บทที่ 2
หลักการและทฤษฎี

2.1 บทนำ

หลักการและทฤษฎีที่นำมาใช้ในการเขียนโปรแกรมก็จะเริ่มจากการวิเคราะห์และออกแบบคานต่อเนื่องคอนกรีตเสริมเหล็กโดยวิธีกำลัง ซึ่งเราจะพิจารณาจากกำลังโมเมนต์ดัดและแรงเฉือนที่มากระทำบนหน้าตัดคานต่อเนื่องคอนกรีตเสริมเหล็ก แล้วมาออกแบบโดยวิธีกำลังว่าหน้าตัดของคานนั้นควรมีขนาดเท่าไร รวมถึงหาปริมาณเหล็กเสริมที่สามารถรับโมเมนต์ดัด และแรงเฉือนได้โดยไม่เกิดการวิบัติ ซึ่งเราจะอ้างอิงจากมาตรฐานของสมาคมวิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทย (ว.ส.ท.)

ส่วนหัวข้อหลักๆ ก็จะประกอบด้วยการวิเคราะห์คานต่อเนื่องคอนกรีตเสริมเหล็ก โดยวิธีกำลังและการออกแบบคานต่อเนื่องโดยวิธีกำลัง ซึ่งรายละเอียดต่างๆ จะกล่าวดังหัวข้อต่อๆไป

2.2 การวิเคราะห์คานต่อเนื่องคอนกรีตเสริมเหล็ก โดยวิธีกำลัง

การคำนวณออกแบบอาคารคอนกรีตเสริมเหล็กโดยวิธีกำลังประลัยได้รับความนิยมมากขึ้นในประเทศไทย แทนที่การคำนวณออกแบบโดยวิธีหน่วยแรงใช้งานเนื่องจากทฤษฎีในการคำนวณออกแบบโดยวิธีกำลังนี้ ให้ผลใกล้เคียงกับพฤติกรรมที่เกิดขึ้นจริงขององค์อาคาร ภายใต้น้ำหนักบรรทุกสูงสุดก่อนที่องค์อาคารนั้นจะถึงการวิบัติ แรงที่กระทำต่อโครงสร้างเป็นแรงประลัยเท่ากับ load factor คูณด้วยแรงกระทำปกติการวิเคราะห์โครงสร้างใช้ทฤษฎี elastic และทำการออกแบบองค์อาคารโดยใช้กำลังสูงสุดของคอนกรีต และหน่วยแรงครากของเหล็กเสริม ในขณะที่วิธีหน่วยแรงใช้งานเป็นทฤษฎี elastic ที่ให้ผลใกล้เคียงกับพฤติกรรมที่เกิดขึ้นภายใต้น้ำหนักบรรทุกตามที่ได้ออกแบบไว้เท่านั้น และใช้ไม่ได้ในกรณีที่ความสัมพันธ์ของหน่วยแรงกับความเครียดเริ่มไม่เป็นแบบเชิงเส้น ($f_c > 0.45f'_c$) ดังนั้นจึงไม่สามารถ คำนวณค่าความปลอดภัยได้แน่นอนได้ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในกรณีที่จะคำนวณออกแบบเผื่อต้านแรงลม และแผ่นดินไหว

2.2.1 เหตุผลในการใช้วิธีกำลังประลัยในการออกแบบโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก

2.2.1.1 เมื่อแรงที่กระทำมีระดับสูง คอนกรีตเสริมเหล็กไม่เป็นวัสดุ elastic การใช้ทฤษฎี elastic ไม่สามารถประเมินกำลังสงสูงของคอนกรีตได้ ดังนั้นอัตราส่วนของแรงกระทำประลัยกับแรงกระทำปกติซึ่งไม่ทราบค่าและเปลี่ยนแปลงไปสำหรับโครงสร้างหนึ่ง ๆ

2.2.1.2 ในวิธีกำลังประลัยเราสามารถที่จะเลือก load factor อย่างมีเหตุผลกล่าวคือ เราใช้ load factor ต่ำสำหรับน้ำหนักบรรทุกตายตัวซึ่งทราบค่าที่ค่อนข้างแน่นอน และเลือกใช้ load factor สูงสำหรับน้ำหนักบรรทุกจร

2.2.1.3 คุณสมบัติของคอนกรีตมีการเปลี่ยนแปลงไปตามกาลเวลาที่ระดับน้ำหนักบรรทุกปกติ เนื่องจากการคืบ (creep) เป็นเหตุให้อัตราส่วนโมดูลัสสูงขึ้น หน่วยแรงที่เกิดขึ้นในคอนกรีตและเหล็กเสริมเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา ซึ่งการวิเคราะห์โครงสร้างในวิธีหน่วยแรงใช้งานไม่ได้คิดถึงการเปลี่ยนแปลงนี้ ข้อดีของทฤษฎีกำลังประลัยขององค์อาคาร คือเราไม่ต้องคำนึงถึงการคืบของคอนกรีต

2.2.1.4 ผู้ที่ออกแบบสามารถทราบความยืดตัวในโครงสร้างเมื่อใช้วิธีกำลังประลัย ความสามารถในการยืดตัวสูงเป็นคุณสมบัติที่ต้องการ ในกรณีโครงสร้างอยู่ในบริเวณที่เกิดแผ่นดินไหวหรือกรณีแรงกระแทกหรือแรงระเบิดกระทำต่อโครงสร้าง

2.2.1.5 ในด้านความประหยัดองค์อาคารที่ออกแบบโดยวิธีกำลังประลัยจะมีขนาดเล็กกว่าองค์อาคารที่ออกแบบด้วยวิธีหน่วยแรงใช้งาน

2.2.2 เงื่อนไขในการออกแบบโดยวิธีกำลังประลัย

การออกแบบโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก โดยวิธีกำลังเป็นวิธีที่เหมาะสมเนื่องจากผู้ออกแบบสามารถที่จะกำหนด load factor ได้แน่นอน อย่างไรก็ตามในระดับน้ำหนักบรรทุกปกติโครงสร้างอาจจะมีรอยร้าวเกิดขึ้นหรือองค์อาคารอาจมีการแอ่นตัวมากเกินไป การแตกร้าวเกิดจากเหล็กเสริมมีหน่วยแรงเกิดขึ้นมากเกินไป หรือการจัดเรียงเหล็กไม่ดีพอ การแอ่นตัวมากเกินไปเกิดขึ้นเนื่องจากความลึกขององค์อาคารไม่พอเพียง ในกรณีนี้กำลังขององค์อาคารมีกำลังมากพอที่จะต้านทานแรงกระทำประลัยได้ถ้าผู้ออกแบบใช้วัสดุที่มีกำลังสูง ดังนั้นเพื่อหลีกเลี่ยงสภาพที่ไม่ต้องการเหล่านี้ มาตรฐานการออกแบบได้กำหนดไว้ว่าให้ผู้ที่ทำการออกแบบต้องทำการตรวจสอบความกว้างของรอยร้าวและค่าการแอ่นตัวสูงสุดในองค์อาคารเมื่อ โครงสร้างมีแรงกระทำปกติในการวิเคราะห์เราใช้ทฤษฎี elastic เนื่องจากหน่วยแรงและความเครียดในส่วนต่างๆ ของโครงสร้างยังอยู่ในรูปเชิงเส้น

ในสหรัฐอเมริกามาตรฐานสถาบันคอนกรีตแห่งสหรัฐอเมริกาฉบับปี 1956 และ 1963 ได้กำหนดทางเลือกสำหรับวิธีการออกแบบคือให้เลือกได้ทั้งวิธีหน่วยแรงใช้งาน และวิธีกำลังประลัย ตั้งแต่ปี 1971 เป็นต้นมา มาตรฐานได้เน้นวิธีกำลังประลัยโดยกำหนดให้ตรวจสอบสภาพการใช้งานที่ระดับแรงกระทำปกติ

2.2.3 ข้อกำหนดความปลอดภัย

โครงสร้างหรือส่วนต่างๆ ของโครงสร้าง จะต้องมีกำลังมีสำรองสูงกว่าความสามารถที่จะต้านทานแรงกระทำปกติ ทั้งนี้เนื่องจากแรงกระทำเพิ่มหรือกำลังของวัสดุมีค่าต่ำกว่าที่ระบุ แรงกระทำเพิ่มในโครงสร้างเกิดจากสาเหตุหลายประการ เช่น ลักษณะการใช้งานของโครงสร้างต่างไปจากขณะออกแบบหรือการประเมินผลของแรงต่ำไป เนื่องจากสมมุติฐานต่างๆที่ใช้ในการวิเคราะห์โครงสร้างหรือเนื่องจากขั้นตอน และวิธีการก่อสร้างสำหรับกำลังวัสดุต่ำกว่าที่ระบุเป็นผลมาจากการบ่ายเบนของกำลังวัสดุ ความประณีตมิติ หรือการควบคุมงาน มาตรฐานของสถาบันคอนกรีตแห่งสหรัฐอเมริกาหรือ ACI code ได้พิจารณาข้อกำหนดความปลอดภัยในการออกแบบโครงสร้างโดยกำหนด factor สำหรับแรงกระทำเพิ่ม (U) และ factor สำหรับกำลังของวัสดุต่ำกว่าระบุ ϕ ในกรณีที่ไม่คำนึงถึงแผ่นดินไหว

$$U = 1.4DL + 1.7LL$$

โดยที่ U = แรงกระทำประลัยในโครงสร้าง (factored load)

DL = น้ำหนักบรรทุกคงที่ในสภาพปกติ (dead load)

LL = น้ำหนักบรรทุกจรในสภาพปกติ (live load)

ตัวคูณลดกำลัง (strength reduction factors: ϕ)

ค่า factor ϕ มีค่าแตกต่างกันตามลักษณะการต้านทานแรงภายในองค์อาคารและในการควบคุมคุณภาพสำหรับองค์อาคารที่ต้านทานแรงแต่ละประเภทไว้ต่างกัน โดยคำนึงถึงความสำคัญขององค์อาคารในโครงสร้าง และคุณสมบัติของวัสดุพื้นฐานที่ใช้ในองค์อาคารคอนกรีตเสริมเหล็กตลอดจนความยากง่ายในการควบคุมคุณภาพของการทำงาน ดังนี้

		ϕ
(1)	แรงดัด	0.90
(2)	แรงดึงตามแนวแกน	0.90
(3)	รับแรงเฉือนและแรงบิด	0.85
(4)	แรงอัดกรณีเสาเสริมเหล็กเกลียว	0.75

(5)	แรงอัดกรณีเสาเสริมเหล็กปอก	0.70
(6)	แรงกด	0.70
(7)	แรงอัดในคอนกรีตไม่เสริมเหล็ก	0.65

จะเห็นได้ว่าการคำนวณออกแบบโดยวิธีกำลังมีความปลอดภัย เพราะได้แยกพิจารณาความปลอดภัยไว้สองส่วนนั้นก็คือ เรื่องน้ำหนักบรรทุกที่มีตัวคูณเพิ่มค่าและเรื่องการควบคุมคุณภาพโดยการใช้ตัวคูณลดกำลัง เมื่อรวมผลรวมของ factor U และ ϕ องค์อาคารที่ออกแบบจะต้องมีกำลังสำรองหรือกำลังเพิ่มเป็น U/ϕ เท่าของกำลังใช้งาน ค่าอัตราส่วน U/ϕ คือระดับ factor ความปลอดภัยในการออกแบบโดยวิธีกำลังประลัย

2.2.4 ข้อกำหนดทั่วไปสำหรับการออกแบบคาน

<u>การโก่งตัวของคาน และความลึกของคาน</u>

การโก่งของคาน(deflection)ไม่ควรมากกว่า L/360 ความลึกของคานเมื่อคำนึงถึงระยะการโก่งตัวของคาน ควรไม่น้อยกว่า

สำหรับ	h_{min}
คานช่วงเดียว	L/16
คานต่อเนื่องปลายเดียว	L/18.5
คานต่อเนื่องสองปลาย	L/21
คานยื่น	L/8

L คือ ความยาวคาน (ม.)

