



การวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิด

ANALYSIS OF APERTURE ANTENNAS



นายภูริวัจน์ เกตุศรีศักดิ์ รหัส 49364202

ห้องสมุดคณะวิศวกรรมศาสตร์
วันที่รับ..... 19 / ๓.ค. 2555
เลขทะเบียน..... 1573 6262
เลขเรียกหนังสือ..... ๗๕.....
มหาวิทยาลัยนเรศวร ๗๖๕๒ ๗

2552

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้าและคอมพิวเตอร์

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

ปีการศึกษา 2552



ใบรับรองปริญญาโท

ชื่อหัวข้อโครงการ การวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิด
ผู้ดำเนินโครงการ นายภูริวัฒน์ เกตุศรีศักดา รหัส 49364202
ที่ปรึกษาโครงการ ดร.ชัยรัตน์ พินทอง
สาขาวิชา วิศวกรรมไฟฟ้า
ภาควิชา วิศวกรรมไฟฟ้าและคอมพิวเตอร์
ปีการศึกษา 2552

.....
คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร อนุมัติให้ปริญญาโทฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่ง
ของการศึกษาตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

.....
.....
(ดร.ชัยรัตน์ พินทอง)

.....
.....กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรเชษฐ์ กานต์ประชา)

.....
.....กรรมการ
(ดร.อัครพันธ์ วงศ์กั้งแห)

ชื่อหัวข้อโครงการ การวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิด
ผู้ดำเนินโครงการ นายภูริวัจน์ เกตุศรีศักดิ์ รหัส 49364202
ที่ปรึกษาโครงการ ดร.ชัยรัตน์ พินทอง
สาขาวิชา วิศวกรรมไฟฟ้า
ภาควิชา วิศวกรรมไฟฟ้าและคอมพิวเตอร์
ปีการศึกษา 2552

บทคัดย่อ

โครงการนี้เป็นการศึกษาและวิเคราะห์คุณลักษณะของสายอากาศช่องเปิด ซึ่งจะเน้นการวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิดที่มีภาคตัดขวางเป็นรูปสี่เหลี่ยม โดยศึกษาในตัวอย่างของ ช่องเปิดที่สนามมีการกระจายคงตัวบนระนาบดินไม่จำกัด ช่องเปิดที่สนามมีการกระจายคงตัวในอวกาศว่าง และ ช่องเปิดที่สนามมีแบบแผนคลื่น TE_{10} บนระนาบดินไม่จำกัด การวิเคราะห์จะใช้หลักการสมมูลและการประมาณในย่านสนามไกล ทำให้ได้สนามที่ครอบคลุมบริเวณด้านหน้าของช่องเปิด ผลลัพธ์ที่ได้แสดงถึง ค่าสภาพเจาะจงทิศทาง ระดับพูข้าง และความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลัง สำหรับการกระจายคงตัวบนระนาบดินไม่จำกัดและการกระจายคงตัวในอวกาศว่าง พบว่าจะให้คุณลักษณะการแผ่กระจายที่เหมือนกันมากที่บริเวณใกล้แนวยอดพูหลัก ในกรณีช่องเปิดที่มีแบบแผนคลื่น TE_{10} สภาพเจาะจงทิศทางที่ได้จะมีค่าต่ำกว่ากรณีระนาบดินและในอวกาศว่าง และในระนาบสนามแม่เหล็ก ระดับของพูรองจะลดลงเร็วกว่าเมื่อเทียบกับกรณีการกระจายคงตัว โครงการนี้ได้พัฒนาโปรแกรม MATLAB พร้อมด้วยการเชื่อมต่อกับผู้ใช้ภายนอกสำหรับสายอากาศทั้งสามชนิดนี้ ซึ่งสามารถลดระยะเวลาในการคำนวณและทำให้การวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิดสะดวกยิ่งขึ้น

Project title Analysis of Aperture Antennas
Name Mr.Phuriwat Ketsrisakda ID. 49364202
Project advisor Chairat Pinthong, Ph.D.
Major Electrical Engineering
Department Electrical and Computer Engineering
Academic year 2552

.....

Abstract

This project is the study and analysis of the characteristics of aperture antennas, emphasizing on the antennas with rectangular cross-section. The examples under consideration are as an aperture with uniform distribution on an infinite ground plane, with uniform distribution in free space, and with TE_{10} -mode distribution on an infinite ground plane. Equivalence principle and far field approximation are applied to find the fields at the front of the aperture. The result shows directivity, side lobe level, and half-power beamwidth. For the case of uniform distribution on an infinite ground plane and uniform distribution in free space, propagation characteristics are almost similar near the peak of main lobe. In TE_{10} -mode distribution, directivity is less than that of uniform distribution on ground plane and in free space. Furthermore, in H-plane, side lobe level is decreasing more rapidly than that with uniform distribution. The MATLAB program together with graphic user interface is developed for all cases of the antennas, hence reducing computation time and making the analysis more convenient.

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญาบัตรฉบับนี้เป็นการศึกษาเกี่ยวกับเรื่องการวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิดซึ่งจะไม่มีทางสำเร็จไปได้ถ้าไม่ได้รับการช่วยเหลือจากบุคคลดังต่อไปนี้

ขอขอบพระคุณ ดร.ชัยรัตน์ พินทอง อาจารย์ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้าและคอมพิวเตอร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร ผู้เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาโครงการที่ได้ให้ความรู้ ให้คำแนะนำและให้ความช่วยเหลือแก่ผู้จัดทำเป็นอย่างดีตลอดมา

ขอขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรเชษฐ์ กานต์ประชา และดร.อัครพันธ์ วงศ์กั้งแห อาจารย์ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้าและคอมพิวเตอร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร ผู้เป็นกรรมการคุมสอบโครงการซึ่งเสียสละเวลาในการคุมสอบ โครงการและให้คำแนะนำเป็นอย่างดี

และที่สำคัญที่สุดขอขอบพระคุณบิดา มารดา ที่ได้เลี้ยงดูและอบรมสั่งสอนแก่ผู้จัดทำจนทำให้ผู้จัดทำมีวันนี้ได้ ซึ่งเป็นพระคุณอันหาที่เปรียบไม่ได้

ท้ายนี้ผู้จัดทำใคร่ขอขอบพระคุณผู้ที่มีส่วนเกี่ยวข้องทุกท่านที่ไม่ได้กล่าวนามมา ณ ที่นี้ ที่มีส่วนร่วมในการให้ข้อมูลเป็นที่ปรึกษาในการทำปริญญาบัตรฉบับนี้จนเสร็จสมบูรณ์ ผู้จัดทำจึงขอขอบพระคุณไว้ ณ ที่นี้

นายภูริวัฒน์ เกตุศรีศักดิ์

สารบัญ

	หน้า
ใบรับรองปริญญาโทก	
บทคัดย่อภาษาไทยข	
บทคัดย่อภาษาอังกฤษค	
กิตติกรรมประกาศง	
สารบัญจ	
สารบัญตารางช	
สารบัญรูปภาพซ	
บทที่ 1 บทนำ 1	
1.1 ความสำคัญและที่มาของโครงการ 1	
1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการ 1	
1.3 ขอบข่ายการทำของโครงการ 1	
1.4 ตารางกิจกรรมการดำเนินโครงการ 2	
1.5 ผลที่คาดว่าจะได้รับ 2	
1.6 งบประมาณที่ใช้ในการทำโครงการ 2	
บทที่ 2 หลักการและทฤษฎี 3	
2.1 สมการการแผ่พลังงาน 3	
2.2 การกระจายคงตัวบนระนาบคินไม่จำกัด 12	
2.2.1 หลักการสมมูล 12	
2.2.2 สนามที่แผ่ออกไป 13	
2.2.3 ความกว้างลำคลื่น 15	
2.2.4 รัศมีพุ่ง 17	
2.2.5 สภาพเจาะงทศทาง 18	
2.3 การกระจายคงตัวในอวกาศว่าง 20	
2.3.1 หลักการสมมูล 20	
2.3.2 สนามที่แผ่ออกไป 20	
2.3.3 ความกว้างลำคลื่นและรัศมีพุ่ง 21	
2.3.4 สภาพเจาะงทศทาง 22	

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
2.4 แบบแผนคลื่น TE_{10} กระจายคงตัวบนระนาบดินไม่จำกัด	22
บทที่ 3 ผลการวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิด	24
3.1 ผลการวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิดวางบนระนาบดินไม่จำกัด	24
3.2 ผลการวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิดวางในอวกาศว่าง	29
3.3 ผลการวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิดที่มีการกระจายในแบบแผนคลื่น TE_{10}	30
3.4 ความกว้างครึ่งกำลัง ระดับพูข้าง	34
บทที่ 4 สรุปผลการวิเคราะห์และข้อเสนอแนะ	37
4.1 ผลการวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิด	37
4.2 ข้อเสนอแนะ	37
เอกสารอ้างอิง	38
ภาคผนวก	39
ภาคผนวก ก หลักการสมมูล	39
ภาคผนวก ข ท่อนำคลื่นที่มีภาคตัดขวางรูปสี่เหลี่ยมกลวง	42
ภาคผนวก ค พารามิเตอร์ของสายอากาศช่องเปิด	51
ภาคผนวก ง โปรแกรมวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิดที่มีภาคตัดขวางรูปสี่เหลี่ยม	54
ภาคผนวก จ การเชื่อมต่อกับผู้ใช้งานทางกราฟิก.....	58
ประวัติผู้ดำเนินโครงการ	61

สารบัญตาราง

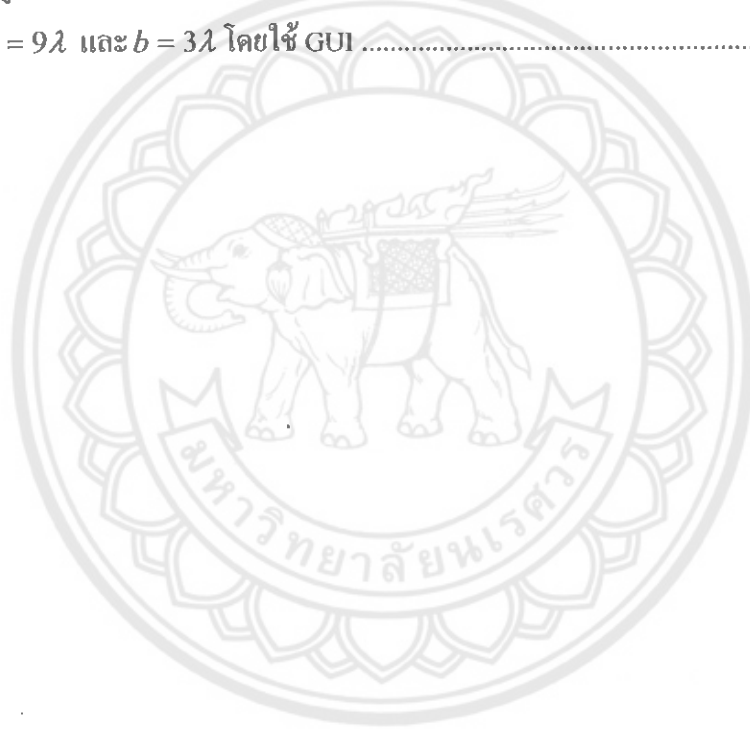
ตารางที่	หน้า
3.1 สภาพเจาะงทิสทาง SLL และ HPBW ของช่องเปิดบนระนาบคินไม่จำกัด สำหรับกรณีระนาบสนามไฟฟ้า	35
3.2 สภาพเจาะงทิสทาง SLL และ HPBW ของช่องเปิดบนระนาบคินไม่จำกัด สำหรับกรณีระนาบสนามแม่เหล็ก	35
3.3 สภาพเจาะงทิสทาง SLL และ HPBW ของช่องเปิดในอวกาศว่าง สำหรับกรณีระนาบสนามไฟฟ้า	36
3.4 สภาพเจาะงทิสทาง SLL และ HPBW ของช่องเปิดแบบแผนคลื่น TE_{10} สำหรับกรณีระนาบสนามไฟฟ้า	36
3.5 สภาพเจาะงทิสทาง SLL และ HPBW ของช่องเปิดแบบแผนคลื่น TE_{10} สำหรับกรณีระนาบสนามแม่เหล็ก	36
ง.1 การกระจายของสนามบนช่องเปิด กระแสสมมูล และสนามในย่านสนามไกล	51
ง.2 พารามิเตอร์ของสายอากาศช่องเปิดสำหรับกรณีวางบนระนาบคินไม่จำกัด วางในอวกาศว่าง และที่มีแบบรูป TE_{10}	53

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 สายอากาศช่องเปิดรูปสี่เหลี่ยม	3
2.2 ระบบพิกัดสำหรับการวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิด (a) สนามใกล้ (Near-field) (b) สนามไกล (Far-field)	4
2.3 ช่องเปิดรูปสี่เหลี่ยม และตำแหน่งบนแผ่นแผ่พลังงาน (a) yz plane (b) xz plane (c) xy plane	9
2.4 สายอากาศช่องเปิดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าติดตั้งบนระนาบดินไม่จำกัด	12
2.5 แบบรูปสมมูลสำหรับท่อนำคลื่นสายอากาศที่ติดตั้งบนระนาบดินไม่จำกัด	13
3.1 แบบรูปสภาพเจาะจงทิศทางของช่องเปิดบนระนาบดินไม่จำกัด เมื่อ $a = 3\lambda$ และ $b = 2\lambda$	25
3.2 แบบรูปสภาพเจาะจงทิศทางบนระนาบสนามไฟฟ้าโดยคงค่า $b = 2\lambda$ และแปรเปลี่ยนค่า a	26
3.3 แบบรูปสภาพเจาะจงทิศทางบนระนาบสนามไฟฟ้าโดยคงค่า $a = 2\lambda$ และแปรเปลี่ยนค่า b	27
3.4 แบบรูปสภาพเจาะจงทิศทางของระนาบสนามแม่เหล็กโดยคงค่า $b = 2\lambda$ และแปรเปลี่ยนค่า a	28
3.5 แบบรูปสภาพเจาะจงทิศทางบนระนาบสนามแม่เหล็กโดยคงค่า $a = 2\lambda$ และแปรเปลี่ยนค่า b	29
3.6 แบบรูปสภาพเจาะจงทิศทางของช่องเปิดในอวกาศว่าง เมื่อ $a = 3\lambda$ และ $b = 2\lambda$	30
3.7 แบบรูปสภาพเจาะจงทิศทางของช่องเปิด TE_{10} บนระนาบดินไม่จำกัด เมื่อ $a = 3\lambda$ และ $b = 2\lambda$	31
3.8 สภาพเจาะจงทิศทางของสายอากาศช่องเปิด บนระนาบสนามไฟฟ้า เมื่อ $a = 3\lambda$ และ $b = 2\lambda$	32
3.9 สภาพเจาะจงทิศทางของสายอากาศช่องเปิด บนระนาบสนามแม่เหล็ก เมื่อ $a = 3\lambda$ และ $b = 2\lambda$	33
ก.1 รูปแบบแหล่งกำเนิดแท้จริงและแหล่งกำเนิดแท้จริง	39
ก.2 รูปแบบหลักการสมมูล	40
ก.3 รูปแบบหลักการสมมูลสำหรับการแผ่พลังงานใกล้ตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบ.....	41

สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
ข.1 ท่อนำคลื่นกลวงภาคตัดขวางสี่เหลี่ยมความกว้าง a ความยาว b	42
จ.1 หน้าต่างหลักของโปรแกรมวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิดที่มีภาคตัดขวาง เป็นรูปสี่เหลี่ยมโดยใช้ GUI	58
จ.2 หน้าต่างโปรแกรมวิเคราะห์แบบรูปสภาพเจาะจงทิศทางของสนามไฟฟ้า ของสายอากาศช่องเปิดโดยใช้ GUI	59
จ.3 แบบรูปสภาพเจาะจงทิศทางของสนามไฟฟ้าของสายอากาศช่องเปิด ที่ $a = 9\lambda$ และ $b = 3\lambda$ โดยใช้ GUI	59



บทที่ 1

บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญของโครงการ

สายอากาศช่องเปิดเป็นสายอากาศที่ได้รับความนิยมในย่านความถี่ไมโครเวฟ ตัวอย่างการใช้งานเห็นจะได้แก่ ใช้เป็นตัวป้อนของสายอากาศสะท้อน หรือ ใช้ในอากาศยาน เพราะมีขนาดเล็ก และสามารถติดตั้งบนพื้นผิวของตัวยานได้อย่างเหมาะสม สายอากาศประเภทนี้สามารถมีรูปทรงได้หลายลักษณะเช่น สี่เหลี่ยมจัตุรัส สี่เหลี่ยมผืนผ้า วงกลม หรือวงรี รวมถึงสามารถขยายโครงสร้างเป็นสายอากาศปากแตรได้

โครงการฉบับนี้จะเป็นการศึกษาเกี่ยวกับ คุณลักษณะของสายอากาศช่องเปิด โดยใช้หลักการสนามสมมูล รวมถึงทฤษฎีแบบแผนคลื่นในท่อนำคลื่น โดยมุ่งเน้นไปที่กลุ่มสายอากาศช่องเปิดรูปสี่เหลี่ยม ซึ่งสามารถประยุกต์กับการใช้งานจริงได้

1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการ

1. ศึกษาและวิเคราะห์สายอากาศทั่วไป
2. ศึกษาคุณลักษณะของสายอากาศช่องเปิด
3. ศึกษาคุณลักษณะของท่อนำคลื่นที่ไม่มีการสูญเสีย
4. ศึกษาหลักการสนามสมมูล (Filed Equivalence Principle)

1.3 ขอบข่ายของโครงการ

1. ศึกษาและวิเคราะห์คุณลักษณะของสายอากาศช่องเปิดที่ป้อนด้วยท่อนำคลื่นที่มีภาคตัดขวางรูปสี่เหลี่ยม
2. ศึกษาคุณลักษณะของท่อนำคลื่นรูปสี่เหลี่ยม ที่ไม่มีการสูญเสีย
3. ศึกษาหลักการสนามสมมูล
4. ศึกษาและพัฒนาโปรแกรม MATLAB ที่ใช้ในการวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิด

1.4 ขั้นตอนการดำเนินงาน

กิจกรรม	ปี 2552							ปี 2553		
	มี.ย.	ก.ค.	ส.ค.	ก.ย.	ต.ค.	พ.ย.	ธ.ค.	ม.ค.	ก.พ.	มี.ค.
1.ศึกษาหลักการพื้นฐานและวิเคราะห์คุณลักษณะของสายอากาศช่องเปิดและ หลักการสนามสมมูล										
2.ศึกษาและพัฒนา โปรแกรม MATLAB ที่ใช้ในการวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิด										
3.รวบรวมข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิด										
4.สรุปคุณสมบัติและคุณลักษณะของสายอากาศช่องเปิด										

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เข้าใจคุณสมบัติและคุณลักษณะของสายอากาศช่องเปิด
2. สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ มาประยุกต์ใช้กับการวิเคราะห์สายอากาศได้
3. สามารถวิเคราะห์สายอากาศเพื่อหาโครงสร้างที่เหมาะสมกับการใช้งาน
4. ได้โปรแกรม MATLAB พร้อมการเชื่อมต่อกับผู้ใช้ทางกราฟฟิก สำหรับวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิด

1.6 งบประมาณของโครงการ

1. ค่าเอกสารในการค้นคว้าทำโครงการและค่าเช่าเล่มโครงการ 700 บาท
2. ค่าวัสดุคอมพิวเตอร์ 300 บาท

รวม (หนึ่งพันบาทถ้วน) 1,000 บาท

หมายเหตุ (ถ้วนลี่ยทุกรายการ)

บทที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

สายอากาศช่องเปิดเป็นสายอากาศที่มักได้รับความนิยมใช้งานในย่านความถี่สูง โดยเฉพาะอย่างยิ่งย่านความถี่ไมโครเวฟ ตัวอย่างการใช้งานในสายอากาศกลุ่มนี้ได้แก่ ใช้เป็นตัวป้อนของสายอากาศสะท้อน หรือ ใช้ในอากาศยาน เพราะมีขนาดเล็ก และสามารถติดกับพื้นผิวของตัวยานได้อย่างกลมกลืน สายอากาศประเภทนี้สามารถมีรูปทรงได้หลายลักษณะเช่น สี่เหลี่ยมจัตุรัส สี่เหลี่ยมผืนผ้า วงกลม หรือวงรี รวมถึงสามารถขยายโครงสร้างเป็นสายอากาศปากแตรได้ รูปที่ 2.1 แสดงสายอากาศช่องเปิดที่มีภาคตัดขวางเป็นรูปสี่เหลี่ยม ตามโครงสร้างนี้ปลายข้างหนึ่งจะต่อเข้ากับตัวกำเนิดสัญญาณ ส่วนปลายอีกข้างหนึ่งจะทำหน้าเป็นสายอากาศ



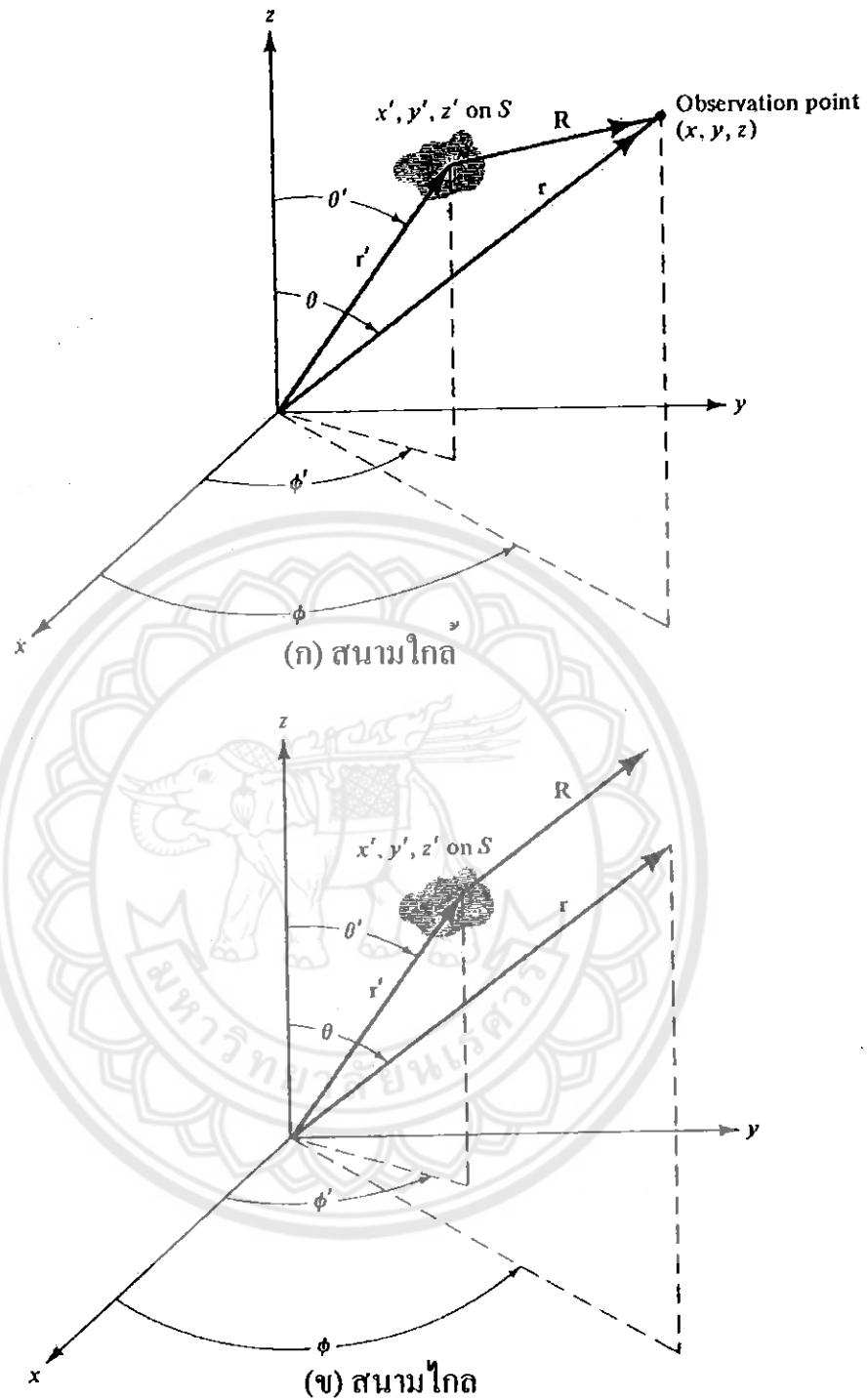
รูปที่ 2.1 สายอากาศช่องเปิดรูปสี่เหลี่ยม [2]

