บทที่ 2
หลักการและทฤษฎี

2.1 ที่มาของโครงการ

การสำรวจสภาพทางธรณีวิทยาของชั้นดิน เพื่อทราบคุณสมบัติทางวิศวกรรมของดินในพื้นที่หนึ่งๆ เพื่อทำแผนที่ทางธรณีวิทยาหรือเพื่อวิเคราะห์หาความสามารถในการรับน้ำหนักของดินนั้น จำเป็นจะต้องมีจำนวนหลุมการขุดเจาะที่มากพอสมควร เพื่อที่จะสามารถทำการวิเคราะห์ชั้นดินต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง ยิ่งมีจำนวนหลุมการขุดเจาะมากเท่าใด ผลที่ได้ก็จะมีความน่าเชื่อถือมากยิ่งขึ้น

แต่เมื่อคำนึงถึงค่าดำเนินการ ค่าใช้จ่ายแล้วพบว่า การขุดเจาะแต่ละครั้งนั้นค่าใช้จ่ายเป็นจำนวนมาก ในปัจจุบันคาดว่ามีค่าใช้จ่ายต่อหลุมประมาณ 10,000 บาทเป็นอย่างน้อย ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความลึกและความยากง่ายของการขุดเจาะด้วย

ดังนั้นจึงเกิดแนวคิดที่ว่า เราจะสามารถที่จะทราบข้อมูลดิน จากการขุดเจาะได้หรือไม่ โดยอาศัยผลข้อมูลดินจากหลุมเจาะข้างเคียงนำมาเข้าสู่วิธีการประมาณค่า โดยอาศัยการกำหนดความสัมพันธ์ของระยะทางจากหลุมข้างเคียงกับค่าข้อมูลดินต่าง ๆ

โครงการนี้จึงเกิดขึ้นมาจากแนวคิดดังกล่าว โดยได้ทำการประมาณผลข้อมูลการเจาะสำรวจสภาพทางธรณีวิทยาของชั้นดินในเขตพิษณุโลกในจำนวนทั้งสิ้น 16 หลุมโดยใช้วิธีการประมาณค่าแบบต่าง ๆ เช่น วิธีการทางคณิตศาสตร์ หรือ วิธีการอื่นใดที่เหมาะสม

2.2 ข้อมูลดินจากการเจาะสำรวจ

ในโครงงานนี้เราได้นำข้อมูลดินจากรายงานโครงการ " การศึกษาแผนที่สภาพดิน ชั้นดินในเขตเทศบาลเมืองพิษณุโลก " (ศรินทร์ทิพย์ แทนธานี .2540) ได้นำมาศึกษาการประมาณค่าของโครงงานนี้ โดยข้อมูลดินดังกล่าวได้มาจากการขุดเจาะบริเวณเขตเทศบาลเมืองพิษณุโลก ซึ่งหลังจากขุดเจาะสำรวจชั้นดิน แล้วเราจะเก็บตัวอย่างดินในหลาย ๆ ระดับความลึก แล้วจะนำเข้าไปในห้องปฏิบัติการเพื่อทำการทดสอบคุณสมบัติต่าง ๆ ทางวิศวกรรม หลังจากนั้นจะทำรายงาน

ผลการเจาะสำรวจที่เรียกว่า (Soil Boring Log Report) อันประกอบไปด้วยค่าพารามิเตอร์ของดิน กำลังรับน้ำหนักแรงเฉือน และลักษณะการเรียงตัวของชั้นดิน ภายหลังที่ได้ทำการทดสอบดินในห้องปฏิบัติการแล้ว ผลที่ได้จะนำมาบันทึกในตารางดังแสดงไว้ในตารางที่ 2.1 เรียกว่า ตารางสรุปการทดสอบ (Summary of Test Result)

