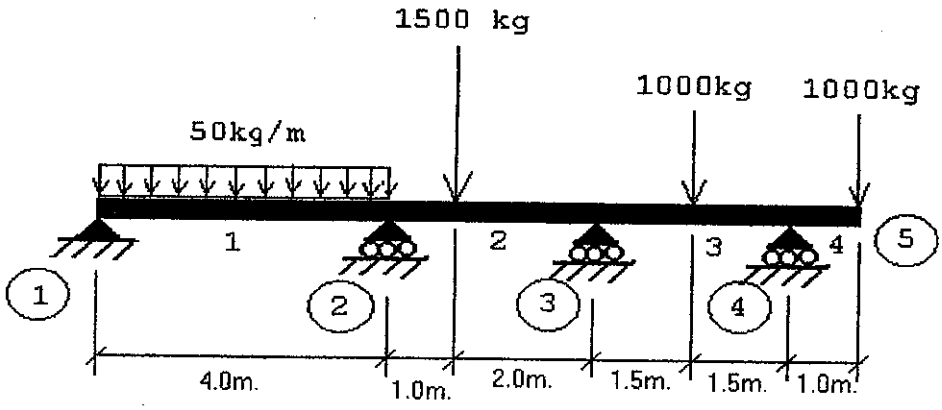
บทที่ 5
การทดสอบโปรแกรม

ในบทนี้จะเป็นการตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรม โดยนำผลการวิเคราะห์ที่ได้จากโปรแกรมไปเปรียบเทียบกับผลการวิเคราะห์ด้วยวิธีการรวมสติฟเนสโดยตรงและผลจากโปรแกรม Microfeap P1

<u>ตัวอย่างที่ 1</u> จงวิเคราะห์คานต่อเนื่อง 4 ช่วงดังที่แสดงในรูป

โดยกำหนดให้ $E = 2 \times 10^{10}\ kg/m^2, I = 3 \times 10^{-4}\ m^4$



<u>ขั้นตอนที่ 1</u> คำนวณหา fixed – end action ของแต่ละชิ้นส่วนในโครงสร้าง

$$S^1_1 = S^1_3 = W_0L/2 = 50*4 / 2 = 100$$

$$S^1_2 = W_0L^2/12 = 50*4^2 / 12 = 66.67$$

$$S^1_4 = -W_0L^2/12 = -50*4^2 / 12 = -66.67$$

$$S^2_1 = P(b/l - a^2b/l^3 + ab^2/l^3) = 1500(2/3 - 1^2*2/3^3 + 1*2^2/3^3) = 1111.11$$

$$S^2_2 = Pab^2/l^2 = 1500*1*2^2/3^2 = 666.67$$

$$S^2_3 = P(a/l + a^2b/l^3 - ab^2/l^3) = 1500(1/3 + 1^2*2/3^3 - 1*2^2/3^3) = 388.89$$

$$S^2_4 = -Pa^2b/l^2 = -1500*1^2*2/3^2 = -333.33$$

$$S^3_1 = S^3_3 = P/2 = 1000/2$$

$$S^3_2 = PL/8 = 1000*3/8 = 375$$

$$S^3_4 = -PL/8 = -1000*3/8 = -375$$

$$S^4_1 = S^4_2 = S^4_3 = S^4_4 = 0$$

$$S^1_{F,\,local} = \begin{matrix}1\\2\\3\\4\end{matrix}\begin{bmatrix}100\\66.67\\100\\-66.67\end{bmatrix} = S^1_{F,\,global} \qquad S^2_{F,\,local} = \begin{matrix}3\\4\\5\\6\end{matrix}\begin{bmatrix}1111.11\\666.67\\388.89\\-333.33\end{bmatrix} = S^2_{F,\,global}$$

$$S^3_{F,\,local} = \begin{matrix}5\\6\\7\\8\end{matrix}\begin{bmatrix}500\\375\\500\\-375\end{bmatrix} = S^3_{F,\,global} \qquad S^4_{F.\,local} = \begin{matrix}7\\8\\9\\10\end{matrix}\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\end{bmatrix} = S^4_{F,\,global}$$

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> หาค่าเมตริกซ์ของแรงยึดรั้ง (reatraining action, R_F) และเมตริกซ์ของแรงกระทำที่จุดต่อ (action acting on nodes, R_J) จากนั้นนำมาคำนวณหาค่าเมตริกซ์ของแรงกระทำเสมือน (equivalent actions, P^E)

$$R^T_F = \begin{matrix}\{100 & 66.67 & 1211.11 & 600 & 888.89 & 41.67 & 500 & -375 & 0 & 0\}\\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10\end{matrix}$$

$$R^T_J = \{0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -1000 \quad 0\}$$

$$P^E = R_J - R_F$$

$$= \{-100 \quad -66.67 \quad -1211.11 \quad -600 \quad -888.89 \quad -41.67 \quad -500 \quad 375 \quad -1000 \quad 0\}$$

<u>ขั้นตอนที่ 3</u> หาค่าเมตริกซ์สติฟเนสในแกนโกลบัลของแต่ละชิ้นส่วน

$$K^i_{local} = \begin{bmatrix} 12EI/L^3 & 6EI/L^2 & -12EI/L^3 & 6EI/L^2 \\ 6EI/L^2 & 4EI/L & -6EI/L^2 & 2EI/L \\ -12EI/L^3 & -6EI/L^2 & 12EI/L^3 & -6EI/L^2 \\ 6EI/L^2 & 2EI/L & -6EI/L^2 & 4EI/L \end{bmatrix} = K^i_{global}$$

$$K^{1}_{global} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1{,}125{,}000 & 2{,}250{,}000 & -1{,}125{,}000 & 2{,}250{,}000 \\ 2{,}250{,}000 & 6{,}000{,}000 & -2{,}250{,}000 & 3{,}000{,}000 \\ -1{,}125{,}000 & -2{,}250{,}000 & 1{,}125{,}000 & -2{,}250{,}000 \\ 2{,}250{,}000 & 3{,}000{,}000 & -2{,}250{,}000 & 6{,}000{,}000 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$K^{2}_{global} = \begin{array}{c} \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 3 & 4 & 5 & 6 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 2{,}666{,}666.667 & 4{,}000{,}000 & -2{,}666{,}666.667 & 4{,}000{,}000 \\ 4{,}000{,}000 & 8{,}000{,}000 & -4{,}000{,}000 & 4{,}000{,}000 \\ -2{,}666{,}666.667 & -4{,}000{,}000 & 2{,}666{,}666.667 & -4{,}000{,}000 \\ 4{,}000{,}000 & 4{,}000{,}000 & -4{,}000{,}000 & 8{,}000{,}000 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$K^{3}_{global} = \begin{array}{c} \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 5 & 6 & 7 & 8 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 2{,}666{,}666.667 & 4{,}000{,}000 & -2{,}666{,}666.667 & 4{,}000{,}000 \\ 4{,}000{,}000 & 8{,}000{,}000 & -4{,}000{,}000 & 4{,}000{,}000 \\ -2{,}666{,}666.667 & -4{,}000{,}000 & 2{,}666{,}666.667 & -4{,}000{,}000 \\ 4{,}000{,}000 & 4{,}000{,}000 & -4{,}000{,}000 & 8{,}000{,}000 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$K^{4}_{global} = \begin{array}{c} \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 7 & 8 & 9 & 10 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 72{,}000{,}000 & 36{,}000{,}000 & -72{,}000{,}000 & 36{,}000{,}000 \\ 36{,}000{,}000 & 24{,}000{,}000 & -36{,}000{,}000 & 12{,}000{,}000 \\ -72{,}000{,}000 & -36{,}000{,}000 & 72{,}000{,}000 & -36{,}000{,}000 \\ 36{,}000{,}000 & 12{,}000{,}000 & -36{,}000{,}000 & 24{,}000{,}000 \end{bmatrix} \end{array}$$

