

บทที่ 2

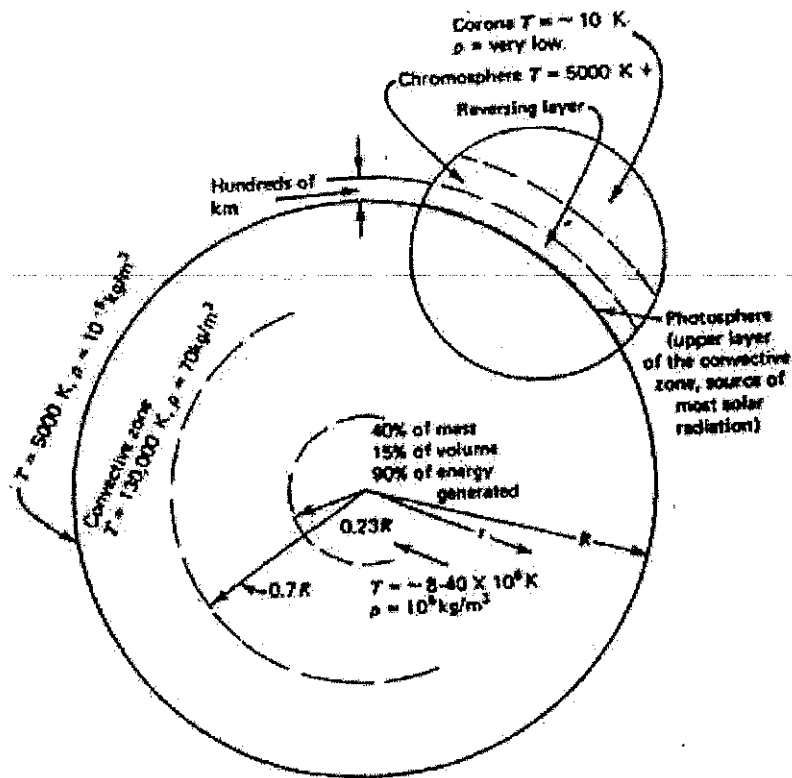
หลักการและทฤษฎี

2.1 รังสีอาทิตย์^[3]

2.1.1 ดวงอาทิตย์ เป็นกลุ่มก๊าซร้อนรูปทรงกลมที่มีความหนาแน่นสูง มีเส้นผ่านศูนย์กลางประมาณ 1.39×10^9 เมตร และมีระยะห่างเฉลี่ยจากโลกประมาณ 1.5×10^{11} เมตร เมื่อรังสีจากโลกดวงอาทิตย์จะใช้เวลาในการหมุนรอบตัวเองประมาณ 4 สัปดาห์ อย่างไรก็ตามดวงอาทิตย์ไม่ได้หมุนอย่างของแข็ง การหมุนรอบตัวเองของดวงอาทิตย์ที่บริเวณศูนย์สูตรจะใช้เวลาประมาณ 27 วัน และสำหรับบริเวณขั้วโลกจะใช้เวลาประมาณ 30 วัน

ดวงอาทิตย์เปรียบเสมือนวัตถุดำที่มีอุณหภูมิประสิทธิผล 5,777 K อุณหภูมิที่จุดศูนย์กลางของดวงอาทิตย์ประมาณ 8×10^6 ถึง 40×10^6 K และมีความหนาแน่นประมาณ 100 เท่าของความหนาแน่นของน้ำ ดวงอาทิตย์เปรียบได้กับเตาปฏิกรณ์ที่เกิดปฏิกิริยาฟิวชันของก๊าซที่เป็นส่วนประกอบอย่างต่อเนื่อง พลังงานคลื่นแม่เหล็กที่แผ่ออกมาจากดวงอาทิตย์เป็นปฏิกิริยาที่ได้จากปฏิกิริยาการแตกตัวหลายชนิด ปฏิกิริยาที่สำคัญที่สุดปฏิกิริยาหนึ่ง คือ การรวมตัวของไฮโดรเจนเป็นฮีเลียม มวลของนิวเคลียสของฮีเลียมมีค่าน้อยกว่ามวลของไฮโดรเจน มวลส่วนที่หายไปคือมวลที่เปลี่ยนรูปไปเป็นพลังงาน พลังงานนี้จะเกิดขึ้นภายในดวงอาทิตย์ที่อุณหภูมิหลายล้านเคลวิน พลังงานนี้จะถ่ายเทมาที่ผิวของดวงอาทิตย์และแผ่ออกสู่อวกาศ

2.1.2 โครงสร้างดวงอาทิตย์ รูปที่ 2.1 แสดงโครงสร้างของดวงอาทิตย์ ประมาณ 90% ของพลังงานที่ปลดปล่อยออกมาจากดวงอาทิตย์จะเกิดที่บริเวณแกนกลางดวงอาทิตย์ถึงที่บริเวณ 0.23R (เมื่อ R คือ รัศมีของดวงอาทิตย์) ซึ่งบริเวณดังกล่าวนี้มีน้ำหนักประมาณ 40% ของน้ำหนักทั้งหมดของดวงอาทิตย์ จากจุดศูนย์กลางดวงอาทิตย์ไปถึงบริเวณ 0.7R อุณหภูมิจะลดลงเหลือประมาณ 130,000K และความหนาแน่นจะลดลงเหลือ 70 kg.m^{-3} ที่บริเวณนี้เริ่มมีการถ่ายเทความร้อนโดยการพา และเรียกบริเวณ 0.7R ถึง R ว่าบริเวณของการพาความร้อน (Convection Zone) ในบริเวณนี้ อุณหภูมิจะลดลงเหลือประมาณ 5,000 K และมีความหนาแน่นประมาณ $10^{-5} \text{ kg.m}^{-3}$