โดยสามารถอธิบายความหมายของแต่ละส่วนของ Soil Boring Log Report ได้ดังนี้

1. **Project** หมายถึง ชื่อของโครงการที่จะก่อสร้างบนจุดที่ทำการเจาะสำรวจ
2. **Location** หมายถึง ที่ตั้งที่ทำการเจาะสำรวจ
3. **Boring No.** หมายถึง ชื่อของหลุมเจาะนิยมบอกเป็น อักษรภาษาอังกฤษ BH แล้วตามด้วยหมายเลข ดังตัวอย่างนี้เป็น BH-1
4. **Depth** หมายถึง ระดับความลึกด้านล่างสุดของหลุม นิยมบอกเป็นเมตร
5. **Ground Level** หมายถึง ค่าระดับของหลุมเจาะหรือที่ตั้งที่ทำการเจาะสำรวจมักเทียบกับระดับน้ำทะเลปานกลาง หรือ Mean Sea Level ,MSL โดยได้จากการทำระดับจากการทำ Survey นิยมบอกเป็นเมตร
6. **Water Level** หมายถึงค่าระดับของระดับน้ำใต้ดินโดยเทียบกับระดับผิวบนของหลุมเจาะบอกเป็นค่าลบจากตัวอย่างนี้มีค่าเป็น 10 เมตรจากระดับผิวบนของหลุม
7. **Check by** หมายถึง ชื่อผู้ทำการบันทึกรายงานผลการทดสอบนี้
8. ช่อง **Sample No.** เป็นช่องบอกหมายเลขของดินตัวอย่างที่เก็บได้หากตัวอย่างดินด้วยท่อบางจะใช้ตัวอักษรย่อ ST และตัวอย่างที่เก็บตัวอย่างด้วยท่อผ่าจะใช้อักษรย่อ SS
9. ช่อง **Depth** แสดงระดับความลึกที่ระดับต่างๆที่เก็บตัวอย่างดินโดยบอกเป็นช่วงความลึกตามหลักการเก็บ ตัวอย่างจะต้องเก็บทุกๆระยะ 50 เซนติเมตร
10. ช่อง **Natural Water Content** แสดงค่าความชื้นตามธรรมชาติของดินตัวอย่างแต่ละชั้นความลึกมีหน่วยเป็นเปอร์เซนต์
11. ช่อง **Atterberg's Limit** แสดงลักษณะสถานะภาพของดินตัวอย่างโดยแยกได้เป็น L.L. (Liquid limit), P.L. (Plastic Limit) และ P.I. (Plastic Index) ตามความหมายแล้ว Atterberg Limit หมายถึง คุณสมบัติที่แสดงสถานะภาพของดินโดยอาศัยปริมาณน้ำที่มีอยู่ภายใน ได้แก่

    1. ค่า **Liquid Limit (LL)** หรือ ค่าที่แสดงสถานะของดินในสภาพของเหลว ดังแสดงในตารางในช่องแรกของ Atterberg Limit

2. ค่า **Plastic Limit (PL)** หรือ ค่าที่แสดงสถานะของดินในสภาพของพลาสติกดังแสดงในตารางช่องถัดมา
3. ค่า **Shrinkage Limit (SL)** หรือค่าที่แสดงสถานะของดินในสภาพของกึ่งของแข็ง สำหรับค่านี้ไม่นิยมทดสอบดังนั้นจึงไม่ได้แสดงไว้
4. ค่า **Plastic Index (PI)** หรือ ค่าดัชนีความข้นเหลวมีค่าเท่ากับ LL – PL ดังแสดงไว้ในช่องถัดจาก PL

ในการดูคุณสมบัติของดินจากค่านี้นั้นดูได้จากการเปรียบเทียบค่า Natural Water Content กับค่าของ Liquid Limit ถ้ามีค่าใกล้เคียงกันแสดงว่าดินนั้นมีสภาพไหลตัวได้ง่าย และ พร้อมที่จะพังทลายเมื่อมีการขุดดิน

ตารางที่ 2.1 : แสดงตัวอย่างแบบรายงานการทดสอบดินที่ได้จาก Soil Boring Log

Project _____	Location _____	Boring No. *BH-1*	Depth *19.17* meters
Ground Level _____	Water Level *-L10* meters	Check by _____	Date *28 April 43*

No.	Depth		Natural Water Content	Atterberg Limit			Wet Unit Weight	Percent of Finer Passing Sieve No.					Unified soil Classified	Shear Strength , Su (T/m^2)		SPT
	Fom	To		L.L.	P.L.	P.I.		# 10	# 40	# 60	#100	#200		Vane Shear	Pocket Penetration	
ST-1	1.00	1.45	26.79	_	_	_	1.57	_	_	_	_	_	*CH*	_	1.0	_
ST-2	2.50	2.95	27.98	_	_	_	1.76	_	_	_	_	_	*CH*	_	5.0	_
ST-3	4.00	4.45	26.41	_	_	_	1.62	_	_	_	_	_	*CH*	_	_	_
ST-4	5.50	5.95	60.51	_	_	_	1.54	_	_	_	_	_	*CH*	_	1.0	_
ST-5	7.00	7.45	61.76	33.5	52.1	31.4	1.57	_	_	_	_	_	*CH*	_	1.0	_
ST-6	8.50	8.95	61.41	_	_	_	1.53	_	_	_	_	_	*CH*	_	1.5	_
ST-7	10.0	10.4	60.55	_	_	_	1.49	_	_	_	_	_	*CH*	_	1.0	_
SS-1	11.5	11.9	80.82	_	_	_	1.69	_	_	_	_	_	*CH*	_	4.0	7
SS-2	13.0	13.4	26.16	43.5	22.2	21.2	1.76	_	_	_	_	_	*CL*	_	11.0	25
SS-3	15.0	15.4	15.82	_	_	_	1.65	_	_	_	_	_	*CL*	_	>25	125
SS-4	15.5	15.9	15.93	_	_	_	1.89	_	_	_	_	_	*CL*	_	>25	108
SS-5	16.0	16.4	14.78	_	_	_	1.92	_	_	_	_	_	*CL*	_	>25	87
SS-6	19.1	19.1	12.2	_	_	_	1.97	_	_	_	_	_	*SC*	_	_	100/7