ขั้นตอนที่ 4 ทำการแอสเซมบลี (assembly) เมตริกซ์สติฟเนสของทุกชิ้นส่วนย่อย จากนั้นทำการจัดเรียงสมการใหม่เพื่อหาค่า u ที่เราต้องการทราบค่า

$$\begin{bmatrix} -100 \\ -66.67 \\ -1211.11 \\ -600 \\ -888.89 \\ -41.67 \\ -500 \\ 375 \\ -1000 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_1 \\ 0 \\ R_3 \\ 0 \\ R_5 \\ 0 \\ R_7 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.13 & 2.25 & -1.13 & 2.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2.25 & 6 & -2.25 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1.13 & -2.25 & 3.80 & 1.75 & -2.67 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2.25 & 3 & 1.75 & 14 & -4 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2.67 & -4 & 5.33 & 0 & -2.67 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 4 & 0 & 16 & -4 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2.67 & -4 & 74.7 & 32 & -72 & 36 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 4 & 32 & 32 & -36 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -72 & -36 & 72 & -36 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 36 & 12 & -36 & 24 \end{bmatrix} x10^6 \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \\ r_5 \\ r_6 \\ r_7 \\ r_8 \\ r_9 \\ r_{10} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -66.67 \\ -600 \\ -41.67 \\ 375 \\ -1000 \\ 0 \\ \hline -100 \\ -1211.11 \\ -888.89 \\ 500 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \hline R_1 \\ R_3 \\ R_5 \\ R_7 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cccccc|cccc} 6 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.25 & -2.25 & 0 & 0 \\ 3 & 14 & 4 & 0 & 0 & 0 & 2.25 & 1.75 & 4 & 0 \\ 0 & 4 & 16 & 4 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 4 & 32 & -36 & 12 & 0 & 0 & 4 & 32 \\ 0 & 0 & 0 & -36 & 72 & -36 & 0 & 0 & 0 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 12 & -36 & 24 & 0 & 0 & 0 & 36 \\ \hline 2.25 & 2.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.13 & -1.13 & 0 & 0 \\ -2.25 & 1.75 & 4 & 0 & 0 & 0 & -1.13 & 3.80 & -2.67 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & -2.67 & 5.33 & -2.67 \\ 0 & 0 & -4 & 32 & -72 & 36 & 0 & 0 & -2.67 & 74.7 \end{array}\right] x10^6 x \begin{bmatrix} r_2 \\ r_4 \\ r_6 \\ r_8 \\ r_9 \\ r_{10} \\ \hline r_1=0 \\ r_3=0 \\ r_5=0 \\ r_7=0 \end{bmatrix}$$

$$P^{EF}=\begin{bmatrix}-66.67\\-600\\-41.67\\375\\-1000\\0\end{bmatrix} \qquad P^{ES}=\begin{bmatrix}-100\\-1211.11\\-888.89\\-500\end{bmatrix} \qquad R=\begin{bmatrix}R_1\\R_3\\R_5\\R_7\end{bmatrix} \qquad U^{S}=\begin{bmatrix}0\end{bmatrix}$$

ขั้นตอนที่ 5 หาค่าการเปลี่ยนตำแหน่งของข้อต่อ u ได้ดังนี้

$$P = K_{ff}u + K_{fx}u^{s}$$

$$u = K_{ff}^{-1}P^{EF}$$

$$= \begin{bmatrix}6 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0\\3 & 14 & 4 & 0 & 0 & 0\\0 & 4 & 16 & 4 & 0 & 0\\0 & 0 & 4 & 32 & -36 & 12\\0 & 0 & 0 & -36 & 72 & -36\\0 & 0 & 0 & 12 & -36 & 24\end{bmatrix}^{-1} \times 10^{6}\times \begin{bmatrix}-66.67\\-600\\-41.67\\375\\-1000\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1.72\times10^{-5}\\-5.67\times10^{-5}\\3.55\times10^{-5}\\-9.59\times10^{-5}\\-1.51\times10^{-4}\\-1.79\times10^{-4}\end{bmatrix}$$

ขั้นตอนที่ 6 หาค่าแรงปฏิกิริยา ได้ดังนี้

$$P^{ES} + R = K_{xf}U + K_{xx}U^{s}$$

$$R = K_{xf}U - P^{ES}$$

$$= \begin{bmatrix}2.25 & 2.25 & 0 & 0 & 0 & 0\\-2.25 & 1.75 & 4 & 0 & 0 & 0\\0 & 4 & 0 & 4 & 0 & 0\\0 & 0 & -4 & 32 & -72 & 36\end{bmatrix} \times 10^{6}\times \begin{bmatrix}1.72\times10^{-5}\\-5.67\times10^{-5}\\3.55\times10^{-5}\\-9.59\times10^{-5}\\-1.51\times10^{-4}\\-1.79\times10^{-4}\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}-100\\-1211.11\\-888.89\\-500\end{bmatrix}$$

ขั้นตอนที่ 7 จากเงื่อนไขของความสมดุลหาค่าแรงภายในของแต่ละชิ้นส่วนได้ดังนี้

$$v^{1}_{global} = v^{1}_{local} = \begin{bmatrix}0\\1.72\times10^{-5}\\0\\-5.67\times10^{-5}\end{bmatrix}, \quad v^{2}_{global} = v^{2}_{local} = \begin{bmatrix}0\\-5.67\times10^{-5}\\0\\3.55\times10^{-5}\end{bmatrix}$$

$$v^3_{global} = v^3_{local} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3.55\times10^{-5} \\ 0 \\ -9.58986\times10^{-5} \end{bmatrix} \quad ,v^4_{global} = v^4_{local} = \begin{bmatrix} 0 \\ -9.58986\times10^{-5} \\ -1.51\times10^{-4} \\ -1.79\times10^{-4} \end{bmatrix}$$

จาก $S^i = K^i_{local} V^i_{local} + S^i_F$

$$S^1 = \begin{bmatrix} 1,125,000 & 2,250,000 & -1,125,000 & 2,250,000 \\ 2,250,000 & 6,000,000 & -2,250,000 & 3,000,000 \\ -1,125,000 & -2,250,000 & 1,125,000 & -2,250,000 \\ 2,250,000 & 3,000,000 & -2,250,000 & 6,000,000 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} 0 \\ 1.72\times10^{-5} \\ 0 \\ -5.67\times10^{-5} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 100 \\ 66.67 \\ 100 \\ -66.67 \end{bmatrix}$$

$$S^1 = \begin{bmatrix} 11.125 \\ -0.23 \\ 188.875 \\ -355.27 \end{bmatrix}$$

$$S^2 = \begin{bmatrix} 2,666,666.667 & 4,000,000 & -2,666,666.667 & 4,000,000 \\ 4,000,000 & 8,000,000 & -4,000,000 & 4,000,000 \\ -2,666,666.667 & -4,000,000 & 2,666,666.667 & -4,000,000 \\ 4,000,000 & 4,000,000 & -4,000,000 & 8,000,000 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} 0 \\ -5.67\times10^{-5} \\ 0 \\ 3.55\times10^{-5} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1,111.11 \\ 666.67 \\ 388.89 \\ -333.33 \end{bmatrix}$$

$$S^2 = \begin{bmatrix} 1,026.31 \\ 355.07 \\ 473.69 \\ -276.13 \end{bmatrix}$$

$$S^3 = \begin{bmatrix} 2,666,666.667 & 4,000,000 & -2,666,666.667 & 4,000,000 \\ 4,000,000 & 8,000,000 & -4,000,000 & 4,000,000 \\ -2,666,666.667 & -4,000,000 & 2,666,666.667 & -4,000,000 \\ 4,000,000 & 4,000,000 & -4,000,000 & 8,000,000 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} 0 \\ 3.55\times10^{-5} \\ 0 \\ -9.58986\times10^{-5} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 500 \\ 375 \\ 500 \\ -375 \end{bmatrix}$$

$$S^3 = \begin{bmatrix} 258.41 \\ 275.41 \\ 741.6 \\ -1{,}000.2 \end{bmatrix}$$

$$S^4 = \begin{bmatrix} 72{,}000{,}000 & 36{,}000{,}000 & -72{,}000{,}000 & 36{,}000{,}000 \\ 36{,}000{,}000 & 24{,}000{,}000 & -36{,}000{,}000 & 12{,}000{,}000 \\ -72{,}000{,}000 & -36{,}000{,}000 & 72{,}000{,}000 & -36{,}000{,}000 \\ 36{,}000{,}000 & 12{,}000{,}000 & -36{,}000{,}000 & 24{,}000{,}000 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} 0 \\ -9.58986x10^{-5} \\ -1.51x10^{-4} \\ -1.79x10^{-4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$S^4 = \begin{bmatrix} 975.744 \\ 986.496 \\ -975.744 \\ -10.752 \end{bmatrix}$$

ตารางที่ 5.1 แสดงการเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์

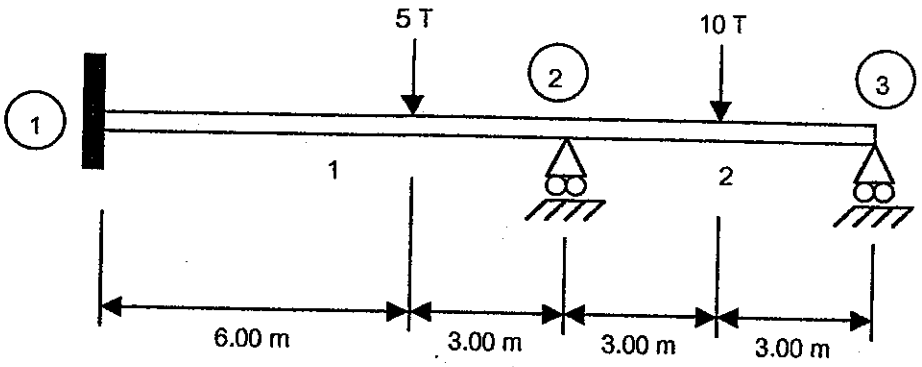
รายการคำตอบ	ค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยวิธีการรวมสติฟเนสโดยตรง	ค่าที่ได้จากโปรแกรม Microfeap P1	ค่าที่ได้จากโปรแกรม
Joint Displacement			
Joint 1			
DJ1	0	0	0
DJ2	0.0000172	0.000017243	1.72432E-05
Joint 2			
DJ1	0	0	0
DJ2	-0.0000567	-0.000056709	-5.67086E-05
Joint 3			
DJ1	0	0	0
DJ2	0.0000355	0.000035548	3.55477E-05
Joint 4			
DJ1	0	0	0
DJ2	-9.58986E-05	-0.000095899	-9.58989E-05
Joint 5			
DJ1	-0.000151	-0.00015145	-0.000151455
DJ2	-0.000179	-0.00017923	-0.000179232
Member End - Action			
Member 1			
AM1	11.125	11.203	11.2028
AM2	-0.23	0	0
AM3	188.875	188.8	188.7972
AM4	-355.27	-355.19	-355.1887
Member 2			
AM1	1026.37	1026.5	1026.468
AM2	355.07	355.19	355.1887
AM3	473.69	473.53	473.5324
AM4	-276.13	-275.79	-275.786