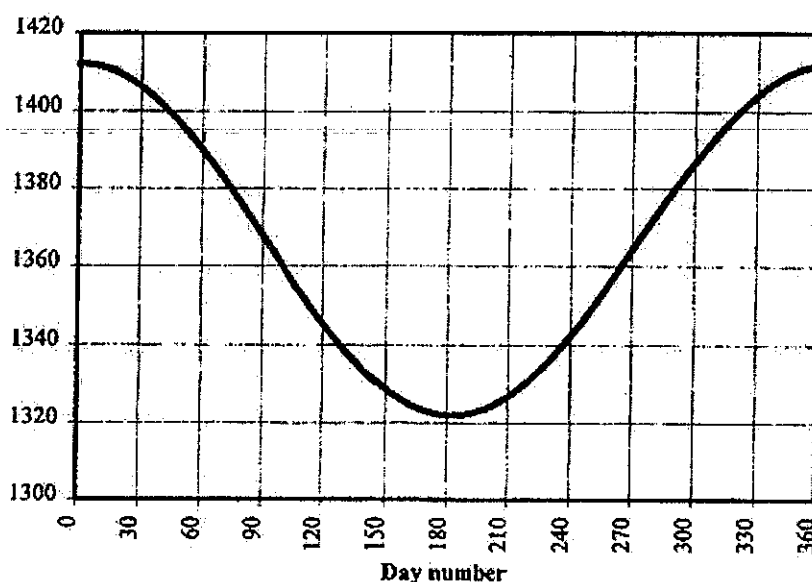


รูปที่ 2.1 แสดงโครงสร้างของดวงอาทิตย์

2.1.3 ค่าคงที่แสงอาทิตย์ โลกโคจรรอบดวงอาทิตย์โดยที่วงโคจรของโลกรอบดวงอาทิตย์ไม่เป็นวงกลมด้วยเหตุนี้ระยะห่างระหว่างโลกกับดวงอาทิตย์จึงมีค่าไม่เท่ากันที่เวลาใด ๆ โดยมีค่าเปลี่ยนแปลงประมาณ 1.7% ระยะห่างเฉลี่ยระหว่างโลกและดวงอาทิตย์มีค่าประมาณ 1.495×10^{11} เมตร ค่าความเข้มรังสีอาทิตย์ที่ตกกระทบพื้นที่หนึ่งหน่วยเนื้อบรรยากาศโลกที่เวลาต่างกันจึงไม่เท่ากัน ค่าคงที่แสงอาทิตย์ (Solar Constant, G_{sc}) คือ ค่าความเข้มของรังสีอาทิตย์ที่ระยะห่างเฉลี่ยระหว่างโลกกับดวงอาทิตย์ มีค่าประมาณ $1,367 \text{ W.m}^{-2}$

2.1.4 การเปลี่ยนแปลงของรังสีอาทิตย์ที่ตกกระทบเนื้อบรรยากาศ สาเหตุหลัก 2 ประการ ที่ทำให้พลังงานแสงอาทิตย์ที่ตกกระทบเนื้อบรรยากาศโลก (Extraterrestrial Radiation) มีค่าไม่คงที่ คือ การเปลี่ยนแปลงค่ารังสีอาทิตย์ที่ปลดปล่อยจากดวงอาทิตย์และการเปลี่ยนแปลงของระยะห่างระหว่างโลกกับดวงอาทิตย์ เนื่องจากการเปลี่ยนแปลงของพลังงานที่ปลดปล่อยมีค่าน้อยมาก ($\pm 1.5\%$) ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงของระยะห่างระหว่างโลกกับดวงอาทิตย์จึงเป็นเหตุเดียวที่ทำให้พลังงานแสงอาทิตย์ที่ตกกระทบเนื้อบรรยากาศโลกมีค่าไม่คงที่ สามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานแสงอาทิตย์ที่ตกกระทบพื้นที่หนึ่งหน่วยเนื้อบรรยากาศโลก G_m ที่วันลำดับที่ n

$$G_{on} = G_{SC} \left[1 + 0.033 \cos \left(\frac{360n}{365} \right) \right] \quad (2.1)$$



รูปที่ 2.2 แสดงการเปลี่ยนแปลงของพลังงานแสงอาทิตย์ที่ตกกระทบพื้นที่หนึ่งหน่วยตารางเมตร
เหนือบรรยากาศโลกในวันต่าง ๆ ตลอดทั้งปี

2.1.5 ประเภทของรังสีอาทิตย์ที่ผิวโลก

รังสีตรง (Beam or Direct Radiation) คือ รังสีที่มาจากดวงอาทิตย์โดยตรงและตกลงบนผิวรับแสง และมีทิศทางแน่นอนที่เวลาใดเวลาหนึ่ง ทิศทางของรังสีตรงอยู่ในแนวลำแสงอาทิตย์

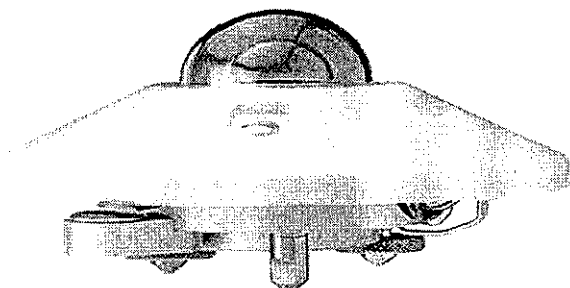
รังสีกระจาย (Diffuse Radiation) คือ รังสีส่วนที่ถูกสะท้อนจากบรรยากาศของโลก และวัตถุต่าง ๆ ที่อยู่ในทางเดินของแสงก่อนตกกระทบพื้นผิวรับแสง รังสีกระจายนี้มาจากทุกทิศทางของท้องฟ้า

รังสีรวม (Total or Global Radiation) คือ ผลรวมของรังสีตรงและรังสีกระจายที่ตกกระทบผิวรับแสง ในกรณีที่ผิวรับแสงเป็นพื้นเอียง รังสีรวมจะประกอบด้วยรังสีตรงจากท้องฟ้า รังสีกระจายจากท้องฟ้าและผิวโลก เรียกรังสีรวมนี้ว่า Total Radiation สำหรับกรณีที่ผิวรับแสงเป็นพื้นราบ รังสีรวมจะมาจากครึ่งทรงกลมท้องฟ้าไม่มีส่วนที่มาจากผิวโลก เรียกรังสีรวมกรณีนี้ว่า Global Radiation

2.2 อุปกรณ์วัดรังสีอาทิตย์รวม

ไพรานอมิเตอร์ (Pyranometer)

