปที่ 2.3 สัญลักษณ์ของแอนด์เกต

สามารถเขียนตารางความจริงแทนการทำงานของแอนเกตได้ดังนี้

ตารางที่ 2.1 ตารางความจริงของแอนเกต

อินพุต		เอาท์พุต
A	B	L=A·B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- ออร์เกต (OR gate)) เราสามารถทำการศึกษาพื้นฐานการทำงานของออร์เกตโดยใช้สวิตซ์ต่อกันอย่างง่ายๆ เป็นรูปวงจรพื้นฐานของออร์เกตได้ดังรูป



รูปที่ 2.4 แสดงวงจรพื้นฐานของออร์เกต
(ที่มา:ดิจิตอลเบื้องต้นและไมโครคอมพิวเตอร์ชิพเดี่ยว นรินทร์ วัฒนกุล)

จากรูป เราจะเห็นได้ว่า หลอดไฟ (L) จะเป็นเอาต์พุต ซึ่งหลอดไฟ (L) จะดับก็ต่อเมื่อสวิตซ์ A และ B เปิดทั้งคู่เท่านั้น สามารถเขียนแทนรูปวงจรพื้นฐานดังกล่าวด้วยสมการ A+B=L (Input A isORed with Input B to get Output L) ออร์เกตสามารถแทนได้ด้วยสัญลักษณ์ดังรูป

รูปที่ 2.5 สัญลักษณ์ของออร์เกต

สามารถเขียนตารางความจริงแทนการทำงานของแอนเกตได้ดังนี้

ตารางที่ 2.2 ตารางความจริงของออร์เกต

อินพุต		เอาท์พุต
A	B	L=A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

- น็อตเกต (NOT gate หรือ inverter) จะประกอบด้วย หนึ่งอินพุตและหนึ่งเอาต์พุต โดยเอาต์พุตจะมีค่าลอจิกตรงข้ามกับอินพุต หรือเอาต์พุตจะมีค่าลอจิก เป็นคอมเพิลเมนท์ (Complement) กับอินพุต เมื่อให้ A เป็นอินพุตเราสามารถเขียนได้ว่า ค่าเอาท์พุต=A* (Not A)

ค่าเอาท์พุต $= \overline{A}$

รูปที่ 2.6 สัญลักษณ์ของน็อตเกต

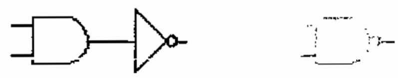
สามารถเขียนตารางความจริงแทนการทำงานของน็อตเกตได้ดังนี้

ตารางที่ 2.3 ตารางความจริงของน็อตเกต

อินพุต	เอาท์พุต
0	1
1	0

- แนนเกต (NAND gate)

เกตชนิดนี้ถูกพัฒนาจากแนนเกตและน็อตเกต โดยการนำมาต่อรวมกัน เป็นเกตชนิดใหม่ซึ่งสามารถแสดงได้ ดังรูป



รูปที่ 2.7 สัญลักษณ์ของแนนเกต

เมื่อให้ A และ B เป็นอินพุตเราสามารถเขียนได้ว่า ค่าเอาท์พุต = (A ·B)*
สามารถเขียนตารางความจริงแทนการทำงานของแนนเกตได้ดังนี้

ตารางที่ 2.4 ตารางความจริงของแนนเกต

อินพุต		เอาท์พุต
A	B	
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

จะสังเกตได้ว่า ค่าเอาท์พุตที่ได้ออกมา จะตรงกันข้ามกับแอนด์เกต

- นอร์เกต (NOR gate)

เกตชนิดนี้ถูกพัฒนาคล้ายกับแนนเกตคือ เกิดจากออร์เกตและน็อตเกต โดยการนำมาต่อรวมกัน เป็นเกตชนิดใหม่ ดังรูป

รูปที่ 2.8 สัญลักษณ์ของนอร์เกต

เมื่อให้ A และ B เป็นอินพุตเราสามารถเขียนได้ว่า ค่าเอาท์พุต = (A +B)*
สามารถเขียนตารางความจริงแทนการทำงานของนอร์เกตได้ดังนี้

ตารางที่ 2.5 ตารางความจริงของนอร์เกต

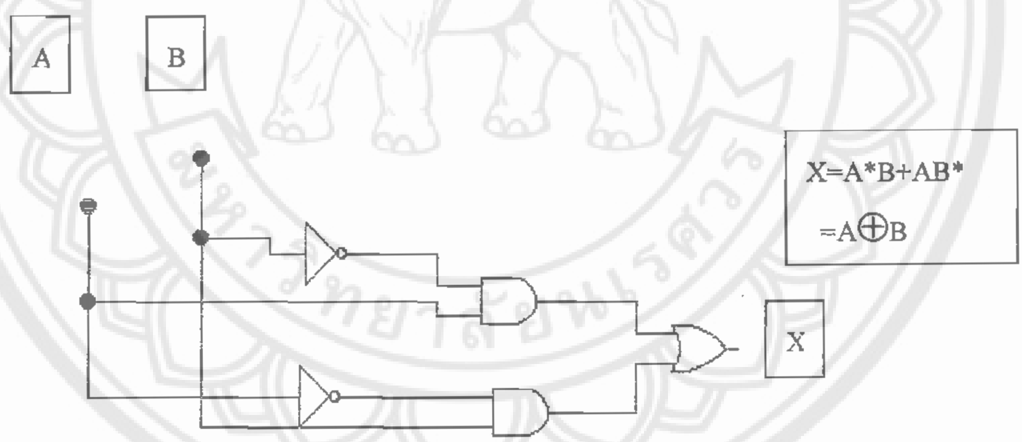
อินพุต		เอาท์พุต
A	B	
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

จะสังเกตได้ว่า ค่าเอาท์พุตที่ได้ออกมา จะตรงกันข้ามกับออร์เกต

- เกตพิเศษอื่นๆ

- เอกซ์คลูซีฟออร์เกต

เกิดจากการนำเอา น็อตเกต แอนด์เกต ออร์เกตมาต่อรวมกัน ดังรูป



รูปที่ 2.9 การนำเกตชนิดต่างๆมาต่อเป็นเอกซ์คลูซีฟออร์เกต
(ที่มา:ดิจิตอลเบื้องต้นและไมโครคอมพิวเตอร์ชิพเดี่ยว นรินทร์ วัฒนกุล)