(ตารางที่ 5.1 ต่อ)

รายการคำตอบ	ค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยวิธีการรวมสติฟเนสโดยตรง	ค่าที่ได้จากโปรแกรม Microfeap P1	ค่าที่ได้จากโปรแกรม
Joint Displacement			
Member 3			
AM1	258.41	258.6	258.5952
AM2	275.41	275.79	275.786
AM3	741.6	741.4	741.4048
AM4	-1000.2	-1000	-1000
Member 4			
AM1	975.744	1000	1000
AM2	986.496	1000	1000
AM3	-975.744	-1000	-1000
AM4	-10.752	0	0.0001
Support Reactions			
Joint 1			
AR1	11.202	11.203	11.2028
AR2	0	0	0
Joint 2			
AR1	1215.264	1215.3	1215.265
AR2	0	0	0
Joint 3			
AR1	732.1287	732.13	732.1276
AR2	0	0	0
Joint 4			
AR1	1741.405	1741.4	1741.405
AR2	0	0	0
Joint 5			
AR1	0	0	0
AR2	0	0	0

จากผลการวิเคราะห์ด้วยวิธีการรวมสติฟเนสโดยตรง, โปรแกรม MICROFEAP P1 และโปรแกรมที่เขียนขึ้นมาพบว่าคำตอบที่ได้มีค่าเท่ากันหรือใกล้เคียงกันมาก ทำให้สรุปได้ว่าผลการวิเคราะห์จากโปรแกรมมีค่าถูกต้อง

<u>ตัวอย่างที่ 2</u> จงวิเคราะห์คานต่อเนื่องที่แสดงในรูป กำหนดให้ $E = 2 \times 10^7$ T/m^2
$I = 0.0003$ m^4



<u>ขั้นตอนที่ 1</u> คำนวณหา fixed – end action ของแต่ละชิ้นส่วนในโครงสร้าง

$$S^1_{F'local} = \begin{Bmatrix} 1.295 \\ 3.33 \\ 3.705 \\ -6.67 \end{Bmatrix} = S^1_{F'global} \qquad S^2_{F'local} = \begin{Bmatrix} 5 \\ 7.5 \\ 5 \\ -7.5 \end{Bmatrix} = S^2_{F'global}$$

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> หาค่าเมตริกซ์ของแรงยึดรั้ง (reatraining action, R_F) และเมตริกซ์ของแรงกระทำที่จุดต่อ (action acting on nodes, R_J) จากนั้นนำมาคำนวณหาค่าเมตริกซ์ของแรงกระทำเสมือน (equivalent actions, P^E)

$$R^T_F = \{ 1.295 \quad 3.33 \quad 8.705 \quad 0.83 \quad 5 \quad -7.5 \}$$
$$R^T_J = \{ 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \}$$
$$P^E = R_J - R_F$$
$$= \{ -1.295 \quad -3.33 \quad -8.705 \quad -0.83 \quad -5 \quad 7.5 \}$$

<u>ขั้นตอนที่ 3</u> หาค่าเมตริกซ์สติฟเนสในแกนโกลบัลของแต่ละชิ้นส่วน

$$K^1_{local} = \begin{bmatrix} 98.765 & 444.4 & -98.765 & 444.44 \\ 444.44 & 2{,}666.67 & -444.44 & 1{,}333.33 \\ -98.765 & -444.44 & 98.765 & -444.44 \\ 444.44 & 1333.33 & -444.44 & 2666.67 \end{bmatrix} = K^1_{global}$$

$$K^2_{local} = \begin{bmatrix} 333.33 & 1,000 & -333.33 & 1,000 \\ 1,000 & 4,000 & -1,000 & 2,000 \\ -333.33 & -1,000 & 333.33 & -1,000 \\ 1000 & 2,000 & -1,000 & 4,000 \end{bmatrix} = K^2_{global}$$

<u>ขั้นตอนที่ 4</u> ทำการแอสเซมบลี (assembly) เมตริกซ์สติฟเนสของทุกชิ้นส่วนย่อย จากนั้นทำการจัดเรียงสมการใหม่เพื่อหาค่า u ที่เราต้องการทราบค่า

$$\begin{bmatrix} -1.295 \\ -3.33 \\ -8.705 \\ -0.83 \\ -5 \\ 7.5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4 \\ R_5 \\ R_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 98.765 & 444.44 & -98.765 & 444.44 & 0 & 0 \\ 444.44 & 2,666.67 & -444.44 & 1,333.33 & 0 & 0 \\ -98.765 & -444.44 & 432.095 & 555.56 & -333.33 & 1,000 \\ 444.44 & 1,333.33 & 555.56 & 6,666.67 & -1,000 & 2,000 \\ 0 & 0 & -333.33 & -1,000 & 333.33 & -1,000 \\ 0 & 0 & 1,000 & 2,000 & -1,000 & 4,000 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \\ r_5 \\ r_6 \end{bmatrix}$$

$$\left[\begin{array}{c} -0.83 \\ 7.5 \end{array}\right] + \left[\begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{cc|cccc} 6,666.67 & 2,000 & 444.44 & 1,333.33 & 555.56 & -1,000 \\ 2,000 & 4,000 & 0 & 0 & 1,000 & -1,000 \end{array}\right] \times \left[\begin{array}{c} r_4 \\ r_6 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{c} -1.295 \\ -3.33 \\ -8.705 \\ -5 \end{array}\right] + \left[\begin{array}{c} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_5 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{cc|cccc} 444.44 & 0 & 98.765 & 444.44 & -98.765 & 0 \\ 1,333.33 & 0 & 444.44 & 2,666.67 & -444.44 & 0 \\ 555.56 & 1,000 & -98.765 & -444.44 & 432.095 & -333.33 \\ -1,000 & -1,000 & 0 & 0 & -333.33 & \end{array}\right] \times \left[\begin{array}{c} r_1=0 \\ r_2=0 \\ r_3=0 \\ r_5=0 \end{array}\right]$$

$$P^{EF} = \begin{bmatrix} -0.83 \\ 7.5 \end{bmatrix} \qquad P^{ES} = \begin{bmatrix} -1.295 \\ -3.33 \\ -8.705 \\ -5 \end{bmatrix} \qquad R = \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_5 \end{bmatrix} \qquad U^S = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

ขั้นตอนที่ 5 หาค่าการเปลี่ยนตำแหน่งของข้อต่อ u ได้ดังนี้

$$P^{EF} = K_{ff}U + K_{fx}U^{S}$$

$$U = K_{ff}^{-1}P^{EF}$$

$$= \begin{bmatrix} 6{,}666.67 & 2{,}000 \\ 2{,}000 & 4{,}000 \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} -0.83 \\ 7.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8.08\times10^{-4} \\ 2.28\times10^{-3} \end{bmatrix}$$

ขั้นตอนที่ 6 หาค่าแรงปฏิกิริยา ได้ดังนี้

$$P^{ES} + R = K_{xf}U + K_{xx}U^{S}$$

$$R = K_{xf}U - P^{ES}$$

$$= \begin{bmatrix} 444.44 & 0 \\ 1{,}333.33 & 0 \\ 555.56 & 1{,}000 \\ -1{,}000 & -1{,}000 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -8.08\times10^{-4} \\ 2.28\times10^{-3} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1.295 \\ -3.33 \\ -8.705 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9358 \\ 2.2524 \\ 10.5351 \\ 3.5291 \end{bmatrix}$$