2.1 สมการการแผ่พลังงาน (Radiation Equation)

การวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิด จะเริ่มด้วยการพิจารณาแหล่งกำเนิดใดๆ ที่วางอยู่ ณ ตำแหน่งที่บ่งด้วยระบบพิกัดฉากเป็น (x', y', z') ดังแสดงในรูปที่ 2.2 จากรูปที่ 2.2ก ความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของ R และ r สามารถเขียนได้เป็น

$$R = [r^2 + (r')^2 - 2rr' \cos \psi]^{1/2} \quad (2.1)$$

R สามารถประมาณ ตามรูปที่ 2.2ข ได้ดังนี้



รูปที่ 2.2 ระบบพิกัดสำหรับการวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิด (ก) สนามใกล้ (near-field)
(ข) สนามไกล (far-field) [2]

$$R = \begin{cases} r - r' \cos \psi \\ r \end{cases} \quad (2.2)$$

โดยที่ ψ คือมุมระหว่าง r และ r'

เพื่อให้จะให้ความผิดพลาดไม่เกิน 22.5 องศา ระยะการสังเกต r ต้องมีค่าเท่ากับ

$$r \geq \frac{2D^2}{\lambda} \quad (2.3)$$

โดยที่ D คือมิติที่ใหญ่ที่สุดของสายอากาศ

ถ้าสมมติให้ความหนาแน่นกระแสอยู่บนพื้นผิวของแหล่งกำเนิด ศักย์เวกเตอร์ สามารถหาได้จาก

$$\mathbf{A} = \frac{\mu}{4\pi} \iint_S \mathbf{J}_s \frac{e^{-j\beta R}}{R} ds' \cong \frac{\mu e^{-j\beta r}}{4\pi r} \mathbf{N} \quad (2.3ก)$$

$$\mathbf{F} = \frac{\varepsilon}{4\pi} \iint_S \mathbf{M}_s \frac{e^{-j\beta R}}{R} ds' \cong \frac{\varepsilon e^{-j\beta r}}{4\pi r} \mathbf{L} \quad (2.3ข)$$

โดยที่ เวกเตอร์ \mathbf{N} และ \mathbf{L} สามารถหาได้จากความหนาแน่นกระแสเชิงพื้นผิว \mathbf{J}_s และ \mathbf{M}_s ดังนี้

$$\mathbf{N} = \iint_S \mathbf{J}_s e^{j\beta r' \cos \psi} ds' \quad (2.3ค)$$

$$\mathbf{L} = \iint_S \mathbf{M}_s e^{j\beta r' \cos \psi} ds' \quad (2.3ง)$$

เมื่อทราบศักย์เชิงเวกเตอร์ \mathbf{A} แล้ว สนามไฟฟ้า และสนามแม่เหล็กที่มีกำเนิดจาก \mathbf{A} มีค่าเป็น

$$\mathbf{E}_A \cong -j\omega \mathbf{A} \quad (\theta \text{ and } \phi \text{ component only}) \quad (2.4ก)$$

$$\mathbf{H}_A \cong \frac{\hat{\mathbf{a}}_r}{\eta} \times \mathbf{E}_A = j \frac{\omega}{\eta} \hat{\mathbf{a}}_r \times \mathbf{A} \quad (\theta \text{ and } \phi \text{ component only}) \quad (2.4ข)$$

ซึ่งสามารถเขียนแยกออกได้เป็น

$$(E_A)_r \cong 0 \quad (2.5ก)$$

$$(E_A)_\theta \cong -j\omega A_\theta \quad (2.5ข)$$

$$(E_A)_\phi \cong -j\omega A_\phi \quad (2.5ค)$$

$$(H_A)_r \cong 0 \quad (2.5ง)$$

$$(H_A)_\theta \cong +j \frac{\omega}{\eta} A_\phi = \frac{E_\phi}{\eta} \quad (2.5จ)$$

$$(H_A)_\phi \cong -j \frac{\omega}{\eta} A_\theta = \frac{E_\theta}{\eta} \quad (2.5ฉ)$$

เมื่อทราบศักย์เชิงเวกเตอร์ \mathbf{F} แล้ว สนามไฟฟ้า และสนามแม่เหล็กที่มีกำเนิดจาก \mathbf{F} มีค่าเป็น

$$\mathbf{H}_F \cong -j\omega\mathbf{F} \quad (\theta \text{ and } \phi \text{ component only})(2.6ก)$$

$$\mathbf{E}_F \cong -\eta\hat{\mathbf{a}}_r \times \mathbf{H}_F = j\omega\eta\hat{\mathbf{a}}_r \times \mathbf{F} \quad (\theta \text{ and } \phi \text{ component only})(2.6ข)$$

ซึ่งสามารถเขียนแยกออกได้เป็น

$$(H_F)_r \cong 0 \quad (2.7ก)$$

$$(H_F)_\theta \cong -j\omega F_\phi \quad (2.7ข)$$

$$(H_F)_\phi \cong -j\omega F_\theta \quad (2.7ค)$$

$$(E_F)_r \cong 0 \quad (2.7ง)$$

$$(E_F)_\theta \cong -j\omega\eta F_\phi = \eta H_\phi \quad (2.7จ)$$

$$(E_F)_\phi \cong +j\omega\eta F_\theta = -\eta H_\theta \quad (2.7ฉ)$$

รวมสมการ(2.5ก) ถึง (2.5ข) กับ (2.7ก) ถึง (2.7ฉ) องค์ประกอบของสนามไฟฟ้า \mathbf{E} และสนามแม่เหล็ก \mathbf{H} ในย่านสนามไกลมีดังนี้

$$E_r \cong 0 \quad (2.8ก)$$

$$E_\theta \cong (E_A)_\theta + (E_F)_\theta = -j\omega[A_\theta + \eta F_\phi] \quad (2.8ข)$$

$$E_\phi \cong (E_A)_\phi + (E_F)_\phi = -j\omega[A_\phi - \eta F_\theta] \quad (2.8ค)$$

$$H_r \cong 0 \quad (2.8ง)$$

$$H_\theta \cong (H_A)_\theta + (H_F)_\theta = +\frac{j\omega}{\eta}[A_\phi - \eta F_\theta] \quad (2.8จ)$$

$$H_\phi \cong (H_A)_\phi + (H_F)_\phi = -\frac{j\omega}{\eta}[A_\theta + \eta F_\phi] \quad (2.8ฉ)$$

ใช้ A_θ , A_ϕ , F_θ และ F_ϕ จากสมการ (2.3ก) ถึง (2.3ง) ได้

$$A_\theta = \frac{\mu e^{-j\beta r}}{4\pi r} N_\theta \quad (2.9ก)$$

$$A_\phi = \frac{\mu e^{-j\beta r}}{4\pi r} N_\phi \quad (2.9ข)$$

$$F_\theta = \frac{\epsilon e^{-j\beta r}}{4\pi r} L_\theta \quad (2.9ค)$$

$$F_\phi = \frac{\epsilon e^{-j\beta r}}{4\pi r} L_\phi \quad (2.9ง)$$

โดยอาศัยสมการ (2.9ก) ถึง (2.9ง) สามารถเขียนได้เป็น

$$E_r \cong 0 \quad (2.10ก)$$

$$E_\theta \cong -\frac{j\beta e^{-j\beta r}}{4\pi r} (L_\theta + \eta N_\theta) \quad (2.10ข)$$

$$E_\phi \cong +\frac{j\beta e^{-j\beta r}}{4\pi r} (L_\phi - \eta N_\phi) \quad (2.10ค)$$

$$H_r \cong 0 \quad (2.10ง)$$

$$H_\theta \cong +\frac{j\beta e^{-j\beta r}}{4\pi r} \left(N_\phi - \frac{L_\theta}{\eta} \right) \quad (2.10จ)$$

$$H_\phi \cong -\frac{j\beta e^{-j\beta r}}{4\pi r} \left(N_\theta + \frac{L_\phi}{\eta} \right) \quad (2.10ฉ)$$

โดยที่ β คือ ค่าคงตัวเฟส (phase constant) ซึ่งก็คือจำนวนเฟสที่เปลี่ยนแปลงเมื่อคลื่นเคลื่อนที่ไปเป็นระยะ 1 เมตร โดยมีค่าตามสมการ

$$\beta = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \quad \text{rad/m}$$

η คือ อิมพีแดนซ์อินทรินซิก (intrinsic impedance) ซึ่งเป็นค่าคงที่ที่แสดงคุณสมบัติทางไฟฟ้ากับแม่เหล็กของตัวกลาง และมีค่าเป็น

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \approx 120\pi \quad \Omega$$

เมื่อ μ_0 คือความซึมซาบได้ (permeability) ของปริภูมิว่าง (free space) ซึ่งมีค่าเท่ากับ $4\pi \times 10^{-7}$ H/m

และ ϵ_0 คือสภาพยอม (permittivity) ของปริภูมิว่าง (free space) ซึ่งมีค่าเท่ากับ 8.854×10^{-12} F/m

โดยทั่วไปแล้วตัวแม่พลังงานจะมีโครงสร้างที่สามารถบ่งได้ง่ายโดยอาศัยพิกัดฉาก ซึ่งในลักษณะนี้ \mathbf{N} และ \mathbf{L} สามารถเขียนได้เป็น

$$\mathbf{N} = \iint \mathbf{J}_s e^{+j\beta r' \cos\psi} ds' = \iint (\hat{\mathbf{a}}_x J_x + \hat{\mathbf{a}}_y J_y + \hat{\mathbf{a}}_z J_z) e^{+j\beta r' \cos\psi} ds' \quad (2.11ก)$$

$$\mathbf{L} = \iint \mathbf{M}_s e^{+j\beta r' \cos\psi} ds' = \iint (\hat{\mathbf{a}}_x M_x + \hat{\mathbf{a}}_y M_y + \hat{\mathbf{a}}_z M_z) e^{+j\beta r' \cos\psi} ds' \quad (2.11ข)$$

โดยอาศัยความสัมพันธ์ระหว่างเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในระบบพิกัดฉากเป็นพิกัดทรงกลม ตามสมการเมตริกซ์ต่อไปนี้

$$\begin{bmatrix} \hat{a}_x \\ \hat{a}_y \\ \hat{a}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \theta \cos \phi & \sin \theta \sin \phi & -\sin \theta \\ \cos \theta \cos \phi & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \\ \cos \theta & -\sin \theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{a}_r \\ \hat{a}_\theta \\ \hat{a}_\phi \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

สมการ (2.11ก) และ (2.11ข) สามารถเขียนในรูปพิกัดทรงกลม ในแต่ละองค์ประกอบได้เป็น

$$N_\theta = \iint_S (J_x \cos \theta \cos \phi + J_y \cos \theta \sin \phi - J_z \sin \theta) e^{+j\beta r' \cos \psi} ds' \quad (2.13ก)$$

$$N_\phi = \iint_S (-J_x \sin \phi + J_y \cos \phi) e^{+j\beta r' \cos \psi} ds' \quad (2.13ข)$$

$$L_\theta = \iint_S (M_x \cos \theta \cos \phi + M_y \cos \theta \sin \phi - M_z \sin \theta) e^{+j\beta r' \cos \psi} ds' \quad (2.13ค)$$

$$L_\phi = \iint_S (-M_x \sin \phi + M_y \cos \phi) e^{+j\beta r' \cos \psi} ds' \quad (2.13ง)$$

ในทางปฏิบัติ ตัวแปรสี่จะอิงกับระบบพิกัดฉาก ซึ่งการวางของแผ่นตัวแปรสี่นี้จะแสดงได้ดังรูปที่ 2.3 โดยโครงสร้างในรูปที่ 2.3 รูป ก จะเป็นการวางตัวในแนวระนาบ yz รูป ข จะเป็นการวางตัวในแนวระนาบ xz และ รูป ค จะเป็นการวางตัวในแนวระนาบ xy ซึ่งในแต่ละรูปมีข้อแตกต่างกันตาม องค์ประกอบของกระแส ความแตกต่างของเส้นทางจากแหล่งกำเนิดถึงจุดสังเกต และพื้นที่ปริมาณน้อยๆ ซึ่งจะมีรายละเอียดแสดงได้ ดังที่จะเสนอ ต่อไปนี้

1. องค์ประกอบของกระแส J_x, J_y, J_z, M_x, M_y และ M_z โดยทั่วไปองค์ประกอบที่ไม่เป็นศูนย์ ของ J_x และ M_x คือ

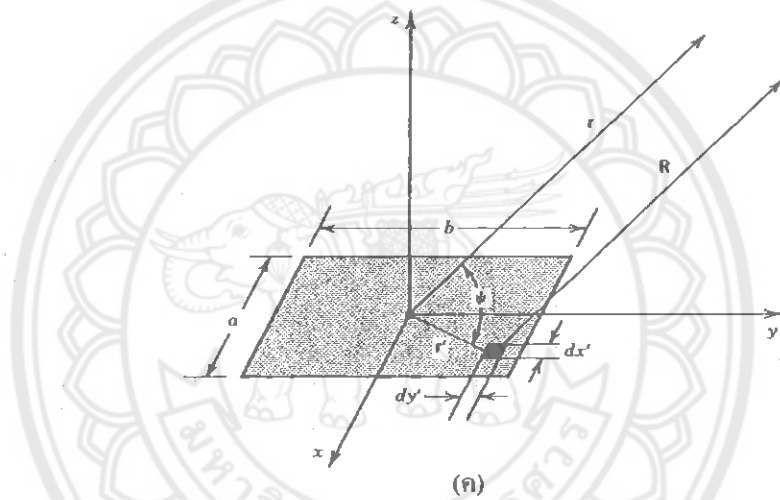
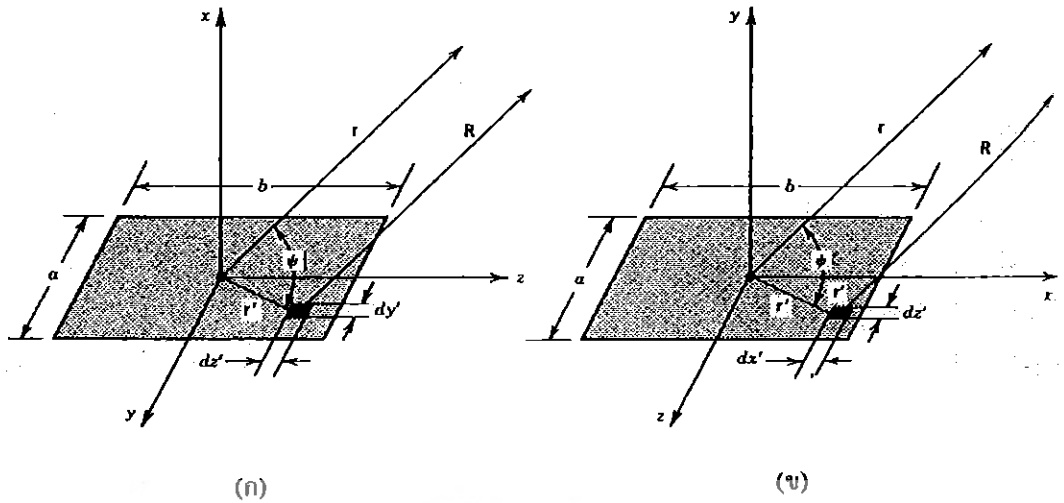
$$J_y, J_z, M_y \text{ และ } M_z \quad (\text{รูปที่ 2.3ก}) \quad (2.14ก)$$

$$J_x, J_z, M_x \text{ และ } M_z \quad (\text{รูปที่ 2.3ข}) \quad (2.14ข)$$

$$J_x, J_y, M_x \text{ และ } M_y \quad (\text{รูปที่ 2.3ค}) \quad (2.14ค)$$

2. ความแตกต่างของเส้นทางจากแหล่งกำเนิดถึงจุดสังเกต

เส้นทางที่แตกต่างกันซึ่งก็คือ $r' \cos \psi$ จะมีค่าเปลี่ยนแปลงไปตามโครงสร้างของตัวแผ่นกระจายคลื่น ดังนี้



รูปที่ 2.3 ช่องเปิดรูปสี่เหลี่ยม และตำแหน่งบนแผ่นแผ่พลังงาน (ก) ระนาบ yz
(ข) ระนาบ xz (ค) ระนาบ xy [2]

$$r' \cos \psi = \mathbf{r}' \cdot \hat{\mathbf{a}}_r = (\hat{\mathbf{a}}_y y' + \hat{\mathbf{a}}_z z') \cdot (\hat{\mathbf{a}}_x \sin \theta \cos \phi + \hat{\mathbf{a}}_y \sin \theta \sin \phi + \hat{\mathbf{a}}_z \cos \theta)$$

$$= y' \sin \theta \sin \phi + z' \cos \theta \quad (\text{รูปที่ 2.3 ก}) \quad (2.15 \text{ ก})$$

$$r' \cos \psi = \mathbf{r}' \cdot \hat{\mathbf{a}}_r = (\hat{\mathbf{a}}_x x' + \hat{\mathbf{a}}_z z') \cdot (\hat{\mathbf{a}}_x \sin \theta \cos \phi + \hat{\mathbf{a}}_y \sin \theta \sin \phi + \hat{\mathbf{a}}_z \cos \theta)$$

$$= x' \sin \theta \cos \phi + z' \cos \theta \quad (\text{รูปที่ 2.3 ข}) \quad (2.15 \text{ ข})$$

$$r' \cos \psi = \mathbf{r}' \cdot \hat{\mathbf{a}}_r = (\hat{\mathbf{a}}_x x' + \hat{\mathbf{a}}_y y') \cdot (\hat{\mathbf{a}}_x \sin \theta \cos \phi + \hat{\mathbf{a}}_y \sin \theta \sin \phi + \hat{\mathbf{a}}_z \cos \theta)$$

$$= x' \sin \theta \cos \phi + y' \sin \theta \sin \phi \quad (\text{รูปที่ 2.3 ค}) \quad (2.15 \text{ ค})$$

3. พื้นที่ปริมาณน้อยๆ ds' มีค่าเป็น

$$ds' = dy' dz' \quad (\text{รูปที่ 2.3 ก}) \quad (2.16 \text{ ก})$$

$$ds' = dx' dz' \quad (\text{รูปที่ 2.3 ข}) \quad (2.16 \text{ ข})$$

$$ds' = dx'dy' \quad (\text{รูปที่ 2.3ค}) \quad (2.16ค)$$

การวิเคราะห์หาสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กในย่านสนามไกล ที่กำเนิดจากตัวแผ่พลังงานสามารถสรุปเป็นขั้นตอนได้ดังนี้

1. เลือกพื้นผิวปิดที่ซึ่งมีการปรากฏของความหนาแน่นกระแส \mathbf{J}_s หรือความหนาแน่นกระแสสมมูล \mathbf{J}_s และ \mathbf{M}_s ซึ่งความหนาแน่นกระแส \mathbf{J}_s เป็นความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าเชิงพื้นผิว (surface current density) ที่มีอยู่ (exist) ตามธรรมชาติ สำหรับความหนาแน่นกระแสสมมูล \mathbf{J}_s และ \mathbf{M}_s จะเป็นกระแสที่ไม่มีอยู่ตามธรรมชาติ แต่เป็นกระแสสร้างขึ้นจากทฤษฎีบทคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า กระแสสมมูลเป็นกระแสในทางทฤษฎีซึ่งสร้างขึ้นเพื่อใช้ในการวิเคราะห์และการคำนวณเท่านั้น
2. กำหนดความหนาแน่นกระแส \mathbf{J}_s หรือกระแสสมมูล \mathbf{J}_s และ \mathbf{M}_s บนพื้นผิว S โดยใช้สมการ

$$\mathbf{J}_s = \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}_a \quad (2.17ก)$$

$$\mathbf{M}_s = -\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}_a \quad (2.17ข)$$

โดยที่ $\hat{\mathbf{n}}$ คือ เวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่พุ่งเข้าพื้นผิว S

\mathbf{E}_a คือ สนามไฟฟ้าบนพื้นผิว S

\mathbf{H}_a คือ สนามแม่เหล็กบนพื้นผิว S

3. หาค่า N_θ , N_ϕ , L_θ และ L_ϕ โดยใช้สมการ (2.13ก) ถึง (2.13ง)
4. หาค่าสนาม \mathbf{E} และ \mathbf{H} โดยใช้สมการ (2.10ก) ถึง (2.10ฉ)

ขั้นตอน 1-4 สามารถเขียนเป็นแผนภูมิ ได้ดังนี้

1. เลือกพื้นที่วัดความหนาแน่น
กระแส J , หรือความหนาแน่น
กระแสสมมูล J_e และ M_e



2. กำหนดความหนาแน่นกระแส J , หรือรูปแบบ
กระแสสมมูล J_e และ M_e , บนพื้นผิว S
$$J_e = \hat{n} \times H_e$$

$$M_e = -\hat{n} \times E_e$$



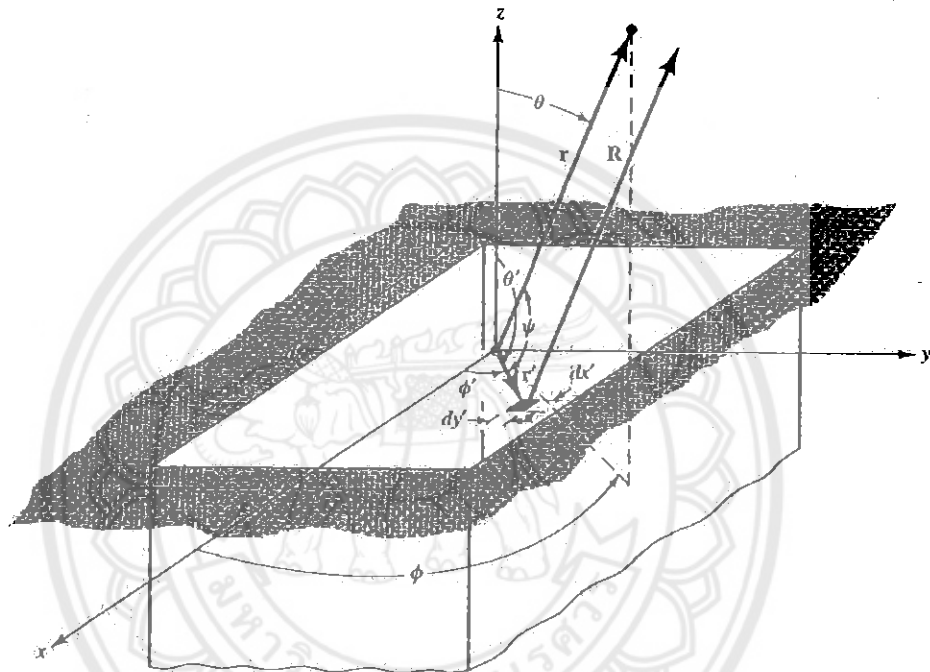
3. หาค่า N_e , N_p , L_e และ L_p



4. หาค่าสนาม E และ H

2.2 การกระจายคงตัวบนระนาบดินไม่จำกัด (Uniform Distribution on an Infinite Ground Plane)