ในการออกแบบให้กำหนดความลึกของคานโดยมีค่าประมาณ 10% ของช่วงคาน (span) และ ค่าอัตราส่วน b/d ที่เหมาะสมควรอยู่ระหว่าง $\frac{1}{3}$ ถึง-$\frac{2}{3}$

<u>การจัดเหล็กเสริมในคาน</u>

ระยะห่างระหว่างเหล็กเสริมหลักต้องไม่น้อยกว่า 2.5 ซ.ม. หรือไม่น้อยกว่า 4/3 เท่าของขนาดใหญ่สุดของกรวดหรือหินผสม หรือต้องไม่แคบกว่าขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของเหล็กเส้นนั้นๆ เหล็กเส้นที่อยู่ชั้นบนกรณีมีการเสริมเหล็กตั้งแต่สองชั้นขึ้นไป เหล็กเส้นที่อยู่ชั้นบนต้องมีระยะเรียงอยู่ในแนวเดียวกับเหล็กเส้นที่อยู่ด้านล่าง

ปริมาณเหล็กเสริมในคาน

ปริมาณเหล็กเสริมน้อยที่สุดเท่ากับ $\rho_{min} = Max\left(\frac{0.794\sqrt{f'_c}}{f_y}, \frac{14}{f_y}\right)$

ปริมาณเหล็กเสริมมากที่สุดเท่ากับ $\rho_{max} = 0.75\,\rho_b$

$$\rho_b = \frac{0.85\beta_1 f'_c(6120)}{f_y(6120+f_y)}$$

นั้นคือ $\max \frac{0.794\sqrt{f'_c}}{f_y}, \frac{14}{f_y} \leq$ ปริมาณเหล็กเสริมที่ใช้ $\geq 0.75\rho_b$ และอีกทางเลือกหนึ่งสำหรับเหล็กเสริมน้อยที่สุด คือเนื้อที่ของเหล็กเสริมที่ใช้ทุกหน้าตัดสำหรับโมเมนต์บวกหรือโมเมนต์ ลบ ต้องมีค่าไม่น้อยกว่า 1.33 เท่าของค่าที่วิเคราะห์ได้

คอนกรีตที่หุ้มเหล็กเสริม

ระยะหุ้มคอนกรีตหมายถึง ระยะที่วัดจากผิวคอนกรีตถึงผิวนอกสุดของเหล็กปลอกเดี่ยวเหล็กปลอกเกลียวหรือเหล็กลูกตั้ง ในกรณีไม่มีเหล็กดังกล่าวให้วัดถึงผิวนอกของเหล็กเส้นที่อยู่นอกสุด

กรณีหล่อในที่

ระยะหุ้มคอนกรีตที่ต่ำสุดสำหรับเหล็กเสริมให้เป็นไปตามข้อกำหนดดังนี้

	ระยะหุ้มต่ำสุด(ซ.ม.)
1).คอนกรีตที่หล่อติดกับดิน และผิวคอนกรีตสัมผัสกับดินตลอดเวลา	7.5
2).คอนกรีตที่สัมผัสดินหรือถูกแดดฝน	
-สำหรับเหล็กเส้นขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางใหญ่กว่า 16 มม.	5.5
-สำหรับเหล็กเส้นขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 16 มม. และเล็กกว่า	4.0
3).คอนกรีตที่ไม่สัมผัสดินหรือไม่ถูกแดดฝน สำหรับ เหล็กลูกตั้งในคาน	3.0

-การเลือกใช้ระยะหุ้มคอนกรีตต้องพิจารณาสิ่งเหล่านี้ให้ดี

วิธีการวิเคราะห์โครงสร้าง

ในการวิเคราะห์โครงสร้างอาคารหรือการก่อสร้างอย่างต่อเนื่อง ต้องคำนวณและออกแบบเพื่อรับน้ำผลกระทบสูงสุดที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุกที่คูณด้วยตัวคูณแล้ว ตามด้วยการวิเคราะห์โดยทฤษฎี elastic แล้วตามมาตรฐาน ว.ส.ท. ได้อนุญาตให้ใช้การวิเคราะห์โดยวิธีการประมาณแทนการวิเคราะห์อย่างละเอียด ในการคำนวณออกแบบคานต่อเนื่องอนุญาตให้หาค่าโมเมนต์และแรงเฉือนโดยวิธีการประมาณได้ โดยมีเงื่อนไขว่า

1). คานมีตั้งแต่ 2 ช่วงขึ้นไป

2). คานมีช่วงยาวเท่ากันโดยประมาณ โดยมีความยาวช่วงยาวยาวกว่าช่วงสั้นที่อยู่ติดกันได้ไม่เกินร้อยละ 20

3). รับน้ำหนักบรรทุกแผ่กระจายสม่ำเสมอเต็มช่วงองค์อาคาร

4). น้ำหนักบรรทุกจรไม่มากกว่าน้ำหนักบรรทุกคงที่เกิน 3 เท่า

5.) หน้าตัดคานคงที่ตลอดช่วง

โมเมนต์บวก

คานช่วงนอก :

-ปลายไม่ยึดรั้งกับที่รองรับ $wl^2/11$

-ปลายหล่อเป็นเนื้อเดียวกับที่รองรับ $wl^2/14$

คานช่วงใน : $wl^2/16$

โมเมนต์ลบที่ขอบนอกของที่รองรับตัวในแรก

-เมื่อมีช่วงต่อเนื่องกัน 2 ช่วง $wl^2/9$

-เมื่อมีช่วงต่อเนื่องกันมากกว่า 2 ช่วง $wl^2/10$

โมเมนต์ลบที่ขอบของที่รองรับตัวอื่น ๆ $wl^2/11$

โมเมนต์ที่ขอบในของที่รองรับตัวริมและหล่อเป็นเนื้อเดียวกันกับที่รองรับ

-เมื่อที่รองรับเป็นคานขอบ $wl^2/24$

-เมื่อที่รองรับเป็นเสา $wl^2/16$

แรงเฉือนที่ขอบของที่รองรับตัวในแรก ๆ $1.15wl^2/2$

แรงเฉือนที่ขอบของที่รองรับตัวอื่น ๆ $wl^2/2$

เมื่อ w คือ น้ำหนักต่อหน่วยความยาวของคานหรือต่อหน่วยพื้นที่

l คือ ระยะช่วงคานภายใน(clear span)สำหรับหาโมเมนต์บวกและแรงเฉือนและเท่ากับผลเฉลี่ยของระยะช่วงคานภายในสองช่วงติดกันสำหรับโมเมนต์ลบ

2.3 การออกแบบคานต่อเนื่องคอนกรีตเสริมเหล็ก โดยวิธีกำลัง

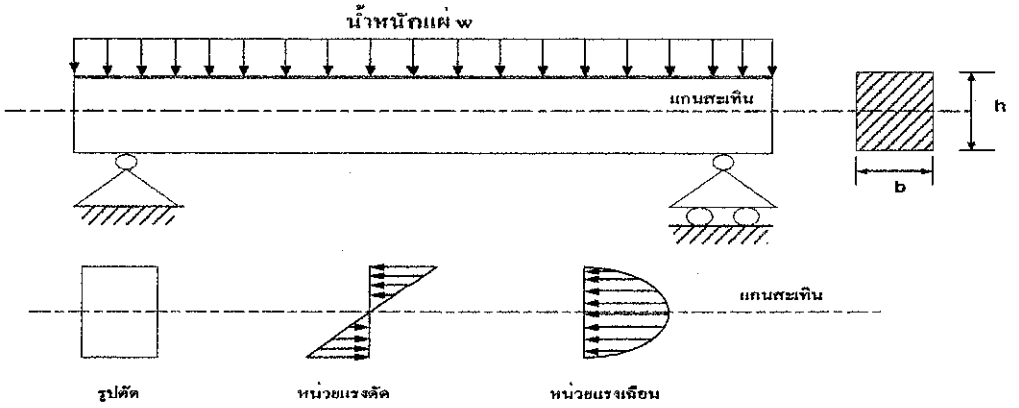
คานต่อเนื่องคือคานคอนกรีตเสริมเหล็กที่หล่อเป็นเนื้อเดียวกัน มีช่วงคานมากกว่าสองช่วงขึ้นไปซึ่งจัดว่าเป็นโครงสร้าง indeterminate ในการวิเคราะห์โครงสร้างใช้วิธี moment distribution, slope – deflection, three – moment การวิเคราะห์ดังกล่าวค่อนข้างที่จะยุ่งยาก และซับซ้อนเพราะว่าต้องจัดวางน้ำหนักบรรทุกเพื่อให้ได้โมเมนต์และแรงเฉือนมากที่สุด ดังนั้นมาตรฐาน ACI code

หรือ ว.ส.ท. ได้กำหนดสัมประสิทธิ์ของโมเมนต์ดัด และแรงเฉือนที่มากที่สุดในการวิเคราะห์คานต่อเนื่องจึงทำให้การวิเคราะห์คานต่อเนื่องง่ายยิ่งขึ้น ถ้าเราให้ขนาดของคานต่อเนื่องเท่ากันตลอดจะเห็นว่าโมเมนต์ลบที่ขอบของที่รองรับจะมีค่ามากกว่าโมเมนต์บวกที่กึ่งกลางคาน ดังนั้นโมเมนต์ลบจึงเป็นตัวกำหนดหน้าตัดของคาน

การคำนวณการออกแบบคานต่อเนื่อง เพื่อให้ได้โมเมนต์ดัดตามที่ต้องการจะต้องพิจารณาโมเมนต์ดัดที่กึ่งกลางคานและที่ขอบของที่รองรับ สำหรับที่ขอบของที่รองรับ ที่ต้องรับโมเมนต์ลบจะออกแบบเป็นคานรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่อาจมี หรือไม่มีเหล็กเสริมรับแรงอัดด้วย ทั้งนี้ก็ขึ้นอยู่กับขนาดหน้าตัดที่ใช้ส่วนที่กึ่งกลางช่วงคานซึ่งรับโมเมนต์บวก อาจพิจารณาออกแบบเป็นคานรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าหรือคานรูปตัวทีและอาจมีเหล็กเสริมรับแรงอัดด้วยก็ได้ ในการเขียนโปรแกรมออกแบบคานต่อเนื่องนี้ คณะผู้จัดทำได้ทำการวิเคราะห์โครงสร้างโดยวิธีสัมประสิทธิ์ในการหาโมเมนต์ดัดและแรงเฉือนสูงสุด โดยที่กำหนดให้ทั้งหน้าตัดที่ขอบของที่รองรับและที่กึ่งกลางคานเราจะให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเพราะจะได้ง่ายในการออกแบบให้เป็นไปในทางเดียวกัน

2.3.1 พฤติกรรมการรับโมเมนต์ดัด

ถ้าคานช่วงเดียวที่ทำด้วยวัสดุเนื้อเดียวกันและมีคุณสมบัติยืดหยุ่นรับน้ำหนักบรรทุกใช้งานสม่ำเสมอ ที่หน้าตัดใด ๆ สามารถที่จะคำนวณหาค่าของหน่วยแรงดัด ($f = M_y / I$) และค่าของหน่วยแรงเฉือน ($v = VQ/Ib$) ได้ ตามหลักวิชากำลังวัสดุ โดยมีการกระจายตัวของหน่วยแรงดัดและหน่วยแรงเฉือนในช่วง elastic ดังรูปที่2.1 ซึ่งจากรูปจะเห็นว่าหน่วยแรงดัดจะมีค่ามากที่สุดที่หลังคานและใต้ท้องคาน และมีค่าเป็นศูนย์ที่แนวแกนสะเทิน และจะเห็นได้อีกว่าถ้าหากเป็นคานรูปสี่ เหลี่ยมผืนผ้าหน่วยแรงเฉือนจะกระจายเป็นแบบโค้งพาราโบลาโดยมีค่าเป็นศูนย์ที่ผิวบน และผิวล่างของคานและมีค่ามากที่สุดที่แนวแกนสะเทิน



รูปที่ 2.1 แสดงหน่วยแรงดัดและหน่วยแรงเฉือนบนหน้าตัดคานเมื่อมีน้ำหนักแผ่ w มากระทำ

นั่นคือ ที่ตำแหน่งหน้าตัดใดๆของคานจะมีทั้งหน่วยแรงดัดและแรงเฉือนมากระทำรวม กันเสมอ ซึ่งคานอาจจะเกิดการวิบัติเนื่องจากโมเมนต์ดัดหรือแรงเฉือนก็ได้ ในที่นี้เราจะพิจารณาเฉพาะพฤติกรรมของคานคอนกรีตเสริมเหล็กช่วงเดียว ที่รูปตัดคานเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและมีเหล็กเสริมรับแรงดึงเพียงอย่างเดียว สมมุติให้คานมีช่วงคานที่ยาวมาก และให้น้ำหนักกระทำผ่านศูนย์กลางของแรงเฉือนเพื่อหลีกเลี่ยงการวิบัติเนื่องมาจากแรงเฉือน

ในขณะที่คานยังไม่ได้รับน้ำหนักบรรทุกใดๆ จะสมมุติว่าคานยังไม่มีการแอ่นหรือโก่งตัว และคอนกรีตในด้านที่รับแรงดึงยังไม่เกิดรอยร้าวแต่อย่างใด แต่อาจจะเกิดรอยร้าวบ้างจากการหดตัวของคอนกรีต แต่ก็ไม่สามารถมองเห็นด้วยตาเปล่าได้

เมื่อคานเริ่มรับน้ำหนักบรรทุกหรือแรงกระทำคานจะเริ่มโก่งตัวเนื่องจาก โมเมนต์ดัดในลักษณะที่หลังคานถูกอัดและ ที่ใต้ท้องคานถูกดึงหากหน่วยแรงดึงสูงสุดในคอนกรีตใต้ท้องคานมีค่าน้อยและต่ำกว่ากำลังต้านทานแรงดึงของคอนกรีต(โมดูลัสของการแตกร้าว $f_r = 2.0\sqrt{f'_c}$ กก./ซม^2.) ดังนั้นทั้งหน้าตัดทั้งหมดของคานคอนกรีตในคานจึงสามารถรับได้ทั้งหน่วยแรงดึง และหน่วย แรง อัดที่อยู่ใต้และเหนือแกนสะเทินโดยที่เหล็กเสริมมีการยืดหดตัวเท่ากับการยืดหดตัวของคอนกรีตที่อยู่ตำแหน่งเดียวกันที่สภาวะนี้คานยังไม่เกิดรอยร้าว การกระจายตัวของหน่วยการยืดหดตัว บนคานคอนกรีตเสริมเหล็กจะเป็นแบบเส้นตรง และมีค่าสัดส่วนโดยตรงกับระยะที่ห่างจากแนว แกนสะเทิน ส่วนการกระจายของหน่วยแรงจะเป็นสัดส่วนเดียวโดยตรงกับหน่วยการยืดหดตัว ตามกฎของฮุค