รูปที่ 2.10 สัญลักษณ์ของเอกซ์คลูซีฟออร์เกต

เมื่อให้ A และ B เป็นอินพุตเราสามารถเขียนได้ว่า ค่าเอาท์พุต =A⊕B
สามารถเขียนตารางความจริงแทนการทำงานของเอกซ์คลูซีฟออร์เกตได้ดังนี้

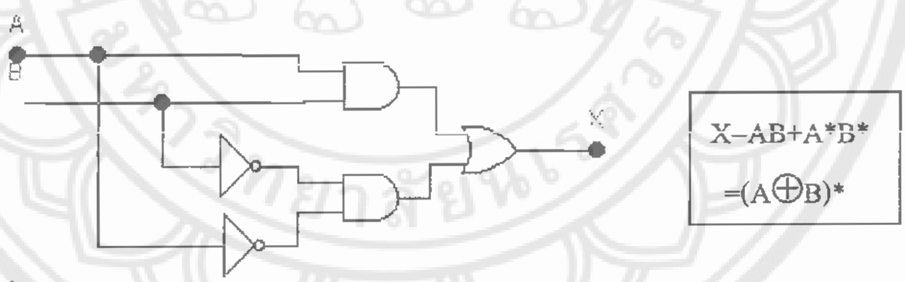
ตารางที่ 2.6 ตารางความจริงของเอกซ์คลูซีฟออร์เกต

อินพุต		เอาท์พุต
A	B	
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

สังเกตได้ว่า สัญญาณเอาท์พุตที่ได้จะมีค่าเป็น "1" ก็ต่อเมื่ออินพุตที่เข้ามามีค่าตรงข้ามกัน

- เอกซ์คลูซีฟนอร์เกต

เกิดจากการนำเอา น็อตเกต แอนด์เกต ออร์เกตมาต่อรวมกัน ดังรูป



รูปที่ 2.11 การนำเกตชนิดต่างๆมาต่อเป็นเอกซ์คลูซีฟนอร์เกต
(ที่มา:ดิจิตอลเบื้องต้นและไมโครคอมพิวเตอร์ชิพเดี่ยว นรินทร์ วัฒนกุล)

รูปที่ 2.12 สัญลักษณ์ของเอกซ์คลูซีฟนอร์เกต

เมื่อให้ A และ B เป็นอินพุตเราสามารถเขียนได้ว่า ค่าเอาท์พุต =AB+A*B* = (A⊕B)*
สามารถเขียนตารางความจริงแทนการทำงานของเอกซ์คลูซีฟนอร์เกตได้ดังนี้

ตารางที่ 2.7 ตารางความจริงของเอกซ์คลูซีฟนอร์เกต

อินพุต		เอาท์พุต
A	B	
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

สังเกตได้ว่า สัญญาณเอาท์พุตจะมีค่าเป็น "1" ก็ต่อเมื่ออินพุตที่เข้ามามีเหมือนกัน เช่น "1" หรือ "0" เหมือนกันทั้งคู่ เป็นต้น

2.1.4 การออกแบบวงจรดิจิตอล (Design Digital Circuit)

- ตารางความจริง

ตารางความจริงคือ ตารางที่ถูกกำหนดขึ้นเพื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอินพุตและเอาท์**พู**ต โดยขนาดของตารางจะถูกกำหนดโดยจำนวนตัวแปรของอินพุตที่ถูกใส่เข้ามา

การหาค่าอินพุตสามารถคำนวณได้โดย จำนวนอินพุต=2^N เมื่อ N=จำนวนตัวแปรของอินพุตที่ถูกใส่เข้ามา

ตัวอย่าง ตารางความจริงชนิด 2 อินพุต (A,B)

วิธีทำ $2^N=2^2$ เมื่อ 2 คือจำนวนตัวแปรของอินพุต

=4 (ในที่นี้จะกำหนดแทนได้ด้วย 0 ถึง 3)

ดังนั้น เราสามารถแสดงตารางความจริงชนิด 2 อินพุตได้ตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 2.8 ตารางความจริงของอินพุตแบบ 2 ตัวแปร

	A	B	เอาท์พุต
0	0	0	d
1	0	1	d
2	1	0	d
3	1	1	d

หมายเหตุ ค่า d โดยปกติจะเรียกว่า โดนท์แคร์เทอม (don't care term) คือค่าเอาท์พุตที่จะมีค่าลอจิกเป็นอย่างไรก็ได้ ซึ่งมีความสำคัญต่อการลดรูปของวงจรที่ผู้ใช้ออกแบบ

การเขียนสมการจากตารางความจริงสามารถเขียนได้ 2 รูปแบบคือ

1.)รูปแบบมินเทอม (min term form)หรือ ผลรวมของผลคูณ (sum of product)

เช่น $A\cdot B+B\cdot C=Y$

2.)รูปแบบแมกซ์เทอม (max term form) หรือผลคูณของผลบวก (product of sum)

เช่น $(D+E)\cdot(E+F)-Y$

มินเทอม (min term)

ให้ทำการพิจารณาจากเอาท์พุตที่มีลอจิก "1" เป็นหลัก

แมกซ์เทอม (max term)

ให้ทำการพิจารณาจากเอาท์พุตที่มีลอจิก "0" เป็นหลัก

ตัวอย่างที่ 1. การพิจารณามินเทอม (min term form)หรือ ผลรวมของผลคูณ (sum of product)

ให้ทำการพิจารณาเอาท์พุตที่มีลอจิก "1" เป็นหลัก

ตารางที่ 2.9 ตารางแสดงการหามินเทอม

A	B	C	เอาท์พุต
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1

1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

จากตารางได้ว่า X=A*BC*+AB*C*+AB*C+ABC

ตัวอย่างที่ 2. การพิจารณา max term form หรือ product of sum

พิจารณาจากเอาท์พุตที่มีลอจิก "0" เป็นหลัก

รูปที่ 2.10 ตารางแสดงการหาแมกซ์เทอม

A	B	C	เอาท์พุต
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

จากตารางจะได้ค่า X= [A+B*+C] · [A*+B+C] · [A*+B+C*]· [A*+B*+C*]