ขั้นตอนที่ 7 จากเงื่อนไขของความสมดุลหาค่าแรงภายในของแต่ละชิ้นส่วนได้ดังนี้

$$V^{1}_{global} = V^{1}_{local} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -8.08\times10^{-4} \end{bmatrix}, \quad V^{1}_{global} = V^{1}_{local} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2.28\times10^{-3} \end{bmatrix}$$

$$S^{1} = \begin{bmatrix} 98.765 & 444.44 & -98.765 & 444.44 \\ 444.44 & 2{,}666.67 & -444.44 & 1{,}333.33 \\ -98.765 & -444.44 & 98.765 & -444.44 \\ 444.44 & 1{,}333.33 & -444.44 & 2{,}666.67 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -8.08\times10^{-4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1.295 \\ 3.33 \\ 3.705 \\ -6.67 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9359 \\ 2.2527 \\ 4.0641 \\ -8.8247 \end{bmatrix}$$

$$S^{2} = \begin{bmatrix} 333.33 & 1{,}000 & -333.33 & 1{,}000 \\ 1{,}000 & 4{,}000 & -1{,}000 & 2{,}000 \\ -333.33 & -1{,}000 & 333.33 & -1{,}000 \\ 1{,}000 & 2{,}000 & -1{,}000 & 4{,}000 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2.28\times10^{-3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ 7.5 \\ 5 \\ -7.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.28 \\ 12.06 \\ 2.72 \\ 1.62 \end{bmatrix}$$

ตารางที่ 5.2 แสดงการเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์

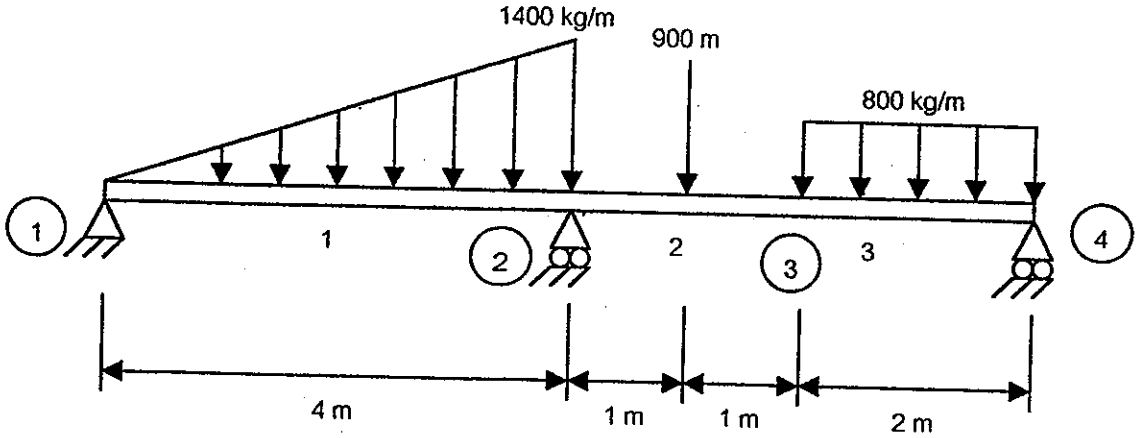
รายการคำตอบ	ค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยวิธีการรวมสติฟเนสโดยตรง	ค่าที่ได้จากโปรแกรม Microfeap P1	ค่าที่ได้จากโปรแกรม
Joint Displacement			
Joint 1			
DJ1	0	0	0
DJ2	0	0	0
Joint 2			
DJ1	0	0	0
DJ2	-0.000808235	-0.00080882	-0.000808824
Joint 3			
DJ1	0	0	0
DJ2	0.002279117	0.0022794	0.002279412
Member End - Action			
Member 1			
AM1	0.9359	0.93682	0.9368
AM2	2.2527	2.2549	2.2549
AM3	4.0641	4.0632	4.0632
AM4	-8.8247	-8.8235	-8.8235
Member 2			
AM1	7.28	6.4706	6.4706
AM2	12.06	8.8235	8.8235
AM3	2.72	3.5294	3.5294
AM4	1.62	2.3842E-07	0
Support Reactions			
Joint 1			
AR1	0.9358	0.93682	0.9368
AR2	2.2524	2.2549	2.2549
Joint 2			

(ตารางที่ 5.2 ต่อ)

รายการคำตอบ	ค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยวิธีการรวมสติฟเนสโดยตรง	ค่าที่ได้จากโปรแกรม Microfeap P1	ค่าที่ได้จากโปรแกรม
AR1	10.5351	10.534	10.5338
AR2	0	0	0
Joint 3			
AR1	3.5291	3.5294	3.5294
AR2	0	0	0

จากผลการวิเคราะห์ด้วยวิธีการรวมสติฟเนสโดยตรง, โปรแกรม MICROFEAP P1 และโปรแกรมที่เขียนขึ้นมาพบว่าคำตอบที่ได้มีค่าเท่ากันหรือใกล้เคียงกันมาก ทำให้สรุปได้ว่าผลการวิเคราะห์จากโปรแกรมมีค่าถูกต้อง

<u>ตัวอย่างที่ 3</u> จงวิเคราะห์คานต่อเนื่องที่แสดงในรูป กำหนดให้ $E = 2 \times 10^{10}$ kg/m^2 $I = 0.0005$ m^4



<u>ขั้นตอนที่ 1</u> คำนวณหา fixed – end action ของแต่ละชิ้นส่วนในโครงสร้าง

$$S^1_F,\text{local} = \begin{Bmatrix} 840 \\ 746.67 \\ 1{,}960 \\ -1{,}120 \end{Bmatrix} = S^1_F,\text{global} \quad , S^2_F,\text{local} = \begin{Bmatrix} 450 \\ 225 \\ 450 \\ -225 \end{Bmatrix} = S^2_F,\text{global}$$

$$S^3_F,\text{local} = \begin{Bmatrix} 800 \\ 266.67 \\ 800 \\ -266.67 \end{Bmatrix} = S^3_F,\text{global}$$

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> หาค่าเมตริกซ์ของแรงยึดรั้ง (reatraining action, R_F) และเมตริกซ์ของแรงกระทำที่จุดต่อ (action acting on nodes, R_J) จากนั้นนำมาคำนวณหาค่าเมตริกซ์ของแรงกระทำเสมือน (equivalent actions, P^E)

$$R^T_F = \{840 \quad 746.67 \; 2410 \quad -895 \quad 1250 \quad 41.67 \quad 800 \quad -266.67\}$$

$$R^T_J = \{0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0\}$$

$$P^E = R_J - R_F = \{-840 \quad -746.67 \quad -2{,}410 \quad 895 \; -1{,}250 \quad -41.67 \quad -800 \; 266.67\}$$

ขั้นตอนที่ 3 หาค่าเมตริกซ์สติฟเนสในแกนโกลบัลของแต่ละชิ้นส่วน

$$K^1_{global} = \begin{bmatrix} 1.875 & 3.75 & -1.875 & 3.75 \\ 3.75 & 10 & -3.75 & 5 \\ -1.875 & -3.75 & 1.875 & -3.75 \\ 3.75 & 5 & -3.75 & 10 \end{bmatrix} \times 10^6, K^2_{global} = \begin{bmatrix} 15 & 15 & -15 & 15 \\ 15 & 20 & -15 & 10 \\ -15 & -15 & 15 & -15 \\ 15 & 10 & -15 & 20 \end{bmatrix} \times 10^6$$

$$K^3_{global} = \begin{bmatrix} 15 & 15 & -15 & 15 \\ 15 & 20 & -15 & 10 \\ -15 & -15 & 15 & -15 \\ 15 & 10 & -15 & 20 \end{bmatrix} \times 10^6$$

ขั้นตอนที่ 4 ทำการแอสเซมบลี (assembly) เมตริกซ์สติฟเนสของทุกชิ้นส่วนย่อย จากนั้นทำการจัดเรียงสมการใหม่เพื่อหาค่า u ที่เราต้องการทราบค่า

$$\begin{bmatrix} -840 \\ -746.67 \\ -2,410 \\ 895 \\ -1,250 \\ -41.67 \\ -800 \\ 266.67 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_1 \\ 0 \\ R_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ R_7 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.875 & 3.75 & -1.875 & 3.75 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3.75 & 10 & -3.75 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1.875 & -3.75 & 16.875 & 11.25 & -15 & 15 & 0 & 0 \\ 3.75 & 5 & 11.25 & 30 & 15 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -15 & -15 & 30 & 0 & -15 & 15 \\ 0 & 0 & 15 & 10 & 0 & 40 & -15 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -15 & -15 & 15 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 15 & 10 & -15 & 20 \end{bmatrix} \times 10^6 \times \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \\ r_5 \\ r_6 \\ r_7 \\ r_8 \end{bmatrix}$$

$$\left[\begin{array}{c} -746.67 \\ 895 \\ -1,250 \\ -41.67 \\ 266.67 \\ \hline -840 \\ -2,410 \\ -800 \end{array}\right] + \left[\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \hline R_1 \\ R_3 \\ R_7 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{ccccc:ccc} 10 & 5 & 0 & 0 & 0 & 3.75 & -3.75 & 0 \\ 5 & 30 & -15 & 10 & 0 & 3.75 & 11.25 & 0 \\ 0 & -15 & 30 & 0 & 15 & 0 & -15 & -15 \\ 0 & 10 & 0 & 40 & 10 & 0 & 15 & -15 \\ 0 & 0 & 15 & 10 & 20 & 0 & 0 & -15 \\ \hline 3.75 & 3.75 & 0 & 0 & 0 & 1.875 & -1.875 & 0 \\ -3.75 & 11.25 & -15 & 15 & 0 & -1.875 & 16.875 & 0 \\ 0 & 0 & -15 & -15 & -15 & 0 & 0 & 15 \end{array}\right] \times 10^6 \times \left[\begin{array}{c} r_2 \\ r_4 \\ r_5 \\ r_6 \\ r_8 \\ \hline r_1=0 \\ r_3=0 \\ r_7=0 \end{array}\right]$$

$$P^{EF} = \begin{bmatrix} -746.67 \\ 895 \\ -1{,}250 \\ -41.67 \\ 266.67 \end{bmatrix}, \quad P^{ES} = \begin{bmatrix} -840 \\ -2{,}410 \\ -800 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} R1 \\ R3 \\ R7 \end{bmatrix}, \quad U^{S} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