ไพรานอมิเตอร์เป็นเครื่องมือวัดรังสีรวม โดยทั่วไปจะประกอบด้วยตัวรับแสง(Detector) ที่ประกอบด้วยเทอร์โมไพล์ (Thermopile) หลายชุดต่ออนุกรมกัน ตัวรับแสงบรรจุอยู่ในโดมแก้วครึ่งทรงกลม โดมแก้วนี้ทำหน้าที่เป็นตัวป้องกันตัวรับแสงจากฝุ่นและลม ซึ่งจะทำให้ตัวรับแสงสูญเสียความร้อนไปเนื่องจากการพาและการแผ่รังสี ปกติโดมแก้วจะมี 2 ชั้นทำด้วยแก้วพิเศษซึ่งจะต้องมีความหนาที่สม่ำเสมอเพื่อที่จะมีก่อให้เกิดการกระจายของรังสีที่ตกกระทบตัวรับแสง เทอร์โมไพล์ประกอบด้วยโลหะต่างชนิดเชื่อมติดกันอยู่ โลหะแต่ละชั้นข้างหนึ่งชุบเคลือบด้วยสีดำและอีด้านหนึ่งชุบด้วยสีขาวสลับกันไป โลหะด้านสีขาวจะมีคุณสมบัติสะท้อนรังสีอาทิตย์ที่กระทบ ส่วนโลหะด้านสีดำจะมีคุณสมบัติดูดกลืนรังสีอาทิตย์ที่กระทบ เมื่อรังสีตกกระทบจะก่อให้เกิดความแตกต่างของอุณหภูมิของผิวทั้งสอง เนื่องจากโลหะด้านหนึ่งดูดกลืนรังสีอาทิตย์ อีกข้างหนึ่งสะท้อนรังสีอาทิตย์ทำให้เกิดแรงดันไฟฟ้าเนื่องจากปรากฏการณ์เทอร์โมอิเล็กตริกโดยที่แรงดันไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจะขึ้นอยู่กับความแตกต่างของอุณหภูมิโลหะขาวและดำ ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิจะขึ้นอยู่กับความเข้มแสงอาทิตย์ที่ตกกระทบตัวรับแสง แรงดันไฟฟ้าที่ได้จะมีค่าประมาณ $5-10 \text{ mV}\cdot\text{cal}^{-1}\cdot\text{cm}^{-2}\cdot\text{min}^{-1}$ ได้โดมแก้วมีงานขาวสวมอยู่ งานกลมนี้นี้มีหน้าที่ป้องกันรังสีกระจายที่สะท้อนจากพื้นดินและสิ่งแวดล้อม เพื่อที่จะให้รังสีที่เข้าโดมเป็นรังสีที่มาจากครึ่งทรงกลมท้องฟ้าเท่านั้น



รูปที่ 2.3 แสดงเครื่องมือวัดรังสีอาทิตย์รวม

2.3 การถ่ายเทความร้อน^[4]

การถ่ายเทความร้อนมี 3 รูปแบบ คือ การนำความร้อน (Conduction) การพาความร้อน (Convection) และการแผ่รังสีความร้อน (Radiation)

การนำความร้อน (Conduction) เป็นการถ่ายเทความร้อนโดยการอาศัยการส่งถ่ายความร้อนผ่านตัวกลางเดียวกันหรือตัวกลางที่อยู่ติดกันจากด้านที่มีความร้อนสูงกว่า ไปสู่ด้านที่มีความร้อนต่ำกว่าโดยตรง เช่น การถ่ายเทความร้อนผ่านผนังอาคารเนื่องจากอุณหภูมิภายนอกอาคารสูงกว่าอุณหภูมิภายในอาคาร การนำความร้อนจะเกิดขึ้นดีกับพวกโลหะ ในของไหลเช่นอากาศและน้ำ

คุณสมบัติที่แสดงความสามารถของการนำความร้อนได้ดีหรือไม่ คือค่าการนำความร้อน(Thermal Conductivity) มีหน่วยเป็น W/m.K

สมการที่ใช้ในการคำนวณคือ

$$Q = -kA \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.2)$$

เครื่องหมายลบ หมายถึง ว่าทิศทางของการเคลื่อนที่ของ Q จะไปในทิศทางที่อุณหภูมิลดลงเสมอ

การพาความร้อน (Convection) การพาความร้อนเกิดขึ้นเมื่อของไหล ไหลผ่านพื้นผิวของของแข็ง โดยที่ของไหลจะเป็นตัวพาความร้อนมาให้ของแข็งหรือเป็นตัวนำพาความร้อนไปจากของแข็ง ขึ้นอยู่กับว่าสิ่งใดมีอุณหภูมิสูงกว่ากัน ยกตัวอย่างเช่น ของไหลคืออากาศเย็นไหลผ่าน heat sink ซึ่งเป็นพื้นผิวของของแข็ง จะเกิดการนำความร้อนจากผิวของ heat sink ไปยังโมเลกุลของอากาศที่ไหลผ่าน อากาศจะร้อนขึ้นและ heat sink จะเย็นลง แต่เนื่องจากว่าอากาศมีการไหลตลอดเวลา ดังนั้นโมเลกุลของอากาศร้อนจะถูกแทนที่ด้วยโมเลกุลของอากาศเย็นตลอดเวลา ถ้าอากาศเย็นไหลเร็วขึ้นความร้อนที่ heat sink ก็จะถูกระบายได้เร็วขึ้นเช่นกัน นอกจากนี้ถ้าพื้นที่ผิวสัมผัสระหว่าง heat sink และ อากาศ มีมากก็จะทำให้ความร้อนระบายได้เร็วขึ้นเช่นกัน อีกนัยหนึ่ง คือเป็นการเคลื่อนไหวของอากาศตามธรรมชาติเมื่ออากาศสัมผัสผิวของวัสดุที่จะมีความหนาแน่นน้อยลงและลอยตัวขึ้น อากาศที่เย็นและมีความหนาแน่นมากกว่าก็จะเคลื่อนตัวเข้ามาแทนที่ อากาศที่รับความร้อนจะนำความร้อนไปถ่ายให้กับบริเวณที่เย็นกว่า

สมการที่ใช้ในการคำนวณการเคลื่อนที่ของความร้อนด้วยการพาความร้อนคือ

$$Q = hA(T_{hot} - T_{cold}) \quad (2.3)$$

การแผ่รังสีความร้อน (Radiation) เป็นความร้อนโดยตรงจากดวงอาทิตย์ในลักษณะของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าคล้าย ๆ คลื่นแสง เมื่อมีการกล่าวถึงการแผ่รังสี จะต้องมีการกล่าวถึงวัตถุดำ (Black body) วัตถุดำเป็นวัตถุดำที่ดูดซับรังสีที่ตกกระทบได้อย่างสมบูรณ์ วัตถุดำเป็นเพียงวัตถุในอุดมคติเท่านั้น วัตถุที่มีอยู่จริงทุกชนิดจะมีการสะท้อนรังสีบางส่วนออกไปเสมอ

ค่ารังสีอาทิตย์นี้จะไม่ทำให้อากาศรอบ ๆ ตัวร้อนขึ้น แต่จะทำให้วัตถุที่ถูกกระทบจากคลื่นรังสีความร้อนนี้ร้อนขึ้นๆ และรังสีความร้อนนี้จะสามารถทะลุผ่านวัตถุทุกชนิดไปได้ เช่น เมื่อเราอยู่ในอาคารเราจะรู้สึกร้อนมากกว่าภายนอกหรือหากนำเอาโลหะ เช่น เหล็กไปตากไว้กลางแจ้ง โลหะนั้นจะร้อนมากจนเราจับต้องไม่ได้ในขณะที่อุณหภูมิรอบๆตัวเรานั้นน้อยกว่าอุณหภูมิของโลหะนั้นมาก

