การเปรียบเทียบวิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำระหว่างวิธีพรีดิกทีฟพารามิเตอร์ออปติไมเซชันและวิธีพารามิเตอร์ออปติไมเซชัน

THE COMPARISON BETWEEN PREDICTIVE PARAMETER OPTIMIZATION AND PARAMETER OPTIMIZATION ITERATIVE LEARNING CONTROL

นายกิตติ บูรณีพิบูล รหัส 49363922

นายเอกราช จันทร์สุวรรณ รหัส 49364400

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้าและคอมพิวเตอร์

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

ปีการศึกษา 2552

ใบรับรองโครงงานวิศวกรรม

หัวข้อโครงงาน	**การเปรียบเทียบวิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำระหว่างวิธีพรีดิกทีฟพารามิเตอร์ออปติไมเซชันและวิธีพารามิเตอร์ออปติไมเซชัน**
ผู้ดำเนินโครงงาน	**นายกิตติ บูรณีพิบูล รหัส 49363922**
	นายเอกราช จันทร์สุวรรณ รหัส 49364400
อาจารย์ที่ปรึกษา	ดร.มุฑิตา สงฆ์จันทร์
สาขาวิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า
ภาควิชา	วิศวกรรมไฟฟ้าและคอมพิวเตอร์
ปีการศึกษา	2552

....

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร อนุมัติให้โครงงานฉบับ**นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึก**ษาตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

คณะกรรมการสอบโครงงานวิศวกรรม

....**ประธานกรรมการ**

(ดร.มุฑิตา สงฆ์จันทร์)

....**กรรมการ**

(ดร.นิพัทธ์ จันทรมินทร์)

....**กรรมการ**

(ดร.ศุภวรรณ พลพิทักษ์ชัย)

หัวข้อโครงงาน	การเปรียบเทียบวิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำระหว่างวิธีพรีดิกทีฟพารามิเตอร์ออปติไมเซชันและวิธีพารามิเตอร์ออปติไมเซชัน
ผู้ดำเนินโครงงาน	นายกิตติ บูรณีพิบูล รหัส 49363922 นายเอกราช จันทร์สุวรรณ รหัส 49364400
อาจารย์ที่ปรึกษา	ดร.มุฑิตา สงฆ์จันทร์
สาขาวิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า
ภาควิชา	วิศวกรรมไฟฟ้าและคอมพิวเตอร์
ปีการศึกษา	2552

....

บทคัดย่อ

โครงงานนี้ศึกษาและพัฒนาวิธีการควบคุมแบบเรียนรู้ซ้ำ (Iterative Learning Control: ILC) ซึ่งวิธีการนี้ก็จะมีด้วยกันหลายวิธี โดยที่หลักการของวิธีการควบคุมแบบเรียนรู้ซ้ำคือค่าความผิดพลาดจะต้องลดลงเมื่อรอบการทำงานเพิ่มขึ้น โดยจะมีการนำข้อมูลของค่าความผิดพลาดในรอบที่ผ่านมากลับมาคิดในรอบถัดไป เพื่อให้รอบต่อไปนั้นค่าความผิดพลาดจะได้ลดน้อยลงไปเรื่อยๆ การลดลงของค่าความผิดพลาดนั้นต้องลดลงแบบค่อยๆลดลงและต้องลดลงให้ได้มากที่สุด ซึ่งโครงงานนี้จะเป็นการหาวิธีการใหม่คือวิธีการควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำแบบการทำนายค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด (Predictive Parameter Optimization in Iterative Learning Control) มาเปรียบเทียบกับวิธีการควบคุมเรียนรู้ซ้ำแบบการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด (Parameter Optimization in Iterative Learning Control) โดยการทดลองจะใช้โปรแกรมแมทแลป (MATLAB) ในการทดลองเพื่อให้ได้ค่าความผิดพลาดออกมา และวัดค่าความผิดพลาดในปริมาณของนอร์ม

Project Title	The Comparison between Predictive Parameter Optimization and Parameter Optimization Iterative Learning Control
Name	Mr. kitti Buraneepibool ID. 49363922
	Mr. Ekkarat Chansuwan ID. 49364400
Project Advisor	Ms. Mutita Songjun, Ph.D.
Major	Electrical Engineering
Department	Electrical and Computer Engineering
Academic Year	2009

....

ABSTRACT

This Project is to develop the algorithm called Iterative Learning Control: ILC, which many methods are concerned The principle of ILC is to gradually decrease the error when the number of iteration is increased. The main idea of ILC is that the data from the last trial are used to calculate the new data on the next trial. The new method called Predictive Parameter Optimization ILC is introduced in this thesis. It shows important result that as the predictive parameter is used, the performance is better if compare with the parameter optimization ILC under the same condition.

กิตติกรรมประกาศ

ทางคณะผู้จัดทำโครงงาน **"การเปรียบเทียบวิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำระหว่างวิธีพรีดิกทีฟพารามิเตอร์ออปติไมเซชันและวิธีพารามิเตอร์ออปติไมเซชัน"** ขอขอบคุณ ดร.มุฑิตา สงฆ์จันทร์ ที่ให้ความช่วยเหลือในโครงงานนี้ให้สามารถดำเนินการไปได้ด้วยดี โดยช่วยให้คำแนะนำปรึกษาเกี่ยวกับโครงงานตลอดทั้งให้ความเอื้อเฟื้อสถานที่ในการทำงานและอุปกรณ์เครื่องมือต่าง ๆ อีกทั้งอาจารย์ทุกท่านที่ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้าและคอมพิวเตอร์ที่ให้คำแนะนำและช่วยเหลือในครั้งนี้

นายกิตติ บูรณีพิบูล

นายเอกราช จันทร์สุวรรณ

สารบัญ

หน้า

สารบัญ (ต่อ)

สารบัญตาราง

สารบัญรูป

รูปที่ หน้า

สารบัญรูป (ต่อ)

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญของโครงงาน

ปัจจุบันมีอุปกรณ์หรือสิ่งประดิษฐ์ต่างๆเกิดขึ้นมากมาย เพื่อที่จะให้ทำงานตามความต้องการของผู้ใช้งานทั้งทางด้านอำนวยความสะดวกและเพิ่มผลผลิตทางอุตสาหกรรม เพื่อลดค่าใช้จ่ายในการผลิตหรือการดำเนินการเพื่อช่วยในการคำนวณและจดจำค่า ซึ่งอุปกรณ์ต่างๆเหล่านี้มีการทำงานตลอดเวลาและทำงานซ้ำๆกระบวนการเดิม การทำงานของอุปกรณ์หรือเครื่องจักรเหล่านี้มักเกิดข้อผิดพลาดในการทำงาน ซึ่งเป็นสิ่งที่เป็นปัญหาในการการเข้าถึงเป้าหมาย โดยปัจจุบันมีวิธีแก้ปัญหานี้หลายวิธี แต่หนึ่งในวิธีการที่จะแก้ไขปรับปรุงปัญหานี้ได้และทำให้ระบบมีความเสถียรภาพมากยิ่งขึ้นคือการควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำแบบการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด (Parameter Optimal Iterative Learning Control, POILC)

การควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำแบบการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดนี้ มีพื้นฐานความคิดมาจากการใช้งานควบคุมแบบอินทิกรัลประยุกต์ที่ใช้ในโดเมนการทำซ้ำ (repetition domain) เพื่อที่จะปรับปรุงการทำงานของตัวเองอย่างอัตโนมัติเมื่อมีความผิดพลาดเกิดขึ้น การควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำแบบการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดนี้ จะพิจารณาการทำงานที่ต้องการติดตามวิถีที่ต้องการ (tracking desired trajectory) ซ้ำเดิมหลายๆรอบ และเมื่อสิ้นสุดแต่ละรอบของคำสั่งระบบจะกลับมาเริ่มทำงานใหม่ โดยเริ่มจากค่าเริ่มต้น (initial condition) ค่าเดิมและการทำงานของวิธีการนี้จะพิจารณาในช่วงคาบเวลาการทำงานจำกัด (finite time) โดยการควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้แบบทำซ้ำนี้จะใช้ข้อมูลที่ได้จากรอบที่ผ่านมาเป็นตัวปรับแก้ข้อมูลที่จะได้ในรอบถัดไป ซึ่งจะทำให้ได้ค่าความผิดพลาดที่น้อยลง ดังนั้นจะกล่าวได้ว่าเมื่อจำนวนรอบการทำงานที่เพิ่มขึ้นค่าความผิดพลาดที่ได้จะลดลง

หลักการทำงานของการควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำแบบการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดนี้จะเป็นการปรับปรุงพารามิเตอร์ที่ให้กับระบบควบคุม แทนที่จะปรับเปลี่ยนคำสั่งของระบบควบคุม การปรับปรุงพารามิเตอร์ที่ให้กับระบบควบคุมนั้น จะทำได้โดยการใช้ค่าความผิดพลาด(error)จากการควบคุมในการทำงานรอบที่ผ่านมา มาปรับปรุงการทำงานในรอบการทำงานปัจจุบัน โดยผลที่ได้คือค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากรอบแรกจะค่อยๆลดลงไปตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้นมาจนค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นมีค่าใกล้ศูนย์หรือให้มีความผิดพลาดเหลืออยู่น้อยสุด และยังเสนอหลักการทำงานของการควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำแบบการทำนายค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด (Predictive parameter optimization iterative learning control) และจะนำค่าสมรรถนะ(performance)ที่ได้จากทั้งสองวิธีมาเปรียบเทียบกัน โดยจะดูจากค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้น

1.2 วัตถุประสงค์ของโครงงาน

1.2.1 เพื่อศึกษาทฤษฎีของการควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำแบบการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด

1.2.2 เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบสมรรถนะที่ได้จากวิธีการควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำแบบการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดและการควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำแบบการทำนายค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด

1.2.3 เพื่อศึกษาและทำความเข้าใจการใช้โปรแกรมแมทแลป (MATLAB) มาประยุกต์ใช้กับการควบคุมแบบการควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำแบบการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด และการควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำแบบการทำนายค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด

1.2.4 เพื่อนำความรู้และทฤษฎีของการควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำแบบการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดและแบบการควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำแบบการทำนายค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดไปประยุกต์ใช้และพัฒนาในการใช้งานต่อไป

1.3 ขอบข่ายงาน

1.3.1 ศึกษาวิธีการที่ทำให้ค่าความผิดพลาดต่ำสุดโดยใช้ทฤษฎีของการควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำแบบการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด

1.3.2 เปรียบเทียบและวิเคราะห์สมรรถนะที่ได้จากการควบคุมแบบการควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำแบบการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด และการควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำแบบการทำนายค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด

1.3.3 ใช้โปรแกรมแมทแลปในการคำนวณและแสดงสมรรถนะของแต่ละวิธี

1.4 แผนดำเนินงาน

รายละเอียด	ปี2552							ปี2553		
	มิ.ย.	ก.ค.	ส.ค.	ก.ย.	ต.ค.	พ.ย.	ธ.ค.	ม.ค.	ก.พ.	มี.ค.
1. รวบรวมข้อมูล	↔									
2. ศึกษาทฤษฎีของการควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำแบบการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด และแบบการทำนายค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดพร้อมเขียนโปรแกรมแมทแลป		↔	↔	↔	↔					
3. ดำเนินการโดยใช้โปรแกรมแมทแลปในการวิเคราะห์					↔	↔	↔			
4. ดำเนินการวิเคราะห์ผลที่ได้จากวิธีการควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำแบบการทำนายค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด							↔	↔		
5. สรุปผลการดำเนินงาน								↔	↔	
6. จัดทำปริญญานิพนธ์ฉบับสมบูรณ์										↔

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากโครงงาน

1.5.1 เข้าใจในเรื่องของการควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำแบบการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด และการควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำแบบการทำนายค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด

1.5.2 สามารถนำความรู้ในเรื่องของการควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำแบบการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด และการควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำแบบการทำนายค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดไปประยุกต์ใช้ในงานได้

1.5.3 สามารถใช้เป็นพื้นฐานในการศึกษาการควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำแบบการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด และการควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำแบบการทำนายค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดขั้นสูงต่อไปได้

1.5.4 เข้าใจถึงการทำงานของโปรแกรมแมทแลป

1.6 งบประมาณ

1.6.1 ค่าถ่ายเอกสารและค่าเข้าเล่มรายงานฉบับสมบูรณ์	เป็นเงิน	1,000 บาท
1.6.2 ค่าพิมพ์เอกสาร	เป็นเงิน	500 บาท
1.6.3 ค่าวัสดุคอมพิวเตอร์	เป็นเงิน	500 บาท
รวมเป็นเงินทั้งสิ้น		2,000 บาท
		สองพันบาทถ้วน)

หมายเหตุ: ถัวเฉลี่ยทุกรายการ

บทที่ 2
หลักการและทฤษฎี

2.1 พื้นฐานของวิธีการควบคุมแบบเรียนรู้ซ้ำ (Iterative Learning Control : ILC)

วิธีการควบคุมแบบเรียนรู้ซ้ำเป็นวิธีการควบคุมแบบใหม่ ที่มีพื้นฐานในการพิจารณาการทำงานซ้ำๆเพื่อปรับปรุงแก้ไขความถูกต้องแม่นยำของระบบ และเป็นวิธีที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับการควบคุมข้อมูลป้อนกลับของระบบเพื่อเป็นการขจัดอุปสรรคที่เกิดขึ้นเกี่ยวกับการออกแบบผลงานของการควบคุมในเทอมที่จำเพาะเจาะจงได้ดี

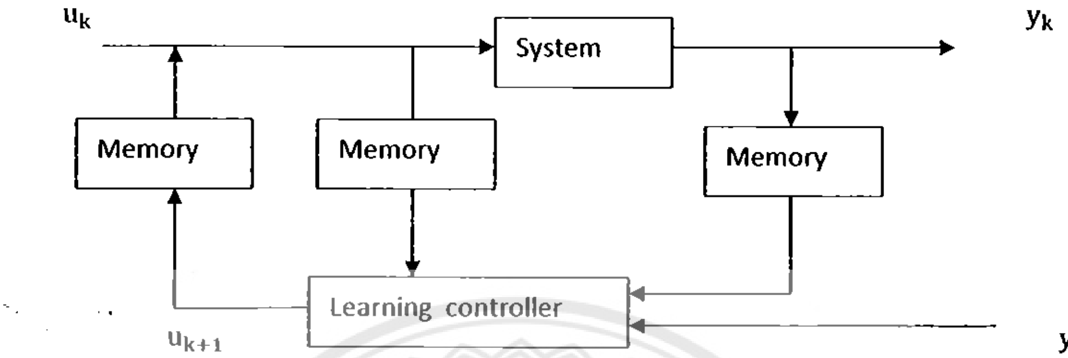
วิธีการควบคุมแบบเรียนรู้ซ้ำ คือเทคนิคในการปรับปรุงผลตอบสนองชั่วคราวและกระบวนการติดตาม (tracking) สำหรับระบบที่มีการจัดการในรูปแบบการทำซ้ำ โดยจะใช้วิธีการวนลูปหรือวิธีการทำซ้ำต่อไปเรื่อยๆและวิธีการนี้ยังเหมาะสมสำหรับการแก้ไขปัญหาในระบบรวมทั้งติดตามผลสัญญาณที่ส่งเข้าไปได้เป็นอย่างดี นอกจากนี้วิธีการควบคุมการเรียนรู้แบบทำซ้ำเราสามารถให้คำจำกัดความได้จากคำว่า การทำซ้ำ (iterative) ซึ่งเป็นวิธีการที่จะนำเอาสัญญาณหรือผลการวัดค่าจากรอบที่ผ่านมาเป็นข้อมูลในการสร้างสัญญาณอินพุทในรอบปัจจุบัน และสำหรับคำว่า การเรียนรู้ (learning) คือการปรับปรุงสัญญาณอินพุท โดยการจำค่าของสัญญาณอินพุทอันเก่าและข้อมูลที่ดีและไม่ดีมาสร้างฟังก์ชันของสัญญาณอินพุทอันใหม่ ตัวอย่างที่เห็นได้ชัดเจนและมีการประยุกต์โดยใช้วิธีการควบคุมแบบเรียนรู้ซ้ำ คือ หุ่นยนต์ควบคุมที่มีความต้องการความแม่นยำสูง

วิธีการควบคุมแบบเรียนรู้ซ้ำจะพิจารณาระบบในช่วงเวลาจำกัด (finite time-interval) $t \in [0,T]$ โดยระบบจะติดตามสัญญาณอ้างอิง $r(t)$ ที่ได้รับมาเพื่อทำให้ผลลัพธ์เป็นไปตามต้องการและสังเกตได้ว่าวิธีการควบคุมแบบเรียนรู้ซ้ำจะควบคุมสัญญาณอินพุท โดยพิจารณาสัญญาณอินพุทที่ผ่านมาเป็นข้อมูลในการสร้างสัญญาณอินพุทในรอบปัจจุบัน และจะปรับปรุงสัญญาณอินพุทโดยการพิจารณาข้อมูลอันเก่าและจะสร้างเทอมอินพุทขึ้นมาใหม่ สมการในการควบคุมสัญญาณอินพุทสามารถเขียนได้คือ

$$u_{k+1} = u_k + \Delta u_{k+1} \tag{2.1}$$

โดยที่ u_{k+1} คือ รอบในการทดลองของรอบที่ k+1 u_k คือรอบของการทดลองรอบที่ k และ Δu_{k+1} คือ ผลรวมของค่าอินพุทรอบปัจจุบันกับค่าที่ผ่านมา การควบคุมอินพุทจะเรียนรู้จากการทดลองที่ทำให้เอาท์พุทที่ออกมาเป็นไปตามต้องการและการควบคุมอินพุทที่ดีจะต้องกระทำซ้ำเพื่อหาเอาท์พุทที่ต้องการ โดยการกำหนดเงื่อนไขในระบบให้มีการจัดการเวลาที่เหมือนกันทำให้หาค่าความ