เมื่อคานรับรับน้ำหนักบรรทุกมากขึ้น จนทำให้หน่วยแรงดึงในคอนกรีตใต้ท้องคานมีค่าเท่ากับหรือมากกว่าความต้านทานแรงดึงของคอนกรีต คอนกรีตจะเริ่มการร้าวเนื่องจากโมเมนต์ดัดแตกร้าว (cracking moment) รอยร้าวเนื่องจากแรงดัด (flexural cracks) จะมีแนวตั้งฉากกับความยาวของคานที่บริเวณกลางคานและจะมีแนวเฉียงที่บริเวณปลายคาน ตรงบริเวณรอยร้าวนี้ตำแหน่งของแนวแกนสะเทินจะขยับสูงขึ้น รอยร้าวที่เกิดขึ้นยังไม่สามารถมองเห็นได้ด้วยตาเปล่าสำหรับพฤติกรรมของคานในช่วงเป็นแบบ elastic

แต่ถ้าคานรับน้ำหนักบรรทุกเพิ่มขึ้น หน่วยแรงต่างๆ บนหน้าตัดคานจะเพิ่มมากขึ้น ทำให้เหล็กเสริมมีการยืดตัวเพิ่มขึ้น รอยร้าวมีมากขึ้น กว้างขึ้น และขยับตัวสูงขึ้น ทำให้แนวแกนสะเทินสูงขึ้น ทำให้หน่วยแรงต่างๆ บนหน้าตัดคานมีค่าเพิ่มมากขึ้นจนไม่เป็นสัดส่วนกับหน่วยการยืด-หดตัวที่เพิ่มมากขึ้น คานเริ่มมีพฤติกรรมแบบไม่ยืดหยุ่น(inelastic)ก่อนที่จะเกิดการวิบัติเมื่อรับน้ำหนักบรรทุกสูงสุด ซึ่งเรียกว่าน้ำหนักบรรทุกประลัย (ultimate load)

2.3.2 ลักษณะการวิบัติของคานคอนกรีตเสริมเหล็ก

ลักษณะการวิบัติของคานคอนกรีตเสริมเหล็กจะเกิดได้ 2 แบบ คือ

1. การวิบัติแบบแรงดึงเป็นหลัก(tension failure) คือ การวิบัติที่เกิดจากเหล็กเสริมถูกดึงจนถึงจุดครากก่อน(yielding failure)ที่ด้านรับแรงดึงแล้วคอนกรีตถูกอัดแตกหรือระเบิดออกตามมา

2. การวิบัติแบบแรงอัดเป็นหลัก(compression failure) คือการวิบัติที่คอนกรีตถูกอัดแตกหรือระเบิดออกก่อน(crushing failure) ที่ด้านรับแรงอัดโดยที่เหล็กเสริมถูกดึงแต่ยังไม่ถึงจุดคราก ลักษณะการวิบัติทั้งสองแบบขึ้นอยู่กับปริมาณเหล็กเสริมที่ใช้ในคาน

1. ถ้าปริมาณเหล็กเสริมรับแรงดึงน้อยกว่าปริมาณเหล็กเสริมที่สภาวะสมดุล ($\rho<\rho_b$) เรียกว่า under reinforce concrete beam เหล็กเสริมในคานคอนกรีตเสริมเหล็กจะถูกดึงให้ถึงจุดครากก่อนเสมอ ($\varepsilon_s = \varepsilon_y$) การกระจายตัวของหน่วยแรงอัดในคอนกรีตเริ่มไม่เป็นเส้นตรงส่วนโมเมนต์ดัดที่ทำให้เหล็กเสริมเริ่มครากเรียกว่า โมเมนต์ที่จุดคราก (yielding moment) เมื่อเพิ่มน้ำหนักบรรทุกเพิ่มมากขึ้น โมเมนต์ที่กระทำมีค่ามากขึ้นทำให้เหล็กเสริมยืดตัวมากขึ้น ในขณะที่แรงดึงในเหล็กเสริมมีค่าคงที่คือ $T = A_s f_y$ ส่งผลให้ระยะช่วงแขนของโมเมนต์บนหน้าตัดต้องมีค่าเพิ่มมากขึ้น เพื่อให้สามารถต้านทานโมเมนต์ที่เพิ่มมากขึ้น และในขณะที่แรงอัดในคอนกรีตมีค่าเท่ากับแรงดึงในเหล็กเสริมตามหลักสมดุลของแรงแต่พื้นที่ที่รับแรงอัดน้อยลง เนื่องจากมีการขยับตัวของแนวแกนสะเทินสูงขึ้นจึงทำให้หน่วยแรงอัดในคอนกรีตมีค่าเพิ่มมากขึ้น และหน่วยการหดตัวมีค่าเพิ่มมากขึ้น ดังนั้นการกระจายของหน่วยแรงไม่เป็นสัดส่วนกับค่าหน่วยการหดตัวอีกต่อไป รอยร้าวจะปรากฏมากขึ้นจนเริ่มสังเกตได้ด้วยตาเปล่าและจะขยับสูงขึ้นคานจึงแอ่นตัวมากยิ่งขึ้นซึ่งมันก็เป็นเครื่องเตือนให้ทราบล่วงหน้าว่าการวิบัติกำลังจะตามมา

2. ถ้าปริมาณเหล็กเสริมมากกว่าปริมาณเหล็กเสริมที่สภาวะสมดุล ($\rho>\rho_b$) หรือใช้เหล็กเสริมที่มีกำลังจุดครากสูงมาก เรียกว่า over reinforced concrete beam การวิบัติโดยที่คอนกรีตจะถูกอัดแตกหรือระเบิดก่อนโดยที่คอนกรีตมีหน่วยการหดตัวสูงสุดประมาณ 0.003– 0.004 มม. / มม. ก่อนที่เหล็กเสริมจะเริ่มคราก ซึ่งเป็นการวิบัติโดยเฉียบพลันโดยไม่มีการเตือนโดยล่วงหน้าก่อน จัดว่าเป็นอันตรายมากต่อชีวิตและทรัพย์สิน

3. ที่สภาวะสมดุลการวิบัติของคาน จะเกิดในลักษณะที่เหล็กเสริมถูกดึงถึงจุดครากพร้อมกันกับคอนกรีตถูกอัดแตกโดยที่คอนกรีตมีหน่วยของการหดตัวที่ 0.003 มม. /มม. การวิเคราะห์และคำนวณออกแบบคาน โดยวิธีกำลังจะอาศัยพฤติกรรมการรับน้ำหนักของคานคอนกรีตเสริมเหล็กที่สภาวะก่อนเกิดการวิบัติ ส่วนการพิจารณาออกแบบโดยใช้เหล็กเสริมต่ำกว่าอัตราส่วนที่สภาวะสมดุลเพื่อให้คานมีพฤติกรรมแบบเหนียวก่อนเกิดการวิบัติ

2.3.3 หลักเกณฑ์ในการคำนวณออกแบบโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก โดยวิธีกำลัง

2.3.3.1 กำลังที่ใช้ในการออกแบบ (design strength) ต้องมากกว่าหรือเท่ากับกำลังที่ต้องการ (required strength) เพื่อจะไม่ให้ส่วนของโครงสร้างเกิดภาวะวิบัติเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกที่เพิ่มค่าแล้ว (U)

- กำลังที่ใช้ในการออกแบบ(design strength) คือกำลังรับประลัยของส่วนโครง สร้าง ที่คำนวณได้จากข้อสมมุติฐาน (M_n, normal strength) และได้ถูกลดค่าลงโดยการคูณด้วยตัวคูณลดกำลัง (strength reduction factors ; ϕ) โดยถือว่าเป็นการสำรองกำลังต้านทาน ของส่วนโครงสร้างอย่างหนึ่ง

- กำลังที่ต้องการ (required strength) คือกำลังส่วนที่โครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กต้องรับหรือต้านทาน เช่น โมเมนต์ดัดประลัย (M_u), แรงอัดประลัย (P_u), แรงเฉือนประลัย (Vu) หรือว่าแรงประลัยต่างๆ ได้มาจากการวิเคราะห์โครงสร้างโดยวิธ elastic เมื่อส่วนของโครงสร้างรับน้ำหนักบรรทุกที่เพิ่มค่าแล้วหรือเรียกว่าน้ำหนักบรรทุกประลัย

<u>ตัวอย่าง</u>

$$\phi M_n \geq M_u$$
$$\phi V_n \geq V_u$$
$$\phi P_n \geq P_u$$

2.3.3.2 ในภาวะที่ส่วนโครงสร้างนั้นรับน้ำหนักบรรทุกใช้งาน ค่าการโก่งตัวหรือความกว้างของรอยร้าว เนื่องจากโมเมนต์ดัด (flexural crack) ต้องไม่มากกว่าพิกัดที่กำหนดจากมาตรฐาน ว.ส.ท. ข้อที่ 4205 หน้าที่ 38

ตารางที่ 2.1 จาก ว.ส.ท. 4205 (ก) –ความหนาต่ำสุดของคานหรือแผ่นพื้นทางเดียว ในกรณีที่ไม่มีการคำนวณหาระยะแอ่น

ความหนาต่ำสุด , h_{min}

องค์อาคาร	ช่วงเดียว ธรรมดา	ปลายต่อเนื่อง ปลายเดียว	ปลายต่อเนื่อง ทั้งสองปลาย	ปลายยื่น
แผ่นพื้นตันทางเดียว	*l*/20	*l*/24	*l*/28	*l*/10
คานหรือแผ่นพื้นตงถี่ทางเดียว	*l*/16	*l*/18.5	*l*/21	*l*/8

* *l* คือความยาวช่วงคาน

ในการคำนวณและออกแบบถ้าใช้ค่าในตารางเป็นความหนาหรือว่าความลึกต่ำสุดแล้ว โดยไม่ต้องคำนวณหาระยะแอ่นตัว ที่สามารถสร้างความเสียหายแก่องค์อาคารได้

2.3.3.3 สมมุติฐานในการออกแบบโดยวิธีกำลังเบื้องต้น

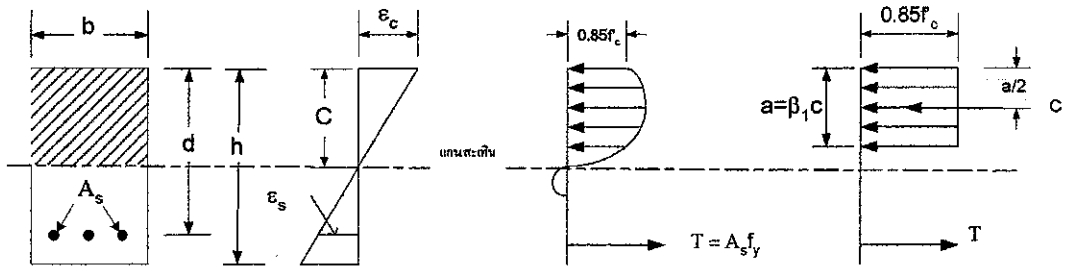
- ระนาบรูปตัดยังคงเป็นระนาบก่อนและหลังการรับแรงดัด คือ ว่าการกระจายตัวขอหน่วยการ ยืด – หดตัวในคอนกรีต เป็นสัดส่วนโดยตรงกับระยะที่ห่างจากแกนสะเทิน
- การยึดเหนี่ยวระหว่างคอนกรีตกับเหล็กเป็นไปอย่างสมบูรณ์
- หน่วยแรงสูงสุดและหน่วยการยืด – หดตัวสูงสุดไม่เป็นสัดส่วนกัน
- ไม่คิดกำลังต้านทานแรงดึงของคอนกรีตที่อยู่ใต้แกนสะเทิน
- การแผ่กระจายของหน่วยแรงอัดในคอนกรีตก่อนเกิดการวิบัติอาจเป็นรูปแบบใดก็ได้ ที่สามารถคาดหมายกำลังต้านทานสูงสุดของโครงสร้างได้ใกล้เคียงกับผลการทดสอบ แต่หน่วยการหดตัวสูงสุดของคอนกรีตต้องไม่เกิน 0.003 มม./มม.
- ให้ความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงกับหน่วยการยืด และการหดตัวของเหล็กเสริมเป็นแบบ elastic plastic โดยสมบูรณ์ ซึ่งหน่วยแรงดึงหรือหน่วยแรงอัดสูงสุดของเหล็กเสริมมีค่า

เท่ากับกำลังที่จุดคราก f_y มาตรฐาน ว.ส.ท. ยอมให้ใช้ได้ไม่เกิน 5600 กก./ซม^2. และโมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็กเสริมมีค่าเท่ากับ 2.04×10^6 กก./ซม^2.

