



การเปรียบเทียบวิธีคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุโดยใช้การ
ค้นหาแบบขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรมและการค้นหาแบบจำลองการอบเหนียว



พีรภัทร์ ภาควงุมิกมลเลิศ

วิทยานิพนธ์เสนอบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยนเรศวร
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาสถิติ
ปีการศึกษา 2563
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยนเรศวร

การเปรียบเทียบวิธีคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุโดยใช้การ
ค้นหาแบบขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรมและการค้นหาแบบจำลองการอบเหนียว



พีรภัทร์ ภาควงุมิกมลเลิศ

วิทยานิพนธ์เสนอบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยนเรศวร
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาสถิติ
ปีการศึกษา 2563
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยนเรศวร

วิทยานิพนธ์ เรื่อง "การเปรียบเทียบวิธีคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุโดยใช้
การค้นหาแบบขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรมและการค้นหาแบบจำลองการอบเหนียว"

ของ พีรภัทร์ ภาควงมิกมลเลิศ

ได้รับการพิจารณาให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติ

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

(รองศาสตราจารย์ ดร.อัชฌา อระวีพร)

..... ประธานที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์

(รองศาสตราจารย์ ดร.อนามัย นาอุดม)

..... กรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จรัสศรี รุ่งรัตนอุบล)

..... กรรมการผู้ทรงคุณวุฒิภายใน

(ดร.กัลยา บุญหล้า)

อนุมัติ

.....
(ศาสตราจารย์ ดร.ไพศาล มณีสว่าง)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

ชื่อเรื่อง	การเปรียบเทียบวิธีคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุโดยใช้การค้นหาแบบขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรมและการค้นหาแบบจำลองการอบเหนียว
ผู้วิจัย	พีรภัทร์ ภาควงมิกมลเลิศ
ประธานที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร. อนามัย นาอุดม
กรรมการที่ปรึกษา	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จรัสศรี รุ่งรัตนอุบล
ประเภทสารนิพนธ์	วิทยานิพนธ์ วท.ม. สาขาวิชาสถิติ, มหาวิทยาลัยนเรศวร, 2563
คำสำคัญ	การค้นหาแบบขั้นตอนวิธีพันธุกรรม, การค้นหาแบบจำลองการอบเหนียว, การคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบ, พหุสัมพันธ์เชิงเส้น

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุด้วยวิธีการค้นหาแบบขั้นตอนวิธีพันธุกรรม(Genetic Algorithm: GA) และการค้นหาแบบจำลองการอบเหนียว(Simulated Annealing: SA) และทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพและความรวดเร็วในการทำงานของทั้ง GA และ SA ในสถานการณ์ที่ไม่เกิดและเกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระ ทำการศึกษาโดยการจำลองข้อมูลและกำหนดจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 8 10 15 และ 20 ตามลำดับ และแต่ละขนาดของตัวแปรอิสระ กำหนดขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 100 200 และ 500 ตามลำดับ ทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของ GA และ SA โดยพิจารณาค่าร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบและพิจารณาจำนวนรอบในการทำงานเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบความรวดเร็วในการทำงาน ผลการศึกษาพบว่า GA และ SA สามารถทำงานได้ดีทั้งในสถานการณ์ที่ไม่เกิดและเกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระ โดยที่ GA ให้ค่าร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบสูงกว่า SA ในกรณีที่ตัวแปรอิสระมีจำนวนน้อย (5 และ 8 ตัวแปร) และทั้ง 2 วิธีสามารถคัดเลือกตัวแปรอิสระได้ถูกต้องร้อยละ 100 เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระมีค่าเพิ่มขึ้น (10 15 และ 20 ตัวแปร) นอกจากนี้ยังพบว่าทั้ง GA และ SA มีความรวดเร็วในการทำงานใกล้เคียงกันเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระมีขนาดเล็ก ในขณะที่ SA สามารถทำงานได้รวดเร็วกว่า GA เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระหรือมิติของปัญหามีขนาดใหญ่ขึ้น

Title	A COMPARISON OF SUBSET SELECTION IN MULTIPLE LINEAR REGRESSION MODEL USING GENETIC ALGORITHM AND SIMULATED ANNEALING.
Author	PERAPHAT PHAKPOOMKAMONLOEST
Advisor	Associate Professor Anamai Na-udom, Ph.D.
Co-Advisor	Assistant Professor Jaratsri Rungrattanaubol, Ph.D.
Academic Paper	Thesis M.S. in Statistics - (Type A 2), Naresuan University, 2020
Keywords	Genetic Algorithm, Simulated Annealing, Subset Selection, Multicollinearity

ABSTRACT

The objective of this research is to study the subset selection in multiple linear regression model by using Genetic Algorithm (GA) and Simulated Annealing (SA) and compare the efficiency and rate of convergence of GA and SA in the case of with and without multicollinearity problem between input variables. The data used in this study were simulated under various situations. The numbers of input variables are 5 8 10 15 and 20 respectively, for each input variable, the sample sizes are 50 100 200 and 500 respectively. The efficiency is compared by using correct specification percentage of subset selection while rate of convergence is validated through number of loops spent for each case. The results show that GA and SA perform similarly in the case of with and without multicollinearity problem. Further, GA provide higher percentage of correct specification than SA for small number (5 and 8 variables) of input variable while both methods provide 100% of correct specification when the numbers of input variables are increased (10 15 and 20 variables). In addition, the results reveal that both GA and SA have similar rate of convergence when the number of input variables is small while SA can work much faster than GA when the number of input variables or the dimension of the problem becomes larger.



ประกาศคุณูปการ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยความกรุณาอย่างยิ่งจาก รองศาสตราจารย์ ดร.อนามัย นาคอุดม ประธานที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จรัสศรี รุ่งรัตนอาบุล ที่ปรึกษาร่วม วิทยานิพนธ์ ที่ได้ถ่ายทอดองค์ความรู้ ให้คำปรึกษาและคำแนะนำในการแก้ไขข้อบกพร่องเพื่อให้ วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น รวมถึงให้การสนับสนุนตลอดระยะเวลาในการจัดทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.อัชฌา อระวีพร ประธานกรรมการสอบ วิทยานิพนธ์ และ ดร.กัลยา บุญหล้า กรรมการผู้ทรงคุณวุฒิภายใน ที่กรุณาให้คำแนะนำและแนวคิด รวมถึง ชี้ข้อบกพร่องและแก้ไขเนื้อหาเพื่อความสมบูรณ์ของวิทยานิพนธ์มากยิ่งขึ้น

เหนือสิ่งอื่นใด ขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดาและครอบครัว ที่เป็นกำลังใจและให้การ สนับสนุนเป็นอย่างดี

นอกจากนี้ขอขอบพระคุณทุกท่านที่มีส่วนร่วมในวิทยานิพนธ์ที่ไม่ได้กล่าวนามมา ณ โอกาสนี้ และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะเป็นประโยชน์ในการนำไปใช้และพัฒนาต่อยอดต่อไป

พีรภัทร์ ภาคภูมิภมลเลิศ

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ค
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ง
ประกาศคุุณูปการ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฌ
สารบัญภาพ.....	ฎ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาของปัญหา.....	1
จุดมุ่งหมายของการวิจัย.....	5
ขอบเขตของงานวิจัย.....	5
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	7
สมมติฐานของการวิจัย.....	7
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	8
ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง.....	8
1. การวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นพหุ.....	8
2. การค้นหาแบบขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม.....	16
3. การค้นหาแบบจำลองการอบเหนียว.....	21
4. ฟังก์ชันวัตถุประสงค์.....	25
5. เกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณาเพื่อเปรียบเทียบผลการจำลอง.....	26

งานวิจัยเกี่ยวข้อง	26
บทที่ 3 วิธีดำเนินงานวิจัย	31
การจำลองข้อมูล	31
วิธีการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ	33
1. การค้นหาแบบขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม	33
2. การค้นหาแบบจำลองการอบเหนียว	35
เกณฑ์การหยุดกระบวนการทำงาน	38
บทที่ 4 ผลการวิจัย	41
ผลการวิจัยสำหรับกรณีที่ไม่เกิดปัญหาหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระ	42
ผลการวิจัยสำหรับกรณีที่เกิดปัญหาหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระ	47
บทที่ 5 บทสรุป	67
สรุปผลการวิจัย	67
อภิปรายผล	68
ข้อเสนอแนะ	69
บรรณานุกรม	70
ภาคผนวก	72
ประวัติผู้วิจัย	91

สารบัญตาราง

หน้า

ตาราง 1 แสดงการเปรียบเทียบร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบ กรณีที่ไม่เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระ.....	42
ตาราง 2 แสดงการเปรียบเทียบความรวดเร็วในการทำงาน กรณีที่ไม่เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระ	45
ตาราง 3 แสดงการเปรียบเทียบร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบ กรณีที่เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระในระดับต่ำ ($\rho = 0.30$)	48
ตาราง 4 แสดงการเปรียบเทียบความรวดเร็วในการทำงาน กรณีที่เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระในระดับต่ำ ($\rho = 0.30$)	50
ตาราง 5 แสดงการเปรียบเทียบร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบ กรณีที่เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระในระดับปานกลาง ($\rho = 0.70$)	53
ตาราง 6 แสดงการเปรียบเทียบความรวดเร็วในการทำงาน กรณีที่เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระในระดับปานกลาง ($\rho = 0.70$)	56
ตาราง 7 แสดงการเปรียบเทียบร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบ กรณีที่เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระในระดับสูง ($\rho = 0.90$)	58
ตาราง 8 แสดงการเปรียบเทียบความรวดเร็วในการทำงาน กรณีที่เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระในระดับสูง ($\rho = 0.90$)	61
ตาราง 9 แสดงประสิทธิภาพของวิธีการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้ถูกต้องแยกตามกรณีต่าง ๆ.....	63

ตาราง 10 แสดงวิธีการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบที่เหมาะสม เมื่อใช้จำนวนรอบ
เฉลี่ยในการทำงานเป็นเกณฑ์.....65



สารบัญภาพ

	หน้า
ภาพ 1 แสดงสัดส่วนของค่าความเหมาะสมของการคัดเลือกแบบวงล้อรูเล็ต.....	17
ภาพ 2 แสดงการสลับสายพันธุ์แบบจุดเดี่ยว	18
ภาพ 3 แสดงการสลับสายพันธุ์แบบสองจุด	19
ภาพ 4 แสดงการกลายพันธุ์มาตรฐาน	20
ภาพ 5 แสดงการกลายพันธุ์แบบสลับที่	20
ภาพ 6 แสดงลักษณะการลู่เข้าสู่ผลเฉลยที่ถูกต้องของ SA.....	22
ภาพ 7 แสดงการสร้างประชากรเริ่มต้น การสุ่มผลเฉลยเริ่มต้น และคำนวณค่าฟังก์ชัน วัตถุประสงค์	24
ภาพ 8 แสดงการสร้างเซตของเวกเตอร์ผลเฉลยข้างเคียง และการสุ่มเวกเตอร์ผลเฉลย ข้างเคียง	25
ภาพ 9 แสดงรูปแบบสายโครโมโซมที่สร้างขึ้นและการแปลงรหัส	34
ภาพ 10 แสดงการคัดเลือกโครโมโซม	34
ภาพ 11 แสดงการสลับสายพันธุ์	35
ภาพ 12 แสดงการกลายพันธุ์.....	35
ภาพ 13 แสดงการสร้างประชากรเริ่มต้น.....	36
ภาพ 14 แสดงการสุ่มผลเฉลยเริ่มต้น	36
ภาพ 15 แสดงการสร้างผลเฉลยข้างเคียงและการสุ่มผลเฉลยข้างเคียง	37
ภาพ 16 ขั้นตอนการทำงานของ GA.....	39
ภาพ 17 ขั้นตอนการทำงานของ SA.....	40

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาของปัญหา

วิธีการทางสถิติถูกนำไปประยุกต์ใช้กับหน่วยงานต่าง ๆ อย่างแพร่หลายในปัจจุบัน ไม่ว่าจะเป็นการใช้ข้อมูลในอดีตมาสร้างตัวแบบพยากรณ์ข้อมูลในอนาคต การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเป็นแนวทางในการตัดสินใจเพื่อให้ได้ผลเฉลยหรือผลลัพธ์ตามวัตถุประสงค์สูงสุด การวิเคราะห์การถดถอย (Regression analysis) เป็นวิธีการทางสถิติที่ได้รับความนิยมอย่างแพร่หลาย เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร โดยวัตถุประสงค์หลักคือการประมาณค่าตัวแปรตามหรือตัวแปรตอบสนอง (Dependent variable or response variable) โดยการสร้างตัวแบบจากข้อมูลของตัวแปรอิสระ (Independent variable) หรือตัวแปรทำนาย (Predictor variable) หากมีตัวแปรอิสระเพียงตัวเดียวในการประมาณค่าตัวแปรตาม และความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระที่มีต่อตัวแปรตามเป็นความสัมพันธ์เชิงเส้นตรง จะเรียกว่าการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย (Simple linear regression) โดยจะใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Ordinary least square) ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยสำหรับสมการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย

โดยทั่วไปปัญหาส่วนใหญ่ที่เรามักจะพบคือการมีตัวแปรอิสระมากกว่า 1 ตัวแปรที่มีความสัมพันธ์เชิงเส้นกับตัวแปรตามหรือเรียกว่าการถดถอยเชิงเส้นพหุ (Multiple linear regression) อย่างไรก็ตามการมีตัวแปรอิสระอยู่ในตัวแบบเป็นจำนวนมากนั้นไม่ได้หมายความว่าตัวแปรอิสระทุกตัวจะมีความสัมพันธ์เชิงเส้นกับตัวแปรตามสูง กล่าวคืออาจมีตัวแปรอิสระบางตัวที่อธิบายความผันแปรได้น้อย นอกจากนี้อาจมีตัวแปรอิสระบางตัวที่มีความสัมพันธ์กันเอง หรือเรียกว่าเกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้น (Multicollinearity) โดยปกติแล้วถ้าหากตัวแบบถดถอยเชิงเส้นพหุไม่เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้น จะใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ถดถอย เช่นเดียวกับตัวแบบถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายซึ่งจะอยู่ในรูป $\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'y$ ได้ แต่ถ้าหากตัวแบบถดถอยเชิงเส้นพหุเกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้น การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดอาจเป็นวิธีที่ไม่เหมาะสม เนื่องจากไม่สามารถหาค่า $(X'X)^{-1}$ ได้ ทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดมีแนวโน้มที่จะผันแปรสูง ส่งผลให้การทดสอบอรรถิพลของตัวแปรอิสระแต่ละตัวที่มีต่อตัวแปรตามไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ ในขณะที่การทดสอบนัยสำคัญของการถดถอยมีนัยสำคัญทางสถิติ กล่าวคือไม่สามารถอธิบายความผันแปรที่เกิดขึ้นในตัวแปรตามโดย

พิจารณาจากตัวแปรอิสระตัวใดตัวหนึ่งได้ เพราะอิทธิพลของตัวแปรดังกล่าวจะขึ้นอยู่กับตัวแปรอิสระตัวอื่นที่สัมพันธ์กันทั้งที่รวมหรือไม่รวมอยู่ในตัวแบบ นอกจากนี้ยังไม่สามารถแปลผลสัมประสิทธิ์ถดถอยว่าเป็นการวัดอัตราการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรตามเฉลี่ยเมื่อตัวแปรอิสระที่พิจารณาเปลี่ยนแปลง 1 หน่วยเมื่อตัวแปรอิสระอื่นคงที่ได้ เนื่องจากค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยของตัวแปรอิสระตัวใดตัวหนึ่งจะขึ้นอยู่กับตัวแปรอิสระตัวอื่น ซึ่งจะเห็นว่าการเกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้นกระทบต่อการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยเชิงเส้นพหุเป็นอย่างมาก อย่างไรก็ตามในปัจจุบันมีวิธีแก้ปัญหาค่าประมาณค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยเมื่อตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันหลายวิธี เช่น วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยด้วยวิธีวิเคราะห์การถดถอยแบบบริดจ์ (Ridge regression) วิธีวิเคราะห์การถดถอยแบบเลซโซ่ (Lasso regression) และวิธีวิเคราะห์การถดถอยแบบยืดหยุ่น (Elastic net regression) เป็นต้น วิธีเหล่านี้จะช่วยลดปัญหาการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยของตัวแบบในกรณีที่ตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันลงได้

จากปัญหาการมีตัวแปรอิสระในตัวแบบถดถอยเชิงเส้นพหุเป็นจำนวนมาก อาจก่อให้เกิดปัญหาตัวแบบที่มีความไม่เหมาะสม เนื่องจากอาจมีตัวแปรอิสระบางตัวที่ไม่มีความสัมพันธ์เชิงเส้นกับตัวแปรตาม ดังนั้นจึงต้องมีการค้นหาตัวแปรอิสระที่เหมาะสมที่สุดที่มีความสัมพันธ์เชิงเส้นกับตัวแปรตามอย่างรอบคอบ ซึ่งหากมีการคัดเลือกตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์เชิงเส้นกับตัวแปรตามสูงออกจากตัวแบบจะทำให้ตัวแบบที่จะนำไปประมาณค่าตัวแปรตามนั้นมีประสิทธิภาพต่ำ ส่งผลให้ค่าประมาณที่ได้มีความคลาดเคลื่อนสูง ปัจจุบันมีวิธีในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบอยู่หลายวิธี เช่น วิธีตัดตัวแปร (Backward elimination : BE) วิธีเพิ่มตัวแปร (Forward selection : FS) วิธีเพิ่มตัวแปรอิสระแบบขั้นตอน (Stepwise regression : SR) และวิธีพิจารณาทุกตัวแบบที่เป็นไปได้ (All possible regression) เป็นต้น อย่างไรก็ตามเมื่อมีจำนวนตัวแปรอิสระมากจะส่งผลให้มีตัวแบบที่เป็นไปได้มากตามไปด้วย ซึ่งวิธีการดังกล่าวอาจใช้เวลานานในการค้นหาตัวแบบที่ถูกต้อง

ปัจจุบันมีวิธีการคัดเลือกตัวแบบที่ประยุกต์มาจากวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดเชิงการจัด (Combinatorial optimization problem) เรียกว่า เมตาฮิวริสติก (Metaheuristic) มีความสามารถในการค้นหาตัวแบบที่ดีที่สุดได้โดยไม่ต้องพิจารณาตัวแบบที่เป็นไปได้ทั้งหมด หลักการทั่วไปของ เมตาฮิวริสติก คือ การสร้างเวกเตอร์ตัวแบบเริ่มต้นโดยใช้รหัสแบบไบนารีที่มีลักษณะเป็นเลขฐานสองเป็นสัญลักษณ์แทนการมีตัวตนของตัวแปรอิสระในตัวแบบถดถอยเชิงเส้นพหุและทำการพัฒนาตัวแบบเริ่มต้นเพื่อนำไปสู่ตัวแบบที่ดีที่สุดโดยอาศัยหลักการทำซ้ำและการกำหนดค่าพารามิเตอร์ วิธีการที่จัดอยู่ในกลุ่มของ เมตาฮิวริสติก ที่ได้รับความนิยมในปัจจุบัน

มีอยู่หลายวิธี เช่น วิธีการค้นหาแบบจำลองการอบเหนียว (Simulated annealing : SA) วิธีการค้นหาแบบต้องห้าม (Tabu search : TS) และวิธีการค้นหาแบบขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม (Genetic algorithm : GA) เป็นต้น วิธีการเหล่านี้เป็นกระบวนการแก้ปัญหาเพื่อหาค่าหรือตัวแปรอิสระที่เหมาะสมที่สุดเข้าสู่ตัวแบบ โดยมีขั้นตอนการทำงานที่แตกต่างกันไป โดยมีเกณฑ์ที่ใช้ในการหยุดกระบวนการทำงาน คือ จะหยุดการทำงานเมื่อครบจำนวนรอบที่กำหนดไว้ หรือมีการกำหนดค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (Objective function) ที่ต้องการเพื่อเป็นการหยุดการทำงานของวิธีการเหล่านี้ เป็นต้น วิธีที่กล่าวมานี้จะช่วยในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบเพื่อประมาณค่าตัวแปรตามได้อย่างแม่นยำและมีความสามารถในการค้นหาตัวแบบที่เหมาะสมได้อย่างรวดเร็วโดยเฉพาะในกรณีที่มีตัวแปรอิสระอยู่ในตัวแบบเป็นจำนวนมาก อย่างไรก็ตามยังไม่มีข้อสรุปที่แน่ชัดว่าวิธีใดเป็นวิธีในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้ดีที่สุด เนื่องจากแต่ละวิธีจะมีความเหมาะสมในการทำงานในแต่ละสถานการณ์ที่แตกต่างกันไป

ในปัจจุบันมีงานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับวิธีการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบด้วยวิธีการต่างๆ ภายใต้สถานการณ์ที่แตกต่างกันอยู่มากมาย ดังงานวิจัยของ วลัยทิพย์ บุญญาติศัย (2549) ได้ทำการศึกษาเกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบเพื่อให้ได้ตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดในปัญหาทดสอบต่าง ๆ โดยเกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณา คือ ค่าเฉลี่ยของร้อยละความผิดพลาดสัมบูรณ์ (Mean absolute percentage error : MAPE) ศึกษาในกรณีที่มีจำนวนตัวแปรอิสระ 3 และ 4 ตัวแปร โดยกำหนดระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระเป็น 3 ระดับ คือ ต่ำ ปานกลาง และ สูง และกำหนดให้ BE คือ วิธีการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบ ผลการวิจัยพบว่าตัวแบบที่ได้มีความแตกต่างกันไปในแต่ละปัญหาทดสอบ และสรุปได้ว่า MAPE มีความแปรผันตามปัจจัยอันประกอบไปด้วยระดับความสัมพันธ์ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และจำนวนตัวแปรอิสระ แต่แปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง และในงานวิจัยของ นิตาชาล งามประเสริฐสุทธิ (2555) ได้ทำการเปรียบเทียบการคัดเลือกตัวแปรอิสระในการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นพหุที่ตัวแบบมีตัวแปรอิสระที่เกี่ยวข้องและไม่เกี่ยวข้องกับตัวแปรตาม วิธีการคัดเลือกตัวแปรอิสระที่ใช้ คือ SR ที่ประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีการถดถอยแบบบริดจ์โดยใช้วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบบริดจ์ด้วยวิธีต่าง ๆ 4 วิธี คือ วิธีโฮเอิร์ล เคนนาร์ด และบาลด์วิน (Hoerl, Kennard and Baldwin) วิธีลิวเลสและแวง (Lawless and Wang) วิธีโนมูระ (Nomura) และวิธีคาลาฟและชูเกอร์ (Khalaf and Shukur) เปรียบเทียบกับ TS ผลการวิจัยพบว่า TS มีร้อยละของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้ถูกต้องสูงกว่า SR ในทุกขนาดตัวอย่าง

นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยที่นำ GA และ SA ไปใช้ในการแก้ปัญหาในการหาค่าเหมาะสมที่สุด ดังงานวิจัยของ ศิรินทิพย์ หมื่นจันทร์ และ วรฐา มินเสน (2557) ทำการประยุกต์ GA โดยใช้ชื่อว่า ดับเบิลเจเนติกอัลกอริทึม (Double Genetic Algorithms: DGA) และทำการเปรียบเทียบกับ GA และ SR โดยอาศัยเกณฑ์ความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Mean Squares Error: MSE) เป็นเกณฑ์ ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพ เมื่อไม่เกิดและเกิดปัญหาหาค่าเหมาะสมที่สุดเชิงเส้นพหุ ผลการวิจัยพบว่าใน สถานการณ์ที่เกิดปัญหาหาค่าเหมาะสมที่สุดเชิงเส้นพหุ DGA ให้ค่า MSE น้อยที่สุด ส่วน GA และ SR ให้ค่าที่ ใกล้เคียงกัน สำหรับกรณีที่ไม่เกิดปัญหาหาค่าเหมาะสมที่สุดเชิงเส้นพหุทั้ง 3 วิธีให้ค่า MSE ที่ต่ำที่สุดเท่ากัน และในงานวิจัยของ Siarry และ Berthiau (1997) ได้ทำการเปรียบเทียบความเร็วในการหาค่า เหมาะสมที่สุดของ TS การค้นหาแบบสุ่มบริสุทธิ์ (Pure random search : RS) และ SA และศึกษา การลู่เข้าสู่ค่าที่เหมาะสมของพารามิเตอร์หลักซึ่งวัดจากประสิทธิภาพของการค้นหาโดยใช้การทดสอบ กับฟังก์ชันที่นิยมหาค่าต่ำสุด ประกอบด้วย ฟังก์ชันโกลด์สไตน์-ไพร์ซ์ (Goldstein-Price) ฟังก์ชัน ฮาร์ทแมน (Hartmann) และฟังก์ชันโรเซนบร็อก (Rosenbrock) เมื่อมีจำนวนตัวแปรอิสระ 2 3 5 และ 10 ตัวแปร ผลการศึกษาพบว่า ในกรณีที่มีตัวแปรอิสระจำนวน 2 และ 3 ตัวแปร ฟังก์ชันโกลด์ สไตน์-ไพร์ซ์ ฟังก์ชันฮาร์ทแมน และฟังก์ชันโรเซนบร็อกมีประสิทธิภาพในการหาค่าต่ำสุดสูง และ พบว่า TS มีความรวดเร็วในการหาผลเฉลยแปรผันตามจำนวนตัวแปรอิสระ ในขณะที่ SA มีความ รวดเร็วในการหาผลเฉลยแปรผันกับจำนวนตัวแปรอิสระ

สำหรับงานวิจัยที่นำ GA และ SA มาทำการเปรียบเทียบกันในการแก้ปัญหาการหาค่า เหมาะสมที่สุด ดังงานวิจัยของ พิศลย์ มีแก้ว (2546) ที่ทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการหาผล เฉลยที่เหมาะสมระหว่าง GA และ SA ในงานด้านกระบวนการผิวตอบสนอง (Response surface methodology) ในสถานการณ์ที่มีและไม่มีปัจจัยรบกวนตามธรรมชาติ (Noise) ผลการวิจัยพบว่า GA สามารถหาผลเฉลยได้ดีกว่าในสถานการณ์ที่มีปัจจัยรบกวน ในขณะที่ SA เป็นทางเลือกที่ เหมาะสมกว่าในสถานการณ์ที่ไม่มีปัจจัยรบกวน และในงานวิจัยของ Kapetanious (2007) พัฒนาตัว แบบถดถอย ในงานด้านปัญหาทางเศรษฐมิติ (Econometrics) โดยใช้ GA SA และวิธีการเฉลี่ยตัว แบบของเบส์ (Bayesian Model Averaging method) และเปรียบเทียบความแม่นยำในการ พยากรณ์ตัวแบบที่ได้จากทั้ง 3 วิธี ในกรณีที่มีจำนวนตัวแปรอิสระ 25 50 และ 75 ตัวแปร โดยข้อมูล ที่ใช้ในการวิจัยเป็นข้อมูลจากธนาคารกลางในประเทศเนเธอร์แลนด์ระหว่างเดือนมกราคม ปี ค.ศ. 1959 ถึงเดือนธันวาคม ปี ค.ศ.1998 ผลการศึกษาพบว่าตัวแบบที่ได้จาก GA และ SA ให้ความ