ผิดพลาด (error) ในการตอบสนองของเอาท์พุทโดยการกระทำซ้ำเพื่อหาเทอมที่ดีกว่าในข้อผิดพลาดที่ที่ผ่านมา ความคิดพื้นฐานของวิธีการควบคุมแบบการเรียนรู้ซ้ำ คือการแก้ไขผลการกระทำของระบบที่ต่อเนื่องโดยการทำซ้ำเพื่อติดตามค่าความผิดพลาดแล้วสร้างเทอมใหม่ให้ดีขึ้น สำหรับแนวคิดของวิธีการควบคุมแบบการเรียนรู้ซ้ำสามารถเขียนแผนภาพง่ายดังรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 แสดงการทำงานของระบบ

วิธีการควบคุมแบบเรียนรู้ซ้ำมีความแตกต่างจากการควบคุมวิธีอื่นๆคือวิธีการนี้สามารถควบคุมข้อมูลที่ส่งผ่านได้ดีเหมือนเป็นการติดตามค่าความผิดพลาด $e_{k+1}(t)$ และการควบคุมสัญญาณอินพุท $u_k(t)$ แต่สัญญาณอินพุตที่นิยมใช้ในการควบคุมคือ $u_{k+1}(t)$ ซึ่งลักษณะพื้นฐานของการควบคุมแบบเรียนรู้ซ้ำแสดงในแผนภาพแล้วสามารถอธิบายได้โดยสัญญาณอินพุท $u_k(t)$ คือการนำเอาสัญญาณเอาท์พุท $y_k(t)$ หรือผลลัพท์จากนั้นทั้งสองจะถูกเก็บอยู่ในหน่วยความจำ (memory) จากนั้นเราจะใช้วิธีการควบคุมแบบเรียนรู้ซ้ำไปช่วยในการปรับปรุงและสร้างสัญญาณอินพุท $u_{k+1}(t)$ ขึ้นมาและเก็บข้อมูลไว้อีกจนได้ค่าตามต้องการ ดังนั้นวิธีการควบคุมแบบเรียนรู้ซ้ำมีความสามารถในการหาค่าความผิดพลาดเป็นศูนย์ และสามารถควบคุมสัญญาณอินพุทพร้อมทั้งทำการติดตามข้อมูลเอาท์พุทที่มีความแม่นยำสูงเท่ากับจำนวนของการทำซ้ำที่เพิ่มขึ้น ซึ่งเป็นประโยชน์ที่น่าสนใจของระบบการควบคุมนี้

2.1.1 นิยามของวิธีการควบคุมแบบเรียนรู้ซ้ำ

ในการคำนวณวิธีการควบคุมแบบเรียนรู้ซ้ำเพื่อแก้ปัญหาจะพิจารณาจากแบบจำลองในปริภูมิสเตทที่เป็นเชิงเส้นแบบต่อเนื่องและไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา (standard continuous linear time-invariant state-space model)ในช่วงเวลาจำกัด $t \in [0,T]$ มีสมการเริ่มต้นดังนี้

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t)\,, x(0) = x_0$$
$$y(t) = C(t)x(t) \tag{2.2}$$

ซึ่งวิธีการนี้สามารถเป็นแม่แบบในระบบเชิงเส้นแบบไม่ต่อเนื่อง โดยใช้เวลาในการสุ่มตัวอย่าง $T_s = h$

$$x(t+h) = \Phi(t)x(t) + \Gamma(t)u(t), x(0) = x_0$$
$$y(t) = C(t)x(t) \tag{2.3}$$

โดยให้ตัวแปรสเตท $x(t) \in R^n$,เอาท์พุท $y(t) \in R^m$,อินพุท $u(t) \in R^m$,สัญลักษณ์ $A(t), \Phi(t), \Gamma(t)$และ $C(t)$ ใน (2.2) และ (2.3) เป็นเมทริกซ์

<u>หมายเหตุ</u> ตัวแปร t ในสมการ (2.2) จะต่อเนื่องทางเวลาซึ่งจะตรงข้ามกันกับตัวแปร t ในสมการ (2.3) ที่ไม่ต่อเนื่องในทางเวลากล่าวคือจะมีค่า $t = 0, h, 2h, \ldots, T$ ต่อมาวิธีการควบคุมแบบเรียนรู้ซ้ำจะสร้างสัญญาณอินพุท $u(t)$ ทำให้สัญญาณเอาท์พุท $y(t)$ ทำการติดตามสัญญาณอ้างอิง $r(t)$ได้อย่างถูกต้องแม่นยำ สมการ (2.2) และสมการ (2.3) ถูกสมมติขึ้นเพื่อใช้ในการติดตามสัญญาณอ้างอิงในการกระทำซ้ำๆนอกจากนี้วิธีการควบคุมแบบเรียนรู้ซ้ำจะมีรูปแบบที่จำเพาะเจาะจง ถ้าให้ u_k คืออินพุทที่ป้อนเข้ามาในการทดลอง k รอบ และ $e_k(t) = r(t) - y_k(t)$ คือค่าความผิดพลาดที่เกิดจากการทดลอง ดังนั้นกฎการควบคุมยังสามารถสร้างฟังก์ชันในการติดตามสัญญาณผิดพลาดและสัญญาณอินพุทได้จากสมการ

$$u_{k+1}(t) = f(e_{k+1}, e_k, \ldots, e_{k-s}, u_k, u_{k+1}, \ldots, u_{k-r}) \quad (2.4)$$

รูปแบบของการควบคุมต้องการกำหนดให้ $\lim_{k\to\infty} u_k = \bar{u}$ และ $\lim_{k\to\infty} e_k = 0$ ในโครงสร้างที่เหมาะสมนอกจากนั้นยังมีความพิเศษตรงที่ $u_{k+1}(t)$ เป็นฟังก์ชันของ $e_{k+1}(s)$ โดยให้ $s \le t$ ในปัญหาเริ่มต้นของการควบคุมการเรียนรู้ซ้ำจะกำหนดให้อินพุทเป็น u^* จะทำให้ได้การติดตามที่เหมาะสมยิ่งขึ้น

$$u^* = \underset{u \in U}{\operatorname{argmin}} \|r - Gu\|^2 \quad (2.5)$$

กำหนดให้ U คือเซตอินพุทที่เป็นไปได้และ $\|.\|$ คือนอร์มที่เหมาะสม ซึ่งถ้าการติดตามที่ดีเป็นไปได้วิธีการควบคุมแบบเรียนรู้ซ้ำสามารถหาหาค่าเอาท์พุทอ้างอิงได้จาก $r = Gu^*$ และถ้าเมทริกซ์ G สามารถหาค่าผกผัน รูปแบบสมการนี้สามารถแสดงได้ดังนี้คือ $u^* = G^{-1}r$ โดยวิธีการนี้จะแก้ปัญหาวิธีการควบคุมเรียนรู้ซ้ำทำให้การวนลูปในการกระทำซ้ำครั้งเดียวโดย พิจารณาวิธีการผกผันสำหรับระบบเชิงเส้น

$$u_{k+1} = u_k G^{-1} e_k \quad (2.6)$$

การติดตามค่าความผิดพลาดในการกระทำซ้ำครั้งแรกสามารถคำนวณอย่างง่ายจากสมการต่อไปนี้

$$e_1 = r - y_1 = r - Gu_1 = r - G[u_0 + G^{-1}e_0] = 0 \quad (2.7)$$

อย่างไรก็ตามในทางตรงกันข้ามของระบบไดนามิกถูกพิจารณาเหมือนกับสมการทางทฤษฎีซึ่งวิธีการนี้ไม่สามารถทำได้ในทางปฏิบัติ

2.2 การควบคุมการเรียนรู้ซ้ำแบบการหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด

(Parameter Optimization in iterative learning control : POILC)

การควบคุมการเรียนรู้ซ้ำเป็นระบบควบคุมที่เพิ่มเข้ามาค่อนข้างใหม่ ซึ่งปัญหาที่พบนี้จะเป็นการนำค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นกลับมาเพื่อแก้ไขต่อในส่วนของความถูกต้อง การควบคุมการเรียนรู้ซ้ำเป็นเทคนิคสำหรับการปรับปรุงแก้ไขผลกระทบของผลตอบสนองชั่วครู่ (transient response) และการติดตามการกระทำของกระบวนการต่างๆ

ในการระบุการติดตามจะเริ่มพิจารณาจาก r(t) หรือเอาท์พุทในการระบุปัญหานี้จะอยู่ในช่วงเวลา $t \in [0,T]$ ถ้าระบบไม่มีการป้อนค่ากลับมาค่าความผิดพลาดที่ต้องการที่ได้กลับมาจะไม่เป็นศูนย์ แต่กระบวนการเรียนรู้ซ้ำสามารถให้ผลค่าความผิดพลาดออกมาเป็นศูนย์ ซึ่งนำเสนอโดย Amann และ Owens การควบคุมการเรียนรู้ซ้ำจะเป็นการนำค่าความผิดพลาดที่กระทำในแต่ละรอบมาพิจารณาใหม่ในรอบต่อๆไป โดยจะให้สัญญาณอินพุท(ค่าเริ่มต้น)เป็น $u_k(t)$ โดยที่ k เป็นจำนวนการทำซ้ำและข้อมูลในการพิจารณาในสัญญาณอินพุทใหม่จะเป็น $u_{k+1}(t)$ เป็นการประยุกต์ให้การทำซ้ำระบบต่อไปหรือ k+1 เป็นจำนวนการทดลองรอบต่อไป

ในการอธิบายถึงเอาท์พุทในแบบของ Togai และ Yamano ได้นำเสนอตัวอย่างของระบบแบบไม่ต่อเนื่อง (discrete time) ของการควบคุมแบบการทำซ้ำของอินพุทตัวใหม่สำหรับระบบที่มีลำดับเท่ากับหนึ่ง (degree one)

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + \Gamma e_k(t+1) \tag{2.8}$$

เมื่อระบบเดิมเป็นแบบเชิงเส้นและไม่เปลี่ยนแปลงในทางเวลาซึ่งสัญญาณที่จะอธิบายอยู่ในช่วงเวลา $t \in [0,T]$ และในการอธิบายปริภูมิสเปคของ (A,B,C) ในสมการที่ (2.2) ถ้าหากว่า $CB \neq 0$ จะอธิบายได้ในรูปแบบ

$$\|I - \Gamma CB\|_i \leq \rho < 1 \tag{2.9}$$

ให้ $k \to \infty$ สัญญาณเอาท์พุทจะมีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้นซึ่งจะลู่เข้าสู่สัญญาณอ้างอิง และนอกจากนี้ยังมีการวิจัยอื่นๆที่พัฒนาเพิ่มขึ้นมาในกระบวนการของสมการ (2.8) โดยการนำเสนอของ Lee และ Bien นอกจากนั้น Chen ได้มีการเสนอปรับปรุงในการวิเคราะห์ในรูปแบบของระบบอันดับสูง (high-order) จากสมการ(2.8) ให้เป็น

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + \sum_{i=1}^{M} k_i(t) e_{k-i+1}(t+1) \tag{2.10}$$

เป็นการรวบรวมเงื่อนไขสำหรับการคิดหาระบบที่มีความเป็นอันดับสูงขึ้นไปให้มีความแน่นอนยิ่งขึ้นไป

Owens ได้ให้ความหมายเพิ่มเติมในเรื่องของการควบคุมการเรียนรู้ซ้ำจากสูตรในสมการที่ (2.10) โดยการใช้การติดต่อจากค่าอินพุทก่อนหน้านี้ ค่าความผิดพลาดในการทดลองและค่าความผิดพลาดในการทดลองในแต่ละรอบการทดลอง ในการทดลอง k+1 ระบบอินพุทจะเป็นการคำนวณโดยใช้

$$u_{k+1}(t) = \sum_{i=1}^{M} a_i u_{k+1-i}(t) + \sum_{i=1}^{M} K_i(t) e_{k-i+1}(t+1) + K_{0e_{k+1}(t+1)} \quad (2.11)$$

เป็นการปรับปรุงแก้ไขเพื่อให้มีความเสถียรภาพมากขึ้นจากสมการ (2.11) เป็นการรวบรวมกระบวนการที่มีการวิเคราะห์ที่สมบูรณ์โดย Owens

2.2.1 การกำหนดปัญหา

รูปแบบของระบบ

พิจารณาระบบที่ต่อเนื่องและระบบเชิงเส้น ซึ่งในทางปฏิบัติจะกำหนดให้เป็นสมการ

$$\left.\begin{aligned} \dot{x} &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned}\right\} \quad (2.12)$$

ในวัตถุประสงค์ของการวิเคราะห์การควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำสามารถจำแนกได้เป็น

1. การติดตามสัญญาณ $r(t)$
2. เพิ่มการติดตามเป้าหมายอย่างถูกต้องแม่นยำจากการทำซ้ำไปสู่การทำซ้ำรอบต่อไป
3. เป็นการติดตามความถูกต้องที่ได้รับจากการทำซ้ำที่เป็นไม่สิ้นสุด

สำหรับการวิเคราะห์จะให้อินพุทและเอาท์พุทเป็นการสมมุติขึ้น ช่วงเวลาในการทดลองให้เป็น t_s จะอยู่ในช่วง $[0,T]$ และสำหรับจำนวนรอบจะให้เป็น $N = T/t_s$ ผลลัพธ์ของรูปแบบการแยกเป็นสัดส่วนสามารถเขียนให้อยู่ในรูป

$$\left.\begin{aligned} x(t+1) &= \emptyset x(t) + \Delta u(t) \\ y(t) &= Cx(t) \qquad ; N \geq t \geq 0 \end{aligned}\right\} \quad (2.13)$$

เมื่อ $\emptyset, \Delta, c$ เป็นค่าคงที่ซึ่งเป็นจำนวนที่อยู่ในรูปเมทริกซ์เป็น $n \times n$, $n \times 1$, $m \times n$ ตามลำดับ

ซึ่งเป็นการใช้ประโยชน์ในการวิเคราะห์ถึงการเปลี่ยนรูปแบบโดยใช้รูปแบบของเมทริกซ์ ที่จะสัมพันธ์กันกับอินพุทและเอาท์พุทสำหรับการทดลองต่างๆ ความถูกต้องจะมีมากถ้าหากว่า $m \geq 1$ เป็นการสัมพันธ์กับเลขยกกำลังของเมทริกซ์ในฟังก์ชั่นถ่ายโอน (transfer function) ซึ่งจะนิยามได้เป็น

$$\left.\begin{aligned} u_k &= \big(u_k(0), u_k(1), \dots, u_k(N-m)\big) \\ y_k &= \big(y_k(m), y_k(m+1), \dots, u_k(N)\big) \\ r &= \big(r(m), r(m+1), \dots, r(N)\big) \end{aligned}\right\} \quad (2.14)$$

เมื่อ k เป็นการจำนวนการทดลองซึ่งจะก่อให้เกิดโครงสร้างในรูปแบบของปริภูมิสเตทที่ต้องการซึ่งเป็นการเลื่อนระหว่างองค์ประกอบของอินพุทและเอาท์พุท เพื่อความง่ายเราจะสมมุติให้ค่าของ m = 1 และจากสมการที่ (2.13) จะได้สมการอินพุทอธิบายได้เป็น

$$y = Gu + d \tag{2.15}$$

เมื่อ G และ d เป็น เมทริกซ์

$$\left.\begin{aligned} G &= \begin{bmatrix} C\Delta & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ C\emptyset\Delta & C\Delta & \ddots & 0 & 0 \\ C\emptyset^2\Delta & C\emptyset\Delta & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & C\Delta & 0 \\ C\emptyset^{N-1}\Delta & \dots & \dots & C\emptyset\Delta & C\Delta \end{bmatrix} \\ d &= \begin{bmatrix} C\emptyset x_0 \\ C\emptyset^2 x_0 \\ C\emptyset^3 x_0 \\ \vdots \\ C\emptyset^N x_0 \end{bmatrix} \end{aligned}\right\} \tag{2.16}$$

โดยที่ G เป็นพารามิเตอร์มาร์คอฟ (Markov parameters) จากสมการ (2.13) เพื่อที่จะอธิบายปัญหาการทำซ้ำจากรูปแบบสมการที่ (2.15) เอาท์พุทสามารถเขียนได้เป็น $y_k = Gu_k + d$ เมื่อ k เป็นจำนวนการทดลอง ค่าความผิดพลาดที่เกิดจากการทดลอง k ครั้งจะอธิบายได้เป็น