2.3.3.4 สมมุติฐานของการวิเคราะห์หากำลังต้านทานโมเมนต์ดัด

- ระนาบรูปตัด ยังคงเป็นระนาบทั้งก่อนและหลังการรับแรงดัดนั่นหมายความว่าการกระจายของหน่วยการยืด-หดตัวบนหน้าตัดเป็นสัดส่วนโดยตรงกับระยะที่ห่างจากแนวแกนสะเทิน
- การยึดเหนี่ยวระหว่างคอนกรีตกับเหล็กเสริมเป็นไปอย่างสมบูรณ์ นั่นคือหน่วยการยืดตัวในเหล็กเสริมมีค่าเท่ากับหน่วยการยืดตัวของคอนกรีต ณ ตำแหน่งเดียวกัน
- ให้ความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงอัดกับหน่วยการหดตัวของคอนกรีต นั้นเป็นสัดส่วนโดยตรงเมื่อหน่วยแรงอัดในคอนกรีต (f'_c) ที่เกิดขึ้นมีค่าน้อยกว่า $0.50f'_c$ (โดยประมาณ) แต่ความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงอัดกับหน่วยการหดตัวของคอนกรีต ที่สภาวะก่อนเกิดการวิบัติไม่เป็นสัดส่วนกัน และให้หน่วยการหดตัวสูงสุดของคอนกรีตเท่ากับ 0.003 มม./มม.
- ให้ความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงดึง กับหน่วยการยืดตัวของเหล็กเสริมเป็นสัดส่วนโดยตรงเมื่อหน่วยการยืดตัว (ε_s) มีค่าไม่เกินหน่วยการยืดตัวที่จุดคราก (ε_y) โดยเหล็กเสริมมีค่าโมดูลัสยืดหยุ่นเท่ากับ 2.04×10^6 กก./ซม^2.และมีหน่วยแรงดึงสูงสุดเท่ากับกำลังที่จุดคราก f_y

2.3.4 กำลังต้านทานโมเมนต์ดัดสูงสุด



(ก) รูปตัดคาน (ข) การกระจายของหน่วยยืด-หดตัว (ค) การกระจายของหน่วยแรง (ง) หน่วยแรงภายในหน้าตัด

รูปที่ 2.2 แสดงหน่วยแรงต่างๆของกำลังต้านทานโมเมนต์ดัดสูงสุดบนหน้าตัดคาน

C = ระยะที่วัดตั้งฉากจากผิวที่มีหน่วยการหดตัวสูงสุดถึงแนวแกนสะเทิน

$a = \beta_1 C$

จากผลการทดสอบพบว่าการกระจายตัวของหน่วยแรงอัดจริงของคอนกรีต ในส่วนโครงสร้างที่สภาวะก่อนเกิดการวิบัติเป็นรูปโครงพาราโบลาดังแสดงในรูป 1(ค) โดยมีหน่วยแรงอัดสูงสุดในคอนกรีตประมาณ $0.85f'_c$ แต่การคำนวณหาแรงอัดทั้งหมดค่อนข้างยาก เพื่อให้การคำนวณเป็นเรื่องง่าย จึงพิจารณาการแผ่กระจายของหน่วยแรงอัดในคอนกรีตก่อนเกิดการวิบัติเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเทียบเท่าตามข้อเสนอของ Whitney

ค่า β_1 กำหนดให้

$$\beta_1 = \begin{cases} 0.85 & f'_c \le 280 \text{ กก./ซม}^2. \\ 0.85 - \dfrac{0.05(f'_c - 280)}{70} & 280 < f'_c \le 560 \text{ กก./ซม}^2. \\ 0.85 & f'_c \ge 560 \text{ กก./ซม}^2. \end{cases}$$

โดยที่ค่า β_1 จะเท่ากับ 0.85 สำหรับค่า $f'_c < 280$ กก./ซม^2. และจะลดลงอย่างคงที่ที่อัตรา 0.05 ต่อ 70 กก./ซม^2. สำหรับคอนกรีตที่มีค่าสูงกว่า 280 กก./ซม^2. แต่ β_1 ต้องไม่น้อยกว่า 0.65 พิจารณารูปที่ 2.2 balance design คือสภาวะที่คานรับน้ำหนักภายนอก เต็มที่แล้วหน่วยการหดตัวสูงสุดของคอนกรีตเท่ากับ 0.003 มม./มม. และเหล็กเสริมมีหน่วยการยืดตัว $\varepsilon_s = \varepsilon_y$ นั่นคือ $f_s = f_y$

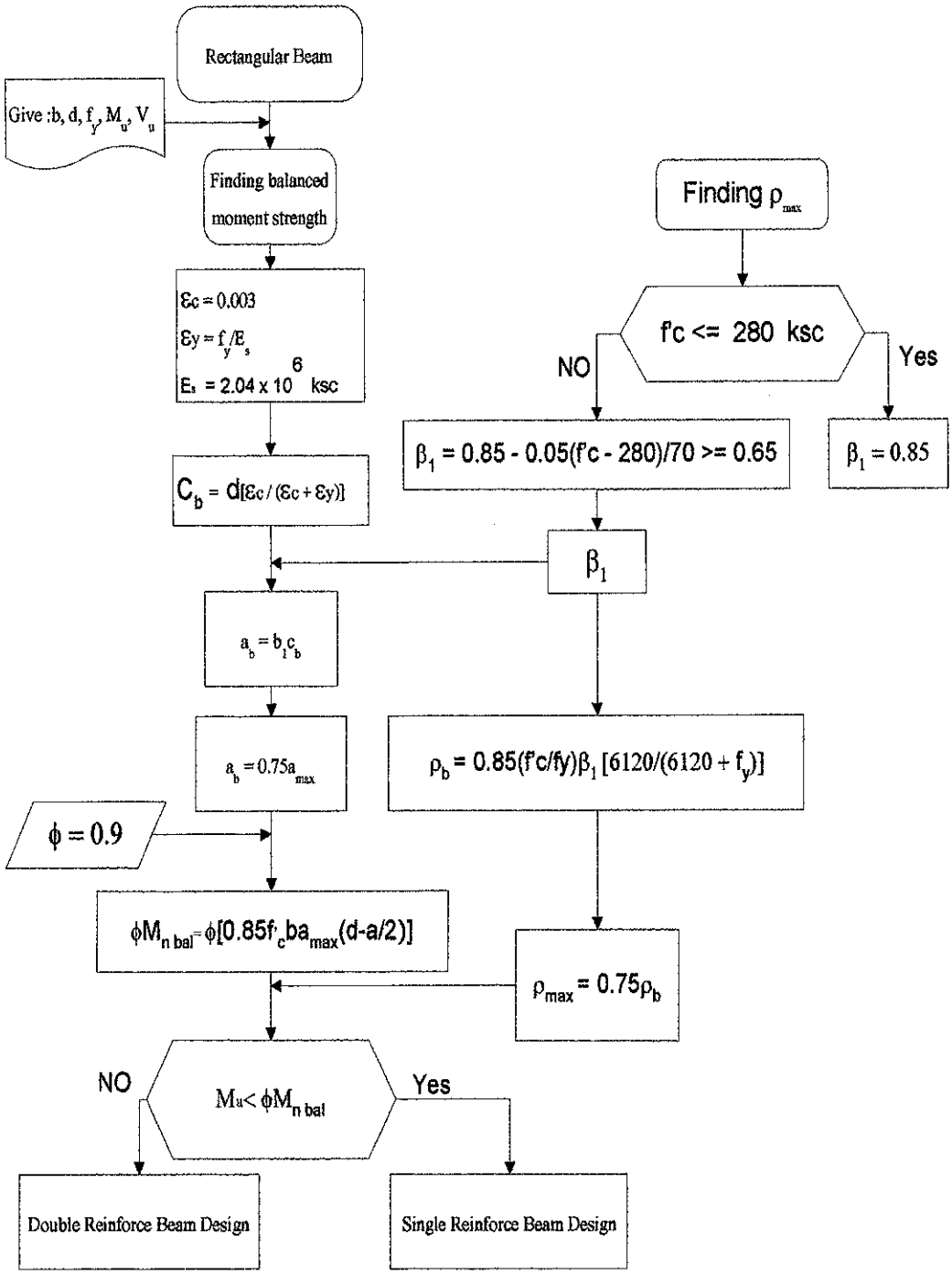
กำหนดให้ $\rho = A_s/bd$ ดังนั้น ρ ที่ตำแหน่งสมดุล คือ $\rho_b = A_s/bd$ จะได้ว่า

$$\rho_b = \beta_1 \left[\frac{0.85 f'_c}{f_y} \right] \left[\frac{0.003}{\left(0.003 + f_y\right)/E_s} \right]$$

ถ้าค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็กเสริม $E_s = 2.04 \times 10^6$ กก./ซม.^{2} จะได้ว่า

$$\rho_b = \beta_1 \left[\frac{0.85 f'_c}{f_y} \right] \left[\frac{6120}{\left(6120 + f_y\right)} \right]$$

ในการคำนวณออกแบบคานที่เหล็กเสริมรับแรงดึง(single reinforce beam)หรือคานที่เหล็กเสริมช่วยในการรับแรงอัดและแรงดึง (double reinforce beam) มาตรฐาน ACI code หรือ ว.ส.ท.ได้กำหนดค่าสูงสุดของอัตราส่วนของเหล็กเสริมรับแรงดึง ρ ต้องไม่น้อยกว่า $0.75\rho_b$



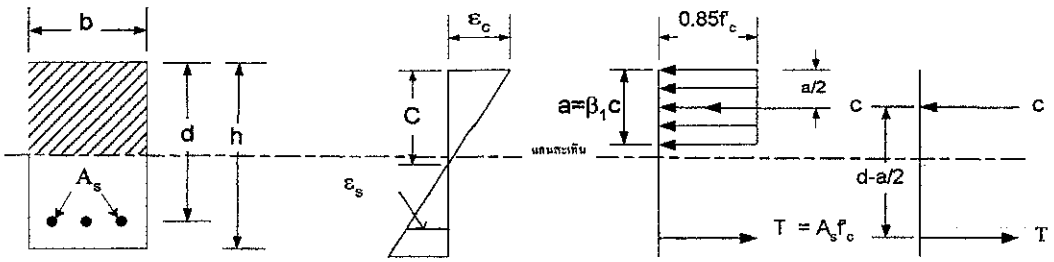
รูปที่ 2.3 แสดงขั้นตอนการหาโมเมนต์คัดของคานที่สภาวะสมดุล

เพื่อควบคุมให้การวิบัติของคานเกิดที่ด้านแรงดึงอย่างเดียวโดยที่เหล็กเสริมจะถูกดึงจนถึงกำลังที่จุดครากก่อนซึ่งทำให้คานมีความเหนียวมากพอก่อนที่จะวิบัติ

$$\rho_{max} \leq 0.75\,\rho_b$$

และปริมาณเหล็กเสริมน้อยที่สุด $\rho_{min} = 14/f_y$ หรือ $0.794\,f_c'/f_y$ โดยปริมาณเหล็กเสริมที่เราใช้ในการออกแบบต้องตรวจสอบว่าไม่มากกว่า ρ_{max} และไม่น้อยกว่าหรือเท่า $\rho_{min} = 14/f_y$ หรือ $0.794f_c'/f_y$ (ρ_{min} ทั้งสองค่าเลือกค่าที่มากที่สุด)

2.3.5 การออกแบบคานแบบ (single reinforce beam)



(ก) รูปตัดคาน (ข) การกระจายของหน่วยยืด-หดตัว (ค) การกระจายของหน่วยแรง (ง) หน่วยแรงภายในหน้าตัด

รูปที่ 2.4 แสดงขั้นตอนการหาโมเมนต์ดัดของคานที่สภาวะสมดุล

การออกแบบคานรูปตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้ารับแรงดึงอย่างเดียว