- สวิตชิ่งฟังก์ชั่น (Switching Function)

สวิตชิ่งฟังก์ชันเป็นการออกแบบ โดยเขียนตำแหน่งเลขฐานสิบที่เป็นลอจิก 1 หรือ ลอจิก 0 ลงในสวิตชิ่งฟังก์ชัน โดยปกติจะใช้ออกแบบที่มีการลดรูปสมการบูลีน โดยใช้แผนผังคาร์โนห์ (ซึ่งจะพูดต่อไปในหัวข้อเรื่องแผนผังคาร์โนห์) การเขียนสวิตชิ่งฟังก์ชัน มี 2 แบบคือ

1.)มินเทอม (minterm) หรือผลบวกของผลคูณ (Sum of Product) เป็นการเขียนตำแหน่งเลขฐานสิบที่เป็นลอจิก 1 ลงในฟังก์ชัน เช่น จากตารางที่ จะมีฟังก์ชันเป็น

$$f(A,B,C)=\sum m(2,4,5,7)$$

2.แมกซ์เทอม (maxterm) หรือ ผลคูณของผลบวก(Product of sum) เป็นการเขียนตำแหน่งเลขฐานสิบที่เป็นลอจิก 0 ลงในฟังก์ชัน เช่น จากตารางที่ จะมีฟังก์ชันเป็น

$$f(A,B,C)=\pi m(0,1,3,6)$$

2.1.5 ทฤษฎีบทของพีชคณิตบูลีน (Theory of Boolean Algreba)

- บทพิสูจน์ของบูลีน

บทพิสูจน์ที่ 1. X=0 หรือ X=1

บทพิสูจน์ที่ 2. 0·0=1

บทพิสูจน์ที่ 3.1+1=1

บทพิสูจน์ที่ 4.0+0=0

บทพิสูจน์ที่ 5. 1·1=1

บทพิสูจน์ที่ 6.1·0=0·1=0

บทพิสูจน์ที่ 7.1+0=0+1=1

- ทฤษฎีพีชคณิตของบูลีน

ทฤษฎีบทที่ 1. กฎการสลับที่ (Commutative law)

a.) A+B=B+A

b.) A·B=B·A

ทฤษฎีบทที่ 2. กฎความสัมพันธ์ (Associative law)

a.) (A+B)+C=A+(B+C)

b.) (A·B) ·C=A· (B·C)

ทฤษฎีบทที่ 3. กฎการกระจาย (Distributive law)

a.) A·(B+C)=A·B+A·C

b.) A+(B·C)=(A+B) · (A+C)

ทฤษฎีบทที่ 4. กฎของเอกลักษณ์ (Indentity law)

a.) A+A A

b.) A·A=A

ทฤษฎีบทที่ 5. กฎการลบล้าง (Negation law)

a.) (A*)=A*

b.) A**=A

ทฤษฎีบทที่ 6. กฎการลดทอน (Redumdance law)

a.) A+A.B=A

b.) A· (A+B)=A

ทฤษฎีบทที่ 7.

a.) 0+A=A

b.) 1·A=A

c.) 1+A=1

d.) 0·A=0

ทฤษฎีบทที่ 8.

a.) A*+A=1

b.) A*·A=0

ทฤษฎีบทที่ 9.

a.) A+A*·B=A+B

b.) A.(A*+B)=A·B

ทฤษฎีบทที่ 10. ทฤษฎีของเดอร์มอร์แกน (Demorgan's theorem)

a.) (A+B)*=A*·B*

b.) (A·B)*=A*+B*

ตัวอย่าง การใช้ทฤษฎีของพีชคณิตบูลีนในการลดรูปสวิตชิ่งฟังก์ชัน(Switching Function)

ตัวอย่างที่ 1. Y=AB+A*B+A*B*

=B(A+A*)+A*B*

=B*1+A*B* (ทฤษฎีบทที่ 7.)

=B+A*B* ทฤษฎีของเดอร์มอร์แกน (Demorgan's theorem)

=B+A*

ตัวอย่างที่ 2. X=A+B*C+A*B*C* (บางทีอาจเขียน X ในรูปของ f(A,B,C) ก็ได้)

=A+B*(C+A*C*) ทฤษฎีของเดอร์มอร์แกน (Demorgan's theorem)

=A+B*(C+A*) ทฤษฎีบทที่ 3.กฎการกระจาย (Distributive law)

=A+B*C+A*B* ทฤษฎีของเดอร์มอร์แกน (Demorgan's theorem)

=A+B*+B*C

=A+B*(1+C) ทฤษฎีบทที่ 7.

=A+B*

ตัวอย่างที่ 3. f(A,B,C,D)=AB+CD+(AB)(C+D)

=AB+CD+ABC+ABD

=AB(1+C)+CD+ABD **ทฤษฎีบทที่ 7**

=AB(1+D)+CD ทฤษฎีบทที่ 7

=AB+CD

2.1.6 แผนผังคาร์โนห์ (Kanaugh maps)

ในปี 1953 เมาร์ริซ คาร์โนห์ (Maurice Kanaugh) ได้อธิบายการลดรูปสมการบูลีนโดยใช้**วิธี**แผนผังคาร์โนห์ (Karnaugh map)ซึ่งจะทำให้การแก้สมการบูลีนทำได้ง่ายและเร็วขึ้น

- แผนผังคาร์โนห์ชนิด 2 ตัวแปร

สามารถเขียนเป็นแผนผังคาร์โนห์ (Karnaugh map) โดยเขียนเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีช่อง**สี่**เหลี่ยม 4 ช่องประกอบกัน (เกิดจาก $2^2=4$ ช่อง เมื่อ ค่ายกกำลังคือจำนวนตัวแปร) ตารางสี่เหลี่ยม**ที่**เป็นแผนผังคาร์โนห์ (Karnaugh map) สามารถแสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 2.11 ตารางแผนผังคาร์โนห์ชนิด 2 ตัวแปร