12. ช่อง **Wet Unit Weight** หมายถึง ค่าหน่วยน้ำหนักของดินคุณสมบัติที่แสดงค่าความแข็งแรงของดิน (Strength)
13. ช่อง **Percent of Finer Passing Sieve No.** แสดงผลการทดสอบการ ร่อนผ่านตะแกรงเบอร์ต่างๆ ผลการทดสอบจะใช้จำแนกดินว่าเป็นดินเหนียว ทราย หรือดินเหนียวปนทราย ถ้ามีค่าที่ผ่านตะแกรงเบอร์ 200 มากกว่าช่องอื่น แสดงว่าเป็นดินชนิดดินเหนียว
14. ช่อง **Unified Soil Classification** เป็นช่องแสดงชนิดของดินตามวิธีการจำแนกดินของสถาบัน Unified Soil Classification System จากตาราง CM คือดินเหนียวที่มีค่าพลาสติกสูง ปั้นได้ง่าย CL คือดินเหนียวที่มีค่าพลาสติกต่ำ SM คือทรายปนตะกอนทราย
15. ช่อง **Shear Strength** เป็นช่องแสดงกำลังรับแรงเฉือนของดินที่ได้จากการทดสอบ Pocket Penetrometer Unconfined Compression Test โดยจะแสดงช่องใดช่องหนึ่ง
16. ช่อง SPT หรือ **Standard Penetration Test** เป็นค่าแสดงความหนาแน่นของดินโดยการนับจำนวนครั้งการตอกท่อผ่าในสนามต่อระยะที่จมลงไป

2.3 หลักการประมาณค่า

ในโครงงานนี้เราจะต้องการค่าต่างๆที่ได้แสดงในตารางแสดงผลการทดสอบดินของตำแหน่งที่เราต้องการพิจารณาหมายถึงเราสามารถที่จะรู้ค่าเหล่านั้นได้โดยไม่ต้องทำการขุดเจาะจริงตรงพื้นที่ใต้สิ่งก่อสร้างของเรา การประมาณค่าคุณสมบัติของดินที่เราต้องการนั้นใช้วิธีการทางวิชาคณิตศาสตร์เข้ามาช่วย โดยได้เลือกวิธีการประมาณค่าต่าง ๆ ดังนี้

2.3.1 วิธีการอินเทอร์โปเลชัน (Interpolation)

การหาค่าคุณสมบัติต่าง ๆ ของการทดสอบดินนั้นไม่สามารถที่จะหาสมการมาหาค่าได้ วิธีนี้จะใช้การกำหนดความสัมพันธ์ของตัวแปรของข้อมูลกับพารามิเตอร์ของปัญหา สำหรับโครงงานนี้เราให้

ระยะทางจากหลุมที่เราต้องการหากับจุดอ้างอิง = ตัวแปรของข้อมูลตามความหมายของวิธีนี้

ค่าคุณสมบัติของดินจากตารางผลการทดสอบดิน = พารามิเตอร์ตามความหมายของวิธีนี้

โดยวิธีนี้สามารถแยกออกได้เป็น

(1) ลากรองจ์อินเทอร์โปเลชั่น (Lagrangian interpolation)

เป็นวิธีที่นิยมและง่ายในการประมาณค่าทั่วไป มีหลักการดังนี้ กำหนดให้มีกลุ่มของข้อมูลอยู่ n ข้อมูล คือ (X_i, Y_i) เมื่อ $i = 1,2,\ldots\ldots, n$ ในวิธีนี้เราจะประมาณฟังก์ชัน $f(x_i)$ เราจะประมาณข้อมูลที่ผ่านจุดเหล่านี้ด้วยโพลิโนเมียลลำดับ (n-1) ดังนี้

$$P(x_i) = f(x_i) = y_i \quad ; i = 1,2,\ldots\ldots,n \qquad (2.1)$$

โดยที่ $P(x_i)$ จะเรียกว่าเป็นอินเทอร์โปลิติงโพลิโนเมียล และจะมีค่าเท่ากับ

$$P(x) = y_1L_1(x) + y_2L_2(x) + \ldots\ldots + y_nL_n(x) \qquad (2.2)$$

$L_i(x)$.ในสมการข้างต้น จะเป็นโพลิโนเมียลอันดับ (n-1) ดังนี้

$$L_i(x) = \prod_{j=1, i\neq j}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j} \qquad (2.3)$$