จากรูปที่ 2.4 (ง) $C = T$, $C = 0.85f_c'ba$ และ $T = A_sf_y$

$$0.85f_c'ab = A_sf_y$$

จะได้

$$a = \frac{\rho f_y d}{0.85f_c'}$$

จาก $\rho = \frac{As}{bd}$ ดังนั้น

$$a = \frac{\rho f_y d}{0.85f_c'}$$

หรือจะ Take moment รอบแรง

Take moment ที่ T $M_n = C(d-\frac{a}{2}) = 0.85f'_c ab(d-\frac{a}{2})$

Take moment ที่ C $M_n = T(d-\frac{a}{2}) = A_s f_y(d-\frac{a}{2})$

หรือว่าหาโมเมนต์รอบแรงคอนกรีต

ถ้าเราให้ $\omega = \frac{\rho f_y}{f'_c}$ จะได้ $a = \frac{\omega d}{0.85}$

จาก $M_n = C(d-\frac{a}{2}) = 0.85f'_c ab(d-\frac{a}{2})$

เมื่อแทนค่า a จะได้ว่า $M_n = f'_c bd^2\omega(1-0.59\omega)$

หรือว่าหาโมเมนต์รอบเหล็กเสริม

$$M_n = T(d-\frac{a}{2}) = A_s f_y(d-\frac{a}{2})$$

$$M_n = \rho f_y bd^2\left[1-\frac{0.59f_y}{f'_c}\right]$$

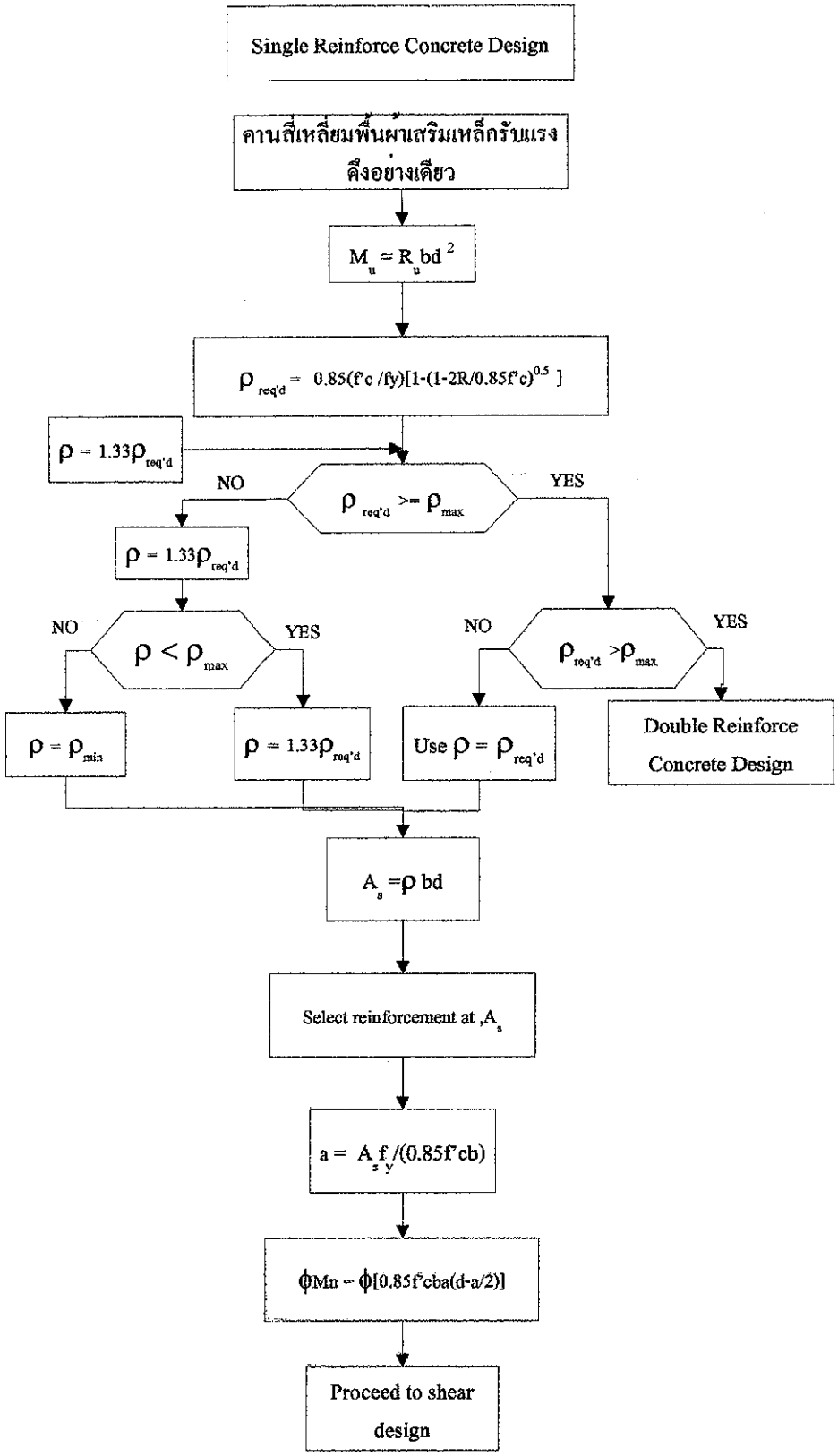
หรือว่า $M_n = R_u bd^2$

โดยที่ $R_u = \rho f_y\left[1-\frac{\rho f_y}{1.7f'_c}\right]$

และจะได้ว่า $\rho = \frac{0.85f'_c}{f_y}\left[1-(\sqrt{1-\frac{2}{0.85f'_c}}\right]$

<u>ขั้นตอนในการออกแบบ</u>

1. กำหนด b, d, d', f_c, f_y
2. หาน้ำหนักบรรทุกใช้งานที่เพิ่มค่าแล้ว โดยการคูณน้ำหนักบรรทุกใช้งานที่คูณด้วยตัวคูณเพิ่มค่า และหาโมเมนต์ดัดประลัย M_u
3. หาค่า R_u จาก $R_u = \frac{M_u}{\varphi bd^2}$
4. หาค่าอัตราส่วน ρ ที่ต้องการจากสมการ $\rho = \rho_{req} = \frac{0.85f'_c}{f_y}\left[1-(\sqrt{1-\frac{2R_u}{0.85f'_c}}\right]$
5. หาปริมาณเหล็กเสริมที่ต้องการ จาก $A_s = \rho_{req} bd$



รูปที่ 2.5 แสดงขั้นตอนการออกแบบคานแบบ Single Reinforce Beam

6. เลือกจำนวนและขนาดเหล็กเสริมที่ต้องใช้ ตรวจดูการเรียงเหล็กเสริม เพื่อควบคุมความกว้าง ของรอยร้าวในสภาวะใช้งาน
7. วิเคราะห์หน้าตัดกลับ จาก

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} \text{ และ } \varphi M_n = C\left[d - \frac{a}{2}\right], \varphi M_n = \varphi 0.85 f'_c ab\left[d - \frac{a}{2}\right] \geq M_u$$

8. เข้าสู่กระบวนการคำนวณออกแบบเหล็กเสริมทางขวางในคานคอนกรีตรับแรงเฉือนต่อไป

2.3.6 การออกแบบคานแบบ (double reinforce beam)

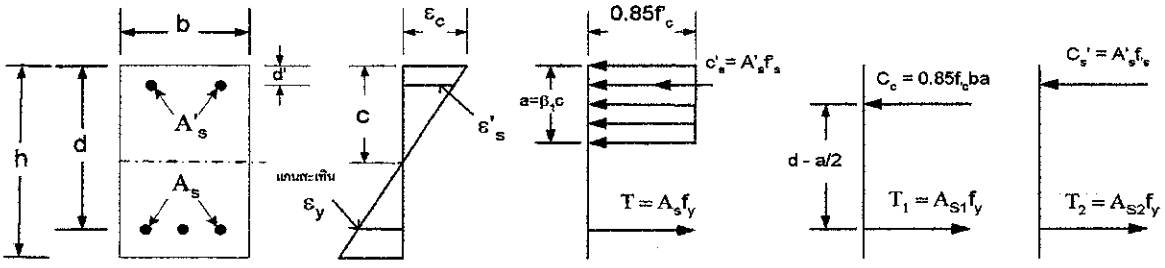
ในการออกแบบคานที่มีเหล็กเสริมรับแรงดึงและเหล็กเสริมรับแรงอัด จะออกแบบได้ก็ต่อเมื่อกำลังรับโมเมนต์ดัดสูงสุดสำหรับคานสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่เสริมเหล็กรับแรงดึงอย่างเดียว หรือ $M_u > \phi M_{n1}$ หรือว่า ρ ที่เลือกใช้มีค่ามากกว่า $0.75\rho_b$ หรือว่าหากต้องการรับโมเมนต์ดัดสูงสุดมากกว่านี้

<u>วิธีการคำนวณ</u>

วิธีการคำนวณ จะแบ่งหน้าตัดเป็น 2 ส่วน คือ

ส่วนที่ 1 จะรับ M_{n1} ดังนั้นหน้าตัดจะมีเฉพาะเหล็กเสริมรับแรงดึง A_{s1} เท่านั้น

ส่วนที่ 2 M_{n2} ซึ่งจะเป็นโมเมนต์คู่ควบที่รับแรงดึงของพื้นที่หน้าตัด A_{s2} และพื้นที่เหล็กเสริมรับแรงอัด



(ก) รูปตัดคาน (ข) การกระจายของหน่วยยืด-หดตัว (ค) การกระจายของหน่วยแรง (ง) M_{n1} (จ) M_{n2}

รูปที่ 2.6 แสดงหน่วยแรงต่างๆของกำลังต้านทานโมเมนต์ดัดที่ใช้ในการออกแบบบนหน้าตัด คานที่มีทั้งเหล็กเสริมรับแรงดึงและเหล็กเสริมรับแรงดัด

ขั้นตอนการออกแบบ

1. กำหนด b, d, d', f'_c, f_y
2. หาหาโมเมนต์ดัดประลัยที่ต้องการ M_u
3. ตรวจสอบว่าคานที่ออกแบบต้องมีเหล็กเริมรับแรงอัดหรือไม่ โดยหาโมเมนต์ดัดของคานที่สภาวะสมดุล

$$C_b = d(\varepsilon_c/(\varepsilon_c+\varepsilon_y))$$

$$a_b = \beta_1 C_b$$

$$a_{max} = 0.75a_b$$

ดังนั้น $\phi M_{n_bal} = \phi 0.85 f'_c b a_{max}\left[d - \frac{a_{max}}{2}\right]$

ถ้า $\phi M_{n\,bal} < M_u$ จะต้องออกแบบคานเป็น double reinforce beam ถ้า $\phi M_{n\,bal} > M_u$ จะต้องออกแบบคานเป็น single reinforce beam

4. พิจารณาให้ $M'_u = M_u - \phi M_{n\,bal}$ เนื้อที่หน้าตัดของเหล็กเสริมรับแรงอัด $As' = \frac{M'_u}{\phi(d-d')f_y}$

ซึ่งสมมุติว่า $f'_s = f_y$ และต้องตรวจสอบภายหลัง

5. เลือกปริมาณเหล็กเสริม จำนวนขนาด $A_s = A_{s1} + A_{s2}$, $A_{s2} = A'_s$ ตรวจสอบ d, d' และตรวจสอบว่าเหล็กเสริมรับแรงอัดมีกำลังถึงจุดคราดหรือไม่ ถ้า $\varepsilon'_c < \varepsilon_y$ ต้องหา f'_s ที่แท้จริงถ้ามากกว่าก็ทำการตรวจสอบหน้ากำลังของหน้าตัด โดยที่