แม่นยำในการพยากรณ์สูงกว่าวิธีการเฉลี่ยตัวแบบของเบส์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในกรณีที่มีจำนวนตัวแปรอิสระเป็นจำนวนมาก

ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาวิธีการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบด้วยวิธีแบบเมตาฮิวริสติก เนื่องจากมีความแม่นยำในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบเพื่อนำไปประมาณค่าตัวแปรตาม และมีความสามารถในการค้นหาตัวแบบที่เหมาะสมได้อย่างรวดเร็วในกรณีที่มีตัวแบบที่เป็นไปได้เป็นจำนวนมาก โดยงานวิจัยนี้จะนำวิธีการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบด้วยวิธีแบบเมตาฮิวริสติกมาเปรียบเทียบกับ 2 วิธี คือ GA และ SA โดยตัวแบบที่ใช้ในการศึกษาคือตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุ ซึ่งการศึกษาในครั้งนี้จะแบ่งออกเป็น 2 กรณี คือ กรณีที่ไม่เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระ จะทำการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบด้วย GA และ SA โดยจะทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และ กรณีที่เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระ โดยจะกำหนดให้มีตัวแปรอิสระที่มีพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกัน 1 คู่และกำหนดระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระแบ่งเป็น 3 ระดับ คือ ต่ำ ปานกลาง และสูง จะทำการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบด้วย GA และ SA โดยจะทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยด้วยวิธีวิเคราะห์การถดถอยแบบบริดจ์ที่ใช้วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีโฮเอิร์ล เคนนาร์ด และบาลด์วิน และกำหนดให้เกณฑ์สารสนเทศของอาโคเคะ (Akaike's information criterion : AIC) เป็นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบของทั้ง 2 วิธี โดยกำหนดให้ร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของทั้ง 2 วิธี และกำหนดให้จำนวนรอบในการทำงานเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบความรวดเร็วของทั้ง 2 วิธี

จุดมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาวิธีการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบด้วย GA และ SA
2. เพื่อเปรียบเทียบร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบด้วย GA และ SA
3. เพื่อเปรียบเทียบจำนวนรอบในการทำงานของ GA และ SA

ขอบเขตของงานวิจัย

1. ตัวแบบที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้คือตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุที่อยู่ในรูปแบบเชิงเส้นของพารามิเตอร์และตัวแปรอิสระโดยมีรูปแบบทั่วไปคือ

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i$$

โดยที่

y_i คือ ตัวแปรตาม เมื่อ $i=1,2,\dots,n$ และ n คือ ขนาดตัวอย่าง

$X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{ik}$ คือ ตัวแปรอิสระจำนวน k ตัวแปร

$\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$ คือ สัมประสิทธิ์ถดถอยของตัวแบบ

ε_i คือ ความคลาดเคลื่อนสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติคือ $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$

2. จำลองข้อมูลในการสร้างตัวแบบถดถอยโดยกำหนดให้ตัวแปรอิสระมีการแจกแจงปกติหลายตัวแปร (Multivariate normal distribution)

3. ศึกษาภายใต้สถานการณ์ต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

3.1 กรณีที่เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระและกรณีที่ไม่เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระ

3.2 ตัวอย่างมีขนาดเท่ากับ 50 100 200 และ 500 ตามลำดับ

3.3 กำหนดจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 8 10 15 และ 20 ตามลำดับ

3.4 กำหนดค่าความคลาดเคลื่อนโดย $\varepsilon_i \sim N(0, 5^2)$

3.5 กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 8 10 15 และ 20 ตามลำดับ

4. กำหนดให้เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระ คือ X_{i2} และ X_{i4} เมื่อ $i=1,2,\dots,n$ มีความสัมพันธ์กันในระดับต่ำ ($\rho=0.30$) ปานกลาง ($\rho=0.70$) สูง ($\rho=0.90$)

5. วิธีการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบถดถอยเชิงเส้นพหุที่ใช้คือ GA และ SA

6. กำหนดให้ใช้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดในกรณีที่ไม่เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระ และใช้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยด้วยวิธีการวิเคราะห์การถดถอยแบบบริดจ์โดยใช้วิธีการประมาณค่าคงตัว r ด้วยวิธีไฮเออร์ล เคนนาร์ด และ บาลด์วินในกรณีที่เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระ

7. กำหนดฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของ GA และ SA คือ AIC

8. กำหนดจำนวนของการทำซ้ำคือ 500 รอบ

9. กำหนดให้ร้อยละของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้ถูกต้องเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของ GA และ SA

10. กำหนดให้จำนวนรอบในการทำงานเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบความรวดเร็วในการทำงานของ GA และ SA

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. ตัวแบบที่ถูกต้อง (Correct fitting) หมายถึง ตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุที่มีตัวแปรอิสระที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรตามครบทุกตัวและไม่มีตัวแปรอิสระที่ไม่เกี่ยวข้องกับตัวแปรตามอยู่ในตัวแบบ
2. ตัวแบบที่ไม่ถูกต้อง (Incorrect fitting) หมายถึง ตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุที่มีตัวแปรอิสระที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรตามไม่ครบทุกตัวหรือมีตัวแปรอิสระบางตัวที่ไม่เกี่ยวข้องกับตัวแปรตามรวมอยู่ในตัวแบบ
3. การเกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้น (Multicollinearity) หมายถึง การที่ตัวแปรอิสระของตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุมีความสัมพันธ์กัน
4. โครโมโซม (Chromosome) หมายถึง เวกเตอร์ตัวแบบที่มีรหัสแบบไบนารีที่มีลักษณะเป็นเลขฐานสองเป็นสัญลักษณ์แทนการปรากฏของตัวแปรอิสระในตัวแบบถดถอยเชิงเส้นพหุ
5. ยีน (Gene) หมายถึง ตำแหน่งรหัสแบบไบนารีที่มีลักษณะเป็นเลขฐานสองที่อยู่ในโครโมโซม
6. GA (Genetic algorithm) หมายถึง การค้นหาแบบขั้นตอนเชิงพันธุกรรม
7. SA (Simulated annealing) หมายถึง การค้นหาแบบจำลองการอบเหนียว

สมมติฐานของการวิจัย

1. การคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบด้วย GA และ SA มีร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบตั้งแต่ 80 ขึ้นไป
2. การคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบด้วย SA มีร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบสูงกว่า GA ในกรณีที่ไม่เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระ ในขณะที่ GA มีร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบสูงกว่า SA ในกรณีที่เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระ
3. การคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบด้วย SA ใช้จำนวนรอบในการทำงานน้อยกว่า GA ในทุกกรณี

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาวิธีการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบด้วย GA และ SA และเปรียบเทียบประสิทธิภาพและความรวดเร็วในการทำงานของ GA และ SA โดยพิจารณาจากร้อยละความถูกต้องในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบ และจำนวนรอบในการทำงาน โดยมีทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังนี้

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง โดยจะแบ่งออกเป็น 5 หัวข้อย่อย คือ การวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ วิธีการค้นหาแบบขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม วิธีการค้นหาแบบจำลองการอบเหนียว ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ และเกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณาเพื่อเปรียบเทียบผลการจำลอง

1. การวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นพหุ

การวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นพหุ คือ การศึกษาอิทธิพลของตัวแปรอิสระหลายตัวแปรที่มีผลกระทบต่อตัวแปรตาม โดยสามารถแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระกับตัวแปรตามได้จากตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุ ซึ่งทำให้สามารถพยากรณ์ตัวแปรตามได้จากความสัมพันธ์นี้ รูปแบบทั่วไปของสมการถดถอยเชิงเส้นพหุมีดังต่อไปนี้

$$y = X\beta + \varepsilon$$

โดยที่

y คือ เวกเตอร์ของตัวแปรตามขนาด $n \times 1$ เมื่อ n คือ ขนาดตัวอย่าง

X คือ เมทริกซ์ของตัวแปรอิสระขนาด $n \times (k+1)$ เมื่อ k คือ จำนวนตัวแปรอิสระ

β คือ เวกเตอร์ของสัมประสิทธิ์ถดถอยของตัวแบบขนาด $(k+1) \times 1$

ε คือ เวกเตอร์ของความคลาดเคลื่อนสุ่มขนาด $n \times 1$

การวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นพหุมีข้อตกลงเบื้องต้นคือ ตัวแปรอิสระแต่ละตัวเป็นตัวแปรที่ทราบค่าและเป็นอิสระต่อกันรวมถึงตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุเป็นแบบเชิงเส้นของพารามิเตอร์ และ $\varepsilon \sim N_n(0, \sigma^2 I_n)$ และเป็นอิสระต่อกัน โดยที่ I_n คือ เมทริกซ์เอกลักษณ์ขนาด $n \times n$

จากสมการ $\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$ การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ถดถอย $\boldsymbol{\beta}$ ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดมีหลักการว่าต้องหา $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ ที่ทำให้ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่มีค่าต่ำที่สุด โดยผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon} &= (\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})'(\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}) \\ &= \mathbf{y}'\mathbf{y} - 2\hat{\boldsymbol{\beta}}'\mathbf{X}'\mathbf{y} + \hat{\boldsymbol{\beta}}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}\end{aligned}$$

หาอนุพันธ์ของ $\boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon}$ เทียบกับ $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ และกำหนดให้เท่ากับ 0

$$\frac{\partial}{\partial \hat{\boldsymbol{\beta}}} \boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial \hat{\boldsymbol{\beta}}} (\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})'(\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial \hat{\boldsymbol{\beta}}} (\mathbf{y}'\mathbf{y} - 2\hat{\boldsymbol{\beta}}'\mathbf{X}'\mathbf{y} + \hat{\boldsymbol{\beta}}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}) = 0$$

$$-2\mathbf{X}'\mathbf{y} + 2(\mathbf{X}'\mathbf{X})\hat{\boldsymbol{\beta}} = 0$$

$$(\mathbf{X}'\mathbf{X})\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{X}'\mathbf{y}$$

จะได้ $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{y}$ เป็นค่าประมาณของ $\boldsymbol{\beta}$ ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

ทฤษฎีที่ 1 จากตัวแบบเชิงเส้นพหุ $\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$ เมื่อ $\boldsymbol{\varepsilon} \sim N_n(0, \sigma^2 \mathbf{I}_n)$ ตัวประมาณด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดของ $\boldsymbol{\beta}$ คือ $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{y}$ เป็นตัวประมาณค่าที่ไม่เอนเอียง $E(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = \boldsymbol{\beta}$ และมีเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม $Cov(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = \sigma^2 (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$

พิสูจน์

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{\beta}} &= (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{y} \\ &= (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}) \\ &= \boldsymbol{\beta} + (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\boldsymbol{\varepsilon}\end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}E(\hat{\boldsymbol{\beta}}) &= \boldsymbol{\beta} + (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'E(\boldsymbol{\varepsilon}) \\ &= \boldsymbol{\beta}\end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned}
 \text{Cov}(\hat{\boldsymbol{\beta}}) &= \text{Cov}\left[(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y}\right] \\
 &= (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\text{Cov}(\mathbf{y})\left[(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\right]' \\
 &= (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\sigma^2\left[(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\right]' \\
 &= \sigma^2(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \\
 &= \sigma^2(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}
 \end{aligned}$$

ทฤษฎีที่ 2 ตัวประมาณกำลังสองน้อยที่สุดของความแปรปรวนสำหรับการถดถอยเชิงเส้นพหุคือ $\hat{\sigma}^2 = MSE$ เป็นตัวประมาณค่าที่ไม่เอนเอียงของ σ^2

พิสูจน์

$$\begin{aligned}
 E(MSE) &= E\left\{\frac{SSE}{n-p}\right\} \\
 &= E\left\{\frac{(\mathbf{y}-\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})'(\mathbf{y}-\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})}{n-p}\right\} \\
 &= \frac{1}{n-p} E(\mathbf{y}'\mathbf{y} - \mathbf{y}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} - \hat{\boldsymbol{\beta}}'\mathbf{X}'\mathbf{y} + \hat{\boldsymbol{\beta}}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}) \\
 &= \frac{1}{n-p} E(\mathbf{y}'\mathbf{y} - 2\mathbf{y}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} + \hat{\boldsymbol{\beta}}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}) \\
 &= \frac{1}{n-p} E(\mathbf{y}'\mathbf{y} - 2\mathbf{y}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{y}'\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}) \\
 &= \frac{1}{n-p} E(\mathbf{y}'\mathbf{y} - \mathbf{y}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}) \\
 &= \frac{1}{n-p} E(\mathbf{y}'\mathbf{y} - \mathbf{y}'\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y}) \\
 &= \frac{1}{n-p} E(\mathbf{y}'(\mathbf{I}-\mathbf{H})\mathbf{y})
 \end{aligned}$$

เมื่อ

$$\mathbf{H} = \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'$$

พิจารณา

$$E(\mathbf{y}'(\mathbf{I}-\mathbf{H})\mathbf{y}) = \text{tr}[(\mathbf{I}-\mathbf{H})\sigma^2\mathbf{I}] + (E(\mathbf{y}))'((\mathbf{I}-\mathbf{H}))E(\mathbf{y})$$

จาก

$$\begin{aligned}
 E(\mathbf{y}')(\mathbf{I}-\mathbf{H})E(\mathbf{y}) &= \mathbf{X}'E(\boldsymbol{\beta}')(\mathbf{I}-\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}')\mathbf{X}E(\boldsymbol{\beta}) \\
 &= (\mathbf{X}'E(\boldsymbol{\beta}')-\mathbf{X}'E(\boldsymbol{\beta}')\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}')\mathbf{X}E(\boldsymbol{\beta}) \\
 &= \mathbf{X}'E(\boldsymbol{\beta}')\mathbf{X}E(\boldsymbol{\beta})-\mathbf{X}'E(\boldsymbol{\beta}')\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{X}E(\boldsymbol{\beta}) \\
 &= \mathbf{X}'E(\boldsymbol{\beta}')\mathbf{X}E(\boldsymbol{\beta})-\mathbf{X}'E(\boldsymbol{\beta}')\mathbf{X}E(\boldsymbol{\beta}) \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
 E(MSE) &= \frac{1}{n-p} [\text{tr}(\mathbf{I}-\mathbf{H})\sigma^2] \\
 &= \frac{\sigma^2}{n-p} (n-p) \\
 &= \sigma^2
 \end{aligned}$$

คุณสมบัติของตัวประมาณค่า $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ โดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดคือ เป็นตัวประมาณค่าของ $\boldsymbol{\beta}$ ที่ทำให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองต่ำที่สุด และ $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ เป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงและมีความแปรปรวนต่ำสุดของพารามิเตอร์ $\boldsymbol{\beta}$ และเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นของ \mathbf{y} ทำให้ตัวประมาณค่า $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ มีคุณสมบัติเป็นตัวประมาณเชิงเส้นที่ไม่เอนเอียงที่ดีที่สุด (Best linear unbiased estimator: BLUE) ของ $\boldsymbol{\beta}$

ในการประมาณค่า $\boldsymbol{\beta}$ ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดมีข้อจำกัดที่สำคัญอย่างหนึ่งคือ ตัวแปรอิสระต้องไม่มีความสัมพันธ์กัน ซึ่งในทางปฏิบัตินั้นจะเป็นไปได้ยากมาก ทำให้การประมาณค่า $\boldsymbol{\beta}$ ด้วยวิธีนี้มีความแปรปรวนสูง เพื่อแก้ปัญหานี้ โฮเอิร์ลและเคนนาร์ด (1970) ได้เสนอตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยใหม่โดยการเพิ่มค่าที่เป็นบวกเล็ก ๆ r บนสมาชิกในแนวทแยง (Diagonal elements) ของเมทริกซ์ $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ ดังนั้นจะได้ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยเป็น $\hat{\boldsymbol{\beta}}_r = (\mathbf{X}'\mathbf{X} + r\mathbf{I})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y}$ เมื่อ $r > 0$ โดยค่าคงที่ r เรียกว่า พารามิเตอร์ริดจ์ (Ridge parameter) หรือพารามิเตอร์เอนเอียง (Biased parameter) และเรียกตัวประมาณ $\hat{\boldsymbol{\beta}}_r$ ว่าตัวประมาณถดถอยแบบบริดจ์ (Ridge regression estimator)

ทฤษฎีที่ 3 จากตัวแบบเชิงเส้นพหุ $\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$ เมื่อ $\boldsymbol{\varepsilon} \sim N_n(0, \sigma^2 \mathbf{I}_n)$ จะได้ว่าตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยแบบบริดจ์ของ $\boldsymbol{\beta}$ คือ $\hat{\boldsymbol{\beta}}_r = (\mathbf{X}'\mathbf{X} + r\mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{y}$ เมื่อ $r > 0$ เป็นตัวประมาณค่าที่เอนเอียง $E(\hat{\boldsymbol{\beta}}_r) = (\mathbf{X}'\mathbf{X} + r\mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$ และมีเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม คือ $Cov(\hat{\boldsymbol{\beta}}_r) = \sigma^2 (\mathbf{X}'\mathbf{X} + r\mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X} + r\mathbf{I})^{-1}$

พิสูจน์

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_r = (\mathbf{X}'\mathbf{X} + r\mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{y} \text{ เมื่อ } r > 0$$

หรือ

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_r = (\mathbf{X}'\mathbf{X} + r\mathbf{I})^{-1} (\mathbf{X}'\mathbf{X})\boldsymbol{\beta}$$

เมื่อ

$\boldsymbol{\beta}$ คือ ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดของ $\boldsymbol{\beta}$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} E(\hat{\boldsymbol{\beta}}_r) &= (\mathbf{X}'\mathbf{X} + r\mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{X}E(\boldsymbol{\beta}) \\ &= (\mathbf{X}'\mathbf{X} + r\mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \\ &= \mathbf{Z}_r\boldsymbol{\beta} \end{aligned}$$

เมื่อ

$$\mathbf{Z}_r = (\mathbf{X}'\mathbf{X} + r\mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{X}$$

ดังนั้น

$\hat{\boldsymbol{\beta}}_r$ เป็นตัวประมาณที่เอนเอียงของ $\boldsymbol{\beta}$

และ

$$\begin{aligned} Cov(\hat{\boldsymbol{\beta}}_r) &= [Cov(\mathbf{X}'\mathbf{X} + r\mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{y}] \\ &= (\mathbf{X}'\mathbf{X} + r\mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}'Cov(\mathbf{y})[(\mathbf{X}'\mathbf{X} + r\mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}'] \\ &= \sigma^2 (\mathbf{X}'\mathbf{X} + r\mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X} + r\mathbf{I})^{-1} \end{aligned}$$

ทฤษฎีที่ 4 จากทฤษฎีที่ 3 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของ $\hat{\beta}_r$ มีค่าเท่ากับ

$$\sigma^2 \sum_{j=1}^p \frac{\lambda_j}{(\lambda_j + r)^2} + r^2 \beta' (\mathbf{X}'\mathbf{X} + r\mathbf{I})^{-2} \beta \text{ เมื่อ } \lambda_j \text{ เป็นค่าเฉพาะ (Eigen value) ที่ } j \text{ ของเมทริกซ์}$$

$\mathbf{X}'\mathbf{X}; j=1,2,\dots,p$ คำนวณได้จาก $|\mathbf{X}'\mathbf{X} - \lambda_j| = 0$ โดยที่ $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$ คือค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ ที่เรียงลำดับจากมากไปน้อย

พิสูจน์

พิจารณา

$$\begin{aligned} \text{Bias}(\hat{\beta}_r) &= E(\hat{\beta}_r) - \beta \\ &= -r(\mathbf{X}'\mathbf{X} + r\mathbf{I})^{-1} \beta \end{aligned}$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \text{MSE}(\hat{\beta}_r) &= E(\hat{\beta}_r - \beta)^2 \\ &= \text{Var}(\hat{\beta}_r) + [E(\hat{\beta}_r) - \beta]^2 \\ &= \text{Var}(\hat{\beta}_r) + (\text{Bias}(\hat{\beta}_r))^2 \\ &= \sigma^2 \text{tr}[(\mathbf{X}'\mathbf{X} + r\mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{X} (\mathbf{X}'\mathbf{X} + r\mathbf{I})^{-1}] + r^2 \beta' (\mathbf{X}'\mathbf{X} + r\mathbf{I})^{-2} \beta \\ &= \sigma^2 \text{tr}(\mathbf{X}'\mathbf{X} (\mathbf{X}'\mathbf{X} + r\mathbf{I})^{-2}) + r^2 \beta' (\mathbf{X}'\mathbf{X} + r\mathbf{I})^{-2} \beta \\ &= \sigma^2 \text{tr}\left(\frac{\mathbf{X}'\mathbf{X}}{(\mathbf{X}'\mathbf{X} + r\mathbf{I})^2}\right) + r^2 \beta' (\mathbf{X}'\mathbf{X} + r\mathbf{I})^{-2} \beta \\ &= \sigma^2 \sum_{j=1}^p \frac{\lambda_j}{(\lambda_j + r)^2} + r^2 \beta' (\mathbf{X}'\mathbf{X} + r\mathbf{I})^{-2} \beta \end{aligned}$$

ในปัจจุบันการถดถอยแบบบริดจ์มีวิธีในการประมาณค่า r เพื่อนำไปใช้ในการประมาณค่า $\hat{\beta}_r$ อยู่มากมายหลายวิธี เช่น ในงานวิจัยของ นิตาชล งามประเสริฐสุทธิ (2555) ทำการเปรียบเทียบการคัดเลือกตัวแปรอิสระในการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นพหุที่ตัวแบบมีตัวแปรอิสระที่เกี่ยวข้องและไม่เกี่ยวข้องกับตัวแปรตาม โดยตัวแปรอิสระที่เกี่ยวข้องมีความสัมพันธ์กันสูง โดยวิธีการคัดเลือกตัวแปรอิสระที่ใช้ คือ SR ที่ประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีการถดถอยแบบบริดจ์โดยใช้วิธีการประมาณค่า r ด้วยวิธีต่าง ๆ 4 วิธี คือ วิธีโฮเอิร์ล เคนนาร์ด และบาลด์ วิธีลอร์

เลสและแนว วิธีนอุมูระ และวิธีคาลาฟและชูเกอร์ เปรียบเทียบกับ TS ผลการวิจัยพบว่า TS มีร้อยละของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้ถูกต้องสูงกว่า SR ในทุกขนาดตัวอย่าง

นอกจากนี้ยังพบว่า SR ที่ประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีการถดถอยแบบบริดจ์โดยใช้วิธีการประมาณค่า r ด้วยวิธีโฮเอิร์ล เคนนาร์ต และบาลด์วิน มีความสามารถในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้ถูกต้องสูงกว่าการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยด้วยวิธีอื่น ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงเสนอวิธีการประมาณค่า r ด้วยวิธีโฮเอิร์ล เคนนาร์ต และบาลด์วิน

โฮเอิร์ลและเคนนาร์ต (1970) ได้เสนอตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยแบบบริดจ์และการประมาณค่า r โดยพิจารณาจากค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของ $\hat{\alpha}_r$ ดังนี้

จากตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุ

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

ให้ $\mathbf{C} = \mathbf{X}'\mathbf{X}$ และ $\boldsymbol{\Lambda}$ เป็นเมทริกซ์ทแยงมุมโดยมีสมาชิกในแนวทแยงเป็นค่าเฉพาะของเมทริกซ์ \mathbf{C}

สมมติให้เมทริกซ์ตั้งฉาก (Orthogonal matrix) \mathbf{D} ซึ่งทำให้

$$\mathbf{DCD}' = \boldsymbol{\Lambda}$$

ตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุข้างต้น สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบคาโนนิคอล (Canonical) ได้ดังนี้

$$\mathbf{y} = \mathbf{Z}\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

เมื่อ $\mathbf{Z} = \mathbf{XD}$ และ $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{D}'\boldsymbol{\beta}$

ถ้าตัวแปรอิสระเกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันจะมีค่าเฉพาะอย่างน้อย 1 ตัวที่มีค่าเข้าใกล้ 0 ซึ่งค่าที่เข้าใกล้ 0 นั้นแสดงถึงการมีปัญหพหุสัมพันธ์เชิงเส้นมาก ดังนั้นวิธีการถดถอยแบบบริดจ์ซึ่งแทน $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ ด้วย $\mathbf{X}'\mathbf{X} + r\mathbf{I}$ เท่ากับการแทน λ ด้วย $\lambda + r$ ดังนั้นตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยแบบบริดจ์ของ $\boldsymbol{\alpha}$ คือ

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}_r = (\mathbf{Z}'\mathbf{Z} + \mathbf{R})^{-1} \mathbf{Z}'\mathbf{y}$$

เมื่อ \mathbf{R} เป็นเมทริกซ์ของค่าคงตัว r_j เมื่อ $j = 1, 2, \dots, p$ และ $r_j \geq 0$ จะได้ว่า

$$MSE(\hat{\boldsymbol{\alpha}}_r) = \hat{\sigma}^2 \sum_{j=1}^p \frac{\lambda_j}{(\lambda_j + r_j)^2} + \sum_{j=1}^p \frac{r_j^2 \hat{\alpha}_j^2}{(\lambda_j + r_j)^2}$$

โฮเอิร์ลและเคนนาร์ตต้องการเลือกค่า r_{HK} ที่ทำให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของ $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_r$ มีค่าต่ำสุดโดยการหาอนุพันธ์บางส่วน (Partial derivative) เทียบกับค่า r_j และกำหนดให้มีค่าเท่ากับศูนย์

$$\frac{d}{d(r_j)} \left(\frac{\hat{\sigma}^2 \lambda_j + \hat{\alpha}_j^2 r_j^2}{(\lambda_j + r_j)^2} \right) = \hat{0}$$

$$\frac{-2(\lambda_j + r_j) \lambda_j \hat{\sigma}^2 + 2(\lambda_j + r_j)^2 \hat{\alpha}_j^2 r_j - 2(\lambda_j + r_j) \hat{\alpha}_j^2 r_j^2}{(\lambda_j + r_j)^4} = 0$$

$$-\lambda_j \hat{\sigma}^2 + \lambda_j \hat{\alpha}_j^2 r_j = 0$$

$$r_j = \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\alpha}_j^2}$$

แต่เนื่องจาก $\alpha = D'\beta$ ดังนั้นจึงอาจมีกรณีที่ α_j มีค่าเท่ากับศูนย์ซึ่งจะทำให้ไม่สามารถหาค่า r ได้และเนื่องจากค่า r มีผลต่อความเอนเอียงยกกำลังสองและค่าความแปรปรวนของตัวประมาณ ดังนั้นไฮเออร์ลและเคนนาร์ตจึงกำหนดให้ค่า r มีค่าที่เหมาะสมเพียงค่าเดียวคือ

$$r_{HK} = \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\alpha}_{\max}^2}$$

เมื่อ $\hat{\alpha}_{\max} = \max(\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \dots, \hat{\alpha}_p)$ และ $\hat{\sigma}^2 = \frac{\mathbf{y}'\mathbf{y} - \hat{\alpha}'\mathbf{T}'\mathbf{X}'\mathbf{y}}{n-p}$