ที่จุดต่างๆของข้อมูล $x_1, x_2,\ldots\ldots,x_n$ จะได้ $L_i(x)$ มีค่าเป็น

$$L_i(x_j) = 1 \quad , \quad i = j \quad ; \quad i, j = 1,2,\ldots\ldots, n$$
$$L_i(x_j) = 0 \quad , \quad i \neq j \quad ; \quad i, j = 1,2,\ldots\ldots, n \qquad (2.4)$$

เมื่อแทนค่า $L_i(X)$ จากสมการที่ 2.3 ลงในสมการที่ 2.2 เราจะได้ ลากรองก์อินเทอร์โปเลติงโพลิโนเมียลอันดับที่ (n-1) ดังนี้

$$P(X) = \sum_{j=1}^{n} y_iL_i(x) = \sum_{j=1}^{n} y_i \prod_{j=1, j\neq i}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j} \qquad (2.5)$$

(2) ไอท์เคนอินเทอร์โปเลชัน (Aitken interated linear interpolation)

ในวิธีแบบนี้มีหลักการ คือ เมื่อสร้างข้อมูลให้ 2 ชุด คือ (x_i, y_i) และ (x_k, y_k) โดยที่ $i \neq k$ เราจะสามารถประมาณค่าของฟังก์ชัน f(x) สำหรับตัวแปร x ซึ่งอยู่ในช่วง $[x_i, y_k]$ ได้โดยสมการอินเทอร์โปเลติงแบบเชิงเส้น ดังนี้

$$y = \frac{(x_i - x)y_k - (x_k - x)y_i}{x_i - x_k} \qquad (2.6)$$

ในวิธีไอท์เคนอินเทอร์โปเลชันก็เช่นเดียวกัน จะอาศัยหลักการของสมการข้างต้นทำซ้ำต่อไปจากอันดับ 2 เป็น 3 เป็น 4 และ ต่อไปเรื่อยๆ จนได้ โพลิโนเมียลอันดับสูง วิธีนี้จึงมัก เรียกว่าเป็น วิธีไอเทอเรทลิเนียอินเทอร์โปเลชัน และมีสมการการคำนวณดังนี้

$$P_{i1} = y_i$$

$$P_{i,k+1} = \frac{(x_i - x)P_{kk} - (x_k - x)P_{ik}}{x_i - x_k} \qquad (2.7)$$

โดย $k = 1,2,\ldots\ldots,n$ และ $i = 1,2,\ldots\ldots,n$

2.3.2 วิธี ลีสต์สแควร์

ในการประมาณค่าตาม วิธีอินเทอร์โปเลชัน เส้นโค้งสมมุติที่เราประมาณค่าของฟังก์จริง $f(x_i)$ ผ่านจุดทุกๆจุดของ แต่ในวิธีของลีสต์สแควร์ จะประมาณฟังก์จริงที่ทุกๆจุดของ x_i โดยไม่จำเป็นต้องผ่านจุดของฟังก์ชันจริงทุกค่า ดังนั้น จะมีค่าเบี่ยงเบนเข้ามาเกี่ยวข้องด้วย วิธีนี้จะแบ่งออกเป็นได้เป็น

สมมุติเรามีข้อมูลอยู่ n ชุด คือ

$$(x_i, y_i) \quad ; \quad i = 1,2,\ldots\ldots,n$$

ถ้าเราประมาณฟังก์ชันของข้อมูลชุดนี้ ในระหว่าง x_1 ถึง x_n ด้วยโพลิโนเมียล

$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots\ldots + a_nx^m + \ldots\ldots \qquad (2.8)$$