B\A	0	1
0	A=0,B=0	A=1,B=0
1	A=0,B=1	A=1,B=1

สำหรับการแก้ปัญหาเอาต์พุตจะทำได้โดยการรวมเทอมที่เป็น 1 เรียกว่า การสร้าง**ลูป** **(Looping)** โดยการสร้างลูปที่มีการรวามช่องที่มี 1 จำนวนสองช่องติดกัน เรียกว่า กลุ่มสอง **(groups of two)** โดยวิธีการสร้างลูปที่พบมากมีอยู่สามประเภทคือ การสร้างลูปแบบกลุ่มสอง การสร้าง**ลูปแบบกลุ่มสี่และการสร้างลูปแบบกลุ่มแปด** เพื่อทำการยุบตัวแปรในแต่ละลูป โดยตัวแปรที่มีเป็นคอม**เพิลเมนท์ (Complement)** จะถูกยุบไป

สรุป ขั้นตอนในการยุบสมการบูลีนให้อยู่ในรูปอย่างง่ายมี 6 ขั้นตอนคือ

1.เริ่มต้นเขียนสมการบูลีนแบบมินเทอม (minterm)

จากตารางความจริง

ตารางที่ 2.12 ตารางความจริงแสดงการหามินเทอม

INPUT		OUTPUT
A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

จากตารางจะได้ค่ามินเทอม (minterm) คือ Y=A*B+AB*+AB

2.เขียนค่าที่เป็น 1 ลงบนแผนผังคาร์โนห์ (Karnaugh map)

ตารางที่ 2.13 แผนผังคาร์โนห์ 2 ตัวแปร

B\A	0	1
0		1
1	1	1

3.สร้างลูปเทอมที่เป็น 1 (ลูปสอง ลูปสี่หรือลูปแปด)

ตารางที่ 2.14 แผนผังคาร์โนห์ 2 ตัวแปร

B\A	0	1
0		1
1	1	1

4.ยุบตัวแปรในแต่ละลูป โดยตัวแปรที่มีคอมเพิลเมนท์ (Complcmcnt) จะถูกยุบไป

5.ทำการออร์ (OR) เทอมที่เหลืออยู่ (หนึ่งเทอมต่อหนึ่งลูป)

6.เขียนมินเทอม (minterm) ของสมการบูลีน

สมการบูลีนที่ถูกลดรูปแล้ว (Simplified Boolean expression) =A+B

- แผนผังคาร์โนห์ (Karnaugh map) แบบสามตัวแปร

แผนผังคาร์โนห์ (Karnaugh map) แบบสามตัวแปรจะประกอบด้วยช่องซึ่งแทนค่าของตัวแปรจำนวน 8 ช่องด้วยกัน ดังรูป

ตารางที่ 2.15 แผนผังคาร์โนห์ 3 ตัวแปร

C\AB	00	01	11	10
0	A*B*C*	A*BC*	ABC*	AB*C*
1	A*B*C	A*BC	ABC	AB*C

ตัวอย่าง

(1.) สมการของบูลีน (Boolean expression) คือ AB*C*+A*B*C*+A*B*C+ABC*=Y

(2.) นำค่าดังกล่าวมาใส่ใน แผนผังคาร์โนห์ (Karnaugh map)

ตารางที่ 2.16 แผนผังคาร์โนห์ 3 ตัวแปร

C\AB	00	01	11	10
0	1		1	1
1	1			

(3.) ทำการหาลูป

ตารางที่ 2.17 แผนผังคาร์โนห์ 3 ตัวแปร

C\AB	00	01	11	10
0	1		1	1
1	1			

(4.) สมการของบูลีนที่ถูกลดรูปแล้ว (Simplified) ค่าสมการของบูลีน (Boolean expression)

ได้ A*B*+AC*=Y

- แผนผังคาร์โนห์ (Karnaugh map) แบบสี่ตัวแปร

ตารางความจริงของสมการบูลีนแบบสี่ตัวแปร จะมีค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมด 16 ค่า(2^4 ค่า) โดยเราสามารถที่จะแสดงตาราง แผนผังคาร์โนห์ (Karnaugh map) แบบสี่ตัวแปรได้ดังนี้

ตารางที่ 2.18 แผนผังคาร์โนห์ 4 ตัวแปร

CD\AB	00	01	11	10
00	A*B*C*D*	A*BC*D*	ABC*D*	AB*C*D*
01	A*B*C*D	A*BC*D	ABC*D	AB*C*D
11	A*B*CD	A*BCD	ABCD	AB*CD
10	A*B*CD*	A*BCD*	ABCD*	AB*CD*

ตัวอย่าง

(1.) จากค่าสมการของบูลีน (Boolean expression)

AB*C*D*+A*BC*D+A*B*C*D+A*B*CD+A*BCD+AB*C*D=Y

(2.) นำค่าดังกล่าวมาใส่ใน แผนผังคาร์โนห์ (Karnaugh map) และทำการหาลูป

ตารางที่ 2.19 แผนผังคาร์โนห์ 4 ตัวแปร

CD\AB	00	01	11	10
00				1
01	1	1		1
11	1	1		
10				

(3.) สามารถเขียนสมการของบูลีนที่ถูกลดรูปแล้ว (Simplified Boolean expression) ได้ดังนี้

AB*C*+A*D=Y

ตัวอย่าง การหาลูปที่น่าสนใจมีดังนี้

ตัวอย่างที่ 1.

ตารางที่ 2.20 แผนผังคาร์โนห์ 4 ตัวแปร

CD\AB	00	01	11	10
00				
01		1	1	
11		1	1	
10				

สามารถเขียนสมการบูลีนที่ถูกลดรูปแล้ว (Simplified Boolean expression) ได้ดังนี้

Y=BD

ตัวอย่างที่ 2.

ตารางที่ 2.21 แผนผังคาร์โนห์ 4 ตัวแปร

CD\AB	00	01	11	10
00	1	1		
01				
11	1	1		
10				

สามารถเขียนสมการบูลีนที่ถูกลดรูปแล้ว (Simplified Boolean expression) ได้ดังนี้

Y=A*C*D*+A*CD

ตัวอย่างที่ 3.