สายอากาศช่องเปิดแรกที่นำมาพิจารณา คือ ช่องเปิดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าติดตั้งบนระนาบดินไม่จำกัด ที่มีความยาวเท่ากับ a และความกว้างเท่ากับ b ดังแสดงในรูปที่ 2.4 สนามไฟฟ้าที่อยู่บนช่องเปิดได้รับการสมมติให้เป็นค่าคงที่ กำหนดโดยสมการ



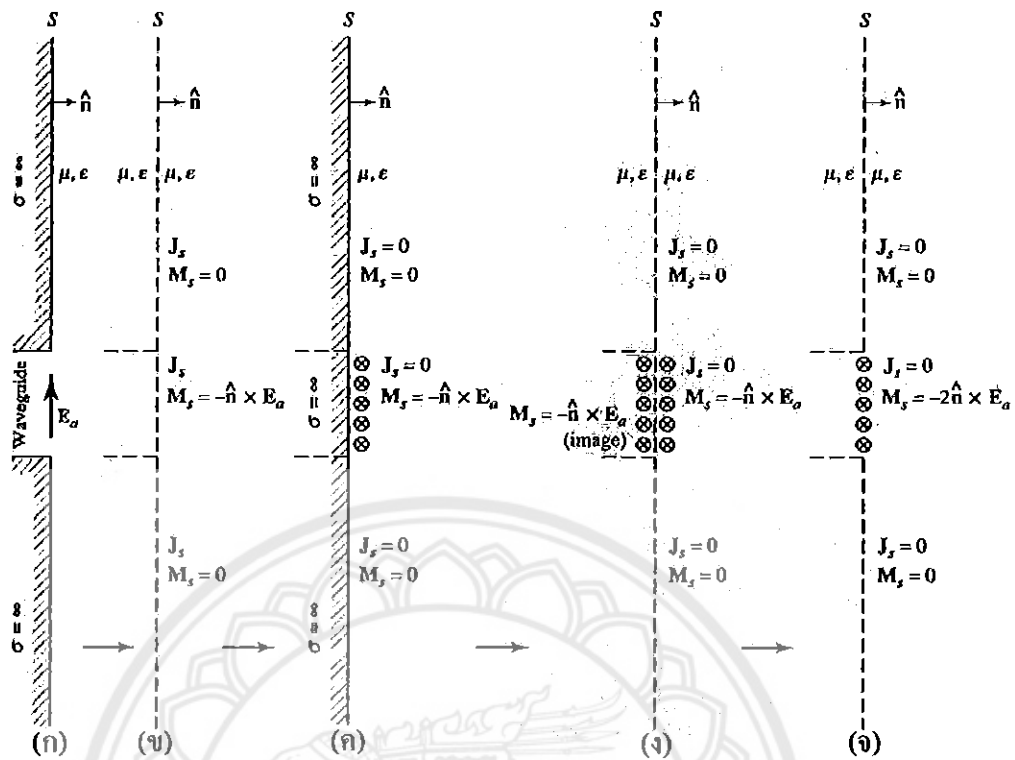
รูปที่ 2.4 สายอากาศช่องเปิดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าติดตั้งบนระนาบดินไม่จำกัด [2]

$$\mathbf{E}_a = \hat{\mathbf{a}}_y E_0, \quad -a/2 \leq x' \leq a/2, \quad -b/2 \leq y' \leq b/2 \quad (2.18)$$

เมื่อ E_0 คือ ค่าคงที่ เพื่อที่จะให้ได้สนามในย่านสนาม จำเป็นต้องทราบกระแสสมมติก่อน ซึ่งสามารถหาได้จากหลักการสมมูลที่จะกล่าวต่อไปนี้

2.2.1 หลักการสมมูล (Equivalent)

เนื่องจากโครงสร้างของสายอากาศทอดค้วไปบนระนาบ $x-y$ ฉะนั้นพื้นผิวปิดจึงได้รับการเลือกให้วางตัวบนระนาบ $x-y$ พื้นผิวปิดจะขยายตัวตั้งแต่ ลบอนันต์ จนถึง อนันต์ เนื่องจากลักษณะทางกายภาพของรูปที่ 2.4 เหมือนกับรูปที่ 2.5 ทำให้ได้สมการสุดท้ายเป็น



รูปที่ 2.5 แบบรูปสมมูลสำหรับท่อนำคลื่นสายอากาศที่ติดตั้งบนระนาบดินไม่จำกัด [2]

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M}_s &= \begin{cases} -2\hat{n} \times \mathbf{E}_a = -2\hat{a}_z \times \hat{a}_y E_0 = +\hat{a}_x 2E_0 & -a/2 \leq x' \leq a/2 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases} \\
 \mathbf{J}_s &= 0 \quad \text{everywhere}
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

2.2.2 สนามที่แผ่ออกไป (Radiation Field)

สนามที่แผ่ออกไปในย่านสนามไกลจากช่องเปิดตามรูปที่ 2.4 สามารถหาได้โดยใช้สมการ (2.10ก)-(2.10ฉ), (2.13ก)-(2.13ง), (2.14ก), (2.15ก), (2.16ก), และ(2.19) ดังนี้

$$\mathbf{N}_\theta = \mathbf{N}_\phi = 0 \tag{2.20}$$

$$\mathbf{L}_\theta = \int_{-b/2}^{+b/2} \int_{-a/2}^{+a/2} [\mathbf{M}_x \cos\theta \cos\phi] e^{jk(x' \sin\theta \cos\phi + y' \sin\theta \sin\phi)} dx' dy' \tag{2.20ก}$$

$$\mathbf{L}_\phi = \cos\theta \cos\phi \left[\int_{-b/2}^{+b/2} \int_{-a/2}^{+a/2} \mathbf{M}_x e^{jk(x' \sin\theta \cos\phi + y' \sin\theta \sin\phi)} dx' dy' \right] \tag{2.20ข}$$

โดยอาศัยการอินทิเกรตตามสมการต่อไปนี้

$$\int_{-c/2}^{+c/2} e^{j\alpha z} dz = c \left[\frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2} c\right)}{\frac{\alpha}{2}} \right] \tag{2.21}$$

สมการ(2.20ข) สามารถลดรูปได้เป็น

$$L_o = 2abE_o \left[\cos \theta \cos \phi \left(\frac{\sin X}{X} \right) \left(\frac{\sin Y}{Y} \right) \right] \quad (2.22)$$

เมื่อ

$$X = \frac{ka}{2} \sin \theta \cos \phi \quad (2.22ก)$$

$$Y = \frac{kb}{2} \sin \theta \sin \phi \quad (2.22ข)$$

ในทำนองเดียวกัน สามารถหา L_ϕ ได้ ดังสมการ

$$L_\phi = -2abE_o \left[\sin \phi \left(\frac{\sin X}{X} \right) \left(\frac{\sin Y}{Y} \right) \right] \quad (2.23)$$

นำสมการ(2.20), (2.22), และ (2.23) แทนลงในสมการ (2.10ก)-(2.10ล) ทำให้ได้สนามที่แผ่ออกไปโดยช่องเปิด เขียนได้เป็น

$$E_r = 0 \quad (2.24ก)$$

$$E_\theta = j \frac{abkE_o e^{-jkr}}{2\pi r} \left[\sin \phi \left(\frac{\sin X}{X} \right) \left(\frac{\sin Y}{Y} \right) \right] \quad (2.24ข)$$

$$E_\phi = j \frac{abkE_o e^{-jkr}}{2\pi r} \left[\cos \theta \cos \phi \left(\frac{\sin X}{X} \right) \left(\frac{\sin Y}{Y} \right) \right] \quad (2.24ค)$$

$$H_r = 0 \quad (2.24ง)$$

$$H_\theta = -\frac{E_\phi}{\eta} \quad (2.24จ)$$

$$H_\phi = +\frac{E_\theta}{\eta} \quad (2.24ฉ)$$

สมการ (2.24ก) - (2.24ฉ) แสดงการกระจายตัวของสนามที่แผ่ออกไปในย่านสนามไกลโดยช่องเปิด ในการใช้งานส่วนใหญ่ จะนิยมใช้แบบรูปหลักระนาบสนามไฟฟ้าและระนาบสนามแม่เหล็ก (principal E - and H -plane patterns) สำหรับโครงสร้างในรูปที่ 2.4 แบบรูประนาบสนามไฟฟ้าอยู่บนระนาบ y - z ($\phi = \pi/2$) และระนาบสนามแม่เหล็กอยู่บนระนาบ x - z ($\phi = 0$) เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

E-Plane ($\phi = \pi/2$)

$$E_r = E_\phi = 0 \quad (2.25ก)$$

$$E_\theta = j \frac{abkE_0 e^{-jkr}}{2\pi r} \left[\frac{\sin\left(\frac{kb}{2} \sin \theta\right)}{\frac{kb}{2} \sin \theta} \right] \quad (2.25ข)$$

H-Plane ($\phi = 0$)

$$E_r = E_\theta = 0 \quad (2.26ก)$$

$$E_\phi = j \frac{abkE_0 e^{-jkr}}{2\pi r} \left\{ \cos \theta \left[\frac{\sin\left(\frac{ka}{2} \sin \theta\right)}{\frac{ka}{2} \sin \theta} \right] \right\} \quad (2.26ข)$$

2.2.3 ความกว้างลำคลื่น (Beamwidths)

สำหรับแบบรูประนาบสนามไฟฟ้าตาม (2.25ข) การแผ่พลังงานที่มากที่สุดคือการแผ่ไปตามแกน z ($\theta = 0$) และคลื่นบอดจะเกิดขึ้นเมื่อ

$$\frac{kb}{2} \sin \theta \Big|_{\theta=\theta_n} = n\pi, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.27)$$

หรือมีมุมเป็น

$$\begin{aligned} \theta_n &= \sin^{-1} \left(\frac{2n\pi}{kb} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{n\lambda}{b} \right) \text{ rad} \\ &= 57.3 \sin^{-1} \left(\frac{n\lambda}{b} \right) \text{ degrees}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (2.27ก)$$

ถ้า $b \gg n\lambda$ สมการ(2.26ก) สามารถลดรูปโดยประมาณค่าได้ดังนี้

$$\theta_n \approx \frac{n\lambda}{b} \text{ rad} = 57.3 \left(\frac{n\lambda}{b} \right) \text{ degrees}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.27ข)$$

ความกว้างลำคลื่นระหว่างคลื่นบอดมีสมการเป็น

$$\begin{aligned} \Theta_n &= 2\theta_n = 2 \sin^{-1} \left(\frac{n\lambda}{b} \right) \text{ rad} \\ &= 114.6 \sin^{-1} \left(\frac{n\lambda}{b} \right) \text{ degrees}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (2.28)$$

สำหรับช่องเปิดที่มีขนาดใหญ่ ที่มีค่า $b \gg n\lambda$ สามารถประมาณค่าได้โดย

$$\Theta_n \approx \frac{2n\lambda}{b} \text{ rad} = 114.6 \left(\frac{n\lambda}{b} \right) \text{ degrees}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.28\text{ก})$$

ความกว้างลำคลื่นคลื่นบอดคู่แรก (first-null beamwidth) สามารถหาค่าได้โดยการให้ $n = 1$ จุดที่มีพลังงานเป็นครึ่งหนึ่งจากค่าสูงสุด จะเกิดขึ้นเมื่อ

$$\frac{kb}{2} \sin \theta \Big|_{\theta=\theta_n} = 1.391 \quad (2.29)$$

หรือมีมุมเป็น

$$\begin{aligned} \theta_n &= \sin^{-1} \left(\frac{2.782}{kb} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{0.443\lambda}{b} \right) \text{ rad} \\ &= 57.3 \sin^{-1} \left(\frac{0.443\lambda}{b} \right) \text{ degrees} \end{aligned} \quad (2.29\text{ก})$$

และถ้า $b \gg 0.443\lambda$ สมการ(2.29ก) สามารถลดรูปโดยประมาณค่าได้ ดังนี้

$$\theta_n \approx \left(0.443 \frac{\lambda}{b} \right) \text{ rad} = 25.38 \left(\frac{\lambda}{b} \right) \text{ degrees} \quad (2.29\text{ข})$$

ดังนั้นความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลัง (half-power beamwidth) สามารถหาได้จากสมการ

$$\Theta_h = 2\theta_n = 2 \sin^{-1} \left(\frac{0.443\lambda}{b} \right) \text{ rad} = 114.6 \sin^{-1} \left(\frac{0.443\lambda}{b} \right) \text{ degrees} \quad (2.30)$$

หรือประมาณค่าได้ (เมื่อ $b \gg 0.443\lambda$)

$$\Theta_h \approx \left(0.886 \frac{\lambda}{b} \right) \text{ rad} = 50.8 \left(\frac{\lambda}{b} \right) \text{ degrees} \quad (2.30\text{ก})$$

ค่าสูงสุดของพู่ขั้วอันดับแรกจะเกิดขึ้นเมื่อ

$$\frac{kb}{2} \sin \theta \Big|_{\theta=\theta_s} = 4.494 \quad (2.31)$$

หรือมุม

$$\theta_s = \sin^{-1}\left(\frac{8.988}{kb}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1.43\lambda}{b}\right) \text{ rad} = 57.3 \sin^{-1}\left(\frac{1.43\lambda}{b}\right) \text{ degrees} \quad (2.31\text{ก})$$

และถ้า $b \gg 1.43\lambda$ สมการ(2.31ก) สามารถลดรูปโดยประมาณค่าได้ ดังนี้

$$\theta_s \approx 1.43\left(\frac{\lambda}{b}\right) \text{ rad} = 81.9\left(\frac{\lambda}{b}\right) \text{ degrees} \quad (2.31\text{ข})$$

ความกว้างลำคลื่นระหว่างพูข้างอันดับแรก (first side lobes beamwidth, FSLBW) มีสมการ ดังนี้

$$\Theta_s = 2\theta_s = 2 \sin^{-1}\left(\frac{1.43\lambda}{b}\right) \text{ rad} = 114.6 \sin^{-1}\left(\frac{1.43\lambda}{b}\right) \text{ degrees} \quad (2.31\text{ค})$$

หรือประมาณค่าได้ (เมื่อ $b \gg 1.43\lambda$)

$$\Theta_s \approx 2.86\left(\frac{\lambda}{b}\right) \text{ rad} = 163.8\left(\frac{\lambda}{b}\right) \text{ degrees} \quad (2.31\text{ง})$$

2.2.4 ระดับพูข้าง (Side Lobe Level)

ค่าสูงสุดของสมการ(2.25ข) ที่พูข้างอันดับแรก (first side lobes) มีค่าเป็น

$$|E_o(\theta = \theta_s)| \approx \left| \frac{\sin(4.494)}{4.494} \right| = 0.217 = -13.26 \text{ dB} \quad (2.32)$$

ซึ่งอยู่ต่ำกว่าค่าสูงสุดของพูหลักเป็นขนาด 13.26 เดซิเบล

ค่าประมาณค่าของค่าสูงสุดของพูข้างอันดับแรก สามารถหาค่าได้จากจุดที่คี่เศษของ (2.25ข) มีค่ามากที่สุด นั่นคือเมื่อ

$$\frac{kb}{2} \sin \theta \Big|_{\theta=\theta_s} \approx \frac{3\pi}{2} \quad (2.33)$$

ดังนั้น

$$|E_o(\theta = \theta_s)| \approx \frac{1}{3\pi/2} = 0.212 = -13.47 \text{ dB} \quad (2.34)$$

จะเห็นว่าค่าที่ได้นั้นจะมีค่าใกล้เคียงกับสมการ (2.32)

สำหรับแบบรูประนาบสนามแม่เหล็กตามสมการ (2.26ข) พารามิเตอร์ต่างๆที่กล่าวมาก็สามารถหา

ได้ในทำนองเดียวกัน เมื่อเปรียบเทียบระหว่างระนาบสนามไฟฟ้าตาม (2.25ข) และระนาบสนามแม่เหล็กตาม (2.26ข) พบว่า สมการทั้งสองจะเหมือนกันยกเว้นพจน์ของ $\cos\theta$ ที่ปรากฏเพิ่มเข้ามาในสมการ (2.26ข) เมื่อตรวจสอบสมการ (2.26ข) จะพบว่าพจน์ $\cos\theta$ จะมีการเปลี่ยนแปลงที่ช้ากว่าพจน์ของ $\sin(k a \sin\theta/2)/(k a \sin\theta/2)$ โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อ a มีค่ามาก ซึ่งในลักษณะนี้ จึงสามารถประมาณพารามิเตอร์ต่างโดยละพจน์ $\cos\theta$ ได้ พารามิเตอร์ที่แสดงไว้ตามสมการ (2.26ก) ก็ยังสามารถใช้ได้กับกรณีระนาบสนามแม่เหล็ก เพียงแต่แทนตัวแปร b ด้วย a

2.2.5 สภาพเจาะจงทิศทาง (Directivity)

สภาพเจาะจงทิศทางเป็นพารามิเตอร์ที่บ่งบอกความสามารถในการส่งหรือรับสัญญาณในทิศทางหนึ่งของสายอากาศ สภาพเจาะจงทิศทางสูงสุดสามารถหาได้จากวิธีดังต่อไปนี้

$$D(\theta, \phi) = \frac{U(\theta, \phi)}{U_0} = \frac{4\pi U(\theta, \phi)}{P_{rad}} \quad (2.35)$$

$$D_{max} = \frac{U(\theta, \phi)|_{max}}{U_0} = \frac{U_{max}}{U_0} = \frac{4\pi U_{max}}{P_{rad}} \quad (2.36)$$

เมื่อ

$D(\theta, \phi)$ คือ สภาพเจาะจงทิศทาง (ไม่มีหน่วย)

D_{max} คือ สภาพเจาะจงทิศทางสูงสุด

$U(\theta, \phi)$ คือ ความเข้มการแผ่พลังงาน (W/unit solid angle)

U_{max} ความเข้มการแผ่พลังงานสูงสุด

P_{rad} คือ พลังงานที่แผ่ออกไป (radiated power) (W)

โดยปกติแล้ว พลังงานที่แผ่ออกไป (radiated power) จะคำนวณจากสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กในย่านสนามไกล ซึ่งสนามมีค่าตาม (2.10ก) - (2.10ค) การคำนวณดังกล่าวนี้จะมี ความยุ่งยากเป็นอย่างมาก เพื่อความสะดวกจะคำนวณจากอีกวิธีหนึ่ง วิธีนี้อาศัยกฎการอนุรักษ์ของพลังงาน ซึ่งก็คือ เนื่องจากตัวกลาง ไม่มีความสูญเสีย (lossless media) พลังงานที่แผ่ออกไปในย่านสนามไกลจึงจะมีค่าเท่ากับ พลังงานที่คำนวณจากสนามที่อยู่บนช่องเปิดของสายอากาศ ความหนาแน่นพลังงานที่คำนวณจากสนามบนช่องเปิดสามารถหาได้จากสมการต่อไปนี้

$$P_{rad} = \iint_s \mathbf{W}_{av} \cdot d\mathbf{s} \quad (2.37)$$

เมื่อความหนาแน่นพลังงานเฉลี่ย $\mathbf{W}_{av} = \frac{1}{2} \text{Re}[\mathbf{E}_a \times \mathbf{H}_a^*]$ โดยที่ \mathbf{E}_a และ \mathbf{H}_a^* คือ สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กบนช่องเปิดของสายอากาศ ตามลำดับ

สำหรับโครงสร้างนี้สนามไฟฟ้ามีค่าตามสมการ (2.24ข) และสนามแม่เหล็กบนช่องเปิดจะได้รับ การสมมติให้มีค่าสัมพันธ์กับสนามไฟฟ้าดังนี้

$$\mathbf{H}_s = -\hat{\mathbf{a}}_x \frac{E_0}{\eta} \quad (2.38)$$

เมื่อ η คือ อิมพีแดนซ์อินทรินซิก (intrinsic impedance) ของอวกาศว่าง ทำให้ได้พลังงานที่อยู่บนช่องเปิดของสายอากาศมีค่าเป็น

$$P_{rad} = \frac{|E_0|^2}{2\eta} = \iint_{s_a} ds = ab \frac{|E_0|^2}{2\eta} \quad (2.39)$$

เพื่อที่จะหาสภาพเจาะจงทิศทาง พารามิเตอร์ที่จำเป็นต้องทราบนอกเหนือจาก P_{rad} ก็คือความเข้ม การแผ่พลังงาน $U(\theta, \phi)$ ซึ่งมีความสัมพันธ์กับความหนาแน่นพลังงานที่แผ่ออกไปตามสมการ ต่อไปนี้

$$U(\theta, \phi) = W_{rad} \cdot \hat{\mathbf{a}}_r r^2 \quad (2.40)$$

เมื่อ

$$W_{rad} = \frac{1}{2} \text{Re} \left[(\hat{\mathbf{a}}_0 E_\theta + \hat{\mathbf{a}}_\phi E_\phi) \times (\hat{\mathbf{a}}_0 H_\theta + \hat{\mathbf{a}}_\phi H_\phi)^* \right] \quad (2.41)$$

ทำให้ได้

$$\begin{aligned} U(\theta, \phi) &= \frac{r^2}{2\eta} \left(|E_\theta(r, \theta, \phi)|^2 + |E_\phi(r, \theta, \phi)|^2 \right) \\ &= \frac{1}{2\eta} \left(|E_\theta^0(\theta, \phi)|^2 + |E_\phi^0(\theta, \phi)|^2 \right) \end{aligned} \quad (2.42)$$

โดยที่ E_θ^0 และ E_ϕ^0 คือ สนามไฟฟ้าในแนว θ และ ϕ ซึ่งไม่ขึ้นกับระยะทาง r ที่อยู่ในย่านสนาม ไกล และเป็นสนามที่แผ่ออกจากสายอากาศช่องเปิด

โดยใช้ค่าสนามในสมการ (2.24ก) - (2.24ข) ค่าสูงสุดของความเข้มการแผ่พลังงาน (U_{max}) เกิดขึ้นที่ θ มีค่าเข้าใกล้ 0° มีค่าเป็น

$$U_{max} = U(\theta, \phi)|_{\max} = \left(\frac{ab}{\lambda} \right)^2 \frac{|E_0|^2}{2\eta} \quad (2.43)$$

ดังนั้น สภาพเจาะจงทิศทางสูงสุด จะมีสมการเป็น

$$D_{\max} = \frac{4\pi U_{\max}}{P_{\text{rad}}} = \frac{4\pi}{\lambda^2} ab = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_p = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{em} \quad (2.44)$$

เมื่อ

A_p คือ พื้นที่ทางกายภาพของช่องเปิด (physical area of aperture)