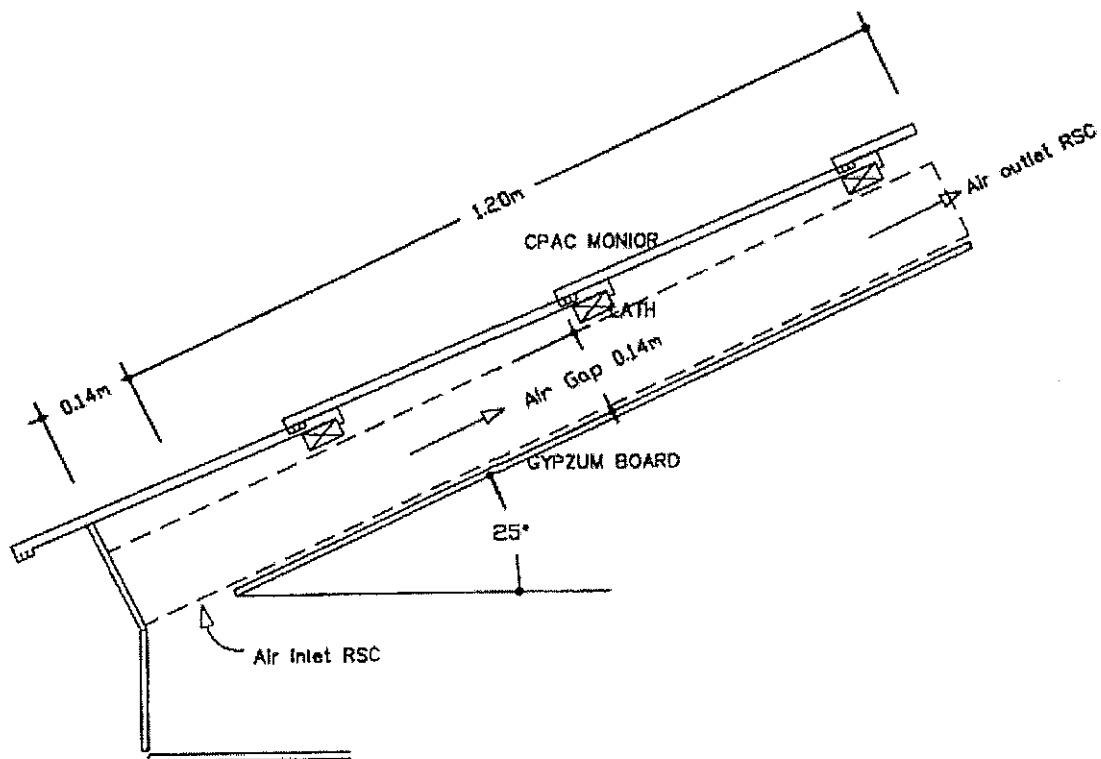
สมการที่ใช้ในการคำนวณการเคลื่อนที่ของความร้อนด้วยการแผ่รังสีคือ

$$Q = \varepsilon \sigma AT^4 \quad (2.4)$$

2.4 หลังคารับรังสีอาทิตย์แบบอากาศออกด้านข้าง (Roof Air Ventilation By Side-Opening-SO-RSC)

หลังคารับรังสีอาทิตย์แบบอากาศออกด้านข้าง (Roof Air Ventilation By Side-Opening SO-RSC) คือ หลังคาที่มีช่องว่างอากาศ ถัดลงมาจากแผ่นกระเบื้องซีแพค โมนีเย ทำหน้าที่เป็นช่องให้อากาศร้อนภายในช่องหลังคาลอยตัวไหลออกสู่ช่องระบายอากาศด้านบน ช่องว่างอากาศนี้เรียกว่า “ช่องSO-RSC” หลังคาที่มีช่องSO-RSC เรียกว่า “หลังคาแบบSO-RSC”

หลังคาแบบSO-RSCที่สร้างขึ้นเพื่อทำการทดลองมีลักษณะดังรูป 2.4 ด้านบนสุดเป็นแผ่นกระเบื้องซีแพค โมนีเยหนา 15 mm. ถัดลงมาเป็นช่องว่างอากาศ 14 cm. เป็นทางเดินในการระบายอากาศภายในช่องหลังคาออกสู่ภายนอก และถัดมาเป็นแผ่นยิปซัมบอร์ดหนา 9 mm. ช่องว่างอากาศมีขนาดประมาณ 14 เซนติเมตร และหลังคาเอียงทำมุมกับแนวราบเป็นมุม 25 องศา



รูป 2.4 แสดงการระบายอากาศแบบธรรมชาติของหลังรับรังสีอาทิตย์แบบอากาศออกด้านข้าง (Roof Solar Collector, RSC)

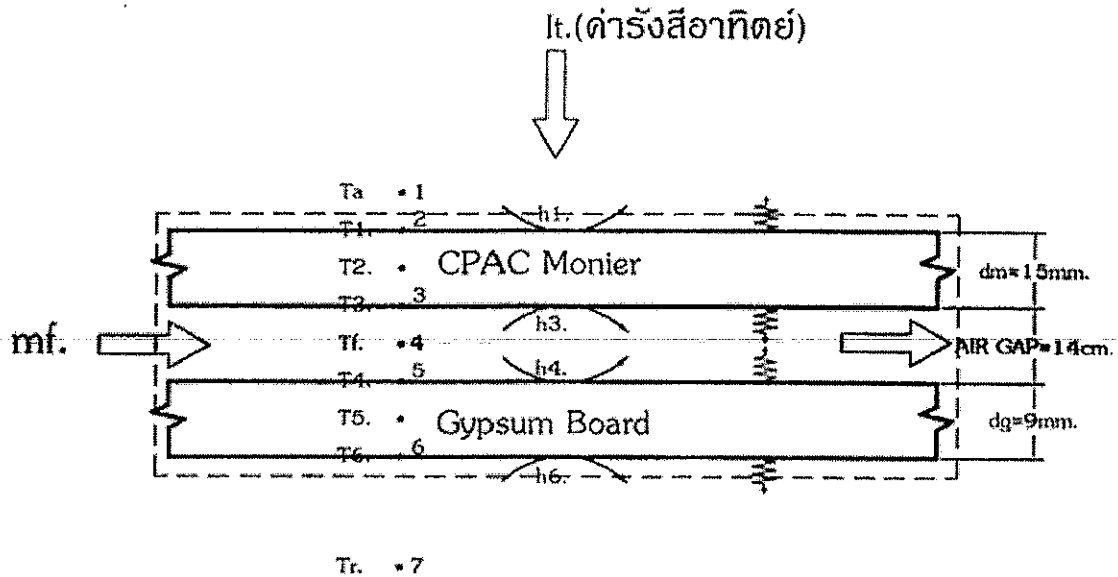
2.5 การวิเคราะห์การถ่ายเทความร้อนผ่านหลังคาบ้านทดลอง SO-RSC แบบอากาศออกด้านข้าง

