# บทที่ 2
# ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

**ในที่นี้จะขอกล่าวถึงเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องในการทำงานวิจัยในครั้งนี้ ดังต่อไปนี้**

## 2.1 แบบจำลอง

การจำลองแบบปัญหา (Simulation) เป็นวิธีการหนึ่งซึ่งใช้ในกระบวนการแก้ปัญหาในด้านต่างๆ มาแต่โบราณกาลแล้ว แต่ได้รับความสนใจและตื่นตัวในการนำมาใช้แก้ปัญหาในสาขาอาชีพต่างๆ อย่างแพร่หลายในปัจจุบันนั้น เป็นผลเนื่องมาจากความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ ในระยะแรกๆ มีผู้ที่ให้คำจำกัดความของการจำลองแบบปัญหาตามความเห็นและวิธีการนำไปใช้ประโยชน์ แต่คำจำกัดความที่เป็นที่ยอมรับว่าสามารถครอบคลุมความหมายของการจำลองแบบปัญหาได้เหมาะสมที่สุดก็คือคำจำกัดความที่ให้โดย (Shannon, 1991) ซึ่งให้คำจำกัดความว่า

"การจำลองแบบปัญหาคือกระบวนการออกแบบแบบจำลอง (Model) ของระบบงานจริง (Real System) แล้วดำเนินการทดลองใช้แบบจำลองนั้นเพื่อการเรียนรู้พฤติกรรมของระบบงาน หรือเพื่อประเมินผลการใช้นโยบาย (Strategies) ต่างๆ ในการดำเนินงานของระบบภายใต้ข้อกำหนดที่วางไว้"

จากคำจำกัดความดังกล่าวจะเห็นได้ว่า กระบวนการของการจำลองแบบปัญหานั้นแบ่งเป็นสองส่วนคือ การสร้างแบบจำลองส่วนหนึ่งและการนำเอาแบบจำลองนั้นไปใช้งานเชิงวิเคราะห์อีกส่วนหนึ่ง ดังนั้นจะเห็นได้ว่า กลไกของวิธีการของการจำลองแบบปัญหาขึ้นอยู่กับแบบจำลองและการใช้แบบจำลอง แบบจำลองที่ใช้ในการจำลองแบบปัญหานี้อาจเป็น หุ่น เป็นระบบ หรือเป็นแนวความคิดลักษณะหนึ่งลักษณะใดโดยไม่จำเป็นต้องเหมือน (Identical) กับระบบงานจริง แต่ต้องสามารถช่วยให้เข้าใจในระบบงานจริงเพื่อประโยชน์ในการอธิบายพฤติกรรมและเพื่อการปรับปรุงการดำเนินงานของระบบงานจริง

ในการจำลองแบบปัญหาสามารถแยกประเภทแบบจำลองได้หลายแบบ (Pegden and Teams. 1991) สำหรับแบบจำลองที่ใช้แสดงการเปลี่ยนแปลงสภาวะของระบบสามารถแยกออกเป็นประเภทต่างๆ คือ

1. Discrete model : เป็นการเปลี่ยนสภาวะของระบบที่จุดหนึ่งๆของเวลา
2. Continuous model : มีการเปลี่ยนแปลงสภาวะของระบบอย่างต่อเนื่อง
3. Combined model : เป็นทั้งแบบ discrete และ continuous

สำหรับแบบจำลองที่ใช้แสดงถึงระบบที่มีผลจากการสุ่ม (Random variation) หรือสิ่งที่ไม่สามารถคาดการณ์ได้ จะเป็นแบบจำลองในลักษณะนี้ได้ดังต่อไปนี้

1. Deterministic model เป็นแบบจำลองที่ไม่พิจารณาการเกิดเหตุการณ์แบบสุ่ม

2. Stochastic model เป็นแบบจำลองที่พิจารณาผลจากการเกิดเหตุการณ์แบบสุ่มหรือ Probabilistic

การจำแนกประเภทของระบบงานอาจจำแนกได้หลายแบบแล้วแต่การนำไปใช้งาน ในการจำลองแบบปัญหา การจำแนกระบบงานเพื่อความสะดวกในการใช้งานนั้นมักจะจำแนกโดยอาศัยลักษณะการเปลี่ยนสถานะภาพของระบบเป็น 2 ประเภทดังนี้

1. ระบบต่อเนื่องหรือระบบเป็นช่วง (Continuous versus Discrete Systems)

โดยพิจารณาจากพฤติกรรมในการเปลี่ยนสภานะภาพของระบบเทียบกับ เวลา ถ้าการเปลี่ยนสถานะภาพของระบบเป็นการเปลี่ยนไปตามเวลาอย่างต่อเนื่อง ระบบงานนั้นก็จะเป็นระบบต่อเนื่อง แต่ถ้าการเปลี่ยนสถานะภาพของระบบเกิดขึ้นที่ช่วงเวลาใดเวลาหนึ่งไม่ต่อเนื่อง ระบบงานนั้นก็เป็นระบบเป็นช่วง

2. ระบบตายตัวหรือระบบไม่แน่นอน (Deterministic versus Stochastic Systems)

ระบบตายตัว หมายถึง ระบบซึ่งการเปลี่ยนแปลงสถานะภาพที่ระดับใหม่สามารถบอกได้จากสถานะภาพและกิจกรรมของระบบที่ระดับก่อน ส่วนระบบไม่แน่นอน หมายถึง ระบบซึ่งการเปลี่ยนสถานะภาพเป็นแบบสุ่มและในบางกรณีก็สามารถหาค่าความน่าจะเป็น (Probability) ของการเปลี่ยนสถานะภาพ

## 2.2 การออกแบบการทดลองทางสถิติ

งานวิจัยนี้ได้จัดทำขึ้นมานี้มีหลักการทางสถิติเข้ามาเกี่ยวข้องด้วย คือ

### 2.2.1 The Taguchi Philosophy (MONTGOMERY, 2001)

ทากุชิ สนับสนุนปรัชญาวิศวกรรมเชิงคุณภาพที่เหมาะสม คือ ทากุชิจะพิจารณาการพัฒนาผลิตภัณฑ์และกระบวนการออกเป็น 3 วิธี

1. การออกแบบระบบ

ในการออกแบบระบบวิศวกรจะใช้วิทยาศาสตร์และพื้นฐานทางวิศวกรรมเพื่อพิจารณารูปร่างภายนอก เช่น ถ้าเราต้องการวัดความต้านทานเราจะใช้ความรู้ทางด้าน Electrical Circuit ว่าพื้นฐานของระบบจะเป็นรูปร่างแบบ Wheatstone Bridge

2. การออกแบบตัวแปร

ในการออกแบบตัวแปร จะพิจารณาที่ค่าเฉพาะของตัวแปรในระบบ ข้อสรุปที่ได้อาจยากในการเลือกซื้อตัวต้านทาน และค่าจ่ายกระแสสำหรับระบบที่มีรูปร่าง Wheatstone bridge ค่าตัวเลขและ

ชนิดขององค์ประกอบในการกำหนดเครื่องจักรสำหรับ Printed Circuit board assembly process จุดประสงค์ คือ การระบุค่าตัวแปรในทางสถิติ เช่น การกระจายตัวการเปลี่ยนแปลงจากตัวแปรที่ควบคุมไม่ได้ให้มีค่าลดลง

3. การออกแบบค่าความเผื่อ

ใช้เป็นค่าที่พิจารณาค่าความเผื่อที่น้อยที่สุดสำหรับตัวแปร เช่น Wheatstone bridge หลักการของการออกแบบค่าความเผื่อ ตัวต้านทานจะกำหนดค่าความเผื่อซึ่งจะแสดงให้เห็นว่าการออกแบบต้องคอยระมัดระวังในการออกแบบให้มากที่สุด ค่าความเผื่อที่กำหนดถ้าผลกระทบไม่มากในวงจรก็จะกำหนดค่าความความเผื่อได้กว้างกว่าเดิม

ทาคุชิแนะนำหลักการการออกแบบการทดลองเชิงสถิติสามารถใช้ในการปรับปรุงคุณภาพโดยเฉพาะการออกแบบตัวแปร การออกแบบค่าความเผื่อ ในส่วนนี้จะใช้การออกแบบตัวแปรในการออกแบบผลิตภัณฑ์และกระบวนการที่ดีที่สุด เพราะว่าผลิตภัณฑ์และกระบวนการจะมีความมั่นคงในตัวแปรหรือไม่ต้องคอยระวังตัวแปรในตัวแปรที่ควบคุมไม่ได้ ซึ่งจะทำให้มีอิทธิพลต่อผลิตภัณฑ์และกระบวนการ จะทำให้การทำงานเป็นปกติ

ในการออกแบบผลิตภัณฑ์และกระบวนการจะทำงานได้ดีเมื่ออยู่ภายใต้เงื่อนไขที่ไม่ถูกควบคุม ส่วนประกอบหลักของปรัชญาของทาคุชิเป็นการลดลงของค่าความแปรปรวน โดยแต่ละผลิตภัณฑ์หรือกระบวนการจะแสดงออกมาในลักษณะที่ออกมาเป็นค่าที่ต้องการหรือค่าจุดประสงค์ที่ต้องการคือการลดความแปรผันของสิ่งรอบๆคำตอบหรือเป้าหมายที่ต้องการ และจะเน้นในเรื่องค่าใช้จ่ายให้ลดลงอย่างสม่ำเสมอกับการปรับปรุงอย่างต่อเนื่องของปรัชญาของ Deming and Juran

<u>บทสรุปของปรัชญาทาคุชิ</u>

1. ผลิตภัณฑ์และกระบวนการควรจะออกแบบให้มีประสิทธิภาพ มั่นคงเมื่อตัวแปรภายนอกเปลี่ยนแปลง
2. หลักการออกแบบการทดลองเป็นเครื่องมือทางวิศวกรรมเพื่อที่จะช่วยให้ประสบความสำเร็จตามจุดประสงค์
3. การทำงานได้ตามจุดประสงค์เป็นสิ่งที่สำคัญมากกว่าที่จะปฏิบัติตามที่ระบุไว้

ในการออกแบบการทดลองสำหรับปรับปรุงผลิตภัณฑ์และกระบวนการ เป้าหมายที่สำคัญในการปรับปรุง คือการปรับปรุงคุณภาพ ในการปรับปรุงคุณภาพคือการออกแบบให้ได้ตามคุณภาพกับทุก ๆ ผลิตภัณฑ์และกระบวนการ และที่สำคัญการใช้ข้อมูลทางสถิติมาใช้ในการออกแบบการทดลอง

ในปี 1980 เคเนชิ ทาคุชิ ผู้เชี่ยวชาญทางด้านการออกแบบการทดลอง แนะนำวิธีในการออกแบบการทดลอง 3 วิธี

1. การออกแบบผลิตภัณฑ์หรือกระบวนการ จะต้องมีประสิทธิภาพเหมาะสำหรับสิ่งแวดล้อมต่างๆ
2. การออกแบบหรือการพัฒนาผลิตภัณฑ์จะต้องมีประสิทธิภาพเหมาะสำหรับการเปลี่ยนแปลงส่วนประกอบ
3. สิ่งรอบข้างของคำตอบที่ได้มีการเปลี่ยนแปลงผันผวนลดลง

[Taguchi and Wu (1980) and Taguchi (1986)] ทาคุชิได้แนะนำว่าวิธีทั้งสามวิธีนี้สามารถนำมาใช้กับการออกแบบตัวแปร (Parameter design) วิธีในการปรับปรุงคุณภาพและกระบวนการ ทาคุชิสนับสนุนวิธีการใหม่ในการให้ใช้การวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติและการเข้าถึงการออกแบบการทดลองบางส่วนที่ซับซ้อน ไม่มีประสิทธิภาพและบางครั้งไร้ความสามารถ ในส่วนนี้เราเชื่อในปรัชญาของทาคุชิในเรื่องวิศวกรรมเชิงคุณภาพและการออกแบบการทดลอง

ทาคุชิโต้แย้งว่าในการพิจารณาตัวแปรสองตัวจะทำให้เกิดผลกระทบ ทาคุชิกล่าวว่าถ้าจะให้เป็นไปได้ควรจะกำจัดผลกระทบที่จะเกิดขึ้นโดยที่จะให้คำตอบและการออกแบบตัวแปรให้ถูกต้องหรือการใช้การเลือกระดับตัวแปรแบบละเอียดถี่ถ้วน อย่างเช่นในการพิจารณาตัวแปรสองตัว คือ 1. ความดัน 2. อุณหภูมิ ซึ่งตัวแปรทั้งสองนี้มีความผันแปรมีความเป็นอิสระอาจจะส่งผลให้เกิดผลกระทบได้ อย่างไรตามถ้าในการเลือกอุณหภูมิจะขึ้นอยู่กับความดันแล้ว ผลกระทบที่จะเกิดจะมีค่าลดลง ในเชิงปฏิบัติเป็นการยากที่ตัวแปร 2 ตัวนี้ ที่จะนำมากำหนดเป็นตัวแปรที่นำมาใช้ นอกจากว่าจะใช้ความรู้เฉพาะทาง จะต้องใช้ความรู้อย่างมากในการกำหนดข้อกำหนดต่างๆ ในการปฏิบัติกับตัวแปรที่ควบคุมกระบวนการซึ่งเป็นจุดอ่อนของแนวคิดการออกแบบตัวแปรของทาคุชิ และจะใช้ตัวแปรในการออกแบบตัวแปรที่มากกว่า 2 ตัวขึ้นไป

จากการข้อเสนอแนะของทาคุชิจะใช้การออกแบบตัวแปรในการช่วยการออกแบบ Orthogonal Array จะใช้รูปแบบการออกแบบการทดลอง เช่น $L_4$ , $L_8$ , $L_9$ , $L_{12}$ , $L_{16}$ , $L_{18}$ , $L_{27}$ ดังแสดงในตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 รูปแบบการออกแบบการทดลอง Orthogonal Array

| RUN | $L_4$ | | | $L_8$ | | | $L_9$ | | | | $L_{12}$ | | | | | | | | | | | $L_{16}$ | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | A | B | C | A | B | C | A | B | C | D | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 4 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 5 | | | | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| 6 | | | | 2 | 1 | 2 | 2 | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 |
| 7 | | | | 2 | 2 | 1 | 3 | 1 | 3 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 |
| 8 | | | | 2 | 2 | 2 | 3 | 2 | 1 | 3 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| 9 | | | | | | | 3 | 3 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 10 | | | | | | | | | | | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 |
| 11 | | | | | | | | | | | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 |
| 12 | | | | | | | | | | | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 13 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 |
| 14 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 |
| 15 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 |
| 16 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 |

| RUN | $L_{18}$ | | | | | | | | $L_{27}$ | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | A | B | C | D | E | F | G | H | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 |
| 5 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 |
| 6 | 1 | 2 | 3 | 3 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| 7 | 1 | 3 | 1 | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 3 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 |
| 8 | 1 | 3 | 2 | 3 | 2 | 1 | 3 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 |
| 9 | 1 | 3 | 3 | 1 | 3 | 2 | 1 | 2 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 10 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 |
| 11 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 |
| 12 | 2 | 1 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 |
| 13 | 2 | 2 | 1 | 2 | 3 | 1 | 3 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 2 | 3 | 2 | 3 | 1 | 3 | 1 | 2 |
| 14 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 2 | 1 | 3 | 2 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 |
| 15 | 2 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 2 | 3 | 1 | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 3 | 1 |
| 16 | 2 | 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 2 | 2 | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 | 3 | 1 | 2 | 2 | 3 | 1 |
| 17 | 2 | 3 | 2 | 1 | 3 | 1 | 2 | 3 | 2 | 3 | 1 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 1 | 2 |
| 18 | 2 | 3 | 3 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 2 | 3 |
| 19 | | | | | | | | | 3 | 1 | 3 | 2 | 1 | 3 | 2 | 1 | 3 | 2 | 1 | 3 | 2 |
| 20 | | | | | | | | | 3 | 1 | 3 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 1 | 3 | 2 | 1 | 3 |
| 21 | | | | | | | | | 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 2 | 1 | 3 | 2 | 1 | 3 | 2 | 1 |
| 22 | | | | | | | | | 3 | 2 | 1 | 3 | 1 | 3 | 2 | 2 | 1 | 3 | 3 | 2 | 1 |
| 23 | | | | | | | | | 3 | 2 | 1 | 3 | 2 | 1 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 |
| 24 | | | | | | | | | 3 | 2 | 1 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 2 | 1 | 3 |
| 25 | | | | | | | | | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 1 | 3 |
| 26 | | | | | | | | | 3 | 3 | 2 | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 2 | 1 |
| 27 | | | | | | | | | 3 | 3 | 2 | 1 | 3 | 2 | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 3 | 2 |