$$\phi Mn = M'u + \phi M_{n_bal} \geq Mu$$

ถ้า $\varepsilon'_c < \varepsilon_y$ หา f'_s ที่แท้จริงได้ดังนี้

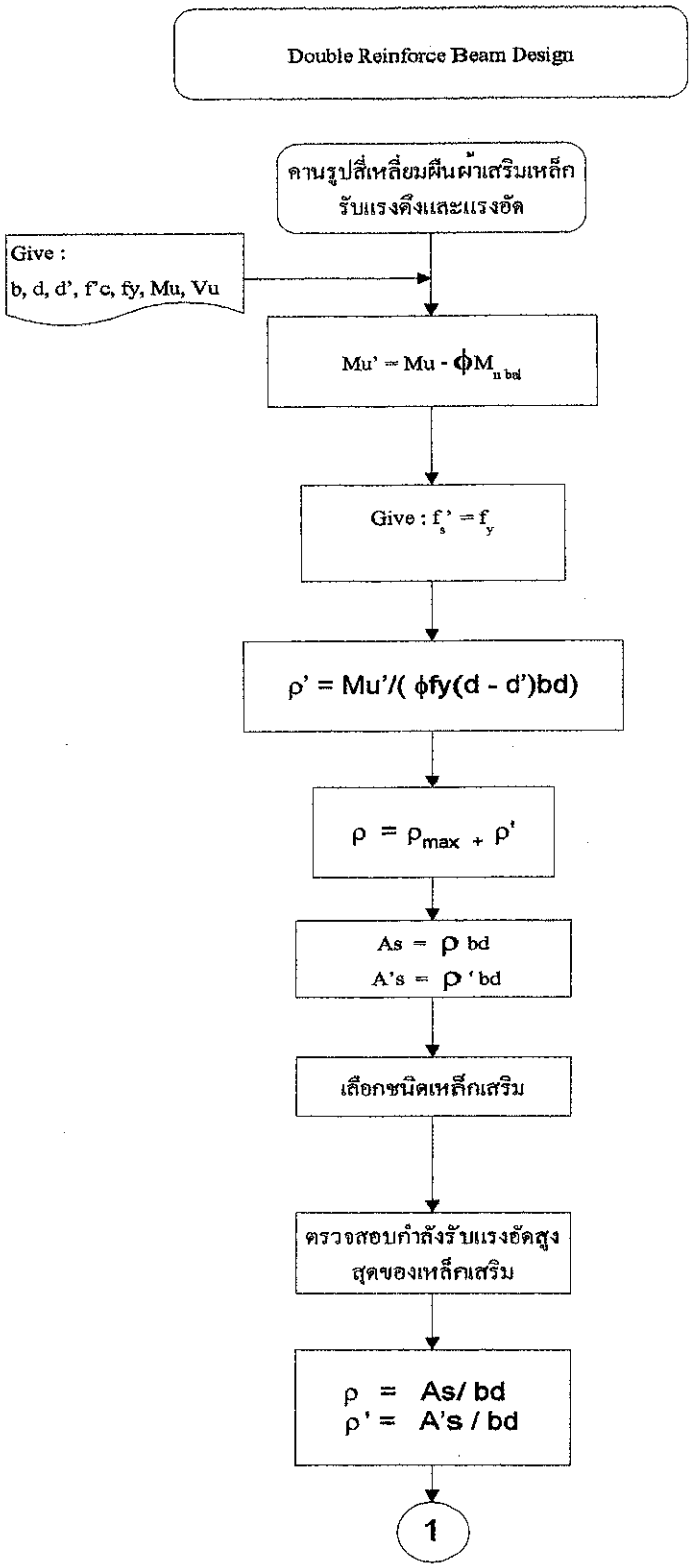
$$C = +(R \pm \sqrt{(R^2 + Q)})$$

โดยที่ $$R = \frac{\left|6120A'_S - A_S f_y\right|}{1.7bf'_c\beta_1}$$

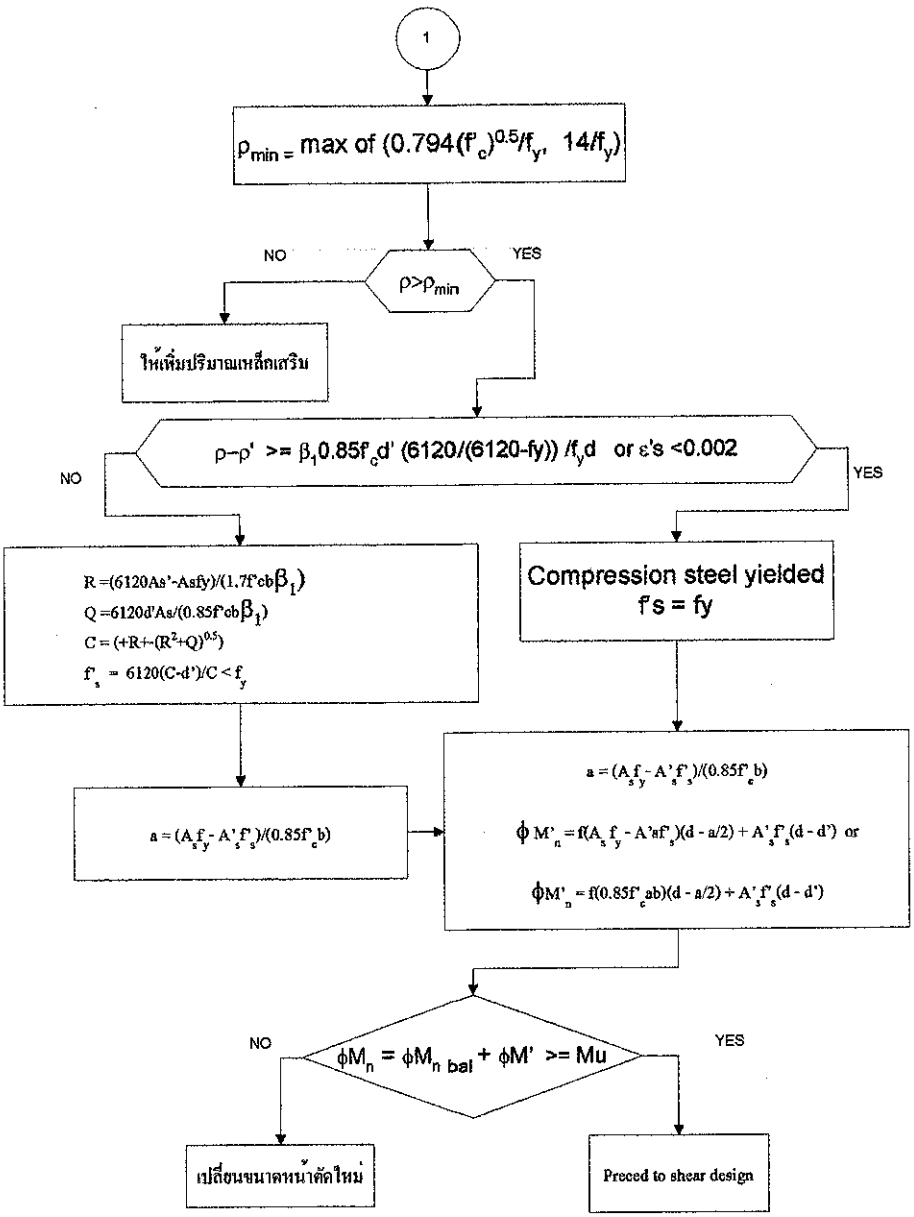
$$Q = \frac{6120d'A'_S}{0.85f'_c b\beta_1}$$

จะได้ $$f'_S = 6120\left[\frac{c-d'}{c}\right]$$

โดยที่ $$a = \frac{(A_S f_y - A'_S f'_S)}{0.85f'_c b}$$



รูปที่ 2.7 แสดงขั้นตอนการออกแบบคานแบบ Double Reinforce Beam



รูปที่ 2.8 แสดงขั้นตอนการออกแบบคานแบบ Double Reinforce Beam ต่อ

ป ๐๓
76
-73
-63
๐๙๗๗๐
2546

4740335

30 มิ.ย. 2547

สำนักหอสมุด

$$\phi M_n = \left[(A_s f_y - A'_s f'_s)(d - \frac{a}{2}) \right] + \left[A'_s f'_s (d - d') \right] \geq Mu$$

6. เข้าสู่กระบวนการ คำนวณออกแบบเหล็กเสริมทางขวางในคานคอนกรีตรับแรงเฉือนต่อไป

2.3.7 กำลังต้านทานแรงเฉือนของคานคอนกรีตเสริมเหล็ก

ในการคำนวณออกแบบคานคอนกรีตเสริมเหล็ก จะต้องพิจารณาเสริมเหล็กทางขวางให้เพียงพอเพื่อให้คานนั้นเกิดการวิบัติเนื่องจากโมเมนต์ดัดก่อนที่จะเกิดการวิบัติ เนื่องจากแรงเฉือน ทั้งนี้ เพราะพฤติกรรมในการต้านทานโมเมนต์ดัดมีความชัดเจนมากกว่าพฤติกรรมของการต้านทานแรงเฉือน

<u>พฤติกรรมของคานคอนกรีตเสริมเหล็กภายใต้แรงเฉือน</u>

จากคานคอนกรีตเสริมเหล็กที่ทำด้วยวัสดุเนื้อเดียวกันและมีคุณสมบัติในการรับแรงเหมือนกันทุกทิศทุกทางพบว่าที่หน้าตัดใดๆของคานมีทั้งหน่วยแรงดัด และหน่วยแรงเฉือนกระทำร่วมกัน แต่ก็สามารถรวมหน่วยแรงที่กระทำบนหน้าตัดนั้นให้เหลือเป็นหน่วยแรงหลักได้ ซึ่งมีค่าเท่ากับ

หน่วยแรงหลัก (principal stress) : $$t = \frac{f}{2} \pm \sqrt{\frac{f^2}{4} + v^2}$$

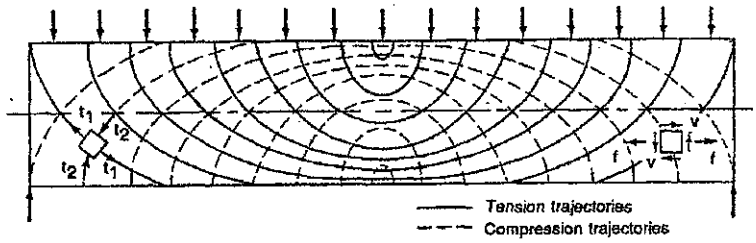
เมื่อ f คือหน่วยแรงดัด

v คือหน่วยแรงเฉือน

ส่วนหน่วยแรงหลักที่ได้ก็จะมีทั้งแรงดึงและแรงอัดและมีทิศเอียงทำมุม α กับแนวยาวของคานซึ่งจะคำนวณมุมเอียงนี้ได้จากสมการ

$$\tan 2\alpha = 2v / f$$

อย่างไรก็ดีค่า v และ f จะมีขนาดเปลี่ยนแปลงไปตามแนวยาวของคานตลอดหน้าตัดคานดังนั้นขนาดของหน่วยแรงหลัก t และมุมเอียงที่หน่วยแรงหลักกระทำต่อคานก็จะเปลี่ยนไป (ดังรูปที่ 2.9) ซึ่งแสดงแนวแรงดึงหลักและแรงอัดหลัก (stress trajectories) ของคานที่รับน้ำหนักแผ่ โดยเส้นประแสดงถึงแนวแรงอัดหลัก ส่วนเส้นทึบแสดงถึงแนวแรงดึงหลัก



รูปที่ 2.9 แสดงหน่วยของแรงหลักในคาน

เมื่อหน่วยแรงดึงหลักซึ่งได้จากหน่วยแรงเฉือน หรือจากหน่วยแรงเฉือนร่วมกับโมเมนต์ดัดมีค่าเท่ากับกำลังต้านทานแรงดึงในคอนกรีต รอยร้าวก็จะเริ่มปรากฏขึ้นในระนาบที่ตั้งฉากกับระนาบ ของหน่วยแรงดึงหลักที่มากระทำ นั่นคือรอยร้าวจะเกิดขึ้นตามแนวของหน่วยแรงดึงหลักนั่นเองโดยมีแนวเฉียงทแยงมุม ส่วนรอยร้าวที่ใกล้กับแกนสะเทินจะมีแนวเอียงเบนเข้าหากึ่งกลางคานและทำมุมประมาณ 45° กับแนวยาวคาน ส่วนรอยร้าวที่ปลายคานก็จะเอียงทำมุมประมาณ 45° กับแนวยาวคานเช่นกัน แต่ที่กึ่งกลางคานรอยร้าวจะทำมุม 90° กับแนวคาน

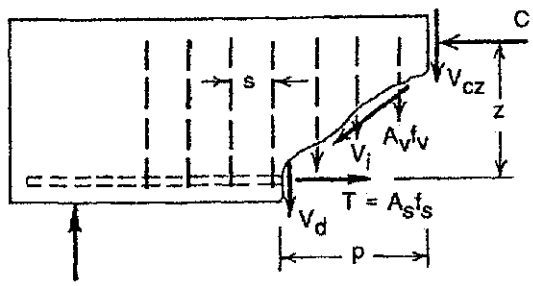
หน่วยแรงดึงหลักที่ทำให้คอนกรีตร้าวในแนวทแยงเรียกว่า แรงดึงทแยง (diagonal tension) และรอยร้าวที่ปรากฏในแนวทแยงเรียกว่า รอยร้าวในแนวทแยง (diagonal tension cracks)

<u>การต้านทานแรงเฉือนของคานคอนกรีตเสริมเหล็ก ที่มีเหล็กเสริมทางขวาง</u>

คาน คอนกรีตเสริมเหล็ก ที่มีเหล็กเสริมทางขวางจะมีกำลังต้านทานแรงเฉือนมากกว่าคานคอนกรีตเสริมเหล็ก ที่ไม่มีเหล็กเสริมทางขวาง อย่างไรก็ดีเหล็กเสริมทางขวางจะมีส่วนช่วยในการต้านแรงเฉือนก็ต่อเมื่อปรากฏรอยน้าวในแนวทแยงเริ่มปรากฏ

ในรูป 2.10 คือคานคอนกรีตเสริมเหล็ก ที่มีเหล็กเสริมทางขวางในแนวตั้ง โดยเสริมขวางผ่านรอยร้าวในแนวทแยงจะเห็นว่ามีแรงต้านทานภายในต่างๆต่อแรงเฉือนภายนอกที่มากระทำเมื่อรอยร้าวในแนวทแยงเริ่มปรากฏนอกจากจะมีแรงต้านทานภายในคอนกรีตต่อแรงเฉือน V_{cz}, V_{iy} และ V_d แล้วยังจะมีแรงต้านทานภายในที่ได้จากเหล็กเสริมทางขวาง V_s อีกด้วย ดังนั้น

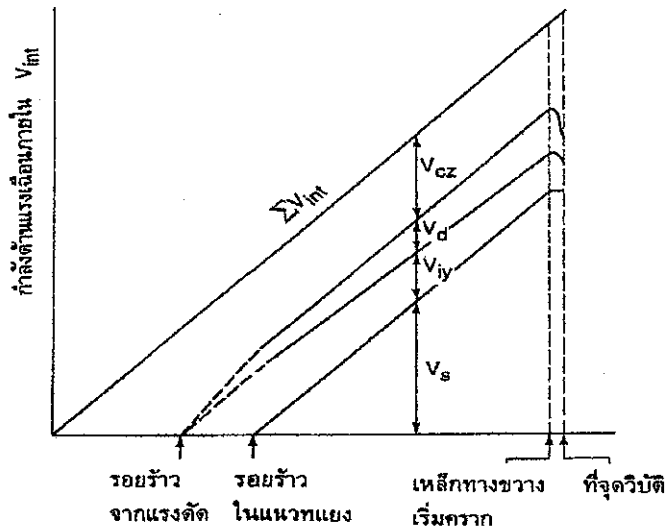
$$\text{แรงต้านทานภายใน } V_{int} = V_{cz} + V_{iy} + V_d + V_s$$



รูปที่ 2.10 แสดงแรงต้านทานตรงรอยร้าวในแนวทแยงของคานที่มีเหล็กเสริมทางขวาง

รูปที่2.11 แสดงการช่วยต้านทานแรงเฉือนภายนอกที่ได้จากแรงต้านทานภายในต่างๆ จะเห็นว่าเมื่อเกิดรอยร้าวแล้วเหล็กเสริมทางขวางจึงจะช่วยต้านทานแรงเฉือนที่กระทำ โดยการต้านทานของแรง V_s จะเพิ่มขึ้นแบบเชิงเส้น ส่วนผลรวมของแรง V_{cz}, V_{iy} และ V_d ค่อนข้างมีค่าคงที่ แต่เมื่อเหล็กเสริมทางขวางมีกำลังถึงจุดครากแรงต้าน V_s จะมีค่าคงที่ส่วน

แรงต้าน V_{iy} และ V_d จะลดลงอย่างรวดเร็วเนื่องจากรอยร้าวกว้างมากขึ้นจนในที่สุดก็เกิดการวิบัติ



รูปที่ 2.11 แสดงแรงต้านทานภายในของคานที่มีเหล็กเสริมทางขวาง

จากการสังเกตพบว่าเหล็กเสริมทางขวางจะช่วยเพิ่มแรงต้าน V_{cz}, V_{iy} และ V_d ก่อนที่เหล็กเสริมทางขวางจะมีกำลังถึงจุดคราก กล่าวคือ

ก) เหล็กเสริมทางขวางช่วยให้แรงต้าน V_{cz} เพิ่มขึ้นเนื่องจากเหล็กเสริมทางขวางจะทำหน้าที่โอบรัดคอนกรีตส่วนนี้ไว้ ทำให้คอนกรีตส่วนนี้ทำหน้าที่คล้ายเสาที่รับแรงอัด

ข) เหล็กเสริมทางขวางช่วยให้แรงต้าน V_{iy} เพิ่มขึ้นเนื่องจากเหล็กเสริมทางขวางช่วยควบคุมการเคลื่อนที่ของรอยร้าว ตลอดจนความกว้างของรอยร้าวอันเนื่องมาจากแรงดึงในแนวทแยง

ค) เหล็กเสริมทางขวางช่วยให้เหล็กเสริมรับแรงดึงอยู่ในตำแหน่งที่ต้องการ ทำให้แรงต้านทาน V_d เพิ่มขึ้น