<u>ขั้นตอนที่ 5</u> หาค่าการเปลี่ยนตำแหน่งของข้อต่อ u ได้ดังนี้

$$P^{EF} = K_{rr}U + K_{rx}U^{s}$$

$$U = K_{rr}^{-1}P^{EF}$$

$$= \begin{bmatrix} 10 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 30 & -15 & 10 & 0 \\ 0 & -15 & 30 & 0 & 15 \\ 0 & 10 & 0 & 40 & 10 \\ 0 & 0 & 15 & 10 & 20 \end{bmatrix}^{-1} \times 10^{-6} \times \begin{bmatrix} -746.67 \\ 895 \\ -1{,}250 \\ -41.67 \\ 266.67 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8.142\times10^{-5} \\ 1.351\times10^{-5} \\ -7.663\times10^{-5} \\ -2.528\times10^{-5} \\ 8.345\times10^{-5} \end{bmatrix}$$

<u>ขั้นตอนที่ 6</u> หาค่าแรงปฏิกิริยา ได้ดังนี้

$$P^{ES} + R = K_{xr}U + K_{xx}U^{S}$$

$$R = K_{xr}U - P^{ES}$$

$$R = \begin{bmatrix} 3.75 & 3.75 & 0 & 0 & 0 \\ -3.75 & 11.25 & -15 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & -15 & 15 & 15 \end{bmatrix} \times 10^{6} \times \begin{bmatrix} -8.142\times10^{-5} \\ 1.351\times10^{-5} \\ -7.663\times10^{-5} \\ -2.528\times10^{-5} \\ 8.345\times10^{-5} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -840 \\ -2{,}410 \\ -800 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 585.3375 \\ 3{,}637.5625 \\ 1{,}076.9 \end{bmatrix}$$

<u>ขั้นตอนที่ 7</u> จากเงื่อนไขของความสมดุลหาค่าแรงภายในของแต่ละชิ้นส่วนได้ดังนี้

$$V^{1}_{global} = V^{1}_{local} = \begin{bmatrix} 0 \\ -8.142\times10^{-5} \\ 0 \\ 1.351\times10^{-5} \end{bmatrix}, \quad V^{2}_{global} = V^{2}_{local} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.35\times10^{-5} \\ -7.663\times10^{-5} \\ -2.528\times10^{-5} \end{bmatrix}$$

$$V^1_{global} = V^1_{local} = \begin{bmatrix} -7.663\times10^{-5} \\ -2.528\times10^{-5} \\ 0 \\ 8.345\times10^{-5} \end{bmatrix}$$

$$S^1 = \begin{bmatrix} 1.875 & 3.75 & -1.875 & 3.75 \\ 3.75 & 10 & -3.75 & 5 \\ -1.875 & -3.75 & 1.875 & -3.75 \\ 3.75 & 5 & -3.75 & 10 \end{bmatrix} \times10^6 \times \begin{bmatrix} 0 \\ -8.142\times10^{-5} \\ 0 \\ 1.351\times10^{-5} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 840 \\ 746.67 \\ 1{,}960 \\ -1{,}120 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 585.34 \\ 0.02 \\ 2214.66 \\ -1513.59 \end{bmatrix}$$

$$S^2 = \begin{bmatrix} 15 & 15 & -15 & 15 \\ 15 & 20 & -15 & 10 \\ -15 & -15 & 15 & -15 \\ 15 & 10 & -15 & 20 \end{bmatrix} \times10^6 \times \begin{bmatrix} 0 \\ 1.35\times10^{-5} \\ -7.663\times10^{-5} \\ -2.528\times10^{-5} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 450 \\ 225 \\ 450 \\ -225 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}422.9 \\ 1{,}391.85 \\ -522.9 \\ 553.95 \end{bmatrix}$$

$$S^3 = \begin{bmatrix} 15 & 15 & -15 & 15 \\ 15 & 20 & -15 & 10 \\ -15 & -15 & 15 & -15 \\ 15 & 10 & -15 & 20 \end{bmatrix} \times10^6 \times \begin{bmatrix} -7.663\times10^{-5} \\ -2.528\times10^{-5} \\ 0 \\ 8.345\times10^{-5} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 800 \\ 266.67 \\ 800 \\ -266.67 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 523.3 \\ -553.88 \\ 1{,}076.9 \\ 0.08 \end{bmatrix}$$

ตารางที่ 5.3 แสดงการเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์

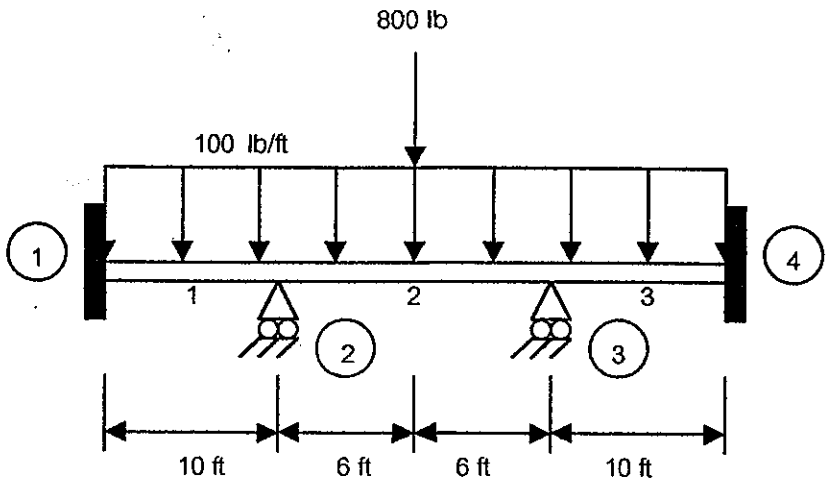
รายการคำตอบ	ค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยวิธีการรวมสติฟเนสโดยตรง	ค่าที่ได้จากโปรแกรม Microfeap P1	ค่าที่ได้จากโปรแกรม
Joint Displacement			
Joint 1			
DJ1	0	0	0
DJ2	-0.00008142	-0.000081424	-8.14236E-05
Joint 2			
DJ1	0	0	0
DJ2	0.00001351	0.000013514	1.35139E-05
Joint 3			
DJ1	-0.00007663	-0.000076635	-7.66354E-05
DJ2	-0.00002528	-0.000025283	-2.5253E-05
Joint 4			
DJ1	0	0	0
DJ2	0.00008345	0.000083451	8.34514E-05
Member End - Action			
Member 1			
AM1	585.34	585.34	585.3385
AM2	0.02	0	-0.0001
AM3	2214.66	2214.66	2214.661
AM4	-1513.59	-1391.98	-1391.979
Member 2			
AM1	1422.9	1423	1422.995
AM2	1391.85	1392	1391.979
AM3	-522.9	-522.99	-522.9948
AM4	553.95	554.01	554.0104

(ตารางที่ 5.3 ต่อ)

รายการคำตอบ	ค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยวิธีการรวมสติฟเนสโดยตรง	ค่าที่ได้จากโปรแกรม Microfeap P1	ค่าที่ได้จากโปรแกรม
Member 3			
AM1	523.1	522.99	522.9948
AM2	-553.88	-554.01	-554.0105
AM3	1076.9	1077	1077.005
AM4	0.08	0.000045776	0
Support Reactions			
Joint 1			
AR1	585.3375	585.34	585.3385
AR2	0	0	0
Joint 2			
AR1	3637.5625	3637.7	3637.656
AR2	0	0	0
Joint 3			
AR1	0	0	0
AR2	0	0	0
Joint 4			
AR1	1076.9	1077	1077.005
AR2	0	0	0

จากผลการวิเคราะห์ด้วยวิธีการรวมสติฟเนสโดยตรง, โปรแกรม MICROFEAP P1 และโปรแกรมที่เขียนขึ้นมาพบว่าคำตอบที่ได้มีค่าเท่ากันหรือใกล้เคียงกันมาก ทำให้สรุปได้ว่าผลการวิเคราะห์จากโปรแกรมมีค่าถูกต้อง

ตัวอย่างที่ 4 จงวิเคราะห์คานต่อเนื่องที่แสดงในรูป กำหนดให้ $E = 2 \times 10^{10}$ lb/ft^2 $I = 0.0003$ ft^4