<u>วิธีการออกแบบพารามิเตอร์โดยทาคุชิ</u>

จากปัญหาทาคุชิได้อธิบายหลักการแล้วยกตัวอย่างประกอบไว้ 1 ตัวอย่าง ที่เกี่ยวข้องกับอุตสาหกรรมยานยนต์ จุดประสงค์หลักของตัวอย่างคือการหาค่าแรงดึงที่มากที่สุด โดยมี 4 ปัจจัยที่ควบคุมได้และ 3 ปัจจัยที่ควบคุมไม่ได้ ทาคุชิต้องการหาค่าแรงดึงอย่างน้อยที่มีอิทธิพลต่อแรงดึงของระดับปัจจัยที่ควบคุมได้ ถึงแม้ว่าจะมีปัจจัยบางตัวที่ควบคุมไม่ได้ในระหว่างการทำงาน เป้าหมายของการทดสอบเพื่อให้สามารถควบคุมแรงดึงได้ดีที่สุด ในการออกแบบในส่วนของปัจจัยที่สามารถควบคุมได้จะแบ่งออกเป็น 3 ระดับ ส่วนที่ควบคุมไม่ได้จะแบ่งออกเป็น 2 ระดับ

การออกแบบที่เกี่ยวข้อง ขอบเขตการทดลองของทาคูชิ ทาคูชิเลือกใช้ปัจจัยที่ควบคุมได้และควบคุมไม่ได้ในการออกแบบ แต่ละระดับจะแบ่งออกเป็น 3 แบบตามคอลัมน์ ส่วนแถวจะเป็นตัวปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับการทดลองที่ควบคุมได้แต่ละชนิดที่หามา จะ รันทั้งหมด 9 ครั้ง และใช้ $L_8$ Orthogonal Array ในการ run 8 ครั้งจะแบ่งออกเป็น 2 ระดับที่มีปัจจัยได้ถึง 7 ตัว ในตัวอย่างประกอบไปด้วยเพียง 3 ปัจจัย (E,F,G) เป้าหมายของปัจจัยที่รบกวน ($L_8$) เพื่อที่จะสร้างความแปรปรวน ดังนั้นจึงสามารถระบุระดับของปัจจัยที่สามารถควบคุมได้

ตารางที่ 2.2 ตัวอย่างของปัจจัยและระดับของ Parameter Design

| ปัจจัยที่ควบคุมได้ | ระดับ | | |
|---|---|---|---|
| A = Interference | ต่ำ | กลาง | สูง |
| B = Connector wall thickness | บาง | กลาง | หนา |
| C = Insertion depth | ตื้น | กลาง | ลึก |
| D = Percent adhesive in connector pre-dip | ต่ำ | กลาง | สูง |
| ปัจจัยที่ควบคุมไม่ได้ | ระดับ | | |
| E = การปรับเวลา | | 24h | 120h |
| F = การปรับอุณหภูมิ | | 72°F | 150 °F |
| G = การปรับความชื้น | | 25% | 75% |

ตารางที่ 2.3 การออกแบบสำหรับปัจจัยที่ควบคุมได้และควบคุมไม่ได้

| (a) $L_9$ orthogonal array สำหรับปัจจัยที่ควบคุมได้ | | | | | (b) $L_8$ orthogonal array สำหรับปัจจัยที่ควบคุมไม่ได้ | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ตัวแปร | | | | | ตัวแปร | | | | | | | |
| run | A | B | C | D | run | E | F | EXF | G | EXG | FXG | e |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| 4 | 2 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 |
| 5 | 2 | 2 | 3 | 1 | 5 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 6 | 2 | 3 | 1 | 2 | 6 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 |
| 7 | 3 | 1 | 3 | 2 | 7 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 |
| 8 | 3 | 2 | 1 | 3 | 8 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 |
| 9 | 3 | 3 | 2 | 1 | | | | | | | | |

ทั้ง 2 การออกแบบแสดงในตารางที่ 3 ในตารางของ array ($L_9$) จะประกอบไปด้วยปัจจัยที่ควบคุมได้ จะเรียกว่า inner array ส่วน array ($L_8$) จะประกอบไปด้วยปัจจัยที่ควบคุมไม่ได้ จะเรียกว่า outer array ในแต่ละ run ของ $L_9$ จะ run ทั้งหมด 8 ครั้ง เนื่องจากเป็น outer array ($L_8$) ฉะนั้น inner array ($L_9$) จะต้อง ทั้งหมด 72 ครั้งในการ 9 run

ตารางที่ 2.1 Inner array และ Outer array ของ Parameter Design

| | | | | | Outer array ($L_8$) | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | E | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | | |
| | | | | F | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | | |
| | | | | G | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | | |
| run | inner array ($L_9$) | | | | | | | | | | | | ผลลัพธ์ | |
| | A | B | C | D | | | | | | | | | $\bar{y}$ | $SN_L$ |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 15.6 | 9.5 | 16.9 | 19.9 | 19.6 | 19.6 | 20.0 | 19.1 | 17.525 | 24.025 |
| 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 15.0 | 16.2 | 19.4 | 19.2 | 19.7 | 19.8 | 24.2 | 21.9 | 19.475 | 55.522 |
| 3 | 1 | 3 | 3 | 3 | 16.3 | 16.7 | 19.1 | 15.6 | 22.6 | 18.2 | 23.3 | 20.4 | 19.025 | 25.335 |
| 4 | 2 | 1 | 2 | 3 | 18.3 | 17.4 | 18.9 | 18.6 | 21.0 | 18.9 | 23.2 | 24.7 | 20.125 | 25.904 |
| 5 | 2 | 2 | 3 | 1 | 19.7 | 18.6 | 19.4 | 25.1 | 25.6 | 21.4 | 27.5 | 25.3 | 22.825 | 26.908 |
| 6 | 2 | 3 | 1 | 2 | 16.2 | 16.3 | 20.0 | 19.8 | 14.7 | 19.6 | 22.5 | 24.7 | 19.225 | 25.326 |
| 7 | 3 | 1 | 3 | 2 | 16.4 | 19.1 | 18.4 | 23.6 | 16.8 | 18.6 | 24.3 | 21.6 | 19.850 | 25.700 |
| 8 | 3 | 2 | 1 | 3 | 14.2 | 15.6 | 15.1 | 16.8 | 17.8 | 19.6 | 23.2 | 24.2 | 18.338 | 24.852 |
| 9 | 3 | 3 | 2 | 1 | 16.1 | 19.9 | 19.3 | 17.3 | 23.1 | 22.7 | 22.6 | 28.3 | 21.200 | 26.152 |

<u>การวิเคราะห์ข้อมูลและบทสรุป</u>

หลังจากการออกแบบการทดลองและการรันโปรแกรมจะได้ค่าในแต่ละค่าในแต่ละเหตุการณ์ นำมาคำนวณหาค่ากลางของค่าที่ได้( $\bar{y}$ )และ Signal-to-noise ratio (SN)

**ในการพิจารณาค่า(SN) จะพิจารณาจากการหาคำตอบที่ต้องการ**

1. Nominal the best :

$$SN_T = 10\log\left(\frac{\bar{y}^2}{S^2}\right) \quad \text{.....(1)}$$

2. Larger the better :

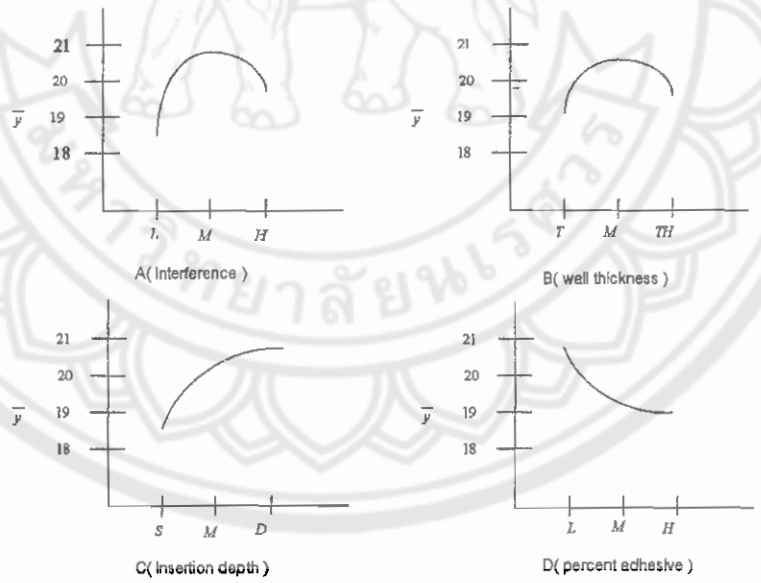
$$SN_L = -10\log\left(\frac{1}{n\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{y_i^2}}\right) \quad \text{.....(2)}$$

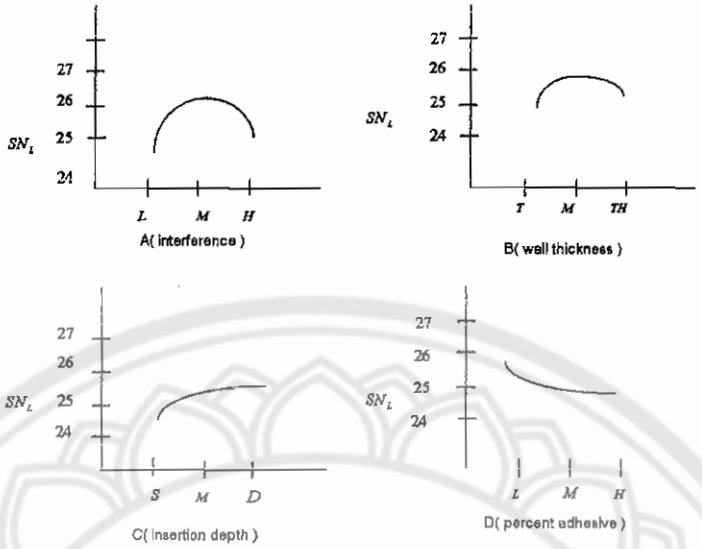
3. Smaller the better :

$$SN_S = -10\left(\frac{1}{n\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{y_i^2}}\right) \quad \text{.....(3)}$$

จากนั้นทำการ Plot กราฟ จะใช้ค่า $\bar{y}$ และค่า $SN_L$ ในการ Plot ตัวอย่างจากปัญหาข้างต้น จะแยกการพิจารณาจากตัวแปรควบคุมได้กับค่า $\bar{y}$ และค่า $SN_L$

กราฟที่ 2.1 แสดงภาพตัวอย่างของการ Plot กราฟ






จากการทดลองทาคุชิเลือกตัวแปรที่มีความเหมาะสมทางด้านเงินทุน ความเหมาะสมทางด้านสภาพแวดล้อมต่างๆ ในปัญหานี้ ทาคุชิเลือก A(medium), B(thin),C(medium),D(low) และจากการที่เลือก B(thin) เพราะว่า B(medium)มีราคาแพงกว่า B(medium)และ C(medium)

หลักการ Orthogonal Array

เป็นการออกแบบที่ทาคุชิได้ทำการคิดค้นและนำเสนอ ที่จะช่วยออกแบบการทดลองที่มีประสิทธิภาพ หลักการ Orthogonal Array (MONTGOMERY, 2001) มีขั้นตอนดังนี้

1.กำหนดปัญหาการทดลอง

จะทำอย่างไรเพื่อที่จะให้ถนนสายพิษณุโลก,นครสวรรค์และมหาวิทยาลัยนเรศวร เมื่อติดตั้งสัญญาณไฟจราจรบริเวณสามแยกหน้ามหาวิทยาลัยแล้ว รถทุกสายจะไม่มีการรอคอยสัญญาณไฟแดงนานเกินไป

2. กำหนดลักษณะทั่วไปของปัญหา

ลักษณะทั่วไปของปัญหาเป็นการกระจายตัวของยานพาหนะในถนนแต่ละสายที่ไม่เท่ากัน จึงทำให้มีการรอคอยเกิดขึ้นถ้าการติดสัญญาณไฟจราจรหน้ามหาวิทยาลัยโดยที่กำหนดเวลาที่ไม่แน่นอน **หรือการกำหนดในแต่ละสายไม่สอดคล้องกัน**

**3. กำหนดปัจจัยและผลกระทบต่างๆ ซึ่งมันจะมีผลกระทบกับปัญหา**

- **ถ้าไม่มีเวลากำหนดให้แน่นอน จะทำให้ถนนสายต่างๆ ขาดการสมดุลในการรอคอย**
- **ในชั่วโมงเร่งด่วนจะทำให้ถนนสายที่มีการจราจรหนาแน่นมีการรอคอยเกิดขึ้น**

4. วางแผนเพื่อที่จะเลือก Level ให้แต่ละปัจจัย
โดยที่จะกำหนดค่าตัวแปรแต่ละตัวให้สอดคล้องกับปัญหา

5. เลือก OAให้เหมาะสมกับปัญหาและกำหนดปัจจัยต่างๆใน OA ที่เลือกไว้
OA ที่จะใช้ในการตั้งสมมติฐานหาค่าระยะเวลา (AWT) จะใช้ ($L_9$) Orthogonal array เนื่องจาก จำนวนตัวแปรที่ใช้ในการหาค่ามีจำนวนตัวแปรเหมาะสมกับการใช้ $L_9$ และใช้วิธี OA ในการแก้ปัญหาการทดลอง

6. ดำเนินการทดสอบการทดลอง
นำค่าจาก Level ที่เลือกนำมา RUN ในโปรแกรม Arena V 8.01 เพื่อหาจำนวนตัวเลขค่าที่ดีที่สุด