เราจะได้ค่าผลต่างของฟังก์ชัน $P(x_i)$ กับค่าของ y_i (ที่จุด x_i) จะเป็น

$$r_i = y_i - p(x_i) \quad ; \; i = 1,2,\ldots\ldots, \; n \qquad (2.9)$$

ค่า r เรียกว่าค่าเบี่ยงเบนไปจากค่าจริงนั่นเอง จากค่า r_i ของข้อมูลที่ทุกๆจุด (x_i , y_i) ; i = 1,2,...,n เราจะได้ค่าผลบวกของค่าเบี่ยงเบนยกกำลังสองเป็น

$$Q = \sum_{i=1}^{n} r_i^2 = \sum_{i=1}^{n} [y_i - P(x_i)]^2 \qquad (2.10)$$

(1) วิธีประมาณด้วยเส้นตรง

เมื่อกำหนดข้อมูลให้ข้อมูลมี nชุดคือ (xi , yi) ; I = 1,2,.....,n ในที่นี้เราจะประมาณฟังก์ชัน y = f(x) ของข้อมูลในช่วงจาก x_1 ถึง x_n ด้วยโพลิโนเมียลอันดับ 1 หรือค่าสมการเส้นตรงนั้นเอง ดังสมการดังนี้

$$P_1(x) = a_0 + a_1x \qquad (2.11)$$

โดยใช้ค่าของ $P_1(X)$ จากสมการข้างต้นเราจะได้ว่า สมการของ Q จะเป็นฟังก์ชันของ a_0 และ a_1 ดังนั้นเราสามารถหา a_0 และ a_1 ได้จากการอนุพันธ์ของ $Q(a_0 , a_1)$ ให้มีค่าน้อยที่สุด เทียบกับค่าทั้งสอง จะได้ ค่า a_0 และ a_1 ดังนี้

$$a_1 = \frac{n\sum_{i=1}^{n} y_ix_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2} \qquad (2.12)$$

$$a_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i - a_1 \sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \qquad (2.13)$$

ในการประมาณค่าของฟังก์ชั่นด้วยวิธีนี้เราสามารถตรวจสอบหรือวัดความใกล้เคียงกับค่าจริง โดยดูจากค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ r^2 (Coefficient of determination) และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน Sd (Standard Deviation) ซึ่งหาได้จากสมการนี้คือ

$$S = \sqrt{\frac{Q}{n-2}} \qquad (2.14)$$

$$r^2 = \frac{Q}{\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} \right)^2} \qquad (2.15)$$

จากนั้นแทนในสมการของความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของการประมาณ S_E (Standard error of estimate) ซึ่งมีสมการดังนี้

$$S_E = S_D \sqrt{1 - r^2} \qquad (2.16)$$

(2) วิธีประมาณด้วยโพลิโนเมียลอันดับ m

กำหนดข้อมูลให้ n ชุด คือ (xi ,yi) ; I = 1,2,....,n ในที่นี้เราจะประมาณค่าของฟังก์ชัน y = f(x) ด้วยโพลิโนเมียลอันดับ m(m+1 <n)

$$P_m(x) = a_0 + a_1 x + \ldots\ldots + a_{m-1} x^{m-1} + a_m x^m \qquad (2.17)$$

ค่าสัมประสิทธิ์ $a_0, a_1, \ldots\ldots, a_n$ สามารถหาได้เช่นเดียวกับในหัวข้อ (1) โดยการแทนค่าสมการข้างต้นในสมการค่า Q แล้วหาอนุพันธ์น้อยสุด ค่าแสดงได้ดังนี้

$$a_0 n + a_1 \sum_{i=1}^{n} x_i + ... + a_m \sum_{i=1}^{n} x_i{}^m = \sum_{i=1}^{n} y_i \qquad (2.18)$$

$$a_0 \sum_{i=1}^{n} x_i + a_1 \sum_{i=1}^{n} x_i{}^{m+1} + ... + a_m \sum_{i=1}^{n} x_i{}^{m+1} = \sum_{i=1}^{n} y_i x_i \qquad (2.19)$$

$$a_0 \sum_{i=1}^{n} x_i{}^m + a_1 \sum_{i=1}^{n} x_i{}^{m+1} + ... + a_m \sum_{i=1}^{n} x_i{}^{2m} = \sum_{i=1}^{n} y_i x_i{}^m \qquad (2.20)$$

ค่าความคลาดเคลื่อนดังแสดงในหัวข้อที่(1) สมการที่ (2.16)

(3) วิธีประมาณด้วยใช้เส้นโค้งเอ็กซ์โพเนนเชียล

กำหนดชุดข้อมูลให้ n คือ (x_i, y_i) ; i = 1,2,..,n ในวิธีนี้เราจะประมาณค่าฟังก์ชัน y = f(x) ด้วยฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล (exponential) ดังนี้

$$P_e(x) = ae^{bx} \qquad (2.21)$$

สมการดังกล่าวเป็นแบบไม่เป็นเชิงเส้น ดังนั้นจึงไม่สามารถหาอนุพันธ์ได้ เราจะใช้วิธีการแปลงค่าตัวแปรโดยการหา $\log_e$ ของสมการข้างต้นทั้ง 2 ข้างดังนี้

$$\ln P_e(x) = \ln a + bx \qquad (2.22)$$

และแปลงค่าตัวแปรโดยให้

$$a_0 = \ln a \quad ; \quad a_1 = b \qquad (2.23)$$

ดังนั้นจะได้

$$\ln P_e(x) = a_0 + a_1 x \qquad (2.24)$$

ซึ่งอยู่ในรูปของโพลิโนเมียลอันดับ 1 ค่าสัมประสิทธิ์ a1, a0 และค่าความคลาดเคลื่อน จึงสามารถหาได้ตามหัวข้อที่ (1) สมการที่ (2.16)