A_{em} คือ พื้นที่ประสิทธิภาพสูงสุดของช่องเปิด (maximum effective area of aperture)

2.3 การกระจายคงตัวในปริภูมิว่าง (Uniform Distribution in Free Space)

โครงสร้างของสายอากาศที่จะพิจารณาในที่นี้ จะเป็นเช่นเดียวกับกับโครงสร้างตามรูปที่ 2.4 แต่ช่องเปิดจะล้อมรอบด้วยปริภูมิว่าง ไม่ได้ติดตั้งบนระนาบดินไม่จำกัด สนามไฟฟ้า และสนามแม่เหล็กบนช่องเปิดจะได้รับการสมมติให้เป็นค่าคงตัว เขียนได้ดังสมการ

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}_a &= \hat{\mathbf{a}}_y E_0 \\ \mathbf{H}_a &= -\hat{\mathbf{a}}_x \frac{E_0}{\eta} \end{aligned} \right\} -a/2 \leq x' \leq a/2, -b/2 \leq y' \leq b/2 \quad (2.45)$$

เมื่อ E_0 คือ ค่าคงที่

2.3.1 หลักการสมมูล

เนื่องจากบริเวณส่วนใหญ่ที่กำลังรองรับสายอากาศไม่เป็นเป็นตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบหลักการสมมูลจะให้ผลลัพธ์ก็คือกระแสทั้งกระแสไฟฟ้าและกระแสแม่เหล็ก ซึ่งต่างจากสมการของช่องเปิดที่ติดตั้งบนระนาบดินไม่จำกัดที่มีเพียงกระแสแม่เหล็กเพียงอย่างเดียว เมื่อช่องเปิดล้อมรอบด้วยอวกาศว่างความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าสมมูล \mathbf{J}_s และความหนาแน่นกระแสแม่เหล็ก \mathbf{M}_s บนช่องเปิดจะมีสมการเป็น

$$\mathbf{J}_s = \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}_a = \hat{\mathbf{a}}_z \times \left(-\hat{\mathbf{a}}_x \frac{E_0}{\eta} \right) = -\hat{\mathbf{a}}_y \frac{E_0}{\eta} \Rightarrow J_x = J_z = 0 \quad J_y = -\frac{E_0}{\eta} \quad (2.46)$$

$$\mathbf{M}_s = -\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}_a = -\hat{\mathbf{a}}_z \times \hat{\mathbf{a}}_y E_0 = \hat{\mathbf{a}}_x E_0 \Rightarrow M_x = E_0 \quad M_y = M_z = 0 \quad (2.47)$$

2.3.2 สนามที่แผ่ออกไป

ใช้สมการ (2.13ก), (2.15ค) และ (2.16ค) จะสามารถหาค่าของ N_θ ได้เป็น

$$N_\theta = -\frac{abE_0}{\eta} \left\{ \cos\theta \sin\phi \left[\frac{\sin(X)}{X} \right] \left[\frac{\sin(Y)}{Y} \right] \right\} \quad (2.48)$$

เมื่อ

$$X = \frac{ka}{2} \sin \theta \cos \phi$$

$$Y = \frac{kb}{2} \sin \theta \sin \phi$$

N_ϕ , L_θ และ L_ϕ ก็สามารถหาได้ในทำนองเดียวกันโดยใช้ สมการ (2.13ข), (2.13ค) และ (2.13ง)

เมื่อใช้ (2.10ก)-(2.10ค) ทำให้ได้สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กในแต่ละองค์ประกอบที่แผ่ออกไปในย่านสนามไกล ดังนี้

$$E_r = 0 \quad (2.49ก)$$

$$E_\theta = C \sin \phi \frac{(1 + \cos \theta)}{2} \left[\frac{\sin(X)}{X} \right] \left[\frac{\sin(Y)}{Y} \right] \quad (2.49ข)$$

$$E_\phi = C \cos \phi \frac{(1 + \cos \theta)}{2} \left[\frac{\sin(X)}{X} \right] \left[\frac{\sin(Y)}{Y} \right] \quad (2.49ค)$$

$$H_r = 0 \quad (2.49ง)$$

$$H_\theta = -\frac{E_\phi}{\eta} \quad (2.49จ)$$

$$H_\phi = +\frac{E_\theta}{\eta} \quad (2.49ฉ)$$

เมื่อ $C = j \frac{abkE_0 e^{-jkr}}{2\pi r}$

เมื่อเปรียบเทียบสนามที่แผ่ออกไปในกรณีของช่องเปิดที่วางบนระนาบดินไม่จำกัดตามสมการ (2.24ข) กับช่องเปิดที่อยู่วางในปริภูมิว่าง ตามสมการ (2.49ข) พบว่า สมการทั้งสองมีพจน์ที่แตกต่างกันคือพจน์ของ $\frac{(1 + \cos \theta)}{2}$ เมื่อพิจารณา ณ ตำแหน่งยอดพูของพูหลัก $\theta = 0^\circ$ สนามจากทั้งสองกรณีจะเท่ากัน แต่ ณ $\theta = 90^\circ$ ขนาดของสนามจากกรณีโครงสร้างที่วางบนปริภูมิว่างมีค่าเพียงครึ่งหนึ่งของกรณีของช่องเปิดที่ฝังตัวอยู่ในระนาบดินไม่จำกัด หรือในรูปพลังงานจะแตกต่างกัน 6 dB

2.3.3 ความกว้างลำคลื่นและระดับพูข้าง

ในการหาค่าความกว้างลำคลื่นและตำแหน่งที่พูข้างมีค่าสูงสุด โดยปกติจะสมมติให้พจน์ของ $\frac{(1 + \cos \theta)}{2}$ จะมีการเปลี่ยนแปลงช้ากว่าพจน์ของ $\sin(ka \sin \theta / 2) / (ka \sin \theta / 2)$ หรือพจน์

ของ $\sin(kb\sin\theta/2)/(kb\sin\theta/2)$ ทำให้สามารถละพจน์ดังกล่าวได้ การสมมติที่ว่านี้จะให้ผลลัพธ์ที่ใกล้เคียงกับค่าจริงมากขึ้นเมื่อขนาดของช่องเปิด (a,b) มีค่ามากขึ้น

2.3.4 สภาพเจาะงทศทาง

เนื่องจากแบบรูปสนามที่ได้จากช่องเปิดสำหรับกรณีนี้มีความคล้ายกันมากกับกรณีช่องปิดบนระนาบดินไม่จำกัด โดยเฉพาะพหุคูณ จะนั้นสภาพเจาะงทศทางจึงมีลักษณะคล้ายคลึงกัน

2.4 การกระจายในแบบแผนคลื่น TE_{10} บนระนาบดินไม่จำกัด (TE_{10} -Mode Distribution on an Infinite Ground Plane)

สายอากาศช่องเปิดที่นิยมใช้ในทางปฏิบัติ คือสายอากาศที่มีภาคตัดขวางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าวางบนระนาบดินไม่จำกัด ที่ซึ่งสนามมีแบบแผนคลื่น (mode) เป็น TE_{10} สนามไฟฟ้าบนช่องเปิดในแบบแผนคลื่นนี้สามารถแสดงได้ตามสมการ (2.50) โดยสนามไฟฟ้าในองค์ประกอบอื่น รวมถึงสนามแม่เหล็ก และแบบแผนคลื่นในท่อนำคลื่นได้แสดงรายละเอียดไว้ในภาคผนวก (ข)

$$E_a = \hat{a}_y E_0 \cos\left(\frac{\pi}{a} x'\right) \begin{cases} -a/2 \leq x' \leq +a/2 \\ -b/2 \leq y' \leq +b/2 \end{cases} \quad (2.50)$$

โดยอาศัยขั้นตอนเดียวกับกรณีการกระจายคงตัวบนระนาบดินไม่จำกัดจะสนามในย่านสนามไกลมีค่าเป็น

$$E_r = 0 \quad (2.51ก)$$

$$E_\theta = -\frac{\pi}{2} C \sin\phi \frac{\cos X}{(X)^2 - \left(\frac{\pi}{2}\right)^2} \frac{\sin(Y)}{Y} \quad (2.51ข)$$

$$E_\phi = -\frac{\pi}{2} C \cos\theta \cos\phi \frac{\cos X}{(X)^2 - \left(\frac{\pi}{2}\right)^2} \frac{\sin(Y)}{Y} \quad (2.51ค)$$

$$H_r = 0 \quad (2.51ง)$$

$$H_\theta = -\frac{E_\phi}{\eta} \quad (2.51จ)$$

$$H_\phi = +\frac{E_\theta}{\eta} \quad (2.51ฉ)$$

เมื่อ $C = j \frac{abkE_0 e^{-jk r}}{2\pi r}$

เมื่อหาจากสนามที่กระจายบนช่องเปิด พลังงานที่แผ่ออกไปมีค่าเท่ากับ

$$P_{rad} = \oint_S \mathbf{W}_{av} \cdot d\mathbf{s} = ab \frac{|E_0|^2}{4\eta} \quad (2.52)$$

ค่าสูงสุดของความเข้มการแผ่พลังงาน เกิดขึ้นที่ $\theta = 0^\circ$ มีค่าดังนี้

$$U_{max} = \frac{8}{\pi^2} \left(\frac{ab}{\lambda} \right)^2 \frac{|E_0|^2}{4\eta} \quad (2.53)$$

ดังนั้นค่าสภาพเจาะจงทิศทางมีสมการเป็น

$$D_{max} = \frac{8}{\pi^2} \left[ab \left(\frac{4\pi}{\lambda^2} \right) \right] = 0.81 \left[ab \left(\frac{4\pi}{\lambda^2} \right) \right] = 0.81 A_p \left(\frac{4\pi}{\lambda^2} \right) = A_{em} \left(\frac{4\pi}{\lambda^2} \right) \quad (2.54)$$

โดยทั่วไป ค่าสูงสุดพื้นที่ประสิทธิผล A_{em} จะสัมพันธ์กับค่าพื้นที่ทางกายภาพ A_p โดย

$$A_{em} = \varepsilon_{ap} A_p, \quad 0 \leq \varepsilon_{ap} \leq 1 \quad (2.55)$$

เมื่อ ε_{ap} คือ ค่าประสิทธิผลของช่องเปิด สำหรับกรณีนี้ $\varepsilon_{ap} = 8/\pi^2 \cong 0.81$

บทที่ 3

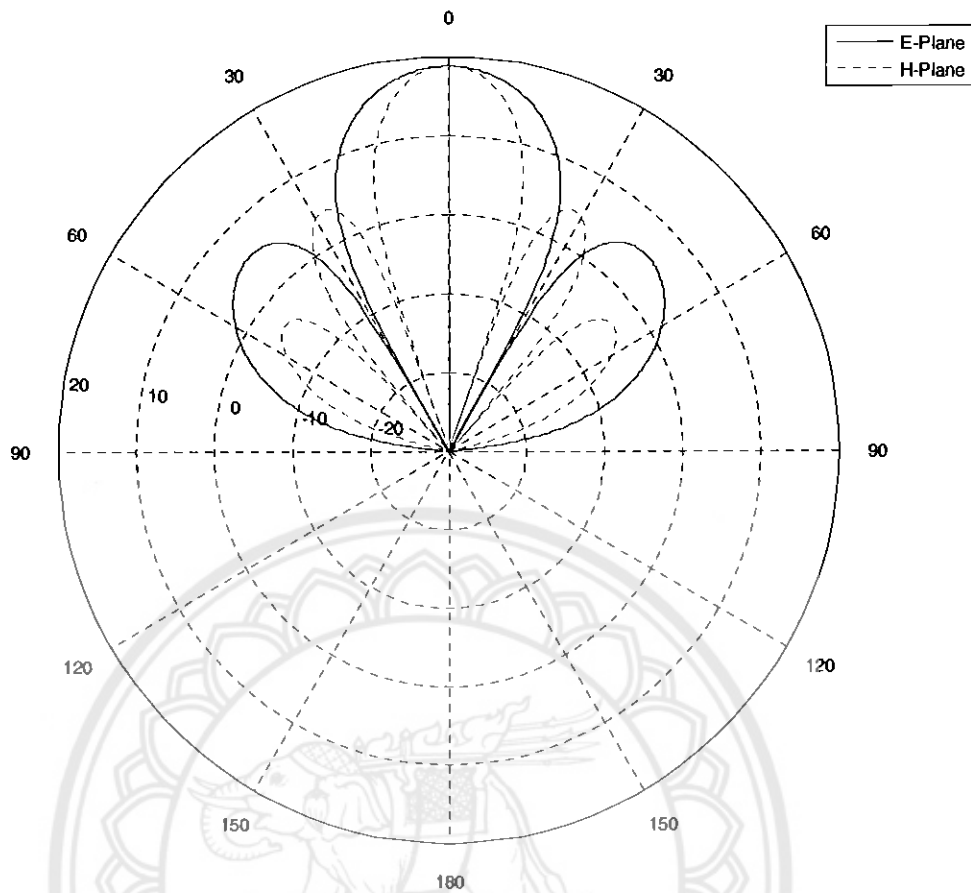
ผลการวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิด

ในบทนี้จะกล่าวถึงผลการวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิด โดยอาศัยหลักการและทฤษฎีในบทก่อนหน้านี้ ลำดับแรกจะกล่าวถึงผลการวิเคราะห์ในกรณีสายอากาศวางบนระนาบดินไม่จำกัด ลำดับถัดไปจะกล่าวถึงกรณีช่องเปิดที่วางในปริภูมิว่าง ตามด้วยกรณีที่เป็นแบบแผ่นคลื่นบนช่องเปิดเป็น TE_{10} โดยผลการวิเคราะห์จะแสดงในรูปของสภาพเจาะจงทิศทาง และท้ายสุดจะกล่าวถึงพารามิเตอร์ที่สำคัญอื่นๆ เช่นความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลัง (Half-Power Beamwidth) และระดับพูข้าง (Side Lobe Level)

3.1 สายอากาศช่องเปิดวางบนระนาบดินไม่จำกัด

พิจารณาสายอากาศช่องเปิดที่วางบนระนาบดินไม่จำกัด ดังแสดงในรูปที่ 2.4 ช่องเปิดวางอยู่บนระนาบ $x-y$ โดยที่มีขนาด a และ b ตามแนวแกน x และ y ตามลำดับ สนามไฟฟ้าที่ช่องเปิดได้รับการสมมติให้เป็นค่าคงที่ซึ่งกำหนดโดย สมการ (2.18) เมื่อใช้หลักการสมมูลทำให้ได้ความหนาแน่นกระแสแม่เหล็กเขียนได้ตามสมการ (2.19)

การวิเคราะห์ในย่านสนามไกล ทำให้ได้สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กดังสมการ (2.24ก) - (2.24ข) และสามารถนำมาวาดเป็นแบบรูปสภาพเจาะจงทิศทางได้ดังแสดงในรูปที่ 3.1

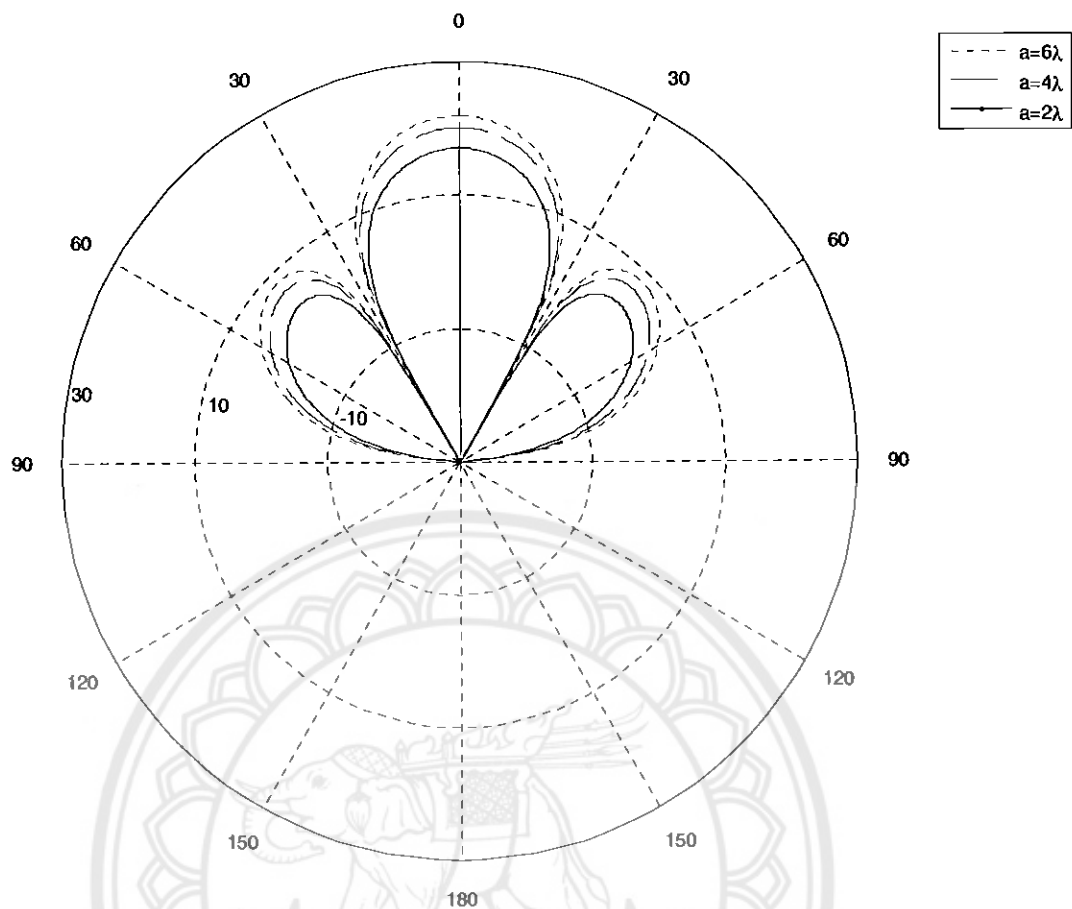


รูปที่ 3.1 แบบรูปสภาพเจาะจงทิศทางของช่องเปิดบนระนาบดินไม่จำกัด เมื่อ $a = 3\lambda$ และ $b = 2\lambda$

รูปที่ 3.1 แสดงแบบรูปสภาพเจาะจงทิศทางสำหรับกรณีสายอากาศวางบนระนาบดินไม่จำกัดเมื่อ $a = 3\lambda$ และ $b = 2\lambda$ เส้นทึบแสดงสภาพเจาะจงทิศทางสำหรับกรณีระนาบสนามไฟฟ้า (E-plane) และเส้นประสำหรับกรณี ระนาบสนามแม่เหล็ก (H-plane) จะเห็นได้ว่า แบบรูปมีพูสามพู สำหรับ E-plane และมีห้าพูสำหรับกรณี H-plane ครอบคลุมบริเวณปริภูมิว่างด้านหน้าของช่องเปิด สภาพเจาะจงทิศทาง ณ ยอดพูของพูหลัก ซึ่งเป็นสภาพเจาะจงทิศทางสูงสุด จากกรณีทั้งสองนี้มีค่าเท่ากัน และเท่ากับ 18.7736 dB ค่าที่ได้จะสอดคล้องกับผลลัพธ์ที่ได้จากสมการ (2.44) และได้สรุปไว้ในภาคผนวก (ค)

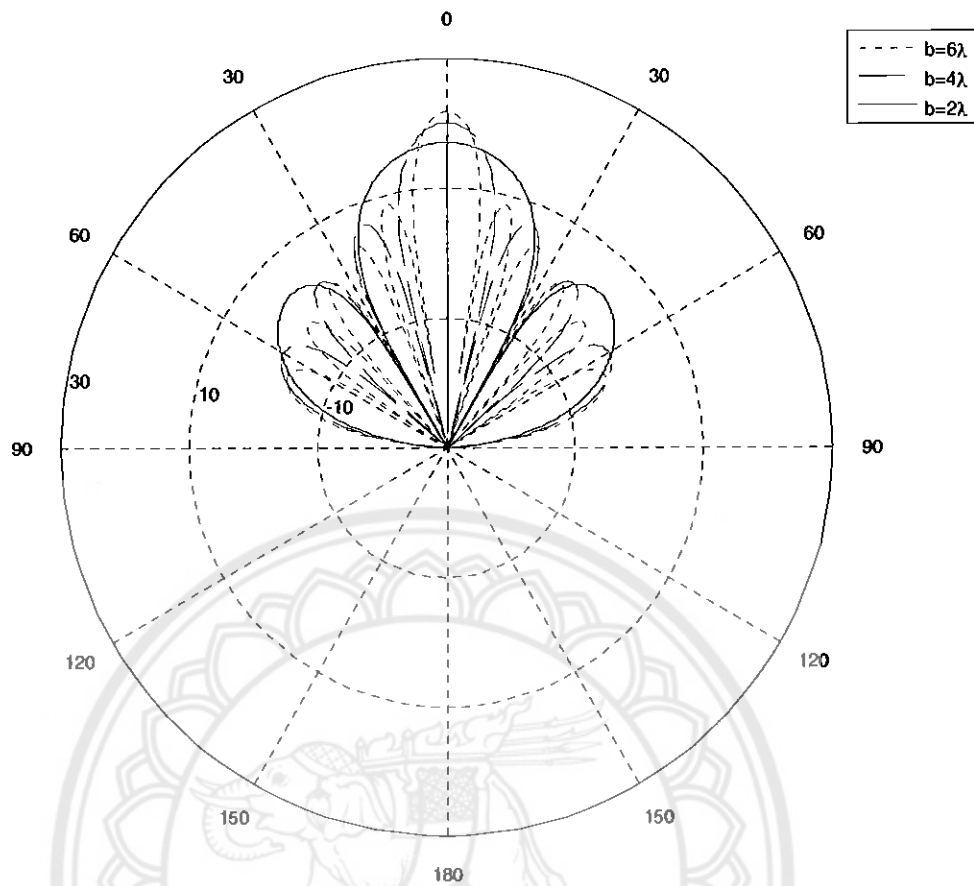
รูปที่ 3.2 แสดงสภาพเจาะจงทิศทางบนระนาบสนามไฟฟ้า (E-plane) เมื่อ แปรเปลี่ยนขนาดของช่องเปิด โดยให้ a มีค่าเป็น 2λ , 4λ และ 6λ เมื่อ b เป็นค่าคงที่เท่ากับ 2λ จะเห็นได้ว่า จะเห็นได้ว่าเมื่อ a เพิ่มขึ้น สภาพเจาะจงทิศทางจะมีค่าเพิ่มขึ้นด้วย ในที่นี้มีค่าเท่ากับ 17.0127 dB, 20.023 dB และ 21.7839 dB เมื่อ $a = 2\lambda$, 4λ และ 6λ ตามลำดับ