7. วิเคราะห์ผลที่ได้จากการทดลองและหาค่าที่ดีที่สุด
จากผลที่ได้ในแต่ละค่าของ Level ที่เลือกมา ถ้าตัวเลขที่ได้มีค่าเฉลี่ยน้อยที่สุด นำตัวเวลาที่ใช้กำหนดตอนแรกมาเป็นค่าที่ดีที่สุด เพื่อที่จะหาการกำหนดเวลาที่แท้จริงต่อไป

8. ยืนยันและพิสูจน์ผลการทดลอง
จากการที่ได้ค่าตัวเลขของเวลาจากขั้นตอนที่ 7 คือค่าที่ดีที่สุดนำมากำหนดลงในโปรแกรมอีกครั้งและ RUNหาค่า ถ้าผลที่ได้ออกมามีค่าใกล้เคียงกัน จะสรุปได้ว่า ค่าของเวลาที่นำมากำหนดลงไปในโปรแกรมนั้น เป็นค่าที่เหมาะสมที่สุดที่จะนำไปกำหนดเป็นสัญญาณไฟจราจรบริเวณหน้ามหาวิทยาลัยนเรศวร

ตารางที่ 2.5 การกำหนดค่าตัวแปรในแต่ละปัจจัยตามหลักการของ OA

| Trial | Factor | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | A | B | C | D | Level combination |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | $A_1B_1C_1D_1$ |
| 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | $A_1B_2C_2D_2$ |
| 3 | 1 | 3 | 3 | 3 | $A_1B_3C_3D_3$ |
| 4 | 2 | 1 | 2 | 3 | $A_2B_2C_3D_1$ |
| 5 | 2 | 2 | 3 | 1 | $A_2B_3C_1D_2$ |
| 6 | 2 | 3 | 1 | 2 | $A_3B_1C_3D_2$ |
| 7 | 3 | 1 | 3 | 2 | $A_3B_2C_1D_3$ |
| 8 | 3 | 2 | 1 | 3 | $A_3B_3C_2D_1$ |
| 9 | 3 | 3 | 2 | 1 | $A_2B_2C_3D_1$ |

**ที่มา** (Chao-Yu Chou, Application of computer simulation to the design of a traffic signal timer, 2001)

**2.2.2 หลักการการออกแบบการทดลอง Full Factorial Design (FFD)**

**การออกแบบการทดลอง** Full Factorial Design (FFD) (MONTGOMERY,2001) กล่าวไว้ว่า การทดลองส่วนมากในทางปฏิบัติจะเกี่ยวข้องกับการศึกษาถึงผลของปัจจัย (Factor) ตั้งแต่ 2 ปัจจัยขึ้นไป ในกรณีเช่นนี้ การทดลองเชิงแฟกทอเรียล (Factorial Design) จะเป็นวิธีการทดลองที่มีประสิทธิภาพที่สุด การทดลองเชิงแฟกทอเรียล หมายถึง การทดลองที่พิจารณาถึงผลที่เกิดจากการรวมกันของระดับ (Level) ของปัจจัยทั้งหมดที่เป็นไปได้ในการทดลองนั้น เช่น กรณี 2 ปัจจัย ถ้าปัจจัย A ประกอบด้วย a ระดับ และปัจจัย B ประกอบด้วย b ระดับ ในการทดลอง 1 เรพลิเคต (Replicate) จะประกอบด้วยการทดลองทั้งหมด ab การทดลอง เมื่อปัจจัยที่เกี่ยวข้องถูกนำมาจัดให้อยู่ในรูปแบบของการออกแบบเชิงแฟกทอเรียล เราจะกล่าวว่าปัจจัยเหล่านี้มีการไขว้ (Crossed) ซึ่งกันและกัน

ผลที่เกิดจากปัจจัยหนึ่ง หมายถึง การเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นกับผลตอบแทน (Response) ที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงระดับปัจจัยนั้น ๆ ซึ่งเรียกว่า ผลหลัก (Main Effect) เนื่องจากว่ามันเกี่ยวข้องกับปัจจัยเบื้องต้นของการทดลอง

ในการที่จะออกแบบการทดลองจะต้องทราบว่าเรื่องที่จะออกแบบนั้นมีปัจจัยที่จะใช้ในการทดลองกี่ชนิดและแต่ละชนิดมีกี่ระดับเพื่อที่จะได้นำข้อมูลส่วนนี้มาตัดสินใจว่าจะใช้การออกแบบการทดลองเชิงแฟกทอเรียลแบบไหน แล้วนำไปสร้างเป็นตารางข้อมูลอีกที และใช้ข้อมูลที่ได้ในตารางไป Run ค่าในฟังก์ชันเชิงสถิติที่ใช้เกี่ยวกับการออกแบบการทดลอง เพื่อที่จะหาค่าความแปรปรวนของปัจจัยในแต่ละส่วนที่ได้กำหนดไว้

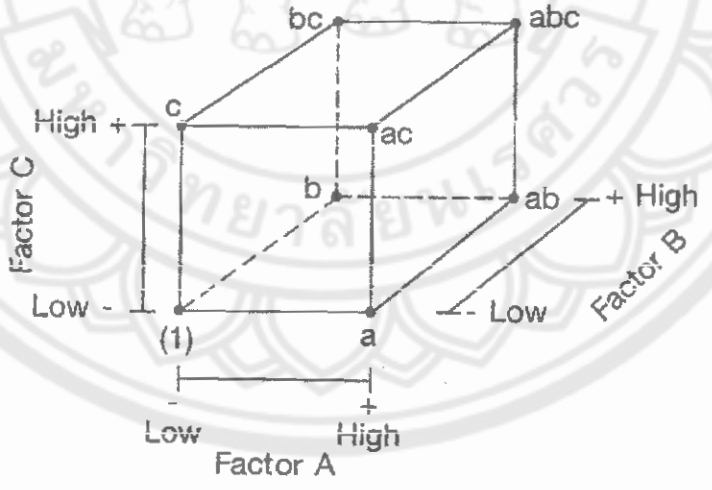
<u>รูปแบบการออกแบบการทดลองแฟกทอเรียล</u>

1. การออกแบบการทดลองเชิงแฟกทอเรียลแบบ $2^k$ (ปารเมศ,2545)

กรณีพิเศษของการออกแบบเชิงแฟกทอเรียลที่มีความสำคัญมากที่สุดคือ กรณีที่มีปัจจัย k ปัจจัย ซึ่งแต่ละปัจจัยประกอบด้วย 2 ระดับ ระดับเหล่านี้อาจจะเกิดจากข้อมูลเชิงปริมาณ เช่น อุณหภูมิ ความดันและเวลา เป็นต้น หรืออาจจะเกิดจากข้อมูลเชิงคุณภาพก็ได้ เช่น เครื่องจักร หรือคนงาน เป็นต้น และใน 2 ระดับที่กล่าวถึงนี้จะแทนระดับ "สูง" หรือ "ต่ำ" ของปัจจัยหนึ่ง ๆ หรือการ "มี" หรือ "ไม่มี" ของปัจจัยนั้น ๆ ก็ได้ ใน 1 เรพลิเคตที่บริบูรณ์สำหรับการออกแบบเช่นนี้จะประกอบด้วยข้อมูลทั้งสิ้น $2\times2\times2\times\ldots\times2= 2^k$ ข้อมูล และเราเรียกการออกแบบลักษณะนี้ว่าการออกแบบเชิงแฟกทอเรียลแบบ $2^k$

การออกแบบ $2^k$ มีประโยชน์มากต่องานทดลองในช่วงเริ่มแรก เมื่อมีปัจจัยเป็นจำนวนมากที่เราต้องการที่จะตรวจสอบ การออกแบบเช่นนี้จะทำให้เกิดการทดลองจำนวนน้อยที่สุดที่สามารถจะทำได้เพื่อศึกษาถึงผลของปัจจัยทั้ง k ชนิดได้อย่างบริบูรณ์โดยใช้การออกแบบเชิงแฟกทอเรียล ดังนั้น จึงไม่น่าแปลกใจเลยที่การออกแบบ $2^k$ จะถูกนำมาใช้อย่างแพร่หลายเพื่อกรองปัจจัยที่มีอยู่เป็นจำนวนมากให้เหลือน้อยลง เนื่องจากแต่ละปัจจัยของการออกแบบ $2^k$ ประกอบด้วย 2 ระดับ เราของสมมติว่าผลตอบที่ได้จะมีลักษณะเป็นเส้นตรงตลอดช่วงของระดับของปัจจัยที่เลือกขึ้นมาทำการทดลอง ซึ่งสมมติฐานเช่นนี้เป็นที่ยอมรับได้สำหรับการทดลองเพื่อกรองปัจจัยเพิ่งเริ่มต้นทำการศึกษาระบบ

การออกแบบ $2^k$ ชนิดแรกที่จะกล่าวถึง คือ การออกแบบที่ประกอบด้วย 2 ปัจจัย (A และ B) แต่ละปัจจัยประกอบด้วย 2 ระดับ การออกแบบชนิดนี้เรียกว่า การออกแบบเชิงแฟกทอเรียลแบบ $2^2$ ระดับของปัจจัยแต่ละตัวจะอยู่ที่ "สูง" หรือ "ต่ำ" ในการทดลองที่เกี่ยวกับการออกแบบ $2^k$ เราจะต้องตรวจสอบทั้งขนาดและทิศทางของปัจจัยที่มีผลเพื่อที่จะหาว่า ตัวแปรตัวใดที่น่าจะเป็นตัวการสำคัญที่ก่อให้เกิดผลขึ้น และใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนมาเป็นตัวยืนยันข้อสรุปนั้น




(a) Geometric view

รูปที่ 2.1 การออกแบบเชิงแฟกทอเรียลแบบ $2^3$

สมมติว่ามีปัจจัยทั้งหมด 3 ปัจจัย แต่ละปัจจัยประกอบด้วย 2 ระดับ การออกแบบเช่นนี้เรียกว่า การออกแบบเชิงแฟกทอเรียลแบบ $2^3$ ซึ่งการทดลองร่วมปัจจัยทั้ง 8 จะมีลักษณะทางเรขาคณิตเป็นรูปลูกบาศก์ ดังแสดงในรูปที่ 2.1 ในที่นี้ใช่เครื่องหมาย + และ – แทนระดับสูงและต่ำของปัจจัย รายการทั้ง 8 ของการทดลองร่วมปัจจัยที่เกิดจากการออกแบบ 23 สามารถเขียนได้ดังนี้

ตารางที่ 2.6 ตารางแสดงปัจจัยที่เกิดจากการออกแบบ $2^3$

| Run | Factor | | |
|---|---|---|---|
| | A | B | C |
| 1 | - | - | - |
| 2 | + | - | - |
| 3 | - | + | - |
| 4 | + | + | - |
| 5 | - | - | + |
| 6 | + | - | + |
| 7 | - | + | + |
| 8 | + | + | + |

<u>รูปแบบทั่วไปของการออกแบบ $2^k$</u>

วิธีการวิเคราะห์ที่ได้กล่าวมาแล้วจะถูกทำให้อยู่ในรูปทั่วไปของการออกแบบ $2^k$ ได้ นั้นคือ การออกแบบที่มี k ปัจจัย แต่ละปัจจัยประกอบด้วย 2 ระดับ แบบจำลองทางสถิติสำหรับการออกแบบ $2^k$ จะประกอบด้วยผลหลัก k ชนิด , $\binom{k}{2}$ อันตรกิริยาของ 2 ปัจจัย , $\binom{k}{3}$ อันตรกิริยาของปัจจัย 3,...., และ 1 อันตรกิริยาของ k นั่นคือ แบบจำลองบริบูรณ์สำหรับการออกแบบ $2^k$ จะประกอบไปด้วยผลทั้งสิ้น $2^k$-1 ชนิด เครื่องหมายสำหรับการทดลองร่วมปัจจัยที่กำหนดให้ก่อนหน้านี้ยังใช้ในรูปแบบทั่วไปได้เช่นกัน

ตารางที่ 2.7 ตารางแสดงปัจจัยที่เกิดจากการออกแบบ $2^4$

| Run | Factor | | | |
|---|---|---|---|---|
| | A | B | C | D |
| 1 | - | - | - | - |
| 2 | + | - | - | - |
| 3 | - | + | - | - |
| 4 | + | + | - | - |
| 5 | - | - | + | - |
| 6 | + | - | + | - |
| 7 | - | + | + | - |
| 8 | + | + | + | - |
| 9 | - | - | - | + |
| 10 | + | - | - | + |
| 11 | - | + | - | + |
| 12 | + | + | - | + |
| 13 | - | - | + | + |
| 14 | + | - | + | + |
| 15 | - | + | + | + |
| 16 | + | + | + | + |

ตารางที่ 2.8 ตารางแสดงจำนวนการ RUN ของปัจจัยที่เกิดจากการออกแบบ $2^k$

| จำนวนการ RUN สำหรับปัจจัยที่เกิดจากการออกแบบ $2^k$ | |
|---|---|
| จำนวนปัจจัย | จำนวนการ run |
| 2 | 4 |
| 3 | 8 |
| 4 | 16 |
| 5 | 32 |
| 6 | 64 |
| 7 | 128 |

2. การออกแบบการทดลองเชิงแฟกทอเรียลแบบ $3^k$

**การออกแบบเชิงแฟกทอเรียล $3^k$ หมายถึง การออกแบบเชิงแฟกทอเรียลที่แต่ละปัจจัยประกอบด้วย 3 ระดับ กำหนดให้สัญลักษณ์ของปัจจัยและอัตรกิริยาแทนด้วยตัวอักษรตัวใหญ่** และระดับทั้งสามของแต่ละปัจจัยมีค่าเป็น ต่ำ ปานกลาง และสูง สัญลักษณ์นี้ใช้แทนระดับทั้งสามอาจจะใช้เป็นตัวเลข 0 (ต่ำ), 1 (ปานกลาง) และ 2 (สูง) การทดลองร่วมปัจจัยในการออกแบบ $3^k$ จะแทนด้วยตัวเลข k ตัว โดยที่ตัวเลขตัวแรกแทนระดับของปัจจัย A, ตัวเลขตัวที่สองแทนระดับของปัจจัย B,....และตัวเลขตัวที่ k แทนระดับของปัจจัย k

ในการออกแบบ $3^k$ เมื่อปัจจัยมีลักษณะเป็นเชิงปริมาณ จะแทนด้วยระดับ ต่ำ ปานกลาง และสูง ด้วย -1 ,0 และ 1 ตามลำดับ ซึ่งการใช้สัญลักษณ์เช่นนี้จะทำให้ง่ายในการสร้างแบบจำลองการถดถอยของผลตอบที่เกิดจากแต่ละระดับของปัจจัย