$e_k = r - Gu_k - d = (r - d) - Gu_k$ แทน r ด้วย $r - d$ และสมมุติให้ $d = 0$

การกำหนดปัญหาของกระบวนการควบคุมการทำซ้ำสามารถทำให้อยู่ในรูปง่ายโดยการรวมกระบวนการทำซ้ำที่ค่าของอินพุท u_∞ ที่มีค่าน้อยที่สุดโดยจะได้ว่าค่าความผิดพลาดที่เหมาะสมคือ

$$\min_u \{\|e\|^2 : e = r - y, y = Gu\} \tag{2.17}$$

โดย $\|e\|^2 = \sqrt{e_1{}^2 + e_2{}^2 + e_3{}^2 + \cdots}$

สำหรับกระบวนการควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำวัตถุประสงค์เพื่อที่จะให้ได้ผลการติดตามออกมาที่สมบูรณ์มีหลายกลุ่มได้นำเสนอทฤษฎีออกมาเพื่อที่จะได้มาซึ่งในการแก้ปัญหาให้ได้ความเหมาะสมที่สุด และได้มีการนำเสนอกระบวนการออกมาโดย Furuta และ Yamakita เป็น

$$u_{k+1} = u_k + \varepsilon_k A^* e_k \tag{2.18}$$

เมื่อ A' เป็นพารามิเตอร์ช่วยของระบบและ ε_k เป็นอัตราขยาย(Gain)ของการทดลอง แต่ว่าเป็นที่ไม่ยอมรับเนื่องจากว่าผลกระทบจากการทดลองที่ประกอบด้วยรูปแบบการรบกวนและรูปแบบค่าความผิดพลาด

จึงได้มีการเสนอกระบวนการควบคุมการเรียนรู้ซ้ำที่เหมาะสมตัวใหม่ขึ้นโดย owens และ Amann เป็นกระบวนการทั่วไปของการควบคุมการเรียนรู้ซ้ำ เป็นการวิเคราะห์วัตถุประสงค์และเกิดจากการควบคุมการคำนวณที่มีจำนวนเพิ่มขึ้นในแต่ละรอบการทดลอง เมื่อการเพิ่มขึ้นนี้เป็นเอาท์พุทที่เหมาะสมของ cost function

cost function เป็นการหาได้จากการทำที่มีคุณภาพ ซึ่งทำให้ได้ค่าความผิดพลาดออกมาที่มีค่าความผิดพลาดที่มีปริมาณน้อยลงเมื่อเทียบกับการทดลองในแต่ละรอบแสดงให้เห็นว่าไม่มีการเปลี่ยนค่าอินพุทจากการทดลองไปยังการทดลองรอบต่อไป สามารถอธิบายเพิ่มเติมในรูป cost function ได้เป็น

$$J_{k+1} = \|e_{k+1}\|^2 + \|u_{k+1} - u_k\|^2 \qquad (2.19)$$

และผลลัพธ์ที่สมบูรณ์สำหรับสมการที่ (2.19) จะให้เป็น

$$u_{k+1} = u_k + A^* e_{k+1} \qquad (2.20)$$

เมื่อ A' เป็นพารามิเตอร์ช่วยของระบบซึ่งเป็นจำนวนที่มีค่าน้อยๆ ซึ่งค่าความผิดพลาดในแต่ละรอบ (e_{k+1}) จะให้พารามิเตอร์ในกระบวนการควบคุมการเรียนรู้ซ้ำ เมื่อต้องการติดตามควบคุมไปสู่รอบต่อไป

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + \beta_{k+1} e_k(t+1) \qquad (2.21)$$

เมื่อ β_{k+1} เป็นขนาดพารามิเตอร์ของอัตราขยาย และจะเป็นพารามิเตอร์ที่มีการเปลี่ยนแปลงไปในแต่ละรอบของการทดลองซึ่งจะต่างจากสมการที่ (2.8) และ β_{k+1} เป็นการเรียกให้ได้ผลลัพธ์ออกมาที่สามรถแก้ไขปัญหาที่เหมาะสม

$$\beta_{k+1} = \underset{u_{k+1}}{\operatorname{argmin}} \{ J_{k+1}(\beta_{k+1}) : e_{k+1} = r - y_{k+1}, y_{k+1} = Gu_{k+1} \} \qquad (2.22)$$

เมื่อ $J(\beta_{k+1})$ เป็นการหาได้จาก

$$J(\beta_{k+1}) = \|e_{k+1}\|^2 + w\beta^2{}_{k+1}; \;\; w \geq 0 \qquad (2.23)$$

โดยการให้ $e = r - G_u$ เป็นการติดตามค่าความผิดพลาดตัวใหม่ จาก

$$e_{k+1} = (I - \beta_{k+1} G) e_k, \; \forall k \geq 0 \qquad (2.24)$$

เพื่อให้ได้ β_{k+1} ออกมาในค่าที่เหมาะสม จำเป็นต้องกำหนดให้ $\frac{\partial J}{\partial \beta_{k+1}} = 0$ ทำให้ได้

$$\beta_{k+1} = \frac{< e_k, Ge_k >}{w + \|Ge_k\|^2} \tag{2.25}$$

ซึ่งค่านี้เป็นค่าที่เหมาะสมในการนำไปใช้งานซึ่งสามารถพิจารณาได้จากการพิสูจน์ในภาคผนวกที่ (1)

2.3 การควบคุมการเรียนรู้ซ้ำแบบหาค่ามาตรฐานที่เหมาะสม

(Norm-Optimal iterative learning control: NOILC)

จุดเริ่มต้นของการควบคุมการเรียนรู้ซ้ำแบบหาค่ามาตรฐานที่เหมาะสมเป็นการเขียนให้อยู่ในรูปแบบ

$$y = Gu + z_0 \tag{2.26}$$

เมื่อ G เป็นตัวดำเนินการจากอินพุท-เอาท์พุทของระบบและเมื่อ u และ y เป็นอินพุทและเอาท์พุทในการควบคุมการเรียนรู้ซ้ำแบบหาค่ามาตรฐานที่เหมาะสม จะให้ u และ y ทั้งคู่เป็นจำนวนจริงของปริภูมิฮิลเบิร์ต (Hilbert spaces) และ G เป็นการสมมุติให้เป็นจำนวนเชิงเส้นและเป็นตัวดำเนินการที่มีขอบเขต จาก u ถึง y , z_0 เป็นผลกระทบจากเงื่อนไขเริ่มต้นที่ไม่ใช่ศูนย์ ซึ่งสามารถสมมุติให้ $z_0 = 0$ สรุปกระบวนการการควบคุมการเรียนรู้ซ้ำเป็นการอธิบายถึงปัญหาที่มีขอบเขตที่เหมาะสม

$$\min_{u \in U} \|e\|^2 \tag{2.27}$$

ซึ่ง $e = r - Gu$ ถ้า G และ r เป็นสิ่งที่เราทราบค่าและ r ขึ้นอยู่กับ G ในการควบคุมการเรียนรู้ซ้ำแบบหาค่ามาตรฐานที่เหมาะสม ค่าที่เหมาะสมของ u' เป็นการกำหนดขึ้นโดยการอธิบายลำดับตามข้างล่าง

$$\min_{u_{k+1} \in U} J_{k+1}(u_{k+1}) \tag{2.28}$$

เมื่อ

$$J_{k+1}(u_k) = \|e_{k+1}\|^2 + \|u_{k+1} - u_k\|^2 \tag{2.29}$$

เมื่อแทนให้อยู่ในรูปมาตรฐานแล้ว $e_{k+1} = r - Gu_{k+1}$ จะเป็นการสมมุติให้เป็นการประกอบกันของค่าเฉลี่ยภายในของ $\langle .,. \rangle_y$ ใน y และ $\langle .,. \rangle_u$ ใน u ในที่นี้ $\|e_{k+1}\|^2_y = \langle e_{k+1}, e_{k+1} \rangle_y$ และ $\|u_{k+1} - u_k\|^2_u = \langle u_{k+1} - u_k, u_{k+1} - u_k \rangle_u$ เป็นค่าผลรวมในสมการที่ (2.29) เพิ่มคุณสมบัติจากขั้นตอนการคำนวณผลลัพธ์ ให้ u'_{k+1} เป็นผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดสำหรับการทำซ้ำในแต่ละรอบ $k + 1$ และ e'_{k+1} เป็นการติดตามค่าความผิดพลาดสำหรับการทำซ้ำ $k + 1$

$$\|e^{*}_{k+1}\|^2 \le J(u^{*}_{k+1}) \le \|e^{*}_{k}\|^2 \tag{2.30}$$

และเนื่องจากกระบวนการนี้จะส่งผลให้การรวบรวมของการลู่เข้าทางเดียว(Monotonic) น้อยมากทำให้ $\|e^{*}_{k+1}\| \le \|e_k\|$ ซึ่งผลเฉลยรวมที่ได้นี้จะขึ้นอยู่กับ G และ ค่ามาตรฐานที่เหมาะสมของ u^{*}_{k+1} อันดับแรกจะเป็นการอธิบายปัญหาในสมการที่ (2.28) ซึ่งจะได้มาโดยการคำนวณของ Frechet และการกำหนดค่าให้เป็นศูนย์สำหรับค่ามาตรฐานในเงื่อนไขที่เหมาะสมของ Frechet สามารถคำนวณได้จากสมการ

$$< J_{k+1}(u_{k+1}), \delta u_{k+1} >= \frac{d}{d\epsilon} J_{k+1}(u_{k+1} + \varepsilon\delta u_{k+1}) = 0 \tag{2.31}$$

ในการอธิบายลำดับของสมการนี้ จะให้ตัวดำการช่วยเป็น G* สำหรับ G เป็นสิ่งที่ต้องการในการคำนวณและ G* เป็นการอธิบายโดยสมการ

$$\langle v, Gu\rangle_y = \langle G^{*}v, u\rangle_u \tag{2.32}$$

กำหนดให้ $v \in Y$ และ $u \in U$ และมันสามารถแสดงในรูป G* สำหรับเทอมแรกใน $J_{k+1}(u_{k+1} + \varepsilon\delta u_{k+1})$ กำหนดให้เป็น

$$\begin{aligned}\|r - G(u_{k+1} + \varepsilon\delta u_{k+1})\|^2_y &=< r - G(u_{k+1} + \varepsilon\delta u_{k+1}), r - G(u_{k+1} + \varepsilon\delta u_{k+1}) >_y \\ &=< e_{k+1} - \epsilon G\delta u_{k+1}, e_{k+1} - \epsilon G\delta u_{k+1} >_y \\ &= \|e_{k+1}\|^2 - 2\epsilon < \delta u\_(k+1), G^{\wedge} * e\_(k+1) >_u + \epsilon^2\|G\delta u_{k+1}\|^2_y\end{aligned} \tag{2.33}$$

และเทอมที่สองใน $J_{k+1}(u_{k+1} + \varepsilon\delta u_{k+1})$ จะให้เป็น

$$\|u_{k+1} + \varepsilon\delta u_{k+1} - u_k\|^2_u =< u_{k+1}, u_{k+1} >_u - 2\epsilon < \delta u_{k+1} - u_{k+1} - u_k >_u + \epsilon^2\|\delta u_{k+1}\|^2_u \tag{2.34}$$

พิจารณาผลเฉลยที่เหมาะสมของ u_{k+1}

$$\frac{d}{d\epsilon} J_{k+1}(u_{k+1} + \varepsilon\delta u_{k+1}) =< \delta u_{k+1}, u_{k+1} - u_k - G^{*}e_{k+1} >_u = 0 \tag{2.35}$$

เนื่องจากว่าการเปลี่ยนแปลงของ δu_{k+1} เป็นการกำหนดขึ้นจากองค์ประกอบของ U และ $u, v \ge 0$ สำหรับ $u \in U$ ถ้าให้ $u = 0$ เราจะได้เงื่อนไขมาตรฐานที่เหมาะสมของ u_{k+1} เป็นดังสมการ

$$u_{k+1} = u_k + G^{*}e_{k+1} \tag{2.36}$$

ซึ่งถ้าพิจารณาสมการผกผันอันดับที่สองจะได้ว่า

$$\begin{aligned}\frac{d^2}{de^2} J_{k+1}(u_{k+1} + \varepsilon\delta u_{k+1}) &=< \delta u^{T}_{k+1}, (I + G^{*}G)\delta u_{k+1} >_u \\ &= \|v\|^2_2 + \|\delta u_{k+1}\|^2_u + \|G\delta u_{k+1}\|^2_u > 0\end{aligned} \tag{2.37}$$

$$= \|v\|_2^2 + \|\delta u_{k+1}\|_u^2 + \|G\delta u_{k+1}\|_u^2 > 0 \tag{2.37}$$

สำหรับ δu_{k+1} ที่ไม่ใช่ศูนย์และ $u_{k+1} = u_k + G^* e_{k+1}$ ซึ่งจะได้ค่าที่เหมาะสมจากสมการที่ (2.36) จะมีการเพิ่ม G เข้าไปจะได้ว่า

$$y_{k+1} = y_k + GG^* e_{k+1} \tag{2.38}$$

ทำให้ได้ผลการเปรียบเทียบออกมาที่เหมาะสมเป็น

$$(I + GG^*)e_{k+1} = e_k \tag{2.39}$$

ซึ่งตัวดำเนินการ $I + GG^*$ ใน (2.39) เป็นการสมมุติขึ้น
เพื่อให้เหมาะสมจะให้ $I + GG^*$ สามารถหาค่าผกผันได้และการเปลี่ยนแปลงของสมการค่าความผิดพลาดจะกลายเป็น

$$e_{k+1} = (I + GG^*)^{-1} e_k = Le_k \tag{2.40}$$

เมื่อ $L = (I + GG^*)^{-1}$ เป็นตัวดำเนินการเรียนรู้ถ้าตัวดำเนินการ GG^* เป็น $GG^* \geq \sigma^2 I$ จะประมาณได้เป็น

$$\|e_{k+1}\| \leq \frac{1}{1+\sigma^2} \|e_k\| \tag{2.41}$$

2.4 การควบคุมการเรียนรู้ซ้ำแบบการทำนายหาค่ามาตรฐานที่เหมาะสม

(Predictive Norm Optimal Iterative learning control: PNOILC)

ในรูปแบบของการควบคุมการเรียนรู้ซ้ำแบบการทำนายหาค่ามาตรฐานที่เหมาะสมจะเป็นการอธิบายหลักการทำงานในการติดตามการทำนายสัญญาณค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นในอนาคต และใช้ในการอธิบายขอบเขตที่ผ่านมาสำหรับในวิธีการควบคุมการเรียนรู้ซ้ำ โดยหลักการสำหรับวิธีการคำนวณ กำหนดให้อินพุท u_{k+1} ในรอบการทดลองของ $k + 1$

$$J = \sum_{j=1}^{M} \lambda^{j-1} \left(\|e_{k+j}\|^2 + \|u_{k+j} - u_{k+j-1}\|^2 \right) \tag{2.42}$$

ซึ่งหลักการก็จะประกอบด้วย ค่าความผิดพลาดสำหรับใช้ในการทดลองต่อไปโดยจะใช้ในการทดลองครั้ง M ต่อไป โดยจะกำหนดให้ความกว้างของพารามิเตอร์ $\lambda > 0$ โดยจะให้ความสำคัญกับค่าความผิดพลาดที่จะเกิดในอนาคตและการเปรียบเทียบการเพิ่มขึ้นของอินพุท การกำเนิดของสัญญาณ M ที่ต้องการนั้นจะถูกจัดให้อยู่ในรูปของ $M - 1$ ซึ่งสัญญาณอินพุท $M - 1$ และค่าความผิดพลาดที่แท้จริงนั้นจะปรากฏในการคำนวณและจะแตกต่างไปจากสัญญาณจริงที่มีอยู่หรือสังเกตในการทดลองอื่นๆ

ซึ่งในการทำซ้ำ $k+1$ จะเป็นการป้อนการทดลองที่เป็นจริงแต่ในทางคณิตศาสตร์แล้วเราจะเลือกเป็นอย่างเดียวคือรูปแบบของ M

ในที่นี้การควบคุมการเรียนรู้ซ้ำแบบการทำนายหาค่ามาตรฐานที่เหมาะสม จะเป็นการอธิบายในส่วนของ M=2 เพื่อความสะดวกจะให้ $\lambda > 1$ $R(t)=I$ $Q(t)=I$ เมื่อดัชนีชี้วัดในการทำงานให้เป็น

$$J = \|e_{k+1}\|^2 + \|u_{k+1} - u_k\|^2 + \lambda\|e_{k+2}\|^2 + \lambda\|u_{k+2} - u_{k+1}\|^2 \tag{2.43}$$

ในการคำนวณการติดตามค่าอินพุทของการควบคุมการเรียนรู้ซ้ำที่เป็นค่าที่เหมาะสม ในที่นี้การคำนวณค่าอินพุท u_{k+1} ของการทดลอง $k+1$และการคำนวณค่าอินพุท u_{k+2} ในการทดลอง $k+2$ เป็น

$$u_{k+1} = u_k + G^T\left(I + \lambda(I + GG^T)^{-1}\right)(I + GG^T + \lambda I - \lambda(I + GG^T)^{-1})^{-1}e_k$$
$$u_{k+2} = u_k + G^T\left(I + (\lambda + I)\left(I + GG^T\right)^{-1}\right)^{-1}\left(I + GG^T + \lambda I - \lambda\left(I + GG^T\right)^{-1}\right)^{-1} e_k \tag{2.44}$$

2.5 การควบคุมเรียนรู้ซ้ำแบบผกผันที่ไม่ต่อเนื่องในทางเวลา

(Discrete-time inverse model-based iterative learning control)

2.5.1 การกำหนดขอบเขตของปัญหา

จุดเริ่มต้นในการพิจารณาในรูปแบบไม่ต่อเนื่องทางเวลา ความเป็นเชิงซ้อนของสัญญาณอินพุทที่มีเวลาที่จำกัด สัญญาณเอาท์พุทที่แทนด้วยปริภูมิสเปค (state-space) ในการอธิบายขอบเขตของความไม่ต่อเนื่องทางเวลาจะอยู่ในช่วงเวลา $t \in [0, N]$ ซึ่งจะสมมุติให้เป็น t_s ซึ่งในระบบจะเป็นการสมมุติให้เป็นการดำเนินการในรูปแบบการทำซ้ำในแต่ละรอบจนสิ้นสุดการทำงาน ในการกำหนดค่าเงื่อนไขเริ่มต้นสำหรับการดำเนินการต่อไปของสัญญาณควบคุมตัวใหม่สามารถที่จะให้เป็น $r(t)$ เป็นการสมมุติขึ้นมา และวัตถุประสงค์ในการควบคุมจะเป็นการหาค่าของอินพุท $u^*(t)$ ดังนั้นผลของเอาท์พุท $y(t)$ ในการติดตามจะเป็นการกล่าวถึงสัญญาณ $r(t)$ ใน $[0, N]$ ในรูปแบบกระบวนการจะเป็นการเขียนให้อยู่ในรูปของ

$$\left.\begin{aligned} x(t+1) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned}\right\} \tag{2.45}$$