ในการถ่ายเทความร้อนที่เข้ามาในบ้านทดลอง SO-RSC แบบอากาศออกด้านข้างเข้ามาได้ 3 ทั้ง 3 รูปแบบ คือ การนำความร้อน การพาความร้อน และ การแผ่รังสีความร้อน โดยมีข้อสมมติฐานที่ใช้ในการวิเคราะห์การทำงานของหลังคา SO-RSC แบบอากาศออกด้านข้าง ดังต่อไปนี้

1. การถ่ายเทความร้อนเป็นไปในทิศทางเดียว 1 มิติ (จากผิวด้านนอกของแผ่นกระเบื้องซีแพคโมเนียไหลเข้าสู่แผ่นยิปซัมบอร์ด)
2. เป็นการวิเคราะห์สภาวะการถ่ายเทความร้อนสำหรับสภาวะไม่สม่ำเสมอ(Unsteady state)
3. พิจารณาว่าการแผ่และการดูดกลืนรังสีอาทิตย์ของแผ่นกระเบื้องซีแพคโมเนียมีค่าสม่ำเสมอทั้งแผ่น
4. พิจารณาว่าอุณหภูมิภายในช่องว่างของหลังคารับรังสีอาทิตย์มีการกระจายตัวอย่างสม่ำเสมอที่ระดับความสูงเดียวกัน
5. พิจารณาว่าไม่มีฝุ่นและคราบสกปรกบนหลังคารับรังสีอาทิตย์
6. พิจารณาว่าไม่มีการบังแสงบนหลังคารับรังสีอาทิตย์
7. พิจารณาว่าการรั่วไหลของอากาศนอกเหนือจากช่องทางเดินอากาศของหลังคารับรังสีอาทิตย์มีค่าน้อยมาก
8. ไม่คิดผลของทิศทางลมภายนอกต่อการไหลของอากาศภายในช่องหลังคารับรังสีอาทิตย์
9. พิจารณาให้หลังคารับรังสีอาทิตย์เป็นเหมือนตัวรับรังสีอาทิตย์แบบแผ่นเรียบ และไม่คิดผลของคาน
10. การสูญเสียความร้อนจากผิวด้านหน้า และด้านข้างกับด้านหลังของหลังคารับรังสีอาทิตย์คิดเทียบกับอุณหภูมิแวดล้อมเดียวกัน
11. ให้อุณหภูมิภายในช่องหลังคาเท่ากับอุณหภูมิสิ่งแวดล้อม
12. สมบัติของวัสดุมีค่าคงที่ไม่ขึ้นอยู่กับอุณหภูมิ
13. สมบัติทางความร้อนของอากาศขึ้นอยู่กับอุณหภูมิ

2.6 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหลังคารับรังสีอาทิตย์แบบอากาศออกด้านข้าง^[5]

จากรูปที่ 2.5 และข้อสมมติฐานข้างต้นเราสามารถสร้างสมดุลพลังงานของแต่ละส่วนของหลังคารับรังสีอาทิตย์ และสามารถสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ได้โดยใช้วิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ (Finite-Difference method) แบบเอกซ์พลีซิท (Explicit method) ดังนี้



รูปที่ 2.5 แสดงการถ่ายเทความร้อนผ่านช่องหลังคาร์บรังก์สีอาทิตย์
(Nodes and heat transfer exchange through the SO-RSC)

2.6.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของแผ่นกระเบื้องซีแพคโมเนีย

สมการแสดงสมดุลพลังงานของแผ่นกระเบื้องซีแพคโมเนีย สามารถเขียนได้เป็น

- ที่ตำแหน่ง $x_m = 0$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Heat gain} \\ \text{By Radiation} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Heat convection} \\ \text{to the air} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Heat emitted} \\ \text{from CpacMonier} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Heat gain} \\ \text{By convection} \end{array} \right\}$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{Rate of increase} \\ \text{of internal energy} \end{array} \right\}$$

$$\alpha_c \cdot I_t + h_1 (T_a - T_1) + \varepsilon_m \cdot \sigma \cdot (T_a^4 - T_1^4) + k_m \cdot \frac{\partial T_m}{\partial x_m} = \rho_m \cdot C_m \cdot \frac{\Delta x_m}{2} \cdot \frac{\partial T_1}{\partial t} \quad (2.5)$$

โดย $k_m \frac{\partial T_m}{\partial x_m} = k_m \frac{(T_2 - T_1)}{\Delta x_m}$

- สมการสมดุลย์ภายในแผ่นกระเบื้องซีแพคโมเนียที่ $0 < x_m < d_m$

หลักการของการถ่ายเทความร้อนผ่านแผ่นสี่เหลี่ยมที่มีสมการเป็น

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Convection from} \\ \text{from Air Flow} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Heat emitted from} \\ \text{two pararell plate} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Heat gain} \\ \text{By Conduction} \end{array} \right\}$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{Rate of increase} \\ \text{of internal energy} \end{array} \right\}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_m \frac{\partial T_m}{\partial x} \right) + g' = \rho_m \cdot c_m \frac{\partial T_m(x,t)}{\partial t}$$

No energy source in mediam $g' = 0$, $k_m = \text{constant}$

ดังนั้นจะได้

$$\frac{\partial T_m(x,t)}{\partial t} = \alpha_m \frac{\partial^2 T_m}{\partial x^2} \quad (2.6)$$

$$\text{เมื่อ } \alpha_m = \frac{k_m}{\rho_m c_m}$$

- สมการสมดุลย์บริเวณผิวด้านในแผ่นกระเบื้องซีแพคโมเนียที่ตำแหน่ง $x_m = d_m$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Convection from} \\ \text{from Air Flow} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Heat emitted from} \\ \text{two pararell plate} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Heat gain} \\ \text{By Conduction} \end{array} \right\}$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{Rate of increase} \\ \text{of internal energy} \end{array} \right\}$$

$$h_3(T_A - T_3) + \sigma \frac{(T_4^4 - T_3^4)}{\frac{1}{\epsilon_m} + \frac{1}{\epsilon_g} - 1} + k_m \frac{\partial T_m}{\partial x_m} = \rho_m c_m \frac{\Delta x_m}{2} \frac{\partial T_3}{\partial t} \quad (2.7)$$