ตารางที่ 2.22 แผนผังคาร์โนห์ 4 ตัวแปร

CD\AB	00	01	11	10
00	1			1
01				
11				
10	1			1

สามารถเขียนสมการบูลีนที่ถูกลดรูปแล้ว (Simplified Boolean expression) ได้ดังนี้

Y=B*D*

- แผนผังคาร์โนห์ (Karnaugh map) แบบห้าตัวแปร

การแก้ปัญหา แผนผังคาร์โนห์ (Karnaugh map) แบบห้าตัวแปร จะต้องใช้ แผนผังคาร์โนห์ (Karnaugh map) แบบสามมิติเข้ามาช่วยในการแก้ปัญหา โดยตารางความจริงจะมีค่าทางลอจิกทั้งหมดได้ 32 ค่า (2^5) โดยเกิดจาก 5 ตัวแปร ดูการแก้ปัญหาดังตัวอย่างต่อไปนี้

(1.) สมการของบูลีน (Boolean expression)

E*D*C*B*A+E*DC*B*A*+

E*DC*BA*+E*DCB*A*+

E*DCBA*+EDC*B*A*+

EDC*BA*+EDCB*A*+

EDCBA*=Y

(2.)นำมาใส่ยัง แผนผังคาร์โนห์ (Karnaugh map) และหาลูป

ซึ่ง แผนผังคาร์โนห์ (Karnaugh map) แบบห้าตัวแปรนี้จะต้องใช้ แผนผังคาร์โนห์ (Karnaugh map) แบบสามมิติดังนี้

ตารางที่ 2.23 แผนผังคาร์โนห์ 5 ตัวแปร

	CD\AB	00	01	11	10
E	00				
	01	1	1		
	11	1	1		
	10				
	CD\AB	00	01	11	10
E*	00				1
	01	1	1		
	11	1	1		
	10				

(3.) เมื่อมองตารางในลักษณะสามมิติซ้อนกัน จะได้ว่า กรอบสี่เหลี่ยมดังในรูปจะซ้อนกันอยู่ สามารถเขียนสมการบูลีนที่ถูกลดรูปแล้ว (Simplified Boolean expression) ได้ดังนี้

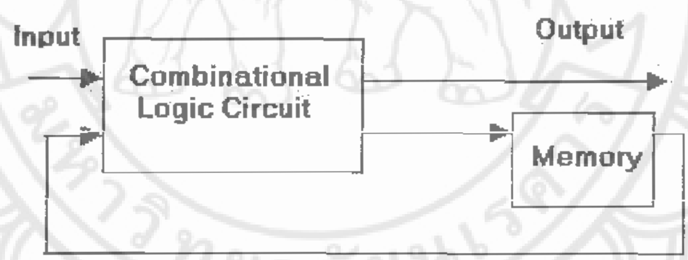
Y=DA*+E*D*C*B*A

2.2 วงจรซีเควนเชียล (Sequential Circuit)

จากลักษณะของวงจรคอมบิเนชันนอล (Combinational Logic Circuit) จะเป็นวงจรดิจิตอลที่ประกอบด้วยเกตเพียงอย่างเดียว จะได้ว่าเอาท์พุตของมันที่เวลาใดๆก็ตาม จะเป็นฟังก์ชันของอินพุตที่เวลานั้นๆเท่านั้น

เมื่อมีการนำอุปกรณ์ต่างๆที่ใช้สำหรับเก็บข้อมูล หรืออุปกรณ์ที่เรียกว่า "ฟลิปฟลอป" (Flip-Flop) รวมเข้ากับวงจรวงจรคอมบิเนชันนอล (Combinational Logic Circuit) จะมีผลทำให้เอาท์พุตของมันขึ้นอยู่กับอินพุตที่ใส่เข้ามาจากภายนอกที่เวลานั้นๆด้วย แถะยังเป็นฟังก์ชันของข้อมูลที่ถูกเก็บไว้ในหน่วยความจำ วงจรดังกล่าวนี้เรียกว่า วงจรซีเควนเชียล (Seqential Circuit)

นำมาเขียนแสดงโดยแผนภาพ (Block Diagram) ได้ดังต่อไปนี้



รูปที่ 2.13 แผนภาพ (Block Diagram) ของวงจรซีเควนเชียล (Sequential Logic Circuit)

โดยเราจะเรียกข้อมูลที่ถูกเก็บอยู่ภายในหน่วยความจำ (Memory หรือ Flip-Flop) ที่เวลาใดๆ ว่า สภาวะ (State)

สภาวะของฟลิปฟลอปก่อนการป้อนค่าอินพุต จะถูกกำหนดให้เป็นสภาวะปัจจุบัน (Present State เขียนย่อเป็น PS)

เมื่อฟลิปฟลอปรับอินพุตเข้าไปแล้ว ทำให้มันเกิดการเปลี่ยนแปลงสภาวะการทำงานไปเป็นสภาวะใหม่ หรือสภาวะถัดไป (Next State เขียนย่อเป็น NS)

ถ้าทำการกำหนดให้ Qn คือเอาท์พุตของฟลิปฟลอป (Flip-Flop)ที่สภาวะปัจจุบัน (Prcscnt State)

Qn+1 คือเอาท์พุตของฟลิปฟลอป (Flip-Flop)ที่สภาวะถัดไป (Ncxt Statc)

CK คือสัญญาณนาฬิกา (Clock Pulse)

2.2.1 สัญญาณนาฬิกา (Clock Pluse)

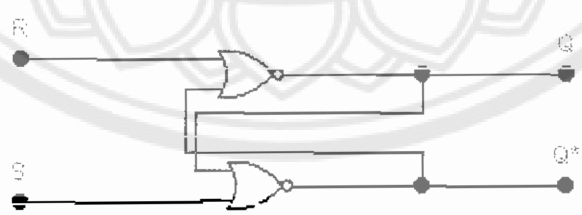
CK เป็นสัญญาณที่ใช้ควบคุมการทำงานของฟลิปฟลอป โดยปกติฟลิปฟลอปจะมีการเปลี่ยนแปลงสภาวะไปตามคุณสมบัติของมัน ก็ต่อเมื่อ CK เปลี่ยนสภาวะจากลอจิก 0 เป็นลอจิก 1 เท่านั้น

2.2.2 ฟลิปฟลอป (Flip-Flop)