2.4 สัมประสิทธิ์ของการตัดสินใจ (Coefficient of Determination)

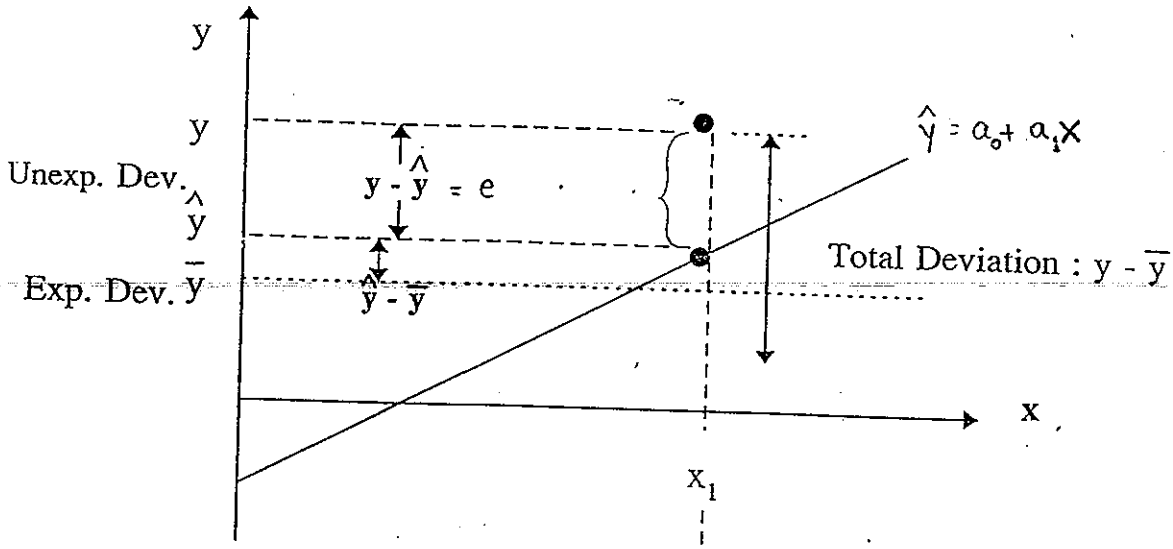
จากแผนภาพการกระจาย(Scatter diagram) ซึ่งจุดข้อมูล X ,Y จุดเหล่านี้จะไม่เรียงเป็นเส้นตรงทีเดียว แต่จะมีแนวโน้มว่าจุดต่าง ๆเหล่านี้สามารถลากเส้นตรงให้ผ่านได้ ดั้งนั้นหากสามารถสร้างสมการแทนเส้นตรงที่ลากผ่านจุดต่าง ๆ เหล่านี้ได้อย่างใกล้เคียงที่สุด สมการนี้คือ สมการถดถอยเชิงเส้น (Linear Regression Equation) ในการหาสมการดังกล่าว จำเป็นที่จะต้องหาพารามิเตอร์ซึ่งจากข้อมูลที่มี n ชุดโดยให้ a_0 และ a_1 เป็นตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ ดังนั้นการประมาณเส้นถดถอยนี้สามารถเขียนได้ในรูป

$$\hat{Y} = a_0 + a_1 X \tag{2.25}$$

โดยที่

$$a_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i - a_1 \sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \tag{2.26}$$

$$a_1 = \frac{n\sum_{i=1}^{n} y_i x_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2} \tag{2.27}$$



รูปที่ 2.1

จากแผนภาพที่แสดง ส่วนเบี่ยงเบนทั้งหมดของตัวแปรตาม Y จากค่าเฉลี่ย $\overline{Y}$ อาจจะแยกออกได้เป็น 2 ส่วน คือ ส่วนเบี่ยงเบนของค่าที่อยู่บนเส้นถดถอยจากค่าเฉลี่ย หรือ $(\hat{Y}-\overline{Y})$ ซึ่งอาจอธิบายได้ (explained) โดยค่าของ X ที่กำหนดให้ กับ ส่วนเบี่ยงเบนของ Y จากค่าที่อยู่บนเส้นถดถอย หรือ $(Y-\hat{Y})$ ซึ่งไม่อาจอธิบายได้ (Unexplained) โดยค่าของ X ดังนั้น