แต่เนื่องจากยังเกิดความไม่แน่นอนในค่าของแรง V_{cz}, V_{iy} และ V_d ดังนั้นจะพิจารณารวมแรงต้านของแรง V_{cz}, V_{iy} และ V_d ให้มีค่าเท่ากับ V_c และสมมติให้แรง V_c มีค่าเท่ากับ

กำลังต้านทานแรงเฉือนของคานคอนกรีตเสริมเหล็ก ที่ไม่มีเหล็กเสริมทางขวางซึ่งอาจถือได้ว่าเป็นกำลังต้านทานแรงเฉือนของคอนกรีตในคานคอนกรีตเสริมเหล็ก ดังนั้น

กำลังต้านทานแรงเฉือนของคานคอนกรีตเสริมเหล็ก ที่มีเหล็กเสริมทางขวาง :

$$V_n = V_C + V_S$$

<u>กำลังต้านทานแรงเฉือนของเหล็กเสริมทางขวาง (web reinforcement)</u>

เมื่อคานคอนกรีตเสริมเหล็กต้องรับแรงเฉือนมากเกินกว่าที่หน้าตัดของคอนกรีตเองจะสามารถต้านทางได้ ก็จำเป็นต้องเสริมเหล็กทางขวางเพื่อช่วยต้านทานแรงเฉือนส่วนที่เกินนั้น นั่นคือถ้าให้

V_u = แรงเฉือนประลัยที่กระทำ ณ หน้าตัดวิกฤต

V_n = กำลังต้านทานแรงเฉือนสูงสุดของคานคอนกรีตเสริมเหล็ก $V_c + V_s$

ในเมื่อ V_c = กำลังต้านทานแรงเฉือนของคอนกรีต ซึ่งคำนวณจากสมการ

และ V_s = กำลังต้านทานแรงเฉือนของเหล็กเสริมทางขวาง

จากหนักเกณฑ์การออกแบบโดยวิธีกำลัง : $V_u \leq V_n = \phi (V_c + V_s)$

ในเมื่อ ϕ เป็นตัวคูณลดกำลัง ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.85

ดังนั้น จะพิจารณาเสริมเหล็กทางขวางในคานคอนกรีตเสริมเหล็ก เมื่อ $> \phi V_c$

หน้าตัดวิกฤตคือตำแหน่งของรอยร้าวในแนวทแยงรอยแรกจะเป็นหน้าตัดวิกฤตสำหรับคำนวณหาแรงเฉือนประลัย V_u ที่กระทำ มาตรฐาน ACI code หรือ ว.ส.ท. กำหนดให้พิจารณาหน้าตัดวิกฤตที่ระยะ d จากขอบที่รองรับ แต่ให้เสริมเหล็กเสริมรับแรงเฉือนระหว่างขอบของที่รองรับกับระยะที่ห่างออกมาเป็นระยะ d ด้วย โดยเสริมเหล็กเท่ากับปริมาณของเหล็กเสริมที่หาได้ที่หน้าตัดวิกฤตนั้น ทั้งนี้เนื่องจากรอยร้าวรอยแรกอาจเกิดขึ้นในระหว่างช่วงดังกล่าวได้ อนึ่ง ในคานช่วงสั้น (short beam) หรือ คานลึก (deep beam) หรือคานที่มีน้ำหนักบรรทุกแบบเป็นจุดซึ่งกระทำใกล้กับขอบที่รองรับ ให้คำนวณหาแรงเฉือนประลัยที่กระทำโดยพิจารณาว่าหน้าตัดวิกฤติอยู่ ณ ขอบที่รองรับ

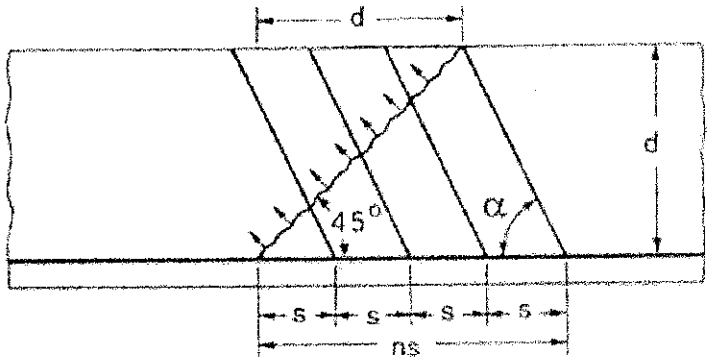
เหล็กเสริมทางขวาง ที่ใช้เพื่อต้านแรงเฉือน อาจประกอบด้วยเหล็กเสริมอย่างใดอย่างหนึ่งหรือหลายอย่างรวมกัน ดังนี้

1. เหล็กลูกตั้ง (vertical stirrups) ที่วางเรียงตั้งฉากกับเหล็กเสริมตามยาว
2. เหล็กลูกตั้งเอียง (inclined stirrups) ทำมุมมากกว่า 45° กับเหล็กเสริมตามยาว
3. เหล็กดอม้า (bent up bar) ที่ดัดจากเหล็กเสริมตามยาวและทำมุมมากกว่า 30° กับเหล็กเสริมตามยาวส่วนที่เหลือ

<u>กำลังต้านทางแรงเฉือนของเหล็กเสริมทางขวาง : V_s</u>

พิจารณาคานคอนกรีตรูปตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้า เสริมเหล็กรับแรงดึงแนวยาว และ เสริมเหล็กรับแรงเฉือนทำมุม α กับแนวคาน โดยมีระยะเรียงห่างกันเท่ากับ s ดังรูปที่ 2.12

ถ้าสมมุติให้ รอยร้าวในแนวทแยงเอียงทำมุม 45° กับแนวคาน โดยรอยร้าวนี้ตัดผ่านเหล็กเสริมทางขวางเป็นจำนวน n เส้น ดังที่แสดง ดังนั้น กำลังต้านทานแรงเฉือยของเหล็กเสริมทางขวาง V_sจะเป็นผลรวมของแรงดังในแนวตั้งที่ได้จากเหล็กเสริมนั้นจำนวน n เส้น



รูปที่ 2.12 แสดงการพิจารณากำลังต้านทานแรงเฉือนของเหล็กเสริมทางขวาง

ถ้า A_v เป็นเนื้อที่หน้าตัดของเหล็กเสริมทางขวางที่เรียงห่างกันเป็นระยะเท่ากับ s และสมมุติว่าที่สภาวะวิบัติ เหล็กเสริมทางขวางถูกดึงถึงกำลังจุดคราก f_y (แต่ทั้งนี้ต้องมีค่าไม่เกิน 4200 กก./ซม.^{2} ตามมาตรฐานกำหนด)

ฉะนั้น $V_s = n A_v f_y \sin\alpha$ กก. (2.1)

แต่จากความสัมพันธ์ทางเรขาคณิต ของรูปที่2.12 จะได้

ระยะ $ns = d(\cot 45° + \cot\alpha)$ หรือ $ns = d(1 + \cot\alpha)$ (2..2)

เมื่อแทนค่า n จากสามการ (2.2) ลงในสมการ (2.1) จะได้

$$V_S = \frac{A_V f_y d}{s}\left[\sin\alpha(1+\cot\alpha)\right] = \frac{A_V f_y d}{s}(\sin\alpha+\cos\alpha) \text{ กก.} \qquad (2.3)$$

แต่ $V_u \le \phi V_n = \phi V_c + V_s$

ดังนั้น จะได้ระยะเรียงเหล็กเสริมทางขวางที่เอียงทำมุม α กับแนวคาน

$$S = \frac{A_V f_y d}{V_u - \varphi V_c}(\sin\alpha+\cos\alpha) \qquad (2.4)$$

ในกรณีที่เหล็กเสริมทางขวางเป็นเหล็กลูกตั้ง (นั่นคือ มุม $\alpha = 90°$) :

จะได้ $V_s = A_v f_y d / s$ กก. (2.5)

และ $$S = \frac{A_V f_y d}{V_u - \varphi V_c}$$ ซม. (2.6)

ในกรณีที่ตัดเหล็กคอม้าขึ้นที่ระยะเดียวกันจากที่รองรับจะหากำลังต้านทานแรงเฉือน V_s ได้จากสมการ (2.1)

$V_s = A_v f_y \sin\alpha$ แต่ต้องมีค่าไม่เกินกว่า $0.80\left(\sqrt{f'_c}\, b_w d\right)$กก.

หากตัดเหล็กคอม้าที่ตำแหน่งต่างๆ กันจากที่รองรับจะหากำลังต้านทานแรงเฉือน V_s จากสมการ (2.3)

มาตรฐาน ACI หรือ ว.ส.ท. กำหนดว่ากำลังต้านทานของเหล็กเสริมทางขวาง V_s ต้องมีค่าไม่เกินกว่า $2.1\left(\sqrt{f'_c}\, b_w d\right)$ กก. ทั้งนี้เพื่อป้องกันมิให้คานคอนกรีตเสริมเหล็กมีพฤติกรรมแบบเปราะ ฉะนั้น เมื่อค่าของ $V_u - \phi V_c$ เกินกว่า $\phi 2.1\left(\sqrt{f'_c}\, b_w d\right)$ กก. ให้เลือกใช้รูปตัดใหม่ที่มีขนาดใหญ่กว่าเดิม หรือพิจารณาเพิ่มค่าของ f'_c หรือค่าทั้งสองอย่าง

อนึ่ง อาจพิจารณาหากำลังต้านทานแรงเฉือนของเหล็กเสริมทางขวางโดยการจำลองคานคอนกรีตเสริมเหล็กที่มีเหล็กเสริมทางขวางให้เสมือนเป็นโครงข้อหมุน (truss analogy) ซึ่งประกอบด้วย

ก) ส่วนของเหล็กเสริมตามยาวที่ทำหน้าที่รับแรงดึงที่เกิดจากการดัด ค) ส่วนของเหล็กเสริมทางขวางที่ทำหน้าที่รับแรงดึงในแนวทแยงที่เกิดจากการเฉือน และ ง) ส่วนของคอนกรีตที่อยู่ระหว่างรอยร้าวในแนวทแยงซึ่งทำหน้าที่รับแรงอัดในแนวทแยงที่เกิดจากการเฉือน ฉะนั้น ถ้ารอยร้าวในแนวทแยงเอียงทำมุม 45° กับแนวคานที่มีเหล็กเสริมทางขวางเรียงห่างกันเป็นระยะเท่ากับ s และเอียงทำมุม α กับแนวคาน จะหากำลังต้านทานแรงเฉือนของเหล็กเสริมทางขวางได้เช่นเดียวกับสมการ (2.3)

<u>พิกัดเกี่ยวกับเสริมเหล็กทางขวางในคานคอนกรีตเสริมเหล็ก</u>

ระยะเรียงของเหล็กเสริมทางขวางที่ต้องการขึ้นอยู่กับผลต่างระหว่างแรงเฉือนประลัยที่กระทำกับกำลังรับแรงเฉือนของคอนกรีต ทั้งนี้อาจหาระยะเรียงของเหล็กเสริมทางขวางเป็นช่วงๆ เมื่อแรงเฉือนประลัยที่กระทำมีค่าแปรเปลี่ยนตามความยาวของคาน

มาตรฐาน ACI code หรือ ว.ส.ท. ให้ข้อกำหนดเกี่ยวกับระยะเรียงห่างกันของเหล็กเสริมรับแรงเฉือน ดังนี้

ก. เมื่อ $V_u - \phi V_c \leq \phi 1.1\left(\sqrt{f'_c}\, b_w d\right)$กก.

- ให้เรียงเหล็กลูกตั้งห่างกันได้ไม่เกิน 0.5d หรือ 60 ซม.

- ให้เรียงเหล็กลูกตั้งเอียงและเหล็กคอม้าห่างกันได้ไม่เกิน $\frac{3}{8}$ d (1 + cotα)

เนื่องจากถือว่าระยะช่วงกลางสามในสี่ส่วนของเหล็กคอม้ามีประสิทธิภาพในการรับแรงเฉือน

ข. เมื่อ $V_u - \phi V_c > \phi 1.1 \left(\sqrt{f'_c}\, b_w d\right)$ กก.