เมื่อค่าของ $x(.) \in R^n$ เอาท์พุท $y(.) \in R$ และสำหรับอินพุท $x(.) \in R$ และในการดำเนินการเริ่มต้นจะกำหนดให้ $x(0) = x_0$ ในการกล่าวถึงขนาดที่เหมาะสมของเมทริกซ์ A, B, C นี้จะเป็นการสมมุติให้ $CA^jB \neq 0$ สำหรับ $j \geq 0$ จากระบบที่ (2.45) ทั้งคู่เป็นการควบคุมและสามารถสังเกตได้ เหมือนกับ $f_x(t)$ ซึ่งหมายถึงค่าของสัญญาณเวลา t ในรอบการทำซ้ำ k

ในการทำซ้ำโดยทั่วไปแล้วปัญหาที่อาจเกิดขึ้นได้สำหรับการปรับปรุงการทำซ้ำ คือ อินพุท u(t) ดังนั้นการทำซ้ำที่มีการเพิ่มขึ้นนี้ระบบจะต้องมีการติดตามการเรียนรู้ค่าอินพุทที่มีความถูกต้องแม่นยำที่มากขึ้นดังนั้นจุดประสงค์ในการควบคุมจะเป็นการหาได้จากทฤษฎีการควบคุมการซ้ำที่มีการทำซ้ำหลายๆรอบจาก

$$u_{k+1} = f(u_k, u_{k-1}, \dots, u_{k-r}, u_{k+1}, e_k, \dots e_{k-s}) \tag{2.46}$$

$$\lim_{k\to\infty} = \|e_k\| = 0,\ \lim_{k\to\infty} = \|u_k - u^*\| = 0 \tag{2.47}$$

ในการที่จะนำไปใช้ในการทำซ้ำอีกจะเป็นการแสดงให้อยู่ในรูปของค่าเฉลี่ย$\|\,.\,\|$และ
$u_k = [u_k(0)u_k(1) \dots u_k(N)]^T$, $y_k = [y_k(0)y_k(1) \dots y_k(N)]^T$,
$r_k = [r(0)-y_k(0)r(1)-y_k(1) \dots r(N)-y_k(N)]^T$
กำหนดให้ u^* เป็นลำดับของอินพุท และให้ $r(t) = [Gu^*](t)$ และ G เป็น convolution mapping เหมือนกันกับสมการที่(2.45)

ถ้าในการ mapping f ในสมการที่ (2.46) นี้จะไม่ขึ้นอยู่กับฟังก์ชั่นของ e_{k+1} ซึ่งจะเรียกกระบวนการประเภทนี้ว่า feedforward นอกจากนั้นจะเป็นชนิดของ feedback plus feedforward แต่ถ้าหากว่ามีการขึ้นอยู่กับ e_{k+1} จะเรียกว่าเป็นชนิดของ feedback

สำหรับการวิเคราะห์เป็นการกล่าวถึงความสำคัญเนื่องจากระบบของสมการที่ (2.45) เป็นการอธิบายในช่วงเวลาที่จำกัด ซึ่งจะเป็นการแสดงถึงการเท่ากันของสมการเมทริกซ์ $y_k = G_e u_k + d$ เมื่อ G_e มีโครงสร้างที่เป็นเมทริกซ์แบบสามเหลี่ยมดังแสดงดังสมการที่ (2.48) ส่วนหากอยู่ในรูปของ $(G_e)_{ij} = (G_e)_{(i+1)(j+1)}$ สำหรับ $1 \le i,j \le N-1$ ซึ่งเป็นระบบที่มีความเป็นเชิงเส้นที่ไม่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

ตัวอย่างเช่น

$$G_e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CB & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{N-1}B & CA^{N-2}B & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix} \tag{2.48}$$

เมื่อ $d = [Cx_0, CAx_0, \dots CA^N x_0]^T$ และองค์ประกอบของ CA^jB ของเมทริกซ์ G_e เป็นพารามิเตอร์มาร์คอพที่ใช้แทนในสมการที่ (2.45)

สมมุติหากแทนลงในฟังก์ชันถ่ายโอนของ $G(z) = C(zI - A)^{-1}B$ แล้วจะมีความเกี่ยวข้องกับอันดับ(degree) ของ k^* ซึ่งค่าของ $CA^{k^*-1}B \neq 0$ สมมุติมีการอ้างถึงสัญญาณ $r(j) = CA^*x_0$ สำหรับ $1 \le j < k^*$ สำหรับการวิเคราะห์ที่เป็น 'lifted' จะแทนสมการ $y_{k,l} = G_{e,l}u_{k,l} + d$
เมื่อ $u_{k,l} = [u_k(0)u_k(1) \dots u_k(N-k^*)]^T$, $y_{k,l} = [y_k(k^*)y_k(2) \dots y_k(N)]^T$,

$$G_{e,l}=\begin{bmatrix} CA^{k'-1}B & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CA^{k'}B & CA^{k'-1}B & 0 & \dots & 0 \\ CA^{k'+1}B & CA^{k'}B & CA^{k'-1}B & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{N-k'}B & CA^{N-k'-1}B & \vdots & \dots & CA^{k'-1}B \end{bmatrix} \tag{2.49}$$

$d = [CA^{k'}x_0, \dots CA^{N}x_0]^T$ และสมมุติ $CA^{k'-1}B \neq 0$, $r = G_{e,l}u' + d$

2.5.2 รูปแบบของกระบวนการผกผัน

การควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำสามารถเป็นการพิจารณาผลการทำซ้ำซึ่งปัญหาของการผกผันในรูปแบบนี้สามารถที่จะปฏิบัติได้ทั้งสองอย่าง คือทั้งในรูปแบบกระบวนการของการทดลองหรือกระบวนการของการลอกเลียนแบบ ซึ่งเป็นคุณสมบัติที่ใช้อธิบายผลของ Plant inverse คือการพัฒนาทฤษฎีในที่นี้ได้รวบรวมสาเหตุของการไม่ต่อเนื่องทางเวลา สำหรับ Plant inverse การวิเคราะห์โครงสร้างของความต่อเนื่องทางเวลา ซึ่งจะแสดงโดย Furuta และ Yamakita สิ่งที่ตามมาคือการแสดงให้เห็นว่าการผกผันสามารถทำให้เกิดกระบวนการที่มีประโยชน์ต่อทฤษฎีของสมการที่อยู่ข้างล่างนี้ซึ่งจะบอกถึงความเป็นไปได้ของกระบวนการการทำซ้ำซึ่งจะพิจารณาด้วยวิธีการของการควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำ ดังนี้

$$u_{k+1} = u_k + \beta G_e^{-1} e_k \tag{2.50}$$

เมื่อ β คืออัตราขยายการเรียนรู้ "learning gain" ที่นำไปสู่การเปลี่ยนแปลงและมีผลต่อการทำงานที่มีจำนวนเพิ่มขึ้นสมมุติให้กระบวนการที่เข้ามาเป็นการกำหนดขึ้นเองในทางเวลาที่มีการควบคุมให้เป็น u_0 และแทนความคลาดเคลื่อนเป็น e_0 ถ้าหากว่า $\beta = 1$ การเปลี่ยนแปลงที่สอดคล้องกับสมการที่จะสังเกตเห็นได้คือผลของความคลาดเคลื่อนที่เข้าใกล้ศูนย์ในการทำซ้ำ เพื่อให้เกิดความถูกต้องแม่นยำในการคำนวณ จะให้

$$e_1 = r - y_1 = r - G_e u_1 = r - G_e\left(u_0 + G_e^{-1} e_0\right) = 0 \tag{2.51}$$

ในที่นี้จะดูเหมือนว่ารูปแบบกระบวนการทำซ้ำสามารถที่จะเป็นทฤษฎีที่มีความสมบูรณ์ ของกระบวนการควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำ ถ้า $\beta \neq 1$ การวิเคราะห์จะชี้ให้เห็นว่า $e_k = (1-\beta)^k e_0$ เมื่อเข้าใกล้ศูนย์และช่วงของ $0 < \beta < 2$

ในการดำเนินการด้วยวิธีการที่ทำให้เกิดความสมบูรณ์ที่มากขึ้นไปนี้จะเป็นที่ต้องการของรูปแบบที่ต้องการระบบที่มีความถูกต้องยิ่งขึ้นคือการใช้งานได้ง่ายมีประโยชน์และสามารถที่จะประยุกต์ใช้ได้ แต่โชคไม่ดีที่รูปแบบระบบความถูกต้องนั้นไม่คงที่และไม่เพียงพอ แม้ว่า รูปแบบของนอร์มินอล G_0 อาจจะมีประโยชน์ในการทำให้เกิดการลดลงจากการคำนวณ ในการดำเนินการควบคุม

ซึ่งมีความสอดคล้องกับเมทริกซ์ ที่ถูกแทนด้วยรูปแบบของ นอร์มินอลให้มีความสัมพันธ์กันกับ (degree) ของ k' ในกระบวนการควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำ ซึ่งอยู่ในรูปของ

$$u_{k+1} = u_k + \beta G_0^{-1} e_k \tag{2.52}$$

ผลของการกระทำนี้จะใช้ในการวิเคราะห์ที่ให้ทำเกิดความง่ายต่อผลของสมการค่าความผิดพลาด ของ

$$e_{k+1} = \left(I - \beta G_e G_0^{-1}\right) e_k \tag{2.53}$$

การเบนเข้าหาค่าความคลาดเคลื่อนนั้นขึ้นอยู่กับเมทริกซ์ของ $\beta G_e G_0^{-1}$ และนอกจากนั้นความเสถียรภาพของการควบคุมจะขึ้นอยู่กับความสัมพันธ์ระหว่างรูปแบบของ G_e และ G_0 เป็นเมคนิจูดของ β ดังจะเห็นได้อย่างชัดเจนจากผลการพิสูจน์ที่มีการวิเคราะห์โดยการใช้เมทริกซ์หรือได้จากความคิดของหลายๆขบวนการจาก Edwards และ Owens และทฤษฎีระบบการทำซ้ำของ Rogers และ Owens

ประพจน์ที่1: เงื่อนไขที่เป็นสิ่งจำเป็นและเหมาะสมสำหรับกระบวนการผกผันของการควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำ จะอยู่ในรูปรัศมีสเปคตรัมของ $(I - \beta G_e G_o^{-1})$ เป็นความถูกต้องแม่นยำที่มีค่าน้อยกว่า 1

พารามิเตอร์หนึ่งของกระบวนการผกผันของการควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำในกรณีของ $G = G_0$ เป็นกระบวนการลดเมคนิจูลของค่าความผิดพลาดในแต่ละรอบของการทำซ้ำ ตัวอย่าง ถ้า $0 < \beta < 2$ แล้ว $\|e_{k+1}\| = |1-\beta|\|e_k\| < \|e_k\|$ สำหรับทุกค่าของ k เมื่อ $e_k \neq 0$

ในการติดตามผลที่มีความสัมพันธ์กันระหว่างการเรียนรู้อัตราขยาย β และความไม่แน่นอน (uncertainty)ที่เพิ่มขึ้นแทนด้วย $G_e = UG_0$ เมื่อให้ U เป็นเมทริกซ์สี่เหลี่ยมและเป็นการอธิบายที่มีขอบเขต ความไม่แน่นอนสามารถกำหนดให้เป็น β หรืออธิบายเป็นขอบเขตของ β การติดตาม U ที่เหมาะสมนั้นต้องแทนด้วยระบบของ causal , เชิงเส้น, ไม่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลา ส่วนใหญ่แล้วโครงสร้างของ G_e จะเป็นโครงสร้างที่มีขนาดที่น้อยๆ ตัวอย่างเช่น $(U)_{ij} = (U)_{i+1,j+1}$ สำหรับ $1 \le i,j \le N-1$

ในการเชื่อมโยงไปยัง Z-transfer functions จะเป็นการแทนด้วย เมทริกซ์และการเชื่อมโยง Z-transfer functions จะเหมือนกับลำดับของเวลาอินพุทและเอาท์พุท ซึ่งจะเป็นการแสดงให้อยู่ในรูปที่ง่ายในการติดตามเพื่อให้ได้ค่าที่ถูกต้อง

ประพจน์ที่2: สมมุติให้ $G(z)$ มีความสัมพันธ์กับเลขยกกำลังหรือ เท่ากับ $G_0(z)$ และ $G(z) = U(z)G_0(z)$ ถ้าหากว่า G_e, G_0และ U เป็นการแทนด้วยเมทริกซ์จะทำให้ได้ระบบออกมาเป็น $G_e = UG_0$ ในการอธิบายการติดตามจะเลือกค่ามาตรฐานสำหรับสัญญาณของค่าความผิดพลาดจะเป็นของ Euclidean norm ซึ่งอยู่ในรูป $\|e\| = \sqrt{e^T e}$

คุณสมบัติที่สำคัญหรือจำเป็นสำหรับกระบวนการการควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำจะเป็นดังนี้คือ

(1) การรวบรวบของกระบวนการติดตามเพื่อให้ได้ค่าความผิดพลาดออกมาให้น้อยที่สุดหรือเป็นศูนย์

(2) การใช้ Euclidean norm ในการหาค่าความผิดพลาดของลำดับเวลา

ซึ่งคุณสมบัติทั้งสองนี้จะมีประโยชน์สำหรับกระบวนการทำงานของการควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำ ซึ่งจะใช้เป็นปัจจัยสำคัญในขั้นตอนเริ่มต้น

ประพจน์ที่3: สมมุติให้เมทริกซ์ของ $U + U^T$ เป็นเมทริกซ์ที่มีขอบเขตที่เป็นบวกซึ่งจะขึ้นอยู่กับการเรียนรู้ของ gain $\beta^* > 0$ ดังนั้นจะได้ค่า $0 < \beta < \beta^*$ เพื่อให้ได้ $\|e_{k+1}\|^2 < \|e_k\|^2$ ฉะนั้นค่าของ $e_k \neq 0,\ \forall k \geq 0$ นอกจากนี้แล้วการหาค่าของอัตราขยาย β สามารถแทนด้วยอสมการเมทริกซ์ดังนี้

$$\left(\frac{1}{\beta}I - U\right)^T \left(\frac{1}{\beta}I - U\right) < \frac{1}{\beta^2} \tag{2.54}$$

พิสูจน์: ความแตกต่างของ $\|e_{k+1}\|^2 - \|e_k\|^2$ โดยการใช้สมการที่ (2.53) ในรูปของ

$$\|e_{k+1}\|^2 - \|e_k\|^2 = -2\beta e_k^T U e_k + \beta^2 e_k^T U^T U e_k \tag{2.55}$$

เมื่อ $U + U^T$เป็นเมทริกซ์ที่มีขอบเขตเป็นบวกและค่าของ $\beta > 0$ ส่วนในเทอมของ$-2\beta e_k^T U e_k$ และ $\beta^2 e_k^T U^T U e_k$ เป็นการกำหนดขึ้น โดยที่ให้ค่าของ e_k ไม่เป็นศูนย์

$$2\beta v^T U v > \beta^2 v^T U^T U v \tag{2.56}$$

เมื่อ $v = e_k$ อสมการนี้เป็นการอธิบายที่ถูกต้องสำหรับ ทุกๆค่าของ $v \in R^N$ ที่ไม่เป็นศูนย์เมื่อเทอมทางด้านซ้ายมือของอสมการที่(2.56) เป็นค่าของ $0(\beta)$ และเทอมทางด้านขวามือจะเป็นค่าของ $0(\beta^2)$ ซึ่งอสมการนี้ค่าของ $\beta > 0$ ซึ่งจะส่งผลให้ค่าของ $\beta^* > 0$ ด้วย

บทที่ 3
ขั้นตอนการดำเนินงาน

ในกระบวนการเปรียบเทียบวิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำระหว่างวิธีพรีดิกทีฟพารามิเตอร์ออปติไมเซชันและวิธีพารามิเตอร์ออปติไมเซชันนี้ จะเป็นการปรับปรุงเพิ่มเติมมาจากการควบคุมการเรียนรู้ซ้ำแบบหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมและแบบหาค่ามาตรฐานที่เหมาะสม โดยจะมีการเพิ่มพารามิเตอร์เข้ามาในกระบวนการเพื่อให้ได้ค่าความผิดพลาดที่ออกมามีการลดลงมากกว่าวิธีแบบเดิม ในการทำการทดลองในแต่ละรอบโดยจะเริ่มจากวิธีการควบคุมการเรียนรู้ซ้ำแบบหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสม

3.1 การควบคุมการเรียนรู้ซ้ำแบบการหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด (Parameter Optimization Iterative Learning Control: POILC)