15736262
 2/6.
 076827
 2552



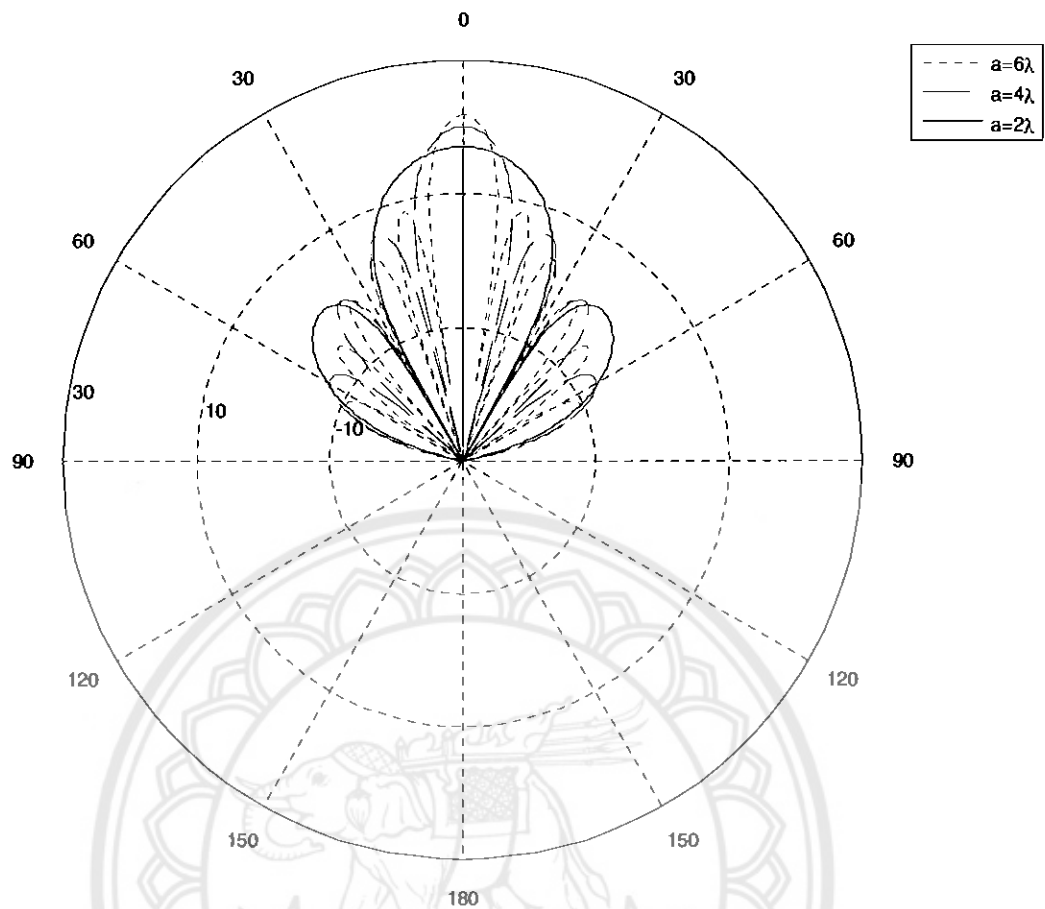
รูปที่ 3.2 แบบรูปสภาพเจาะงทิศทางบนระนาบสนามไฟฟ้าโดยคงค่า $b = 2\lambda$ และแปรเปลี่ยนค่า a

รูปที่ 3.3 แสดงสภาพเจาะงทิศทางบนระนาบสนามไฟฟ้า เมื่อ b มีค่าเป็น 2λ , 4λ และ 6λ โดยที่ a เป็นค่าคงที่และเท่ากับ 2λ เช่นเดียวกันกับกรณีรูปที่ 3.2 จะเห็นได้ว่าเมื่อขนาด b เพิ่มขึ้น สภาพเจาะงทิศทางจะมีค่าเพิ่มขึ้น ซึ่งมีค่าเท่ากับ 17.0127 dB, 20.023 dB และ 21.7839 dB เมื่อ $b = 2\lambda$, 4λ และ 6λ ตามลำดับ แต่สำหรับกรณีนี้พบว่าเมื่อ b มีค่าเพิ่มขึ้นจำนวนพูจะเพิ่มขึ้นด้วย ในที่นี้เมื่อ $b = 2\lambda$, 4λ และ 6λ จำนวนพูที่ครอบคลุมด้านหน้าของช่องเปิดจะเท่ากับ 3, 7 และ 11 ตามลำดับ

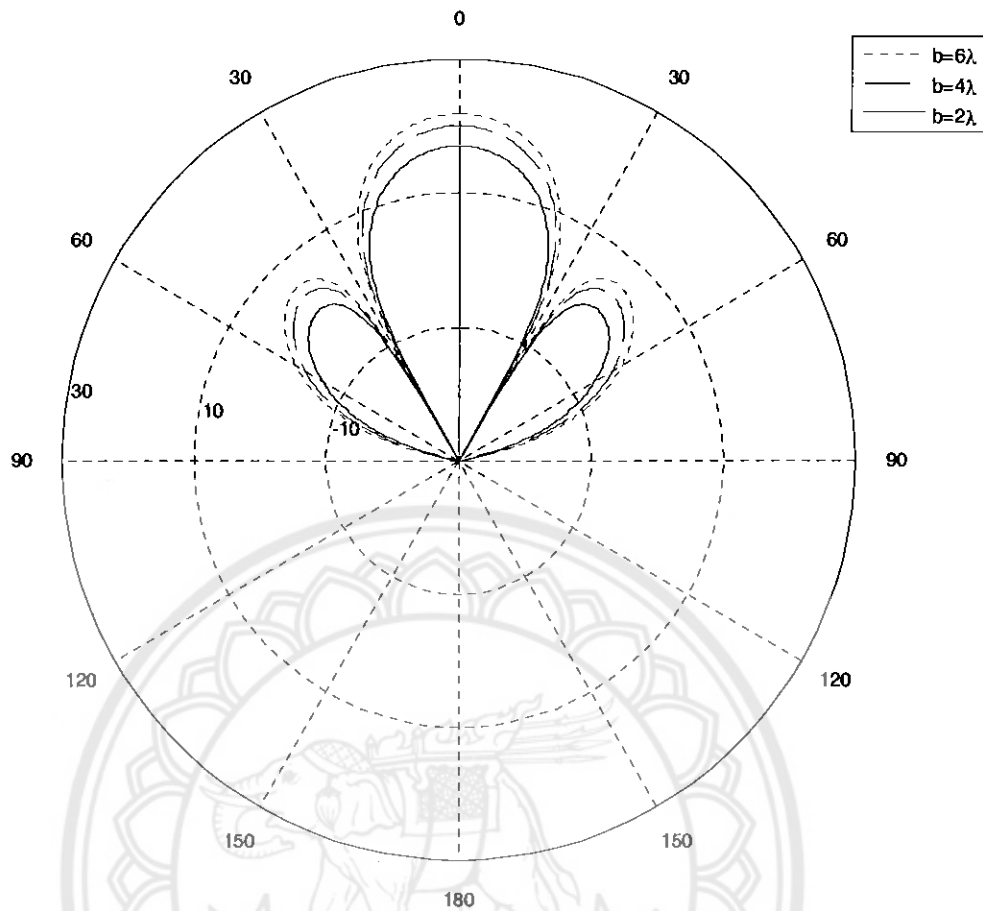


รูปที่ 3.3 แบบรูปสภาพเจาะงทิศทางบนระนาบสนามไฟฟ้าโดยคงค่า $a = 2\lambda$ และแปรเปลี่ยนค่า b

รูปที่ 3.4 แสดงสภาพเจาะงทิศทางบนระนาบสนามแม่เหล็กเมื่อ a มีค่าเป็น 2λ , 4λ และ 6λ เมื่อ b เป็นค่าคงที่เท่ากับ 2λ จะเห็นได้ว่าเมื่อ a เพิ่มขึ้น สภาพเจาะงทิศทางและจำนวนพูทั้งหมดมีค่าเพิ่มขึ้น รูปที่ 3.5 เป็นกรณีของระนาบสนามแม่เหล็กเมื่อแปรเปลี่ยนค่า b ซึ่งพบว่าสภาพเจาะงทิศทางมีแนวโน้มสอดคล้องกับกรณีทีกล่าวมาแล้ว



รูปที่ 3.4 แบบรูปสภาพเจาะงทิตทางบนระนาบสนามแม่เหล็ก โดยคงค่า $b = 2\lambda$ และแปรเปลี่ยนค่า a



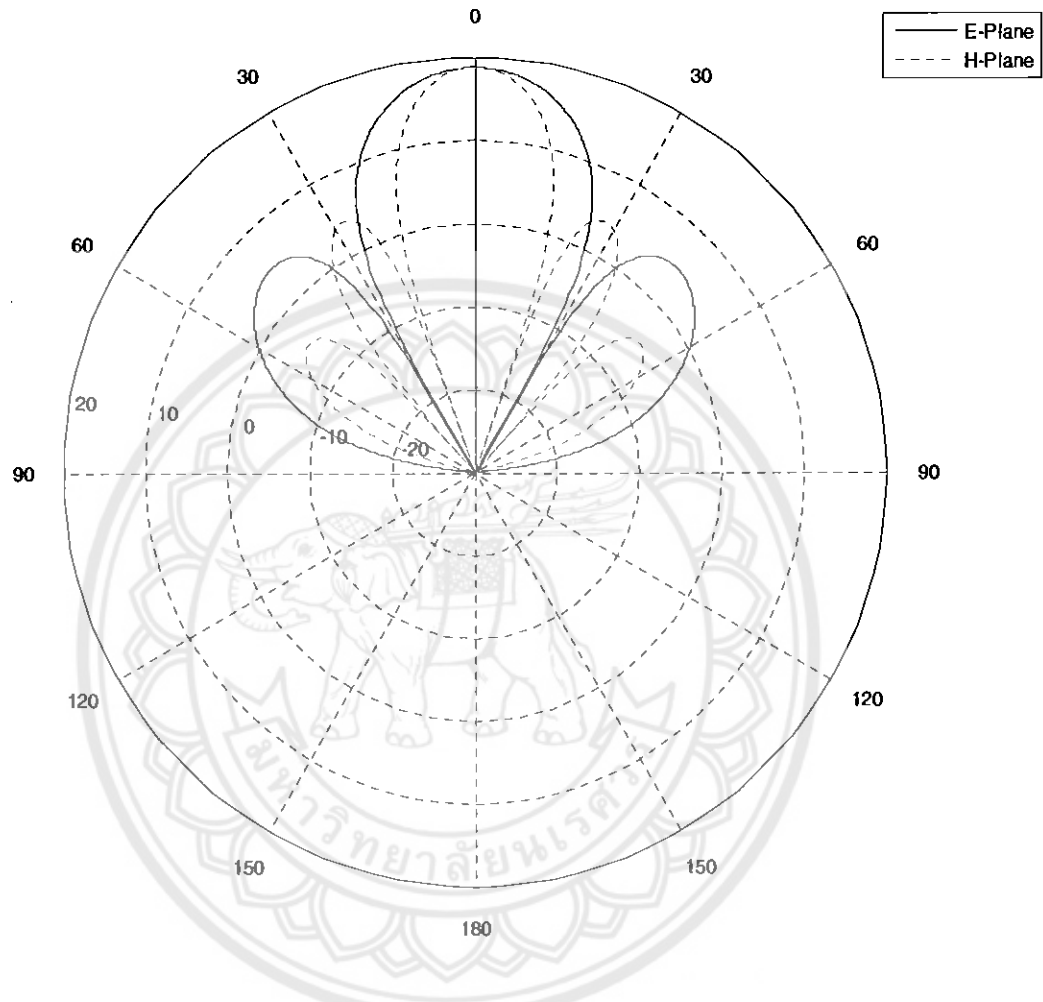
รูปที่ 3.5 แบบรูปสภาพเจาะงทิศทางบนระนาบสนามแม่เหล็ก โดยคงค่า $a = 2\lambda$ และแปรเปลี่ยนค่า b

3.2 สายอากาศช่องเปิดวางในปริภูมิว่าง

โครงสร้างของสายอากาศที่จะนำมาวิเคราะห์ในกรณีนี้จะเป็นเช่นเดียวกับรูปที่ 2.4 เพียงแต่ระนาบดินจะได้รับการแทนที่ด้วยปริภูมิว่าง ช่องเปิดยังวางบนระนาบ $x-y$ ทั้งสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กก็ยังคงได้รับการสมมติให้เป็นค่าคงที่ที่กำหนดโดยสมการ (2.45) เมื่ออาศัยหลักการสมมูล ทำให้ได้ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า \mathbf{J}_s และความหนาแน่นกระแสแม่เหล็ก \mathbf{M}_s เขียนได้ดังสมการ (2.46) และ (2.47) ตามลำดับ

แบบรูปสภาพเจาะงทิศทางสำหรับระนาบไฟฟ้าและระนาบสนามแม่เหล็ก แสดงได้ดังรูปที่ 3.6 เส้นทึบเป็นกรณีของระนาบสนามไฟฟ้า และเส้นประเป็นกรณีของระนาบสนามแม่เหล็ก เนื่องจากพจน์ $(1 + \cos\theta)/2$ ที่เพิ่มเข้ามาในสมการ (2.49ข) และ (2.49ค) จะมีการเปลี่ยนแปลงของค่าซ้ำกว่าเมื่อเทียบกับพจน์ที่เหลืออยู่ กราฟที่ได้จึงมีลักษณะคล้ายคลึงกับกรณีสายอากาศวางบนระนาบดิน แต่อย่างไรก็ตามพจน์ $(1 + \cos\theta)/2$ จะส่งผลต่อสภาพเจาะงทิศทางมากขึ้นเมื่อมุม θ มีค่าเข้าใกล้ 90 องศา สภาพภาพเจาะงทิศทาง ณ ยอดพูของพูหลัก ซึ่งก็คือสภาพเจาะงทิศทาง

สูงสุด จากกรณีนี้ทั้งระนาบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กนี้มีค่าเท่ากัน และเท่ากับ 18.7736 dB และเท่ากันกับกรณีสายอากาศวางบนระนาบดิน แต่เมื่อ θ เข้าใกล้ 90 องศา สภาพเจาะจงทิศทางสำหรับกรณีปริภูมิว่าง จะมีค่าต่ำกว่ากรณีระนาบดิน 6 dB สำหรับโครงสร้างเดียวกัน



รูปที่ 3.6 แบบรูปสภาพเจาะจงทิศทางของช่องเปิดในปริภูมิว่าง เมื่อ $a = 3\lambda$ และ $b = 2\lambda$

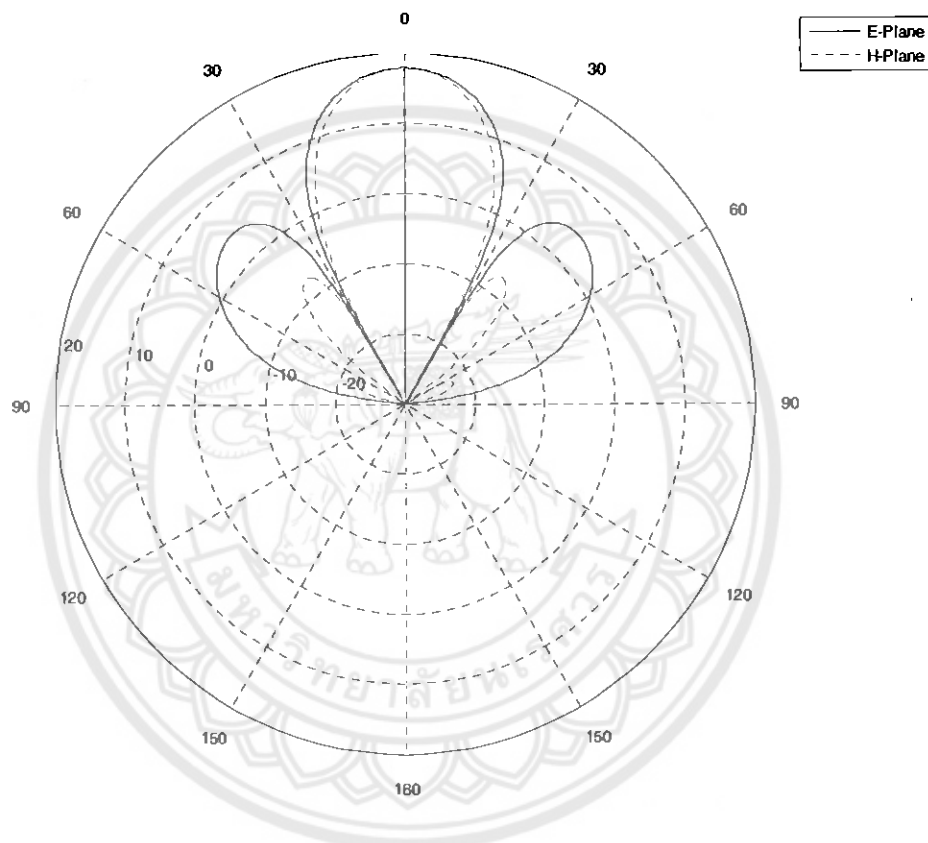
3.3 สายอากาศช่องเปิดที่มีการกระจายในแบบแผนคลื่น TE_{10}

สายอากาศช่องเปิดที่นิยมใช้ในทางปฏิบัติ คือสายอากาศที่มีภาคตัดขวางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า วางบนระนาบดินไม่จำกัด ที่ซึ่งสนามมีแบบแผนคลื่น (mode) เป็น TE_{10} สนามไฟฟ้าในแบบแผนคลื่นนี้สามารถแสดงได้ตามสมการ (2.51ก) - (2.51จ) โดยสนามไฟฟ้าในองค์ประกอบอื่น รวมถึงสนามแม่เหล็ก และแบบแผนคลื่นในท่อนำคลื่นได้แสดงรายละเอียดไว้ในภาคผนวก (ข)

โครงสร้างที่นำมาวิเคราะห์ก็เป็นเช่นเดียวกับกรณีสายอากาศที่วางบนระนาบดิน เมื่อสนามมีแบบแผนคลื่นเป็น TE_{10} สภาพเจาะจงทิศทางสามารถได้ดังรูปที่ 3.7 เช่นเดียวกับที่กล่าวมา เส้นทึบและเส้นประเป็นกรณีสำหรับระนาบสนามไฟฟ้า และสนามแม่เหล็ก ตามลำดับ

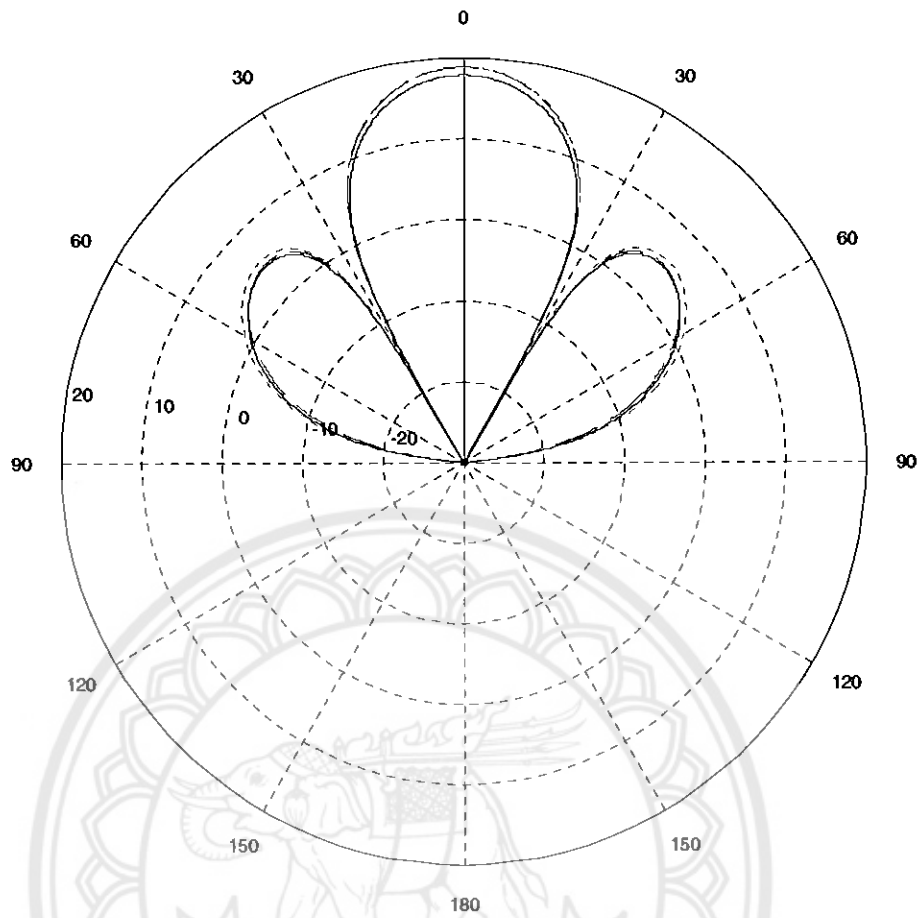
แบบรูปแสดงจำนวนพูเท่ากันกับในกรณีที่สนามมีการกระจายคงตัว สภาพเจาะงทศทางสูงสุดสำหรับกรณีระนาบสนามไฟฟ้าและระนาบสนามแม่เหล็กเกิดขึ้น ณ $\theta = 0$ องศา และมีค่าเท่ากันซึ่งเท่ากับ 17.8615 dB ค่าที่ได้จะสอดคล้องกับผลลัพธ์ที่แสดงไว้ในภาคผนวก (ค)

เมื่อ θ แปรเปลี่ยนจาก 0 ไปถึง 90 องศา ระดับพลังงานของพुरอง (minor lobe) ในแบบแผนคลื่น TE_{10} ของระนาบสนามแม่เหล็กจะลดลงเร็วกว่าเมื่อเทียบกับกรณีระนาบดินที่สนามมีการกระจายคงตัว



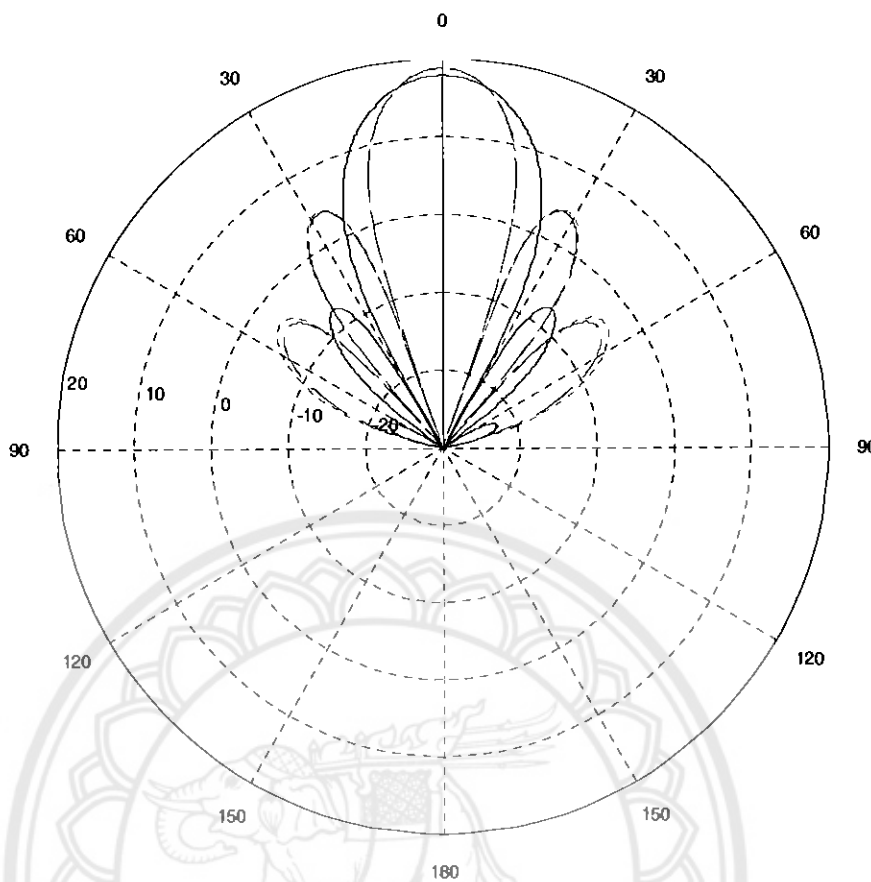
รูปที่ 3.7 แบบรูปสภาพเจาะงทศทางของช่องเปิด TE_{10} บนระนาบดินไม่จำกัดเมื่อ $a = 3\lambda$ และ $b = 2\lambda$