เมื่อ

$$T_A = T_f = \frac{T_o + T_i}{2} \quad (2.8)$$

2.6.2 แบบจำลองคณิตศาสตร์ของอากาศในช่องว่างระหว่างแผ่นกระเบื้องซีแพคโมเนียกับแผ่นยิปซัมบอร์ด

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Convection By} \\ \text{Air Flow to} \\ \text{Cpac Monier} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Convection By} \\ \text{Air Flow to} \\ \text{Gypsum Board} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Energy Removed} \\ \text{By the Air By} \\ \text{Convection} \end{array} \right\} = 0$$

$$h_3(T_3 - T_A) + h_4(T_4 - T_A) + \frac{m_A}{A} \cdot C_p(T_i - T_o) = 0 \quad (2.9)$$

อัตราการไหลเชิงมวลของอากาศภายในช่องว่างระหว่างแผ่นกระเบื้องซีแพค โมเนียกับแผ่นยิปซัมบอร์ด

$$m_A = \rho_a \cdot \text{Gap} \cdot W \cdot \bar{V} \quad (2.10)$$

จากโครงการวิจัยเรื่อง “การศึกษาความเป็นไปได้ของการใช้ผนัง Trombe Wall แบบดัดแปลงเพื่อการระบายอากาศตามธรรมชาติภายในบ้านพักอาศัย” ของ นาย เจริญพร เลิศสถิตธนกร คอ.บ.(เครื่องกล) สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี^[6] สมการความเร็วเฉลี่ยของอากาศภายในช่องหลังคารับรังสีอาทิตย์ระหว่างแผ่นกระเบื้องซีแพคโมเนียกับแผ่นยิปซัมบอร์ด คือ

$$\bar{V} = C_d \cdot \left[g \cdot H \cdot \sin \theta \cdot \frac{(T_o - T_i)}{T_i} \right]^{1/2} \quad (2.11)$$

สำหรับการคำนวณอัตราการไหลเชิงปริมาตรของอากาศภายในช่องหลังคา SO-RSC เนื่องจากรางลอยตัว (Air flow due to stack effect)

$$Q_s = C_d \cdot \text{Gap} \cdot W \cdot \left[g \cdot H \cdot \sin \theta \cdot \frac{(T_o - T_i)}{T_i} \right]^{1/2} \quad (2.12)$$

2.6.3 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของแผ่นยิปซัมบอร์ด

สมการสมดุลพลังงานบริเวณผิวด้านหน้าของแผ่นยิปซัมบอร์ด สามารถเขียนได้เป็น

- ที่ตำแหน่ง $x_g = 0$

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{array}{l} \text{Convection from} \\ \text{from Air Flow} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Heat emitted from} \\ \text{two parallel plate} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Heat gain} \\ \text{By Conduction} \end{array} \right\} \\
 & = \left\{ \begin{array}{l} \text{Rate of increase} \\ \text{of internal energy} \end{array} \right\} \\
 & h_4(T_f - T_4) + \sigma \frac{(T_3^4 - T_4^4)}{\frac{1}{\epsilon_m} + \frac{1}{\epsilon_g} - 1} + k_g \cdot \frac{\partial T_g}{\partial x_g} = \rho_g C_g \frac{\Delta x_g}{2} \cdot \frac{\partial T_4}{\partial t} \quad (2.13)
 \end{aligned}$$

- ที่ตำแหน่ง $0 < x_g < d_g$

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{array}{l} \text{Convection from} \\ \text{from Air Flow} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Heat emitted from} \\ \text{two parallel plate} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Heat gain} \\ \text{By Conduction} \end{array} \right\} \\
 & = \left\{ \begin{array}{l} \text{Rate of increase} \\ \text{of internal energy} \end{array} \right\} \\
 & \frac{\partial}{\partial x} \left(k_g \frac{\partial T_g}{\partial x} \right) + g' = \rho_g C_g \frac{\partial T_g(x,t)}{\partial t}
 \end{aligned}$$

heat conduction with no energy sources $g' = 0, k_g = \text{const.}$

$$\therefore k_g \cdot \frac{\partial^2 T_g}{\partial x^2} = \rho_g C_g \frac{\partial T_g(x,t)}{\partial t}$$

หรือ $\frac{\partial T_g(x,t)}{\partial t} = \alpha_g \frac{\partial^2 T_g}{\partial x^2}$ (2.14)

โดยที่ $\alpha_g = \frac{k_g}{\rho_g C_g}$

- ที่ $x_g = d_g$

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{array}{l} \text{Heat Convection} \\ \text{By Air Flow} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Heat Radiation} \\ \text{By Two Pararell Plate} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Heat Gain} \\ \text{By Conduction} \end{array} \right\} \\
 & = \left\{ \begin{array}{l} \text{Rate of increase} \\ \text{of internal energy} \end{array} \right\} \\
 & h_6(T_r - T_6) + \epsilon_g \sigma (T_r^4 - T_6^4) + k_g \frac{\partial T_g}{\partial x_g} = \rho_g c_g \frac{\Delta x_g}{2} \frac{\partial T_6}{\partial t} \quad (2.15)
 \end{aligned}$$

ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนต่าง ๆ มีรายละเอียดการคำนวณดังต่อไปนี้

- สัมประสิทธิ์การพาความร้อนจากผิวด้านบนของแผ่นกระเบื้องซีแพคโมเนียซึ่งถูกกระทำโดยลมซึ่งสามารถหาความสัมพันธ์จากสมการความสัมพันธ์ของ Loveday ดังนี้

$$h_1 = 3.0 + 7.4\sqrt{V} \quad (2.16)$$

V = ความเร็วลมเฉลี่ยอากาศแวดล้อมมีค่าประมาณ 1.5m/s

- สัมประสิทธิ์การพาความร้อนระหว่างแผ่นกระเบื้องซีแพคโมเนียกับอากาศในช่อง Air gap (h_3) มีค่าเท่ากับสัมประสิทธิ์การพาความร้อนระหว่างแผ่นยิปซัมบอร์ดกับอากาศในช่อง Air gap (h_4) นั้นสามารถใช้ความสัมพันธ์ของ Nusselt Number แบบ Free Convection หรือ Natural Convection ดังสมการ