ฟลิปฟลอปเป็นหน่วยความจำที่ใช้ในการเก็บรักษาข้อมูลหรือ สภาวะ (State) ทางลอจิก ไปจนกว่าอินพุทของฟลิปฟลอปจะมีการเปลี่ยนแปลงพร้อมกับ สัญญาณนาฬิกา (Clock Pluse) จึงจะทำให้เอาท์พุทของ ฟลิปฟลอปเปลี่ยนแปลงไปตามเงื่อนไข ฟลิปฟลอปมีอยู่สี่ชนิด คือ อาร์เอสฟลิปฟลอป (RS Flip-Flop) , ดีฟลิป ฟลอป (D Flip-Flop) , ทีฟลิปฟลอป (T Flip-Flop) และ เจเคฟลิปฟลอป (JK Flip-Flop) ซึ่งในการทำความเข้าใจฟลิปฟลอปแต่ละตัวเราจะดูที่รูปวงจร และ ตารางความจริง (Truth Table)

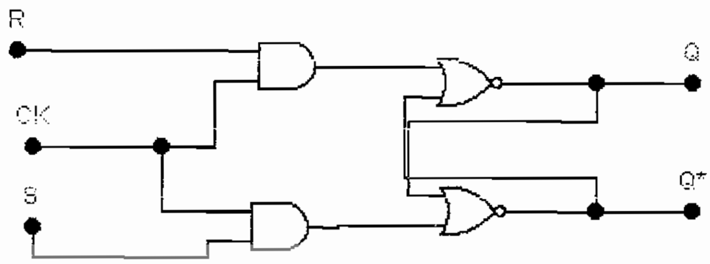
- อาร์เอสฟลิปฟลอป (RS Flip-Flop)

RS ฟลิปฟลอป สร้างจากนอร์เกท 2 ตัว หรือ แนนเกท 2 ตัว วงจรของ RS ฟลิปฟลอป ที่สร้างจากนอร์เกท พร้อมทั้งสัญลักษณ์และตารางความจริงของมันเป็นดังนี้

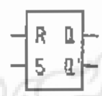


รูปที่ 2.14 วงจรของ RS ฟลิปฟลอป

(ที่มา : หนังสือดิจิตอลเทคนิค เล่ม 2 น.อ ธวัชชัย เลื่อนฉวี)



รูปที่ 2.15 RS ฟลิปฟลอปเมื่อมีสัญญาณนาฬิกา
(ที่มา : หนังสือดิจิตอลเทคนิค เล่ม 2 น.อ ธวัชชัย เลื่อนฉวี)



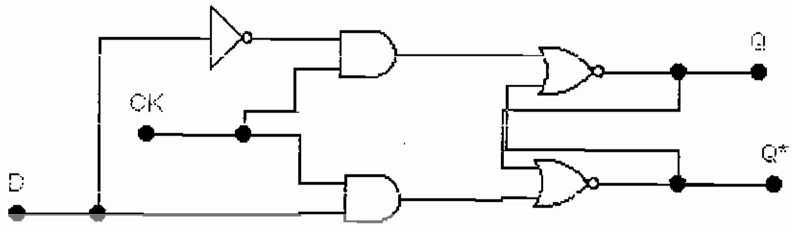
รูปที่ 2.16 สัญลักษณ์ของ RS ฟลิปฟลอป

ตารางที่ 2.24 ตารางความจริงของ RS ฟลิปฟลอป
(ที่มา : หนังสือดิจิตอลเทคนิค เล่ม 2 น.อ ธวัชชัย เลื่อนฉวี)

CK	R	S	Qn+1	Q*n+1
↑	0	0	Qn	Q*n
↑	0	1	1	0
↑	1	0	0	1
↑	1	1	-	-
-	d	d	Qn	Q*n

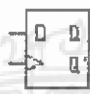
- ดีฟลิปฟลอป (D Flip-Flop)

D ฟลิปฟลอป สามารถสร้างได้โดยการดัดแปลง RS ฟลิปฟลอปซึ่งเขียนเป็นวงจร



รูปที่ 2.17 วงจรของ D ฟลิปฟลอป
(ที่มา : หนังสือดิจิตอลเทคนิค เล่ม 2 น.อ ธวัชชัย เลื่อนฉวี)

สัญลักษณ์และตารางความจริงได้ดังนี้



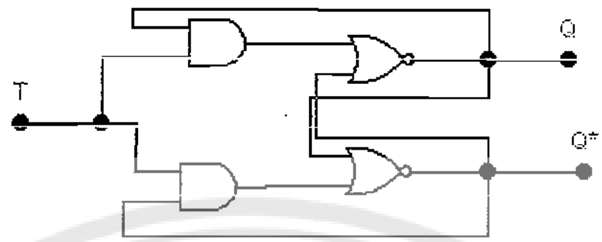
รูปที่ 2.18 สัญลักษณ์ของ D ฟลิปฟลอป
(ที่มา : หนังสือดิจิตอลเทคนิค เล่ม 2 น.อ ธวัชชัย เลื่อนฉวี)

ตารางที่ 2.25 ตารางความจริงของ D ฟลิปฟลอป
(ที่มา : หนังสือดิจิตอลเทคนิค เล่ม 2 น.อ ธวัชชัย เลื่อนฉวี)

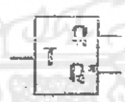
CK	D	Qn+1	Q*n+1
↑	0	0	1
↑	1	1	0
-	d	Qn	Q*n

- ทีฟลิปฟลอป **(T Flip-Flop)**

T ฟลิปฟลอป สามารถสร้างได้โดยการดัดแปลง RS ฟลิปฟลอปซึ่งเขียนเป็นวงจรสัญลักษณ์และตารางความจริงได้ดังนี้



รูปที่ 2.19 วงจรของ T ฟลิปฟลอป
(ที่มา : หนังสือดิจิตอลเทคนิค เล่ม 2 น.อ ธวัชชัย เลื่อนฉวี)