การออกแบบ $3^2$ เป็นการออกแบบที่ง่ายที่สุดในระบบ $3^k$ คือการออกแบบ $3^2$ ซึ่งประกอบด้วยสองปัจจัย แต่ละปัจจัยมี 2 ระดับ การทดลองร่วมปัจจัยสำหรับการออกแบบนี้แสดงดังรูปที่ 2.2 เนื่องจากการทดลองนี้มีการทดลองปัจจัยร่วม $3^2 = 9$ การทดลอง ดังนั้นระดับขั้นความเสรีของการทดลองร่วมปัจจัยจะมีค่าเท่ากับ 8 ผลหลัก A และ B จะมีระดับขั้นความเสรีเท่ากับ 2 และอันตรกิริยา AB จะมีระดับขั้นความเสรีเท่ากับ 4 ถ้าจำนวนของการเรพลิเคตเท่ากับ n ค่าของระดับขั้นความเสรีทั้งหมดจะมีค่าเท่ากับ $n3^2-1$ และค่าความผิดพลาดของระดับขั้นความเสรีเท่ากับ $3^2 (n-1)$

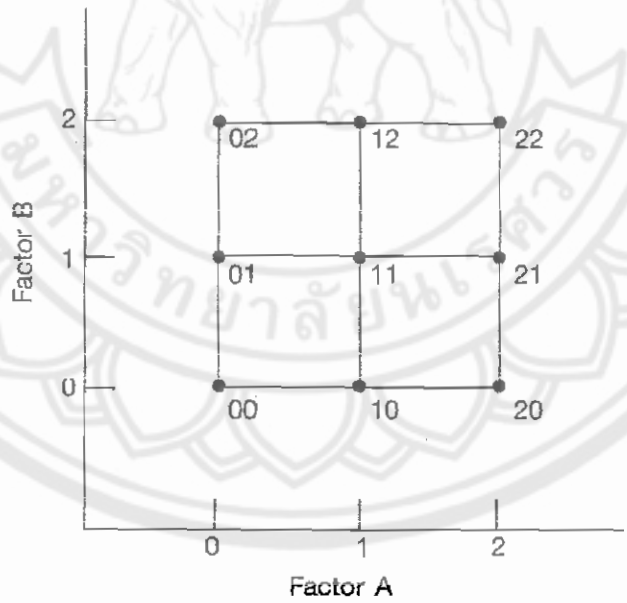
ค่าผลรวมของกำลังสองสำหรับ A , B และ AB สามารถหาได้จากวิธีปกติเหมือนการออกแบบแฟกทอเรียล ค่าผลรวมของกำลังสองสำหรับผลหลักอาจจะถูกแบ่งออกเป็นส่วนเชิงเส้นและส่วนควอดราติก ซึ่งแต่ละส่วนมีระดับขั้นความเสรีเท่ากับ 1 โดยใช้ค่าคงตัวขององค์ประกอบเชิงตั้งฉาก(เช่น +1,-2,+1) วิธีนี้จะใช้ได้ก็ต่อเมื่อปัจจัยทั้งหมดเป็นข้อมูลเชิงปริมาณ และระดับทั้งสามของแต่ละปัจจัยมีระยะห่างเท่ากัน

การออกแบบ $3^3$ สมมติว่ามีปัจจัยอยู่ 3 ปัจจัย (A , B และ AB) ที่อยู่ในความสนใจ แต่**ละปัจจัยประกอบด้วย 3 ระดับ ซึ่งจัดอยู่ในรูปแบบของการทดลองเชิงแฟกทอเรียล การออกแบบในกรณีนี้เรียกว่า การออกแบบเชิงแฟกทอเรียลแบบ โครงสร้างของการทดลองและสัญลักษณ์ของการทดลองร่วมปัจจัยต่าง ๆ แสดงไว้ในรูปที่ 2.3 ในการทดลองนี้จะประกอบด้วยการทดลองร่วมปัจจัยจำนวน 27 การทดลอง ดังนั้นจะมีระดับขั้นความเสรีเท่ากับ 26 ผลหลักแต่ละตัวจะมีระดับขั้นความเสรีเท่ากับ 4 และอันตรกิริยาแบบสามปัจจัยจะมีระดับขั้นความเสรีเท่ากับ 8 ถ้า**

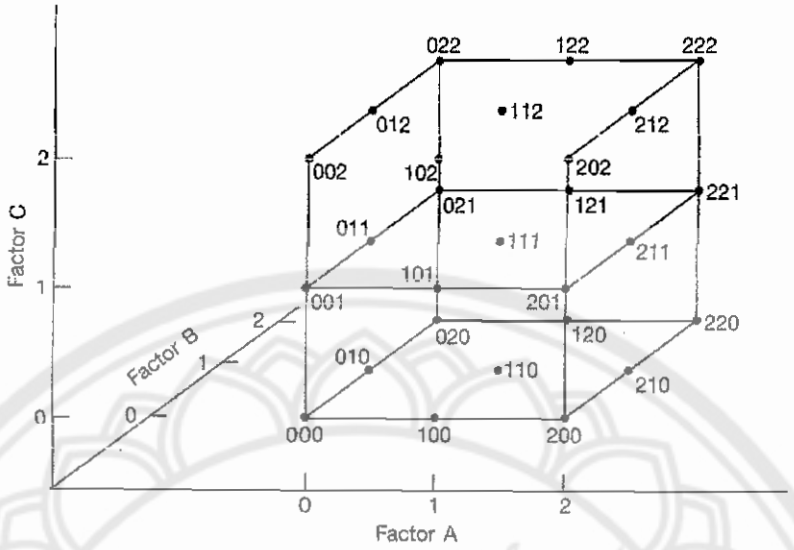
**ทำการทดลองทั้งสิ้น n เรพลิเคต จะมีระดับขั้นความเสรีผลรวมเท่ากับ $n3^3$-1 และค่าความผิดพลาดของระดับขั้นความเสรีเท่ากับ $3^3$ (n-1)**

<u>รูปทั่วไปของการออกแบบ $3^k$</u>

**แนวความคิดของการออกแบบ $3^2$ และ $3^3$ สามารถขยายไปสู่กรณีของปัจจัย k ตัวแต่ละ** ตัวประกอบด้วย 3 ระดับ นั่นคือ การออกแบบเชิงแฟกทอเรียลแบบ $3^k$ สัญลักษณ์แบบดิจิตอลถูกนำมาใช้แทนการทดลองร่วมปัจจัยที่เกิดขึ้น เช่น 0120 หมายถึงการทดลองร่วมปัจจัยในการออกแบบ $3^4$ ที่มี A และ D อยู่ที่ระดับต่ำ B อยู่ที่ระดับกลาง และ C อยู่ที่ระดับสูง การออกแบบ $3^k$ นี้จะประกอบด้วยการทดลองร่วมปัจจัยทั้งสิ้น $3^k$ การทดลอง และมีระดับขั้นความเสรีเท่ากับ $3^k$ -1 จากการทดลองร่วมปัจจัยเหล่านี้จะทำให้เกิดผลรวมของกำลังสองของผลหลัก k ตัว ที่แต่ละตัวมีระดับขั้นความเสรีเท่ากับ 2 อันตรกิริยาแบบสองปัจจัยจำนวน $C_2^k$ ซึ่งมีระดับขั้นความเสรีเท่ากับ 4 และอันตรกิริยาแบบ k ปัจจัย ซึ่งมีระดับขั้นความเสรีเท่ากับ $2^k$ ถ้ามีการทดลองทั้งสิ้น n เรพลิเคต จะทำให้เกิดระดับขั้นความเสรีทั้งหมดเท่ากับ $n3^k$-1 และค่าคามผิดพลาดของระดับขั้นความเสรีเท่ากับ $3^k$ (n-1)




**รูปที่ 2.2 การทดลองร่วมปัจจัยสำหรับการออกแบบ $3^2$**




รูปที่ 2.3 การทดลองร่วมปัจจัยสำหรับการออกแบบ $3^3$

จะเห็นได้ว่าขนาดของการออกแบบจะมีค่าสูงขึ้นอย่างรวดเร็วตามขนาดของ k ตัวอย่างเช่น การออกแบบ $3^3$ จะประกอบด้วยการทดลองร่วมปัจจัยทั้งสิ้น 27 ตัวต่อหนึ่งเรพลิเคต , การออกแบบ $3^4$ จะประกอบด้วยการทดลองร่วมปัจจัยทั้งสิ้น 81 ตัวต่อหนึ่งเรพลิเคต , การออกแบบ $3^5$ จะประกอบด้วยการทดลองร่วมปัจจัยทั้งสิ้น 243 ตัวต่อหนึ่งเรพลิเคต เช่นนี้ไปเรื่อย ๆ ดังนั้น บ่อยครั้งที่จะทำการทดลองแบบ $3^k$ เพียง 1 เรพลิเคตเท่านั้น และนำอันตรกิริยาขั้นสูงมารวมกันเพื่อให้ได้ค่าประมาณของค่าความผิดพลาด

ตารางที่ 2.9 จำนวนการ RUN สำหรับปัจจัยที่เกิดจากการออกแบบ $3^k$

| จำนวนการ RUN สำหรับปัจจัยที่เกิดจากการออกแบบ $3^k$ | |
|---|---|
| จำนวนปัจจัย | จำนวนการ run |
| 2 | 9 |
| 3 | 27 |
| 4 | 81 |
| 5 | 243 |
| 6 | 729 |
| 7 | 2,187 |

ตารางที่ 2.10 ตารางแสดงปัจจัยที่เกิดจากการออกแบบ $3^2$

| Run | Factor | |
|---|---|---|
| | A | B |
| 1 | -1 | -1 |
| 2 | -1 | 0 |
| 3 | -1 | 1 |
| 4 | 0 | -1 |
| 5 | 0 | 0 |
| 6 | 0 | 1 |
| 7 | 1 | -1 |
| 8 | 1 | 0 |
| 9 | 1 | 1 |

ตารางที่ 2.11 ตารางแสดงปัจจัยที่เกิดจากการออกแบบ $3^3$

| Run | Factor | | |
|---|---|---|---|
| | A | B | C |
| 1 | -1 | -1 | -1 |
| 2 | -1 | -1 | 0 |
| 3 | -1 | -1 | 1 |
| 4 | -1 | 0 | -1 |
| 5 | -1 | 0 | 0 |
| 6 | -1 | 0 | 1 |
| 7 | -1 | 1 | -1 |
| 8 | -1 | 1 | 0 |
| 9 | -1 | 1 | 1 |
| 10 | 0 | -1 | -1 |
| 11 | 0 | -1 | 0 |
| 12 | 0 | -1 | 1 |
| 13 | 0 | 0 | -1 |
| 14 | 0 | 0 | 0 |
| 15 | 0 | 0 | 1 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 16 | 0 | 1 | -1 |
| 17 | 0 | 1 | 0 |
| 18 | 0 | 1 | 1 |
| 19 | 1 | -1 | -1 |
| 20 | 1 | -1 | 0 |
| 21 | 1 | -1 | 1 |
| 22 | 1 | 0 | -1 |
| 23 | 1 | 0 | 0 |
| 24 | 1 | 0 | 1 |
| 25 | 1 | 1 | -1 |
| 26 | 1 | 1 | 0 |
| 27 | 1 | 1 | 1 |

2.2.3 หลักการการออกแบบการทดลองการตอบสนองพื้นผิว (Response Surface Method) (MONTGOMERY, 2001)

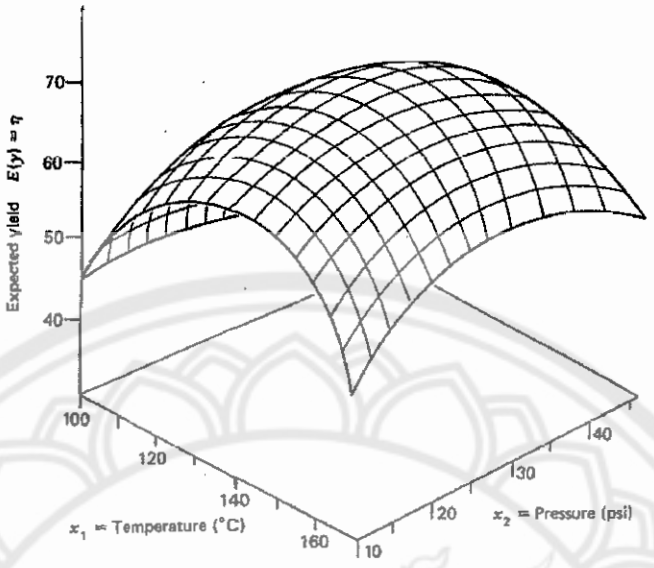
Response Surface Method (RSM) คือ การรวบรวมวิธีการทางสถิติและคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นประโยชน์ต่อการออกแบบและวิธีวิเคราะห์ปัญหาซึ่งแสดงผลต่อการตอบสนองผลจากตัวแปรต่างๆ และมีวัตถุประสงค์เพื่อหาจุดหรือความเหมาะสมต่อผลตอบสนองนั้น เช่น วิศวกรเคมีต้องการที่จะหาระดับอุณหภูมิ ($x_1$) และความดัน ($x_2$) เพื่อให้กระบวนการผลิตมีปริมาณผลผลิตมากที่สุด ดังนั้น ผลผลิตที่ได้เป็นฟังก์ชั่นของระดับอุณหภูมิและความดัน ดังนี้

$$Y = f(x_1, x_2) + \varepsilon \quad .....(4)$$

$\varepsilon$ = ความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในค่าสังเกต Y และแสดงค่าความคาดหมายของการตอบสนองเป็น $\varepsilon$ (y) =$f(x_1, x2) = \Delta$ และพื้นผิวจะแสดงออกโดย

$$\Delta = f(x_1,x_2).....(5)$$

ซึ่งจะเรียกว่า พื้นที่ผิวการตอบสนอง (Response surface)




รูปที่ 2.4 การตอบสนองที่พื้นผิวในรูปของกราฟ

การนำค่า Δ มาพล็อตกับระดับตัวแปร $X_1$ และ $X_2$ ในการศึกษาการใช้วิธีสังเกตการตอบสนองที่พื้นผิว จำเป็นต้องค้นหาฟังก์ชั่นที่แท้จริงระหว่างตัวแปรตามและค่าตอบสนองต่อตัวแปรอิสระต่างๆ เป็นลำดับแรก การค้นหาฟังก์ชั่นต่าง ๆ เหล่านี้มักใช้ความสัมพันธ์แบบโพลีโนเมียล (Polynomial) ลำดับต้น ๆ โดยทั่วไปการประมาณความสัมพันธ์แบบกำลังหนึ่ง มีโมเดลขั้นแรกดังนี้

$$Y = \beta_0 + \beta_{11} + \beta_{22} + ..... + \beta_{kk} + \varepsilon \quad .....(6)$$

สำหรับระบบมีลักษณะความสัมพันธ์แบบเส้นโค้ง ต้องใช้โพลีโนเมียลที่มีลำดับสูงขึ้น เช่น ลำดับสองหรือกำลังสอง มีโมเดลลำดับสอง ดังนี้

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^{k} \beta_i x_i + \sum_{i=1}^{k} \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i} \sum_{\substack{j \\ i<j}} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad .....(7)$$