จาก $r_j = \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\alpha}_j^2}$ ไฮเออร์ล เคนนาร์ต และ บาลด์วิน (1975) ได้เสนอวิธีการหาค่าเฉลี่ยฮาร์มอนิกของค่า r_j เพื่อช่วยลดผลกระทบที่จะเกิดขึ้นเมื่อ $\hat{\alpha}_j^2$ มีค่าน้อย ซึ่งจะทำให้สามารถหาค่า r ที่เหมาะสมได้ดียิ่งขึ้น ดังนี้

$$r_{HKB} = \frac{1}{\frac{\sum_{j=1}^p \frac{1}{r_j}}{p}}$$

$$= \frac{\sum_{j=1}^p \frac{\hat{\alpha}_j^2}{\hat{\sigma}^2}}{p}$$

$$= \frac{\hat{\alpha}'\hat{\alpha}}{p\hat{\sigma}^2}$$

$$r_{HKB} = \frac{p\hat{\sigma}^2}{\hat{\alpha}'\hat{\alpha}}$$

จาก $\hat{\alpha}_r$ ตัวประมาณการถดถอยแบบบริดจ์ในรูปแบบค่าโนนิกอล

$$r_{HKB} = \frac{p\hat{\sigma}^2}{\hat{\beta}'\hat{\beta}}$$

เมื่อ p เป็นจำนวนพารามิเตอร์ที่ต้องประมาณค่าในตัวแบบ

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})'(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})}{n - p}$$

และ $\hat{\beta}$ เป็นตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

2. การค้นหาแบบขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม

GA เป็นวิธีการค้นหาผลเฉลยที่ดีที่สุดวิธีหนึ่งซึ่งมีแนวคิดมาจากวิวัฒนาการและการคัดเลือกทางธรรมชาติของ ชาร์ล ดาร์วิน (Charles Darwin) ซึ่งเป็นทฤษฎีที่อธิบายเกี่ยวกับวิวัฒนาการทางพันธุกรรมของสิ่งมีชีวิต นั่นคือผู้ที่แข็งแรงกว่าย่อมมีโอกาสที่จะอยู่รอดมากกว่าและมีโอกาสที่จะส่งต่อลักษณะที่แข็งแรงนั้นไปยังรุ่นต่อ ๆ ไป โดยการคัดเลือกทางธรรมชาติจะช่วยให้สิ่งมีชีวิตมีความแข็งแรงและเหมาะสมมากยิ่งขึ้น ด้วยตัวปฏิบัติการทางพันธุกรรม (Genetic operator) เช่น การสืบพันธุ์ การกลายพันธุ์ และการแลกเปลี่ยนยีน เป็นต้น ซึ่งแนวคิดดังกล่าวได้ถูก จอห์น ฮอลแลนด์ (John Holland, 1975) นำมาประยุกต์ใช้ และถูกพัฒนาต่อโดย โกลด์เบิร์ก (Goldberg, 1989) โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่ออธิบายการเปลี่ยนแปลงกระบวนการทางธรรมชาติของพันธุกรรมและนำกลไกการเปลี่ยนแปลงเหล่านี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดซึ่งอาจเป็นค่าต่ำสุดหรือค่าสูงสุดขึ้นอยู่กับรูปแบบของแต่ละปัญหา

GA มีหลักการทำงานดังต่อไปนี้

1) การสร้างประชากรเริ่มต้น

เป็นการสร้างโครโมโซมประชากรต้นแบบ เช่น เวกเตอร์ที่ใช้รหัสแบบไบนารีที่มีลักษณะเป็นเลขฐานสองเพื่อเป็นจุดเริ่มต้นของขั้นตอนการค้นหาแบบ GA โดยทำการสุ่มสร้างโครโมโซมประชากรต้นแบบเท่ากับจำนวนของประชากรที่กำหนด โดยที่ยังไม่สนใจค่าความเหมาะสมของแต่ละโครโมโซม

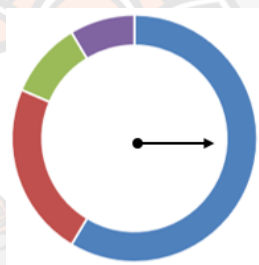
2) การคัดเลือกสายพันธุ์ (Selection)

การคัดเลือกสมาชิกที่มีความเหมาะสมที่จะอยู่รอดมากที่สุดในปัจจุบันเพื่อให้กำเนิดประชากรในรุ่นต่อ ๆ ไป หรือเป็นขั้นตอนในการคัดเลือกโครโมโซมที่ดีที่สุดจากโครโมโซมประชากรทั้งหมด ซึ่งโครโมโซมที่ได้จะถูกนำไปเป็นต้นกำเนิดของสายพันธุ์ หรือ เรียกอีกอย่างหนึ่งว่าโครโมโซมพ่อแม่ โครโมโซมที่ดีที่สุดหรือโครโมโซมพ่อแม่ นั้นย่อมให้ค่าความเหมาะสมที่ดีและให้ออกาสความอยู่รอดของลูกหลานที่มากกว่า เป็นการบ่งบอกถึงความอยู่รอดของลูกหลานในรุ่นถัดไปก็จะมีมากขึ้น ดังนั้นโครโมโซมที่มีค่าความเหมาะสมต่ำ ๆ จึงจะถูกเลือกได้น้อยหรืออาจไม่ถูกเลือกเลย โดย

กระบวนการคัดเลือกที่เหมาะสมนั้นมีอยู่มากมายหลายวิธี เช่น การคัดเลือกแบบวงล้อรูเล็ต (Roulette wheel selection) และการคัดเลือกแบบแข่งขัน (Tournament selection) เป็นต้น

2.1) การคัดเลือกแบบวงล้อรูเล็ต

การคัดเลือกแบบวงล้อรูเล็ต คือ โครโมโซมที่มีค่าความเหมาะสมดีกว่ามีโอกาสที่จะถูกเลือกมากกว่า เมื่อแสดงถึงวงล้อเสี่ยงโชคที่บรรจุโครโมโซมทั้งหมดไว้ ขนาดพื้นที่ของวงล้อเสี่ยงโชค คือ สัดส่วนของค่าความเหมาะสมของทุกโครโมโซม ค่าที่มากที่สุดคือส่วนที่ใหญ่ที่สุด ตามภาพ 1 เมื่อมีการหมุนวงล้อโครโมโซมที่มีค่าความเหมาะสมสูงจะมีโอกาสที่จะได้รับการคัดเลือกมากกว่า



ภาพ 1 แสดงสัดส่วนของค่าความเหมาะสมของการคัดเลือกแบบวงล้อรูเล็ต

2.2) การคัดเลือกแบบแข่งขัน

เป็นวิธีการเดียวกับการแข่งขันกีฬาทั่ว ๆ ไป คือ จะทำการคัดเลือกโดยทำการจัดกลุ่มย่อยให้กับโครโมโซมทั้งหมดแบบสุ่ม และโครโมโซมที่มีค่าความเหมาะสมมากที่สุดในกลุ่มย่อยจะได้รับเลือกให้เป็นโครโมโซมต้นกำเนิดต่อไป

3) การสลับสายพันธุ์ (Crossover)

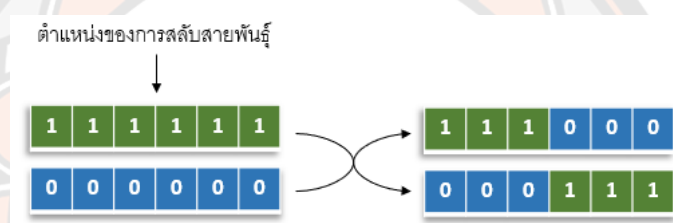
การสลับสายพันธุ์ คือ การนำโครโมโซมของประชากรที่ผ่านการคัดเลือกมาเป็นคู่ ๆ และกำหนดให้เป็นโครโมโซมพ่อกับโครโมโซมแม่ จากนั้นนำมาผสมกันเพื่อให้เกิดโครโมโซมใหม่ นั่นคือทำการแลกเปลี่ยนยีนระหว่างโครโมโซมพ่อกับโครโมโซมแม่ โดยวิธีการสลับสายพันธุ์มีอยู่ด้วยกันหลายวิธี เช่น การสลับสายพันธุ์แบบจุดเดียว (One-point crossover) และการสลับสายพันธุ์แบบสองจุด (Two-point crossover) เป็นต้น

3.1) การสลับสายพันธุ์แบบจุดเดียว

การสลับสายพันธุ์แบบจุดเดียวเป็นการสลับระหว่างโครโมโซมพ่อและโครโมโซมแม่โดยมีจุดสลับของโครโมโซมเพียงหนึ่งตำแหน่ง ดังขั้นตอนต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 จับคู่โครโมโซมจากการเรียงตามลำดับโดยพิจารณาจากค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (สองอันดับแรก) พร้อมทั้งกำหนดความน่าจะเป็นของการสลับสายพันธุ (Probability of crossover)

ขั้นตอนที่ 2 สุ่มตัวเลขที่มีลักษณะแบบยูนิฟอร์มระหว่าง 0 ถึง 1 ขึ้นมา 1 ค่า แล้วนำไปเปรียบเทียบกับความน่าจะเป็นของการสลับสายพันธุ ถ้าตัวเลขที่สุ่มมามีค่าน้อยกว่าความน่าจะเป็นของการสลับสายพันธุ จะทำการสลับสายพันธุโดยการสุ่มตำแหน่งของยีนเพื่อทำการสลับสายพันธุของโครโมโซมคู่ นั้น แล้วทำการสลับสายพันธุ แต่ถ้าหากตัวเลขที่สุ่มมามีค่ามากกว่าความน่าจะเป็นของการสลับสายพันธุจะไม่มี การสลับสายพันธุกันระหว่างโครโมโซมคู่ นั้น โดยภาพ 2 แสดงถึงการสลับสายพันธุแบบ 1 จุด



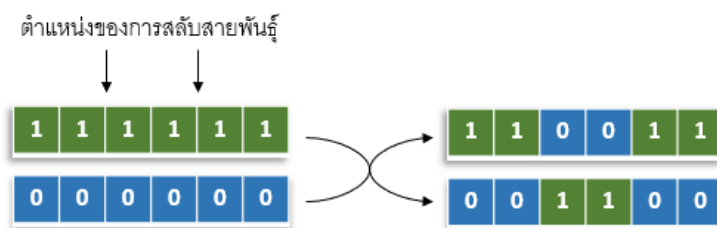
ภาพ 2 แสดงการสลับสายพันธุแบบจุดเดียว

3.2) การสลับสายพันธุแบบสองจุด

การสลับสายพันธุแบบสองจุดเป็นการสลับระหว่างโครโมโซมพ่อและโครโมโซมแม่โดยมีจุดสลับของโครโมโซม 2 ตำแหน่ง ดังขั้นตอนต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 จับคู่โครโมโซมจากการเรียงตามลำดับโดยพิจารณาจากค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (สองอันดับแรก) พร้อมทั้งกำหนดความน่าจะเป็นของการสลับสายพันธุ

ขั้นตอนที่ 2 สุ่มตัวเลขที่มีลักษณะแบบยูนิฟอร์มระหว่าง 0 ถึง 1 ขึ้นมา 1 ค่า แล้วนำไปเปรียบเทียบกับความน่าจะเป็นของการสลับสายพันธุ ถ้าตัวเลขที่สุ่มมามีค่าน้อยกว่าความน่าจะเป็นของการสลับสายพันธุ จะทำการสลับสายพันธุโดยการสุ่มตำแหน่งของยีนมา 2 ตำแหน่งเพื่อทำการสลับสายพันธุของโครโมโซมคู่ นั้น แล้วทำการสลับสายพันธุระหว่างตำแหน่งของยีนทั้งสองของสองโครโมโซม แต่ถ้าหากตัวเลขที่สุ่มมามีค่ามากกว่าความน่าจะเป็นของการสลับสายพันธุจะไม่มี การสลับสายพันธุกันระหว่างโครโมโซมคู่ นั้น โดยภาพ 3 แสดงถึงการสลับสายพันธุแบบ 2 จุด



ภาพ 3 แสดงการสลับสายพันธุแบบสองจุด

4) การกลายพันธุ์ (Mutation)

การกลายพันธุ์เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นหลังกระบวนการสลับสายพันธุ มีวัตถุประสงค์ คือ การทำให้ค่าของโครโมโซมที่มีอยู่เดิมเกิดการเปลี่ยนแปลง และช่วยหลีกเลี่ยงปัญหาการเวียนซ้ำอยู่กับค่าใดค่าหนึ่ง ขั้นตอนในการกลายพันธุ์โดยทั่วไป คือ ทำการสุ่มตำแหน่งที่ต้องการกลายพันธุ์ขึ้นมาภายใต้ความน่าจะเป็นในการกลายพันธุ์ (Probability of mutation) ซึ่งได้ทำการกำหนดไว้ล่วงหน้า โดยจะทำหน้าที่เปลี่ยนแปลงค่าบางส่วนของสมาชิกของกลุ่มประชากรเพื่อให้สมาชิกของกลุ่มประชากรมีความหลากหลายมากขึ้นและความน่าจะเป็นในการกลายพันธุ์โดยส่วนใหญ่จะกำหนดให้มีค่าอยู่ระหว่าง 0.02 ถึง 0.2 เทคนิคการกลายพันธุ์มีอยู่หลายวิธี เช่น วิธีการกลายพันธุ์มาตรฐาน และวิธีการสลับที่เป็นต้น

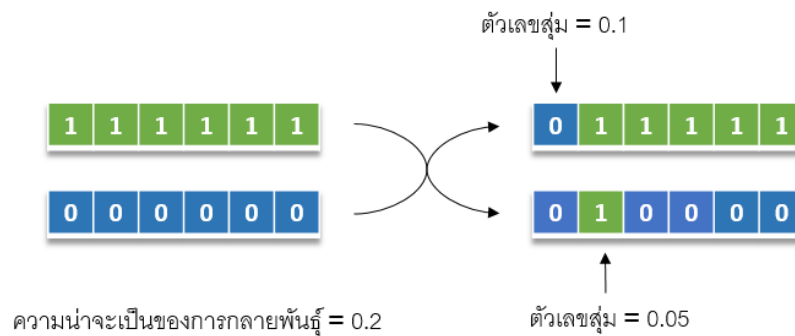
4.1) วิธีการกลายพันธุ์มาตรฐาน

วิธีการกลายพันธุ์มาตรฐานเป็นการกลายพันธุ์ของโครโมโซมพ่อและโครโมโซมแม่โดยพิจารณาการกลายพันธุ์จากความน่าจะเป็นที่กำหนดเทียบกับค่าที่เกิดจากการสุ่มตัวเลขระหว่าง 0 ถึง 1 สำหรับทุก ๆ ยีน ดังขั้นตอนต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 สุ่มตัวเลขที่มีลักษณะแบบยูนิฟอร์มขึ้นมาสำหรับแต่ละยีน พร้อมทั้งกำหนดความน่าจะเป็นของการกลายพันธุ์

ขั้นตอนที่ 2 เปรียบเทียบตัวเลขที่สุ่มมาของแต่ละยีนกับความน่าจะเป็นของการกลายพันธุ์ที่กำหนด ถ้าตัวเลขสุ่มมีค่าน้อยกว่าความน่าจะเป็นของการกลายพันธุ์จะทำการกลายพันธุ์ในยีนนั้น แต่ถ้าหากตัวเลขที่สุ่มมามีค่ามากกว่าความน่าจะเป็นของการกลายพันธุ์ จะไม่มีการกลายพันธุ์ในยีนนั้น

ขั้นตอนที่ 3 การกลายพันธุ์จะทำการสลับค่าภายในยีนจาก 1 กลายเป็น 0 หรือ จาก 0 กลายเป็น 1 โดยภาพ 4 แสดงถึงการกลายพันธุ์มาตรฐาน



ภาพ 4 แสดงการกลายพันธุ์มาตรฐาน

4.2) วิธีสลับที่ (Swap mutation)

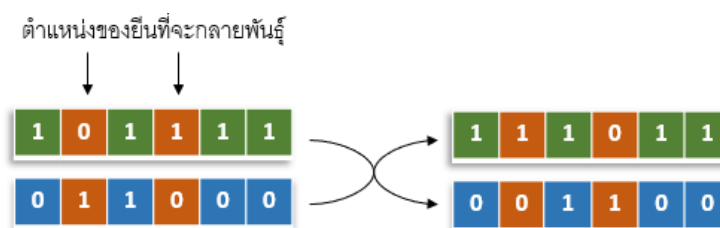
วิธีการกลายพันธุ์แบบสลับที่เป็นการกลายพันธุ์ของโครโมโซมพ่อและโครโมโซมแม่โดยพิจารณาการกลายพันธุ์จากความน่าจะเป็นที่กำหนดเทียบกับค่าที่เกิดจากการสุ่มตัวเลขระหว่าง 0 ถึง 1 แล้วทำการสุ่มเลือกตำแหน่งของยีนมา 2 ตำแหน่งที่จะทำการสลับ ดังขั้นตอนต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 สุ่มตัวเลขที่มีลักษณะแบบยูนิฟอร์มขึ้นมา 1 ค่าพร้อมทั้งกำหนดความน่าจะเป็นของการกลายพันธุ์

ขั้นตอนที่ 2 เปรียบเทียบตัวเลขที่สุ่มมากับความน่าจะเป็นของการกลายพันธุ์ ถ้าตัวเลขสุ่มมีค่าน้อยกว่าความน่าจะเป็นของการกลายพันธุ์จะทำการกลายพันธุ์ในโครโมโซมนั้น แต่ถ้าหากตัวเลขที่สุ่มมามีค่ามากกว่าความน่าจะเป็นของการกลายพันธุ์ จะไม่มีการกลายพันธุ์ในโครโมโซมนั้น

ขั้นตอนที่ 3 สุ่มเลือกตำแหน่งของยีนมา 2 ตำแหน่ง

ขั้นตอนที่ 4 สลับที่ของยีนระหว่างยีนทั้ง 2 ตำแหน่งนั้น โดยภาพ 5 แสดงถึงการกลายพันธุ์แบบสลับที่



ภาพ 5 แสดงการกลายพันธุ์แบบสลับที่

ขั้นตอนการทำงานของ GA

GA มีขั้นตอนการทำงานดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 สุ่มสร้างโครโมโซมประชากรเริ่มต้นจากเวกเตอร์ที่ใช้รหัสแบบไบนารีที่มีลักษณะเป็นเลขฐานสอง โดยมีความยาวเท่ากับจำนวนตัวแปรอิสระขึ้นมา 1 ชุด และกำหนดเกณฑ์การหยุดกระบวนการทำงาน เช่น กำหนดจำนวนรอบของการทำงาน หรือ กำหนดเป็นค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ เป็นต้น

ขั้นตอนที่ 2 ทำการคัดเลือกผลเฉลยเริ่มต้นจากประชากรเริ่มต้นโดยพิจารณาจากค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์มา 1 คู่ (สองอันดับแรก) เรียกว่าโครโมโซมพ่อและโครโมโซมแม่

ขั้นตอนที่ 3 พิจารณาการสลับสายพันธุจากการกำหนดค่าความน่าจะเป็น โดยค่าความน่าจะเป็นที่ใช้ควรอยู่ในช่วง $0.7 - 1.0$ เทียบกับตัวเลขสุ่ม $r \sim U(0,1)$ ถ้าค่า r มีค่าน้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นที่กำหนดจะทำการสลับสายพันธุ

ขั้นตอนที่ 4 พิจารณาการกลายพันธุจากการกำหนดค่าความน่าจะเป็น โดยค่าความน่าจะเป็นที่ใช้ควรอยู่ในช่วง $0.02 - 0.2$ เทียบกับตัวเลขสุ่ม $r \sim U(0,1)$ ถ้าค่า r มีค่าน้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นที่กำหนดจะทำการกลายพันธุ

ขั้นตอนที่ 5 พิจารณาการแทนที่ด้วยการแปลงรหัสจากโครโมโซมที่ได้ให้เป็นตัวแบบที่เหมาะสมแล้วคำนวณค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ หากมีค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่ดีกว่าโครโมโซมที่อยู่ในประชากรเริ่มต้นรวมถึงโครโมโซมพ่อและโครโมโซมแม่ด้วยจะทำการแทนที่โครโมโซมดังกล่าวเข้าไปในประชากรนั้นแทน

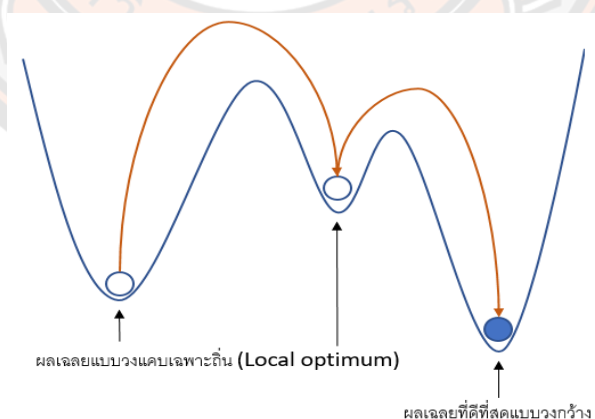
ขั้นตอนที่ 6 ตรวจสอบการหยุดกระบวนการทำงาน หากเป็นไปตามเงื่อนไขที่กำหนดไว้ข้างต้นจะหยุดการทำงานทั้งหมด

3. การค้นหาแบบจำลองการอบเหนียว

SA เป็นเทคนิคการค้นหาผลเฉลยแบบสุ่ม ถูกนำเสนอโดย Scott Kirkpatrick ในปี 1983 โดยมีแนวคิดมาจากการเลียนแบบวิธีการควบคุมอุณหภูมิของการอบโลหะให้ร้อนแล้วปล่อยให้เย็นลงช้า ๆ กระบวนการดังกล่าวขึ้นกับพลังงานอิสระทางเทอร์โมไดนามิกส์ ซึ่งจะทำให้โลหะมีคุณสมบัติทางกายภาพที่แข็งแกร่งและทนทาน กระบวนการอบเหนียวของโลหะนั้นจะเริ่มจากการนำโลหะมาเข้าสู่กระบวนการอบเหนียวตามตารางจัดการการอบเหนียวที่จะมีการกำหนดอุณหภูมิเริ่มต้น และอัตราการปรับลดอุณหภูมิ ซึ่งโดยปกติแล้วมักจะกำหนดอุณหภูมิเริ่มต้นให้มีค่าสูง เนื่องจากความร้อนสูงจะทำให้โครงสร้างของโลหะเกิดการกระจายตัวออก และ เมื่อมีการลดอุณหภูมิลงอย่างช้า ๆ โครงสร้างของโลหะที่กระจายตัวออกจะค่อยๆทำการจัดเรียงใหม่อย่างเป็นระเบียบ เมื่อถึงขั้นตอนนี้

จะมีการประเมินว่าโลหะนั้นมีความแข็งแกร่งและทนทานแล้วหรือไม่ ถ้าเป็นไปตามที่ต้องการแล้ว การทำงานก็จะจบลงแต่หากไม่เป็นไปตามนั้นการทำงานก็จะดำเนินต่อไป โดยการนำโลหะที่ผ่านกระบวนการอบเหนียวในรอบแรกมาเข้าสู่กระบวนการอบเหนียวใหม่ตามตารางจัดการอบเหนียวที่กำหนดไว้ ซึ่งกระบวนการเหล่านี้จะดำเนินซ้ำไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งได้โลหะที่แข็งแกร่งและทนทาน หรือจนกว่าจะเป็นไปตามเงื่อนไขในการหยุดกระบวนการทำงาน เช่น อุณหภูมิมีค่าเป็นศูนย์ เป็นต้น ด้วยหลักการดังกล่าวจึงนำไปสู่การประยุกต์ใช้งานในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด เช่น การแก้ปัญหาการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบในสมการถดถอยเชิงเส้นพหุ เป็นต้น

ในการแก้ปัญหาการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบในสมการถดถอยเชิงเส้นพหุด้วย SA นั้น สามารถทำได้โดยการกำหนดให้ผลเฉลยของปัญหาเปรียบเสมือนกับสถานะของโลหะ และเปรียบพลังงานของโลหะได้กับค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่คำนวณได้จากผลเฉลยของปัญหานั้น ๆ ดังนั้นสถานะที่ต่ำที่สุดของระบบจะเปรียบได้กับผลเฉลยที่ดีที่สุด การลดอุณหภูมิลงอย่างช้า ๆ เปรียบเสมือนกับการให้ระยะเวลาในการค้นหาผลเฉลยที่มากพอ นอกจากนี้วิธีการค้นหาแบบจำลองการอบเหนียวนี้ยังมีจุดเด่นคือ การยอมรับผลเฉลยที่ไม่ได้เป็นเพียงผลเฉลยที่ดีกว่าเท่านั้น แต่ยังพิจารณายอมรับผลเฉลยที่แย่กว่าได้ด้วย ทำให้ได้ผลเฉลยที่ดีที่สุดแบบวงกว้าง (Global optimum) เนื่องจากผลเฉลยมีการกระโดดไปมาดังภาพ 6 ส่งผลให้เข้าสู่ผลเฉลยที่ถูกต้องได้อย่างมีประสิทธิภาพ



ภาพ 6 แสดงลักษณะการเข้าสู่ผลเฉลยที่ถูกต้องของ SA

หลักการยอมรับผลเฉลยจะทำการพิจารณาจากค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของผลเฉลยใหม่ ว่าดีกว่าค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของผลเฉลยก่อนหน้าหรือไม่ ถ้าดีกว่าจะยอมรับผลเฉลยใหม่นั้น แต่ถ้าแยกลงจะพิจารณาความน่าจะเป็นในการยอมรับผลเฉลยใหม่ตามเงื่อนไขต่อไปนี้

$$P(\Delta E) = \begin{cases} e^{-\Delta E/T} > r \\ e^{-\Delta E/T} \leq r \end{cases}$$

เมื่อ $P(\Delta E)$ คือ ความน่าจะเป็นในการยอมรับผลเฉลยใหม่
 ΔE คือ ผลต่างของค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของผลเฉลยใหม่และผลเฉลยก่อนหน้า
 T คือ อุณหภูมิปัจจุบัน
 r คือ ตัวเลขสุ่มที่มีค่าระหว่าง 0 ถึง 1

จากเงื่อนไขข้างต้นอธิบายได้ว่า ถ้าค่า $P(\Delta E) > r$ จะยอมรับผลเฉลยใหม่ แต่ถ้า $P(\Delta E) \leq r$ แล้วจะยอมรับผลเฉลยเดิมไว้

อัตราการเข้าสู่ผลเฉลยที่ถูกต้องจะถูกควบคุมโดยอุณหภูมิเริ่มต้นและอัตราการปรับลดอุณหภูมิซึ่งมีความสำคัญต่อกระบวนการค้นหาผลเฉลยของวิธีนี้เป็นอย่างมาก เนื่องจากอุณหภูมิมิผลต่อความน่าจะเป็นในการยอมรับผลเฉลยใหม่ ถ้ากำหนดอุณหภูมิเริ่มต้นสูงเกินไปจะทำให้มีอัตราการยอมรับผลเฉลยที่แยกลงสูง แต่หากกำหนดอุณหภูมิเริ่มต้นต่ำเกินไปอาจทำให้ผลเฉลยที่แยกลงไม่ถูกยอมรับเลย ส่งผลให้อาจไม่พบผลเฉลยถูกต้องแต่จะได้ผลเฉลยที่ใกล้เคียงกับผลเฉลยที่ถูกต้องแทน อย่างไรก็ตามอุณหภูมิเริ่มต้นควรจะมีค่าที่สูงโดยขึ้นอยู่กับฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของแต่ละปัญหา และสำหรับอุณหภูมิสุดท้ายควรมีค่าเข้าใกล้ 0 สอดคล้องกับหลักการของกระบวนการอบเหนียวของโลหะ นั่นคือผลเฉลยใหม่ที่แยกว่าจะไม่ถูกยอมรับอีกต่อไป