การเปรียบเทียบสภาพเจาะงทศทางของสายอากาศบนระนาบดินไม่จำกัด สายอากาศวางในปริภูมิว่าง และ สายอากาศที่มีแบบแผนคลื่น TE_{10} แสดงไว้ในรูปที่ 3.8 สำหรับกรณีระนาบสนามไฟฟ้า และรูปที่ 3.9 สำหรับกรณีระนาบสนามแม่เหล็ก



- Uniform distribution on an infinite ground plane
 - - - - - Uniform distribution in free space
 ———— TE_{10} -Mode distribution on an infinite ground plane

รูปที่ 3.8 สภาพกระจายทิศทางของสายอากาศช่องเปิด บนระนาบสนามไฟฟ้า เมื่อ $a = 3\lambda$ และ $b = 2\lambda$



- Uniform distribution on an infinite ground plane
- Uniform distribution in free space
- TE₁₀-Mode distribution on an infinite ground plane

รูปที่ 3.9 สภาพเจาะจงทิศทางของสายอากาศช่องเปิด บนระนาบสนามแม่เหล็ก เมื่อ $a = 3\lambda$ และ $b = 2\lambda$

ในรูปที่ 3.8 จะเห็นได้ว่าสภาพเจาะจงสูงสุดในกรณีสายอากาศติดตั้งบนระนาบดินไม่จำกัดกับกรณีติดตั้งในปริภูมิว่างมีค่าเท่ากันและมีค่าเท่ากับ 18.7736 แต่สำหรับกรณีแบบแผ่นคลื่น TE₁₀ สภาพเจาะจงทิศทางสูงสุดจะมีค่าเป็น 17.8615 ซึ่งน้อยกว่าสองกรณีแรก ผลที่ได้นี้ทั้งสามกรณีนี้จะสอดคล้องกับค่าที่แสดงในภาคผนวก (ค)

ในรูปที่ 3.9 สภาพเจาะจงทิศทางสูงสุดในกรณีบนระนาบดินและกรณีปริภูมิว่างจะมีค่าเท่ากันและเท่ากับ 18.7736 แต่สำหรับกรณีแบบแผ่นคลื่น TE₁₀ จะมีสภาพเจาะจงทิศทางต่ำกว่า ซึ่งมีค่าเป็น 17.8615 กราฟทั้งสามกรณีนี้มีพู่ทั้งหมดห้าพู่ เมื่อมุมยกแปรเปลี่ยนจาก 0 ไปถึง 90 องศา ระดับของพู่รอง (minor lobe) จะลดลงเร็วกว่าเมื่อเทียบกับกรณีที่สนามมีการกระจายคงตัว เมื่อตรวจสอบระดับพู่ข้าง พบว่า ระดับพู่ข้างของ TE₁₀ จะมีค่าเท่ากับ 25.1499 และสำหรับกรณีบนระนาบดินและปริภูมิว่างมีค่าเป็น 14.3635 ซึ่งมากกว่า กรณี TE₁₀ 10.7864 เมื่อพิจารณาความ

ระนาบดินและปริภูมิว่างมีค่าเป็น 14.3635 ซึ่งมากกว่า กรณี TE_{10} 10.7864 เมื่อพิจารณาความกว้างครึ่งกำลัง พบว่า ความกว้างครึ่งกำลังของ TE_{10} จะมีค่าเท่ากับ 22.248 และสำหรับกรณีระนาบดินและปริภูมิว่างมีค่าเป็น 16.7353 ซึ่งกรณี TE_{10} มากกว่า 5.5127

3.4 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลัง ระดับพูข้าง

พารามิเตอร์ที่สำคัญของสายอากาศก็คือ ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลัง (Half-Power Beamwidth, HPBW) และระดับพูข้าง (Side Lobe Level, SLL) สำหรับกรณีช่องเปิดวางบนระนาบดินไม่จำกัด และเมื่อพิจารณาบนระนาบสนามไฟฟ้า พารามิเตอร์เหล่านี้แสดงได้ดังตารางที่ 3.1 จะเห็นได้ว่าเมื่อ เมื่อเพิ่มขนาดของช่องเปิด (a หรือ b) สภาพเจาะจงทิศทางจะเพิ่มขึ้น โดยที่ระดับพูข้างแทบจะไม่มีเปลี่ยนแปลง ค่า a ที่แปรเปลี่ยนไปจะไม่ส่งผลความกว้างครึ่งกำลัง

ตารางที่ 3.2 แสดงพารามิเตอร์เดียวกันนี้ เมื่อพิจารณาบนระนาบสนามแม่เหล็ก เช่นเดียวกับกรณีระนาบสนามไฟฟ้าจะเห็นได้ว่าเมื่อ เมื่อเพิ่มขนาดของช่องเปิด สภาพเจาะจงทิศทางจะเพิ่มขึ้น โดยที่ระดับพูข้างลดลง แต่อย่างไรก็ตาม การเปลี่ยนค่า a จะส่งผลต่อ HPBW ในลักษณะที่ว่า เมื่อ a เพิ่มขึ้น HPBW จะมีค่าลดลง การเปลี่ยนแปลงค่า b จะไม่ส่งผลความกว้างครึ่งกำลัง

ตารางที่ 3.3 แสดงพารามิเตอร์ต่างๆสำหรับกรณีระนาบสนามไฟฟ้าของช่องเปิดที่วางในปริภูมิว่าง จะเห็นได้ว่าค่าสภาพเจาะจงทิศทาง SLL และ HPBW มีค่าใกล้เคียงกับค่าในตารางที่ 3.1 มาก

ตารางที่ 3.4 แสดงพารามิเตอร์เดียวกันนี้ เมื่อพิจารณาช่องเปิดที่วางบนระนาบดินไม่จำกัด และสนามอยู่ภายในแบบแผนคลื่น TE_{10} จะเห็นได้ว่าแนวโน้มของพารามิเตอร์ต่างๆ อยู่ในลักษณะเดียวกันกับกรณีการกระจายคงตัว (ตามตารางที่ 3.1) กล่าวคือ เมื่อเพิ่มขนาดช่องเปิด สภาพเจาะจงทิศทางจะเพิ่มขึ้น ระดับพูข้างแทบจะไม่เปลี่ยนแปลง ค่า a จะไม่ส่งผลต่อ HPBW และตารางที่ 3.5 แสดงสำหรับกรณีสนามแม่เหล็ก จะเห็นได้ว่า เมื่อ a เพิ่มขึ้น HPBW จะมีค่าลดลง การเปลี่ยนแปลงค่า b จะไม่ส่งผลความกว้างครึ่งกำลัง สภาพเจาะจงทิศทางที่ได้จะมีค่าต่ำกว่ากรณีระนาบดินและในปริภูมิว่าง

ตารางที่ 3.1 สภาพเจาะจงทิศทาง SLL และ HPBW ของช่องเปิดบนระนาบดินไม่จำกัด
สำหรับกรณีระนาบสนามไฟฟ้า

ตัวคงที่	ตัว เปลี่ยน	สภาพเจาะจง ทิศทาง (dB)	ระดับพูข้าง (dB)	HPBW จาก สูตร (degree)	HPBW จาก MATLAB (degree)
$a = 2$	$b = 2$	17.0127	26.5242	25.3	25.5921
	$b = 4$	20.023	26.5238	12.65	12.7167
	$b = 6$	21.7839	26.5612	8.4333	8.4698
$b = 2$	$a = 2$	17.0127	26.5242	25.3	25.5921
	$a = 4$	20.023	26.5242	25.3	25.5921
	$a = 6$	21.7839	26.5242	25.3	25.5921

ตารางที่ 3.2 สภาพเจาะจงทิศทาง SLL และ HPBW ของช่องเปิดบนระนาบดินไม่จำกัด
สำหรับกรณีระนาบสนามแม่เหล็ก

ค่าคงที่	ตัว เปลี่ยน	สภาพเจาะจง ทิศทาง (dB)	ระดับพูข้าง (dB)	HPBW จาก สูตร (degree)	HPBW จาก MATLAB (degree)
$a = 2$	$b = 2$	17.0127	32.3498	25.3	24.7564
	$b = 4$	20.023	32.3498	25.3	24.7564
	$b = 6$	21.7839	32.3498	25.3	24.7564
$b = 2$	$a = 2$	17.0127	32.3498	25.3	24.7564
	$a = 4$	20.023	27.7177	12.65	12.6129
	$a = 6$	21.7839	27.0851	8.4333	8.4391

ตารางที่ 3.3 สภาพเจาะงทิศทาง SLL และ HPBW ของช่องเปิดในปริภูมิว่าง
สำหรับกรณีระนาบสนามไฟฟ้า

ค่าคงที่	ตัว เปลี่ยน	สภาพเจาะง ทิศทาง (dB)	ระดับพ่วงข้าง (dB)	HPBW จาก สูตร (degree)	HPBW จาก MATLAB (degree)
$a = 2$	$b = 2$	17.0127	27.9207	25.3	25.3773
	$b = 4$	20.023	26.8171	12.65	12.6906
	$b = 6$	21.7839	26.6912	8.4333	8.4621
$b = 2$	$a = 2$	17.0127	27.9207	25.3	25.3773
	$a = 4$	20.023	27.9207	25.3	25.3773
	$a = 6$	21.7839	27.9207	25.3	25.3773

ตารางที่ 3.4 สภาพเจาะงทิศทาง SLL และ HPBW ของช่องเปิดแบบแผนคลื่น TE_{10}
สำหรับกรณีระนาบสนามไฟฟ้า

ค่าคงที่	ตัว เปลี่ยน	สภาพเจาะง ทิศทาง (dB)	ระดับพ่วงข้าง (dB)	HPBW จาก สูตร (degree)	HPBW จาก MATLAB (degree)
$a = 2$	$b = 2$	16.1006	26.5242	25.3	25.5921
	$b = 4$	19.1109	26.5238	12.65	12.7167
	$b = 6$	20.8718	26.5612	8.4333	8.4698
$b = 2$	$a = 2$	16.1006	26.5242	25.3	25.5921
	$a = 4$	19.1109	26.5242	25.3	25.5921
	$a = 6$	20.8718	26.5242	25.3	25.5921

ตารางที่ 3.5 สภาพเจาะงทิศทาง SLL และ HPBW ของช่องเปิดแบบแผนคลื่น TE_{10}
สำหรับกรณีระนาบสนามแม่เหล็ก

ค่าคงที่	ตัว เปลี่ยน	สภาพเจาะง ทิศทาง (dB)	ระดับพ่วงข้าง (dB)	HPBW จาก สูตร (degree)	HPBW จาก MATLAB (degree)
$a = 2$	$b = 2$	16.1006	60.669	34.4	32.5212
	$b = 4$	19.1109	60.669	34.4	32.5212
	$b = 6$	20.8718	60.669	34.4	32.5212
$b = 2$	$a = 2$	16.1006	60.669	34.4	32.5212
	$a = 4$	19.1109	48.1722	17.2	16.8368
	$a = 6$	20.8718	46.9381	11.4667	11.2986

บทที่ 4

สรุปผลการวิเคราะห์และข้อเสนอแนะ

4.1 สรุปผลการวิเคราะห์

สายอากาศช่องเปิดที่มีภาคตัดขวางรูปสี่เหลี่ยมได้รับการวิเคราะห์โดยอาศัยหลักการสมมูล ร่วมกับการประมาณในย่านสนามไกล โดยตัวอย่างที่นำมาพิจารณาได้แก่ สายอากาศช่องเปิดที่สนามมีการกระจายคงตัวบนระนาบดินไม่จำกัด ช่องเปิดที่สนามมีการกระจายคงตัวในปริภูมิว่าง และ ช่องเปิดที่สนามมีแบบแผนคลื่น TE_{10} บนระนาบดินไม่จำกัด ผลการวิเคราะห์แสดงให้เห็นว่า ในทั้งสามกรณีเมื่อเพิ่มขนาดของช่องเปิด สภาพเจาะจงทิศทางจะมีค่าเพิ่มขึ้น สำหรับกรณีการกระจายคงตัวบนระนาบดินไม่จำกัดและการกระจายคงตัวในปริภูมิว่าง พบว่าจะให้คุณลักษณะการแผ่กระจายที่เหมือนกันมาก ที่บริเวณใกล้แนวยอดพูหลัก ที่ซึ่งมุมยกมีค่าเท่ากับ 0 องศา และเมื่อพิจารณาที่มุมยกเข้าใกล้ 90 องศา สภาพเจาะจงทิศทางสำหรับกรณีปริภูมิว่าง จะมีค่าต่ำกว่ากรณีระนาบดิน 6 dB ในส่วนช่องเปิดที่มีแบบแผนคลื่น TE_{10} สภาพเจาะจงทิศทางที่ได้จะมีค่าต่ำกว่ากรณีระนาบดินและในปริภูมิว่าง และสำหรับระนาบสนามแม่เหล็กเมื่อมุมยกแปรเปลี่ยนจาก 0 ไป ถึง 90 องศา ระดับของพหุรอง (minor lobe) จะลดลงเร็วกว่าเมื่อเทียบกับกรณีการกระจายคงตัวบนระนาบดิน

4.2 ข้อเสนอแนะ

การวิเคราะห์ช่องเปิดที่เสนอมานี้ อาศัยหลักการสมมูลและการประมาณในย่านสนามไกล ทำให้ได้สนามที่ครอบคลุมด้านหน้าของช่องเปิด ซึ่งหลักการสมมูลยังมีข้อจำกัดที่ยังไม่สามารถใช้วิเคราะห์เพื่อหาสนามที่อยู่ด้านหลังของช่องเปิดได้ ซึ่งในบริเวณที่ว่ามีนี้อาจหาได้โดยการวัดและทดสอบกับอุปกรณ์จริง หรืออาจใช้ทฤษฎีอื่น และเนื่องจากการวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิดภาคตัดขวางสี่เหลี่ยมที่ได้นำเสนอนี้เป็นเพียงการวิเคราะห์ในทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการจำลองทางทฤษฎีเท่านั้น ในการใช้งานจริงอาจมีปัจจัยภายนอกที่เกี่ยวข้องเช่น ความสูญเสียของตัวกลางในท่อนำคลื่น หรือความสูญเสียของตัวกลางด้านหน้าช่องเปิดซึ่งเป็นบริเวณของการแผ่พลังงาน และปัจจัยอื่นๆที่อาจทำให้ผลการวิเคราะห์นี้คลาดเคลื่อน ไปบ้าง หากต้องการที่จะให้ได้ข้อมูลเกี่ยวกับแบบรูปคลื่นได้ใกล้เคียงความจริงมากที่สุด ก็สามารถทำได้โดยการวัดและทดสอบกับอุปกรณ์จริง

เอกสารอ้างอิง

- [1] Constantine A. Balanis. *Advanced Engineering Electromagnetics*, United States of America : John Wiley & Sons. 1938.
- [2] Constantine A. Balanis. *Antenna Theory Analysis and Design*. 3rd Ed. United States of America : John Wiley & Sons. 2005.
- [3] จักรชัย ไวยาพัฒน์กร. การวิเคราะห์สายอากาศ. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. 2547.
- [4] ลัญฉกร วุฒิสัทติกุลกิจ และคณะ. การใช้งานโปรแกรม MATLAB เบื้องต้น. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. 2551
- [5] ณัฐพงษ์ บางทับ. การวิเคราะห์ท่อนำคลื่นภาคตัดขวางสี่เหลี่ยม. วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้าและคอมพิวเตอร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร. 2550.
- [6] พรชัย พุกอุต. การวิเคราะห์กลุ่มสายอากาศเส้นตรงระยะห่างคงรูปและแอมพลิจูดไม่คงรูป. วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้าและคอมพิวเตอร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร. 2550.

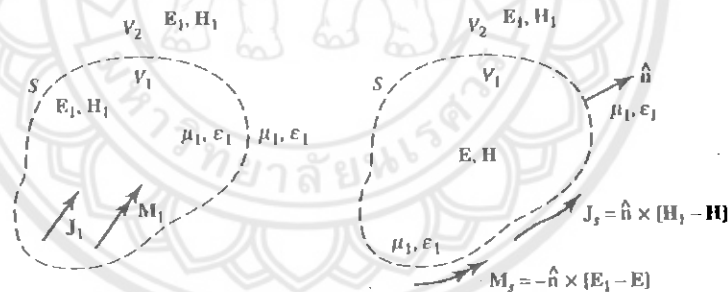


ภาคผนวก(ก)

หลักการสนามสมมูล

หลักการสมมูลได้รับการพัฒนาขึ้นโดยการพิจารณาแหล่งกำเนิดแท้จริง (actual source) ซึ่งในที่นี้คือความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า J , และความหนาแน่นกระแสแม่เหล็ก M , ดังแสดงในรูปที่ ก.1 แหล่งกำเนิดเหล่านี้จะแผ่พลังงาน E , และ H , ไปทั่วทุกบริเวณที่อยู่โดยรอบ เพื่อให้ได้วิธีที่จะทำให้สนามภายนอกพื้นผิวปิด จะเลือกพื้นผิวปิด S แสดงได้ดั่งเส้นประในรูปที่ ก.1.ก โดยที่พื้นผิวนี้นี้ต้องครอบคลุมแหล่งกำเนิด J , และ M , ปริมาตรที่อยู่ภายใน S คือ V_1 และที่อยู่ภายนอกคือ V_2

ปัญหาสมมูลของรูปที่ ก.1.ก แสดงได้ดั่งรูปที่ ก.1.ข แหล่งกำเนิดเดิมจะได้รับการย้ายออกไป และภายในพื้นผิว S จะได้รับการสมมติให้มีสนามไฟฟ้า E และสนามแม่เหล็ก เกิดขึ้น H ส่วนภายนอกพื้นผิว S สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กก็ยังคงมีค่าเท่าเดิม ก็คือ E_1 และ H_1 ตามลำดับ เพื่อให้จะให้สนามเป็นไปตามที่กำหนดมานี้ ณ พื้นผิว S สนามต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขต เนื่องจากสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กมีความไม่ต่อเนื่องบนพื้นผิวนี้นี้ จึงทำให้เงื่อนไขขอบเขตสามารถเขียนได้เป็น



(ก) แหล่งกำเนิดแท้จริง

(ข) แหล่งกำเนิดสมมูล

รูปที่ ก.1 รูปแบบแหล่งกำเนิดแท้จริงและแหล่งกำเนิดสมมูล [2]

$$J_s = \hat{n} \times [H_1 - H] \quad (ก.1)$$

$$M_s = -\hat{n} \times [E_1 - E] \quad (ก.2)$$

เมื่อ \hat{n} คือ เวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ตั้งฉากกับพื้นผิว S และมีทิศพุ่งออก แหล่งกำเนิด J_s และ M_s ทั้งสองนี้จะผลิตสนามในบริเวณ V_2 โดยที่สนามที่ได้จะมีค่าเท่ากับที่เกิดจากแหล่งกำเนิดแท้จริง จึงกล่าวได้ว่าแหล่งกำเนิด (ก.1), (ก.2) สมมูลกับแหล่งแท้จริงเฉพาะในบริเวณ V_2

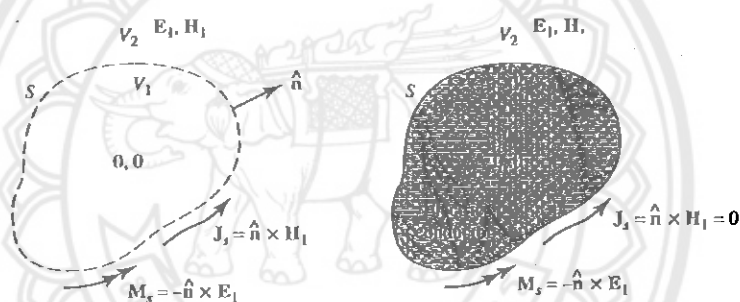
เนื่องจากสนาม E และ H ที่อยู่ภายใน S สามารถมีค่าเท่าไรก็ได้ และเป็นบริเวณที่ไม่สนใจ จึงสามารถสมมติให้มีค่าเป็นศูนย์ได้ ดังนั้นความหนาแน่นกระแส J_s และ M_s จะลดรูปได้เป็น

$$J_s = \hat{n} \times (H_1 - H) \Big|_{H=0} = \hat{n} \times H_1 \quad (ก.3)$$

$$M_s = -\hat{n} \times (E_1 - E) \Big|_{E=0} = -\hat{n} \times E_1 \quad (ก.4)$$

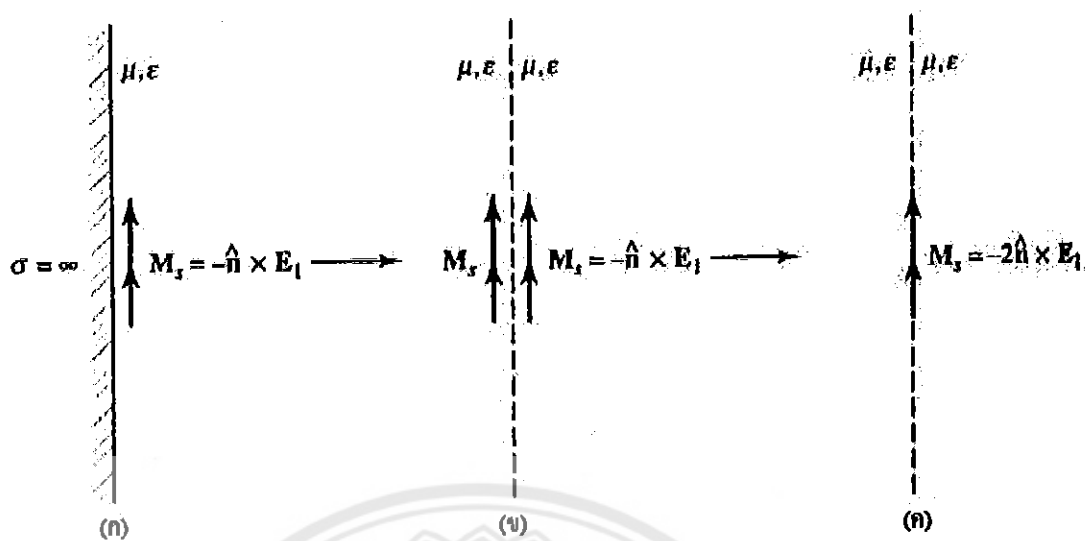
หลักการที่ให้สนามภายในพื้นผิวปิดเป็นศูนย์นี้จะมีชื่อเรียกว่า หลักการสมมูลของเลฟ (Love's Equivalence Principle)

สำหรับกรณีที่โครงสร้างส่วนใหญ่ของปัญหาเป็นตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบ (Perfect Electric Conductor) บริเวณที่อยู่ภายในพื้นผิวปิดจะได้รับการแทนด้วยตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบ ดังแสดงในรูปที่ ก.1.ก ตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบจะลัดวงจรความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า J_s ยังผลให้ $J_s = 0$ ดังแสดงในรูปที่ ก.1.ข



(ก) หลักการสมมูลของเลฟ (ข) ตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบ
รูปที่ ก.2 แบบจำลองหลักการสมมูลสำหรับตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบ [2]