ขั้นตอนที่ 1 คำนวณหา fixed – end action ของแต่ละชิ้นส่วนในโครงสร้าง

$$S^1_F,\text{local} = S^2_F,\text{local} = \begin{Bmatrix} 500 \\ 833.33 \\ 500 \\ -833.33 \end{Bmatrix} = S^3_F,\text{global} = S^3_F,\text{global}$$

$$S^2_F,\text{local} = S^2_F,\text{global} = \begin{Bmatrix} 1{,}000 \\ 2{,}400 \\ 1{,}000 \\ -2{,}400 \end{Bmatrix}$$

ขั้นตอนที่ 2 หาค่าเมตริกซ์ของแรงยึดรั้ง (eatraining action, R_F) และเมตริกซ์ของแรงกระทำที่จุดต่อ (action acting on nodes, R_J) จากนั้นนำมาคำนวณหาค่าเมตริกซ์ของแรงกระทำเสมือน (equivalent actions, P^E)

$$R^T_F = \begin{Bmatrix} 500 & 833.33 & 1{,}500 & 1{,}566.67 & 1{,}500 & -1{,}566.67 & 500 & -833.33 \end{Bmatrix}$$

$$R^T_J = \{0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0\}$$

$$P^E = R_J - R_F = \{-500 \ -833.33 \ -1,500 \ 1,566.67 \ -1,500 \ 1,566.67 \ -500 \ 833.33\}$$

<u>ขั้นตอนที่ 3</u> หาค่าเมตริกซ์สติฟเนสในแกนโกลบัลของแต่ละชิ้นส่วน

$$K^1_{local} = K^3_{lobal} = K^{1,3}_{global} = \begin{bmatrix} 72{,}000 & 36{,}000 & -72{,}000 & 360{,}000 \\ 36{,}000 & 24{,}000{,}000 & -360{,}000 & 1{,}200{,}000 \\ -72{,}000 & -360{,}000 & 72{,}000 & -360{,}000 \\ 36{,}000 & 1{,}200{,}000 & -360{,}000 & 2{,}400{,}00 \end{bmatrix}$$

$$K^2_{local} = K^2_{global} = \begin{bmatrix} 41{,}666.67 & 250{,}000 & -41{,}666.67 & 250{,}000 \\ 250{,}000 & 2{,}000{,}000 & -250{,}000 & 1{,}000{,}000 \\ -41{,}666.67 & -250{,}000 & 41{,}666.67 & -250{,}000 \\ 250{,}000 & 1{,}000{,}000 & -250{,}000 & 2{,}000{,}000 \end{bmatrix}$$

<u>ขั้นตอนที่ 4</u> ทำการแอสเซมบลี (assembly) เมตริกซ์สติฟเนสของทุกชิ้นส่วนย่อย จากนั้นทำการจัดเรียงสมการใหม่เพื่อหาค่า u ที่เราต้องการทราบค่า

$$\begin{bmatrix} -500 \\ -833.33 \\ -1{,}500 \\ -1{,}566.67 \\ -1{,}500 \\ 1{,}566.67 \\ -500 \\ 833.33 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4 \\ R_5 \\ R_6 \\ R_7 \\ R_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 72 & 360 & -72 & 360 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 360 & 2{,}400 & -360 & 1{,}200 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -72 & -360 & 113.7 & -110 & -41.7 & 250 & 0 & 0 \\ 360 & 1{,}200 & -110 & 4{,}400 & -250 & 1{,}000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -41.7 & -250 & 113.7 & 110 & -72 & 360 \\ 0 & 0 & 250 & 1{,}000 & 110 & 4{,}400 & -360 & 1{,}200 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -72 & -360 & 72 & -360 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 360 & 1{,}200 & -360 & 2{,}400 \end{bmatrix} \times 10^3 \times \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \\ r_5 \\ r_6 \\ r_7 \\ r_8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1{,}566.67 \\ 1{,}566.67 \\ \hline -500 \\ -833.33 \\ -1{,}500 \\ -1{,}500 \\ -500 \\ 833.33 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \hline R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_5 \\ R_7 \\ R_8 \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{cc|cccccc} 4{,}400 & 1{,}000 & 360 & 1{,}200 & -110 & -250 & 0 & 0 \\ 1{,}000 & 4{,}400 & 0 & 0 & 250 & 110 & -360 & 1{,}200 \\ \hline 360 & 0 & -72 & 360 & -72 & 0 & 0 & 0 \\ 1{,}200 & 0 & 360 & 2{,}400 & -360 & 0 & 0 & 0 \\ -110 & 250 & -72 & -360 & 113.7 & -41.7 & 0 & 0 \\ -250 & 110 & 0 & 0 & 41.7 & 113.7 & -72 & 360 \\ 0 & -360 & 0 & 0 & 0 & -72 & 72 & -360 \\ 0 & 1{,}200 & 0 & 0 & 0 & 360 & -360 & 2{,}400 \end{array}\right) \times 10^3 \times \begin{pmatrix} r_4 \\ r_6 \\ \hline r_1=0 \\ r_2=0 \\ r_3=0 \\ r_5=0 \\ r_7=0 \\ r_8=0 \end{pmatrix}$$

$$P^{EF} = \begin{pmatrix} -1{,}566.67 \\ 1566.67 \end{pmatrix} \quad P^{ES} = \begin{pmatrix} -500 \\ -833.33 \\ -1{,}500 \\ -1{,}500 \\ -500 \\ 833.33 \end{pmatrix} \quad R = \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_5 \\ R_7 \\ R_8 \end{pmatrix} \quad U = \begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$$

<u>ขั้นตอนที่ 5</u> หาค่าการเปลี่ยนตำแหน่งของข้อต่อ u ได้ดังนี้

$$P^{EF} = K_{rr}U + K_{rx}U^s$$

$$U = K_{rr}^{-1}P^{EF}$$

$$= \begin{pmatrix} 4{,}400{,}000 & 1{,}000{,}000 \\ 1{,}000{,}000 & 4{,}400{,}000 \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} -1{,}566.67 \\ 1{,}566.67 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4.608\times10^{-4} \\ 4.608\times10^{-4} \end{pmatrix}$$

<u>ขั้นตอนที่ 6</u> หาค่าแรงปฏิกิริยา ได้ดังนี้

$$P^{ES} + R = K_{xr}U + K_{xx}U^s$$

$$R = K_{xr}U - P^{ES}$$

$$R = \begin{bmatrix} 360{,}000 & 0 \\ 1{,}200{,}000 & 0 \\ -110{,}000 & 250{,}000 \\ -250{,}000 & 110{,}000 \\ 0 & -360{,}000 \\ 0 & 1{,}200{,}000 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -4.608\times10^{-4} \\ 4.608\times10^{-4} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -500 \\ -833.33 \\ -1{,}500 \\ -1{,}500 \\ -500 \\ 833.33 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 334.112 \\ 280.37 \\ 1{,}665.888 \\ 1{,}665.888 \\ 334.112 \\ -280.37 \end{bmatrix}$$

<u>ขั้นตอนที่ 7</u> จากเงื่อนไขของความสมดุลหาค่าแรงภายในของแต่ละชิ้นส่วนได้ดังนี้

$$V^1_{global} = V^1_{local} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -4.608\times10^{-4} \end{bmatrix}, \quad V^2_{global} = V^2_{local} = \begin{bmatrix} 0 \\ -4.608\times10^{-4} \\ 0 \\ 4.608\times10^{-4} \end{bmatrix}$$

$$V^3_{global} = V^3_{local} = \begin{bmatrix} 0 \\ 4.608\times10^{-4} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$S^1 = \begin{bmatrix} 72{,}000 & 36{,}000 & -72{,}000 & 360{,}000 \\ 36{,}000 & 24{,}000{,}000 & -360{,}000 & 1{,}200{,}000 \\ -72{,}000 & -360{,}000 & 72{,}000 & -360{,}000 \\ 36{,}000 & 1{,}200{,}000 & -360{,}000 & 2{,}400{,}00 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -4.608\times10^{-4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 500 \\ 833.33 \\ 500 \\ -833.33 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 334.112 \\ 280.37 \\ 665.888 \\ -1{,}939.25 \end{bmatrix}$$

$$S^2 = \begin{bmatrix} 41{,}666.67 & 250{,}000 & -41{,}666.67 & 250{,}000 \\ 250{,}000 & 2{,}000{,}000 & -250{,}000 & 1{,}000{,}000 \\ -41{,}666.67 & -250{,}000 & 41{,}666.67 & -250{,}000 \\ 250{,}000 & 1{,}000{,}000 & -250{,}000 & 2{,}000{,}000 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ -4.608\times10^{-4} \\ 0 \\ 4.608\times10^{-4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1{,}000 \\ 2{,}400 \\ 1{,}000 \\ -2{,}400 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}000 \\ 1{,}939.2 \\ 1{,}000 \\ -1{,}939.2 \end{bmatrix}$$

$$S^3 = \begin{bmatrix} 72{,}000 & 36{,}000 & -72{,}000 & 360{,}000 \\ 36{,}000 & 24{,}000{,}000 & -360{,}000 & 1{,}200{,}000 \\ -72{,}000 & -360{,}000 & 72{,}000 & -360{,}000 \\ 36{,}000 & 1{,}200{,}000 & -360{,}000 & 2{,}400{,}00 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 4.608\times10^{-4} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 500 \\ 833.33 \\ 500 \\ -833.33 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 665.888 \\ 1{,}939.25 \\ 334.112 \\ -280.37 \end{bmatrix}$$