อัตราการปรับลดอุณหภูมิจะเป็นตัวกำหนดความเร็วหรือจำนวนรอบในการค้นหาผลเฉลยโดยทั่วไปจะใช้วิธีการทางเรขาคณิต คือ การลดอุณหภูมิด้วยตัวปรับค่า α ซึ่งมีค่าระหว่าง 0 ถึง 1 โดยเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$T_{k+1} = \alpha T_k, \quad 0 < \alpha < 1$$

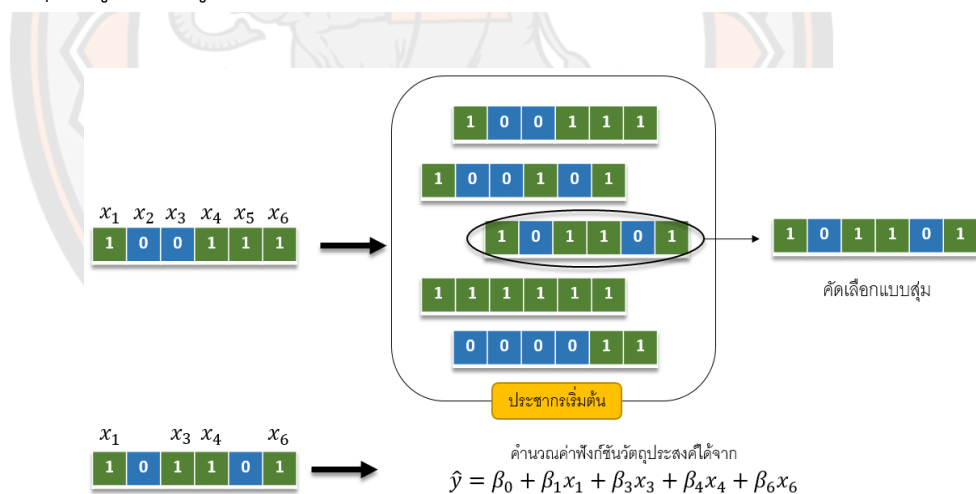
เมื่อ T คือ อุณหภูมิ
 k คือ รอบของการทำงานปัจจุบัน

ประโยชน์ของการปรับลดอุณหภูมิในลักษณะนี้จะทำให้อุณหภูมิลดลงจนเข้าใกล้ 0 เมื่อเวลาผ่านไปจึงไม่จำเป็นต้องกำหนดจำนวนรอบในการกระทำซ้ำ อย่างไรก็ตามในการทำงานจริงการปรับลดอุณหภูมิไม่ควรเร็วหรือช้าจนเกินไป เนื่องจากการปรับลดอุณหภูมิเร็วเกินไปอาจทำให้ลู่อู่เข้าสู่ผลเฉลยได้รวดเร็ว แต่ผลเฉลยที่ได้อาจเป็นผลเฉลยที่ใกล้เคียงผลเฉลยที่ถูกต้อง แต่หากปรับลดอุณหภูมิช้าเกินไป อาจทำให้ใช้เวลานานเกินความจำเป็นในการหาผลเฉลย ในทางปฏิบัติจะกำหนดให้ α มีค่าอยู่ระหว่าง 0.70 ถึง 0.95

ขั้นตอนการทำงานของ SA

SA มีขั้นตอนการทำงานดังต่อไปนี้

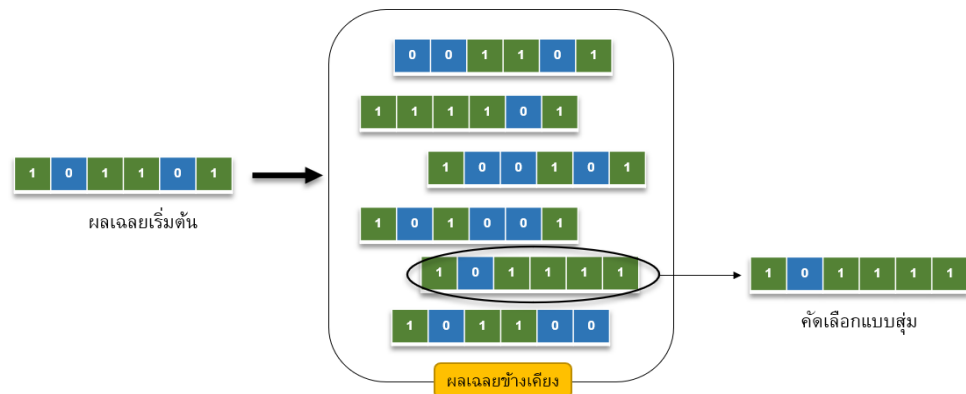
ขั้นตอนที่ 1 สุ่มสร้างประชากรเริ่มต้นจากเวกเตอร์ที่ใช้รหัสแบบไบนารีที่มีลักษณะเป็นเลขฐานสอง โดยมีความยาวเท่ากับจำนวนตัวแปรอิสระขึ้นมา 1 ชุด จากนั้นทำการสุ่มผลเฉลยเริ่มต้นจากประชากรเริ่มต้นมา 1 ค่า พร้อมทั้งคำนวณค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์และกำหนดให้เป็นผลเฉลยที่ดีที่สุดในรอบของการทำงานนั้น ดังภาพ 7 และกำหนดเกณฑ์การหยุดกระบวนการทำงานเป็นค่าเริ่มต้นของอุณหภูมิที่มีค่าสูงอย่างเพียงพอ หรือ กำหนดจำนวนรอบของการทำงาน เป็นต้น



ภาพ 7 แสดงการสร้างประชากรเริ่มต้น การสุ่มผลเฉลยเริ่มต้น และคำนวณค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์

ขั้นตอนที่ 2 สร้างเซตของเวกเตอร์ผลเฉลยข้างเคียงของผลเฉลยเริ่มต้น โดยเวกเตอร์ผลเฉลยข้างเคียงจะมีความแตกต่างจากเวกเตอร์ผลเฉลยเริ่มต้นเวกเตอร์ละ 1 ตำแหน่ง แล้วทำการสุ่มเวกเตอร์ผลเฉลยข้างเคียงมา 1 ค่า ดังภาพ 8 พร้อมทั้งคำนวณค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ เพื่อนำไป

เปรียบเทียบกับผลเฉลยเริ่มต้นในแต่ละรอบของการทำงาน เพื่อหาผลเฉลยที่ดีที่สุดในแต่ละรอบของการทำงาน



ภาพ 8 แสดงการสร้างเซตของเวกเตอร์ผลเฉลยข้างเคียง และการสุ่มเวกเตอร์ผลเฉลยข้างเคียง

ขั้นตอนที่ 3 คำนวณผลต่างของค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์

ขั้นตอนที่ 4 ตรวจสอบว่าควรมีการแทนที่ผลเฉลยเดิมหรือไม่โดยใช้ความน่าจะเป็นในการตัดสินใจตามเงื่อนไขดังต่อไปนี้

$$P(\Delta E) = \begin{cases} 1 & , \Delta E < 0 \\ e^{-\Delta E/T} & , \Delta E \geq 0 \end{cases}$$

เมื่อ T คืออุณหภูมิของระบบในกรณีที่ ΔE มากกว่าเท่ากับศูนย์จะนำตัวเลขสุ่ม $r \sim U(0,1)$ มาช่วยในการตัดสินใจ โดยถ้า $P(\Delta E) > r$ แล้วเวกเตอร์ผลเฉลยข้างเคียงที่ถูกสุ่มมาจะถูกใช้เป็นผลเฉลยที่ดีที่สุดค่าใหม่ แต่ถ้า $P(\Delta E) \leq r$ แล้วจะคงผลเฉลยที่ดีที่สุดไว้ที่ค่าเดิม

ขั้นตอนที่ 5 ทำการปรับลดอุณหภูมิจากนั้นเริ่มทำขั้นตอนทั้งหมดใหม่อีกครั้งโดยกำหนดให้ผลเฉลยที่ดีที่สุดในแต่ละรอบเป็นผลเฉลยเริ่มต้นในรอบถัดไปจนกระทั่งอุณหภูมิลดลงจนมีค่าเข้าใกล้หรือเท่ากับ 0 จำนวนรอบของการทำงานที่กำหนดไว้ หรือวนรอบการทำงานซ้ำจนกระทั่งผลเฉลยที่ดีที่สุดไม่มีการเปลี่ยนแปลงไปจากเดิมเป็นระยะเวลาที่กำหนดไว้ จะทำการหยุดกระบวนการทำงานทั้งหมด

4. ฟังก์ชันวัตถุประสงค์

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์หรือฟังก์ชันเป้าหมาย คือ ฟังก์ชันที่ใช้เป็นเกณฑ์เพื่อให้ได้มาซึ่งเป้าหมายหรือวัตถุประสงค์หลักของปัญหาต่าง ๆ ที่ถูกตั้งไว้ โดยฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่ใช้เป็นเกณฑ์ในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบถดถอยเชิงเส้นพหุเพื่อให้ได้ตัวแบบที่เหมาะสมมีอยู่หลายวิธี

เช่น เกณฑ์สารสนเทศของอาไคเคะ (AIC) เกณฑ์สารสนเทศของเบส์ (BIC) และเกณฑ์ซีพี (C_p) เป็นต้น

ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยเลือกใช้ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ AIC เป็นเกณฑ์ในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบเพื่อให้ได้ตัวแบบที่เหมาะสม โดย AIC ถูกนำเสนอโดย (Akaike 1973) โดยใช้แนวคิดการประมาณค่าความแปรปรวนสารสนเทศคูลเบ็ค-ไลท์เบอร์ (Kullback-Leibler Information) ระหว่างตัวแบบจริงกับตัวแบบที่เหมาะสมที่มีคุณสมบัติที่ไม่เอนเอียง ทั้งนี้การคัดเลือกตัวแบบโดยใช้เกณฑ์ AIC จะเลือกตัวแบบที่ให้ค่า AIC ต่ำสุดเป็นตัวแบบที่เหมาะสมที่สุด และจะสามารถคัดเลือกตัวแบบได้ดีเมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ โดยมีสมการดังต่อไปนี้

$$AIC = n \ln \left(\frac{SSE}{n} \right) + 2p$$

เมื่อ	n	แทน ขนาดตัวอย่าง
	SSE	แทน ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (Error sum of squares) ของตัวแบบการถดถอย
	p	แทน จำนวนพารามิเตอร์ในตัวแบบการถดถอย
	\ln	แทน ลอการิทึมธรรมชาติ

5. เกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณาเพื่อเปรียบเทียบผลการจำลอง

1) กำหนดให้ร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบ (Correct specification percentage : CSP) เป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการทำงานของ GA และ SA โดยมีสมการดังต่อไปนี้

$$\frac{C}{R} \times 100$$

เมื่อ C แทน จำนวนครั้งของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้ถูกต้อง

R แทน จำนวนรอบของการทำซ้ำ

2) กำหนดให้จำนวนรอบในการทำงานเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบความรวดเร็วในการทำงานของ GA และ SA

งานวิจัยเกี่ยวข้อง

กานต์ณัฐ ณ บางช้าง (2554) ได้เสนอวิธีการคัดเลือกตัวแปรในการวิเคราะห์การถดถอยตัวแบบเชิงเส้นพหุ โดยใช้วิธี TS ที่ใช้ฟังก์ชันเป้าหมายเป็นค่า MSE และค่าความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์

เฉลี่ย (Mean Absolute Error: MAE) เปรียบเทียบกับ SR กำหนดให้เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบคือ ร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบ โดยศึกษาทั้งในกรณีที่ไม่มีและมีปัญหาสหสัมพันธ์เชิงเส้นพหุ โดยใช้วิธีการจำลองข้อมูล ผลที่ได้จากการศึกษา คือ กรณีที่ไม่มีปัญหาสหสัมพันธ์เชิงเส้นพหุ ความสามารถในการคัดเลือกตัวแบบของ SR และการ TS ที่มีฟังก์ชันเป้าหมายเป็นค่า MSE มีร้อยละของความถูกต้องในการคัดเลือกตัวแปรเข้าสู่ตัวแบบใกล้เคียงกัน แต่หากใช้ TS ที่ใช้ค่า MAE จะมีร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรเข้าสู่ตัวแบบต่ำกว่ากรณีที่ใช้ค่า MSE เล็กน้อย ในกรณีที่มีปัญหาสหสัมพันธ์เชิงเส้นพหุ TS ที่มีฟังก์ชันเป้าหมายเป็นค่า MSE และ MAE มีร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบสูงกว่า SR

นิตาชล งามประเสริฐสิทธิ์ (2555) ทำการเปรียบเทียบการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบถดถอยเชิงเส้นพหุ ที่ตัวแบบมีตัวแปรอิสระที่เกี่ยวข้องและไม่เกี่ยวข้องกับตัวแปรตาม โดยตัวแปรอิสระที่เกี่ยวข้องมีความสัมพันธ์กันสูง 0.95 0.99 0.999 และ 0.9999 การคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบด้วยวิธี SR ประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีการถดถอยแบบบริดจ์โดยใช้วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบบริดจ์ด้วยวิธีต่าง ๆ 4 วิธี คือ วิธีโฮเอิร์ล เคนนาร์ด และบาลด์วิน วิธีลิวเลสและแวง วิธีนอโมระ และ วิธีคาลาฟและชูเกอร์ เปรียบเทียบกับ TS ที่ใช้ฟังก์ชันเป้าหมายเป็นค่า MSE และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยปรับด้วยฟังก์ชันการลงโทษ (Penalty function) เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบคือร้อยละของจำนวนครั้งที่แต่ละวิธีสามารถคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้ตามตัวแบบจริง (Correct specification) ตัวแบบที่มีการคัดเลือกตัวแปรอิสระมากเกินไป (Over specification) ตัวแบบที่มีการคัดเลือกตัวแปรอิสระน้อยเกินไป (Under specification) และตัวแบบที่มีการคัดเลือกตัวแปรอิสระที่ไม่ถูกต้อง (Mis-specification) ผลที่ได้จากการศึกษาพบว่า TS ที่มีฟังก์ชันเป้าหมายเป็นค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยปรับด้วยฟังก์ชันการลงโทษ มีร้อยละของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้ถูกต้องตามตัวแบบจริงมากกว่า SR ในทุกขนาดตัวอย่าง

พิศลย์ มีแก้ว (2546) ทำการศึกษาวิธีการทางฮิวริสติกบนพื้นฐานของกลวิธีทางด้านพื้นผิวตอบสนอง 2 วิธี คือ GA และ SA มาทำการทดสอบเปรียบเทียบผ่านการจำลองระบบด้วยโปรแกรมทางคอมพิวเตอร์ โดยใช้สมการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม 3 รูปแบบและสามารถครอบคลุมสภาพการทำงานจริงได้มาใช้ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการหาผลเฉลยที่เหมาะสมของกลวิธีทั้งสอง โดยสมการดังกล่าวประกอบด้วย สมการรูปพาราโบลา (Parabolic Surface) สมการที่มีจุดยอดหลาย

จุด (Multi-Peak Surface) และสมการที่มีจุดยอดอยู่ตรงขอบ (Rosenbrock Surface) และสมการที่ใช้ในการทดสอบระบบประกอบไปด้วยตัวแปรจำนวนสอง สาม และสี่ตัวแปร อีกทั้งยังจะประกอบไปด้วยสิ่งรบกวนตามธรรมชาติ ณ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานในระดับต่าง ๆ ที่จะต้องนำเข้ามาวิเคราะห์รวมในระบบเพื่อช่วยให้เกิดสภาพใกล้เคียงความเป็นจริงมากที่สุด ผลที่ได้จากการศึกษาพบว่า GA จะสามารถหาผลเฉลยได้ดีกว่าในสมการพาราโบลาและสมการที่มีจุดยอดอยู่ตรงขอบแต่สมการที่มีจุดยอดหลายจุดจะขึ้นอยู่กับระดับของสิ่งรบกวนและจำนวนตัวแปร อีกทั้งสมการของ GA จะมีโครงสร้างที่ทนทานต่อสิ่งรบกวนมากกว่า และเหมาะสมในการทำงานภายใต้สภาพแวดล้อมการทำงานจริงที่มีสิ่งรบกวนอยู่ แต่ถ้ระบบไม่มีสิ่งรบกวนและรูปแบบของสมการทางคณิตศาสตร์ค่อนข้างง่าย SA จะเป็นอีกหนึ่งทางเลือกที่เหมาะสมกว่า เนื่องจากให้ผลเฉลยที่ดีกว่าและใช้เวลาและจำนวนครั้งในการทดสอบที่น้อยกว่า GA

วลัยทิพย์ บุญญาติศัย (2549) ทำการศึกษาเกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบเพื่อให้ได้ตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดภายใต้ข้อมูลชุดเดียวกัน โดยเกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณา คือ MAPE ซึ่งได้ศึกษาในกรณีที่มีจำนวนตัวแปรอิสระ เท่ากับ 3 และ 4 มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 2 3 และ 5 ตามลำดับขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 35 และ 50 ตามลำดับโดยกำหนดระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระเป็น 3 ระดับ คือ ระดับต่ำ ($\rho = 0.05 - 0.35$) ระดับกลาง ($\rho = 0.40 - 0.65$) และระดับสูง ($\rho = 0.70 - 0.95$) กำหนดวิธีการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบที่ใช้ คือ BE ผลที่ได้จากการศึกษาสรุปได้ว่าค่า MAPE แปรผันตามปัจจัยอันประกอบด้วย ระดับความสัมพันธ์ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และจำนวนตัวแปรอิสระ แต่แปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง

ศิรินทิพย์ หมื่นจันทร์ และวรา มินเสน (2557) ทำการประยุกต์วิธี GA โดยใช้ชื่อว่า DGA สำหรับการคัดเลือกตัวแบบในการถดถอยเชิงเส้นพหุ และ ทำการเปรียบเทียบกับ GA และ SR โดยกำหนดให้ AIC เป็นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของทั้ง 3 วิธี และกำหนดให้ MSE เป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพ จำลองข้อมูลภายใต้สถานการณ์ที่มีตัวแปรอิสระเท่ากับ 10 ตัวแปร ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50, 100 และ 500 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 50, 80, 150 และ 250 เมื่อไม่เกิดและเกิดปัญหาสหสัมพันธ์เชิงเส้นพหุ โดยกำหนดให้ GA และ SR ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด ในขณะที่ DGA ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยด้วยการประยุกต์วิธีกำลังสองน้อยที่สุดร่วมกับค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน ผลการวิจัยพบว่าในสถานการณ์ที่เกิดปัญหาสหสัมพันธ์เชิงเส้นพหุวิธี DGA ให้ค่า MSE น้อยที่สุด ส่วน

วิธี GA และ SR ให้ค่าที่ใกล้เคียงกัน สำหรับกรณีที่ไม่เกิดปัญหาสหสัมพันธ์เชิงเส้นพหุ วิธี DGA GA และวิธี SR ให้ค่า MSE ที่ต่ำที่สุดเท่ากัน

Wasserman และ Sudjianto (1994) ทำการเปรียบเทียบวิธีการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบถดถอยเชิงเส้นพหุด้วย GA และ SR จำลองข้อมูลภายใต้สถานการณ์ที่มีตัวแปรอิสระเท่ากับ 24 ตัวแปร กำหนดให้ AIC เป็นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบของทั้งสองวิธี และกำหนดให้ MSE เป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของทั้งสองวิธี ผลการวิจัยพบว่า ในกรณีที่มีจำนวนตัวแปรอิสระเป็นจำนวนมาก GA จะมีประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบสูงกว่า SR

Siarry และ Berthiau (1997) ทำการศึกษาการหาค่าต่ำสุดด้วยวิธี TS เมื่อตัวแปรอิสระเป็นแบบต่อเนื่อง ในสถานการณ์ที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear) โดยกำหนดให้ใช้ ฟังก์ชันโกลด์สไตน์-ไพเรซ์ เมื่อมีจำนวนตัวแปรอิสระ 2 ตัวแปร ฟังก์ชันฮาร์ทแมน เมื่อมีจำนวนตัวแปรอิสระ 3 ตัวแปร และฟังก์ชันโรเซนบร็อก เมื่อมีจำนวนตัวแปรอิสระ n ตัวแปร กำหนดให้ n มีขนาดเท่ากับ 2 5 และ 10 ตัวแปร โดยกำหนดให้จำนวนรอบที่สามารถหาค่าต่ำสุดเป็นเกณฑ์ในการวัดประสิทธิภาพ นอกจากนี้ยังทำการเปรียบเทียบความรวดเร็วในการหาค่าต่ำสุดของวิธี TS กับ RS และ SA ผลที่ได้จากการศึกษาคือ ในกรณีที่มีตัวแปรอิสระจำนวน 2 และ 3 ตัวแปร ฟังก์ชันโกลด์สไตน์-ไพเรซ์ ฟังก์ชันฮาร์ทแมน และฟังก์ชันโรเซนบร็อก สามารถหาค่าเหมาะสมที่สุดได้อย่างสมบูรณ์ ในขณะที่ฟังก์ชันโรเซนบร็อกที่มีจำนวนตัวแปรอิสระ 5 และ 10 ตัวแปร สามารถหาค่าเหมาะสมที่สุดได้ 83 และ 70 รอบตามลำดับ จากการทำซ้ำจำนวน 100 รอบ และเมื่อทำการเปรียบเทียบความรวดเร็วในการค้นหาผลเฉลยของทั้ง 3 วิธี พบว่า SA มีความรวดเร็วในการหาค่าเหมาะสมที่สุดสูงกว่า TS และ RS โดยเฉพาะในกรณีที่มีตัวแปรอิสระจำนวน 10 ตัวแปร

Kapetanious (2007) พัฒนาตัวแบบการถดถอย ในงานด้านปัญหาทางเศรษฐมิติโดยใช้ GA SA และวิธีการเฉลี่ยตัวแบบของเบส์ โดยการหาค่าประกอบของตัวแบบด้วยเทคนิคมอนติคาร์โลโดยใช้ลูกโซ่มาร์คอฟ (Markov Chain Monte Carlo Model Composition : MC^3) โดยกำหนดให้ AIC และ BIC เป็นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของทั้ง 3 วิธี และเปรียบเทียบความเหมาะสมของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ดังกล่าว โดยพิจารณาจากการทดสอบสมมติฐานความผิดพลาดประเภทที่ 1 (Type 1 error) หรือ บวกเท็จ (False positives) และ กำหนดให้รากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Root mean squares error: RMSE) เป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบความแม่นยำในการพยากรณ์ของแต่ละวิธี ศึกษาในกรณีที่มีตัวแปรอิสระ 25 50 และ 75 ตัวแปร และมีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 และ 200 ตามลำดับ โดยข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยเป็นข้อมูลจากธนาคารกลางในประเทศ

เนเธอร์แลนด์ระหว่างเดือนมกราคม ปี ค.ศ.1959 ถึงเดือนธันวาคม ปี ค.ศ.1998 ข้อมูลดังกล่าวประกอบไปด้วยตัวแปรอิสระทั้งหมด 147 ตัวแปร เป็นข้อมูลที่ผ่านการแปลงให้มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และค่าความแปรปรวนเป็น 1 ผลการศึกษาพบว่า BIC มีความเหมาะสมในการทำงานมากกว่า AIC และพบว่า GA และ SA ให้ความแม่นยำในการพยากรณ์สูงกว่า MC^3 โดยเฉพาะอย่างยิ่งในกรณีที่มีจำนวนตัวแปรอิสระเป็นจำนวนมากเมื่อใช้ BIC เป็นฟังก์ชันวัตถุประสงค์

Hasan (2013) เสนอวิธีการแบบผสม (Hybrid GSA) ระหว่าง GA และ SA เพื่อทำการเปรียบเทียบวิธีการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบถดถอยเชิงเส้นพหุด้วย Hybrid GSA GA FS และ BE ในกรณีที่ไม่เกิดปัญหาหุสัมพันธเชิงเส้น ศึกษาในกรณีที่มีตัวแปรอิสระเท่ากับ 11 และ 25 ตัวแปร ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 และ 200 กำหนดให้ AIC เป็นเกณฑ์ในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบและเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพ โดยใช้ข้อมูลจำนวน 12 ชุดในการวิเคราะห์ ผลที่ได้จากการศึกษาพบว่า Hybrid GSA มีประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบถดถอยเชิงเส้นพหุได้ดีกว่า FS และ BE แต่มีประสิทธิภาพที่ใกล้เคียงกับ GA ในบางชุดข้อมูลซึ่งให้ผลที่คล้ายกันทั้ง 2 ขนาดตัวอย่าง ดังนั้นแสดงให้เห็นว่า Hybrid GSA เป็นทางเลือกในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้อย่างมีประสิทธิภาพเช่นกัน

บทที่ 3 วิธีดำเนินงานวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาวิธีในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุด้วยวิธีแบบเมตาฮิวริสติก เพื่อนำมาเปรียบเทียบกัน 2 วิธี ได้แก่ GA และ SA ซึ่งในการศึกษาครั้งนี้จะแบ่งออกเป็น 2 กรณี คือ กรณีที่ตัวแปรอิสระไม่มีพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระ จะทำการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบด้วย GA และ SA โดยจะทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และกรณีที่ตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระ โดยจะกำหนดให้มีตัวแปรอิสระที่มีพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกัน 1 คู่ และ กำหนดระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระแบ่งเป็น 3 ระดับ คือ ต่ำ ปานกลาง และ สูง จะทำการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบด้วย GA และ SA โดยจะทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยด้วยวิธีวิเคราะห์การถดถอยแบบบริดจ์ และกำหนดให้ค่า AIC เป็นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบของทั้ง 2 วิธี โดยกำหนดให้ร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของทั้ง 2 วิธี และกำหนดให้จำนวนรอบในการทำงานเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบความเร็วของทั้ง 2 วิธี สำหรับข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยได้จากการจำลองสถานการณ์โดยโปรแกรม RStudio version 1.2.1335 ซึ่งมีการวางแผนและกำหนดขั้นตอนของการวิจัยดังนี้

การจำลองข้อมูล

กรณีที่ไม่มีเกิดและเกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระ

1. กำหนดให้ตัวแปรอิสระมีการแจกแจงปกติหลายตัวแปร โดยมีรูปแบบทั่วไปคือ

$$\mathbf{X} \sim N_k(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$$

โดยที่

\mathbf{X} คือ เมทริกซ์ของตัวแปรอิสระขนาด $n \times k$ เมื่อ n คือ ขนาดตัวอย่าง และ

k คือ จำนวนตัวแปรอิสระ

$\boldsymbol{\mu}$ คือ เวกเตอร์ค่าเฉลี่ยของตัวแปรอิสระ k ตัวแปร

$\boldsymbol{\Sigma}$ คือ เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม (Covariance matrix : Cov) ขนาด

$$k \times k \text{ ดังนี้ } \boldsymbol{\Sigma} = [Cov[X_{is}, X_{it}]] \text{ เมื่อ } i = 1, 2, \dots, n$$

$$s = 1, 2, \dots, k \text{ และ } t = 1, 2, \dots, k$$

โดยกำหนดค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของตัวแปรอิสระแต่ละตัวดังนี้