สำหรับปัญหาสายอากาศช่องเปิดที่วางบนระนาบดินไม่จำกัด ดังแสดงในรูปที่ 2.4 พื้นผิวปิดจะเป็นผิวราบเรียบที่ครอบคลุมตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบ ดังแสดงในรูปที่ ก.1.ข แหล่งกำเนิดที่ปรากฏอยู่จะมีเพียงแหล่งกำเนิดกระแสแม่เหล็ก M_s เท่านั้น สนามที่อยู่ในปริภูมิว่างด้านขวาของพื้นผิวสามารถหาได้โดยใช้ ทฤษฎีภาพ (image theory) กล่าวคือ ตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบจะได้รับการย้ายออกไป แหล่งกำเนิดแม่เหล็กจินตภาพ (imaginary magnetic) ตัวหนึ่งจะได้รับการนำมาวางไว้ด้านซ้ายของพื้นผิวปิด ดังแสดงในรูปที่ ก.3 เนื่องจากแหล่งกำเนิดที่นำเข้ามาใหม่นี้มีทิศเดียวกันกับแหล่งกำเนิดแท้จริงที่มีอยู่เดิม ฉะนั้นเมื่อนำมารวมกัน ความหนาแน่นกระแสแม่เหล็กจะเป็นทวีคูณ และแหล่งกำเนิดที่ได้นี้จะนำมาใช้เพื่อวิเคราะห์สนามที่แผ่ออกไปในย่านสนามไกล



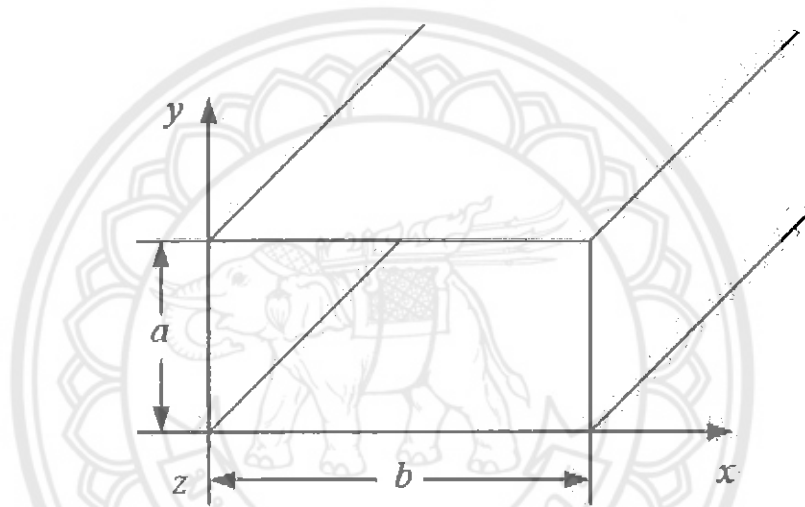
รูปที่ ก.3 รูปแบบหลักการสมมูลสำหรับการแผ่พลังงานใกล้คืบนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบ [2]



ภาคผนวก (ข)

ท่อนำคลื่นที่มีภาคตัดขวางรูปสี่เหลี่ยมกลวง

พิจารณาท่อนำคลื่นที่มีภาคตัดขวางรูปสี่เหลี่ยมกลวง ความกว้าง a วางตัวในแนวแกน y ความยาว b วางตัวในแนวแกน x และความยาวเป็นอนันต์ในแนวแกน z ลักษณะดังรูปที่ ข.1 การวิเคราะห์โครงสร้างนี้จะอาศัยสมการแมกเวลล์และเงื่อนไขขอบเขต แบบแผนคลื่นที่สามารถเกิดขึ้นได้สำหรับโครงสร้างนี้ จะเป็น TE^z และ TM^z โดยจะกล่าวถึงเฉพาะ TE^z มีรายละเอียดดังนี้



รูปที่ ข.1 ท่อนำคลื่นกลวงภาคตัดขวางสี่เหลี่ยม ความกว้าง a ความยาว b [5]

ข.1 แบบแผนคลื่นไฟฟ้าตามขวาง (Transverse Electric, TE^z)

ในแบบแผนนี้สนามไฟฟ้าจะมีองค์ประกอบเฉพาะในแนวตามขวางเท่านั้นและไม่มีสนามไฟฟ้าในแนวแกน ($E_x \neq 0, E_y \neq 0, E_z = 0$) ส่วนสนามแม่เหล็กจะมีครบทุกองค์ประกอบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กสามารถหาได้จากศักย์เชิงเวกเตอร์ F สำหรับกรณี TE^z ศักย์เชิงเวกเตอร์ F จะมีเพียงองค์ประกอบ z เพียงองค์ประกอบเดียวเท่านั้น

$$E_x = -\frac{1}{\epsilon} \frac{\partial F_z}{\partial y} \quad (\text{ข.1ก})$$

$$H_x = -j \frac{1}{\omega \mu \epsilon} \frac{\partial^2 F_z}{\partial x \partial z} \quad (\text{ข.1ง})$$

$$E_y = -\frac{1}{\epsilon} \frac{\partial F_z}{\partial x} \quad (\text{ข.1ข})$$

$$H_y = -j \frac{1}{\omega \mu \epsilon} \frac{\partial^2 F_z}{\partial y \partial z} \quad (\text{ข.1จ})$$

$$E_z = 0 \quad (\text{ข.1ค})$$

$$H_z = -j \frac{1}{\omega \mu \epsilon} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \beta^2 \right) F_z \quad (\text{ข.1ฉ})$$

โดยที่ F_z จะสอดคล้องกับสมการคลื่น

$$\nabla^2 F_z(x, y, z) + \beta^2 F_z(x, y, z) = 0 \quad (\text{ข.2})$$

เมื่อกระจายจะได้ว่า

$$\frac{\partial^2 F_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F_z}{\partial z^2} + \beta^2 F_z = 0 \quad (\text{ข.2ก})$$

ผลเฉลยทั่วไปของสมการ (ข.2ก) คือ

$$F_z(x, y, z) = f(x)g(y)h(z) \quad (\text{ข.3})$$

เมื่อท่อนำคลื่นมีขอบเขตของความกว้าง x และยาว y จัดให้อยู่ในรูปแบบของสมการคลื่นตามลักษณะโครงสร้างตามรูป ข.1 มีค่าเป็น

$$f(x) = C_1 \cos(\beta_x x) + D_1 \sin(\beta_x x) \quad (\text{ข.4ก})$$

$$g(y) = C_2 \cos(\beta_y y) + D_2 \sin(\beta_y y) \quad (\text{ข.4ข})$$

เพราะว่า ท่อนำคลื่นมีความยาวอนันต์และการเปลี่ยนแปลงของสนามไฟฟ้าในทิศแกน z จะต้องเป็นคลื่นจร จะได้

$$h(z) = A_3 e^{-j\beta_z z} + B_3 e^{+j\beta_z z} \quad (\text{ข.5})$$

นำสมการ (ข.4ก) ถึง (ข.5) แทนค่าลงในสมการ (ข.3)

$$F_z(x, y, z) = [C_1 \cos(\beta_x x) + D_1 \sin(\beta_x x)] [C_2 \cos(\beta_y y) + D_2 \sin(\beta_y y)] \times [A_3 e^{-j\beta_z z} + B_3 e^{+j\beta_z z}] \quad (\text{ข.6})$$

ในกรณีท่อนำคลื่นกลางที่เดินทางในทิศทาง $+z$ และในทิศทาง $-z$ จะเหมือนกัน ดังนั้นจะพิจารณาเฉพาะคลื่นในทิศทาง $+z$ เท่านั้น ฟังก์ชันเอ็กโพเนนเชียลในสมการที่ (ข.6) เป็นคลื่นจรในทิศทาง $+z$ เมื่อคลื่นจรเดินทางในทิศ $+z$ แล้วพจน์ $B_3 = 0$ ทำให้ได้

$$F_z'(x, y, z) = [C_1 \cos(\beta_x x) + D_1 \sin(\beta_x x)] \times [C_2 \cos(\beta_y y) + D_2 \sin(\beta_y y)] A_3 e^{-j\beta_z z} \quad (\text{ข.7})$$

โดยที่

$$\beta_x^2 + \beta_y^2 + \beta_z^2 = k_0^2 = \omega^2 \mu \epsilon$$

โดยที่ $C_1, D_1, C_2, D_2, A_3, \beta_x, \beta_y$ เป็นค่าคงที่ที่สามารถหาได้โดยการแทน (ข.1ก) ลงใน (ข.7) พร้อมกับเงื่อนไขขอบเขตผนังท่อนำคลื่น

สำหรับ โครงสร้างตามรูปที่ ข.1 สนามไฟฟ้าจะต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตตามผนังท่อนำคลื่นดังนี้

ผนังด้านบนและผนังด้านล่างในแนวสัมผัสท่อนำคลื่นมีค่าเป็นศูนย์หรือ

$$E_x(0 \leq x \leq b, y = 0, z) = E_x(0 \leq x \leq b, y = a, z) = 0 \quad (\text{ข.8ก})$$

$$E_z(0 \leq x \leq b, y = 0, z) = E_z(0 \leq x \leq b, y = a, z) = 0 \quad (\text{ข.8ข})$$

ผนังด้านซ้ายและผนังด้านขวาในแนวสัมผัสท่อนำคลื่นมีค่าเป็นศูนย์หรือ

$$E_y(x = 0, 0 \leq y \leq a, z) = E_y(x = 0, 0 \leq y \leq a, z) = 0 \quad (\text{ข.8ค})$$

$$E_z(x = 0, 0 \leq y \leq a, z) = E_z(x = 0, 0 \leq y \leq a, z) = 0 \quad (\text{ข.8ง})$$

สนามไฟฟ้าในองค์ประกอบ x สามารถหาได้จากสมการ (ข.7) ลงใน (ข.1ก) ได้

$$E_x^+(x, y, z) = -A_3 \frac{\beta_y}{\epsilon} [C_1 \cos(\beta_x x) + D_1 \sin(\beta_x x)] \times [C_2 \cos(\beta_x y) + D_2 \sin(\beta_x y)] e^{-j\beta_z z} \quad (\text{ข.9})$$

แทนเงื่อนไขขอบเขต (ข.8ก) ผนังด้านบน สนามไฟฟ้าในแนวองค์ประกอบ x จะได้ตามสมการดังนี้

$$E_x^+(0 \leq x \leq b, y = 0, z) = -A_3 \frac{\beta_y}{\epsilon} [C_1 \cos(\beta_x x) + D_1 \sin(\beta_x x)] \times [-C_2(0) + D_2(1)] e^{-j\beta_z z} = 0 \quad (\text{ข.10})$$

สมการนี้จะเป็นจริงได้ก็ต่อเมื่อ

$$D_2 = 0 \quad (\text{ข.10ก})$$

ในทำนองเดียวกันเมื่อใช้เงื่อนไขขอบเขตด้านบนจะได้

$$E_x^+(0 \leq x \leq b, y = a, z) = -A_3 \frac{\beta_y}{\epsilon} [C_1 \cos(\beta_x x) + D_1 \sin(\beta_x x)]$$

$$\times [-C_2 \sin(\beta_y a)] e^{-j\beta_z z} = 0 \quad (\text{ข.11})$$

สมการเป็นจริงเมื่อ

$$\sin(\beta_y a) = 0 \quad (\text{ข.12})$$

แล้ว

$$\beta_y a = \sin^{-1}(0) = n\pi \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{ข.12ก})$$

หรือ

$$\beta_y = \frac{n\pi}{a} \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{ข.12ข})$$

สมการ (ข.12) คือ ฟังก์ชันเจาะจง (eigenfunction) และสมการ (ข.12ข) คือค่าเจาะจง (eigenvalue) ในทำนองเดียวกัน เมื่อให้เงื่อนไขขอบเขตผนังด้านซ้ายและขวา

$$D_1 = 0 \quad (\text{ข.13})$$

และ

$$\beta_x = \frac{m\pi}{b} \quad \text{โดยที่ } m = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{ข.13ก})$$

แทนสมการ (ข.10ก), (ข.12ข), (ข.13), (ข.13ก) ลงในสมการ (ข.7) ได้

$$F_z^+(x, y, z) = C_1 C_2 A_3 \cos(\beta_x x) \cos(\beta_y y) e^{-j\beta_z z} \quad (\text{ข.14})$$

เพื่อความสะดวกให้ $C_1 C_2 A_3 = A_{mn}$

$$F_z^+(x, y, z) = A_{mn} \cos(\beta_x x) \cos(\beta_y y) e^{-j\beta_z z} \quad (\text{ข.14ก})$$

เมื่อ $m = n = 0$ แล้ว \mathbf{E} และ \mathbf{H} จะเป็นศูนย์ ซึ่งในกรณีนี้จะไม่นำมาพิจารณาเพราะค่าเหล่านี้ทำให้สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กมีค่าเป็นศูนย์และถือได้ว่าเป็นคำตอบที่มีความสำคัญน้อย (trivial solution) ดังนั้น β_x และ β_y คือตัวเลขคลื่น (wave number) และมีค่าดังนี้ตามลำดับ

$$\left. \begin{aligned} \beta_x = \frac{m\pi}{b} = \frac{2\pi}{\lambda_x} \Rightarrow \lambda_x = \frac{2b}{m} & \quad m = 0, 1, 2, \dots \\ \beta_y = \frac{n\pi}{a} = \frac{2\pi}{\lambda_y} \Rightarrow \lambda_y = \frac{2a}{n} & \quad n = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \right\} m = n \neq 0 \quad (\text{ข.14ข})$$

ตัวเลขคลื่น β_x และ β_y จะสัมพันธ์กับ β_z ตามสมการ(ข.8) และสมการ(ข.8) สามารถแสดงอยู่ในรูปของความยาวคลื่นได้ ในทิศทาง z ($\lambda_z = \lambda_g$) และแทนใน (ข.7)

$$\frac{1}{\lambda_x^2} + \frac{1}{\lambda_y^2} + \frac{1}{\lambda_z^2} = \frac{1}{\lambda^2} \quad (\text{ข.14ค})$$

ท้ายที่สุดสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก TE_{nm}^{+z} สามารถหาได้จากการแทนสมการ (ข.14ก) และ (ข.14ข) ลงใน (ข.1ก) – (ข.1จ) ซึ่งมีค่าเป็น

$$E_x^+ = A_{nm} \cos(\beta_x x) \sin(\beta_y y) e^{-j\beta_z z} \quad (\text{ข.15ก})$$

$$E_y^+ = -A_{nm} \frac{\beta_x}{\epsilon} \sin(\beta_x x) \cos(\beta_y y) e^{-j\beta_z z} \quad (\text{ข.15ข})$$

$$E_z^+ = 0 \quad (\text{ข.15ค})$$

$$H_x^+ = A_{nm} \frac{\beta_y \beta_z}{\omega \mu \epsilon} \sin(\beta_x x) \cos(\beta_y y) e^{-j\beta_z z} \quad (\text{ข.15ง})$$

$$H_y^+ = A_{nm} \frac{\beta_x \beta_z}{\omega \mu \epsilon} \cos(\beta_x x) \sin(\beta_y y) e^{-j\beta_z z} \quad (\text{ข.15จ})$$

$$H_z^+ = -jA_{nm} \frac{\beta_c^2}{\omega \mu \epsilon} \cos(\beta_x x) \cos(\beta_y y) e^{-j\beta_z z} \quad (\text{ข.15ฉ})$$

สำหรับกรณีที่มี β_z มีค่าเท่ากับศูนย์แล้วสมการที่ (ข.8) จะกลายเป็น

$$\beta_x^2 + \beta_y^2 = k_c^2 \quad (\text{ข.16})$$

แล้วจะเรียก k_c ว่า ตัวเลขคลื่นตัด (cutoff frequency number) เขียนแทนได้

$$k_c^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda_c}\right)^2 = k_0^2 - \beta_z^2 = \beta_x^2 + \beta_y^2 = \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 \quad (\text{ข.17})$$

ค่าของ k_c คือค่า k_0 ที่ต่ำที่สุดที่ทำให้คลื่นสามารถเดินทางในท่อนำคลื่นได้โดยสามารถหาได้จากสมการข้างล่างนี้

$$k_c = k_0|_{\beta_z=0} = \omega \sqrt{\mu \epsilon}|_{\beta_z=0} = \omega_c \sqrt{\mu \epsilon} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2} \quad (\text{ข.18})$$

และสมการ (ข.18) สามารถเขียนในรูปของความถี่ได้เป็น

$$(f_c)_{mn} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2} \quad \left. \begin{matrix} m=0,1,2,\dots \\ n=0,1,2,\dots \end{matrix} \right\} m=n \neq 0 \quad (\text{ข.19})$$

เมื่อ $(f_c)_{mn}$ คือความถี่ตัดของแบบแผ่นคลื่น mn

ค่า β_z สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของความถี่ได้ดังนี้

$$\beta_z^2 = k_0^2 - \beta_c^2 = k_0^2 - \left[\left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 \right] \quad (\text{ข.20})$$

หรือ

$$(\beta_z)_{mn} = \begin{cases} \pm \sqrt{k_0^2 - k_c^2} = \pm k_0 \sqrt{1 - \left(\frac{k_c}{k_0}\right)^2} & k_0 > k_c, f > f_c \quad (\text{ข.21ก}) \\ = \pm k_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2} = \pm k_0 \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} & \\ 0 & k_0 = k_c, f = f_c \quad (\text{ข.21ข}) \\ \pm j \sqrt{k_c^2 - k_0^2} = \pm j k_0 \sqrt{\left(\frac{k_c}{k_0}\right)^2 - 1} & k_0 < k_c, f < f_c \quad (\text{ข.21ค}) \\ = \pm j k_0 \sqrt{\left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2 - 1} = \pm j k_0 \sqrt{\left(\frac{f_c}{f}\right)^2 - 1} & \end{cases}$$

ค่า β_z สามารถเขียนอยู่ในรูปความยาวคลื่นหรือความถี่ได้ดังนี้

$$(\beta_z)_{mn} = \begin{cases} k_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2} = k_0 \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} & \text{for } f > f_c \quad (\text{ข.22ก}) \\ 0 & \text{for } f = f_c \quad (\text{ข.22ข}) \\ -j k_0 \sqrt{\left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2 - 1} = -j k_0 \sqrt{\left(\frac{f_c}{f}\right)^2 - 1} & \text{for } f_c < f \quad (\text{ข.22ค}) \end{cases}$$

เมื่อทราบ β_z จะสามารถหาค่าความยาวคลื่นตามแกนของท่อนำคลื่นได้คือ

$$\beta_z \equiv \frac{2\pi}{\lambda_z} \Rightarrow \lambda_z = \lambda_g = \frac{2\pi}{\beta_z} \quad (\text{จ.23})$$

หรือ

$$(\lambda_z)_{mn} = (\lambda_g)_{mn} = \begin{cases} \frac{2\pi}{k_0 \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} & \text{for } f > f_c \quad (\text{จ.23ก}) \\ \infty & \text{for } f = f_c \quad (\text{จ.23ข}) \\ +j \frac{2\pi}{k_0 \sqrt{\left(\frac{f_c}{f}\right)^2 - 1}} = +j \frac{\lambda}{\sqrt{\left(\frac{f_c}{f}\right)^2 - 1}} = +j \frac{\lambda}{\sqrt{\left(\frac{f_c}{f}\right)^2 - 1}} & \text{for } f < f_c \quad (\text{จ.23ค}) \end{cases}$$

ค่าคงที่ λ_z มีชื่อเรียกว่า ความยาวคลื่นนำทาง (guide wavelength)

ถ้า $b > a$ ความถี่ตัดที่ต่ำที่สุดจะคำนวณได้จากสมการ (จ.19) จะมีค่าความถี่ต่ำสุด

$$(f_c)_{10} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \frac{\pi}{b} = \frac{1}{2b\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (\text{จ.24})$$

แบบแผน TE_{10} มีชื่อเรียกว่า ความยาวคลื่นเป็นใหญ่ (Dominant mode)

และอัตราส่วนความถี่ตัด (cutoff frequency) ของ TE_{mn}^{+z} คือ

$$R_{mn} = \frac{(f_c)_{mn}^{TE}}{(f_c)_{mn}^{TE}} = \sqrt{(m)^2 + \left(\frac{nb}{a}\right)^2} \quad \left. \begin{matrix} m = 0, 1, 2, 3, \dots \\ n = 0, 1, 2, 3, \dots \end{matrix} \right\} m = n \neq 0 \quad (\text{จ.25})$$

ข.2 แบบแผนคลื่น TE_{10}

ในทางปฏิบัติ ระบบส่วนใหญ่จะนิยมใช้แบบแผนคลื่น TE_{10} เนื่องจากการการกระตุ้น การตรวจจับสามารถทำได้ง่าย และมีราคาไม่แพง แบบแผนคลื่น TE_{10} สามารถหาได้โดยให้ $m = 1$ และ $n = 0$ เราจะได้สมการดังนี้

$$F_z^+(x, z) = A_{10} \cos\left(\frac{\pi}{a} x\right) e^{-j\beta_z z} \quad (\text{จ.38})$$

$$\beta_x = \frac{\pi}{a} = \frac{2\pi}{\lambda_x} \Rightarrow \lambda_x = 2a \quad (\text{จ.39ก})$$

$$\beta_x = 0 = \frac{2\pi}{\lambda_y} \Rightarrow \lambda_y = \infty \quad (\text{v.39v})$$

$$\beta_c = \beta_x = \frac{\pi}{a} = \frac{2\pi}{\lambda_c} \Rightarrow \lambda_c = 2a \quad (\text{v.39n})$$

$$\beta_z = \begin{cases} \sqrt{\beta^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2} = \beta \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} \\ = \beta \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2} = \beta \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} & \text{for } f > f_c \quad (\text{v.40n}) \\ 0 & \text{for } f = f_c \quad (\text{v.40v}) \\ -j \sqrt{\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 - \beta^2} = -j\beta \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2 - 1} \\ = -j\beta \sqrt{\left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2 - 1} = -j\beta \sqrt{\left(\frac{f_c}{f}\right)^2 - 1} & \text{for } f < f_c \quad (\text{v.40n}) \end{cases}$$

$$E_x^+ = 0 \quad (\text{v.41n})$$

$$E_y^+ = -\frac{A_{10}}{\epsilon} \frac{\pi}{a} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) e^{-j\beta_z z} \quad (\text{v.41v})$$

$$E_z^+ = 0 \quad (\text{v.41n})$$

$$H_x^+ = A_{10} \frac{\beta_z}{\omega\mu\epsilon} \frac{\pi}{a} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) e^{-j\beta_z z} \quad (\text{v.41g})$$

$$H_y^+ = 0 \quad (\text{v.41h})$$

$$H_z^+ = -j \frac{A_{10}}{\omega\mu\epsilon} \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) e^{-j\beta_z z} \quad (\text{v.41n})$$

$$\mathbf{J}^+ = \hat{n} \times \mathbf{H}^+ \Big|_{\text{wall}} = \begin{cases} \hat{a}_y \times (\hat{a}_x H_x^+ + \hat{a}_z H_z^+) \Big|_{y=0} = (+\hat{a}_x H_z^+ - \hat{a}_z H_x^+) \Big|_{y=0} \\ = -\hat{a}_x j \frac{A_{10}}{\omega\mu\epsilon} \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) e^{-j\beta_z z} - \hat{a}_z A_{10} \frac{\beta_z}{\omega\mu\epsilon} \frac{\pi}{a} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) e^{-j\beta_z z} \end{cases}$$

for the bottom wall (v.41v)

$$= \hat{a}_x \times \hat{a}_z H_z^+ \Big|_{x=0} = -\hat{a}_y H_z^+ \Big|_{x=0} = \hat{a}_y j \frac{A_{10}}{\omega\mu\epsilon} \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 e^{-j\beta_z z}$$

for the left wall (v.41v)

$$(\lambda_z)_{10} = (\lambda_g)_{10} = \begin{cases} \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}} \\ \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}} & \text{for } f > f_c & \text{(ข.42ก)} \\ \infty & \text{for } f = f_c & \text{(ข.42ข)} \\ j \frac{\lambda}{\sqrt{\left(\frac{f_c}{f}\right)^2 - 1}} = j \frac{\lambda}{\sqrt{\left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2 - 1}} \\ = j \frac{\lambda}{\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2 - 1}} & \text{(nonphysical)} & \text{(ข.42ค)} \\ & \text{for } f < f_c & \end{cases}$$

$$(f_c)_{10} = \frac{1}{2a\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{v}{2a} = \frac{v}{(\lambda_c)_{10}} \quad \text{(ข.43)}$$