$$Y-\overline{Y} = (\hat{Y}-\overline{Y})+(Y-\hat{Y}) \qquad (2.28)$$

นั่นคือ ส่วนเบี่ยงเบนทั้งหมด = ส่วนเบี่ยงเบนที่สามารถอธิบายได้ + ส่วนเบี่ยงเบนที่ไม่สามารถอธิบายได้ และเนื่องจากส่วนเบี่ยงเบนทั้งสองส่วนเป็นอิสระซึ่งกันและกัน ค่าความแปรปรวนทั้งหมดจึงเท่ากับผลรวมของค่าความแปรปรวนทั้งสองส่วน นั่นคือ

Total variance = Explained variance + Unexplained variance

และ เมื่อนำเอา Explained variance หารด้วย total variance จะได้กำลังสองของสัมประสิทธ์สหสัมพันธ์ เรียกว่า Coefficient of determination ซึ่งเขียนแทนด้วยสัญญาลักษณ์ r^2

$$r^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{Y}_i - \bar{Y}\right)^2}{\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i - \bar{Y}\right)^2}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(a_0 + a_1 X - \bar{Y}\right)^2}{\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i - \bar{Y}\right)^2}$$

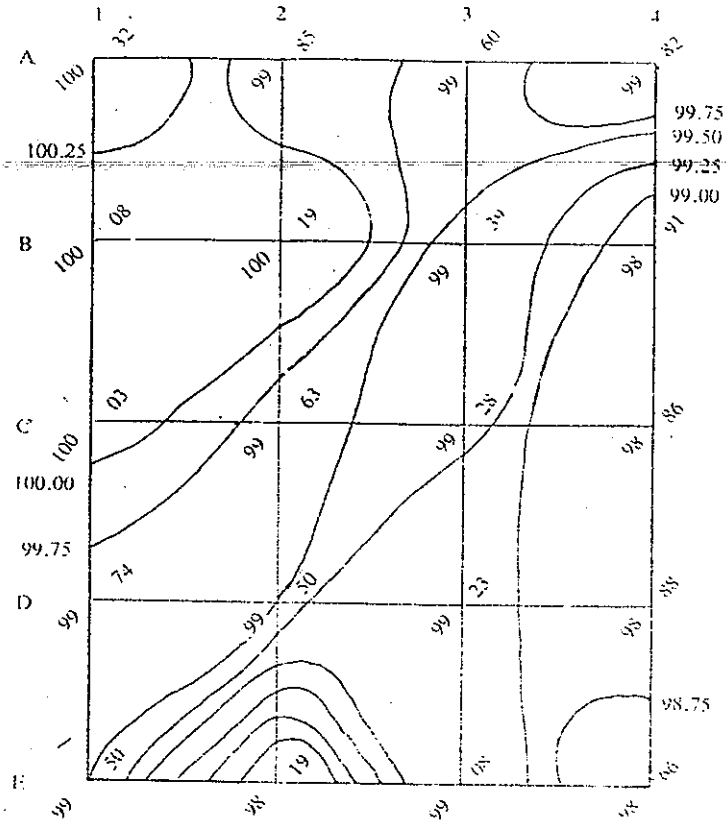
$$= \frac{\left[\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \bar{X}\right)\left(Y_i - \bar{Y}\right)\right]^2}{\left[\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \bar{X}\right)^2\right]\left[\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i - \bar{Y}\right)^2\right]} \qquad (2.29)$$

ค่าของ r^2 จะมีค่าจาก 0 ถึง 1 ($0 \leq r^2 \leq 1$) และ ค่า r^2 นี้จะเป็นค่าที่บอกว่าสมการของเส้นถดถอยที่วิเคราะห์มาดังนั้นสามารถอธิบายความแปรปรวนที่เกิดขึ้นใน Y ได้มากน้อยเพียงใด ค่า r^2 อาจแสดงในรูปของ % เช่น ค่า r^2 =0.96 หรือ 96% เป็นต้น

2.5 การ Interpolation หาค่าระดับของปากหลุมเจาะโดยการอ่านค่าจาก Contour

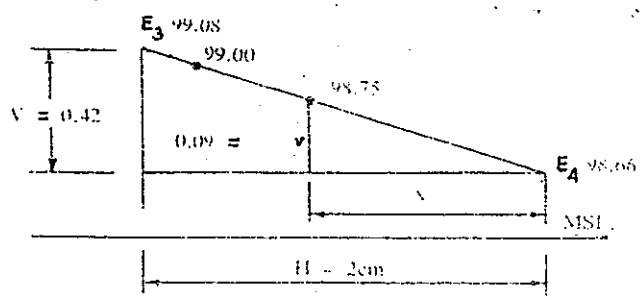
การหาค่าระดับปากหลุมเจาะนั้นจะหาได้จากวิธีการดังต่อไปนี้