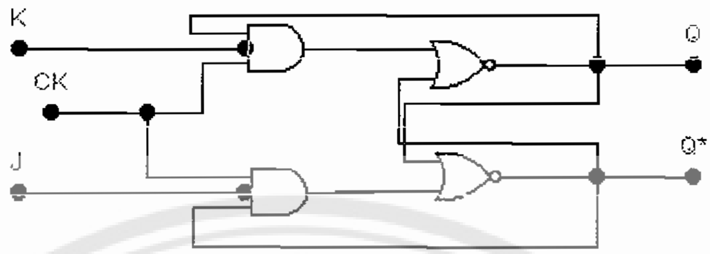
รูปที่ 2.20 สัญลักษณ์ของ T ฟลิปฟลอป

ตารางที่ 2.26 ตารางความจริงของ T ฟลิปฟลอป
(ที่มา : หนังสือดิจิตอลเทคนิค เล่ม 2 น.อ ธวัชชัย เลื่อนฉวี)

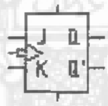
T	Qn+1	Q*n+1
1	Q*n	Qn
0	Qn	Q*n

- เจเคฟลิปฟลอป (JK Flip-Flop)

JK ฟลิปฟลอป สามารถสร้างได้โดยการดัดแปลง RS ฟลิปฟลอปซึ่งเขียนเป็นวงจร สัญลักษณ์และตารางความจริงได้ดังนี้



รูปที่ 2.21 วงจรของ JK ฟลิปฟลอป
(ที่มา : หนังสือดิจิตอลเทคนิค เล่ม 2 น.อ ธวัชชัย เลื่อนฉวี)



รูปที่ 2.22 สัญลักษณ์ของ JK ฟลิปฟลอป

ตารางที่2.27 ตารางความจริงของ JK ฟลิปฟลอป
(ที่มา : หนังสือดิจิตอลเทคนิค เล่ม 2 น.อ ธวัชชัย เลื่อนฉวี)

CK	J	K	Qn+1	Q*n+1
↑	0	0	Qn	Q*n
↑	0	1	1	0
↑	1	0	0	1
↑	1	0	0	0
-	d	d	Qn	Q*n

โดยปกติฟลิปฟลอปที่ใช้เป็นหน่วยความจำในวงจรซีเควนเชียล มักจะใช้ D ฟลิปฟลอป หรือ JK ฟลิปฟลอป ที่ไม่ใช้ RS ฟลิปฟลอป เพราะ ที่ R=1 , S=1 เป็นสภาวะที่กำหนดไม่ได้ และที่ไม่ใช้ T ฟลิปฟลอป เพราะว่า ฟลิปฟลอปนี้จะไม่มีการใช้สัญญาณนาฬิกา

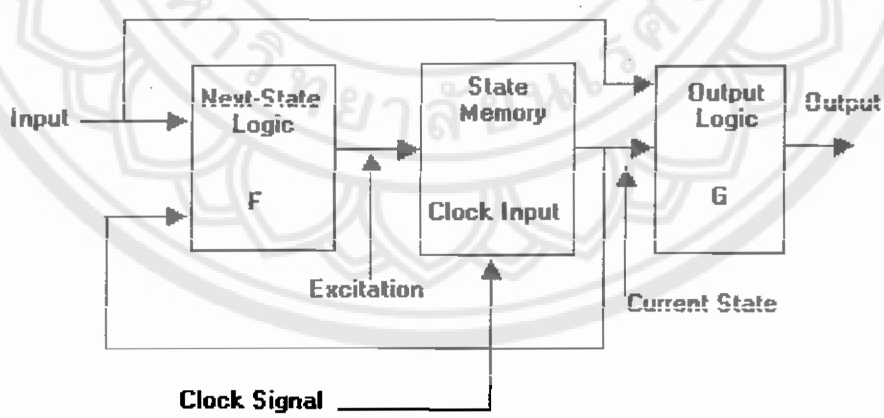
2.2.3 แผนภาพสภาวะ (State Diagram) และตารางสภาวะ (State Table)

แผนภาพสถาวะ (State Diagram)และตารางสถาวะ (State Table) เป็นสิ่งที่ถูกกำหนดขึ้นเพื่อแสดงการเปลี่ยนแปลงสภาวะ (State)ของวงจรซีเควนเชียล (Sequential Logic circuit) คือมันจะทำหน้าที่ในการแสดงสภาวะปัจจุบัน(Present State) เมื่อสภาวะปัจจุบัน (Present State)รับอินพุตเข้ามาแล้วจะเกิดการเปลี่ยนแปลงของสภาวะอย่างไร รวมถึงจะแสดงการเกิดอินพุตด้วย

แผนภาพสถาวะ (State Diagram)และตารางสถาวะ (State Table) จะมีวิธีการเขียนได้ 2 แบบด้วยกันคือ แบบของมิลลี (Meally Model)และแบบของมอร์ (Moore Model)

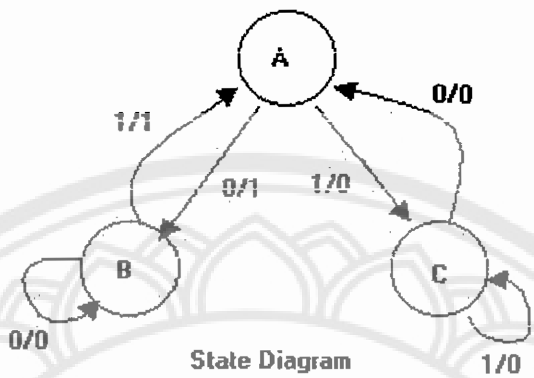
- แบบของมิลลี (Meally Model)

การเขียนแผนภาพสภาวะ (State Diagram) ตามแบบของมิลลี (Meally) จะใช้ตัวอักษรเขียนอยู่ภายในวงกลม โดยตัวอักษรจะเป็นตัวที่แสดงถึงสภาวะต่างๆ การเชื่อมโยงระหว่างสภาวะปัจจุบัน (Present state) กับสภาวะถัดไป (Next state) จะถูกเชื่อมโยงด้วยเส้นตรงหรือเส้นโค้งโดยมีหัวลูกศรกำกับไว้ และแต่ละเส้นที่เชื่อมโยงกันนั้น จะมีตัวเลขกำกับไว้ 2 ชุด เช่น 1/0 โดยตัวแรก ชุดแรกจะแสดงถึงอินพุต และตัวเลขชุดหลังจะแสดงถึงเอาท์พุตของวงจร ลักษณะเด่นตามแบบมิลลี่คือ การเปลี่ยนแปลงสภาวะจะขึ้นอยู่กับสถานะปัจจุบัน (Present State)และอินพุต ซึ่งสามารถเขียนแทนแผนภาพต่อไปนี้