**ขั้นแรกของ RSM คือการประมาณการที่เหมาะสมสำหรับความสัมพันธ์แบบฟังก์ชันระหว่าง และเซ็ตตัวแปรอิสระ**

**วิธีการอยู่บนพื้นที่ที่ชันที่สุด** (Steepest)

การเคลื่อนที่เข้าไปยังบริเวณที่ใกล้จุดที่สูงที่สุดอย่างรวดเร็ว พื้นบานของวิธีการนี้เป็นไปได้ 2 อย่าง ซึ่งเป็นการแสดงทิศทางที่ทำมุมที่ถูกต้องของเส้น Contour ที่จุดนั้น ๆ เมื่อเส้น Contour มีลักษณะเป็นวงกลมทำให้มีทิศทางไปยังจุดสุดยอด แต่เมื่อเส้น Contour มีลักษณะเป็นวงรีจะทำให้ไม่สามารถไปถึงจุดสุดยอดได้ ขั้นตอนแรกต้องแสดงการทดลองแบบ Factorial Design ซึ่งแต่ละปัจจัยจะมีสองระดับ ระดับดังกล่าวจะถูกเลือกกำหนดเพื่อให้รูปแบบของการออกแบบมีลักษณะมีสี่เหลี่ยม

**การวิเคราะห์โมเดลแบบขั้นที่ 1**

การเคลื่อนที่ไปยังบริเวณที่ใกล้จุดที่สูงทีสุดอย่างรวดเร็วเราจะเริ่มที่การออกแบบโมเดลขั้นแรกในการประมาณการที่เหมาะสมกับพื้นที่ผิวที่แท้จริงในพื้นที่แคบของช่วง X สมการของโมเดลแรก คือ

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \sum_{i=1}^{k} \hat{\beta}_i X_i \text{.....(8)}$$

และพื้นผิวในการตอบสนองขั้นแรก ได้แก่ ความสูงต่ำของ $\hat{y}$ คือ กลุ่มของเส้นขนานทิศทางการขึ้นไปจุดสูงที่สุดอย่างรวดเร็ว จะเป็นไปในแนวขนานกับค่าปกติต่อพื้นที่ตอบสนองที่เหมาะสม จะลากเส้นผ่านจุดศูนย์กลางของพื้นที่ที่เราสนใจและพื้นที่ที่เหมาะสมปกติ ดังนั้นขั้นตอนตามแนวทางนั้นจะเป็นสัดส่วนตาม รีเกรสชั่นโค เอฟฟ์เซียนส์ (Regression Coefficients, $\beta_i$ ) ขนาดของขั้นตอนแท้จริงจะถูกพิจารณาโดยผู้ทดลองบนพื้นฐานของความรู้ในกระบวนการ หรือ แนวความคิดอื่น ๆ ที่เหมาะสม โดยเริ่ม

1. เลือกขนาดของขั้นตอนในตัวแปรของโครงงานตัวใดตัวหนึ่ง นั้นคือ $\Delta X_i$ โดยทั่วไป เราจะเลือกตัวแปรที่มีข้อมูลมากที่สุดหรืออาจเลือกตัวแปรที่มีค่าสัมประสิทธิ์ถดถ้อย (Regression Coefficients, $\beta_i$ ) มากที่สุด
2. **ขนาดของขั้นตอนในตัวแปรอื่นๆ**

$$\Delta X_i = \frac{\hat{\beta}_i}{\hat{\beta}_j / \Delta X_j} \quad \text{i=1, 2, 3,.... k ; I} \neq \text{j.....(9)}$$

3. **เปลี่ยน $\Delta X_i$ ให้เป็นตัวแปรธรรมชาติ**

ป TE
ม.ม
ศ732ก
2549

สำนักหอสมุด
9 ก.พ. 2550
5040379

**การวิเคราะห์โมเดลแบบขั้นที่ 2**

เพื่อประมาณการผลการตอบสนองเนื่องจากส่วนโค้งในพื้นที่ตอบสนองที่แท้จริง โดยทั่วไปโมเดลขั้นที่ 2 คือ

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \sum_{i=1}^{k} \hat{\beta}_i x_i + \sum_{i=1}^{k} \hat{\beta}_{ii} x_{i^2} + \sum_{i} \sum_{\substack{i \\ i<j}} \hat{\beta}_{ij} x_i x_j \quad \text{.....(10)}$$

1. ตำแหน่งของจุดคงที่ (Station point)

การหาระดับของ $x_1, x_2, ....., x_k$ ซึ่งให้ผลการทำนายตอบสนองที่ได้ผลดีที่สุด จุดดังกล่าวจะเป็นเซตของ $x_1, x_2, ....., x_k$ ซึ่งแยกบางส่วนออกเป็น $\partial \hat{y} / \partial x_1 = \partial \hat{y} / \partial x_2 = ... = \partial \hat{y} / \partial x_k = 0$ จะเรียกจุด $x_{1,0}, x_{2,0}, ..., x_{k,0}$ นี้ว่า จุดคงที่ (Station point) จุดคงที่นี้จะแสดง

- จุดที่มีการตอบสนองมากที่สุด
- จุดที่มีการตอบสนองน้อยที่สุด
- จุดอานม้า (Saddle point)

จะเขียนโมเดลขั้นที่ 2 ด้วยเมตริก เราจะได้

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + x'b + x'Bx \quad \text{.....(11)}$$

ที่ซึ่ง

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_k \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \cdots \\ \hat{\beta}_k \end{bmatrix} \text{ และ } B = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_{11}, \hat{\beta}_{12}/2, ... \hat{\beta_{1k}}/2 \end{bmatrix} \quad \text{.....(12)}$$

นั่นคือ b คือ [k×1] ของสัมประสิทธิ์ถดถ้อยขั้นที่ 1 และ B คือเมตริกสมมูล (k×k)

ที่ซึ่งองค์ประกอบแนวตั้งส่วนใหญ่ คือ สัมประสิทธิ์ของ Pure quadratic ( $\hat{\beta}_{ij}, i \neq j$ ) ส่วนแยกของ $\hat{y}$ ที่สอดคล้องกับส่วนประกอบของเวคเตอร์ทำสมการเท่ากับ 0 คือ

$$\frac{\partial \hat{y}}{\partial x} = b + 2Bx = 0 \text{.....(13)}$$

จุดคงที่ คือ ผลลัพธ์ของสมการด้านบน หรือ

$$x_0 - -\frac{1}{2}B^{-1b} \text{.....(14)}$$

และการหาผลตอบสนองที่สามรถทำนายได้ที่จุดคงที่ คือ

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \frac{1}{2}x_0'b \text{.....(15)}$$

2. การระบุลักษณะของพื้นผิวตอบสนอง

เมื่อหาจุดคงที่ได้แล้ว จำเป็นที่จะต้องบอกลักษณะพื้นผิวตอบสนองในตำแหน่งใกล้เคียงของจุดนั้นในทันทีโดยลักษณะจะหมายถึง การพิจารณาจุดคงที่นั้น เป็นจุดที่มีผลตอบสนองสูงสุดหรือต่ำสุดหรือไม่ หรือจุดรับน้ำหนัก (Saddle point) และความอ่อนไหวสัมพัทธ์ของผลตอบสนองต่อตัวแปร วิธีที่ตรงที่สุดในการทำเช่นนี้ คือ การตรวจสอบจุดสูงต่ำของโมเดลที่กำหนดไว้

ธรรมชาติของพื้นผิวตอบสนองนั้นจะตัดสินได้จากจุดคงที่และสัญญาณกับความถี่ของ $\{\lambda\}$ถ้าจุดคงที่อยู่ภายใต้ของการสำรวจสำหรับโมเดลขั้นที่ 2 ถ้า $\{\lambda\}$เป็นค่าบวกหมดแล้ว $x_0$ ก็จะเป็นจุดของการตอบสนองน้อยที่สุด แต่ถ้าเป็นลบแล้ว $x_0$ จะเป็นจุดตอบสนองสูงที่สุด แต่ถ้ามีสัญญาณที่แตกต่างกันแล้ว $x_0$ ก็จะเป็นจุดรับน้ำหนัก

3. ระบบแนวคลื่น (Ridge System)

ถ้าจุดคงที่อยู่ไกลจากบริเวณของการสำรวจเพื่อให้เหมาะสมกับโมเดลขั้นที่ 2 และค่า $\lambda$ ตัวใดตัวหนึ่งมีค่าใกล้ 0 แล้วแนวคลื่นจะเป็นแบบตั้งขึ้น

**ขั้นทดลองสำหรับพื้นผิวตอบสนอง**

การปรับปรุงและวิเคราะห์พื้นผิวตอบสนองได้รับการเกื้อหนุนอย่างมากจากตัวเลือกที่เหมาะสมของการออกแบบขั้นทดลอง เมื่อเลือกการออกแบบพื้นที่ตอบสนอง ลักษณะบางประการของการออกแบบที่เป็นที่พึงปรารถนาจะมีลักษณะดังนี้

1. จัดให้มีการกระจายของจุดข้อมูลที่เหมาะสมทั่ว ๆ ทั้งบริเวณที่สนใจ
2. อนุญาตให้ความเพียงพอของโมเดลรวมทั้งการขาดความเหมาะสมได้รับการตรวจสอบ
3. อนุญาตให้ทำการทดลองในที่ ๆ จำกัด
4. อนุญาตให้มีการสร้างการออกแบบในระดับสูงอย่างต่อเนื่องเป็นลำดับ

5. จัดให้มีการประมาณการค่าผิดพลาดภายใน

6. ไม่ต้องมีจำนวนรอบการทำงานมาก

7. ไม่ต้องมีระดับของตัวแปรอิสระมากมายหลายระดับ

8. สามารถให้การรับรองความง่ายของการคำนวณพารามิเตอร์โมเดล

ลักษณะบางประการข้างต้นบางครั้งอาจจะดูยุ่งยาก ดังนั้นจึงต้องมีการใช้การตัดสินใจเลือกการออกแบบ โดยสามารถหาข้อมูลเพิ่มเติมได้จาก Box และ Drapper กับ Khunr และ Connell เกี่ยวกับทางเลือกการออกแบบพื้นผิวตอบสนอง

<u>ตัวอย่าง</u> วิศวกรมีความสนใจที่จะพิจารณาค่าYieldที่ดีที่สุดค่าในกระบวนการ ปัจจัยที่ควบคุมได้มี 2 ตัว ที่มีผลกระทบต่อกระบวนการ คือ ระยะเวลาของปฏิกิริยาและอุณหภูมิของปฏิกิริยา วิศวกรกำลังดำเนินโครงการโดยที่มีระยะเวลาของปฏิกิริยา 35 นาที และอุณหภูมิของปฏิกิริยา คือ 155 °F ซึ่งได้ผลออกมาได้ประมาณ 40 % เนื่องจากมีแนวโน้มที่พื้นที่บริเวณนี้จะมีจุดสูงสุด ดังนั้นจึงใช้โมเดลขั้นที่ 1 และวิธีการหาวิธีการอยู่บนพื้นที่ที่ชันที่สุด (Steepest)

วิศวกรตัดสินใจว่า การสำรวจพื้นที่ เพื่อให้โมเดลขั้นที่ 1 เหมาะสมลงตัวอยู่ที่ (30, 40) นาที ของปฏิกิริยาและ (150,160) °F เพื่อการคำนวณง่ายขึ้น ตัวแปรอิสระจะถูกใส่รหัสไว้ที่ช่วง (-1,1) ดังนั้น $\zeta_1$ จะให้ค่าตัวแปรเวลาธรรมชาติ และ $\zeta_2$ ให้ค่าตัวแปรอุณหภูมิธรรมชาติ

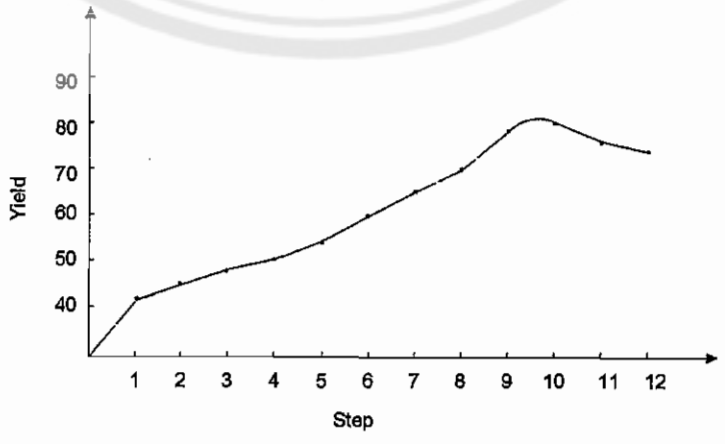
ตารางที่ 2.12 ตารางแสดงข้อมูลโมเดลขั้นที่ 1

| Natural Variable | | Coded Variable | | Response |
|---|---|---|---|---|
| $\zeta_1$ | $\zeta_2$ | $X_1$ | $X_2$ | Y |
| 30 | 150 | -1 | -1 | 39.3 |
| 30 | 160 | -1 | 1 | 40.0 |
| 40 | 150 | 1 | -1 | 40.9 |
| 40 | 160 | 1 | 1 | 41.5 |
| 35 | 155 | 0 | 0 | 40.3 |
| 35 | 155 | 0 | 0 | 40.5 |
| 35 | 155 | 0 | 0 | 40.7 |
| 35 | 155 | 0 | 0 | 40.2 |
| 35 | 155 | 0 | 0 | 40.6 |

ตารางที่ 2.13 ตาราง Steepest Ascent Experiment for Example

| Step | Coded Variable | | Natural Variable | | Response |
|---|---|---|---|---|---|
| | $X_1$ | $X_2$ | $\zeta_1$ | $\zeta_2$ | Y |
| Origin | 0 | 0 | 35 | 155 | |
| Δ | 1 | 0.42 | 5 | 2 | |
| Origin+Δ | 1 | 0.42 | 40 | 157 | 41 |
| Origin+2Δ | 2 | 0.84 | 45 | 159 | 42.6 |
| Origin+3Δ | 3 | 1.26 | 50 | 161 | 47.1 |
| Origin+4Δ | 4 | 1.68 | 55 | 163 | 49.7 |
| Origin+5Δ | 5 | 2.10 | 60 | 165 | 53.8 |
| Origin+6Δ | 6 | 2.52 | 65 | 167 | 59.9 |
| Origin+7Δ | 7 | 2.94 | 70 | 169 | 65 |
| Origin+8Δ | 8 | 3.36 | 75 | 171 | 70.4 |
| Origin+9Δ | 9 | 3.78 | 80 | 173 | 77.6 |
| Origin+10Δ | 10 | 4.20 | 85 | 175 | 80.3 |
| Origin+11Δ | 11 | 4.62 | 90 | 179 | 76.2 |
| Origin+12Δ | 12 | 5.04 | 95 | 181 | 75.1 |

กราฟที่ 2.2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างขั้นตอนการหาค่าในพื้นที่ที่ชันที่สุดกับจุด Yield



ตารางที่ 2.14 ตารางสรุปการวิเคราะห์ข้อมูลทั้งหมด เพื่อหาค่าที่จุดสูงชันที่สุด

| Natural Variable | | Coded Variable | | Response |
|---|---|---|---|---|
| $\zeta_1$ | $\zeta_2$ | $X_1$ | $X_2$ | Y |
| 80 | 170 | -1 | -1 | 76.5 |
| 80 | 180 | -1 | 1 | 77 |
| 90 | 170 | 1 | -1 | 78 |
| 90 | 180 | 1 | 1 | 79.5 |
| 85 | 175 | 0 | 0 | 79.9 |
| 85 | 175 | 0 | 0 | 80.3 |
| 85 | 175 | 0 | 0 | 80.0 |
| 85 | 175 | 0 | 0 | 79.7 |
| 85 | 175 | 0 | 0 | 79.8 |