1.1 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร กำหนดให้

$$X_{i1} \sim N(107,1), X_{i2} \sim N(77,1), X_{i3} \sim N(300,1), X_{i4} \sim N(88,1), X_{i5} \sim N(207,1)$$

1.2 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 8 ตัวแปร กำหนดให้

$$X_{i1} \sim N(107,1), X_{i2} \sim N(77,1), X_{i3} \sim N(300,1), X_{i4} \sim N(88,1), X_{i5} \sim N(207,1), \\ X_{i6} \sim N(139,1), X_{i7} \sim N(620,1), X_{i8} \sim N(540,1)$$

1.3 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 10 ตัวแปร กำหนดให้

$$X_{i1} \sim N(107,1), X_{i2} \sim N(77,1), X_{i3} \sim N(300,1), X_{i4} \sim N(88,1), X_{i5} \sim N(207,1), \\ X_{i6} \sim N(139,1), X_{i7} \sim N(620,1), X_{i8} \sim N(540,1), X_{i9} \sim N(715,1), X_{i10} \sim N(870,1)$$

1.4 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 15 ตัวแปร กำหนดให้

$$X_{i1} \sim N(107,1), X_{i2} \sim N(77,1), X_{i3} \sim N(300,1), X_{i4} \sim N(88,1), X_{i5} \sim N(207,1), \\ X_{i6} \sim N(139,1), X_{i7} \sim N(620,1), X_{i8} \sim N(540,1), X_{i9} \sim N(715,1), X_{i10} \sim N(870,1), \\ X_{i11} \sim N(900,1), X_{i12} \sim N(845,1), X_{i13} \sim N(1080,1), X_{i14} \sim N(1400,1), \\ X_{i15} \sim N(2100,1)$$

1.5 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 20 ตัวแปร กำหนดให้

$$X_{i1} \sim N(107,1), X_{i2} \sim N(77,1), X_{i3} \sim N(300,1), X_{i4} \sim N(88,1), X_{i5} \sim N(207,1), \\ X_{i6} \sim N(139,1), X_{i7} \sim N(620,1), X_{i8} \sim N(540,1), X_{i9} \sim N(715,1), X_{i10} \sim N(870,1), \\ X_{i11} \sim N(900,1), X_{i12} \sim N(845,1), X_{i13} \sim N(1080,1), X_{i14} \sim N(1400,1), \\ X_{i15} \sim N(2100,1), X_{i16} \sim N(3400,1), X_{i17} \sim N(4050,1), X_{i18} \sim N(3950,1), \\ X_{i19} \sim N(7500,1), X_{i20} \sim N(9840,1) \text{ เมื่อ } i = 1, 2, 3, \dots, n$$

กรณีที่ไมเกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระจะกำหนดให้

$$\text{Cov}(X_{is}, X_{it}) = 0 \text{ เมื่อ } s \neq t$$

กรณีที่เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระกำหนดให้ X_2 และ X_4 มีความสัมพันธ์กันในระดับต่ำ ($\rho = 0.30$) ปานกลาง ($\rho = 0.70$) สูง ($\rho = 0.90$) โดยจะกำหนดให้ $\text{Cov}(X_{is}, X_{it}) = 0$ เมื่อ $s \neq t$ และ กำหนด $\text{Cov}(X_{i2}, X_{i4})$ เท่ากับ 0.30, 0.70 และ 0.90 ตามลำดับ

2. กำหนดค่าความคลาดเคลื่อนโดย $\varepsilon_i \sim N(0,5^2)$ เมื่อ $i = 1, 2, 3, \dots, n$

3. กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 8 10 15 และ 20 ตามลำดับ ดังนี้

3.1 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร กำหนดให้

$$\beta_0 = 100, \beta_1 = -155, \beta_2 = 15, \beta_3 = 11.5, \beta_4 = 509, \beta_5 = 0$$

3.2 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 8 ตัวแปร กำหนดให้

$$\beta_0 = 100, \beta_1 = -155, \beta_2 = 15, \beta_3 = 11.5, \beta_4 = 509, \beta_5 = 0, \beta_6 = 0, \beta_7 = 4, \beta_8 = 7$$

3.3 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 10 ตัวแปร กำหนดให้

$$\beta_0 = 100, \beta_1 = -155, \beta_2 = 15, \beta_3 = 11.5, \beta_4 = 509, \beta_5 = 0, \beta_6 = 0, \beta_7 = 4, \beta_8 = 7, \beta_9 = 0, \beta_{10} = 0$$

3.4 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 15 ตัวแปร กำหนดให้

$$\beta_0 = 100, \beta_1 = -155, \beta_2 = 15, \beta_3 = 11.5, \beta_4 = 509, \beta_5 = 0, \beta_6 = 0, \beta_7 = 4, \beta_8 = 7, \beta_9 = 0, \beta_{10} = 0, \beta_{11} = -1550, \beta_{12} = 900, \beta_{13} = 1000, \beta_{14} = 50, \beta_{15} = 0$$

3.5 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 20 ตัวแปร กำหนดให้

$$\beta_0 = 100, \beta_1 = -155, \beta_2 = 15, \beta_3 = 11.5, \beta_4 = 509, \beta_5 = 0, \beta_6 = 0, \beta_7 = 4, \beta_8 = 7, \beta_9 = 0, \beta_{10} = 0, \beta_{11} = -1550, \beta_{12} = 900, \beta_{13} = 1000, \beta_{14} = 50, \beta_{15} = 0, \beta_{16} = 0, \beta_{17} = 40, \beta_{18} = 100, \beta_{19} = 0, \beta_{20} = 0$$

4. สุ่มขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 100 200 และ 500 ตามลำดับ

5. สร้างตัวแปรตามจากตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุเมื่อมีตัวแปรอิสระเท่ากับ

5 8 10 15 และ 20 ตัวแปร ดังนี้

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i$$

โดยที่

y_i คือ ตัวแปรตาม เมื่อ $i = 1, 2, \dots, n$ และ n คือ ขนาดตัวอย่าง

$X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{ik}$ คือ ตัวแปรอิสระจำนวน k ตัวแปร

$\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$ คือ สัมประสิทธิ์ถดถอยของตัวแบบ

ε_i คือ ความคลาดเคลื่อนสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติคือ $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$

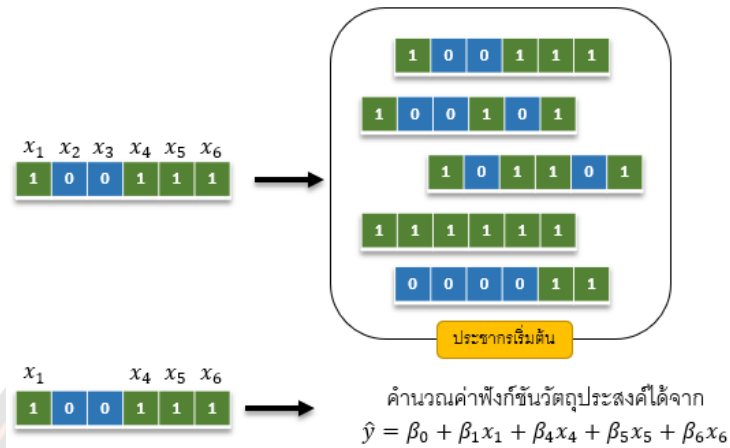
6. กำหนดจำนวนรอบของการทำซ้ำเท่ากับ 500 รอบ

วิธีการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ

1. การค้นหาแบบขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม

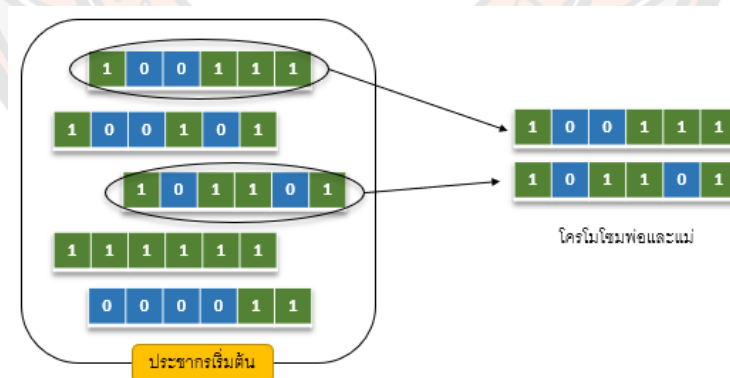
ขั้นตอนที่ 1 สุ่มสร้างโครโมโซมประชากรเริ่มต้นจากเวกเตอร์ที่ใช้รหัสแบบไบนารีที่มีลักษณะเป็นเลขฐานสอง โดยมีความยาวเท่ากับจำนวนตัวแปรอิสระขึ้นมาเป็นจำนวน 2 เท่าของตัวแปรอิสระ แล้วทำการแปลงรหัสเพื่อคำนวณค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (AIC) ของแต่ละโครโมโซม พร้อมทั้งกำหนดเกณฑ์การหยุดกระบวนการทำงานคือ $AIC_{1+m_{GA}} - AIC_{1+(m+1)_{GA}} < 0.001$ เมื่อ $m = 0, 1, 2, \dots$ และ l_{GA} คือระยะห่างของรอบที่จะทำการตรวจสอบการหยุด (ในงานวิจัยนี้กำหนด l_{GA} ที่ทำให้จำนวนรอบในการทำงานของ GA มีขนาดใกล้เคียงกับ SA เพื่อทำการเปรียบเทียบ

ประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบของทั้ง 2 วิธี) โดยภาพ 9 แสดงถึงรูปแบบสายโครโมโซมที่สร้างขึ้นและการแปลงรหัส



ภาพ 9 แสดงรูปแบบสายโครโมโซมที่สร้างขึ้นและการแปลงรหัส

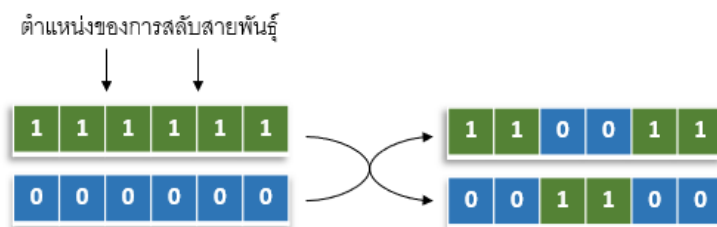
ขั้นตอนที่ 2 ทำการคัดเลือกผลเฉลยเริ่มต้นจากประชากรเริ่มต้นโดยพิจารณาจากค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่น้อยที่สุดมา 1 คู่ เรียกว่าโครโมโซมพ่อและโครโมโซมแม่ ดังภาพ 10



ภาพ 10 แสดงการคัดเลือกโครโมโซม

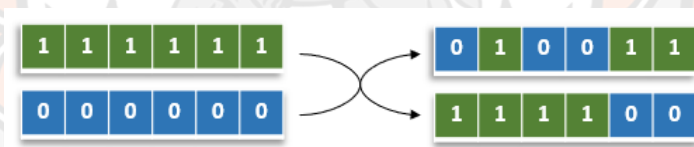
ขั้นตอนที่ 3 พิจารณาการสลับสายพันธุจากการกำหนดค่าความน่าจะเป็นเท่ากับ 0.8 (ศิรินทิพย์ หมั่นจันทร์ 2557) เทียบกับตัวเลขสุ่ม $r \sim U(0,1)$ ถ้าค่า r มีค่าน้อยกว่าค่าความน่าจะเป็น

เป็นที่กำหนดจะทำการสลับสายพันธุ์แบบ 2 จุด จากนั้นสุ่มเพื่อเลือกตำแหน่งของยีนที่จะสลับสายพันธุ์พร้อมทั้งทำการสลับสายพันธุ์ ดังภาพ 11



ภาพ 11 แสดงการสลับสายพันธุ์

ขั้นตอนที่ 4 พิจารณาการกลายพันธุ์แบบมาตรฐาน ดังภาพ 12 จากการกำหนดค่าความน่าจะเป็นของแต่ละยีนเท่ากับ 0.2 (ศิรินทิพย์ หมั่นจันทร์ 2557) เทียบกับตัวเลขสุ่ม $r \sim U(0,1)$ ถ้าค่า r มีค่าน้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นที่กำหนดจะทำการกลายพันธุ์ในยีนนั้นเมื่อทำการกลายพันธุ์เสร็จสิ้นจะคำนวณค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของโครโมโซมที่ได้



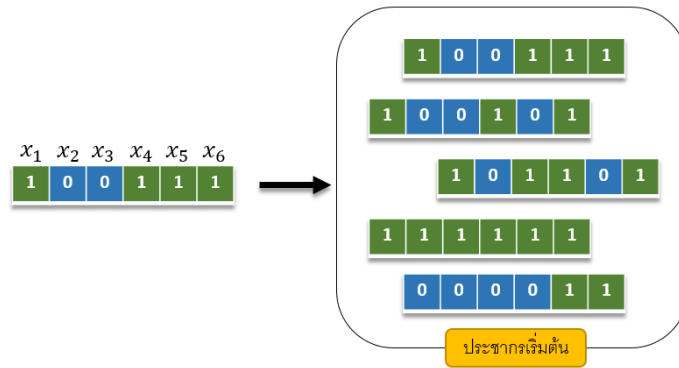
ภาพ 12 แสดงการกลายพันธุ์

ขั้นตอนที่ 5 พิจารณาการแทนที่ด้วยการแปลงรหัสจากโครโมโซมที่ได้ให้เป็นตัวแปรที่เหมาะสมแล้วคำนวณค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์หากมีค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่ดีกว่าโครโมโซมที่อยู่ในประชากรเริ่มต้นรวมถึงโครโมโซมพ่อและโครโมโซมแม่ด้วยจะทำการแทนที่โครโมโซมดังกล่าวเข้าไปในประชากรนั้นแทน ทำการตรวจสอบการหยุดกระบวนการทำงานหากเป็นไปตามเงื่อนไขที่กำหนดไว้ข้างต้นจะหยุดการทำงานทั้งหมด

2. การค้นหาแบบจำลองการอบเหนียว

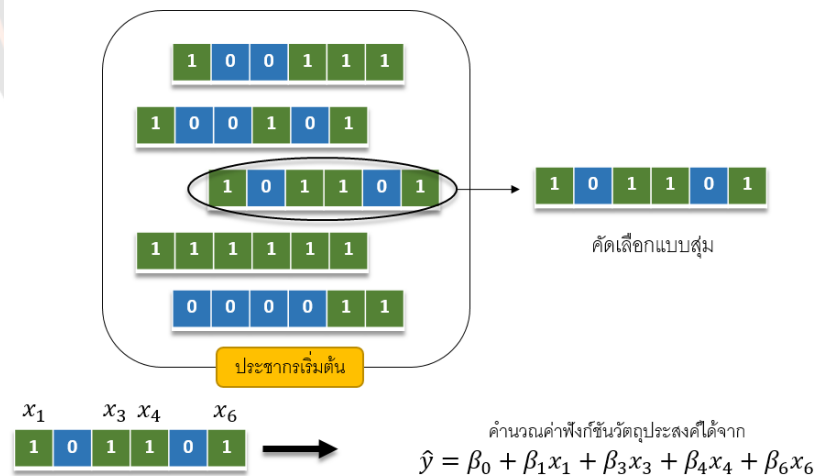
ขั้นตอนที่ 1 สุ่มสร้างประชากรเริ่มต้นจากเวกเตอร์ที่ใช้รหัสแบบไบนารีที่มีลักษณะเป็นเลขฐานสอง โดยมีความยาวเท่ากับจำนวนตัวแปรอิสระขึ้นมาเป็นจำนวน 2 เท่าของตัวแปรอิสระ ดัง

ภาพ 13 พร้อมทั้งกำหนดค่าเริ่มต้นของอุณหภูมิไว้ที่ค่า 1,000 องศา และกำหนดเกณฑ์การหยุดกระบวนการทำงาน คือการกำหนดรอบของการทำงานดังกล่าวไว้ในขั้นตอนที่ 8



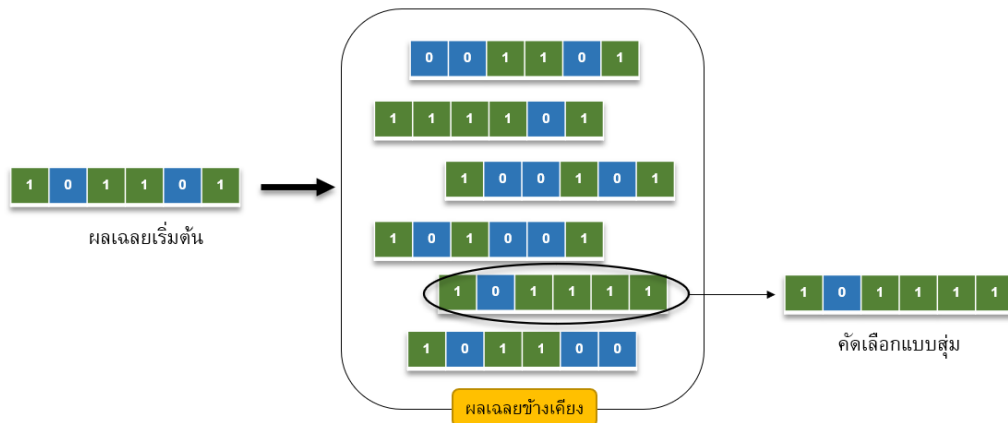
ภาพ 13 แสดงการสร้างประชากรเริ่มต้น

ขั้นตอนที่ 2 สุ่มเวกเตอร์ผลเฉลยเริ่มต้นจากประชากรเริ่มต้นมา 1 เวกเตอร์ ดังภาพ 14 พร้อมทั้งคำนวณค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์และกำหนดให้เป็นผลเฉลยที่ดีที่สุด



ภาพ 14 แสดงการสุ่มผลเฉลยเริ่มต้น

ขั้นตอนที่ 3 สร้างเซตของเวกเตอร์ผลเฉลยข้างเคียงของผลเฉลยเริ่มต้น โดยเวกเตอร์ผลเฉลยข้างเคียงจะมีความแตกต่างจากเวกเตอร์ผลเฉลยเริ่มต้นเวกเตอร์ละ 1 ตำแหน่ง แล้วทำการสุ่มเวกเตอร์ผลเฉลยข้างเคียงมา 1 ค่า พร้อมทั้งคำนวณค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ ดังภาพ 15



ภาพ 15 แสดงการสร้างผลเฉลยข้างเคียงและการสุ่มผลเฉลยข้างเคียง

ขั้นตอนที่ 4 คำนวณผลต่างของค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ระหว่างผลเฉลยเริ่มต้นและผลเฉลยข้างเคียง

ขั้นตอนที่ 5 ตรวจสอบว่าควรมีการแทนที่ผลเฉลยเดิมหรือไม่โดยใช้ความน่าจะเป็นในการตัดสินใจตามเงื่อนไขดังต่อไปนี้

$$P(\Delta E) = \begin{cases} 1 & , \Delta E < 0 \\ e^{-\Delta E/T} & , \Delta E \geq 0 \end{cases}$$

เมื่อ T คืออุณหภูมิของระบบในกรณีนี้ ΔE มากกว่าเท่ากับศูนย์จะนำตัวเลขสุ่ม $r \sim U(0,1)$ มาช่วยในการตัดสินใจ โดยถ้า $P(\Delta E) > r$ แล้วเวกเตอร์ผลเฉลยข้างเคียงที่ถูกสุ่มมา จะถูกใช้เป็นผลเฉลยเริ่มต้นในการทำงานรอบถัดไป แต่ถ้า $P(\Delta E) \leq r$ แล้วจะคงผลเฉลยเริ่มต้นในการทำงานรอบถัดไปไว้ที่เวกเตอร์ผลเฉลยเริ่มต้นเดิม

ขั้นตอนที่ 6 นำผลเฉลยที่ได้จาก ขั้นตอนที่ 5 มาเปรียบเทียบกับผลเฉลยที่ดีที่สุดที่ได้ทำการบันทึกไว้ เพื่อพิจารณาการแทนที่ผลเฉลยที่ดีที่สุด โดยจะทำการเปรียบเทียบ ค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของผลเฉลยที่ดีที่สุดที่บันทึกไว้กับค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของผลเฉลยที่ได้จาก ขั้นตอนที่ 5 หากค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของผลเฉลยที่ดีที่สุดที่ถูกบันทึกไว้มีค่าที่ต่ำกว่าจะทำการบันทึกผลเฉลยที่ดีที่สุดเดิมไว้ แต่ถ้าค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของผลเฉลยที่ได้จาก ขั้นตอนที่ 5 มีค่าที่ต่ำกว่าจะทำการแทนที่ให้เป็นผลเฉลยที่ดีที่สุดใหม่แทน

ขั้นตอนที่ 7 ทำการปรับลดอุณหภูมิ โดยพิจารณาจาก $T_{k+1} = \alpha T_k$ เมื่อ T_k คือ อุณหภูมิในรอบการทำงานที่ k โดยกำหนดค่า $\alpha = 0.95$

ขั้นตอนที่ 8 ทำการตรวจสอบการหยุดกระบวนการทำงานโดยพิจารณาจากการแทนที่ของผลเฉลยที่ดีที่สุด โดยถ้าผลเฉลยที่ดีที่สุดไม่ถูกแทนที่เป็นจำนวน I_{st} รอบ จะหยุดกระบวนการ

ทำงาน เมื่อกำหนดให้ I_{SA} คือจำนวนรอบที่จะทำการตรวจสอบการหยุดของ SA (ในงานวิจัยนี้กำหนด I_{SA} ที่ทำให้จำนวนรอบในการทำงานของ SA มีขนาดใกล้เคียงกับ GA เพื่อทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบของทั้ง 2 วิธี)

เกณฑ์การหยุดกระบวนการทำงาน

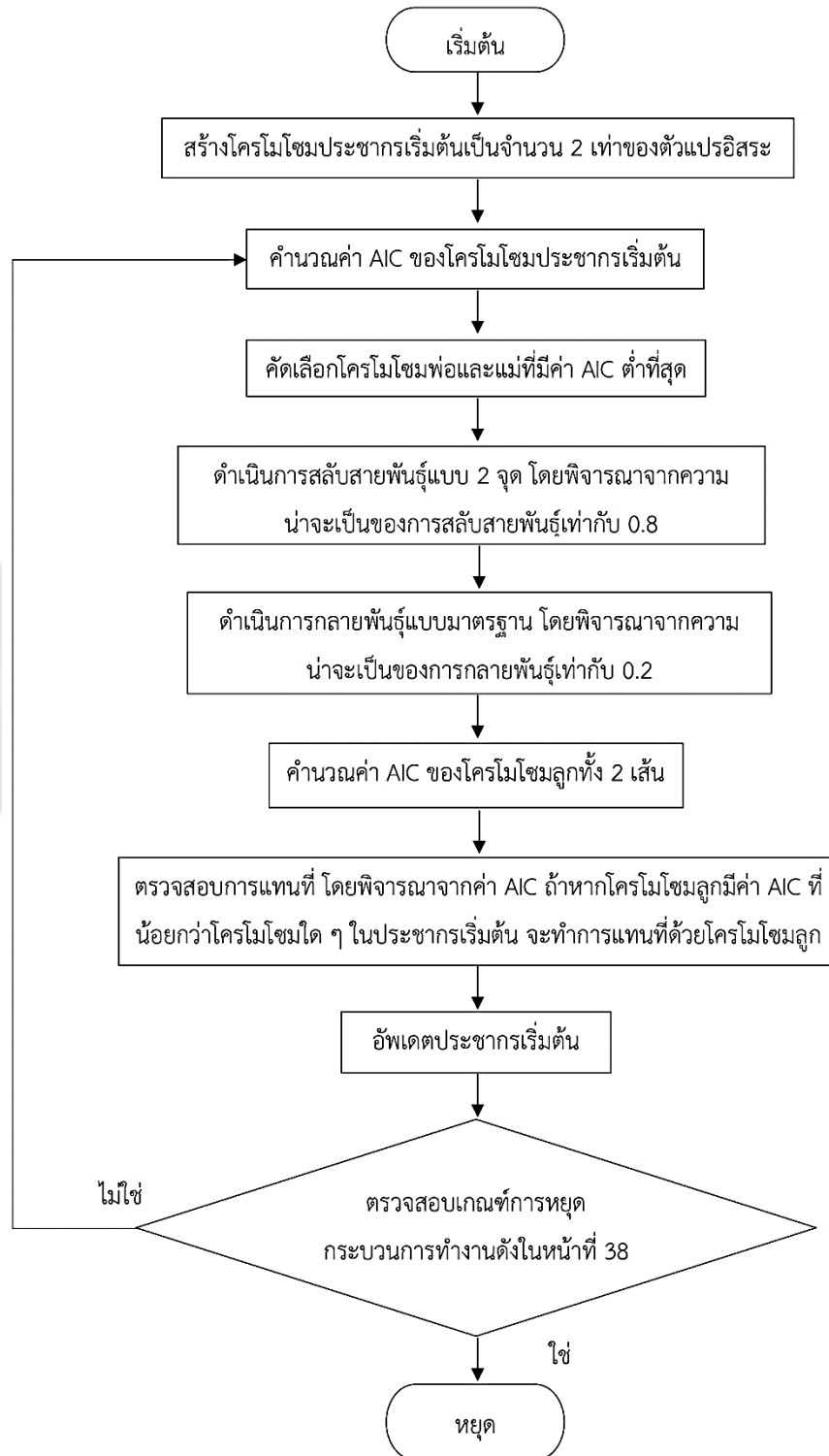
เกณฑ์ที่ใช้ในการหยุดกระบวนการทำงานในงานวิจัยนี้แบ่งออกเป็น 2 กรณี คือ

กรณี ที่ 1 กำหนดเกณฑ์ที่ใช้ในการหยุดกระบวนการทำงานของ GA คือ $AIC_{1+mI_{GA}} - AIC_{1+(m+1)I_{GA}} < 0.001$ เมื่อ $m=0, 1, 2, \dots$ และ I_{GA} คือระยะห่างของรอบที่จะทำการตรวจสอบการหยุด และ เกณฑ์ในการหยุดกระบวนการทำงานของวิธี SA คือ ตัวแบบที่ดีที่สุดที่ได้รับการคัดเลือกในการทำงานไม่มีการเปลี่ยนแปลงเป็นจำนวน I_{SA} รอบ เมื่อกำหนดให้ I_{SA} คือจำนวนรอบที่จะทำการตรวจสอบการหยุดกระบวนการทำงานของ SA เพื่อทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบของทั้ง 2 วิธี โดยมีเงื่อนไขดังนี้