$$\begin{aligned}
 Nu &= \frac{h \cdot D_h}{k} \\
 \therefore h_3 &= \frac{Nu \cdot k_f}{D_h} \quad (2.17)
 \end{aligned}$$

$$D_h = \frac{4A}{P}$$

$$P = 2(W + Gap)$$

$$Nu = 1 + \left\{ 0.071(Gr \cdot Pr)^{1/3} \left[\frac{H}{D_h} \right]^{-1/9} - 1 \right\} \cdot \sin \theta \quad (2.18)$$

$$Gr = \frac{g \cdot \beta' \cdot \Delta T \cdot H^3}{\nu^2} \quad (2.19)$$

เมื่อ

$$\beta' = \frac{l}{T_f}$$

- สัมประสิทธิ์การพาความร้อนจากผิวด้านล่างของแผ่นยับซัมบอร์ด สามารถหาได้จากสมการ

$$h_6 = 1.42 [\sin \theta (T_6 - T_r) / H]^{0.25} \quad (2.20)$$

2.7 การวิเคราะห์โดยวิธีเชิงตัวเลข (Numerical method)

สำหรับการวิเคราะห์ปัญหาของการนำความร้อนภายในเนื้อวัสดุ ที่อยู่ในสถานะที่ไม่คงที่ (Transient) ซึ่งอุณหภูมิเป็นฟังก์ชันของตำแหน่งและเวลา เป็นเรื่องที่ยู่ยากซับซ้อน ดังนั้นจึงต้องนำเอาวิธีเชิงตัวเลข (Numerical method) มาช่วยในการแก้ปัญหาโดยจะเลือกใช้วิธีที่เรียกว่า "Finite-difference" แบบ Explicit

2.7.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหลังคารับรังสีอาทิตย์รูปแบบ Explicit Finite-Difference

การคำนวณอุณหภูมิสำหรับทุก ๆ โหนดของหลังคารับรังสีอาทิตย์จะประมาณจากสมการต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

จากรูปที่ 2.5 แสดงการถ่ายเทความร้อนผ่านช่องหลังคารับรังสีอาทิตย์

- สำหรับ (node 1) ด้านบนแผ่นกระเบื้องซีเมนต์โมเนีย

$$\alpha \cdot I_t + h_l (T_a^i - T_l^i) + \varepsilon_m \cdot \sigma (T_a^{i4} - T_l^{i4}) + k_m \cdot \frac{(T_2^i - T_l^i)}{\Delta x_m} = \rho_m C_m \cdot \frac{\Delta x_m}{2} \cdot \frac{(T_l^{i+1} - T_l^i)}{\Delta t}$$

จัดรูปสมการใหม่จะได้เป็น

$$T_l^{i+1} = \frac{2 \cdot \Delta t}{\rho_m C_m \Delta x_m} \left[\alpha \cdot I_t + h_l (T_a^i - T_l^i) + \varepsilon_m \cdot \sigma (T_a^{i4} - T_l^{i4}) + \frac{k_m}{\Delta x} (T_2^i - T_l^i) \right] + T_l^i$$

หรือ

$$T_l^{i+1} = 2 \cdot r_m \frac{\Delta x_m}{k_g} \left[\alpha \cdot I_t + h_l (T_a^i - T_l^i) + \varepsilon_m \sigma (T_a^{i4} - T_l^{i4}) + \frac{k_m}{\Delta x_m} (T_2^i - T_l^i) \right] + T_l^i \quad (2.21)$$

เมื่อ

$$\alpha_m = \frac{k_m}{\rho_m C_m}$$

$$r_m = \alpha_m \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x^2} = \frac{k_m}{\rho_m c_m} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x^2}$$

- สำหรับ (node 2) ภายในเนื้อแผ่นกระเบื้องซีแพคโมเนีย

$$\frac{\partial T_m(x,t)}{\partial t} = \alpha_m \frac{\partial^2 T_m}{\partial x^2}$$

$$\frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\Delta t} = \alpha \frac{T_{m-1}^i - 2T_m^i + T_{m+1}^i}{(\Delta x)^2}$$

จัดรูปใหม่จะได้

$$T_2^{i+1} = r_m (T_1^i + T_3^i) + (1 - 2r_m) T_2^i \quad (2.22)$$

- สำหรับ (node 3) ด้านล่างแผ่นกระเบื้องซีแพคโมเนีย

$$h_3(T_f - T_3) + \sigma \frac{(T_4^4 - T_3^4)}{\frac{1}{\epsilon_m} + \frac{1}{\epsilon_g} - 1} + k_m \frac{\partial T_m}{\partial x_m} = \rho_m c_m \frac{\Delta x_m}{2} \frac{\partial T_3}{\partial t}$$

$$h_3(T_f - T_3) + \sigma \frac{(T_4^{i4} - T_3^{i4})}{\frac{1}{\epsilon_m} + \frac{1}{\epsilon_g} - 1} + \frac{k_m}{\Delta x_m} (T_2^i - T_3^i) = \rho_m c_m \frac{\Delta x_m}{2} \frac{(T_3^{i+1} - T_3^i)}{\Delta t}$$

หรือจัดให้อยู่ในรูปของ Explicit Finite Difference Form

$$T_3^{i+1} = 2r_m \cdot \frac{\Delta x_m}{k_m} \left[h_3(T_f - T_3) + \sigma \frac{(T_4^{i4} - T_3^{i4})}{\frac{1}{\epsilon_m} + \frac{1}{\epsilon_g} - 1} + \frac{k_m}{\Delta x_m} (T_2^i - T_3^i) \right] + T_3^i \quad (2.23)$$

- สำหรับ(node 4) ด้านบนแผ่นยิปซัมบอร์ด

$$T_4^{i+1} = 2r_g \cdot \frac{\Delta x_g}{k_g} \left[h_4 (T_A^i - T_4^i) + \sigma \cdot \frac{(T_3^{i4} - T_4^{i4})}{\frac{1}{\epsilon_m} + \frac{1}{\epsilon_g} - 1} + \frac{k_g}{\Delta x_g} (T_5^i - T_4^i) \right] + T_4^i \quad (2.24)$$

- สำหรับ(node 5) ภายในเนื้อแผ่นยิปซัมบอร์ด

$$T_5^{i+1} = r_g (T_4^i + T_6^i) + (1 - 2r_g) T_5^i \quad (2.25)$$

- สำหรับ(node 6) ด้านล่างแผ่นยิปซัมบอร์ด

$$h_6 (T_r - T_6) + \epsilon_g \sigma (T_r^4 - T_6^4) + k_g \frac{\partial T_g}{\partial x_g} = \rho_g C_g \frac{\Delta x_g}{2} \frac{\partial T_6}{\partial t}$$

$$T_6^{i+1} = 2r_g \cdot \frac{\Delta x_g}{k_g} \left[h_6 (T_A^i - T_6^i) + \epsilon_g \sigma (T_r^{i4} - T_6^{i4}) + \frac{k_g}{\Delta x_g} (T_5^i - T_6^i) \right] + T_6^i \quad (2.26)$$