ในกระบวนการนี้จะเริ่มพิจารณาจากสมการ

$$u_{k+1} = u_k + \varepsilon_k A^* e_k \tag{3.1}$$

เมื่อ A^* เป็นพารามิเตอร์ช่วยของระบบและ e_{k+1} เป็นอัตราขยายของการทดลอง แต่สมการข้างต้นไม่เป็นที่ยอมรับเนื่องจากผลกระทบจากค่าผิดพลาดและรูปแบบการรบกวนที่เกิดขึ้น จึงมีการปรับปรุงโดยได้สมการที่มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้นคือ

$$u_{k+1} = u_k + A^* e_{k+1} \tag{3.2}$$

เมื่อ A^* เป็นพารามิเตอร์ช่วยของระบบซึ่งเป็นจำนวนที่มีค่าน้อยๆซึ่งค่าความผิดพลาดในแต่ละรอบการทดลองให้เป็น e_{k+1} เปลี่ยนให้อยู่ในฟังก์ชันเวลาจะได้ว่า

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + \beta_{k+1} e_k(t+1) \tag{3.3}$$

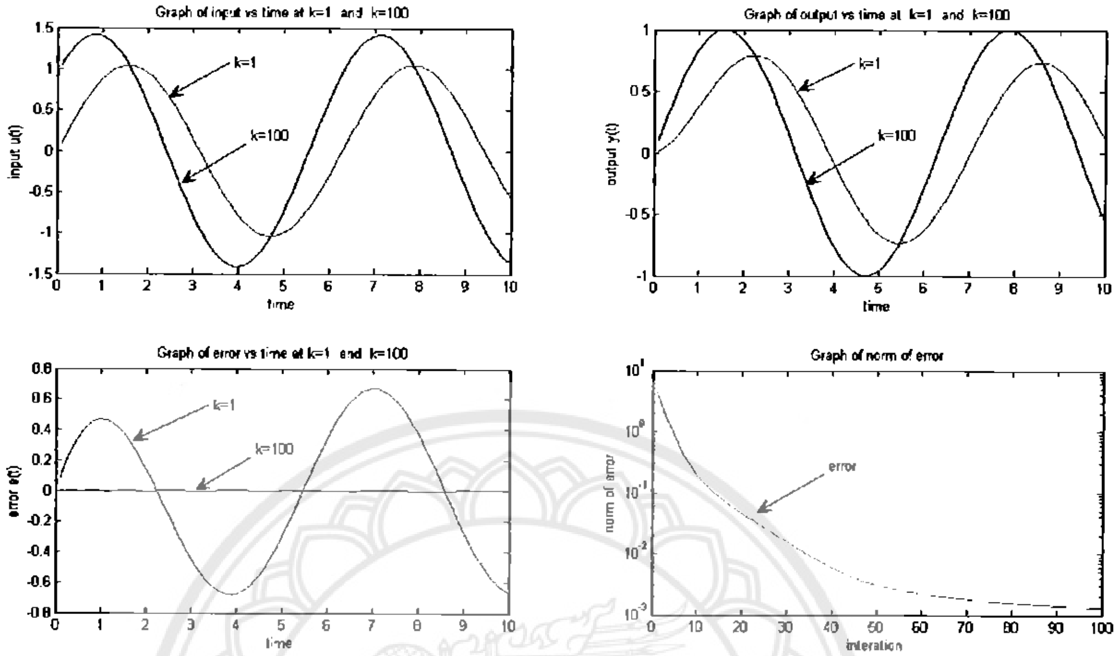
โดยที่ β_{k+1} เป็นขนาดพารามิเตอร์ของอัตราขยาย ซึ่งเป็นพารามิเตอร์จะมีการเปลี่ยนแปลงไปตามการทดลองไปในแต่ละรอบที่เพิ่มขึ้น ซึ่งเป็นค่าที่มีความเหมาะสมมากเนื่องจากค่าพารามิเตอร์ β_{k+1} มีการเปลี่ยนแปลงไปตามรอบที่เข้ามาโดยที่ ค่าของ β_{k+1} มีค่าเป็น

$$\beta_{k+1} = \frac{<e_k, Ge_k>}{w + \|Ge_k\|^2} \tag{3.4}$$

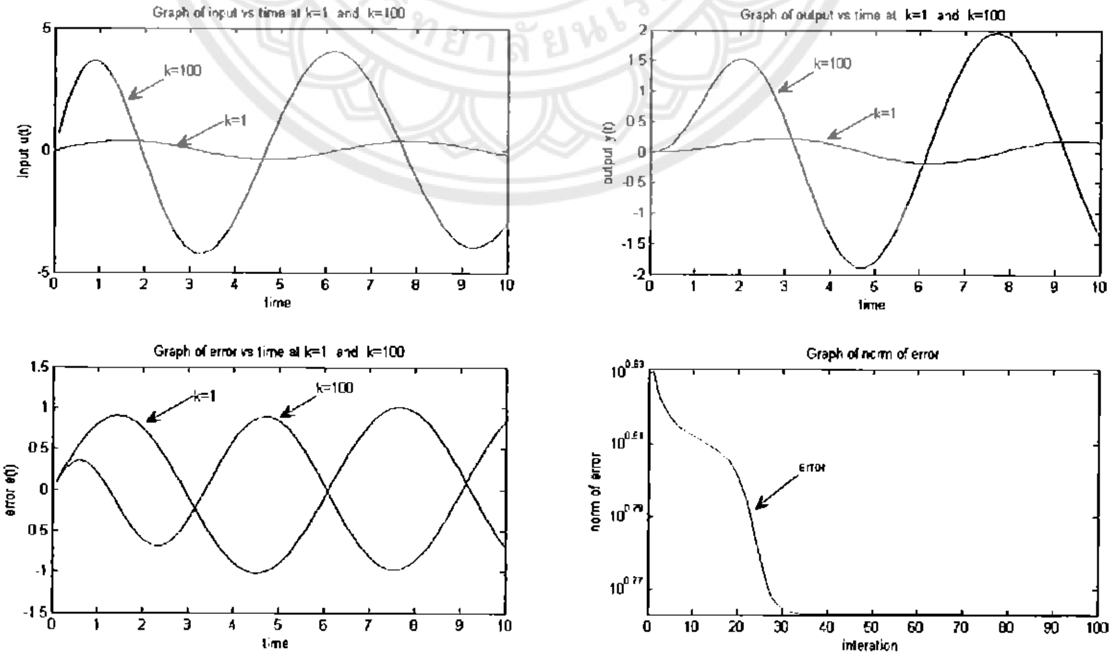
พิจารณาการพิสูจน์สมการได้จากภาคผนวกที่ (1)

กราฟแสดงลักษณะวิธีการควบคุมการเรียนรู้ซ้ำแบบหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสม

เมื่อกำหนดให้ $r = \sin(t)$

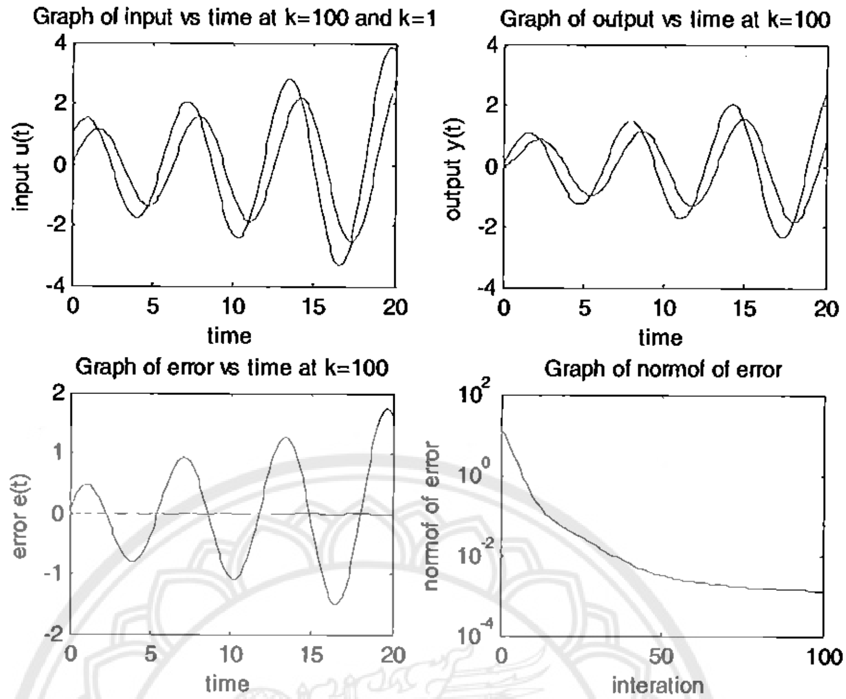


รูปที่ 3.1 แสดงค่าความผิดพลาดเมื่อกำหนดให้ $k = 100$, $T = 10$, $\frac{1}{(s+1)}$

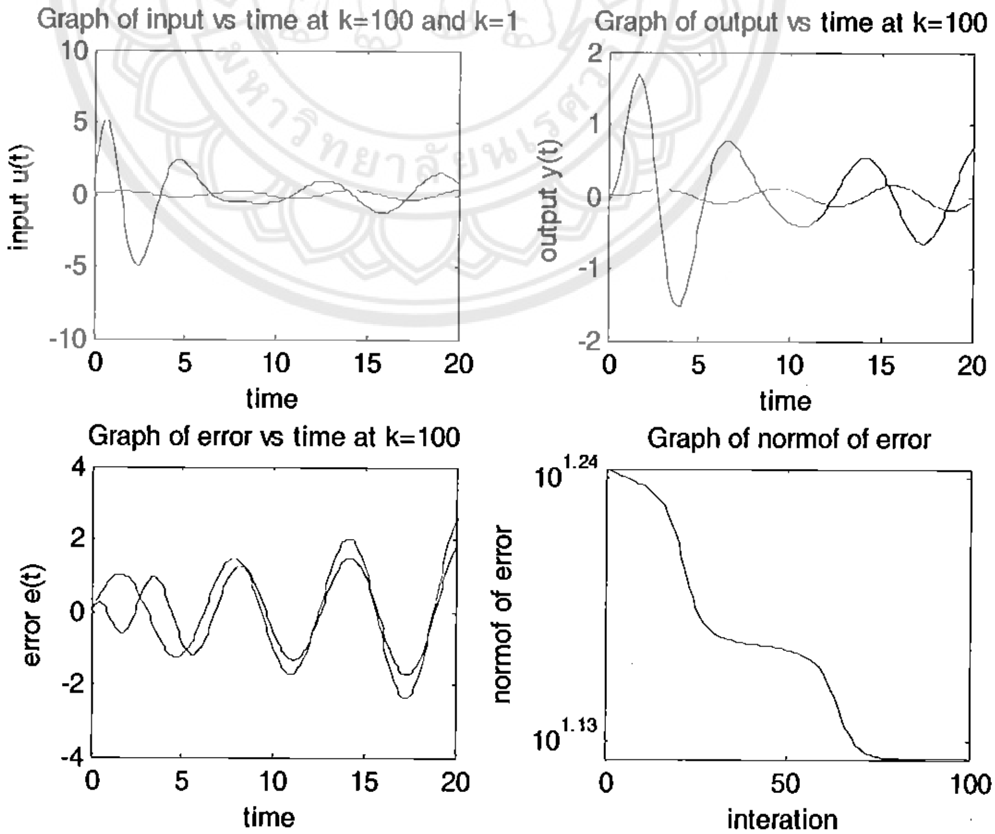


รูปที่ 3.2 แสดงค่าความผิดพลาดเมื่อกำหนดให้ $k = 100$, $T = 10$, $\frac{1}{(s+1)^2}$

เมื่อกำหนดให้ $r = e^{(\frac{t}{20})}\sin(t)$



รูปที่ 3.3 แสดงค่าความผิดพลาดเมื่อกำหนดให้ $k = 100$, $T = 10$, $\frac{1}{(s+1)}$



รูปที่ 3.4 แสดงค่าความผิดพลาดเมื่อกำหนดให้ $k = 100$, $T = 10$, $\frac{1}{(s+1)^2}$

3.2 การควบคุมการเรียนรู้ซ้ำแบบหาค่ามาตรฐานที่เหมาะสม

(Norm-Optimal iterative learning control: NOILC)

จุดเริ่มต้นของการควบคุมการเรียนรู้ซ้ำแบบหาค่ามาตรฐานที่เหมาะสมเป็นการเขียนให้อยู่ในรูปแบบ

$$y = Gu + z_0 \tag{3.5}$$

เมื่อ G เป็นตัวดำเนินการจากอินพุท-เอาท์พุทของระบบและเมื่อ u และ y เป็นอินพุทและเอาท์พุทในการควบคุมการเรียนรู้ซ้ำแบบหาค่ามาตรฐานที่เหมาะสม จะให้ u และ y ทั้งคู่เป็นจำนวนจริงของปริภูมิฮิลเบิร์ต (Hilbert spaces) และ G เป็นการสมมุติให้เป็นจำนวนเชิงเส้นและเป็นตัวดำเนินการที่มีขอบเขต จาก u ถึง y , z_0 เป็นผลกระทบจากเงื่อนไขเริ่มต้นที่ไม่ใช่ศูนย์ ซึ่งสามารถสมมุติให้ $z_0 = 0$ สรุปกระบวนการการควบคุมการเรียนรู้ซ้ำเป็นการอธิบายถึงปัญหาที่มีขอบเขตที่เหมาะสม

$$\min_{u \in U} \|e\|^2 \tag{3.6}$$

ซึ่ง $e = r - Gu$ ถ้า G และ r เป็นสิ่งที่เราทราบค่าและ r ขึ้นอยู่กับ G ในการควบคุมการเรียนรู้ซ้ำแบบหาค่ามาตรฐานที่เหมาะสม ค่าที่เหมาะสมของ u' เป็นการกำหนดขึ้นโดยการอธิบายลำดับตามข้างล่าง

$$\min_{u_{k+1} \in U} J_{k+1}(u_{k+1}) \tag{3.7}$$

เมื่อ

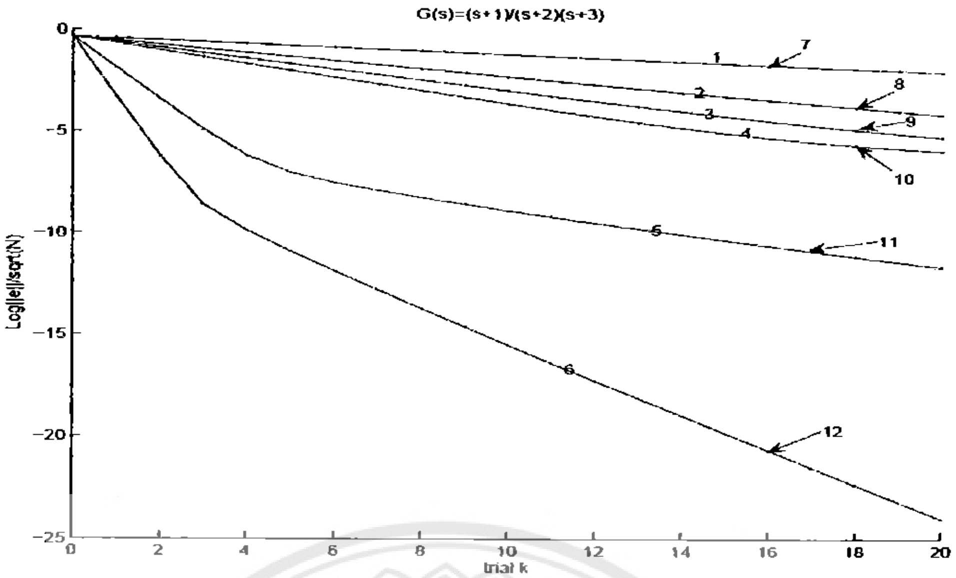
$$J_{k+1}(u_k) = \|e_{k+1}\|^2 + \|u_{k+1} - u_k\|^2 \tag{3.8}$$

เมื่อแทนให้อยู่ในรูปมาตรฐานแล้ว $e_{k+1} = r - Gu_{k+1}$ จะเป็นการสมมุติให้เป็นการประกอบกันของค่าเฉลี่ยภายในของ $\langle .,. \rangle_y$ ใน y และ $\langle .,. \rangle_u$ ใน u ในที่นี้ $\|e_{k+1}\|^2{}_y = \langle e_{k+1}, e_{k+1} \rangle_y$ และ $\|u_{k+1} - u_k\|^2{}_u = \langle u_{k+1} - u_k, u_{k+1} - u_k \rangle_u$ เป็นค่าผลรวมในสมการที่ (3.8) เพิ่มคุณสมบัติจากขั้นตอนการคำนวณผลลัพธ์ ให้ $u^*{}_{k+1}$ เป็นผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดสำหรับการทำซ้ำในแต่ละรอบ $k+1$ และ $e^*{}_{k+1}$ เป็นการติดตามค่าความผิดพลาดสำหรับการทำซ้ำ $k+1$

$$\|e^*{}_{k+1}\|^2 \le J(u^*{}_{k+1}) \le \|e^*{}_k\|^2 \tag{3.9}$$

และเนื่องจากกระบวนการนี้จะส่งผลให้การรวบรวมของการลู่เข้าทางเดียว(Monotonic) น้อยมากทำให้ $\|e^*{}_{k+1}\| \le \|e_k\|$ ซึ่งผลเฉลยรวมที่ได้นี้จะขึ้นอยู่กับ G และ ค่ามาตรฐานที่เหมาะสมของ $u^*{}_{k+1}$ อันดับแรกจะเป็นการอธิบายปัญหาในสมการที่ (3.7) ซึ่งจะได้มาโดยการคำนวณของ Frechet และการกำหนดค่าให้เป็นศูนย์สำหรับค่ามาตรฐานในเงื่อนไขที่เหมาะสมของ Frechet สามารถคำนวณได้จากสมการ

$$< J_{k+1}(u_{k+1}), \delta u_{k+1} >= \frac{d}{d\epsilon} J_{k+1}(u_{k+1} + \varepsilon \delta u_{k+1}) = 0 \tag{3.40}$$