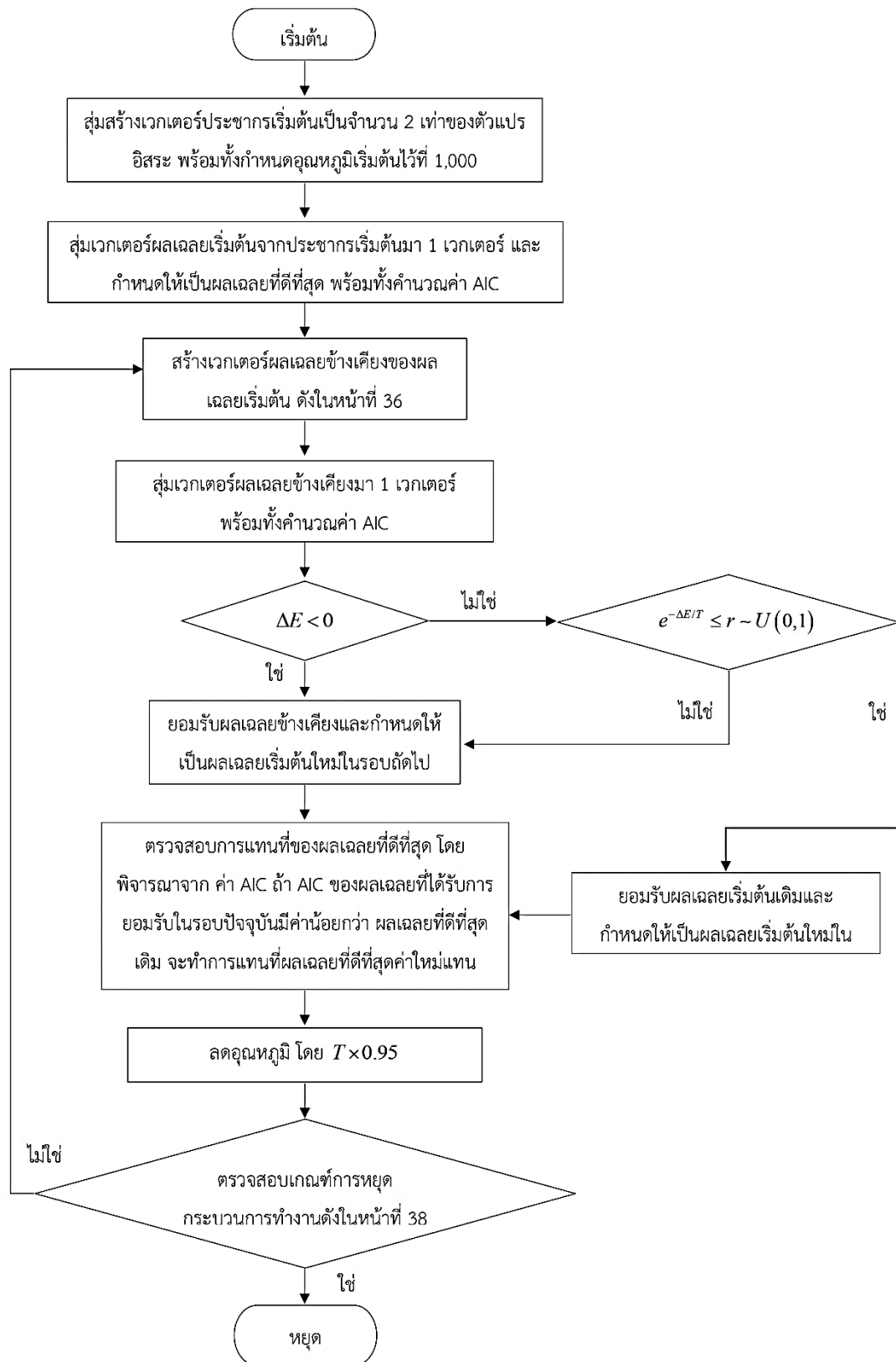
1. กำหนดให้ I_{SA} มีขนาดเท่ากับ 20 เท่าของตัวแปรอิสระในกรณีที่มีตัวแปรอิสระ 5 8 และ 10 ตัวแปรและกำหนด I_{GA} ที่ทำให้จำนวนรอบในการทำงานของ GA มีขนาดใกล้เคียงกับ SA
2. กำหนดให้ I_{SA} มีขนาดเท่ากับ 25 เท่าของตัวแปรอิสระในกรณีที่มีตัวแปรอิสระ 15 ตัวแปรและกำหนด I_{GA} ที่ทำให้จำนวนรอบในการทำงานของ GA มีขนาดใกล้เคียงกับ SA และกำหนดให้ I_{SA} มีขนาดเท่ากับ 65 เท่าของตัวแปรอิสระในกรณีที่มีตัวแปรอิสระ 20 ตัวแปรและกำหนด I_{GA} ที่ทำให้จำนวนรอบในการทำงานของ GA มีขนาดใกล้เคียงกับ SA (เนื่องจากจำนวนตัวแปรอิสระมีจำนวนที่มากขึ้นส่งผลให้มีจำนวนของตัวแบบที่เป็นไปได้มากขึ้นตาม จึงทำให้การใช้ I_{SA} ที่มีขนาดเท่ากับ 20 อาจไม่เพียงพอต่อการค้นหาตัวแบบที่ถูกต้องได้)

กรณี ที่ 2 กำหนดเกณฑ์ที่ใช้ในการหยุดกระบวนการทำงานของ GA และ SA คือ แต่ละวิธีทำการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้ถูกต้องร้อยละ 100 เพื่อทำการเปรียบเทียบความรวดเร็วในการทำงานของทั้ง 2 วิธี โดยพิจารณาจากจำนวนรอบในการทำงาน

ผังงานแสดงขั้นตอนการทำงานของ GA และ SA แสดงดังภาพ 16 และ 17 ตามลำดับ



ภาพ 16 ขั้นตอนการทำงานของ GA



ภาพ 17 ขั้นตอนการทำงานของ SA

บทที่ 4

ผลการวิจัย

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาและทำการเปรียบเทียบวิธีการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบถดถอยเชิงเส้นพหุระหว่าง GA และ SA ซึ่งการศึกษานี้จะแบ่งออกเป็น 2 กรณี คือ กรณีที่ไม่เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระ และกรณีที่เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระ โดยกำหนดให้ตัวแปรอิสระที่มีพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกัน 1 คู่ คือ X_{i2} และ X_{i4} เมื่อ $i = 1, 2, \dots, n$ และแบ่งระดับของความสัมพันธ์ออกเป็น 3 ระดับ คือ ต่ำ ปานกลาง และ สูง ตามลำดับ โดยใช้ค่า AIC เป็นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบของทั้ง 2 วิธี และใช้ร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของทั้ง 2 วิธี เมื่อมีการกำหนดเกณฑ์ในการหยุดกระบวนการทำงาน คือ กำหนดให้ I_{GA} และ I_{SA} ที่ทำให้จำนวนรอบในการทำงานของทั้ง 2 วิธีใกล้เคียงกัน และเปรียบเทียบความรวดเร็วในการทำงานของ GA และ SA ในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้ถูกต้องร้อยละ 100 โดยพิจารณาจากจำนวนรอบในการทำงานของ GA และ SA

ผลการวิจัยนำเสนอโดยใช้รูปแบบตาราง แยกเป็น 2 กรณี คือ กรณีที่ไม่เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระ และกรณีที่เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระ โดยแต่ละกรณีแบ่งผลการศึกษากออกเป็น 2 ส่วน คือ เมื่อมีการกำหนดเกณฑ์ในการหยุดกระบวนการทำงาน คือ กำหนดให้ I_{GA} และ I_{SA} ที่ทำให้จำนวนรอบในการทำงานของทั้ง 2 วิธีใกล้เคียงกัน เพื่อทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบของทั้ง 2 วิธี และ เมื่อ GA และ SA ทำการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้ถูกต้องร้อยละ 100 เพื่อทำการเปรียบเทียบความรวดเร็วในการทำงานของทั้ง 2 วิธี โดยพิจารณาจากจำนวนรอบในการทำงาน

กำหนดสัญลักษณ์แทนความหมายต่าง ๆ ดังนี้

x แทน จำนวนตัวแปรอิสระในตัวแบบ

n แทน ขนาดตัวอย่าง

CSP แทน ร้อยละของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้ถูกต้อง

ผลการวิจัยสำหรับกรณีที่ไม่เกิดปัญหาหุ้สมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระ

ส่วนที่ 1 กำหนดเกณฑ์ในการหยุดกระบวนการทำงาน คือ กำหนด I_{GA} ที่ทำให้จำนวนรอบในการทำงานของ GA ใกล้เคียงกับ SA ที่กำหนดให้ I_{SA} มีขนาดเป็น 20 เท่าของตัวแปรอิสระเมื่อมีตัวแปรอิสระ 5 8 และ 10 ตัวแปร กำหนดให้ I_{SA} มีขนาดเป็น 25 เท่าของตัวแปรอิสระเมื่อมีตัวแปรอิสระ 15 ตัวแปร และกำหนดให้ I_{SA} มีขนาดเป็น 65 เท่าของตัวแปรอิสระเมื่อมีตัวแปรอิสระ 20 ตัวแปร เพื่อทำการเปรียบเทียบร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบของทั้ง 2 วิธี ผลการวิจัยแสดงดังต่อไปนี้

ตาราง 1 แสดงการเปรียบเทียบร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบกรณีที่ไม่เกิดปัญหาหุ้สมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระ

x	n	วิธีการ	CSP	จำนวนรอบเฉลี่ย
5	50	GA	100	<u>114.8</u>
		SA	72	119.63
	100	GA	100	<u>116.34</u>
		SA	72.4	119.63
	200	GA	100	<u>114.24</u>
		SA	61.2	115.722
	500	GA	100	115.92
		SA	65.4	<u>113.698</u>

x	n	วิธีการ	CSP	จำนวนรอบเฉลี่ย	
8	50	GA	100	<u>200.55</u>	
		SA	99.8	227.29	
	100	GA	100	<u>201.6</u>	
		SA	99.8	215.73	
	200	GA	100	<u>200.97</u>	
		SA	100	205.072	
	500	GA	100	202.86	
		SA	100	<u>195.7</u>	
	10	50	GA	100	<u>296.7</u>
			SA	100	299.216
100		GA	100	297	
		SA	100	<u>287.374</u>	
200		GA	100	295.5	
		SA	100	<u>277.214</u>	
500		GA	100	294	
		SA	100	<u>266.442</u>	
15		50	GA	100	<u>503</u>
			SA	100	505.704
	100	GA	100	<u>503.5</u>	
		SA	100	505.704	
	200	GA	100	504.5	
		SA	100	<u>498.934</u>	
	500	GA	100	508.5	
		SA	100	<u>489.448</u>	

x	n	วิธีการ	CSP	จำนวนรอบเฉลี่ย
20	50	GA	100	1484.82
		SA	100	<u>1469.168</u>
	100	GA	100	1492.12
		SA	100	<u>1464.916</u>
	200	GA	100	1484.82
		SA	100	<u>1459.17</u>
	500	GA	100	1483.36
		SA	100	<u>1459.22</u>

หมายเหตุ: ตัวเลขที่มีลักษณะหนาแสดงถึงร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบที่สูงที่สุดของแต่ละกรณี และตัวเลขที่ขีดเส้นใต้แสดงถึงจำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานที่น้อยที่สุดของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบของแต่ละกรณี

จากตาราง 1 พบว่าในกรณีที่ตัวแปรอิสระมีจำนวน 5 ตัวแปร GA มีร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบเท่ากับร้อยละ 100 สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง ในขณะที่ SA มีร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบไม่เกินร้อยละ 73 สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง แสดงให้เห็นว่า GA มีประสิทธิภาพสูงกว่า SA ค่อนข้างมาก โดยใช้จำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานใกล้เคียงกัน

กรณีที่ตัวแปรอิสระมีจำนวน 8 ตัวแปร GA มีร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบเท่ากับร้อยละ 100 ในทุกขนาดตัวอย่าง ในขณะที่ SA เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 100 มีร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบเท่ากับร้อยละ 99.8 เท่ากัน แสดงให้เห็นว่า SA มีประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบที่ต่ำกว่า GA เพียงเล็กน้อยเท่านั้น อย่างไรก็ตามเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 200 และ 500 พบว่า SA มีร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบเท่ากับร้อยละ 100 แสดงให้เห็นว่า GA และ SA มีประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบไม่แตกต่างกัน โดยใช้จำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานใกล้เคียงกัน

กรณีที่ตัวแปรอิสระมีจำนวน 10 15 และ 20 ตัวแปร GA และ SA มีร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบเท่ากับร้อยละ 100 เท่ากันในทุกขนาดตัวอย่าง จึงสามารถสรุป

ได้ว่า GA และ SA มีประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้อย่างสมบูรณ์ โดยใช้จำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานใกล้เคียงกัน

ส่วนที่ 2 กำหนดเกณฑ์ในการหยุดกระบวนการทำงาน คือ GA และ SA ทำการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้ถูกต้องร้อยละ 100 เมื่อมีตัวแปรอิสระ 5 8 10 15 และ 20 ตัวแปร เพื่อทำการเปรียบเทียบความรวดเร็วในการทำงานของทั้ง 2 วิธี โดยพิจารณาจากจำนวนรอบในการทำงาน ผลการวิจัยแสดงดังต่อไปนี้

ตาราง 2 แสดงการเปรียบเทียบความรวดเร็วในการทำงาน กรณีที่ไม่เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระ

x	n	วิธีการ	CSP	จำนวนรอบเฉลี่ย
5	50	GA	100	<u>82.6</u>
		SA	100	203.58
	100	GA	100	<u>82.6</u>
		SA	100	199.192
	200	GA	100	<u>83</u>
		SA	100	196.474
500	GA	100	<u>81.7</u>	
	SA	100	192.408	
8	50	GA	100	<u>189.6</u>
		SA	100	237.37
	100	GA	100	<u>190.6</u>
		SA	100	237.37
	200	GA	100	<u>191.8</u>
		SA	100	225.68
500	GA	100	<u>192.8</u>	
	SA	100	216.718	

x	n	วิธีการ	CSP	จำนวนรอบเฉลี่ย	
10	50	GA	100	296.4	
		SA	100	<u>276.638</u>	
	100	GA	100	296.4	
		SA	100	<u>268.952</u>	
	200	GA	100	295.2	
		SA	100	<u>258.898</u>	
	500	GA	100	295.8	
		SA	100	<u>248.59</u>	
	15	50	GA	100	468.74
			SA	100	<u>317.902</u>
		100	GA	100	468.28
			SA	100	<u>309.944</u>
200		GA	100	465.06	
		SA	100	<u>302.108</u>	
500		GA	100	469.66	
		SA	100	<u>299.084</u>	
20		50	GA	100	1490.66
			SA	100	<u>418.962</u>
		100	GA	100	1471.68
			SA	100	<u>414.556</u>
	200	GA	100	1480.44	
		SA	100	<u>412.55</u>	
	500	GA	100	1476.06	
		SA	100	<u>408.226</u>	

หมายเหตุ: ตัวเลขที่ขีดเส้นใต้แสดงถึงจำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานที่น้อยที่สุดของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบของแต่ละกรณี

จากตาราง 2 พบว่าในกรณีที่มีจำนวนตัวแปรอิสระ 5 และ 8 ตัวแปร GA มีจำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานที่น้อยกว่า SA สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง โดยเฉพาะกรณีที่มีตัวแปรอิสระ 5 ตัวแปร GA มีจำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานที่น้อยกว่า SA ประมาณ 2.4 เท่า อย่างไรก็ตามจำนวนรอบในการทำงานเฉลี่ยใกล้เคียงกันมากขึ้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นเป็น 8 ตัวแปร และพบว่าเมื่อตัวแปรอิสระมีจำนวนเพิ่มมากขึ้นเป็น 10 15 และ 20 ตัวแปร SA มีจำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานที่น้อยกว่า GA สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง และจะเห็นระยะห่างของจำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานระหว่าง GA และ SA ที่เพิ่มมากขึ้นตามจำนวนของตัวแปรอิสระที่เพิ่มขึ้น โดยเฉพาะในกรณีที่มีจำนวนตัวแปรอิสระ 20 ตัวแปร SA มีจำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานที่น้อยกว่า GA ประมาณ 3.5 เท่าสำหรับทุกขนาดตัวอย่าง แสดงให้เห็นว่า SA มีความรวดเร็วในการทำงานมากกว่า GA เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระมีขนาดใหญ่ขึ้น

ผลการวิจัยสำหรับกรณีที่เกิดปัญหาความสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระ

การแสดงผลการวิจัยในกรณีที่มีตัวแปรอิสระเกิดปัญหาความสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันจะแบ่งออกเป็น 3 กรณีตามระดับของความสัมพันธ์ 3 ระดับ คือ กรณีที่ X_{i2} และ X_{i4} เมื่อ $i=1,2,\dots,n$ มีความสัมพันธ์กันในระดับต่ำ ปานกลาง และ สูง

กรณีที่ X_{i2} และ X_{i4} มีความสัมพันธ์กันในระดับต่ำ ($\rho = 0.30$)

ส่วนที่ 1 กำหนดเกณฑ์ในการหยุดกระบวนการทำงาน คือ กำหนด I_{GA} ที่ทำให้จำนวนรอบในการทำงานของ GA ใกล้เคียงกับ SA ที่กำหนดให้ I_{SA} มีขนาดเป็น 20 เท่าของตัวแปรอิสระเมื่อมีตัวแปรอิสระ 5 8 และ 10 ตัวแปร กำหนดให้ I_{SA} มีขนาดเป็น 25 เท่าของตัวแปรอิสระเมื่อมีตัวแปรอิสระ 15 ตัวแปร และกำหนดให้ I_{SA} มีขนาดเป็น 65 เท่าของตัวแปรอิสระเมื่อมีตัวแปรอิสระ 20 ตัวแปร เพื่อทำการเปรียบเทียบร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบของทั้ง 2 วิธี ผลการวิจัยแสดงดังต่อไปนี้

ตาราง 3 แสดงการเปรียบเทียบร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบ
กรณีที่เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระในระดับต่ำ ($\rho = 0.30$)

x	n	วิธีการ	CSP	จำนวนรอบเฉลี่ย	
5	50	GA	100	<u>110.32</u>	
		SA	70.6	123.5	
	100	GA	100	<u>114.94</u>	
		SA	69	119.244	
	200	GA	100	<u>115.08</u>	
		SA	66.2	116.45	
	500	GA	100	116.2	
		SA	64.6	<u>113.144</u>	
	8	50	GA	100	<u>201.18</u>
			SA	99.8	225.966
		100	GA	100	<u>200.34</u>
			SA	100	216.678
200		GA	100	<u>201.6</u>	
		SA	99.8	208.636	
500		GA	100	201.18	
		SA	99.6	<u>198.356</u>	
10		50	GA	100	<u>295.8</u>
			SA	100	298.286
		100	GA	100	295.5
			SA	100	<u>288.03</u>
	200	GA	100	294.9	
		SA	100	<u>277.756</u>	
	500	GA	100	297.3	
		SA	100	<u>269.816</u>	

x	n	วิธีการ	CSP	จำนวนรอบเฉลี่ย
15	50	GA	100	<u>506.5</u>
		SA	100	515.592
	100	GA	100	508
		SA	100	<u>506.576</u>
	200	GA	100	506.5
		SA	100	<u>497.014</u>
500	GA	100	511.5	
	SA	100	<u>491.202</u>	
20	50	GA	100	1486.28
		SA	100	<u>1468.974</u>
	100	GA	100	1483.36
		SA	100	<u>1462.64</u>
	200	GA	100	1486.28
		SA	100	<u>1460.956</u>
	500	GA	100	1480.44
		SA	100	<u>1459.02</u>

หมายเหตุ: ตัวเลขที่มีลักษณะหนาแสดงถึงร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบที่สูงที่สุดของแต่ละกรณี และตัวเลขที่ขีดเส้นใต้แสดงถึงจำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานที่น้อยที่สุดของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบของแต่ละกรณี

จากตาราง 3 พบว่าในกรณีที่ตัวแปรอิสระมีจำนวน 5 ตัวแปร GA มีร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบเท่ากับร้อยละ 100 ในทุกขนาดตัวอย่าง ในขณะที่ SA มีร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบต่ำกว่า GA ค่อนข้างมาก คือ ไม่เกินร้อยละ 71 สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง แสดงให้เห็นว่า GA มีประสิทธิภาพสูงกว่า SA ค่อนข้างมาก โดยใช้จำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานใกล้เคียงกัน

กรณีที่ตัวแปรอิสระมีจำนวน 8 ตัวแปร GA มีร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบเท่ากับร้อยละ 100 สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง ในขณะที่ SA ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ

50 200 และ 500 มีร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบเท่ากับร้อยละ 99.8 99.8 และ 99.6 ตามลำดับ อย่างไรก็ตามที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 วิธี SA มีร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบเท่ากับร้อยละ 100 แสดงให้เห็นว่า SA มีประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบที่ต่ำกว่า GA เพียงเล็กน้อยเท่านั้น โดยใช้จำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานใกล้เคียงกัน

กรณีที่ตัวแปรอิสระมีจำนวนตั้งแต่ 10 ตัวแปรขึ้นไป GA และ SA มีร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบเท่ากับร้อยละ 100 เท่ากันในทุกขนาดตัวอย่าง โดยใช้จำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานใกล้เคียงกัน จึงสามารถสรุปได้ว่า GA และ SA มีประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้อย่างสมบูรณ์

ส่วนที่ 2 กำหนดเกณฑ์ในการหยุดกระบวนการทำงาน คือ GA และ SA ทำการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้ถูกต้องร้อยละ 100 เมื่อมีตัวแปรอิสระ 5 8 10 15 และ 20 ตัวแปร เพื่อทำการเปรียบเทียบความรวดเร็วในการทำงานของทั้ง 2 วิธี โดยพิจารณาจากจำนวนรอบในการทำงาน ผลการวิจัยแสดงดังต่อไปนี้

ตาราง 4 แสดงการเปรียบเทียบความรวดเร็วในการทำงาน กรณีที่เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระในระดับต่ำ ($\rho = 0.30$)

x	n	วิธีการ	CSP	จำนวนรอบเฉลี่ย
5	50	GA	100	<u>82.4</u>
		SA	100	202.436
	100	GA	100	<u>82.3</u>
		SA	100	199.384
	200	GA	100	<u>80.8</u>
		SA	100	196.974
500	GA	100	<u>81.9</u>	
	SA	100	192.972	

x	n	วิธีการ	CSP	จำนวนรอบเฉลี่ย	
8	50	GA	100	<u>190.4</u>	
		SA	100	246.384	
	100	GA	100	<u>191.6</u>	
		SA	100	236.522	
	200	GA	100	<u>191.8</u>	
		SA	100	225.138	
	500	GA	100	<u>192.2</u>	
		SA	100	215.128	
	10	50	GA	100	294.6
			SA	100	<u>278.198</u>
		100	GA	100	297.3
			SA	100	<u>267.142</u>
200		GA	100	293.7	
		SA	100	<u>256.382</u>	
500		GA	100	295.5	
		SA	100	<u>248.532</u>	
15		50	GA	100	468.28
			SA	100	<u>318.954</u>
		100	GA	100	470.12
			SA	100	<u>311.668</u>
	200	GA	100	468.28	
		SA	100	<u>304.316</u>	
	500	GA	100	467.36	
		SA	100	<u>295.288</u>	

x	n	วิธีการ	CSP	จำนวนรอบเฉลี่ย
20	50	GA	100	1486.28
		SA	100	<u>418.926</u>
	100	GA	100	1473.14
		SA	100	<u>413.634</u>
	200	GA	100	1481.9
		SA	100	<u>410.282</u>
	500	GA	100	1476.06
		SA	100	<u>406.302</u>

หมายเหตุ: ตัวเลขที่ขีดเส้นใต้แสดงถึงจำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานที่น้อยที่สุดของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบของแต่ละกรณี

จากตาราง 4 พบว่าในกรณีที่มีจำนวนตัวแปรอิสระ 5 และ 8 ตัวแปร GA มีความรวดเร็วในการทำงานกว่า SA เมื่อพิจารณาจากจำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานที่น้อยกว่า สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง โดยเฉพาะกรณีที่มีตัวแปรอิสระ 5 ตัวแปร GA มีจำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานที่น้อยกว่า SA ประมาณ 2.4 เท่า อย่างไรก็ตามจำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานใกล้เคียงกันมากขึ้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นเป็น 8 ตัวแปร และพบว่าเมื่อมีจำนวนตัวแปรอิสระตั้งแต่ 10 ตัวแปรขึ้นไป SA มีจำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานที่น้อยกว่า GA สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง และจะเห็นระยะห่างของจำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานระหว่าง GA และ SA ที่เพิ่มมากขึ้นตามจำนวนของตัวแปรอิสระที่เพิ่มขึ้น โดยเฉพาะในกรณีที่มีจำนวนตัวแปรอิสระ 20 ตัวแปร แสดงให้เห็นว่า SA มีความรวดเร็วในการทำงานมากกว่า GA เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระมีขนาดใหญ่ขึ้น

กรณีที่ X_{i2} และ X_{i4} มีความสัมพันธ์กันในระดับปานกลาง ($\rho = 0.70$)

ส่วนที่ 1 กำหนดเกณฑ์ในการหยุดกระบวนการทำงาน คือ กำหนด I_{GA} ที่ทำให้จำนวนรอบในการทำงานของ GA ใกล้เคียงกับ SA ที่กำหนดให้ I_{SA} มีขนาดเป็น 20 เท่าของตัวแปรอิสระเมื่อมีตัวแปรอิสระ 5 8 และ 10 ตัวแปร กำหนดให้ I_{SA} มีขนาดเป็น 25 เท่าของตัวแปรอิสระเมื่อมีตัวแปร

อิสระ 15 ตัวแปร และกำหนดให้ I_{SA} มีขนาดเป็น 65 เท่าของตัวแปรอิสระเมื่อมีตัวแปรอิสระ 20 ตัวแปร เพื่อทำการเปรียบเทียบร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบของทั้ง 2 วิธี ผลการวิจัยแสดงดังต่อไปนี้

ตาราง 5 แสดงการเปรียบเทียบร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบกรณีที่เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระในระดับปานกลาง ($\rho = 0.70$)

x	n	วิธีการ	CSP	จำนวนรอบเฉลี่ย
5	50	GA	100	<u>115.64</u>
		SA	71.6	123.206
	100	GA	100	<u>117.46</u>
		SA	69.8	119.954
	200	GA	100	118.16
		SA	67	<u>116.3</u>
500	GA	100	114.66	
	SA	66.4	<u>112.928</u>	
8	50	GA	100	<u>200.97</u>
		SA	99.8	228.188
	100	GA	100	<u>200.76</u>
		SA	99.6	216.232
	200	GA	100	<u>199.92</u>
		SA	99.8	205.682
500	GA	100	198.45	
	SA	99.6	<u>195.4</u>	

x	n	วิธีการ	CSP	จำนวนรอบเฉลี่ย	
10	50	GA	100	<u>296.4</u>	
		SA	100	298.886	
	100	GA	100	296.7	
		SA	100	<u>286.04</u>	
	200	GA	100	294.9	
		SA	100	<u>278.502</u>	
	500	GA	100	295.8	
		SA	100	<u>266.142</u>	
	15	50	GA	100	<u>506.5</u>
			SA	100	514.664
		100	GA	100	<u>507</u>
			SA	100	508.568
200		GA	100	504	
		SA	100	<u>497.444</u>	
500		GA	100	505	
		SA	100	<u>489.232</u>	
20		50	GA	100	1470.22
			SA	100	<u>1467.15</u>
		100	GA	100	1470.22
			SA	100	<u>1463.718</u>
	200	GA	100	1480.44	
		SA	100	<u>1461.566</u>	
	500	GA	100	1483.36	
		SA	100	<u>1456.852</u>	