- ให้เรียงเหล็กลูกตั้งห่างกันไม่เกิน 0.25d หรือ 30 ซม.
- ให้เรียงเหล็กลูกตั้งเอียงและเหล็กคอม้าห่างกันได้ไม่เกิน $\frac{3}{16}$ d (1 + cotα)

ทั้งนี้ จำนวนของเหล็กเสริมทางขวาง ณ หน้าตัดระหว่างขอบของที่รองรับและที่หน้าตัดซึ่งห่างออกมาเป็นระยะเท่ากับ d ให้ใช้เท่ากับที่ต้องการตรงหน้าตัดวิกฤตนั้นและให้ยืดปลายทั้งสองของเหล็กเสริมทางขวางเพื่อให้มีกำลังถึงจุดครากตามต้องการ

อนึ่ง บางครั้งอาจต้องการเหล็กลูกตั้งเพียงบางช่วงของคานเท่านั้น แต่ในทางปฏิบัติมักจะเรียงเหล็กลูกตั้งตลอดแนวยาวของคาน โดยให้มีระยะเรียงห่างกันไม่น้อยกว่า 10 ซม. ทั้งนี้เพื่อความสะดวกในการทำงาน

<u>ปริมาณของเหล็กเสริมทางขวางในคานคอนกรีตเสริมเหล็ก</u>

เหล็กเสริมทางขวางที่จะใช้ในคานคอนกรีตเสริมเหล็ก ต้องมีปริมาณพอเหมาะพอดี เพราะถ้าใช้ปริมาณของเหล็กเสริมทางขวางน้อยเกินไป เมื่อมีรอยร้าวในแนวทแยงปรากฏ เหล็กเสริมจะถูกดึงถึงจุดครากทันทีและคานจะวิบัติ แต่ถ้าใช้ปริมาณของเหล็กเสริมทางขวางมากเกินไป คอนกรีตก็จะถูกอัดแตกด้วยหน่วยแรงอัดหลักก่อนที่เหล็กเสริมทางขวางจะรับแรงได้ถึงกำลังที่จุดคราก ซึ่งคานจะวิบัติอย่างฉับพลันทันที ดังนั้น จึงควรใช้ปริมาณของเหล็กเสริมทางขวางแค่พอที่จะสามารถต้านทานแรงเฉือนประลัยหลังจากที่รอยร้าวในแนวทแยงเริ่มปรากฏ โดยให้เหล็กเสริมทางขวางค่อยๆ รับแรงจนถึงกำลังที่จุดคราก ซึ่งเป็นการเพิ่มความเหนียวให้กับคานคอนกรีตเสริมเหล็กก่อนที่คอนกรีตจะถูกอัดแตกและวิบัติในที่สุด

มาตรฐาน ACI หรือ ว.ส.ท. กำหนดปริมาณของเหล็กเสริมทางขวาง (A_v) ดังนี้

ก. ปริมาณของเหล็กเสริมทางขวางอย่างน้อย $A_{v\,min} \geq 3.5\, b_w s/f_y$ ซม^2. นั่นหมายความว่า ระยะห่างมากที่สุดของเหล็กเสริมทางขวาง (s_{max}) ต้องไม่เกินกว่า $A_v f_y/3.5b_w$ ซม.

ข. ให้เหล็กเสริมทางขวางมีกำลังต้านทานแรงเฉือนสูงสุด ที่มีได้ไม่เกินกว่า $2.1\left(\sqrt{f'_c}\, b_w d\right)$ กก. ซึ่งเสมือนเป็นการกำหนดปริมาณที่มากที่สุดของเหล็ก

เสริมทางขวางนั่นเอง ฉะนั้นเมื่อเสริมเหล็กทางขวางด้วยเหล็กลูกตั้งจะต้องมีปริมาณของเหล็กลูกตั้งไม่เกิน $A_{v\ max} \leq \frac{2.1\left(\sqrt{f'_c}\, b_w s\right)}{f_y}$ ซม^2.

ในเมื่อ b_w เป็นความกว้างของตัวคาน ซม. และ

s เป็นระยะเรียงห่างกันของเหล็กเสริมรับแรงเฉือน ซม.

อนึ่ง เมื่อแรงเฉือนประลัย V_u มีค่าเท่ากับกำลังรับแรงเฉือนของคอนกรีต ϕV_c ซึ่งในทางทฤษฎีหมายความว่าไม่ต้องใช้เหล็กเสริมทางขวางเพื่อต้านทานแรงเฉือนแต่อย่างใด แต่เพื่อเป็นการป้องกันมิให้คานมีพฤติกรรมแบบเปราะเนื่องจากการเฉือน ตามมาตรฐาน ACI code หรือ ว.ส.ท. จึงกำหนดให้เสริมเหล็กทางขวางในช่วงที่ $\phi V_c \geq V_u \geq \phi V_c/2$ โดยใช้ปริมาณเท่ากับ $A_{v\ min}$

หมายเหตุ ข้อกำหนดเกี่ยวกับปริมาณของเหล็กเสริมทางขวางที่กล่าวข้างต้นจะ ไม่นำมาใช้ในกรณี ต่อไปนี้

ก. ในแผ่นพื้นและฐานราก

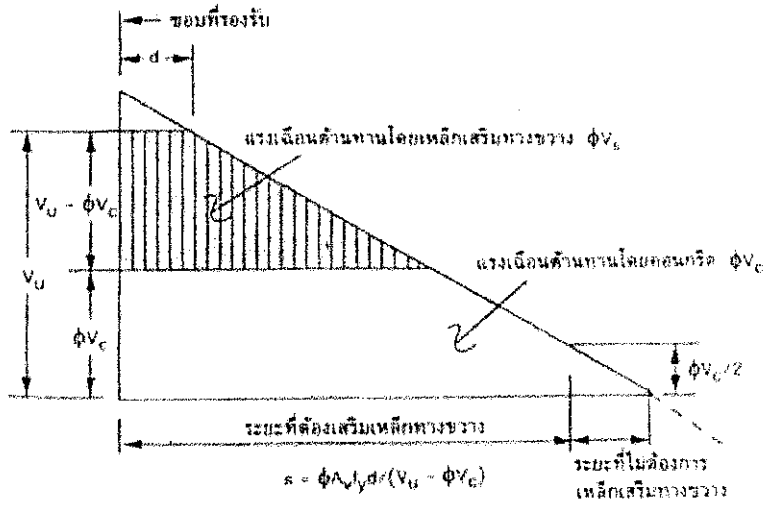
ข. พื้นระบบตง และ คานขนาดเล็กที่มีความลึกน้อยกว่า 25 ซม. หรือน้อยกว่า 2.5 เท่าของความหนาของปีกคาน ทั้งนี้ต้องไม่เกินครึ่งหนึ่งของความกว้างของตัวคาน

รูปที่2.13 แสดงบริเวณที่จะต้องเสริมเหล็กทางขวางเพื่อต้านทานแรงเฉือนส่วนที่เกินกว่าที่คอนกรีตสามารถรับได้ ซึ่งพิจารณาจากไดอะแกรมของแรงเฉือน นอกจากนี้ยังแสดงระยะที่ต้องพิจารณาเสริมเหล็กทางขวางให้ห่างออกไปอีกจนกว่าค่าของ $V_u \leq \phi V_c/2$

2.3.8 การคำนวณออกแบบเหล็กเสริมทางขวางในคาน คอนกรีตเสริมเหล็ก

จากการพิจารณาคานที่ทำด้วยวัสดุเนื้อเดียวกันการคำนวณและออกแบบเหล็กเสริมทางขวางในคานคอนกรีตจากการคำนวณออกแบบเหล็กเสริมทางขวาง เพื่อต้านทานแรงเฉือนที่พิจารณาได้จากสมการ

$$V_u \leq \phi V_n \quad (\text{ตัวคูณลดกำลัง } \phi = 0.85)$$



รูปที่ 2.13 แสดงแสดงบริเวณที่จะต้องเสริมเหล็กทางขวางเพื่อต้านทานแรงเฉือน ส่วนที่เกินกว่าคอนกรีตสามารถรับได้

กำลังต้านทานแรงเฉือนสูงสุด $V_n = V_c + V_s$

$V_c = 0.53\left(\sqrt{f'_c}\, b_w d\right)$, V_c คือ กำลังต้านทานแรงเฉือนสูงสุดของคอนกรีต

$V_s = A_v f_y d/s$, V_s คือกำลังต้านทานแรงเฉือนสูงสุดของเหล็กเสริมทางขวาง

ดังนั้น $V_u \le \phi(V_c + V_s)$ หรือ $\phi V_s \ge V_u - \phi V_c$

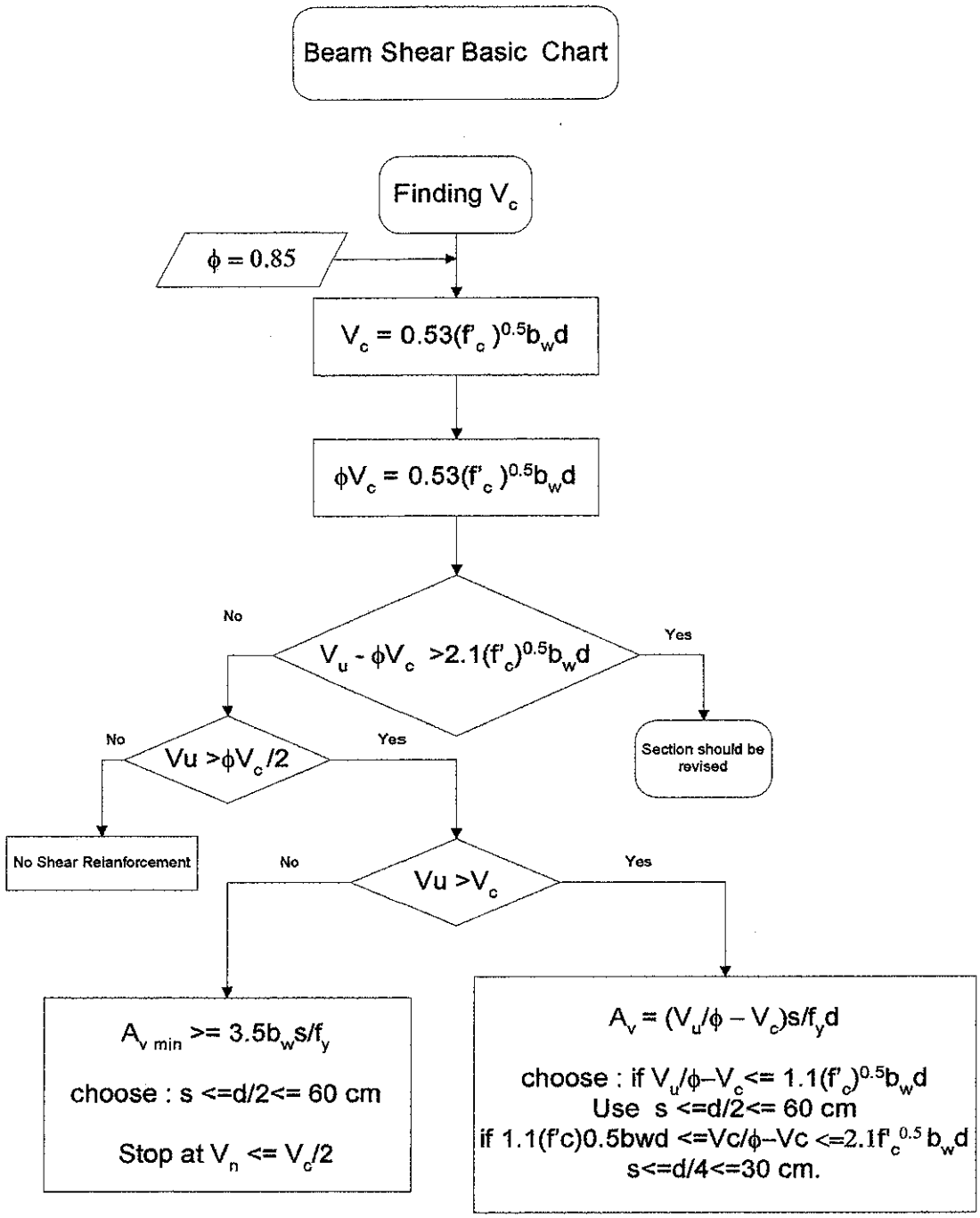
จากหลักการข้างต้นสามารถที่นำไปคำนวณออกแบบเหล็กเสริมทางขวางได้ดังนี้

1. จากคานคอนกรีตกำหนด b_w, d, f'_c, f_y ให้หาค่าแรงเฉือนที่กระทำ Vu ซึ่งเกิดจากน้ำหนักบรรทุกที่กระทำคูณด้วยตัวคูณเพิ่มค่าแล้ว
2. หากำลังต้านทานแรงเฉือนของคอนกรีต ϕV_c โดยที่ $V_c = 0.53\left(\sqrt{f'_c}\, b_w d\right)$
3. ถ้าค่า $V_u - \phi V_c < 2.1\left(\sqrt{f'_c}\, b_w d\right)$ ให้ทำการเปลี่ยนขนาดหน้าตัดใหม่ และถ้า $V_u < \phi V_c/2$ ไม่ต้องเสริมเหล็กทางขวาง
4. ถ้า $\phi V_c/2 < V_u < \phi V_c$ ให้ใช้ปริมาณเหล็กเสริมทางขวางอย่างน้อยเท่ากับ $A_{v\,min} \ge 3.5 b_w s/f_y$ โดยเรียงเหล็กลูกตั้งห่างกันได้ไม่เกิน $A_v f_y/3.5 b_w$ หรือ 0.5d หรือ 60 ซม.
5. ถ้า $V_u > \phi V_c$ แต่ $V_u - \phi V_c \le 1.1\left(\sqrt{f'_c}\, b_w d\right)$ หาระยะเรียงของเหล็กลูกตั้งจากสมการ

$s = A_v f_y d\phi / V_u - \phi V_c$ ซึ่งมีระยะเรียงห่างกันได้ไม่เกิน 0.5 d หรือ 60 ซม. แต่ถ้า $1.1\left(\sqrt{f'_c}\, b_w d\right) < V_u - \phi V_c < 2.1\left(\sqrt{f'_c}\, b_w d\right)$ ให้ระยะเรียงของเหล็กลูกตั้งห่างกันได้ไม่ เกิน 0.25d หรือ 30 ซม.

แต่ถ้า $1.1\left(\sqrt{f'_c}\, b_w d\right) < V_u - \phi V_c \leq 2.1\left(\sqrt{f'_c}\, b_w d\right)$ กก. ให้ระยะเรียงของเหล็กลูกตั้งห่างกันได้ไม่เกินกว่า 0.25d หรือ 30 ซม.

ทั้งนี้ค่าของ ที่ยอมให้ใช้ต้องไม่เกินกว่า 27 กก./ซม^2. และกำลังที่จุดคราก f_y ของเหล็กเสริมทางขวางที่ใช้ต้องไม่เกินกว่า 4200 กก./ซม^2.



รูปที่ 2.14 แสดงขั้นตอนการระยะเรียงและปริมาณเหล็กปลอกต้านทานแรงเฉือน