- สำหรับช่องว่างอากาศ (Air gap)

$$h_3 (T_3 - T_A) + h_4 (T_4 - T_A) + \frac{\dot{m}_A}{A} C_p (T_i - T_o) = 0$$

$$\text{แทนค่า } T_A = \frac{T_i + T_o}{2} \Rightarrow T_o = 2T_A - T_i$$

จะได้เป็น

$$h_3 (T_3 - T_A) + h_4 (T_4 - T_A) + \frac{\dot{m}_A}{A} C_p (T_i - (2T_A - T_i)) = 0$$

เนื่องจาก $h_3 = h_4 = h_c$ จัดรูปสมการใหม่จะได้เป็น

$$T_A = \frac{h_c (T_3 - T_4) + 2 \frac{\dot{m}_A}{A} C_p T_i}{2h_c + 2 \frac{\dot{m}_A}{A} C_p}$$

หรือ

$$T_A^{i+1} = \frac{h_c (T_3^i - T_4^i) + 2 \frac{\dot{m}_A^i}{A} C_p T_i^i}{2h_c + 2 \frac{\dot{m}_A^i}{A} C_p} \quad (2.27)$$

- อัตราการไหลภายในช่องระหว่างแผ่นกระเบื้องซีแพค โมนีกับแผ่นยิบซัมบอร์ด

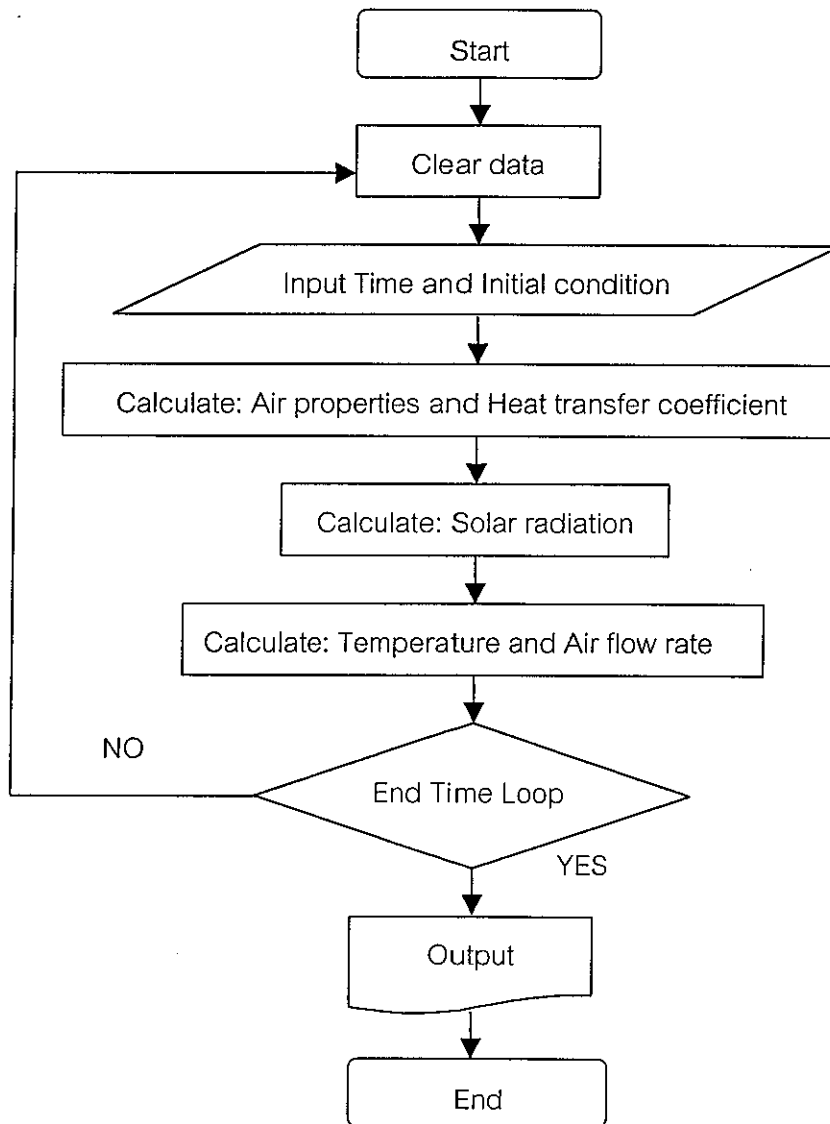
$$Q_s^{i+1} = C_d \cdot Gap \cdot W \cdot \left[g \cdot H \cdot \sin \theta \cdot \frac{(T_A^i - T_i^i)}{T_i^i} \right]^{1/2} \quad (2.28)$$

การคำนวณสมรรถนะการทำงานของหลังแบบ SO-RSC นี้จะใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์
 ที่กล่าวมาแล้วข้างต้น ร่วมกับคุณสมบัติของอากาศที่ขึ้นอยู่กับอุณหภูมิ[ภาคผนวก ค.]และ
 โปรแกรมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นสำหรับการคำนวณนี้[ภาคผนวก จ.]

2.7.2 การทำงานของโปรแกรมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

การทำงานของโปรแกรมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะเริ่มต้นทำงานเมื่อมีการใส่เงื่อนไขเริ่มต้น คือ ค่าความเข้มแสงอาทิตย์ อุณหภูมิบรรยากาศ และระยะเวลาที่ต้องการทราบค่าอุณหภูมิ จากนั้น โปรแกรมจะเริ่มทำการคำนวณ คุณสมบัติของอากาศ ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อน ค่าการแผ่รังสีอาทิตย์ อัตราการไหล และอุณหภูมิที่ต้องการ เป็นอันเสร็จสิ้นการทำงานของ โปรแกรม ค่าที่คำนวณได้ถูกต้องจะแสดงบนหน้าจอ แต่หากไม่ถูกต้องจะต้องกลับไปเคลียร์ข้อมูลและป้อนเงื่อนไขเริ่มต้นใหม่อีกครั้ง

การทำงานของโปรแกรมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สามารถแสดงได้ดังรูป



รูปที่ 2.6 แสดง Flow chart สำหรับโปรแกรมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหลังคาแบบ SO-RSC