วิศวกรคำนวณจุดต่างๆ จนกระทั่งสังเกตเห็นการลดลงของปฏิกิริยาตอบสนอง จากตารางที่ 2 ทั้งในตัวแปรรหัสและตัวแปรธรรมชาติ ถึงแม้ว่าจะง่ายต่อกาคำนวณทางคณิตศาสตร์ ตัวแปรธรรมชาติจะต้องนำไปทำตามกราฟที่1 จะกำหนดจุดผลที่ได้จากแต่ละขั้นตอนตามช่องทางการขึ้นสู่พื้นที่ที่สูงชันที่สุด จะสังเกตเห็นการเพิ่มขึ้นของปฏิกิริยาเมื่อผ่านขั้นตอนที่ 10 จะแสดงผลของการลดลงของปฏิกิริยา

ความสามารถในการหมุนเป็นคุณสมบัติสำคัญในการคัดเลือกการออกแบบพื้นผิวตอบสนอง เนื่องจากวัตถุประสงค์ของ RSM คือ การทำให้ได้ผลที่ดีที่สุด และการหาที่ตั้งของจุดที่ดีที่สุดนั้นยังเป็นที่ไม่ทราบชัดก่อนที่จะทำการทดลอง เป็นการสมเหตุสมผลอย่างยิ่งที่จะใช้การออกแบบที่ให้การประมาณค่าที่เที่ยงตรงสม่ำเสมอตลอดทาง สังเกตได้ว่าไม่ว่าจะเป็นการออกแบบ แบบ Orthogonal ขั้นที่ 1 แบบใดก็ตามก็จะสามารถหมุนได้ทั้งสิ้น

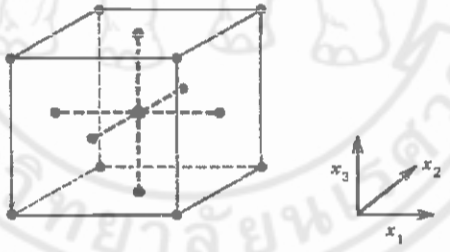
**พื้นผิวและส่วนสูงต่ำสำหรับการออกแบบที่ประกอบจากส่วนกลาง** (Central Composite Design) คล้ายกับการออกแบบมีคะแนนศูนย์กลางแค่ 4 จะสังเกตได้ว่าการออกแบบนี้สามารถจะหมุนได้ การออกแบบส่วนประกอบกลางประกอบด้วยแฟกทรอเรียล $2^k$ หรือ แฟกทรอเรียลบางส่วน (ใส่รหัสตามแนวคิด $\pm 1$) บวกรวมกับค่าแกน (axial point) 2k ($\pm 2$ , 0 , 0...) , (0 , $\pm 2$ , 0 ,... ) , (0 , 0 ,..., $\pm 2$ ) และค่ากลาง $n_c$ (0 , 0 ,..., 0) การออกแบบองค์ประกอบกลางเมื่อ k

– 2 และ k – 3 การออกแบบแบบนี้อาจจะเป็นการออกแบบการทดลองที่ได้รับการใช้มากที่สุด เพื่อให้เหมาะสมกับพื้นผิวตอบสนองระดับที่ 2

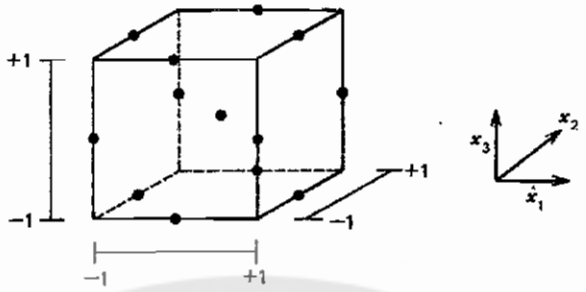
ในหลักการออกแบบพื้นที่ผิวตอบสนอง Response Surface (RSM) มีหลักการการออกแบบหลายรูปแบบการทดลอง แต่ขอกล่าวถึงรูปแบบที่ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้

1.Orthogonal and Uniform-Precision Rotatable Central Composite (OUPRCC) Designs

คุณสมบัติอื่น ๆ ของ central composite design นั้นอาจจะถูกควบคุมโดยตัวเลือกของคะแนนกลาง $n_c$ จำนวนมาก ด้วยตัวเลือกที่เหมาะสมของ $n_c$ นี้ central composite design อาจจะถูกทำให้เป็น orthogonal หรืออาจจะเป็น uniform precision design ได้ ในการออกแบบ uniform precision design ค่าความแปรปรวนของ y ทำจุดเริ่มต้นเท่ากับค่าความแปรปรวนของ y ที่หน่วยจุดระยะห่างจากจุดเริ่มต้น การออกแบบ uniform precision design จะเอื้ออำนวยให้มีการป้องกันความลำเอียงในสัมประสิทธิแบบรีเกรสชั่นได้ดีกว่าแบบ orthogonal เพราะการปรากฏของระดับที่ 3 หรือค่าที่สูงกว่าในพื้นผิวที่แท้จริง จะแสดงถึงพารามิเตอร์ของการออกแบบ uniform precision และแบบ orthogonal โดยมีค่าหลากหลายของ k




รูปที่ 2.5 Orthogonal and Uniform-Precision Rotatable Central Composite Designs (OUPRCC) ส่วนหน้า




รูปที่ 2.6 Orthogonal and Uniform-Precision Rotatable Central Composite Designs (OUPRCC) ส่วนมุม

ตารางที่ 2.15 Orthogonal and Uniform-Precision Rota table Central Composite Designs (OUPRCC) ส่วนหน้า

| Run | X1 | X2 | X3 |
|---|---|---|---|
| 1 | -1 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | -1 |
| 3 | 1 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | 1 |
| 5 | 0 | -1 | 0 |
| 6 | 0 | 1 | 0 |
| 7 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | 0 | 0 | 0 |
| 9 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | 0 | 0 | 0 |
| 11 | 0 | 0 | 0 |

ตารางที่ 2.16 Orthogonal and Uniform-Precision Rota table Central Composite Designs (OUPRCC) ส่วนมุม

| Run | X1 | X2 | X3 |
|---|---|---|---|
| 1 | -1 | -1 | -1 |
| 2 | -1 | -1 | 1 |
| 3 | 1 | -1 | -1 |
| 4 | 1 | 1 | -1 |
| 5 | -1 | 1 | 1 |
| 6 | -1 | -1 | 1 |
| 7 | 1 | 1 | 1 |
| 8 | -1 | 1 | -1 |
| 9 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | 0 | 0 | 0 |
| 11 | 0 | 0 | 0 |

ค่าความหลากหลายอีกประการหนึ่งของการออกแบบองค์ประกอบกลาง คือ การออกแบบองค์ประกอบกลางที่มีด้านหน้าเป็นจุดศูนย์กลาง (face-centered) ซึ่ง $\alpha = 1$ การออกแบบประเภทนี้จะวางคะแนนแกน (axial point) บนจุดศูนย์กลางของด้านหน้าลูกบาศก์ เมื่อ $k = 3$ ความหลากหลายของการออกแบบนี้ถูกใช้เพราะต้องการระดับของ factor แต่ละตัวเพียง 3 ระดับเท่านั้น และในทางปฏิบัติค่อนข้างจะเป็นการยากที่จะเปลี่ยนระดับของ factor อย่างไรก็ตามการออกแบบประเภทนี้ไม่สามารถหมุนได้และนับว่าเป็นข้อเสียเปรียบที่ร้ายแรงข้อหนึ่งเลยทีเดียว

2. Box และ Behnken Design (BBD)

Box และ Behnken ได้เสนอการออกแบบแบบ 3 ระดับ สำหรับฟิตพื้นผิวตอบสนอง **เพื่อให้เหมาะสมกับพื้นผิวตอบสนอง การออกแบบนี้ถูกสร้างขึ้นโดยการรวมแฟกทอเรียล $2^k$ เข้ากับการออกแบบเป็น block ที่ไม่สมบูรณ์ ผลที่ได้ คือ การออกแบบที่มีประสิทธิภาพอย่างยิ่งในด้านของรอบการปฏิบัติงานที่ต้องการและสามารถหมุนได้ (หรือเกือบจะหมุนได้)**

ตารางที่ 2.17 แสดงการออกแบบของ Box และ Behken แบบตัวแปร 3 ตัว

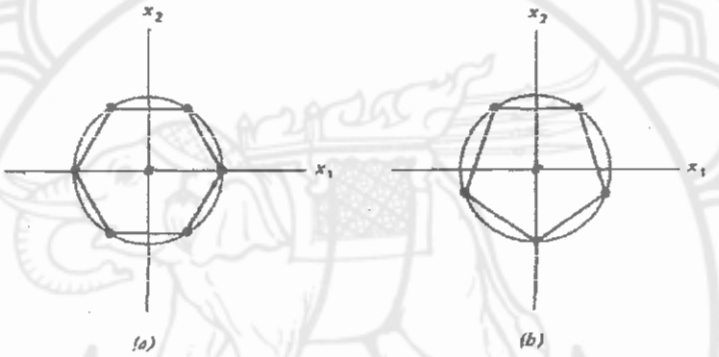
| Run | X1 | X2 | X3 |
|---|---|---|---|
| 1 | -1 | -1 | 0 |
| 2 | -1 | 1 | 0 |
| 3 | 1 | -1 | 0 |
| 4 | 1 | 1 | 0 |
| 5 | -1 | 0 | -1 |
| 6 | -1 | 0 | 1 |
| 7 | 1 | 0 | -1 |
| 8 | 1 | 0 | 1 |
| 9 | 0 | -1 | -1 |
| 10 | 0 | -1 | 1 |
| 11 | 0 | 1 | -1 |
| 12 | 0 | 1 | 1 |
| 13 | 0 | 0 | 0 |
| 14 | 0 | 0 | 0 |
| 15 | 0 | 0 | 0 |

การออกแบบนี้จะแสดงในรูปตรีโกณ (Geometric) จะสังเกตเห็นได้ว่าการออกแบบของ Box และ Behnken นั้นไม่มีจุดใดเลยใน vertices พื้นที่ลูกบาศก์ที่ถูกสร้างขึ้นโดยลิมิตขั้นต่ำหรือสูงกว่าค่าของตัวแปรแต่ละตัว สิ่งนี้เหมือนจะเป็นข้อได้เปรียบเมื่อคะแนนที่มุมของลูกบาศก์จะแสดงการรวมระดับของ factor ที่ค่อนข้างจะแพงหรือเป็นไปไม่ได้ที่จะตรวจสอบเพราะข้อจำกัดทางกายภาพของกระบวนการ

ยังมีการอกแบบที่หมุนได้อีกหลายแบบที่ยังมีประโยชน์ต่อโจทย์ที่แก้กับตัวแปร 2 หรือ 3 ตัว การออกแบบพวกนี้มักจะประกอบด้วยคะแนน 1 จุดที่มีพื้นที่เท่า ๆ กันในวงกลม (k = 2) หรือด้านเหลี่ยม (k = 3) และทำให้เกิดรูปหลายด้านหรือหลาย ๆ หัว เนื่องจากจุดอกแบบนั้นมีทิศทางจากจุดเริ่มต้นเท่า ๆ กัน ดังนั้นการจัดระบบแบบนี้จึงถูกเรียกว่า การออกแบบรัศมีเทียบเท่า (Equiradial design)

เมื่อ k − 2 การออกแบบแบบนี้จึงได้มาจากการรวมจุด $n_2 \geq 5$ ซึ่งมีพื้นที่เท่า ๆ กันในวงกลม ซึ่งจุด $y \geq 1$ ที่จุดศูนย์กลางของวงกลม การออกแบบที่มีประโยชน์เป็นพิเศษเมื่อ k = 2 คือ รูปหกเหลี่ยมและแปดเหลี่ยม การออกแบบแสดงไว้ในรูปที่ 16-18 a และ b เมื่อ k = 3 การจัดแบบรัศมีเทียบเท่าที่มีคะแนนจุดเพียงพอต่อการประมาณค่าของโมเดลระดับที่ 2 คือ Icosahedrons (20 จุด) และ Dodecahedron (12 จุด)

แต่ถ้ามีความต้องการการออกแบบที่แบบ 2 ตัวแปร จะใช้รูปแบบ 5 เหลี่ยมและ 6 เหลี่ยม ในการกำหนดรหัสการออกแบบ ดังรูปที่ 2.7




รูปที่ 2.7 การออกแบบรัศมีเท่ากันสำหรับ 2 ตัวแปร (a) หกเหลี่ยม (b) ห้าเหลี่ยม

### 2.2.4 การทดสอบความถูกต้องของสมมติฐาน

การทดสอบความถูกต้องของแบบจำลอง เป็นกระบวนการในการสร้างความมั่นใจให้กับผู้สร้างและผู้ใช้แบบจำลอง ว่าผลที่ได้จากแบบจำลองนั้นควรจะเป็นผลที่ถูกต้องนำไปใช้งานได้ตามวัตถุประสงค์ของการสร้างแบบจำลอง การทดสอบความถูกต้องนั้นไม่มี "วิธีการทดสอบ" ที่จะบอกได้ว่าแบบจำลองนั้นเป็นแบบจำลองที่ถูกต้องของระบบงานหรือไม่ ความถูกต้องของแบบจำลองในที่นี้คือความมั่นใจว่ามันเป็นแบบจำลองที่ถูกต้องใช้งานได้ ความมั่นใจดังกล่าวจะได้มาก็โดยความเข้าใจในระบบงาน ความละเอียดถี่ถ้วนในการตรวจสอบความเหมาะสมขององค์ประกอบ พฤติกรรมต่างๆ ขององค์ประกอบและค่าเชิงปริมาณที่ใช้แทนองค์ประกอบ และความสัมพันธ์ต่างๆ การทดสอบพฤติกรรมที่ได้มาจากแบบจำลองเทียบกับพฤติกรรมขององค์ประกอบของระบบงานจริง ฯลฯ

**กรรมวิธีที่ใช้ในการทดสอบความถูกต้องของแบบจำลองที่ใช้กันอยู่**
**ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ**

1. การพิสูจน์ยืนยัน (Verification) เป็นการทำให้แน่ใจว่าแบบจำลองมีพฤติกรรมอย่างที่ **ผู้สร้าง ต้องการ ให้มันเป็น วิธีการที่ใช้ในขั้นตอนนี้ได้แก่**

การถามความเห็นจากผู้เชี่ยวชาญ (Face Validity) เป็นการถามความเห็นจากผู้ที่มีความรู้ความเชี่ยวชาญจากการใช้งานองค์ประกอบต่างๆ ในระบบงานและการใช้ระบบงาน ว่าองค์ประกอบและระบบงานนั้นๆ มีพฤติกรรมอย่างไรภายใต้เงื่อนไขต่างๆ และการที่องค์ประกอบในแบบจำลองและแบบจำลองมีพฤติกรรมต่างๆ ควรจะเป็นพฤติกรรมที่สอดคล้องกับพฤติกรรมขององค์ประกอบและระบบงานจริงหรือไม่