รูปที่ 3.5 แสดงการควบคุมการเรียนรู้ซ้ำแบบหาค่ามาตรฐานที่เหมาะสม

จากรูปที่ 3.5 เป็นการแสดงค่า R ใน NOILC และค่า λ ใน PNOILC โดยกำหนด**ให้ของ** $u_{k+1} = u_k + G^T(RI + GG^T)^{-1}e_k$ โดยที่

เส้นที่ 1 แทนค่า $\lambda = 1.5$	เส้นที่ 7 แทนค่า R=0.28
เส้นที่ 2 แทนค่า $\lambda = 5$	เส้นที่ 8 แทนค่า R=0.141
เส้นที่ 3 แทนค่า $\lambda = 7.5$	เส้นที่ 9 แทนค่า R=0.105
เส้นที่ 4 แทนค่า $\lambda = 10$	เส้นที่ 10 แทนค่า R=0.085
เส้นที่ 5 แทนค่า $\lambda = 100$	เส้นที่ 11 แทนค่า R=0.0098
เส้นที่ 6 แทนค่า $\lambda = 500$	เส้นที่ 12 แทนค่า R=0.002

จากรูปจะเห็นว่าเมื่อแทนค่า λ และ R ข้างบนนี้จะได้เส้นที่ 1 มีค่าเท่ากับเส้นที่ 7 เส้นที่ 2 มีค่าเท่ากับเส้นที่ 8 เส้นที่ 3 มีค่าเท่ากับเส้นที่ 9 เส้นที่ 4 มีค่าเท่ากับเส้นที่ 10 เส้นที่ 5 มีค่าเท่ากับเส้นที่ 11 และเส้นที่ 6 มีค่าเท่ากับเส้นที่ 12

3.3 การควบคุมการเรียนรู้ซ้ำแบบการทำนายหาค่ามาตรฐานที่เหมาะสม

(Predictive Norm Optimal Iterative learning control: PNOILC)

ในรูปแบบการควบคุมการเรียนรู้ซ้ำแบบการทำนายหาค่ามาตรฐานที่เหมาะสม จะเป็นการปรับปรุงจากสมการในการควบคุมการเรียนรู้ซ้ำแบบหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสม เพิ่มเติมเพื่อให้ค่าความผิดพลาดลดลงอย่างมาก โดยจะเริ่มจาก

$$J = \sum_{j=1}^{M} \lambda^{j-1}(\|e_{k+j}\|^2 + \|u_{k+j} - u_{k+j-1}\|^2) \tag{3.41}$$

หลักการก็คือจะประกอบด้วยค่าความผิดพลาดสำหรับใช้ในการทดลองในรอบต่อไปโดยที่การทดลองแทนด้วย M ครั้ง โดยกำหนดให้ความกว้างของพารามิเตอร์ $\lambda > 0$ โดยจะให้ความสำคัญกับค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นในอนาคต เพื่อเปรียบเทียบกับการเพิ่มขึ้นของอินพุท การกำหนดสัญญาณ M ที่ต้องการนั้นจะอยู่ในรูป $M-1$ ซึ่งค่าของสัญญาณอินพุท $M-1$ และค่าความผิดพลาดที่แท้จริงนั้นจะแตกต่างไปจากสัญญาณจริงที่มีอยู่ ซึ่งจะสังเกตได้จากการทดลองอื่นๆในการทำซ้ำ $k+1$

ในที่นี้การควบคุมการเรียนรู้ซ้ำแบบการทำนายหาค่ามาตรฐานที่เหมาะสม จะเป็นการอธิบายในส่วนของ $M = 2$ เพื่อความสะดวกจะให้ $\lambda > 1$ และดัชนีชี้วัดในการทำงานให้เป็น

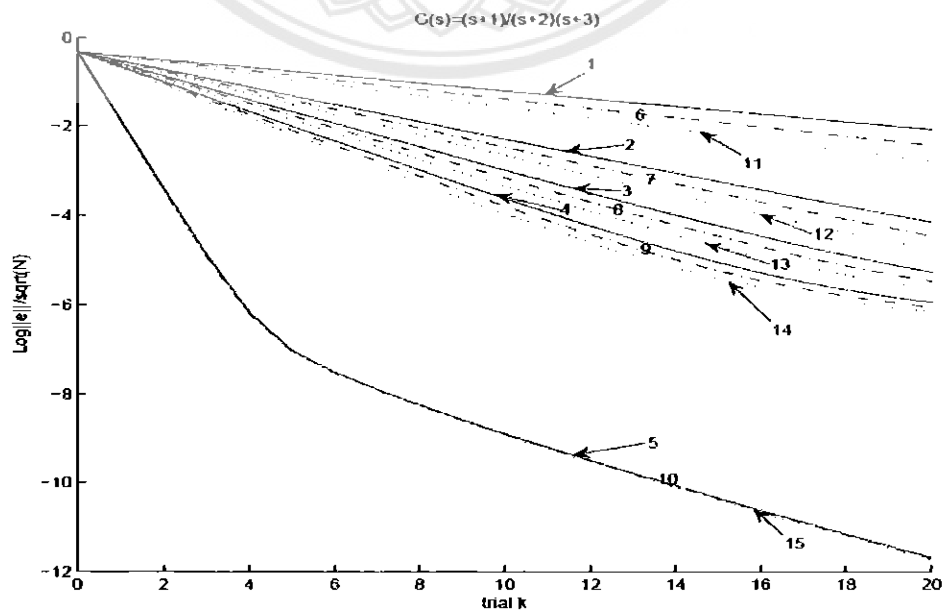
$$J = \|e_{k+1}\|^2 + \|u_{k+1} - u_k\|^2 + \lambda\|e_{k+2}\|^2 + \lambda\|u_{k+2} - u_{k+1}\|^2 \quad (3.42)$$

ในส่วนของการทำนายหาค่ามาตรฐานที่เหมาะสมนี้ การคำนวณหาค่าอินพุท u_{k+1} ในการทดลอง $k+1$ จะเป็นการป้อนการทดลองที่เป็นจริง แต่ในทางคณิตศาสตร์แล้วเราจะเลือกเป็นอย่างเดียวคือรูปแบบของ M

ในการคำนวณหาค่าอินพุท u_{k+1} ของการทดลอง $k+1$ และการคำนวณค่าอินพุท u_{k+1} ในการทดลอง $k+2$ จะเป็น

$$u_{k+1} = u_k + G^T\left(I + \lambda\left(I + GG^T\right)^{-1}\right)\left(I + GG^T + \lambda I - \lambda\left(I + GG^T\right)^{-1}\right)^{-1} e_k$$

$$u_{k+2} = u_k + G^T\left(I + (\lambda + I)\left(I + GG^T\right)^{-1}\right)^{-1}\left(I + GG^T + \lambda I - \lambda\left(I + GG^T\right)^{-1}\right)^{-1} e_k \quad (3.43)$$



รูปที่ 3.6 แสดงลักษณะวิธีการควบคุมการเรียนรู้ซ้ำแบบทำนายหาค่ามาตรฐานที่เหมาะสม

จากรูปที่ 3.6 เป็นการแสดงค่า α ใน NOILC และค่า λ ใน PNOILC โดยกำหนดให้ $u_{k+1} = u_k + G^T(RI + GG^T)^{-1}e_k$ โดยที่

เส้นที่ 1 แทนค่า $\alpha = 0$, $\lambda = 1.5$
เส้นที่ 2 แทนค่า $\alpha = 0$, $\lambda = 5$
เส้นที่ 3 แทนค่า $\alpha = 0$, $\lambda = 7.5$
เส้นที่ 4 แทนค่า $\alpha = 0$, $\lambda = 10$
เส้นที่ 5 แทนค่า $\alpha = 0$, $\lambda = 100$
เส้นที่ 6 แทนค่า $\alpha = 0.5$, $\lambda = 1.5$
เส้นที่ 7 แทนค่า $\alpha = 0.5$, $\lambda = 5$
เส้นที่ 8 แทนค่า $\alpha = 0.5$, $\lambda = 7.5$
เส้นที่ 9 แทนค่า $\alpha = 0.5$, $\lambda = 10$
เส้นที่ 10 แทนค่า $\alpha = 0.5$, $\lambda = 100$
เส้นที่ 11 แทนค่า $\alpha = 1$, $\lambda = 1.5$
เส้นที่ 12 แทนค่า $\alpha = 1$, $\lambda = 5$
เส้นที่ 13 แทนค่า $\alpha = 1$, $\lambda = 7.5$
เส้นที่ 14 แทนค่า $\alpha = 1$, $\lambda = 10$
เส้นที่ 15 แทนค่า $\alpha = 1$, $\lambda = 100$

จากรูปจะเห็นว่าเส้นที่มีค่า λ เท่ากันจะมีการลดลงจะได้ดีกว่าหากแทนค่า α ที่มีค่ามากขึ้น เพราะฉะนั้นกรณีแทนค่า $\lambda = 1.5$ จะได้ค่าการลดลงของเส้นที่ $11 > 6 > 1$ แต่หากแทนค่า λ ที่มากขึ้นกรณีเส้นที่แทนค่า $\lambda = 100$ และค่า $\alpha = 0, 0.5, 1$ จะพบว่ามีการลดลงที่เท่ากันซึ่งจะเห็นได้ว่าหากแทน $\lambda \geq 100$ จะได้ค่าความผิดพลาดที่เท่ากันแม้ว่าค่า α จะมากขึ้นก็ตาม

3.4 การควบคุมการเรียนรู้ซ้ำแบบทำนายหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสม (Predictive Parameter Optimization in Iterative Learning Control)

จากการที่เราได้ศึกษาการควบคุมการเรียนรู้ซ้ำแบบต่างๆมาแล้วโดยหลักการทั่วไปแล้วเราต้องการหาค่าอินพุทที่ส่งเข้าไปในกระบวนการเรียนรู้ซ้ำแล้วทำให้เกิดค่าความผิดพลาดน้อยที่สุดหรือมีค่าเท่ากับศูนย์โดยการกำหนดค่าของสมการที่มีผลต่อกระบวนการเรียนรู้ซ้ำที่ดีที่สุดเพื่อจะได้นำไปใช้งานอย่างมีประสิทธิภาพต่อไป

ขั้นตอนการประยุกต์ในกระบวนการควบคุมการเรียนรู้ซ้ำแบบทำนายหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมโดยอาศัยหลักการTake Future Predictedเข้ามาสร้างสมการขึ้นมาให้มีการทำนายอนาคตของการทดลองต่อๆไปคล้ายๆกับวิธีการควบคุมการเรียนรู้ซ้ำแบบทำนายหาค่ามาตรฐานที่เหมาะสมซึ่งมีวิธีการดังต่อไปนี้

3.4.1ศึกษาวิธีการควบคุมการเรียนรู้ซ้ำแบบทำนายหาค่ามาตรฐานที่เหมาะสมว่ามีหลักการอย่างไรมีการปรับปรุงจากวิธีการควบคุมการเรียนรู้ซ้ำแบบหาค่ามาตรฐานที่เหมาะสมอย่างไร

3.4.2ศึกษาวิธีการควบคุมการเรียนรู้ซ้ำแบบหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมว่ามีหลักการและสมการอินพุทอย่างไร

3.4.3นำหลักการมาประยุกต์เข้าด้วยกัน โดยหาสมการที่มีการควบคุมการเรียนรู้ซ้ำแบบทำนายหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมว่ามีสมการอย่างไรจากนั้นก็นำสมการที่ได้ไปเขียนโปรแกรมแมทแลปดูค่าความผิดพลาด

3.4.4นำสมการที่ได้ไปทดลองหาค่าความผิดพลาดแล้วนำมาเปรียบเทียบกันระหว่างวิธีควบคุมการเรียนรู้ซ้ำแบบเลือกค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมกับควบคุมการเรียนรู้ซ้ำแบบทำนายหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมว่ามีผลเป็นอย่างไง

3.4.5ผลที่คาดหวังกล่าวคือได้สมการที่ทำให้ได้ค่าความผิดพลาดที่ดีที่สุดหรือหาค่าของสมการพารามิเตอร์ที่นำไปใช้เป็นตัวเลือกแทนตัวเดิมได้หรือได้สมการที่ดีกว่าเดิม

บทที่ 4
ผลการทดลองและการวิเคราะห์ผล

ในบทนี้จะกล่าวถึงวิธีการทดลองผลการทดลอง และการแสดงผลของการทดลองในแต่ละวิธีที่ได้ศึกษามา โดยที่แต่ละวิธีก็ให้ผลของค่าความผิดพลาดที่แตกต่างกันออกไป แต่สิ่งที่ต้องการคือมีการลดลงของค่าความผิดพลาด และการลดลงต้องค่อยๆลดลงซึ่งเป็นสิ่งที่เราต้องการ ในการทดลองต่อจากระบบที่ถูกเลือกมาใช้จะเป็นระบบอันดับหนึ่ง (first order system) ที่มีฟังก์ชันถ่ายโอนคือ คือ $\frac{1}{(s+1)}$

4.1 บันทึกผลการทดลองกรณีกำหนดให้

$$u_{k+1} = u_k + \sum_{J=1}^{J=M} \lambda^{J-1} \beta_{k+1} e_k \tag{4.1}$$

กำหนดให้ M ดังนี้

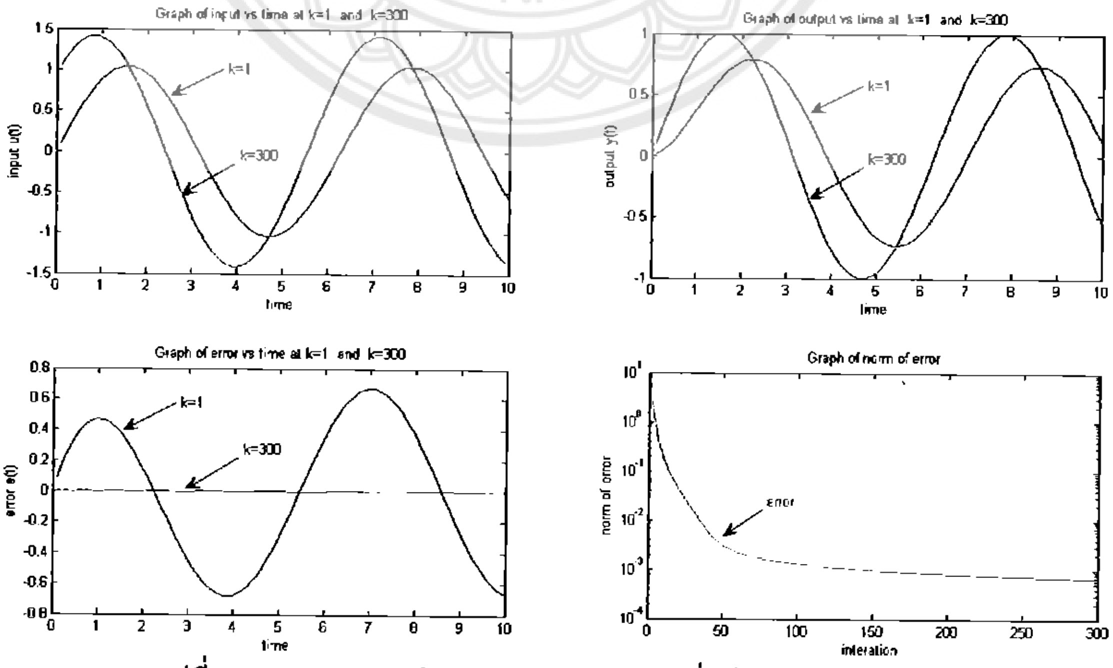
$M = 1,\ u_{k+1} = u_k + \beta_{k+1} e_k$

$M = 2,\ u_{k+1} = u_k + \beta_{k+1} e_k + \lambda\beta_{k+1} e_k$

$M = 3,\ u_{k+1} = u_k + \beta_{k+1} e_k + \lambda\beta_{k+1} e_k + \lambda^2\beta_{k+1} e_k$

4.1.1 กรณีที่ให้ $M = 1,\ u_{k+1} = u_k + \beta_{k+1} e_k$

ผลที่เกิดจากการใช้กรณี M=1 ของสมการ (4.1) โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น sin(t) เลือกค่า T=10 , ts=0.1 และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.1

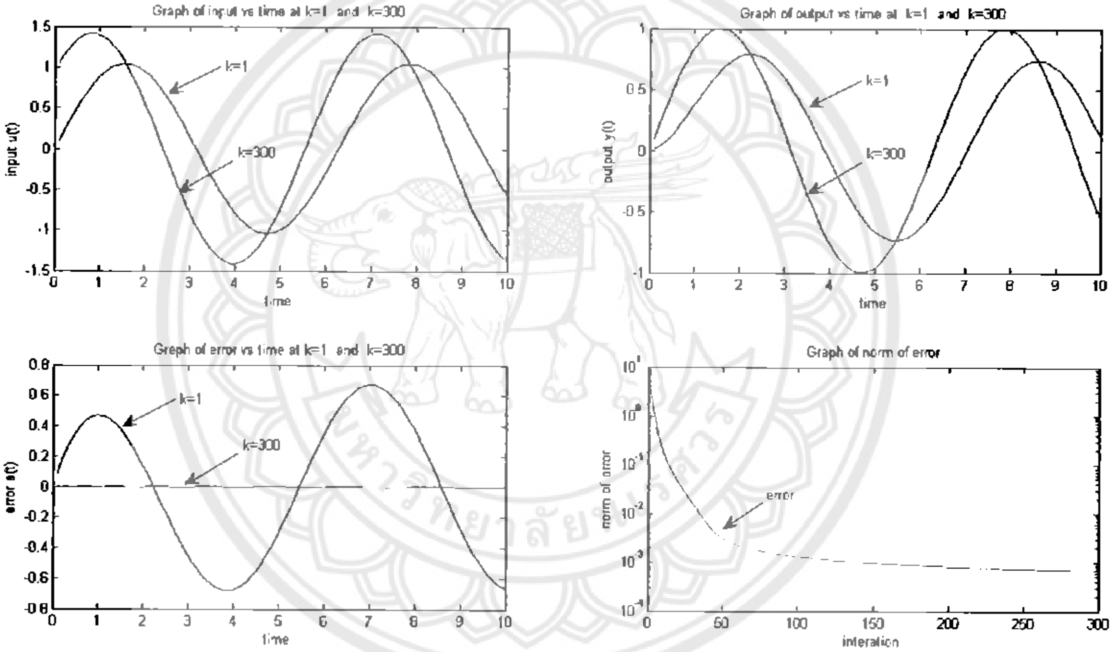


รูปที่ 4.1 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M = 1,\ \lambda = 0.00001$