หมายเหตุ: ตัวเลขที่มีลักษณะหนาแสดงถึงร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบที่สูงที่สุดของแต่ละกรณี และตัวเลขที่ขีดเส้นใต้แสดงถึงจำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานที่น้อยที่สุดของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบของแต่ละกรณี

จากตาราง 5 พบว่าในกรณีที่ตัวแปรอิสระมีจำนวน 5 ตัวแปร GA มีร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบเท่ากับร้อยละ 100 ในทุกขนาดตัวอย่าง ในขณะที่ SA มีร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบต่ำกว่าร้อยละ 72 สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง แสดงให้เห็นว่า SA มีประสิทธิภาพต่ำกว่า GA ค่อนข้างมาก โดยใช้จำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานใกล้เคียงกัน

กรณีที่ตัวแปรอิสระมีจำนวน 8 ตัวแปร GA มีร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบเท่ากับร้อยละ 100 สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง ในขณะที่ SA ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 200 และ 500 มีร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบเท่ากับร้อยละ 99.6 - 99.8 แสดงให้เห็นว่า SA มีประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบที่ต่ำกว่า GA เพียงเล็กน้อยเท่านั้น โดยใช้จำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานใกล้เคียงกัน

กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระตั้งแต่ 10 ตัวแปรขึ้นไป สามารถสรุปได้ว่า GA และ SA มีประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้อย่างสมบูรณ์ เนื่องจากมีร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบเท่ากับร้อยละ 100 เท่ากันในทุกขนาดตัวอย่าง โดยใช้จำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานใกล้เคียงกัน

ส่วนที่ 2 กำหนดเกณฑ์ในการหยุดกระบวนการทำงาน คือ GA และ SA ทำการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้ถูกต้องร้อยละ 100 เมื่อมีตัวแปรอิสระ 5 8 10 15 และ 20 ตัวแปร เพื่อทำการเปรียบเทียบความรวดเร็วในการทำงานของทั้ง 2 วิธี โดยพิจารณาจากจำนวนรอบในการทำงาน ผลการวิจัยแสดงดังต่อไปนี้

ตาราง 6 แสดงการเปรียบเทียบความรวดเร็วในการทำงาน กรณีที่เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้น
 ต่อกันของตัวแปรอิสระในระดับปานกลาง ($\rho = 0.70$)

x	n	วิธีการ	CSP	จำนวนรอบเฉลี่ย	
5	50	GA	100	<u>82.7</u>	
		SA	100	204.874	
	100	GA	100	<u>84.4</u>	
		SA	100	199.832	
	200	GA	100	<u>84.1</u>	
		SA	100	196.006	
	500	GA	100	<u>82.6</u>	
		SA	100	193.098	
	8	50	GA	100	<u>192</u>
			SA	100	247.062
		100	GA	100	<u>192</u>
			SA	100	236.376
200		GA	100	<u>192.8</u>	
		SA	100	226.61	
500		GA	100	<u>189</u>	
		SA	100	218.21	
10		50	GA	100	295.2
			SA	100	<u>276.646</u>
		100	GA	100	294.6
			SA	100	<u>264.436</u>
	200	GA	100	296.4	
		SA	100	<u>257.912</u>	
	500	GA	100	296.4	
		SA	100	<u>247.75</u>	

x	n	วิธีการ	CSP	จำนวนรอบเฉลี่ย
15	50	GA	100	467.82
		SA	100	<u>316.804</u>
	100	GA	100	468.74
		SA	100	<u>310.672</u>
	200	GA	100	470.12
		SA	100	<u>305.262</u>
500	GA	100	465.98	
	SA	100	<u>298.088</u>	
20	50	GA	100	1477.52
		SA	100	<u>418.32</u>
	100	GA	100	1480.44
		SA	100	<u>415.482</u>
	200	GA	100	1477.52
		SA	100	<u>412.358</u>
500	GA	100	1478.98	
	SA	100	<u>406.974</u>	

หมายเหตุ: ตัวเลขที่ขีดเส้นใต้แสดงถึงจำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานที่น้อยที่สุดของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบของแต่ละกรณี

จากตาราง 6 พบว่าในกรณีที่มีจำนวนตัวแปรอิสระ 5 และ 8 ตัวแปร GA มีจำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานที่น้อยกว่า SA สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง อย่างไรก็ตามในกรณีที่มีจำนวนตัวแปรอิสระตั้งแต่ 10 ตัวแปรขึ้นไป SA มีจำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานที่น้อยกว่า GA สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง และจะเห็นระยะห่างของจำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานระหว่าง GA และ SA ที่เพิ่มมากขึ้นตามจำนวนของตัวแปรอิสระที่เพิ่มขึ้น โดยจะเห็นได้ชัดในกรณีที่มีจำนวนตัวแปรอิสระ 20 ตัวแปร SA มีจำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานที่น้อยกว่า GA ประมาณ 3.5 เท่าสำหรับทุกขนาดตัวอย่าง แสดงให้เห็นว่า SA มีความรวดเร็วในการทำงานมากกว่า GA เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระมีขนาดใหญ่ขึ้น

กรณีที่ X_{i2} และ X_{i4} มีความสัมพันธ์กันในระดับสูง ($\rho = 0.90$)

ส่วนที่ 1 กำหนดเกณฑ์ในการหยุดกระบวนการทำงาน คือ กำหนด I_{GA} ที่ทำให้จำนวนรอบในการทำงานของ GA ใกล้เคียงกับ SA ที่กำหนดให้ I_{SA} มีขนาดเป็น 20 เท่าของตัวแปรอิสระเมื่อมีตัวแปรอิสระ 5 8 และ 10 ตัวแปร กำหนดให้ I_{SA} มีขนาดเป็น 25 เท่าของตัวแปรอิสระเมื่อมีตัวแปรอิสระ 15 ตัวแปร และกำหนดให้ I_{SA} มีขนาดเป็น 65 เท่าของตัวแปรอิสระเมื่อมีตัวแปรอิสระ 20 ตัวแปร เพื่อทำการเปรียบเทียบร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบของทั้ง 2 วิธี ผลการวิจัยแสดงดังต่อไปนี้

ตาราง 7 แสดงการเปรียบเทียบร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบกรณีที่เกิดปัญหาความสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระในระดับสูง ($\rho = 0.90$)

x	n	วิธีการ	CSP	จำนวนรอบเฉลี่ย
5	50	GA	100	<u>115.36</u>
		SA	74.2	123.448
	100	GA	100	<u>116.62</u>
		SA	70.4	120.07
	200	GA	100	<u>116.2</u>
		SA	67	116.38
	500	GA	100	115.92
		SA	66	<u>113.532</u>

x	n	วิธีการ	CSP	จำนวนรอบเฉลี่ย	
8	50	GA	100	<u>202.02</u>	
		SA	100	225.904	
	100	GA	100	<u>204.12</u>	
		SA	100	216.794	
	200	GA	100	<u>200.55</u>	
		SA	100	205.742	
	500	GA	100	202.44	
		SA	100	<u>196.592</u>	
	10	50	GA	100	<u>295.5</u>
			SA	100	297.642
100		GA	100	295.2	
		SA	100	<u>287.932</u>	
200		GA	100	296.1	
		SA	100	<u>276.328</u>	
500		GA	100	292.5	
		SA	100	<u>265.06</u>	
15		50	GA	100	<u>506</u>
			SA	100	512.258
	100	GA	100	<u>507.5</u>	
		SA	100	507.752	
	200	GA	100	505	
		SA	100	<u>499.438</u>	
	500	GA	100	506	
		SA	100	<u>490.746</u>	

x	n	วิธีการ	CSP	จำนวนรอบเฉลี่ย
20	50	GA	100	1492.12
		SA	100	<u>1471.454</u>
	100	GA	100	1477.52
		SA	100	<u>1466.192</u>
	200	GA	100	1474.6
		SA	100	<u>1461.028</u>
500	GA	100	1474.6	
	SA	100	<u>1456.428</u>	

หมายเหตุ: ตัวเลขที่มีลักษณะหนาแสดงถึงร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบที่สูงที่สุดของแต่ละกรณี และตัวเลขที่ขีดเส้นใต้แสดงถึงจำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานที่น้อยที่สุดของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบของแต่ละกรณี

จากตาราง 7 พบว่าในกรณีที่ตัวแปรอิสระมีจำนวน 5 ตัวแปร GA มีร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบเท่ากับร้อยละ 100 ในทุกขนาดตัวอย่าง ในขณะที่ SA มีร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบต่ำกว่าร้อยละ 75 แสดงให้เห็นว่า GA มีประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบที่สูงกว่า SA ค่อนข้างมาก โดยใช้จำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานใกล้เคียงกัน

กรณีที่มิตัวแปรอิสระตั้งแต่ 8 ตัวแปรขึ้นไป GA และ SA มีร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบเท่ากับร้อยละ 100 เท่ากันในทุกขนาดตัวอย่าง โดยใช้จำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานใกล้เคียงกัน จึงสามารถสรุปได้ว่า GA และ SA มีประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้อย่างสมบูรณ์

ส่วนที่ 2 กำหนดเกณฑ์ในการหยุดกระบวนการทำงาน คือ GA และ SA ทำการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้ถูกต้องร้อยละ 100 เมื่อมีตัวแปรอิสระ 5 8 10 15 และ 20 ตัวแปร เพื่อทำการเปรียบเทียบความรวดเร็วในการทำงานของทั้ง 2 วิธี โดยพิจารณาจากจำนวนรอบในการทำงานผลการวิจัยแสดงดังต่อไปนี้

ตาราง 8 แสดงการเปรียบเทียบความรวดเร็วในการทำงาน กรณีที่เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้น
 ต่อกันของตัวแปรอิสระในระดับสูง ($\rho = 0.90$)

x	n	วิธีการ	CSP	จำนวนรอบเฉลี่ย
5	50	GA	100	<u>82.2</u>
		SA	100	204.756
	100	GA	100	<u>82.2</u>
		SA	100	200.428
	200	GA	100	<u>82.5</u>
		SA	100	195.918
8	500	GA	100	<u>81.5</u>
		SA	100	193.102
	50	GA	100	<u>192.8</u>
		SA	100	246.19
	100	GA	100	<u>190.8</u>
		SA	100	236.686
200	GA	100	<u>193.2</u>	
	SA	100	225.36	
10	500	GA	100	<u>191.8</u>
		SA	100	215.732
	50	GA	100	296.4
		SA	100	<u>276.89</u>
	100	GA	100	297
		SA	100	<u>269.004</u>
200	GA	100	295.2	
	SA	100	<u>261.098</u>	
500	GA	100	294.9	
	SA	100	<u>248.49</u>	

x	n	วิธีการ	CSP	จำนวนรอบเฉลี่ย
15	50	GA	100	467.82
		SA	100	<u>321.64</u>
	100	GA	100	473.8
		SA	100	<u>310.216</u>
	200	GA	100	471.5
		SA	100	<u>303.642</u>
500	GA	100	470.58	
	SA	100	<u>294.66</u>	
20	50	GA	100	1490.66
		SA	100	<u>419.446</u>
	100	GA	100	1486.28
		SA	100	<u>413.046</u>
	200	GA	100	1478.98
		SA	100	<u>412.072</u>
500	GA	100	1490.66	
	SA	100	<u>409.748</u>	

หมายเหตุ: ตัวเลขที่ขีดเส้นใต้แสดงถึงจำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานที่น้อยที่สุดของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบของแต่ละกรณี

จากตาราง 8 พบว่า GA มีจำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานที่น้อยกว่า SA เมื่อมีจำนวนตัวแปรอิสระ 5 และ 8 ตัวแปร สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง และพบว่า SA มีจำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานที่น้อยกว่า GA เมื่อตัวแปรอิสระมีจำนวนเพิ่มขึ้นเป็น 10 15 และ 20 ตัวแปร สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง และจะเห็นระยะห่างของจำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานระหว่าง GA และ SA ที่เพิ่มมากขึ้นตามจำนวนของตัวแปรอิสระที่เพิ่มขึ้น และจะเห็นได้ชัดในกรณีที่มีจำนวนตัวแปรอิสระ 20 ตัวแปร SA มีจำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานที่น้อยกว่า GA ประมาณ 3.5 เท่าสำหรับทุกขนาดตัวอย่าง แสดงให้เห็นว่า SA มีความรวดเร็วในการทำงานมากกว่า GA เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระมีขนาดใหญ่ขึ้น

นอกจากนี้จากตาราง 1- 8 ยังพบว่าเมื่อมีจำนวนตัวแปรอิสระ 5 8 10 15 และ 20 ตัวแปร GA มีจำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานที่ใกล้เคียงกันสำหรับทุกขนาดตัวอย่างในแต่ละขนาดของจำนวนตัวแปรอิสระดังกล่าว ในขณะที่ SA มีจำนวนรอบเฉลี่ยที่ลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ในแต่ละขนาดของจำนวนตัวแปรอิสระดังกล่าว มีเพียงในตาราง 1 กรณีที่มีจำนวนตัวแปรอิสระ 20 ตัวแปร ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 500 เท่านั้นที่ SA มีจำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานที่เพิ่มขึ้นเล็กน้อย แสดงให้เห็นว่าขนาดตัวอย่างไม่มีผลกับกระบวนการทำงานของ GA ในขณะที่ SA จะมีความรวดเร็วในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบแปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง

ตาราง 9 แสดงประสิทธิภาพของวิธีการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้ถูกต้องแยกตามกรณีต่าง ๆ

x	n	กรณีที่ไม่เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์	กรณีที่เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้น		
		เชิงเส้น	($\rho = 0.30$)	($\rho = 0.70$)	($\rho = 0.90$)
5	50	GA	GA	GA	GA
	100	GA	GA	GA	GA
	200	GA	GA	GA	GA
	500	GA	GA	GA	GA
8	50	GA	GA	GA	GA,SA
	100	GA	GA,SA	GA	GA,SA
	200	GA,SA	GA	GA	GA,SA
	500	GA,SA	GA	GA	GA,SA
10	50	GA,SA	GA,SA	GA,SA	GA,SA
	100	GA,SA	GA,SA	GA,SA	GA,SA
	200	GA,SA	GA,SA	GA,SA	GA,SA
	500	GA,SA	GA,SA	GA,SA	GA,SA
15	50	GA,SA	GA,SA	GA,SA	GA,SA
	100	GA,SA	GA,SA	GA,SA	GA,SA
	200	GA,SA	GA,SA	GA,SA	GA,SA
	500	GA,SA	GA,SA	GA,SA	GA,SA

x	n	กรณีที่ไม่เกิดปัญหาหุสัมพันธ์	กรณีที่เกิดปัญหาหุสัมพันธ์เชิงเส้น		
		เชิงเส้น	($\rho = 0.30$)	($\rho = 0.70$)	($\rho = 0.90$)
	50	GA,SA	GA,SA	GA,SA	GA,SA
20	100	GA,SA	GA,SA	GA,SA	GA,SA
	200	GA,SA	GA,SA	GA,SA	GA,SA
	500	GA,SA	GA,SA	GA,SA	GA,SA

หมายเหตุ: ตัวอักษรที่มีลักษณะหนาแสดงถึงค่าร้อยละของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้ถูกต้องที่สูงที่สุดของแต่ละกรณี

ตาราง 9 แสดงประสิทธิภาพของวิธีการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบถูกต้องเมื่อมีการกำหนดเกณฑ์ในการหยุดกระบวนการทำงานที่ทำให้จำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานของทั้ง 2 วิธีใกล้เคียงกันแยกตามกรณีต่าง ๆ โดยพิจารณาจาก CSP พบว่า กรณีที่มีจำนวนตัวแปรอิสระ 5 ตัวแปร พบว่า GA มีประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้ถูกต้องสูงกว่า SA ในทุกกรณีสำหรับทุกขนาดตัวอย่าง

กรณีที่มีจำนวนตัวแปรอิสระ 8 ตัวแปร เมื่อพิจารณากรณีที่ไม่เกิดปัญหาหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระ พบว่า GA มีประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้ถูกต้องสูงกว่า SA เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 100 อย่างไรก็ตาม GA และ SA มีประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้ถูกต้องไม่แตกต่างกันเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 200 และ 500 เมื่อพิจารณากรณีที่เกิดปัญหาหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระในตัวแบบ ในกรณีที่เกิดปัญหาหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระในระดับต่ำ พบว่า GA มีประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้ถูกต้องสูงกว่า SA เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 200 และ 500 อย่างไรก็ตาม GA และ SA มีประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้ถูกต้องไม่แตกต่างกันเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ในกรณีที่เกิดปัญหาหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระในระดับปานกลาง GA มีประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้ถูกต้องสูงกว่า SA สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง และในกรณีที่เกิดปัญหาหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระในระดับสูง GA และ SA มีประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้ถูกต้องไม่แตกต่างกันสำหรับทุกขนาด

ตัวอย่าง เมื่อมีจำนวนตัวแปรอิสระ 10 15 และ 20 ตัวแปร GA และ SA มีประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้อย่างสมบูรณ์ในทุกกรณีสำหรับทุกขนาดตัวอย่าง

ตาราง 10 แสดงวิธีการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบที่เหมาะสม เมื่อใช้จำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานเป็นเกณฑ์

x	n	กรณีที่ไม่เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์	กรณีที่เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้น		
		เชิงเส้น	($\rho = 0.30$)	($\rho = 0.70$)	($\rho = 0.90$)
5	50	GA	GA	GA	GA
	100	GA	GA	GA	GA
	200	GA	GA	GA	GA
	500	GA	GA	GA	GA
8	50	GA	GA	GA	GA
	100	GA	GA	GA	GA
	200	GA	GA	GA	GA
	500	GA	GA	GA	GA
10	50	SA	SA	SA	SA
	100	SA	SA	SA	SA
	200	SA	SA	SA	SA
	500	SA	SA	SA	SA
15	50	SA	SA	SA	SA
	100	SA	SA	SA	SA
	200	SA	SA	SA	SA
	500	SA	SA	SA	SA

x	n	กรณีที่ไม่เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์	กรณีที่เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้น		
		เชิงเส้น	($\rho = 0.30$)	($\rho = 0.70$)	($\rho = 0.90$)
	50	SA	SA	SA	SA
20	100	SA	SA	SA	SA
	200	SA	SA	SA	SA
	500	SA	SA	SA	SA

หมายเหตุ: ตัวอักษรที่มีลักษณะหนาแสดงถึงความรวดเร็วของจำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงานของวิธีการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้ถูกต้องรวดเร็วที่สุดของแต่ละกรณี

ตาราง 10 แสดงความรวดเร็วของจำนวนรอบเฉลี่ยในการทำงาน เมื่อมีการกำหนดเกณฑ์ในการหยุดกระบวนการทำงาน คือ GA และ SA ทำการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้ถูกต้องร้อยละ 100 แยกตามกรณีต่าง ๆ พบว่า เมื่อมีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 และ 8 ตัวแปร GA มีจำนวนรอบเฉลี่ยในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้ถูกต้องรวดเร็วกว่า SA ในทุกกรณีสำหรับทุกขนาดตัวอย่าง

เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 10 15 และ 20 ตัวแปร SA มีจำนวนรอบเฉลี่ยในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้ถูกต้องรวดเร็วกว่า GA ในทุกกรณีสำหรับทุกขนาดตัวอย่าง ดังนั้นจึงสามารถสรุปได้ว่า ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระมีขนาดเล็ก (5 และ 8 ตัวแปร) GA จะเป็นทางเลือกที่ดีกว่า SA อย่างไรก็ตาม เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระมีขนาดใหญ่ขึ้น (10 15 และ 20 ตัวแปร) ควรเลือกใช้ SA เนื่องจาก SA ใช้เวลาน้อยกว่า GA ในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้ถูกต้อง

บทที่ 5

บทสรุป

การศึกษาเรื่องการเปรียบเทียบวิธีคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุ โดยใช้การค้นหาแบบขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรมและการค้นหาแบบจำลองการอบเหนียวครั้งนี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบของ GA และ SA โดยใช้ร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบ และเปรียบเทียบความรวดเร็วในการทำงานของ GA และ SA โดยพิจารณาจำนวนรอบของการทำงาน เป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบ ทั้งในสถานการณ์ที่ไม่เกิดและเกิดปัญหาหาค่าสัมพัทธ์เชิงเส้นต่อกันของ ตัวแปรอิสระ เมื่อมีจำนวนตัวแปรอิสระ 5 8 10 15 และ 20 ตัวแปร และกำหนดขนาดตัวอย่าง เท่ากับ 50 100 200 และ 500 ตามลำดับ โดยกำหนดให้ AIC เป็นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของ GA และ SA ซึ่งสามารถสรุปผล อภิปรายผลการดำเนินการวิจัยและข้อเสนอแนะต่าง ๆ สำหรับการศึกษาต่อไป ในอนาคต ดังนี้

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาวิธีการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุด้วยวิธี GA และ SA และเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของทั้ง 2 วิธีโดยพิจารณาร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบและพิจารณาความเร็วในการทำงานของทั้ง 2 วิธี สามารถสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

1. จากการศึกษาพบว่าทั้ง GA และ SA จะมีประสิทธิภาพในการทำงานได้ดีนั้น ขึ้นอยู่กับการปรับขั้นตอนและพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องในการทำงานของแต่ละวิธี ให้มีความเหมาะสมกับแต่ละสถานการณ์และปัญหานั้น ๆ ในการศึกษาครั้งนี้ได้ทำการปรับขั้นตอนและพารามิเตอร์ของทั้ง 2 วิธี ได้แก่ วิธีการคัดเลือกโครโมโซมพ่อแม่และแม่ วิธีการกลายพันธุ์ และ วิธีการสลับสายพันธุ์ รวมถึงการกำหนดความน่าจะเป็นต่าง ๆ ของ GA และ การกำหนดอุณหภูมิเริ่มต้นรวมถึงการปรับลดอุณหภูมิของ SA ดังที่กำหนดไว้ในส่วนของวิธีดำเนินงานวิจัย

2. จากการเปรียบเทียบร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบด้วย GA และ SA ในสถานการณ์ที่ไม่เกิดและเกิดปัญหาหาค่าสัมพัทธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระ พบว่ามี

ค่าร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบเป็นไปในทิศทางเดียวกัน คือ GA มีประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้อย่างสมบูรณ์ทุกกรณี ในขณะที่ SA เมื่อมีจำนวนตัวแปรอิสระ 5 ตัวแปร จะมีร้อยละของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบอยู่ระหว่างร้อยละ 61 - 75 สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง แต่เมื่อมีจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นเป็น 8 ตัวแปร SA มีความสามารถในการคัดเลือกตัวแปรอิสระได้ดีขึ้น โดยมีร้อยละความถูกต้องไม่ต่ำกว่าร้อยละ 99 สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง และเมื่อมีจำนวนตัวแปรอิสระตั้งแต่ 10 ตัวแปรขึ้นไป SA มีประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้อย่างสมบูรณ์สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง แสดงให้เห็นว่า GA มีประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้ดีกว่า SA เมื่อตัวแปรอิสระมีจำนวนน้อย ๆ และทั้ง GA และ SA มีประสิทธิภาพทัดเทียมกันในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบ เมื่อตัวแปรอิสระเพิ่มมากขึ้น

3. จากการเปรียบเทียบจำนวนรอบในการทำงานของ GA และ SA ในสถานการณ์ที่ไม่เกิดและเกิดปัญหาหุ้สมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระ พบว่ามีจำนวนรอบในการทำงานเป็นไปในทิศทางเดียวกัน คือ GA มีจำนวนรอบในการทำงานน้อยกว่า SA เมื่อมีจำนวนตัวแปรอิสระ 5 และ 8 ตัวแปร สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง ในขณะที่ SA มีจำนวนรอบในการทำงานน้อยกว่า GA เมื่อมีจำนวนตัวแปรอิสระตั้งแต่ 10 ตัวแปรขึ้นไปสำหรับทุกขนาดตัวอย่าง และจะเห็นระยะห่างของจำนวนรอบในการทำงานระหว่าง GA และ SA ที่เพิ่มมากขึ้นตามจำนวนของตัวแปรอิสระที่เพิ่มขึ้น แสดงให้เห็นว่า SA มีความรวดเร็วในการทำงานมากกว่า GA เมื่อตัวแปรอิสระมีจำนวนมากขึ้น

จากทั้ง 3 ข้อที่กล่าวมานั้นสรุปได้ว่า GA และ SA มีประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้อย่างสมบูรณ์เช่นเดียวกัน ถ้าไม่มีการจำกัดรอบในการทำงาน อย่างไรก็ตามถ้าพิจารณาในด้านของความรวดเร็วในการทำงาน พบว่า GA มีความเหมาะสมกับการนำไปใช้งานในสถานการณ์ที่มีจำนวนตัวแปรอิสระน้อย ๆ เนื่องจากมีความรวดเร็วในการทำงานมากกว่า SA ในขณะที่ SA มีความเหมาะสมในการเลือกนำไปใช้งานในสถานการณ์จริงมากกว่าเนื่องจากมีความรวดเร็วในการทำงานมากกว่า GA หลายเท่า เมื่อมีจำนวนตัวแปรอิสระเป็นจำนวนมาก

อภิปรายผล

เมื่อพิจารณาการเปรียบเทียบร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบในสถานการณ์ที่ไม่เกิดและเกิดปัญหาหุ้สมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระ พบว่า GA และ SA มี

ร้อยละความถูกต้องของการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบเป็นไปในทิศทางเดียวกัน เนื่องจากปัญหาหุ้สมพันธ์เชิงเส้นของตัวแปรอิสระได้รับการแก้ไขในขั้นตอนของการประมาณค่า β ทำให้ทั้ง GA และ SA มีประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบสูง โดยเฉพาะเมื่อมีจำนวนตัวแปรอิสระเป็นจำนวนมาก ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Kapetanious (2007) ที่ทำการพัฒนาตัวแบบการถดถอย และเปรียบเทียบความแม่นยำในการพยากรณ์ ในงานด้านปัญหาทางเศรษฐมิติ โดยใช้ GA SA และ MC^3 นอกจากนี้ประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบของ GA ยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Wasserman และ Sudjianto (1994) ที่ทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบถดถอยเชิงเส้นพหุด้วย GA และ SR เช่นเดียวกับผลการวิจัยของ Hasan (2013) ที่ทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบถดถอยเชิงเส้นพหุด้วย Hybrid GSA GA FS และ BE