การทดสอบความถูกต้องของกลไกภายในแบบจำลอง (Internal Validity) เป็นการทดสอบองค์ประกอบในแบบจำลองหรือแบบจำลอง โดยการใส่เงื่อนไข เช่น ให้ค่าตัวแปรเข้า (Input Variables) เป็นค่าคงที่ แล้วดูว่าผลที่ได้จากองค์ประกอบหรือแบบจำลองหลายๆ ครั้งมีความแปรปรวนมากน้อยแค่ไหนถ้ามีความแปรปรวนมาก องค์ประกอบในแบบจำลองหรือแบบจำลองนั้นก็ไม่ควรจะถูกต้องและควรจะต้องมีการแก้ไข

การทดสอบความถูกต้องของตัวแปรและพารามิเตอร์ (Variables-Parameters Validity) เป็นการทดสอบความไว (Sensitivity Testing) ของการเปลี่ยนแปลงค่าของตัวแปรและพารามิเตอร์ว่ามีผลกระทบต่อผลลัพธ์ที่ได้จากองค์ประกอบในแบบจำลองและแบบจำลองอย่างไร ถ้าผลที่ได้มีการเปลี่ยนแปลงไวต่อค่าตัวแปรหรือพารามิเตอร์ใด ก็เป็นเครื่องแสดงบอกให้เรารู้ว่าจะต้องระมัดระวังให้มากต่อการประมาณค่าตัวแปรและพารามิเตอร์เหล่านั้น นอกจากนั้นแล้ว การทดสอบความไวนี้ยังช่วยให้ผู้สร้างแบบจำลองได้เห็นว่าองค์ประกอบในแบบจำลองและแบบจำลองประพฤติตนอย่างที่ควรจะเป็นหรือไม่ เพราะถ้าเราทราบว่าการเปลี่ยนแปลงค่าของตัวแปร และพารามิเตอร์จะทำให้ผลที่ได้จากระบบงานจริงนั้นเปลี่ยนไปแต่ถ้าจากการทดลองกับแบบจำลองแล้วได้ผลเป็นอย่างอื่น แบบจำลองนั้นก็ไม่ควรจะถูกต้องและควรจะต้องมีการแก้ไข

การทดสอบความถูกต้องของสมมติฐาน (Hypothesis Validity) เป็นการทดสอบความ**ถูกต้องทางสถิติว่าผลที่ได้จากองค์ประกอบในแบบจำลองกับผลที่ได้จากองค์ประกอบของระบบงานจริงนั้นเหมือนกันโดยอาจใช้เงื่อนไขต่างๆ ที่มีปรากฏจากข้อมูลในอดีต ใส่ให้กับองค์ประกอบในแบบจำลอง แล้วเปรียบเทียบผลที่ได้กับผลที่ได้จากอดีตว่าสามารถยอมรับว่าเหมือนกันโดยมีระดับนัยสำคัญที่ยอมรับได้**

2. การทดสอบความถูกต้อง (Validation) เป็นการทดสอบความสอดคล้องระหว่างพฤติกรรมของแบบจำลองกับพฤติกรรมของระบบงานจริง ทั้งนี้โดยอาศัยการเปรียบเทียบระหว่างข้อมูลที่ได้จากแบบจำลองกับข้อมูลในอดีตของระบบงานจริงที่เงื่อนไขของการใช้ระบบงานที่เหมือนกัน การวิเคราะห์กระทำโดยอาศัยเทคนิคทางสถิติ ได้แก่

2.1 การทดสอบสมมติฐานในการเปรียบเทียบค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองกับของระบบงานจริง

2.2 การทดสอบสมมติฐานของลักษณะการกระจายของความน่าจะเป็นของข้อมูลจากแบบจำลองเปรียบเทียบกับของระบบงานจริง

2.3 การประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองเปรียบเทียบกับค่าโดยประมาณของพารามิเตอร์ของระบบงานจริง

2.4 การพยากรณ์ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรและพารามิเตอร์ในแบบจำลองเปรียบเทียบกับระบบงานจริง

3. การวิเคราะห์ปัญหา (Problem Analysis) เป็นการทดลองใช้แบบจำลองในการพยากรณ์พฤติกรรมต่างๆ ของระบบงานเปรียบเทียบกับพฤติกรรมจริงของระบบงานการวิเคราะห์อาศัยเทคนิคทางสถิติ จากขั้นตอนต่างๆ ตามกรรมวิธีที่กล่าวมานี้ ควรจะช่วยให้ผู้สร้างแบบจำลองมีความมั่นใจในแบบจำลองที่สร้างขึ้นว่า น่าจะใช้แทนระบบงานจริงตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้

โดยสรุป การสร้างความมั่นใจในความถูกต้องของแบบจำลองอาจได้มาจาก

1. การใช้วิจารณญาณและตรรกวิทยา
2. การใช้ความรู้ความเข้าใจในระบบงาน
3. การทำการทดสอบโดยเทคนิคทางสถิติในส่วนของข้อมูลเชิงปริมาณ
4. การให้ความสนใจ ไตร่ตรอง ตรวจสอบรายละเอียดต่างๆ ในการสร้างแบบจำลอง
5. การตรวจสอบดูว่าแบบจำลองประพฤติตนได้อย่างที่เราอยากให้มันเป็น
6. การวิเคราะห์ความไวของตัวแปรและพารามิเตอร์
7. เปรียบเทียบข้อมูลเข้าและข้อมูลออก (Input-Output) ระหว่างแบบจำลองกับ

**การทดสอบสมมติฐาน** (Goodness of fit test)

จากการทดสอบสมมติฐาน (Goodness of fit) ทฤษฎี ให้ตัวแปรสุ่ม ( $X_1$ , $X_2$ , $X_3$ , ... , $X_k$) มีการแจกแจง multinomial โดยมีพารามิเตอร์เป็น n , $p_1$ , $p_2$ , ... , $p_k$ ถ้า n มีค่ามาก แล้วตัวแปรสุ่ม $\chi^2$ ซึ่งมีค่าเป็น

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(X_i - np_i)^2}{np_i} \quad \text{..... (16)}$$

**จะมีการแจกแจงใกล้เคียง** Chi-square **โดยมี** degrees of freedom **เท่ากับ** k-1 **ในที่นี้จะไม่ข้อแสดงรายละเอียดการพิสูจน์ สำหรับการทดสอบ** Goodness of fit **โดยทั่วไปมักจะ** เห็นตัวแปรสุ่ม $\chi^2$ มีค่าดังนี้

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(X_i - np_i)^2}{np_i}$$
$$= \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad \text{..... (17)}$$

เหตุผลที่ใช้ $O_i$ และ $E_i$ ก็คือ ในแต่ละ cell ของการแจกแจง multinomial นั้น $X_i$ เป็นความถี่ที่ตกอยู่ใน cell ที่ i ความถี่นี้ก็คือ ค่าที่ได้จากการสังเกต หรือที่เรียกว่า observed value นั่นเอง จึ่งใช้ $O_i$ และ $E_i$ สำหรับ $np_i$ คือ $E(X_i)$ ซึ่งเป็น expected value ที่คาดหวังว่าจะตกอยู่ใน cell ที่ I จึ่งใช้ $E_i$ แทนค่า $np_i$ จากนี้ไปจะเห็น $\chi^2$ ในรูปแบบที่มีค่า $O_i$ และ $E_i$ ดังข้างต้น

สมมุติว่าใน cell ที่ i ใด ๆ ความน่าจะเป็นที่ค่าสังเกตตกอยู่ใน cell ที่ i เป็น $p_i$ และค่า $p_i$ มีค่าเท่ากับ $p_{i0}$ เมื่อ $0 < p_{i0} < 1$ แล้วจะให้สมมติฐาน $H_0$ เป็น $H_0 : p_i = p_{i0}$ , i = 1 , 2 , ... , k ถ้า $H_0$ เป็นจริงแล้วใน cell ที่ i ใด ๆ จะมี expected value เป็น $E_i = np_{i0}$ แล้วถ้า $O_i$ มีค่าใกล้เคียงกับ $E_i$ ก็จะทำให้ $(O_i + E_i)^2$ มีค่าน้อยและ $\sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$ จะมีค่าน้อยตามด้วย

ดังนั้น จึงควรตัดสินเลือกเอาสมมติฐาน $H_0$ ในทางตรงกันข้ามถ้า $O_i$ มีค่าต่างจาก $E_i$ มากจะทำให้ $\sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$ มีค่ามาก ดังนั้นจึงควรปฏิเสธ $H_0$ การที่จะตัดสินว่าค่ามากนั้นควรจะมากแค่ใดจึงปฏิเสธ $H_0$ นั้น จะตัดสินโดยนำมาเปรียบเทียบกับค่า $\chi^2_{\alpha,k-1}$ ที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha$ ดังในรายละเอียดต่อไปนี้

Hypotheses : $H_0 : p_1 = p_{10}, \ldots, p_k = p_{k0}$

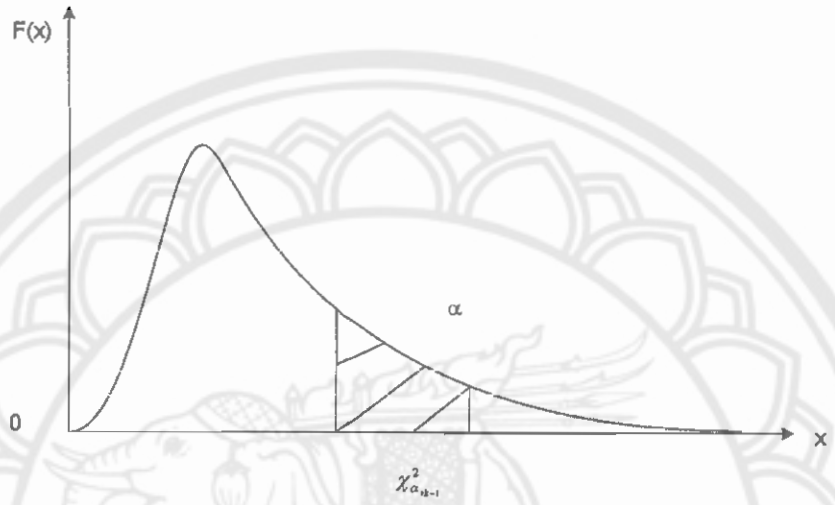
$H_1$ : **มี** $p_i \neq p_{k0}$ **อย่างน้อยที่สุดหนึ่งค่า** , i = 1 , 2 , ... , k

**สถิติทดสอบ** : $\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$ .....(18)

**ขอบเขตวิกฤต** : **ปฏิเสธ** $H_0$ **ที่ระดับนัยสำคัญประมาณ** $\alpha$ **ถ้า** $\chi^2 \geq \chi^2_{\alpha,k-1}$

สำหรับค่า $\chi^2_{\alpha,k-1}$ สามารถหาได้จากตารางการแจกแจง Chi-square รูปภาพแสดงค่า $\chi^2_{\alpha,k-1}$ โดยมี $\alpha$ เท่ากับพื้นที่ใต้โค้ง chi-square ที่อยู่ด้านขวาของค่านี้

กราฟที่ 2.3 กราฟแสดงพื้นที่ใต้โค้งของการแจกแจงแบบ Chi-square




ในการทดสอบ goodness of fit เราใช้ $\chi^2$ จากทฤษฎี เป็นสถิติการสอบ พึงตระหนักว่า n ควรมีขนาดใหญ่ถึงจะได้การตรวจสอบที่ดี มีข้อถกเถียงเกี่ยวกับค่าของ n ในงานวิจับหลายชิ้นว่า ค่า n ควรจะมีค่ามากเพียงใด อย่างไรก็ดีกฎเกณฑ์ที่ใช้มากที่สุดคือว่า n ควรมีขนาดใหญ่พอที่จะทำให้ทุก ๆ cell มีค่า $E_i$ น้อยกว่า 5 ก็ให้รวม cell นั้น ๆ กับ cell อื่น ๆ ที่อยู่ถัดไป ค่า $O_i$ ก็จะถูกรวมเข้าด้วยกันด้วย

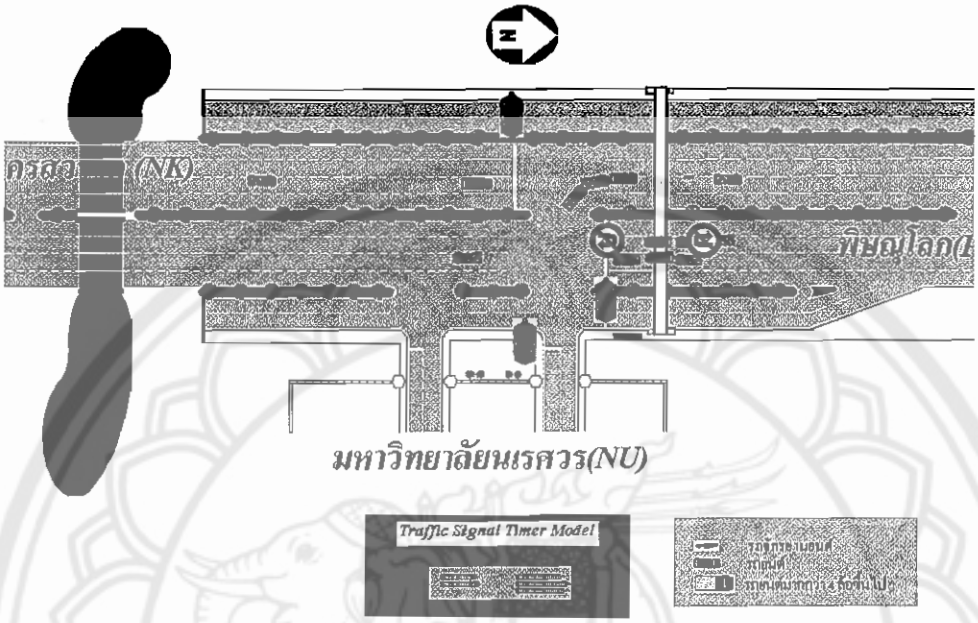
## 2.3 งานวิจัยที่เกี่ยวของ

งานวิจัยที่ได้ศึกษานี้เป็นงานวิจัยของนายเกรียงศักดิ์ บุญรักษ์ นายเทิดศักดิ์ กังวาลและนายบุญเลิศ ภัทรมุทธาเรื่องการประยุกต์ใช้แบบจำลองด้วยคอมพิวเตอร์เพื่อออกแบบการตั้งเวลาของสัญญาณไฟจราจร ปี พ.ศ. 2546 ซึ่งมีเนื้อหาของงานวิจัย ดังนี้