สำหรับรูปแบบ TE₁₀ ที่ความถี่ตัด ($\beta_z = 0 \Rightarrow \lambda_z = \infty$) ความยาวคลื่นที่อยู่ภายในท่อ ทิศทางของ x (λ_x) จะได้ว่า $\frac{1}{\lambda_x^2} + \frac{1}{\lambda_y^2} + \frac{1}{\lambda_z^2} = \frac{1}{\lambda^2}$ มีค่าเท่ากับ ความยาวคลื่นของคลื่นในตัวกลางไม่จำกัด นั่นก็คือ $(\lambda_x)_{10} = \lambda$ ที่ความถี่ตัด

ภาคผนวก (ค)

พารามิเตอร์ของสายอากาศช่องเปิด

พารามิเตอร์ของสายอากาศช่องเปิดสำหรับกรณีช่องเปิดวางบนระนาบดินไม่จำกัด ช่องเปิดวางในอวกาศว่าง และที่มีแบบรูป TE₁₀ แสดงไว้ในตารางที่ ง.1 และ ง.2 เมื่อ ตารางที่ ง.1 การกระจายของสนามบนช่องเปิด กระแสสมมูล และสนามในย่านสนามไกล และตารางที่ ง.2 แสดงพารามิเตอร์ของสายอากาศ

ตารางที่ ง.1 การกระจายของสนามบนช่องเปิด กระแสสมมูล และสนามในย่านสนามไกล

	Uniform Distribution Aperture On Ground Plane	Uniform Distribution Aperture in Free-Space	TE ₁₀ -Mode Distribution Aperture On Ground Plane
Aperture distribution of tangential component (analytical)	$\mathbf{E}_a = \hat{\mathbf{a}}_y E_0 \begin{cases} -a/2 \leq x' \leq a/2 \\ -b/2 \leq y' \leq b/2 \end{cases}$	$\mathbf{E}_a = \hat{\mathbf{a}}_y E_0 \begin{cases} -a/2 \leq x' \leq a/2 \\ -b/2 \leq y' \leq b/2 \end{cases}$ $\mathbf{H}_a = -\hat{\mathbf{a}}_x \frac{E_0}{\eta}$	$\mathbf{E}_a = \hat{\mathbf{a}}_y E_0 \cos\left(\frac{\pi}{a} x'\right) \begin{cases} -a/2 \leq x' \leq a/2 \\ -b/2 \leq y' \leq b/2 \end{cases}$
Aperture distribution of tangential components (graphical)			
Equivalent	$\mathbf{M}_s = \begin{cases} -2\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}_a & -a/2 \leq x' \leq a/2 \\ & -b/2 \leq y' \leq b/2 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$ $\mathbf{J}_s = 0 \quad \text{everywhere}$	$\mathbf{M}_s = -\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}_a \begin{cases} -a/2 \leq x' \leq a/2 \\ -b/2 \leq y' \leq b/2 \end{cases}$ $\mathbf{J}_s = \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}_a \begin{cases} -a/2 \leq x' \leq a/2 \\ -b/2 \leq y' \leq b/2 \end{cases}$ $\mathbf{M}_s \approx \mathbf{J}_s \approx 0 \quad \text{elsewhere}$	$\mathbf{M}_s = \begin{cases} -2\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}_a & -a/2 \leq x' \leq a/2 \\ & -b/2 \leq y' \leq b/2 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$ $\mathbf{J}_s = 0 \quad \text{everywhere}$

ตารางที่ ง.1 (ต่อ) การกระจายของสนามของเปิด กระแสสมมูล และสนามในย่านสนามไกล

Far-zone fields	$E_r = H_r = 0$	$E_r = H_r = 0$	$E_r = H_r = 0$
$X = \frac{ka}{2} \sin \theta \cos \phi$	$E_\theta = C \sin \phi \frac{\sin X \sin Y}{X Y}$	$E_\theta = \frac{C}{2} \sin \phi (1 + \cos \theta) \frac{\sin X \sin Y}{X Y}$	$E_\theta = -\frac{\pi C \sin \phi}{2} \frac{\cos X}{(X)^2 - \left(\frac{\pi}{2}\right)^2} \frac{\sin Y}{Y}$
$Y = \frac{kb}{2} \sin \theta \sin \phi$	$E_\phi = C \cos \theta \cos \phi \frac{\sin X \sin Y}{X Y}$	$E_\phi = \frac{C}{2} \cos \phi (1 + \cos \theta) \frac{\sin X \sin Y}{X Y}$	$E_\phi = -\frac{\pi C \cos \theta \cos \phi}{2} \frac{\cos X}{(X)^2 - \left(\frac{\pi}{2}\right)^2} \frac{\sin Y}{Y}$
$C = j \frac{abkE_0 e^{-jkr}}{2\pi}$	$H_\theta = -E_\phi / \eta$ $H_\phi = E_\theta / \eta$	$H_\theta = -E_\phi / \eta$ $H_\phi = E_\theta / \eta$	$H_\theta = -E_\phi / \eta$ $H_\phi = E_\theta / \eta$

ตารางที่ ๔.2 พารามิเตอร์ของเสาอากาศช่องเปิดสำหรับกรณีสองระนาบตั้งฉากกัน ไม่จำกัด ว่างในอวกาศว่าง และมีแบบรูป TE₁₀

Half-power beamwidth (degrees)	E-plane $b \gg \lambda$	$\frac{50.6}{b/\lambda}$	$\frac{50.6}{b/\lambda}$	$\frac{50.6}{b/\lambda}$
	H-plane $a \gg \lambda$	$\frac{50.6}{a/\lambda}$	$\frac{50.6}{a/\lambda}$	$\frac{68.8}{a/\lambda}$
First null beamwidth (degrees)	E-plane $b \gg \lambda$	$\frac{114.6}{b/\lambda}$	$\frac{114.6}{b/\lambda}$	$\frac{114.6}{b/\lambda}$
	H-plane $a \gg \lambda$	$\frac{114.6}{a/\lambda}$	$\frac{114.6}{a/\lambda}$	$\frac{171.9}{a/\lambda}$
First side lobe Max. (to main Max.) (dB)	E-plane	-13.26	-13.26	-13.26
	H-plane	-13.26 $a \gg \lambda$	-13.26 $a \gg \lambda$	-23 $a \gg \lambda$
Directivity D_0 (dimensionless)		$\frac{4\pi}{\lambda^2} (\text{area}) = 4\pi \left(\frac{ab}{\lambda^2} \right)$	$\frac{4\pi}{\lambda^2} (\text{area}) = 4\pi \left(\frac{ab}{\lambda^2} \right)$	$\frac{8}{\pi^2} \left[4\pi \left(\frac{ab}{\lambda^2} \right) \right] = 0.81 \left[4\pi \left(\frac{ab}{\lambda^2} \right) \right]$

ภาคผนวก (ง)

โปรแกรมวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิดที่มีภาคตัดขวางรูปสี่เหลี่ยม

โปรแกรมหาค่า สภาพเจาะจงทิศทาง

โปรแกรม MATLAB ได้รับการพัฒนาขึ้นเพื่อหาค่าสภาพเจาะจงทิศทางทั้งบนระนาบสนามไฟฟ้า กับสนามแม่เหล็กแม่เหล็ก สำหรับกรณีช่องเปิดวางบนระนาบคินไม่จำกัดอาศัยจะสมการ (2.23ก) - (2.23ข) กรณีสายอากาศวางในอวกาศสว่างใช้สมการ (2.48ก) - (2.48ข) และกรณีที่มีแบบแผนคลื่น TE_{10} จะใช้สมการ (2.50ก) - (2.50ข) ซึ่งเขียนโปรแกรมได้ดังนี้

```
a=2;
b=2;
k=2*pi;
int=120*pi;
num=181;
step=0.5*pi/(num-1);

temp1=(k*a)/2;
temp2=(k*b)/2;
temp3=4*pi*a*b;

%*****
%                               E-Plane
%*****
phi=pi/2;

for ii=1:num
    theta=0+(ii-1)*step;
    temp4=temp1*sin(theta)*cos(phi);
    if temp4==0
        temp5=1;
    else
        temp5=(sin(temp4))/temp4; %sinx/x
    end
    temp6=temp2*sin(theta)*sin(phi);

    if temp6==0
        temp7=1;
    else
        temp7=(sin(temp6))/temp6; %siny/y
    end

    %%% in ground %%%

    temp8=sin(phi)*temp5*temp7;
    temp9=temp8*temp8;
    temp10=temp3*temp9;
    temp11(ii,1)=temp10;

    %%% in space %%%
```

```

temp12=(1+cos(theta))/2;
if temp12==0
    temp13=1;
else
    temp13=temp10*temp12;
end
temp14(ii,1)=temp13;

    %%% TE10 %%%

temp41=temp1*sin(theta)*cos(phi);
temp42=(temp41*temp41)-((pi/2)*(pi/2));
if temp41==pi/2
    temp43=1;
else
    temp43=cos(temp41)/temp42;
end
temp44=temp43*temp7;
temp45=sin(phi)*temp44;
temp46=temp45*temp45;
temp47=(pi/2)*(a*b)*(k*k);
temp48=temp47*temp46;
temp49(ii,1)=temp48;

end

%*****
%
%               H-Plane
%*****

phi2=0;

for ii=1:num
    theta=0+(ii-1)*step;

    temp20=((k*a)/2)*sin(theta)*cos(phi2);
    if temp20==0
        temp21=1;
    else
        temp21=(sin(temp20))/temp20; %sinx/x
    end

    temp22=((k*b)/2)*sin(theta)*sin(phi2);
    if temp22==0
        temp23=1;
    else
        temp23=(sin(temp22))/temp22; %siny/y
    end

    %%% in ground %%%

    temp24=(cos(theta)*cos(phi2))*temp21*temp23;
    temp25=temp24*temp24;
    temp26=temp3*temp25;
    temp27(ii,1)=temp26;

    %%% in space %%%

    temp28=(1+cos(theta))/2;

```

```

if temp28==0
    temp29=1;
else
    temp29=temp26*temp28;
end
temp30(ii,1)=temp29;

    %%% TE10 %%%

temp52=temp1*sin(theta)*cos(phi2);
temp53=(temp52*temp52)-((pi/2)*(pi/2));
if temp52==pi/2
    temp54=1;
else
    temp54=cos(temp52)/temp53;
end
temp55=temp54*temp23;
temp56=cos(theta)*cos(phi2)*temp55;
temp57=temp56*temp56;
temp58=(pi/2)*(a*b)*(k*k);
temp59=temp58*temp57;
temp60(ii,1)=temp59;

end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

โปรแกรมหาค่า ระดับพหุข้าง (SLL)

ระดับพหุข้างสำหรับสายอากาศช่องเปิดเมื่ออาศัยวิธีเชิงตัวเลข เขียนโปรแกรมได้ดังนี้

```

%*****
%                               Side Loop Level
%*****
for jj=2:num
    atheta=(jj-1)*step;

    if temp_x(jj,1)>=temp_x(jj-1,1)& temp_x(jj,1)>=temp_x(jj+1,1)
        temp65(jj,1)=temp_x(jj,1);
        temp66=atheta;
    else
        temp_x(jj,1)>temp_x(jj-1,1);
    end

end

temp67=max(temp_x)/max(temp65);
SLL=10*log10(temp67);
theta_degree=temp66*180/pi;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

โปรแกรมหาค่าความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลัง (HPBW)

ระดับพหุข้างสำหรับสายอากาศช่องเปิดเมื่ออาศัยวิธีเชิงตัวเลข ร่วมกับการประมาณแบบเชิงเส้น (linear interpolation) เขียนโปรแกรมได้ดังนี้

```

%*****
%                               Half Power Beamwidth
%*****

temp68 =max(temp_x)/2;
for ii=2:(num+1)
    theta=(ii-1)*step;
    theta_now(ii,1)=theta;
    temp69=temp_x(ii-1,1)>temp68;
    temp70=temp_x(ii,1)<temp68;
    if temp69&temp70
        break
    end
end

del_theta=theta_now(ii,1)-theta_now(ii-1,1);
del_dir=temp_x(ii,1)-temp_x(ii-1,1);
temp71=temp68-temp_x(ii-1,1);

temp72=theta_now(ii-1,1)+del_theta*temp71/del_dir;

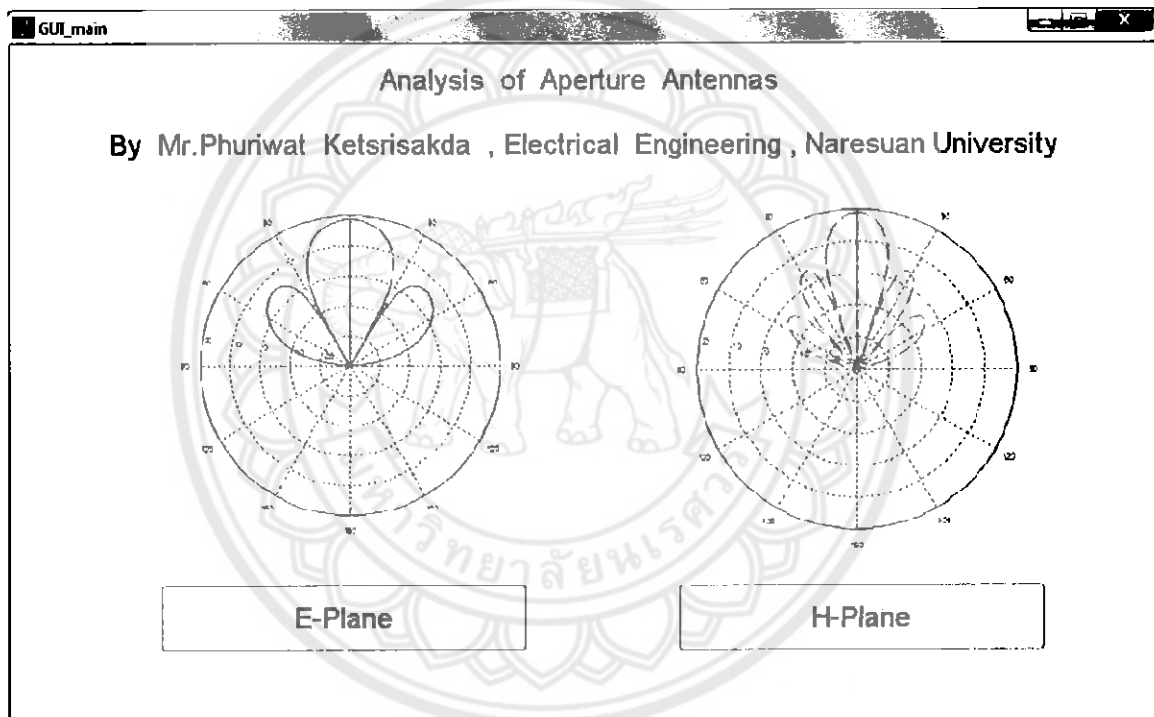
hpbw_degree=2*temp72*180/pi;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```



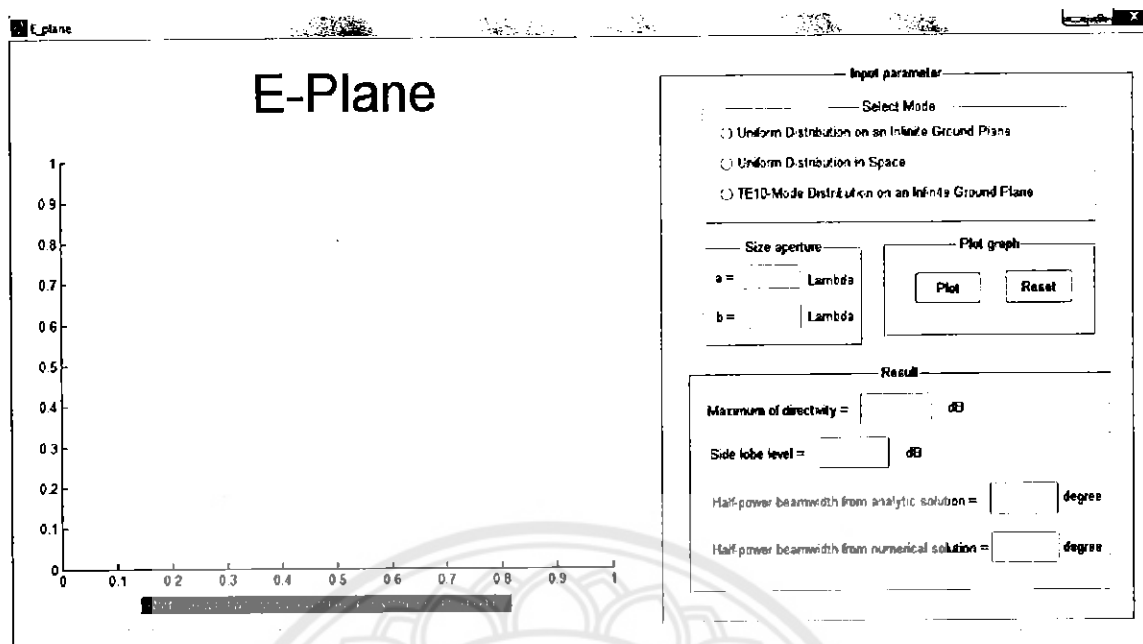
ภาคผนวก (จ)
การเชื่อมต่อกับผู้ใช้ทางกราฟฟิก
(Graphic User Interfaces (GUI))

การเชื่อมต่อกับผู้ใช้ทางกราฟฟิก (GUI) เป็นการเชื่อมต่อกันระหว่างผู้ใช้และคอมพิวเตอร์โดยคอมพิวเตอร์ได้รับการใช้งานเมื่อผู้ใช้ป้อนข้อมูลผ่านทางคีย์บอร์ด เมาส์ อย่างใดอย่างหนึ่งให้กับคอมพิวเตอร์ แล้วคอมพิวเตอร์จะแสดงตัวอักษรและกราฟฟิกต่างๆบนจอภาพ รูปที่ จ.1 แสดงหน้าต่างหลักของโปรแกรมวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิดโดยใช้ GUI



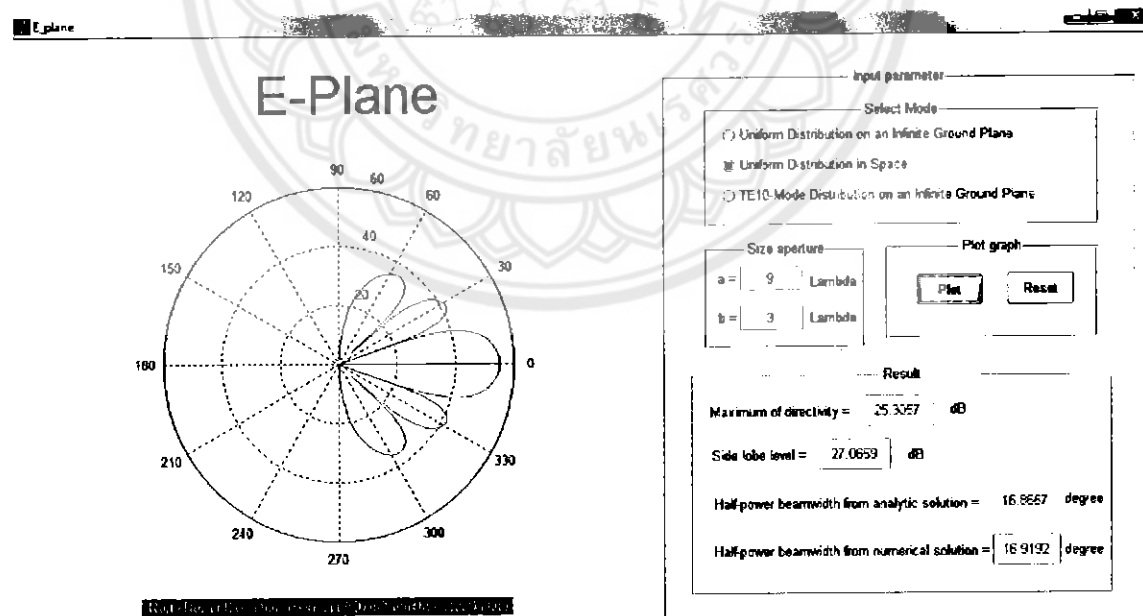
รูปที่ จ.1 หน้าต่างหลักของโปรแกรมวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิดที่มีภาคตัดขวางเป็นรูปสี่เหลี่ยม โดยใช้ GUI

เมื่อนำเมาส์คลิกเลือกที่สนามไฟฟ้า จะปรากฏหน้าจอดังรูปที่ จ.2



รูปที่ จ.2 หน้าต่าง โปรแกรมวิเคราะห์แบบรูปสภาพเจาะจงทิศทางของสนามไฟฟ้าของสายอากาศช่องเปิด โดยใช้ GUI

จากรูปที่ จ.2 เมื่อกำหนดขนาดช่องเปิดโดยป้อนค่า a, b แล้วคลิกเลือก Plot จะแสดงได้ดังรูปที่ จ.3



รูปที่ จ.3 แบบรูปสภาพเจาะจงทิศทางของสนามไฟฟ้าของสายอากาศช่องเปิด ที่ $a = 9\lambda$ และ $b = 3\lambda$ โดยใช้ GUI

ในการอ่านค่าตัวเลขที่กำกับในเส้นกราฟรูปที่ จ.3 จะต้องลดค่าตัวเลขลงมา 30 dB จึงจะได้ค่าที่แท้จริง เนื่องจากขนาดของสภาพเงาจกทิศทางในรูป dB บางส่วนมีค่าเป็นลบทำให้ไม่สามารถวาดกราฟในระบบพิกัดเชิงขั้วได้ จึงได้ทำการบวกเพิ่มขนาดของสภาพเงาจกทิศทางไปอีก 30 dB เพื่อยกระดับขนาดที่มีค่าติดลบให้เป็นค่าบวก รูปที่ จ.1, จ.2 และ จ.3 แสดงให้เห็นว่าการวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิดโดยการสร้างการเชื่อมต่อกับผู้ใช้ทางกราฟฟิกขึ้นมานั้น การเปลี่ยนแปลงตัวแปรต่างๆเพียงแค่เปลี่ยนแปลงค่าในหน้าต่าง GUI โดยไม่จำเป็นต้องเข้าไปแก้ไขในตัวโปรแกรมหลัก ทำให้การวิเคราะห์กลุ่มสายอากาศมีความสะดวกและรวดเร็วยิ่งขึ้น