เมื่อพิจารณาการเปรียบเทียบความรวดเร็วในการทำงานของ GA และ SA ในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบได้ถูกต้องร้อยละ 100 พบว่า SA มีความรวดเร็วในการทำงานเมื่อมีจำนวนตัวแปรอิสระเป็นจำนวนมาก ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Siarry และ Berthiau (1997) ที่ทำการเปรียบเทียบความรวดเร็วในการหาค่าเหมาะสมที่สุดด้วยวิธี TS SA และ RS และมีจำนวนรอบในการทำงานที่น้อยกว่า GA เมื่อมีจำนวนตัวแปรอิสระเป็นจำนวนมาก ที่เป็นเช่นนี้เพราะ SA มีโครงสร้างของการทำงานที่ไม่ซับซ้อนและยังมีความสามารถในการให้โอกาสในการยอมรับตัวแบบที่แย่ง ซึ่งทำให้เกิดความหลากหลายในการค้นพบตัวแบบที่เป็นไปได้ทั้งหมดภายใต้ขอบเขตของการค้นหา ซึ่งนำไปสู่การพบตัวแบบที่ถูกต้องได้อย่างรวดเร็ว ทั้งนี้ทั้งนั้นขึ้นอยู่กับข้อกำหนดค่าพารามิเตอร์ในแต่ละวิธีด้วยเช่นกัน

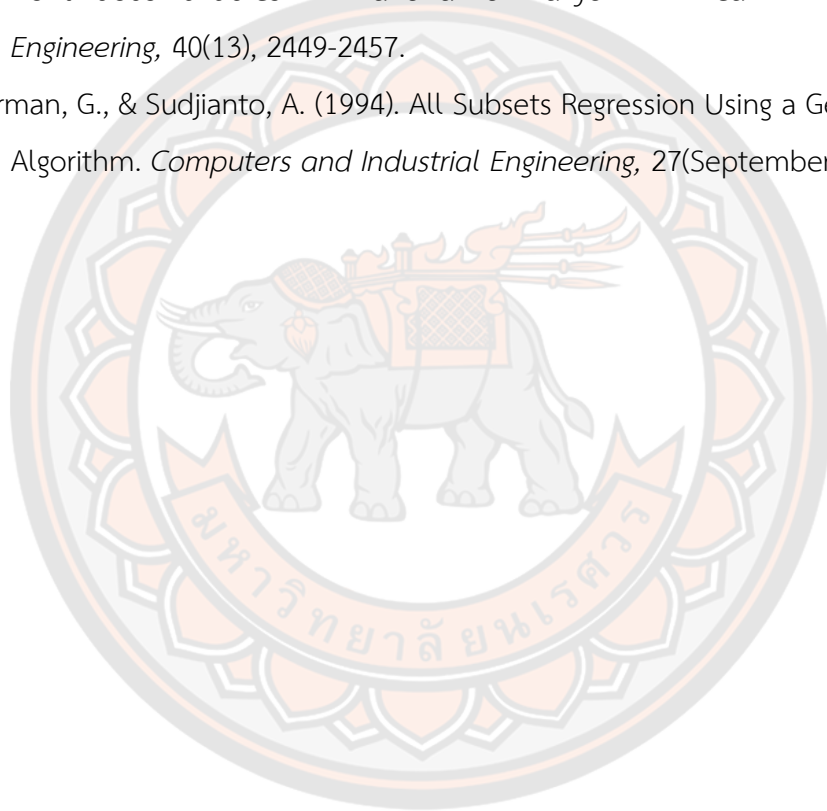
ข้อเสนอแนะ

1. ควรมีการประยุกต์วิธีเมตาฮิวริสติกอื่น ๆ เช่น ขั้นตอนวิธีหาค่าเหมาะสมที่สุดด้วยระบบอาณาจักรมด (Ant colony optimization) หรือ ขั้นตอนวิธีหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบกลุ่มอนุภาค (Particle swarm optimization) มาใช้ในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเข้าสู่ตัวแบบ
2. ควรศึกษาที่ขนาดตัวอย่างและจำนวนตัวแปรอิสระที่เพิ่มขึ้น รวมถึงในสถานการณ์ที่เกิดปัญหาหุ้สมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระมากกว่า 1 คู่
3. ควรศึกษาในกรณีที่เกิดค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม

บรรณานุกรม

- กานต์ณัฐ ฦ บางช้าง. (2554). การคัดเลือกตัวแปรในตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุด้วยวิธีการค้นหาแบบต้องห้าม. (วิทยานิพนธ์ วท.ม.), สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์, กรุงเทพฯ.
- นันทพร บุญสุข. (2555). เกณฑ์และสถิติทดสอบในการเลือกตัวแปรในตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นแบบพหุกรณีที่ไม่สามารถสร้างตัวแบบเต็มรูป. (วิทยานิพนธ์ วท.ม.), สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์, กรุงเทพฯ.
- นิศาชล งามประเสริฐสิทธิ์. (2555). การเปรียบเทียบการคัดเลือกตัวแปรอิสระที่มีปัญหาสหสัมพันธ์เชิงเส้นพหุด้วยวิธีการถดถอยแบบบริดจ์และการค้นหาแบบต้องห้าม. (วิทยานิพนธ์ วท.ม.), สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์, กรุงเทพฯ.
- พิศลย์ มีแก้ว. (2546). การเปรียบเทียบวิธีการหาค่าตอบที่ดีที่สุดด้วยวิธีทางฮิวริสติก. (วิทยานิพนธ์ กศ.ม.), มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์, ปทุมธานี.
- วลัยทิพย์ บุญญาติชัย. (2549). การคัดเลือกสมการเชิงเส้นที่ดีที่สุดภายใต้แลตทิซ. (วิทยานิพนธ์ สต.ม.), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.
- วิจิต หล่อจี้ระชุนท์กุล. (2524). เทคนิคการพยากรณ์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์เรือนแก้วการพิมพ์.
- วิรัชช พานิชวงศ์. (2549). การวิเคราะห์การถดถอย (พิมพ์ครั้งที่ 4). กรุงเทพฯ: ศูนย์ผลิตตำราเรียนสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ.
- ศิรินทิพย์ หมั่นจันทร์. (2557). การคัดเลือกตัวแปรในการถดถอยเชิงเส้นพหุคูณโดยใช้วิธีดับเบิลเจเนติกอัลกอริทึม. (วิทยานิพนธ์ วท.ม.), มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, เชียงใหม่.
- สิริวัฒน์ จุ้ยสุวรรณทัต. (2557). การออกแบบอย่างเหมาะสมสำหรับอาคารคอนกรีตเสริมเหล็กด้วยอัลกอริทึมการจำลองการอบเหนียว. (วิทยานิพนธ์ วศ.ม.), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.
- Douglas, M., Elizabeth, P., & G.Geoffrey, V. (2006). *Introduction to Linear Regression Analysis* (4 Ed.). New York: Wiley-Interscience.
- Hasan, Ö. (2013). Subset selection in multiple linear regression models: A hybrid of genetic and simulated annealing algorithms. *Applied Mathematics and Computation*, 219(23), 11018-11028.
- Hoerl, A., & Kennard, R. (1970). Ridge Regression: Applications to Nonorthogonal Problem. *Technometrics*, 12(1), 69-82.
- Hoerl, A., & Kennard, R. (1970). Ridge Regression: Biased Estimation to Nonorthogonal

- Problem. *Technometrics*, 12(1), 55-67.
- Hoerl, A., Kennard, R., & Baldwin, K. (1975). Ridge Regression: Some Simulations. *Communications in Statistics*, 4(2), 105-123.
- Kapetanious, G. (2007). Variable Selection in Regression Models Using Nonstandard Optimization of Information Criteria. *Computational Statistics & Data Analysis*, 52(1), 4-15.
- Siary, P., & Berthiau, G. (1997). Fitting of Tabu Search to Optimize Functions of Continuous Variables. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 40(13), 2449-2457.
- Wasserman, G., & Sudjianto, A. (1994). All Subsets Regression Using a Genetic Search Algorithm. *Computers and Industrial Engineering*, 27(September), 489-492.



ภาคผนวก

โปรแกรมที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลกรณีที่เกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันของตัวแปรอิสระในระดับสูง เมื่อมีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร และมีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100

```
rm(list=ls())
options(max.print = 100000)
#####กำหนดจำนวนรอบในการทำซ้ำ#####
R=500
TrGA=NULL
MGA=NULL
FlGA=NULL
TrSA=NULL
MSA=NULL
FlSA=NULL
AICGA=c()
AICSA=c()
loopGA=c()
loopSA=c()

#####การจำลองข้อมูลของทั้ง2วิธี#####
```

```
for(D in 1:R){
  fitva=NULL
  nu=100
  nx=5
  samples = 100
  r = 0
```

```

library('MASS')

data = mvrnorm(n=samples, mu=c(107, 77, 300, 88, 207, 0), Sigma=matrix(c(1, r, r, r,
r, r, r, 1, r, 0.9, r, r, r, r, 1, r, r, r, r, 0.9, r, 1, r, r, r, r, r, r, 1, r, r, r, r, r, 5^2),
nrow=(nx+1)), empirical=TRUE)

X1 = data[, 1] # standard normal (mu=0, sd=1)
X2 = data[, 2] # standard normal (mu=0, sd=1)
X3 = data[, 3] # standard normal (mu=0, sd=1)
X4 = data[, 4] # standard normal (mu=0, sd=1)
X5 = data[, 5] # standard normal (mu=0, sd=1)
e=data[, 6]

#####กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ถดถอย#####

b0=100; b1=-155; b2=15; b3=11.5; b4=509; b5=0

samX1=X1
samX2=X2
samX3=X3
samX4=X4
samX5=X5
samE=e

samx1=matrix(samX1,nrow = nu,ncol = 1)
samx2=matrix(samX2,nrow = nu,ncol = 1)
samx3=matrix(samX3,nrow = nu,ncol = 1)
samx4=matrix(samX4,nrow = nu,ncol = 1)
samx5=matrix(samX5,nrow = nu,ncol = 1)
same=matrix(samE,nrow = nu,ncol = 1)

```

```
#####สร้างตัวแปรตาม#####
```

```
samY=b0+(b1*samx1)+(b2*samx2)+(b3*samx3)+(b4*samx4)+(b5*samx5)+same
samy=matrix(samY,nrow = nu,ncol = 1)
```

```
#####สร้างเมทริกซ์ตัวแปรอิสระ#####
```

```
samX=cbind(samx1,samx2,samx3,samx4,samx5)
```

```
#####การสร้างประชากรเริ่มต้นของทั้ง2วิธี#####
```

```
nx=5
populatio<-matrix(rbinom(nx,1,0.5),nrow = 1)
b<-0
while (nrow(populatio)<round(2*nx)) {
  a<-matrix(rbinom(nx,1,0.5),nrow = 1)
  b<-b+1
  if (b==nrow(populatio)) {
    populatio<-rbind(populatio,a)
    a<-c()
  }
}
```

```
#####การทำงานของGA#####
```

```
solmat=matrix(0,nrow = 20000000,ncol=nx)
population<-populatio
```

```
#####คำนวณค่าAIC#####
```

```
fitnesspop<-function(population){
```

```

AIC<-c()
for (i in 1:nrow(population)){
  a<-t(matrix(population[i,],nx,nu))*samX
  aa<-cbind(0,a)
  dis<-c()
  for (j in 1:ncol(aa)) {
    if (sum(aa[,j])==0) {
      dis<-cbind(dis,j)
    }
  }
  aa<-aa[,-dis]
  Xcal<-cbind(1,aa)
  B<-solve(t(Xcal)%*%Xcal)%*%t(Xcal)%*%samy)
  yp<-Xcal)%*%B
  p<-ncol(samX+1)
  s<-t(samy-yp)%*%(samy-yp)/(nrow(samX)-p)
  t<-t(Xcal)%*%Xcal
  r<-matrix((p)%*%s)/(t(B)%*%B), nrow = nrow(t), ncol = ncol(t))
  Br<-solve(t(Xcal)%*%Xcal+(r*diag(nrow(t)))))%*%t(Xcal)%*%samy)
  ypr<-Xcal)%*%Br
  E<-samy-ypr
  SSE<-sum(E^2)
  AIC[i]<-nu*log(x=SSE/nu,exp(1))+2*ncol(Xcal)
}
return(AIC)
}

```

#####คัดเลือกโครโมโซมพ่อแม่#####

```

popMSE<-cbind(population,fitnesspop(population))
orderpopMSE<-popMSE[order(fitnesspop(population)),]

```

```

orderpop<-popMSE[order(fitnesspop(population)),-(nx+1)]
chromosome1=orderpop[1,]
chromosome2=orderpop[2,]

#####กำหนดค่า  $I_{GA}$  #####

i<-1
j<-50
w<-50
l<-1
k<-1

#####ขั้นตอนการสลับสายพันธุ์ การกลายพันธุ์ และการแทนที่#####

while (TRUE) {
  parents=rbind(chromosome1,chromosome2)

  fitness<-function(p){
    AIC1<-c()
    a<-t(matrix(p,nx,nu))*samX
    aa<-cbind(0,a)
    dis<-c()
    for (j in 1:ncol(aa)) {

      if (sum(aa[,j])==0) {
        dis<-cbind(dis,j)
      }
    }
    aa<-aa[,-dis]
    Xcal<-cbind(1,aa)
    B<-solve(t(Xcal)%*%Xcal)%*%(t(Xcal)%*%samy)

```



```

yp<-Xcal%*%B
p<-ncol(samX+1)
s<-(t(samy-yp)%*%(samy-yp))/(nrow(samX)-p)
t<-t(Xcal)%*%Xcal
r<-matrix((p%*%s)/(t(B)%*%B), nrow = nrow(t), ncol = ncol(t))
Br<-solve(t(Xcal)%*%Xcal+(r*diag(nrow(t))))%*%t(Xcal)%*%samy)
ypr<-Xcal%*%Br
E<-samy-ypr
SSE1<-sum(E^2)
AIC1<-nu*log(x=SSE1/nu,exp(1))+2*ncol(Xcal)
return(AIC1)
}

fitpa1<-fitness(parents[1,])
fitpa2<-fitness(parents[2,])

mutation<-function(parents)
{ mutate<-matrix(0,nrow = nrow(parents),ncol = ncol(parents))
c<-ncol(parents)
n<-length(parents)
addmuc<-c(parents[1,],parents[2,])
for(k in 1:n){
  random<-runif(1,0,1)
  if(random<=0.2){
    addmuc[k]<-abs(addmuc[k]-1)
  }
  else{
    addmuc[k]<-addmuc[k]
  }
}
}

partmuc<-matrix(addmuc,nrow = 1)

```

```

mutate[1,]<-partmuc[1:c]
mutate[2,]<-partmuc[(c+1):n]
return(mutate) }

r1=runif(1,0,1) #random value for crossover
if(r1>0.8){
  muc<-mutation(parents)
  fitp1<-fitness(muc[1,])
  fitp2<-fitness(muc[2,])
  fitp3<-fitness(parents[1,])
  fitp4<-fitness(parents[2,])
  fit<-c(fitp1,fitp2,fitp3,fitp4)
  if(fitp1==min(fit)){
    solution=muc[1,]
    fitva[k]=fitp1
    solmat[k,]=solution
  }else if(fitp2==min(fit)){
    solution=muc[2,]
    fitva[k]=fitp2
    solmat[k,]=solution
  }else if(fitp3==min(fit)){
    solution=parents[1,]
    fitva[k]=fitp3
    solmat[k,]=solution
  }else if(fitp4==min(fit)){
    solution=parents[2,]
    fitva[k]=fitp4
    solmat[k,]=solution}

newmat<-rbind(muc[1,],muc[2,],parents[1,],parents[2,])
fitmat<-rbind(fitp1,fitp2,fitp3,fitp4)

```

```

newmatfit<-cbind(newmat,fitmat)
ordermatbyfit<-newmatfit[order(fitmat),]
ordermat<-ordermatbyfit[,-(nx+1)]
chromosome1<-ordermat[1,]
chromosome2<-ordermat[2,]

}else{
  n<-ncol(parents)
  children<-matrix(NA,nrow = 2,ncol = n)
  crossOver<-sample(1:n,size = 2,replace = FALSE)
  crossOverPoint<-crossOver[order(crossOver)]

  if(crossOverPoint[1]==1){
    if(crossOverPoint[2]!=n){
      children[1,]<-
c(parents[2,crossOverPoint[1]:crossOverPoint[2]],parents[1,(crossOverPoint[2]+1):n])
      children[2,]<-
c(parents[1,crossOverPoint[1]:crossOverPoint[2]],parents[2,(crossOverPoint[2]+1):n])
    }
    else if(crossOverPoint[2]==n){
      children[1,]<-c(parents[2,])
      children[2,]<-c(parents[1,])
    }
  }

  }else if(crossOverPoint[1]!=1){
    if(crossOverPoint[2]!=n){
      children[1,]<-c(parents[1,1:(crossOverPoint[1]-
1)],parents[2,crossOverPoint[1]:crossOverPoint[2]],parents[1,(crossOverPoint[2]+1):n])
      children[2,]<-c(parents[2,1:(crossOverPoint[1]-
1)],parents[1,crossOverPoint[1]:crossOverPoint[2]],parents[2,(crossOverPoint[2]+1):n])
    }
  }
}

```

```

else if(crossOverPoint[2]==n){
  children[1,]<-c(parents[1,1:(crossOverPoint[1]-
1)],parents[2,crossOverPoint[1]:crossOverPoint[2]])
  children[2,]<-c(parents[2,1:(crossOverPoint[1]-
1)],parents[1,crossOverPoint[1]:crossOverPoint[2]])
}
}
muc<-mutation(children)
fitp1<-fitness(muc[1,])
fitp2<-fitness(muc[2,])
fitp3<-fitness(parents[1,])
fitp4<-fitness(parents[2,])
fit<-c(fitp1,fitp2,fitp3,fitp4)
if(fitp1==min(fit)){
  solution=muc[1,]
  fitva[k]=fitp1
  solmat[k,]=solution
}else if(fitp2==min(fit)){
  solution=muc[2,]
  fitva[k]=fitp2
  solmat[k,]=solution
}else if(fitp3==min(fit)){
  solution=parents[1,]
  fitva[k]=fitp3
  solmat[k,]=solution
}else if(fitp4==min(fit)){
  solution=parents[2,]
  fitva[k]=fitp4
  solmat[k,]=solution}
newmat<-rbind(muc[1,],muc[2,],parents[1,],parents[2,])
fitmat<-rbind(fitp1,fitp2,fitp3,fitp4)

```

```

newmatfit<-cbind(newmat,fitmat)
ordermatbyfit<-newmatfit[order(fitmat),]
ordermat<-ordermatbyfit[,-(nx+1)]
chromosome1<-ordermat[1,]
chromosome2<-ordermat[2,]
}

print(parents)
print('round')
print(D)
print('loop')
print(k)
SO=matrix(solmat[k,],nrow = 1,ncol = nx)
SOMSE<-cbind(SO,fitva[k])
print(SOMSE)

#####ตรวจสอบการหยุดกระบวนการทำงาน GA#####

if((k==j){
  if((fitva[i]-fitva[j])<=0.001){
    print('bestendGA')
    print(SOMSE)
    SOAICGA<-fitva[k]
    loopGA[D]<-j
    break()
  }
  else{
    j=j+w
    l<-l+1
    if(l==2){
      i<-w

```

```

        k<-i
    }
    else if(l>=3){
        i<-i+w
        k<-i
    }
}
}
k<-k+1
}

AICGA[D]<-SOAICGA
True=matrix(cbind(1,1,1,1,0),nrow = 1)
Max=matrix(cbind(1,1,1,1,1),nrow = 1)
if(sum(SO==True)==nx) {
    TrGA[D]=1
    MGA[D]=0
    FLGA[D]=0
}
else if(sum(SO==Max)==nx) {
    TrGA[D]=0
    MGA[D]=1
    FLGA[D]=0
}
else {
    TrGA[D]=0
    MGA[D]=0
    FLGA[D]=1
}
}

```

```
#####การทำงานของSA#####
```

```
solmat=matrix(0,nrow = 2000000,ncol=nx)
population <- populatio
j<-sample(1:nrow(population),1)
```

```
#####กลุ่มผลเฉลยเริ่มต้นและคำนวณค่า AIC#####
```

```
Samint<-population[j,]
```

```
fitness<-function(p){
  AIC1<-c()
  a<-t(matrix(p,nx,nu))*samX
  aa<-cbind(0,a)
  dis<-c()
  for (j in 1:ncol(aa)) {
    if (sum(aa[,j])==0) {
      dis<-cbind(dis,j)
    }
  }
  aa<-aa[,-dis]
  Xcal<-cbind(1,aa)
  B<-solve(t(Xcal)%*%Xcal)%*%(t(Xcal)%*%samy)
  yp<-Xcal%*%B
  p<-ncol(samX+1)
  s<-(t(samy-yp)%*%(samy-yp))/(nrow(samX)-p)
  t<-t(Xcal)%*%Xcal
  r<-matrix((p%*%s)/(t(B)%*%B), nrow = nrow(t), ncol = ncol(t))
  Br<-solve(t(Xcal)%*%Xcal+(r*diag(nrow(t))))%*%(t(Xcal)%*%samy)
  ypr<-Xcal%*%Br
  E<-samy-ypr
```

```

SSE1<-sum(E^2)
AIC1<-nu*log(x=SSE1/nu,exp(1))+2*ncol(Xcal)
return(AIC1)
}

#####กำหนดอุณหภูมิเริ่มต้นและกำหนดผลเฉลยที่ดีที่สุด#####

temp<-1000
best<-matrix(0,nrow = 20000000,ncol=nx)
operbest<-Samint
fitbest<-NULL

k<-1
i<-1

while (TRUE) {
  fitint<-fitness(operbest)

#####สร้างเซตผลเฉลยข้างเคียง สุ่ม และคำนวณค่า AIC#####

  neighborhood<-function(operbest){
    neighbor<-t(matrix(operbest,nrow = nx,ncol = nx))
    i=1
    j<-c()
    for (i in 1 : nx) {
      j<-i
      neighbor[i,j]<-abs(neighbor[i,j]-1)
    }
    return(neighbor)
  }
  neighborhood(operbest)

```



```

NB<-neighborhood(operbest)
p<-sample(1:nrow(NB),1)
SamNB<-NB[p,]
fitNB<-fitness(SamNB)

```

#####คำนวณค่า ΔE และตรวจสอบการแทนที่ของผลเฉลยที่ดีที่สุด#####

```

if(fitNB-fitint < 0) {
  solution = SamNB
  fitva[k] = fitNB
  solmat[k,] = solution

  if(k==1){
    newmat<-rbind(Samint,solmat[k,])
    fitmat<-rbind(fitness(Samint),fitva[k])
    newmatfit<-cbind(newmat,fitmat)
    ordermatbyfit<-newmatfit[order(fitmat),]
    ordermat<-ordermatbyfit[-(nx+1)]
    best[k,]<-ordermat[1,]
    fitbest[k]<-fitness(best[k,])
    operbest<-solmat[k,]
  }

  if(k>=2){
    newmat<-rbind(best[k-1,],best[k,],solmat[k,])
    fitmat<-rbind(fitbest[k-1],fitbest[k],fitva[k])
    newmatfit<-cbind(newmat,fitmat)
    ordermatbyfit<-newmatfit[order(fitmat),]
    ordermat<-ordermatbyfit[-(nx+1)]
    best[k,]<-ordermat[1,]
    fitbest[k]<-fitness(best[k,])
    operbest<-solmat[k,]
  }
}

```

```

}
}
else {
  r1<-runif(1,0,1)
  if(exp(-(fitNB-fitint)/temp)>r1){
    solution = SamNB
    fitva[k] = fitNB
    solmat[k,] = solution
    if(k==1){
      newmat<-rbind(Samint,solmat[k,])
      fitmat<-rbind(fitness(Samint),fitva[k])
      newmatfit<-cbind(newmat,fitmat)
      ordermatbyfit<-newmatfit[order(fitmat),]
      ordermat<-ordermatbyfit[,-(nx+1)]
      best[k,]<-ordermat[1,]
      fitbest[k]<-fitness(best[k,])
      operbest<-solmat[k,]
    }
    if(k>=2){
      newmat<-rbind(best[k-1,],best[k,],solmat[k,])
      fitmat<-rbind(fitbest[k-1],fitbest[k],fitva[k])
      newmatfit<-cbind(newmat,fitmat)
      ordermatbyfit<-newmatfit[order(fitmat),]
      ordermat<-ordermatbyfit[,-(nx+1)]
      best[k,]<-ordermat[1,]
      fitbest[k]<-fitness(best[k,])
      operbest<-solmat[k,]
    }
  }
}
else if(exp(-(fitNB-fitint)/temp)<=r1){
  solution = operbest

```

```

fitva[k] = fitness(operbest)
solmat[k,] = solution
if(k==1){
  newmat<-rbind(Samint,solmat[k,])
  fitmat<-rbind(fitness(Samint),fitva[k])
  newmatfit<-cbind(newmat,fitmat)
  ordermatbyfit<-newmatfit[order(fitmat),]
  ordermat<-ordermatbyfit[-(nx+1)]
  best[k,]<-ordermat[1,]
  fitbest[k]<-fitness(best[k,])
  operbest<-solmat[k,]
}
if(k>=2){
  newmat<-rbind(best[k-1,],best[k,],solmat[k,])
  fitmat<-rbind(fitbest[k-1],fitbest[k],fitva[k])
  newmatfit<-cbind(newmat,fitmat)
  ordermatbyfit<-newmatfit[order(fitmat),]
  ordermat<-ordermatbyfit[-(nx+1)]
  best[k,]<-ordermat[1,]
  fitbest[k]<-fitness(best[k,])
  operbest<-solmat[k,]
}
}
}
print('round')
print(D)
print('loop')
print(k)

SO=matrix(solmat[k,],nrow = 1,ncol = nx)

```

```
SOMSE<-cbind(SO,fitva[k])
print(SOMSE)
```

```
#####ลดอุณหภูมิ#####
```

```
temp<-temp*0.95
```

```
#####ตรวจสอบการหยุดกระบวนการทำงานของ SA#####
```

```
if(k==1){
  print(i)
}
if(k>=2){
  if(fitbest[k-1]==fitbest[k]){
    i<-i+1
  }
  else{
    i<-1
  }
  print(i)
  if(i==100){
    bestend<-best[k,]
    print("bestendSA")
    print(bestend)
    print(fitness(bestend))
    SOAICSA<-fitva[k]
    loopSA[D]<-k
    break()
  }
}
k<-k+1
```

```

}
AICSA[D]<-SOAICSA
True=matrix(cbind(1,1,1,1,0),nrow = 1)
Max=matrix(cbind(1,1,1,1,1),nrow = 1)
if(sum(SO==True)==nx) {
  TrSA[D]=1
  MSA[D]=0
  FLSA[D]=0
}
else if(sum(SO==Max)==nx) {
  TrSA[D]=0
  MSA[D]=1
  FLSA[D]=0
}
else {
  TrSA[D]=0
  MSA[D]=0
  FLSA[D]=1
}
}

```

#####ผลลัพธ์ที่ได้ของ GA และ SA#####

```
AVGloopGA<-mean(loopGA)
```

```
AVGloopSA<-mean(loopSA)
```

```
sum(TrGA)
```

```
sum(MGA)
```

```
sum(FLGA)
```

```
sum(TrSA)
```

```
sum(MSA)
```

```
sum(FLSA)
```

```
AICGA
```

```
AICSA
```

```
AVGloopGA
```

```
AVGloopSA
```

```
#####เก็บข้อมูลเป็นexcel#####
```

```
write.csv(timeGA,file = 'timeGaX5n100ridge.csv')
```

```
write.csv(timeSA,file = 'timeSaX5n100ridge.csv')
```

```
write.csv(loopGA,file = 'loopGaX5n100ridge.csv')
```

```
write.csv(loopSA,file = 'loopSaX5n100ridge.csv')
```