จากรูปที่ 4.1 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดที่วัดในปริมาณของนอร์มมีค่าลดลงเรื่อยๆ เมื่อจำนวนรอบมีค่าเพิ่มขึ้น โดยจนถึงประมาณ 0.000631 ที่รอบที่ 300 โดยที่ในช่วงแรกคือตั้งแต่รอบที่ 0 ถึงรอบที่ 50 จะมีการลดลงค่อนข้างเร็วค่าที่ลดลงนี้จะเริ่มลดลงจากค่าเริ่มต้นที่ 5.012 ที่รอบที่ 1 แล้วหลังจากรอบที่50ไปแล้วการลดลงของค่าความผิดพลาดจะมีลักษณะคงที่ ในกรณีนี้จะเห็นว่าค่า λ ไม่มีผลต่อค่าความผิดพลาดและปริมาณต่างๆที่เกิดขึ้น

4.1.2 กรณีที่ให้ $M = 2$, $u_{k+1} = u_k + \beta_{k+1}e_k + \lambda\beta_{k+1}e_k$

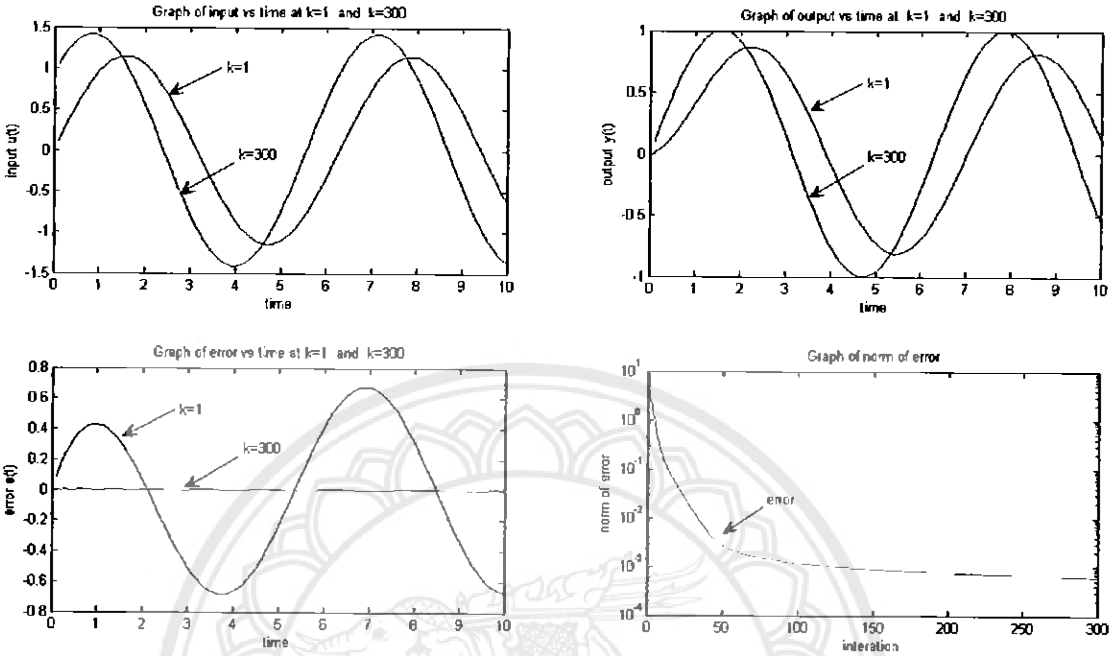
ผลที่เกิดจากการใช้กรณี M=2 ของสมการ (4.1) โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น sin(t) เลือกค่า T=10 , ts=0.1 และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.2



รูปที่ 4.2 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M = 2$, $\lambda = 0.00001$

จากรูปที่ 4.2 เมื่อให้ λ =0.00001 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดที่วัดในปริมาณของนอร์มมีค่าลดลงเรื่อยๆ เมื่อจำนวนรอบมีค่าเพิ่มขึ้น โดยจนถึงประมาณ 0.000631 ที่รอบที่300 โดยที่ในช่วงแรกคือตั้งแต่รอบที่ 0 ถึงรอบที่ 50 จะมีการลดลงค่อนข้างเร็วค่าที่ลดลงนี้จะเริ่มลดลงจากค่าเริ่มต้นที่ 5.012 ที่รอบที่ 1 แล้วหลังจากรอบที่ 50ไปแล้วการลดลงของค่าความผิดพลาดจะมีลักษณะคงที่

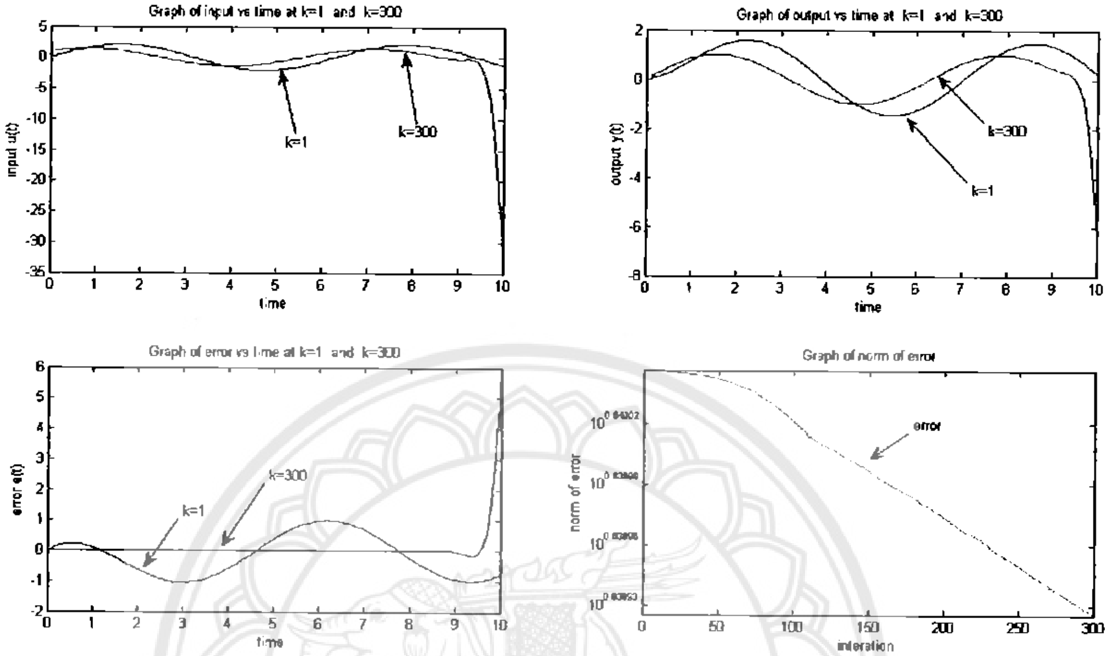
ผลที่เกิดจากการใช้กรณี M=2 ของสมการ(4.1)โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น sin(t) เลือกค่า T=10 , ts=0.1 และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.3



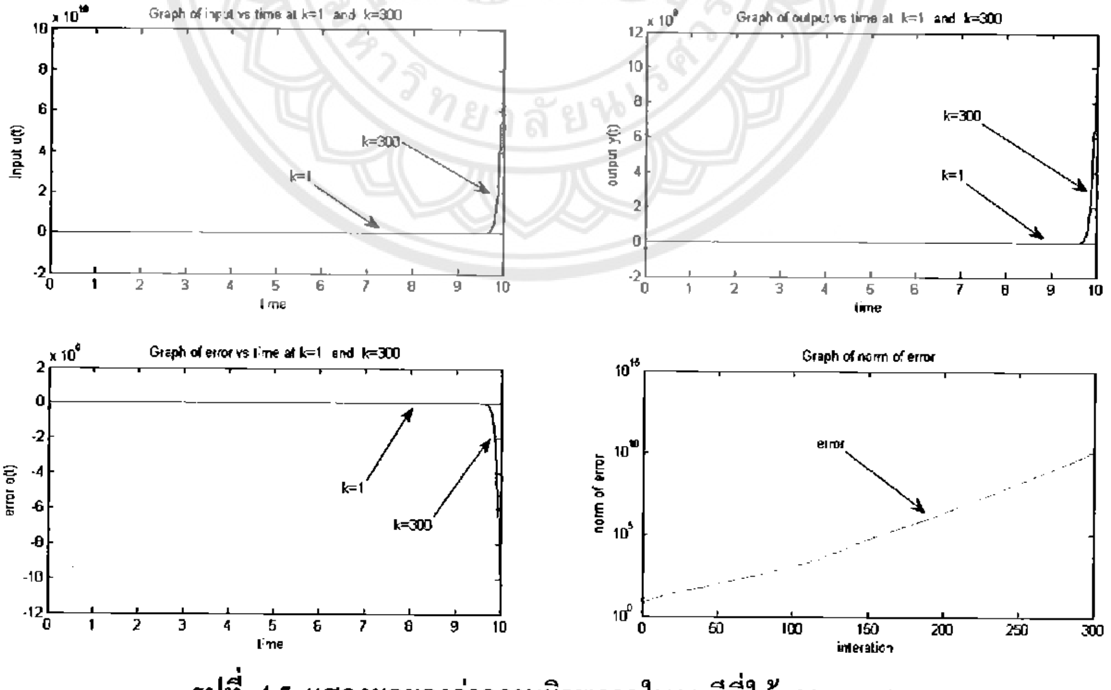
รูปที่ 4.3 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M = 2,\ \lambda = 0.1$

จากรูปที่ 4.3 เมื่อให้ค่า $\lambda = 0.1$ จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดที่วัดในปริมาณของนอร์มมีค่าลดลงเรื่อยๆ เมื่อจำนวนรอบมีค่าเพิ่มขึ้น โดยจนถึงประมาณ 0.0005012 ที่รอบที่300โดยที่ในช่วงแรกคือตั้งแต่รอบที่ 0 ถึงรอบที่ 50 จะมีการลดลงค่อนข้างเร็วค่าที่ลดลงนี้จะเริ่มลดลงจากค่าเริ่มต้นที่ 5.012 ที่รอบที่ 1 แล้วหลังจากรอบที่50ไปแล้วการลดลงของค่าความผิดพลาดจะมีลักษณะคงที่

ผลที่เกิดจากการใช้กรณี M=2 ของสมการ(4.1)โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น sin(t) เลือกค่า T=10 , ts=0.1 และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.4 และรูปที่ 4.5



รูปที่ **4.4** แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M = 2,\ \lambda = 1$

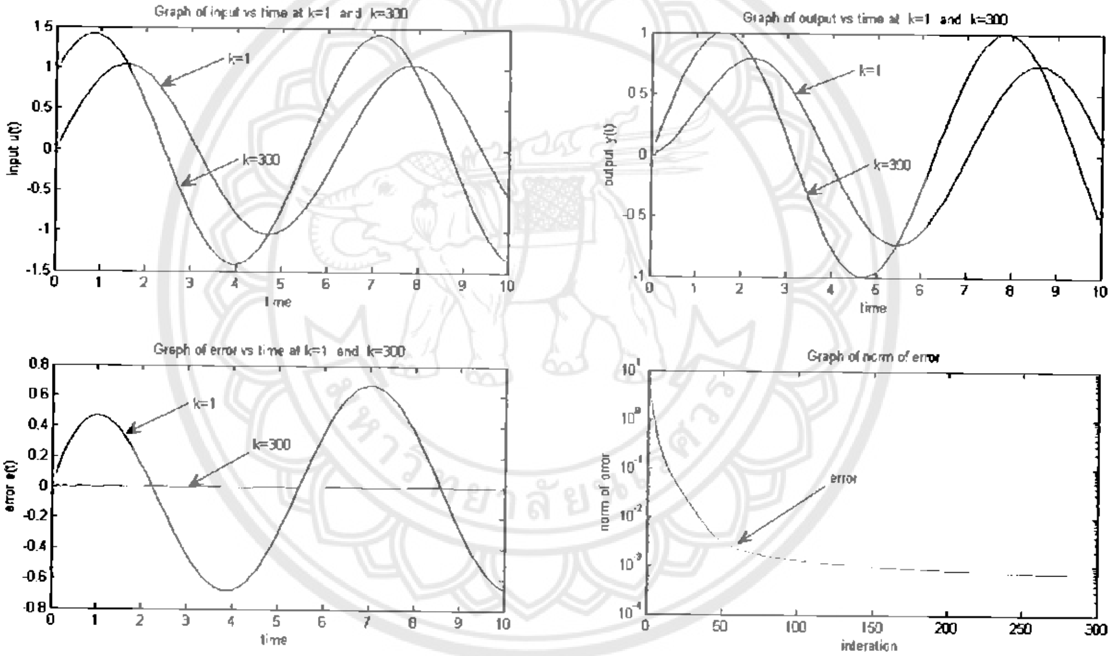


รูปที่ **4.5** แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M = 2,\ \lambda = 1.1$

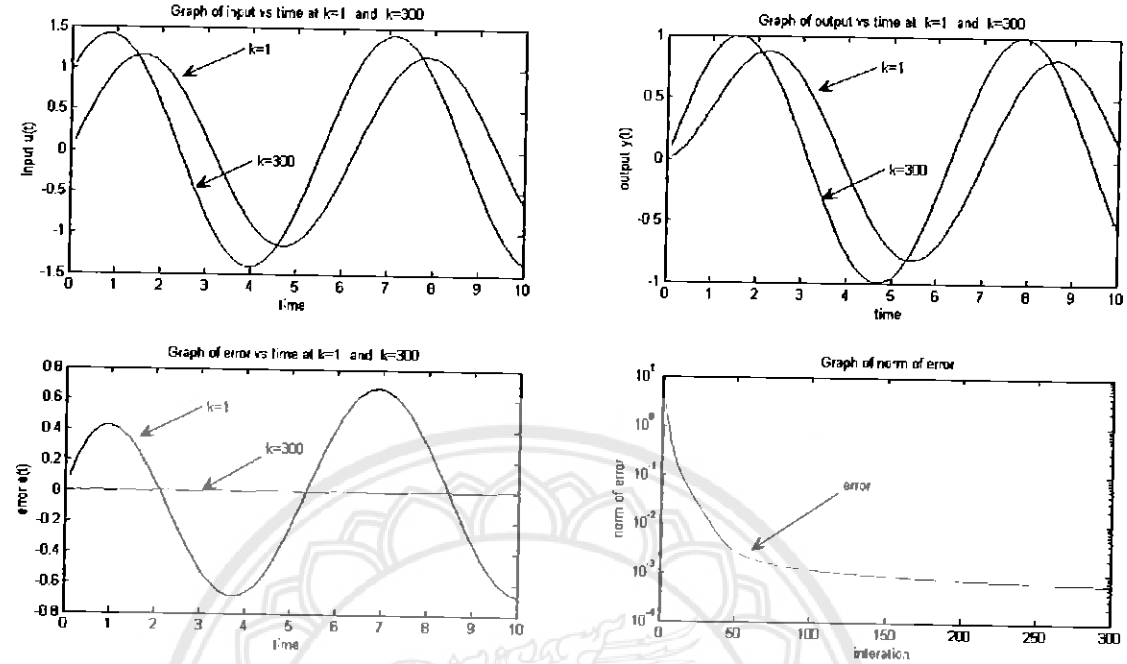
จากรูปที่ 4.4 เมื่อให้ค่า $\lambda = 1$ จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดที่วัดในปริมาณของนอร์มมีค่าลดลงแบบฉับพลันเมื่อจำนวนรอบมีค่าเพิ่มขึ้น ส่วนรูปที่ 4.5 กำหนดให้ $\lambda = 1.1$ จะมีค่าความผิดพลาดที่ยอมรับไม่ได้คือไม่ลดลงเมื่อจำนวนรอบเพิ่มขึ้นและเมื่อแทนค่า λ ที่มีค่ามากขึ้นก็ยิ่งทำให้ค่าความผิดพลาดเพิ่มมากขึ้นไปด้วยแสดงว่าถ้า $\lambda > 1$ จะทำให้ค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นนั้นยอมรับไม่ได้ นอกจากนั้นแล้วค่าอินพุทและเอาท์พุทที่เกิดขึ้นก็มีการเกิดขึ้นได้ไม่ดีไม่เป็นไปตาม อินพุทอ้างอิงคือ sin(t)

4.1.3 กรณีที่ให้ $M = 3$, $\quad u_{k+1} = u_k + \beta_{k+1}e_k + \lambda\beta_{k+1}e_k + \lambda^2\beta_{k+1}e_k$

ผลที่เกิดจากการใช้กรณี M=3 ของสมการ (4.1) โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น sin(t) เลือกค่า T=10 , ts=0.1 และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.6 และรูปที่ 4.7