รูปที่ 2.23 แผนภาพแสดงรูปแบบวงจรของมิลลี่
(ที่มา : Digital Design Principles and Practices John F. Wakerly)

ตัวอย่าง แผนภาพสภาวะ (State Diagram)



รูปที่ 2.24 แผนภาพสถานะของมิลลี

ตัวอย่าง ตารางสภาวะ (State Table)

ตารางที่ 2.28 ตารางสภาวะของมิลลี

PS	NS/Z	
	X=0	X=1
A	B/1	C/0
B	B/0	A/1
C	A/0	C/0

สรุป จากรูป ถ้าทำการป้อนค่าอินพุต (Input Sequence) เข้ามาเป็น X=001101100 สามารถเขียนได้ดังนี้

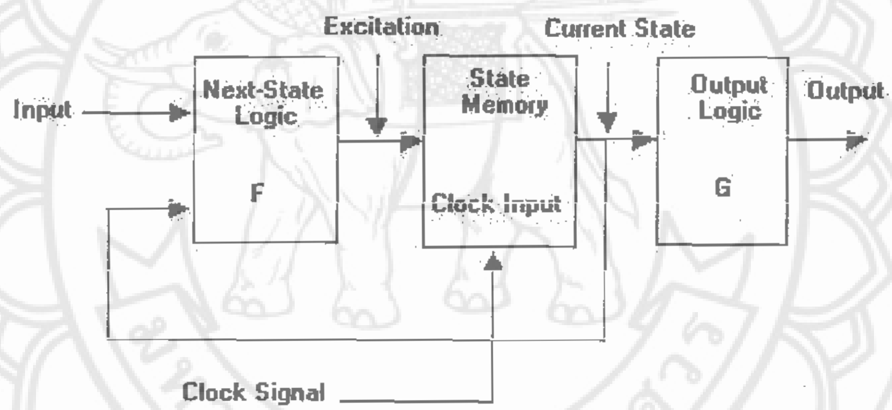
ตารางที่ 2.29 การขยายตารางสภาวะของมิลลี

อินพุต (Input Sequence X=)	0	0	1	1	0	1	1	0	0
สภาวะปัจจุบัน (Present State)	A	B	B	A	C	A	C	C	A
สภาวะต่อไป (Next State)	B	B	A	C	A	C	C	A	B
เอาท์พุต (Output Sequence)	1	0	1	0	0	0	0	0	0

-แบบของมอร์ (Moore Model)

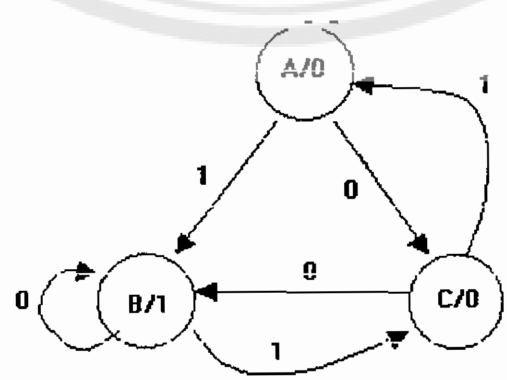
การเขียนแผนภาพสถาวะ (State Diagram)ตามแบบของมอร์ (Moore Model)นั้น จะใช้ตัวอักษรและตัวเลขเขียนกำกับไว้ในวงกลม โดยตัวอักษรจะแสดงสภาวะต่างๆ ส่วนตัวเลขจะแสดงถึงเอาท์พุตที่เกิดขึ้น ณ. เวลานั้นๆ เช่น A/0 ถูกเขียนไว้ภายในวงกลมจะได้ว่า A คือสภาวะ ณ.เวลาใดเวลาหนึ่ง ถ้ามีการรับอินพุตใดๆเข้ามาแล้ว วงจรจะให้ค่าเอาท์พุตออกมาเป็น 0 เป็นต้น โดยการเชื่อมโยงระหว่างสภาวะปัจจุบัน (Present State)กับสภาวะถัดไป (Next State)จะถูกเชื่อมโยงด้วยเส้นตรงหรือเส้นโค้ง โดยหัวลูกศรจะแสดงทิศทางการเปลี่ยนแปลงของสภาวะ โดยแต่ละเส้นที่เชื่อมโยงกันก็จะมีตัวเลข 1 ชุด ซึ่งจะเป็นค่าของอินพุตที่ถูกป้อนเข้ามา

จะเห็นได้ว่า แบบของมอร์ (Moore Model)นี้จะถูกใช้ในกรณีที่เอาท์พุตของวงจรไม่ได้ขึ้นอยู่กับอินพุต แต่จะขึ้นอยู่กับสภาวะปัจจุบันเท่านั้น สามารถแทนได้ด้วยแผนภาพต่อไปนี้



รูปที่ 2.25 แผนภาพแสดงรูปแบบวงจรของมอร์
(ที่มา : Digital Design Principles and Practices John F. Wakerly)

ตัวอย่าง แผนภาพสภาวะ (State Diagram)



รูปที่ 2.26 แผนภาพสถานะของมอร์

ตัวอย่าง ตารางสภาวะ (State Table)

ตารางที่ 2.30 ตารางสภาวะของมอร์

PS	NS		Output
	X=0	X=1	
A	B	C	0
B	B	A	1
C	A	C	0

สรุป จากรูป ถ้าทำการป้อนค่าอินพุต (Input Sequence) เข้ามาเป็น X=101100011เขียนได้เป็นดังนี้

ตารางที่ 2.31 การขยายตารางสภาวะของมอร์

อินพุต (Input Sequence X=)	1	0	1	1	0	0	0	1	1
สภาวะปัจจุบัน (Present State)	B	C	B	C	A	C	B	B	C
สภาวะถัดไป (Next State)	C	B	C	A	C	B	B	C	A
เอาท์พุต (Output Sequence)	1	0	1	0	0	0	1	1	0