1) **Computation** คือ การคำนวณทางเรขาคณิต ซึ่งจะทำให้ทราบค่าระยะห่างของระดับที่จะหาว่าห่างจาก Contour point เท่ากับเท่าไร ยกตัวอย่าง เช่น การหาระดับ 98.75 ห่างจากจุด E4 มาทาง E3 เท่าไรจาก รูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 Contour

จากหลักการของสามเหลี่ยมคล้าย



รูปที่ 2.3 แสดงการคำนวณ

จากรูปกำหนดให้ V = ความต่างระดับระหว่าง E3 กับ E4 เท่ากับ 0.42 เมตร

v = ความต่างระดับระหว่าง E4 กับจุด 98.75 เท่ากับ0.09 เมตร

H = ระยะตารางกริดในแผนที่ ในที่นี้ 1 : 1000 จะเท่ากับ 2 ซม.

หลักสามเหลี่ยมคล้าย

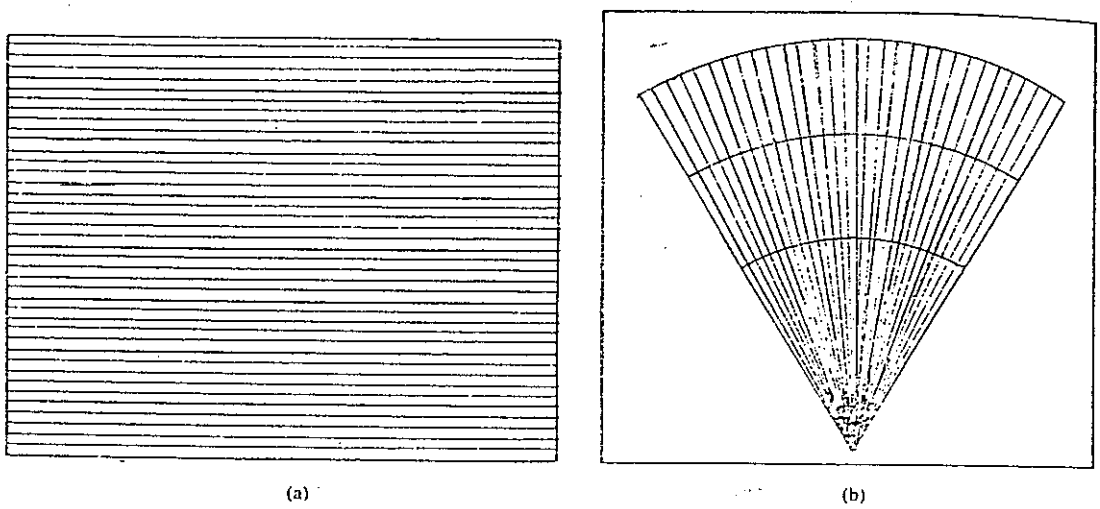
$$x/H = v/V$$

$$x = (H/V)x\ v$$

$$x = (2/0.42)x\ 0.09 = 0.42 \text{ ซม.}$$

เมื่อได้ระยะ x แล้วก็วัดระยะจาก E4 มาทาง E3 เท่ากับ 0.42 ซม.

2) **Graphical Mean** วิธีนี้จะต้องทำกราฟขนาด 8x10 ซม. ด้วยกระดาษ Tracing กราฟนี้จะมีชนิด คือ แบบที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กับชนิดที่เป็นรูปสามเหลี่ยมดังรูปที่2.4



รูปที่ 2.4

วิธีการใช้กราฟ

1. Plot แผนที่ตามมาตราส่วนที่ใช้
2. กำหนดค่าระดับในกระดาษกราฟ โดยไม่ต้องเขียนค่าระดับลงในกราฟ ในที่นี้กำหนด 98,99,100 เขียน Contour interval 0.25 เมตร ระยะ 2 มิลลิเมตร ในกราฟจะ เท่ากับค่าระดับ 0.25 เมตร
3. ยกกราฟไปทับกับแผนที่ ให้ค่าระดับ 98.66 ในกราฟทับกับค่าระดับ 98.66 ในแผนที่ เอานิ้วกดไว้ แล้วเลื่อนกราฟให้ระดับ 99.08 ในกราฟตัดกับจุด 99.08 ในแผนที่
4. ถ้าค่าระดับในกราฟ เช่น 98.75,99.00 ตัดกับตารางกริดที่จุดไหนจุดนั้นจะเป็นระดับที่ 98.75 และ 99.00 ตามที่ต้องการ