ตารางที่ 5.4 แสดงการเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์

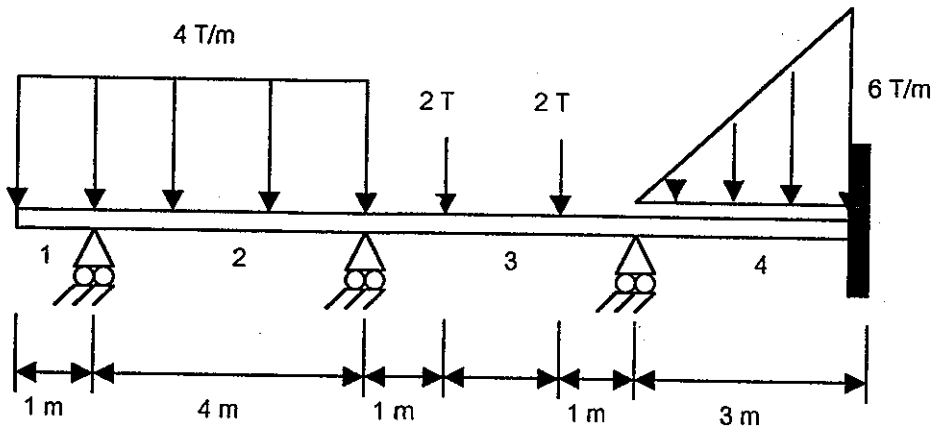
รายการคำตอบ	ค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยวิธีการรวมสติฟเนสโดยตรง	ค่าที่ได้จากโปรแกรม Microfeap P1	ค่าที่ได้จากโปรแกรม
Joint Displacement			
DJ1	0	0	0
DJ2	0	0	0
Joint 2			
DJ1	0	0	0
DJ2	-0.0004608	-0.00046078	-0.000460784
Joint 3			
DJ1	0	0	0
DJ2	0.0004608	0.00046078	0.000460784
Joint 4			
DJ1	0	0	0
DJ2	0	0	0
Member End - Action			
Member 1			
AM1	334.112	334.12	334.1176
AM2	280.37	280.39	280.3921
AM3	665.888	665.88	665.8824
AM4	-1939.25	-1939.2	-1939.216
Member 2			
AM1	1000	1000	1000
AM2	1939.2	1939.2	1939.216
AM3	1000	1000	1000
AM4	-1939.2	-1939.2	-1939.216
Member 3			
AM1	665.888	665.88	665.8824
AM2	1939.25	1939.2	1939.216
AM3	334.112	334.12	334.1176
AM4	-280.37	-280.39	-280.3921

(ตารางที่ 5.4 ต่อ)

รายการคำตอบ	ค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยวิธีการรวมสติฟเนสโดยตรง	ค่าที่ได้จากโปรแกรม Microfeap P1	ค่าที่ได้จากโปรแกรม
Support Reactions			
Joint 1			
AR1	334.112	334.12	334.1176
AR2	280.37	280.39	280.3921
Joint 2			
AR1	1665.888	1665.9	1665.882
AR2	0	0	0
Joint 3			
AR1	1665.888	1665.9	1665.882
AR2	0	0	0
Joint 4			
AR1	334.112	334.12	334.1176
AR2	-280.37	-280.39	-280.3921

จากผลการวิเคราะห์ด้วยวิธีการรวมสติฟเนสโดยตรง, โปรแกรม MICROFEAP P1 และโปรแกรมที่เขียนขึ้นมาพบว่าคำตอบที่ได้มีค่าเท่ากันหรือใกล้เคียงกันมาก ทำให้สรุปได้ว่าผลการวิเคราะห์จากโปรแกรมมีค่าถูกต้อง

<u>ตัวอย่างที่ 5</u> จงวิเคราะห์คานต่อเนื่องที่แสดงในรูป กำหนดให้ $E = 2 \times 10^7$ T/m^2 $I = 0.0004$ m^4



<u>ขั้นตอนที่ 1</u> คำนวณหา fixed – end action ของแต่ละชิ้นส่วนในโครงสร้าง

$$S^1_F,\text{local} = S^1_F\text{global} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0.33 \\ 2 \\ -0.33 \end{pmatrix}, \quad S^2_F,\text{local} = S^2_{\text{global}} = \begin{pmatrix} 8 \\ 5.33 \\ 8 \\ -5.33 \end{pmatrix}$$

$$S^3_F,\text{local} = S^3_F\text{global} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1.5 \\ 2 \\ -1.5 \end{pmatrix}, \quad S^4_F,\text{local} = S^4_{\text{global}} = \begin{pmatrix} 2.7 \\ 1.8 \\ 6.3 \\ -2.7 \end{pmatrix}$$

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> หาค่าเมตริกซ์ของแรงยึดรั้ง (eatraining action, R_F) และเมตริกซ์ของแรงกระทำที่จุดต่อ (action acting on nodes, R_J) จากนั้นนำมาคำนวณหาค่าเมตริกซ์ของแรงกระทำเสมือน (equivalent actions, P^E)

$$R^T_F = \{ 2 \quad 0.33 \quad 10 \quad 5 \quad 10 \quad -3.83 \quad 4.7 \quad 0.3 \quad 6.3 \quad -2.7 \}$$
$$R^T_J = \{ 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \}$$

$$P^E = R_J - R_F = \{ -2 \quad -0.33 \quad -10 \quad -5 \quad -10 \quad 3.83 \quad -4.7 \quad -0.3 \quad -6.3 \quad 2.7 \}$$

<u>ขั้นตอนที่ 3</u> หาค่าเมตริกซ์สติฟเนสในแกนโกลบัลของแต่ละชิ้นส่วน

$$K^1_{local} = \begin{bmatrix} 96{,}000 & 48{,}000 & -96{,}000 & 48{,}000 \\ 48{,}000 & 32{,}000 & -48{,}000 & 16{,}000 \\ -96{,}000 & -48{,}000 & 96{,}000 & -48{,}000 \\ 48{,}000 & 16{,}000 & -48{,}000 & 32{,}000 \end{bmatrix} = K^1_{global}$$

$$K^{2,3}_{local} = \begin{bmatrix} 1{,}500 & 3{,}000 & -1{,}500 & 3{,}000 \\ 3{,}000 & 8{,}000 & -3{,}000 & 4{,}000 \\ -1{,}500 & -3{,}000 & 1{,}500 & -3{,}000 \\ 3{,}000 & 4{,}000 & -3{,}000 & 8{,}000 \end{bmatrix} = K^{2,3}_{global}$$

$$K^4_{local} = \begin{bmatrix} 3{,}555.56 & 5{,}333.33 & -3{,}555.56 & 5{,}333.33 \\ 5{,}333.33 & 10{,}666.67 & -5{,}333.33 & 5{,}333.33 \\ -3{,}555.56 & -5{,}333.33 & 3{,}555.56 & -5{,}333.33 \\ 5{,}333.33 & 5{,}333.33 & -5{,}333.33 & 10{,}666.67 \end{bmatrix} = K^4_{global}$$

<u>ขั้นตอนที่ 4</u> ทำการแอสเซมบลี (assembly) เมตริกซ์สติฟเนสของทุกชิ้นส่วนย่อย จากนั้นทำการจัดเรียงสมการใหม่เพื่อหาค่า u ที่เราต้องการทราบค่า

$$\begin{bmatrix} -2 \\ -0.33 \\ -10 \\ -5 \\ -10 \\ 3.83 \\ -4.7 \\ -0.3 \\ -6.3 \\ 2.7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ R_3 \\ 0 \\ R_5 \\ 0 \\ R_7 \\ 0 \\ R_9 \\ R_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 96 & 48 & -96 & 48 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 48 & 32 & -48 & 16 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -96 & -48 & 97.5 & -45 & -1.5 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 48 & 16 & -45 & 40 & -3 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1.5 & -3 & 3 & 0 & -1.5 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 4 & 0 & 16 & -3 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1.5 & -3 & 5.06 & 2.33 & -3.56 & 5.33 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 4 & 2.33 & 18.7 & -5.33 & 5.33 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3.56 & -5.33 & 3.56 & -5.33 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5.33 & 5.33 & -5.33 & 10.7 \end{bmatrix} \times 10^3 \times \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \\ r_5 \\ r_6 \\ r_7 \\ r_8 \\ r_9 \\ r_{10} \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -2 \\ -0.33 \\ 5 \\ 3.83 \\ -0.3 \\ \hline -10 \\ -10 \\ -4.7 \\ -6.3 \\ 2.7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \hline R_3 \\ R_5 \\ R_7 \\ R_9 \\ R_{10} \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 96 & 48 & 48 & 0 & 0 & -96 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 48 & 32 & 16 & 0 & 0 & -48 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 48 & 16 & 40 & 4 & 0 & -45 & -3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 40 & 16 & 4 & 3 & 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 18.7 & 0 & -3 & 2.33 & -5.33 & 5.33 \\ \hline -96 & -48 & -45 & 3 & 0 & 97.5 & -1.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & 3 & -1.5 & 3 & -1.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 2.33 & 0 & -1.5 & 5.06 & -3.56 & 5.33 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -5.33 & 0 & 0 & -3.56 & 3.56 & -5.33 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5.33 & 0 & 0 & 5.33 & -5.33 & 10.7 \end{array}\right) x10^3 x \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_4 \\ r_6 \\ r_8 \\ \hline r_3=0 \\ r_5=0 \\ r_7=0 \\ r_9=0 \\ r_{10}=0 \end{pmatrix}$$