### 2.3.1 การตั้งปัญหาและการให้คำจำกัดความของระบบงาน

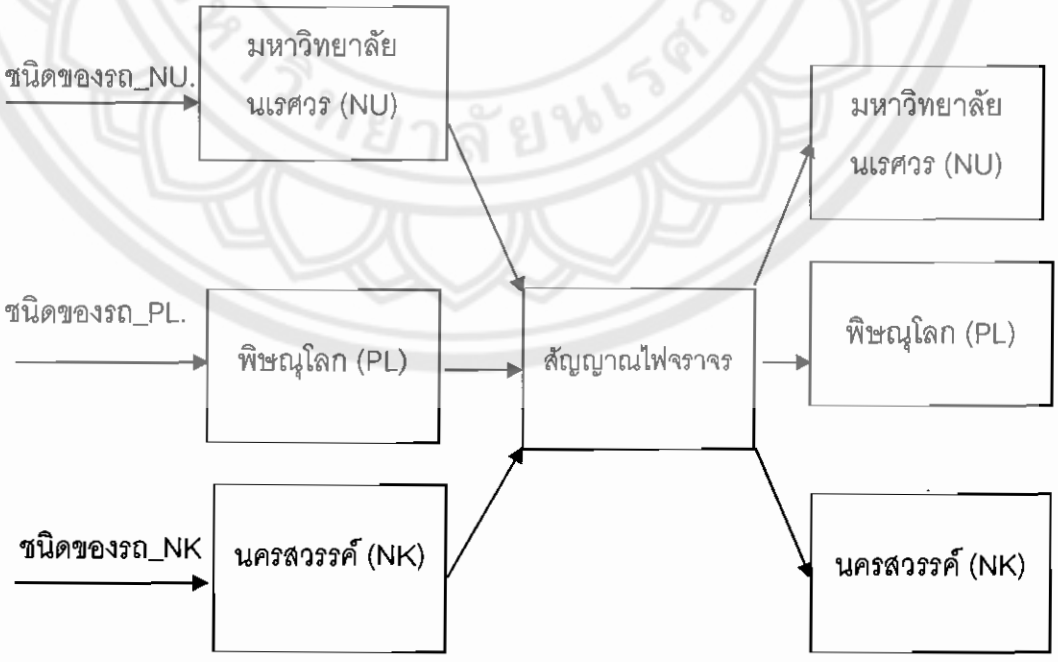
1. กำหนดเป้าหมายในการศึกษาระบบสัญญาณไฟจราจร เพื่อหาวิธีที่เหมาะสมที่จะทำการตั้งเวลาของสัญญาณไฟจราจรเพื่อที่จะหาระยะเวลาในการตั้งระยะเวลาของสัญญาณไฟจราจรที่จะทำให้เกิดการรอคอยสัญญาณไฟจราจรที่สั้นที่สุดและมีประสิทธิภาพที่ดีที่สุด โดยจะพิจารณาการตั้งค่าที่จะทำการติดตั้งสัญญาณไฟจราจร บริเวณทางเข้า – ออกหน้ามหาวิทยาลัยนเรศวร

เป็นสำคัญ ซึ่งจะพิจารณาความหนาแน่นของรถที่เข้ามาในระบบเพื่อหาความสัมพันธ์ของการตั้งระยะเวลาของสัญญาณไฟจราจรของแต่ละแยกให้เหมาะสมและมีประสิทธิภาพที่ดีที่สุด




รูปที่ 2.8 แสดงทางแยกที่จะศึกษาการติดตั้งสัญญาณไฟจราจร

2. แผนผังแสดงการทำงานของสัญญาณไฟจราจร




รูปที่ 2.9 แสดงรูปแบบในการเดินรถชนิดต่างๆที่ผ่านเข้ามาในแต่ละแยก

3. ทำการศึกษาโปรแกรม Simulationโดยใช้ระบบคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลโดยที่ทำการเลือกใช้โปรแกรม Arena V 8.01 เป็นโปรแกรมที่ช่วยในการจำลองระบบที่จะทำการศึกษา เนื่องจากเป็นโปรแกรมที่สามารถตอบสนองต่อความต้องการของการวิจัยและเป็นโปรแกรมที่มีความยืดหยุ่นสูง พร้อมทั้งมีความน่าเชื่อถือของโปรแกรมสูง

4. ศึกษาระบบการตั้งสัญญาณจราจรบริเวณหน้ามหาวิทยาลัยนเรศวร โดยพิจารณาช่วงเวลา Peak Time หรือช่วงเวลาที่มีการจราจรหนาแน่นเป็นสำคัญ 8.00 - 10.00 น.และ 15.00 - 17.00น.

5. ได้ทำการพัฒนา Simulation Model ในแต่ละช่วงเวลา ในการหาระยะเวลารอคอยเฉลี่ย (AWT) จะใช้ไฟล์ Model ของแบบจำลองสัญญาณไฟจราจรชื่อ NU_TST_MODEL 1. DOE สำหรับข้อมูลในตอนเช้า – ตอนบ่ายและไม่มีการ U-Turn, NU_TST_MODEL 2. DOE สำหรับข้อมูลในตอนเช้าและไม่มีการ U-Turn, NU_TST_MODEL3. DOE สำหรับข้อมูลในตอนบ่าย และไม่มีการ U-Turn และ NU_TST_MODEL4. DOE สำหรับข้อมูลในช่วงเช้า-บ่าย มีการ U-Turn และเลี้ยวซ้ายผ่านตลอด

6. เมื่อรันโปรแกรม Arena V 8.01 เสร็จแล้ว จะได้รูปแบบของการรายงานผลออกมาซึ่งในรูปแบบรายงานจะบอกค่าของเวลารอคอยเฉลี่ย (AWT) และจำนวนการรอคอย (NOQ) ของถนนแต่ละแยก โดยที่เวลารอคอยเฉลี่ย (AWT) มีหน่วยออกมาเป็นวัน ฉะนั้น จะต้องทำวันให้เป็นวินาที โดยการคูณด้วย 8640 วินาที (1 วัน เท่ากับ 8640 วินาที) ส่วนจำนวนการรอคอย (NOQ) มีหน่วยออกมาเป็นคัน

การจัดเตรียมข้อมูล นอกจากการใช้ข้อมูลสำหรับการศึกษาระบบงาน แล้วข้อมูลต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับระบบงานยังจำเป็นสำหรับ

1. การประมาณค่าคงที่และพารามิเตอร์
2. การหาค่าเริ่มต้นของตัวแปรต่างๆ
3. การใช้ในการทดสอบความถูกต้องของผลที่ได้จากการจำลองแบบปัญหา

ขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนเบื้องต้น โดยจะต้องทำการบันทึกข้อมูลที่สำคัญ เช่น อัตราการมาถึงและเวลาการให้บริการ จากนั้นมาวิเคราะห์หาลักษณะการ กระจายของข้อมูล (Distribution) ซึ่งมีหลายรูปแบบทั้งแบบต่อเนื่อง (Continuous) และแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete)

**2.3.2 การจัดเตรียมข้อมูล**

1. วิธีการวิเคราะห์หาเปอร์เซ็นต์ของทิศทางการตัดสินใจ

การหาเปอร์เซ็นต์ของทิศทางการตัดสินใจเราจะคิดจากถนนแต่ละเส้นจะเก็บข้อมูลในช่วงเวลา 8.00-10.00 น. และ 15.00-17.00 น. ในเดือนกันยายน พ.ศ.2546 โดยถนนแต่ละเส้นจะมีทิศทางการตัดสินใจ 2 แบบคือ ทิศทางตรง และทิศทางเลี้ยว

ตารางที่ 2.18 แสดงข้อมูลความหนาแน่นของรถ

| ถนนเส้นพิษณุโลกไปนครสวรรค์ | | | |
|---|---|---|---|
| มอเตอร์ไซค์(คัน) | รถยนต์(คัน) | รถบัส(คัน) | รวม (คัน) |
| 260 | 2136 | 424 | 2820 |
| ถนนเส้นพิษณุโลกไปม.นเรศวร | | | |
| มอเตอร์ไซค์(คัน) | รถยนต์(คัน) | รถบัส(คัน) | รวม (คัน) |
| 607 | 2148 | 49 | 2804 |

ดังนั้น 100 เปอร์เซ็นต์เท่ากับจำนวนรถทั้งหมด 5624 คัน
เพราะฉะนั้น ถนนเส้น พิษณุโลกไปนครสวรรค์ คิดเป็น (2820/5624) x100 = 50.1 เปอร์เซ็นต์
ถนนเส้น พิษณุโลกไปม. นเรศวร คิดเป็น (2804/5624) x100 = 49.9 เปอร์เซ็นต์
โดยถนนที่เหลือทั้งสองเส้นมีวิธีคิดเช่นเดียวกัน

2. ผลการวิเคราะห์เปอร์เซ็นต์ของทิศทางการตัดสินใจของถนนทั้ง 3 สาย ในช่วงเวลา 8.00 -10.00 น. และ 15.00-17.00 น. ในเดือนกันยายน พ.ศ. 2546

ตารางที่ 2.19 แสดงถึงเปอร์เซ็นต์รถเฉลี่ยของถนนแต่ละสายในระยะเวลา 10 วัน และช่วงเวลาต่าง ๆ

| ช่วงเวลาเช้า-บ่าย | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **ถนนมหาวิทยาลัยนเรศวร(NU)** | | **ถนนพิษณุโลก (PL)** | | **ถนนนครสวรรค์ (NK)** | |
| **เลี้ยวขวา** | **เลี้ยวซ้าย** | **ตรง** | **เลี้ยวซ้าย** | **ตรง** | **เลี้ยวขวา** |
| 87.925% | 12.08% | 48.9% | 50.1% | 99.95% | 0.05% |
| **ช่วงเวลาเช้า** | | | | | |

| ถนนมหาวิทยาลัยนเรศวร(NU) | | ถนนพิษณุโลก (PL) | | ถนนนครสวรรค์ (NK) | |
|---|---|---|---|---|---|
| เลี้ยวขวา | เลี้ยวซ้าย | ตรง | เลี้ยวซ้าย | ตรง | เลี้ยวขวา |
| 88.60% | 11.4% | 48.41% | 51.59% | 99.41% | 0.59% |

| ช่วงเวลาบ่าย | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| ถนนมหาวิทยาลัยนเรศวร(NU) | | ถนนพิษณุโลก (PL) | | ถนนนครสวรรค์ (NK) | |
| เลี้ยวขวา | เลี้ยวซ้าย | ตรง | เลี้ยวซ้าย | ตรง | เลี้ยวขวา |
| 87.42% | 12.58% | 49.33% | 50.67% | 99.3% | 0.7% |

3. รูปแบบการกระจายตัว

ตารางที่ 2.20 แสดงค่าการกระจายตัวของถนนในแต่ละสาย(ภาคผนวก ก)

| **รูปแบบการกระจายตัว** | NU | PL | NK |
|---|---|---|---|
| **มอเตอร์ไซค์** (Motorcycle) | | | |
| Distribution | Beta | Exponential | Triangular |
| Expression | -0.001 + 5 * BETA (0.144, 0.212) | -0.001 + EXPO (1.84) | TRIA (-0.001,1.25,5) |
| Square Error | 0.042849 | 0.065953 | 0.067762 |
| **รถยนต์** (Car) | | | |
| Distribution | Exponential | Lognormal | Erlang |
| Expression | -0.001 + EXPO (1.52) | -0.001 + LOGN (0.497, 0.591) | ERLA (0.0636, 4) |
| Square Error | 0.047029 | 0.008742 | 0.007512 |
| **รถตั้งแต่ 6 ล้อขึ้นไป** (Bus) | | | |
| Distribution | Beta | Gamma | Lognormal |
| Expression | -0.5 + 6 * BETA (0.169, 0.261) | -0.001 + GAMM (0.436, 2.97) | 0.19 + LOGN (0.589, 0.35) |
| Square Error | 0.072184 | 0.018899 | 0.030099 |

ตารางที่ 2.21 ผลการวิเคราะห์รูปแบบการกระจายตัวของการเคลื่อนที่ของรถแต่ละชนิดของถนน 3 สาย

| ชนิดรถ | ชนิดการกระจายตัว | ผลการกระจายตัว |
|---|---|---|
| มอเตอร์ไซค์ | Poisson | POIS (43.5) |
| รถยนต์ | Poisson | POIS (27.8) |
| รถบัส | Beta | 32.5+24*BETA (0.761,0.669) |

ตารางที่ 2.22 ผลการวิเคราะห์รูปแบบการกระจายตัวของการเคลื่อนที่ของรถแต่ละชนิดของข้อมูลของถนน 3 สายในเส้นทางเลี้ยวและเส้นทางตรง

| เส้นทางเลี้ยว | | |
|---|---|---|
| ชนิดรถ | ชนิดการกระจายตัว | ผลการกระจายตัว |
| มอเตอร์ไซค์ | Triangular | TRIA (5.5, 10, 12.5) |
| รถยนต์ | Lognormal | 6.5+LOGN (2.73, 2.69) |
| รถบัส | Beta | 6.5+8*BETA (0.971, 0.755) |
| เส้นทางตรง | | |
| ชนิดรถ | ชนิดการกระจายตัว | ผลการกระจายตัว |
| มอเตอร์ไซค์ | Beta | 5.5+4*BETA (0.809, 0.928) |
| รถยนต์ | Erlang | 3.5+ERLA (1.17, 3) |
| รถบัส | Poisson | POIS (10.9) |

ตารางที่ 2.23 ผลการวิเคราะห์การกระจายตัวของจำนวนรถของถนนแต่ละสาย

| NK | | | |
|---|---|---|---|
| **ชนิดรถ** | **ตอนเช้า-ตอนบ่าย** | **ตอนเช้า** | **ตอนบ่าย** |
| **มอเตอร์ไซค์** | TRIA (-0.001, 1.25, 5) | TRIA (-0.001, 1.07, 5) | 0.28 + LOGN (2.01, 1.43) |
| รถยนต์ | ERLA (0.0636, 4) | 0.06 + LOGN (0.223, 0.115) | LOGN (0.213, 0.104) |
| รถบัส | 0.19+LOGN (0.589, 0.35) | 0.19 + LOGN (0.598, 0.407) | 0.22 + LOGN (0.551, 0.297) |
| PL | | | |
| ชนิดรถ | ตอนเช้า-ตอนบ่าย | ตอนเช้า | ตอนบ่าย |
| มอเตอร์ไซค์ | -0.001+5*BETA (0.144,0.212) | -0.001 + EXPO (1.91) | TRIA (-0.001, 1.07,5) |
| รถยนต์ | -0.001+EXPO (1.52) | LOGN (0.405, 0.34) | -0.001 + LOGN (0.965, 2.25) |
| รถบัส | | ERLA (0.343, 4) | -0.001 + GAMM (0.54, 2.29) |
| NU | | | |
| ชนิดรถ | ตอนเช้า-ตอนบ่าย | ตอนเช้า | ตอนบ่าย |
| มอเตอร์ไซค์ | -0.001+EXPO (1.84) | -0.001 +EXPO(2.26) | -0.001 + EXPO(1.55) |
| รถยนต์ | -0.001+LOGN (0.497,0.591) | NORM(1.41,0.959) | -0.001 + WEIB (1.09, 0.754) |
| **รถบัส** | -0.001+GAMM (0.436,2.97) | -0.001+GAMM ( 0.436,2.97) | -0.001+GAMM (0.436, 2.97) |