$$P^{EF} = \begin{pmatrix} -2 \\ -0.33 \\ -5 \\ 3.83 \\ -0.3 \end{pmatrix}, P^{ES} = \begin{pmatrix} -10 \\ -10 \\ -4.7 \\ -6.3 \\ 2.7 \end{pmatrix}, R = \begin{pmatrix} R_3 \\ R_5 \\ R_7 \\ R_9 \\ R_{10} \end{pmatrix}, U = \begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$$

<u>ขั้นตอนที่ 5</u> หาค่าการเปลี่ยนตำแหน่งของข้อต่อ u ได้ดังนี้

$$P^{EF} = K_{ff}U + K_{fx}U^S$$

$$U = K_{ff}^{-1}P^{EF}$$

$$= \begin{pmatrix} 96 & 48 & 48 & 0 & 0 \\ 48 & 32 & 16 & 0 & 0 \\ 48 & 16 & 40 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 40 & 16 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 18.7 \end{pmatrix}^{-1} x10^{-3} x \begin{pmatrix} -2 \\ -0.33 \\ -5 \\ 3.83 \\ -0.3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5.65x10^{-4} \\ -5.44x10^{-4} \\ -6.28x10^{-4} \\ 4.23x10^{-4} \\ -1.067x10^{-4} \end{pmatrix}$$

<u>ขั้นตอนที่ 6</u> หาค่าแรงปฏิกิริยา ได้ดังนี้

$$P^{ES} + R = K_{xf}U + K_{xx}U^S$$

$$R = K_{xr}U - P^{ES}$$

$$= \begin{bmatrix} -96 & -48 & -45 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 2.33 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -5.33 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5.33 \end{bmatrix} x10^{3} x \begin{bmatrix} 5.65x10^{-4} \\ -5.44x10^{-4} \\ -6.28x10^{-4} \\ 4.23x10^{-4} \\ -1.067x10^{-4} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -10 \\ -10 \\ -4.7 \\ -6.3 \\ 2.7 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 11.401 \\ 11.5639 \\ 3.182 \\ 6.8691 \\ -3.2691 \end{bmatrix}$$

<u>ขั้นตอนที่ 7</u> จากเงื่อนไขของความสมดุลหาค่าแรงภายในของแต่ละชิ้นส่วนได้ดังนี้

$$V^{4}_{global} = V^{4}_{local} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1.067x10^{-4} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$V^{1}_{global} = V^{1}_{local} = \begin{bmatrix} 5.65x10^{-4} \\ -5.44x10^{-4} \\ 0 \\ -6.28x10^{-4} \end{bmatrix}, V^{2}_{global} = V^{2}_{local} = \begin{bmatrix} 0 \\ -6.28x10^{-4} \\ 0 \\ 4.23x10^{-4} \end{bmatrix}, V^{3}_{global} = V^{3}_{local} = \begin{bmatrix} 0 \\ 4.23x10^{-4} \\ 0 \\ -1.067x10^{-4} \end{bmatrix}$$

$$S^{1} = \begin{bmatrix} 96,000 & 48,000 & -96,000 & 48,000 \\ 48,000 & 32,000 & -48,000 & 16,000 \\ -96,000 & -48,000 & 96,000 & -48,000 \\ 48,000 & 16,000 & -48,000 & 32,000 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} 5.65x10^{-4} \\ -5.44x10^{-4} \\ 0 \\ -6.28x10^{-4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 0.33 \\ 2 \\ -0.33 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.016 \\ -0.006 \\ 2.016 \\ -2.01 \end{bmatrix}$$

$$S^2=\begin{bmatrix} 1{,}500 & 3{,}000 & -1{,}500 & 3{,}000 \\ 3{,}000 & 8{,}000 & -3{,}000 & 4{,}000 \\ -1{,}500 & -3{,}000 & 1{,}500 & -3{,}000 \\ 3{,}000 & 4{,}000 & -3{,}000 & 8{,}000 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ -6.28\times10^{-4} \\ 0 \\ 4.23\times10^{-4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 \\ 5.33 \\ 8 \\ -5.33 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.385 \\ 1.998 \\ 8.615 \\ -4.458 \end{bmatrix}$$

$$S^3=\begin{bmatrix} 1{,}500 & 3{,}000 & -1{,}500 & 3{,}000 \\ 3{,}000 & 8{,}000 & -3{,}000 & 4{,}000 \\ -1{,}500 & -3{,}000 & 1{,}500 & -3{,}000 \\ 3{,}000 & 4{,}000 & -3{,}000 & 8{,}000 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 4.23\times10^{-4} \\ 0 \\ -1.067\times10^{-4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1.5 \\ 2 \\ -1.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.9489 \\ 4.4572 \\ 1.0511 \\ -0.6616 \end{bmatrix}$$

$$S^4=\begin{bmatrix} 3{,}555.56 & 5{,}333.33 & -3{,}555.56 & 5{,}333.33 \\ 5{,}333.33 & 10{,}666.67 & -5{,}333.33 & 5{,}333.33 \\ -3{,}555.56 & -5{,}333.33 & 3{,}555.56 & -5{,}333.33 \\ 5{,}333.33 & 5{,}333.33 & -5{,}333.33 & 10{,}666.67 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ -1.067\times10^{-4} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2.7 \\ 1.8 \\ 6.3 \\ -2.7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.1309 \\ 0.6619 \\ 6.8691 \\ -3.2691 \end{bmatrix}$$

ตารางที่ 5.5 แสดงการเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์

รายการคำตอบ	ค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยวิธีการรวมสติฟเนสโดยตรง	ค่าที่ได้จากโปรแกรม Microfeap P1	ค่าที่ได้จากโปรแกรม
Joint Displacement			
Joint 1			
DJ1	0.000565	0.00056585	0.000565852
DJ2	-0.000544	-0.00054504	-0.000545018
Joint 2			
DJ1	0	0	0
DJ2	-0.000628	-0.00062835	-0.000628352
Joint 3			
DJ1	0	0	0
DJ2	0.000423	0.00042337	0.00042337
Joint 4			
DJ1	0	0	0
DJ2	-0.0001067	-0.00010679	-0.000106794
Joint 5			
DJ1	0	0	0
DJ2	0	0	0
Member End - Action			
Member 1			
AM1	-0.016	0	0
AM2	-0.006	-6.2585E-07	0
AM3	2.016	4	4
AM4	-2.01	-2	-2
Member 2			
AM1	7.385	7.3851	7.3851
AM2	1.998	2	2
AM3	8.615	8.6149	8.6149
AM4	-4.458	-4.4598	-4.4598

(ตารางที่ 5.5 ต่อ)

รายการคำตอบ	ค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยวิธีการรวมสติฟเนสโดยตรง	ค่าที่ได้จากโปรแกรม Microfeap P1	ค่าที่ได้จากโปรแกรม
Member 3			
AM1	2.9489	2.9497	2.9497
AM2	4.4572	4.4598	4.4598
AM3	1.0511	1.0503	1.0503
AM4	-0.6616	-0.66087	-0.6609
Member 4			
AM1	2.1309	2.1304	2.1304
AM2	0.6619	0.6609	0.6609
AM3	6.8691	6.8696	6.8696
AM4	-3.2691	-3.2696	-3.2696
Support Reactions			
Joint 1			
AR1	0	0	0
AR2	0	0	0
Joint 2			
AR1	11.401	11.385	11.3851
AR2	0	0	0
Joint 3			
AR1	11.5639	11.565	11.5647
AR2	0	0	0
Joint 4			
AR1	3.182	3.1807	3.1807
AR2	0	0	0
Joint 5			
AR1	6.8691	6.8696	6.8696
AR2	-3.2691	-3.2696	-3.2696

จากผลการวิเคราะห์ด้วยวิธีการรวมสติฟเนสโดยตรง, โปรแกรม MICROFEAP P1 และโปรแกรมที่เขียนขึ้นมาพบว่าคำตอบที่ได้มีค่าเท่ากันหรือใกล้เคียงกันมาก ทำให้สรุปได้ว่าผลการวิเคราะห์จากโปรแกรมมีค่าถูกต้อง