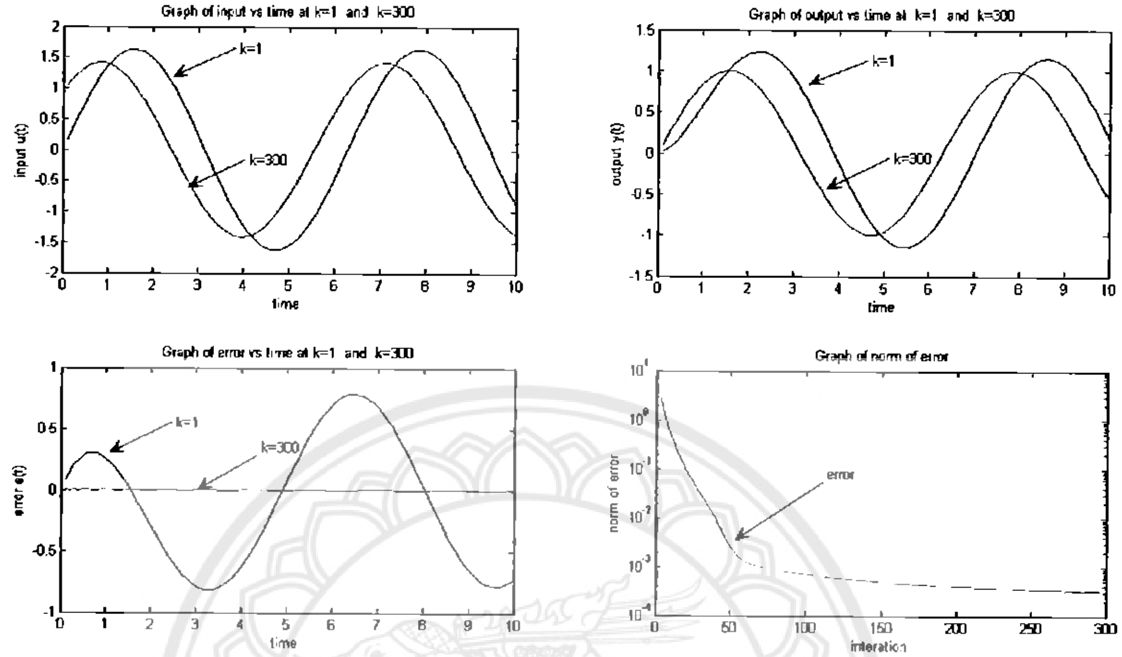
รูปที่ 4.6 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M = 3$, $\lambda = 0.00001$



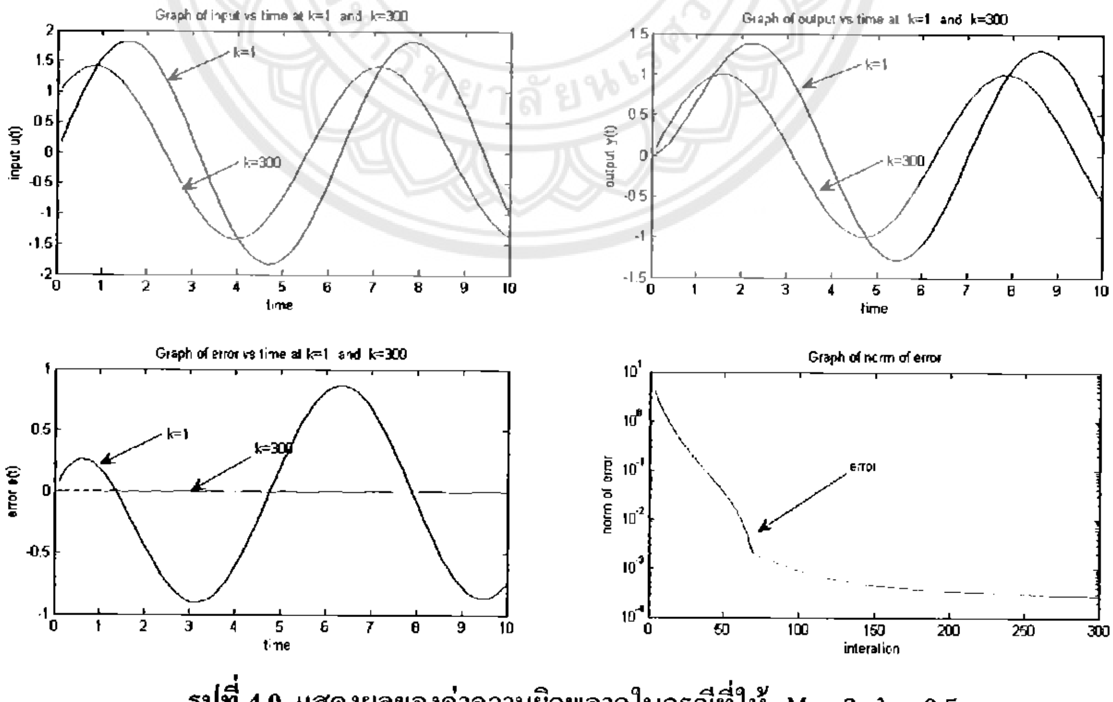
รูปที่ 4.7 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M = 3,\ \lambda = 0.1$

จากรูปที่ 4.6 และรูปที่ 4.7 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดที่วัดในปริมาณของนอร์มมีค่าลดลงเรื่อยๆ เมื่อจำนวนรอบมีค่าเพิ่มขึ้น โดยจนถึงประมาณ 0.0005012 ที่รอบที่300โดยที่ในช่วงแรกคือตั้งแต่รอบที่ 0 ถึงรอบที่ 50 จะมีการลดลงค่อนข้างเร็วค่าที่ลดลงนี้จะเริ่มลดลงจากค่าเริ่มต้นที่5.012ที่รอบที่ 1 แล้วหลังจากรอบที่50ไปแล้วการลดลงของค่าความผิดพลาดจะมีลักษณะคงที่

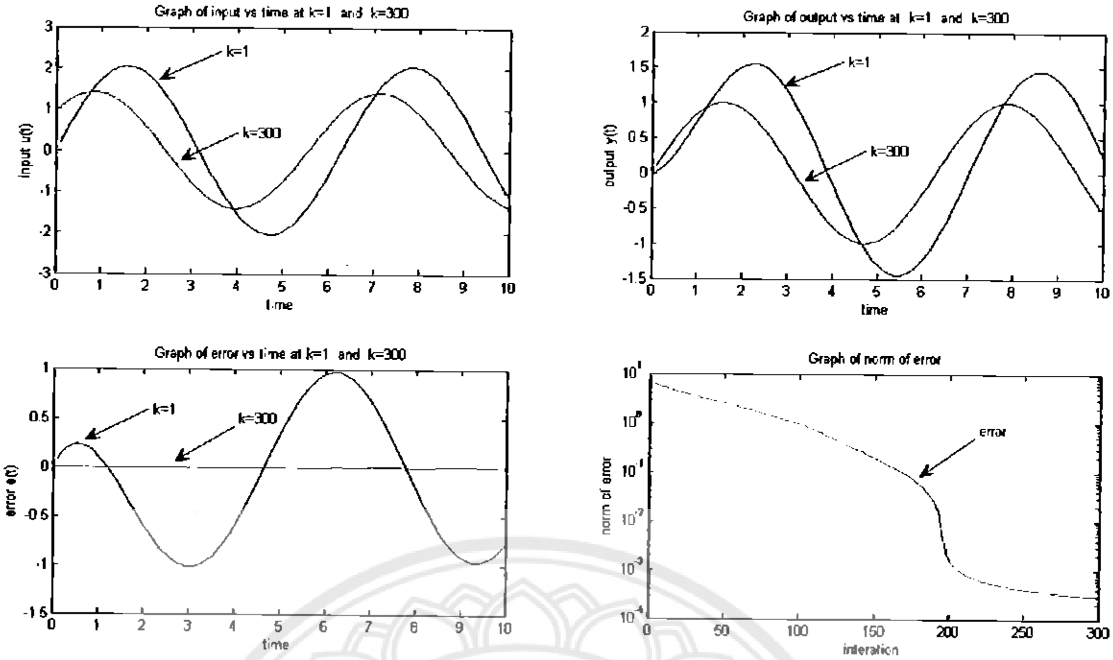
ผลที่เกิดจากการใช้กรณี M=3 ของสมการ(4.1)โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น sin(t) เลือกค่า T=10 , ts=0.1 และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.8,4.9 และรูปที่4.10



รูปที่ 4.8 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M = 3,\ \lambda = 0.4$



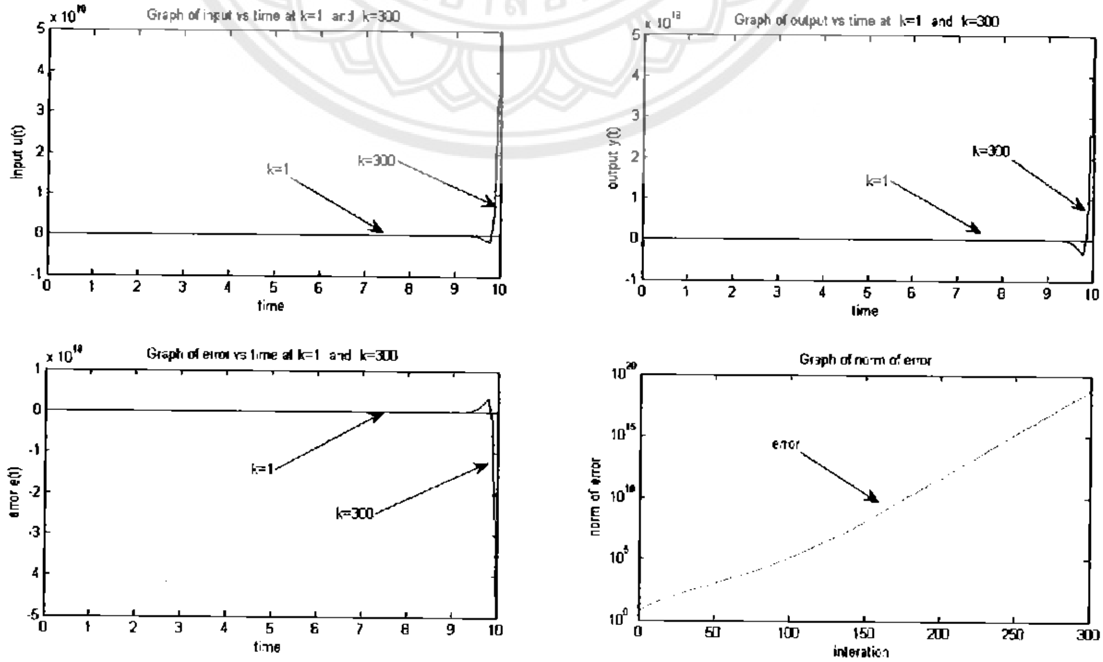
รูปที่ 4.9 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M = 3,\ \lambda = 0.5$



รูปที่ 4.10 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M = 3,\ \lambda = 0.6$

จากรูปที่ 4.8,4.9 และรูปที่ 4.10 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดที่วัดในปริมาณของนอร์มมีค่าลดลงอย่างฉับพลันและไม่ต่อเนื่อง เมื่อจำนวนรอบมีค่าเพิ่มขึ้น ได้ค่าประมาณ 0.000316 ที่รอบที่ 300

ผลที่เกิดจากการใช้กรณี M=3 ของสมการ(4.1)โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น sin(t) เลือกค่า T=10 , ts=0.1 และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.11



รูปที่ 4.11 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M = 3,\ \lambda = 0.7$

จากรูปที่ 4.11 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นนั้นมีการเพิ่มขึ้นโดยที่ไม่มีการลดลงซึ่งเป็นค่าที่ยอมรับไม่ได้และเมื่อแทนค่า λ ตั้งแต่ 0.7 เป็นต้นไปจะพบว่าค่าความผิดพลาดยอมรับไม่ได้และค่าอินพุทและเอาท์พุทเกิดที่เกิดขึ้นนั้นก็ไม่ดี ไม่เหมือนกับสัญญาณอ้างอิง คือ sin(t)

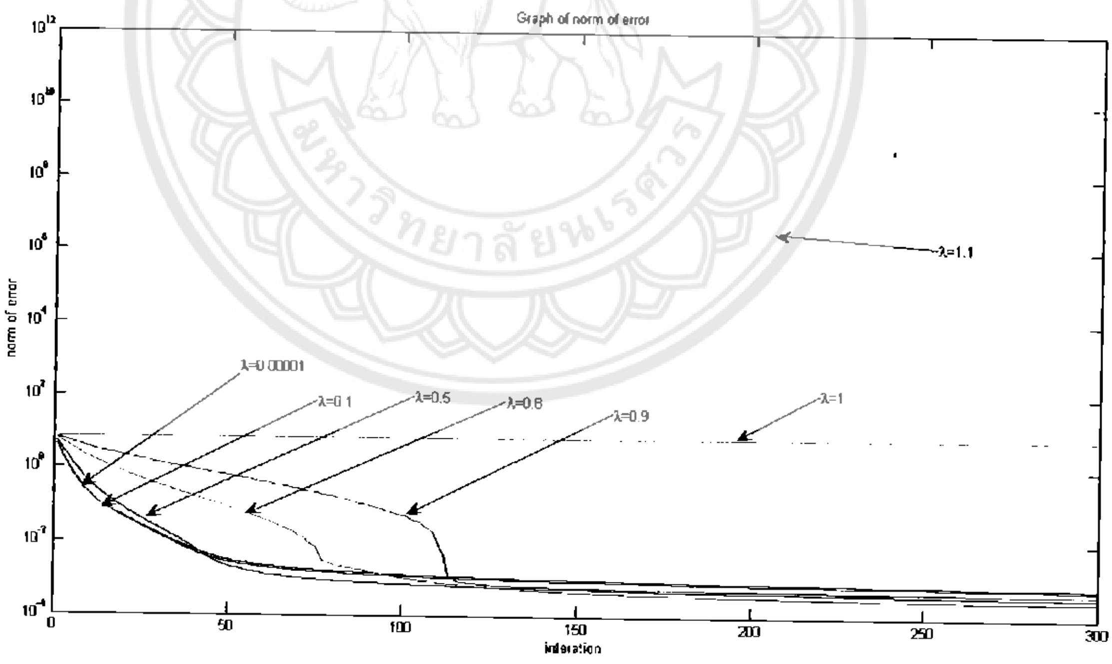
วิเคราะห์วิจารณ์ผลการทดลอง

กรณีที่ให้ $M = 1, \quad u_{k+1} = u_k + \beta_{k+1}e_k$

ค่าความผิดพลาดที่วัดในปริมาณของนอร์มที่ได้จะมีการค่อยๆลดลงอย่างเรื่อยๆโดยที่รอบที่ 300 ได้ค่าความผิดพลาดลดลงอยู่ที่ 0.000631 ซึ่งจากสมการจะเห็นได้ว่าค่า λ จะไม่มีผลต่อค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้น

กรณีที่ให้ $M = 2, \quad u_{k+1} = u_k + \beta_{k+1}e_k + \lambda\beta_{k+1}e_k$

ผลที่เกิดจากการใช้กรณี M=2 ของสมการ(4.1)โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น sin(t) เลือกค่า T=10 , ts=0.1 และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.12



รูปที่ 4.12 แสดงผลของค่าความผิดพลาดเมื่อแทน λ ด้วยค่าต่างๆลงในกรณี $M = 2$

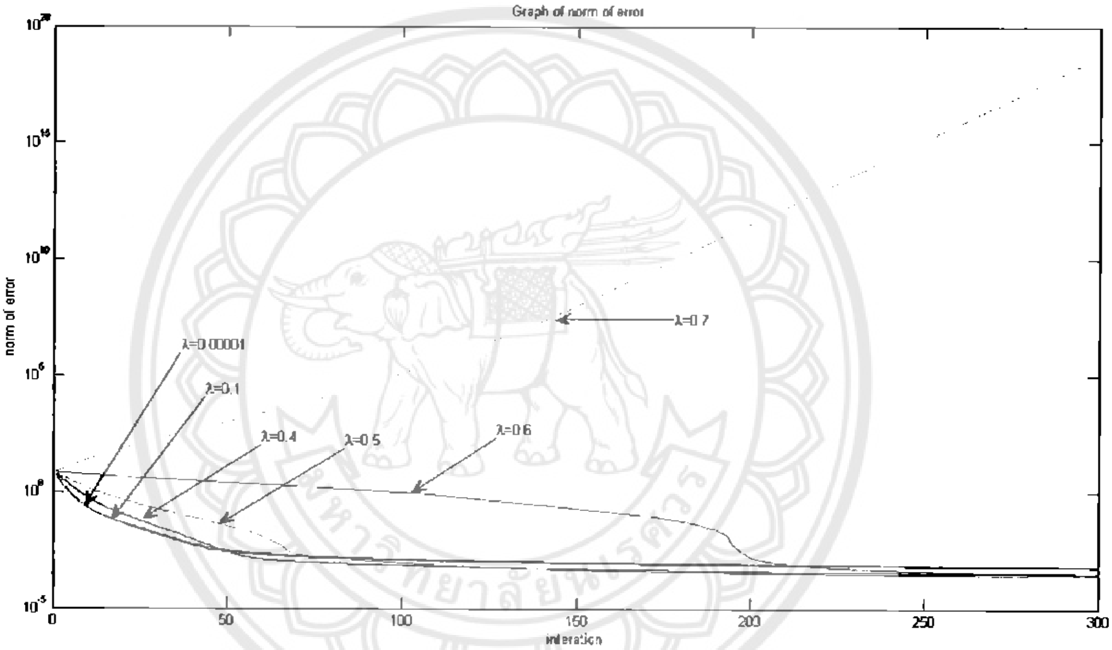
จากรูปที่ 4.12 จะเห็นว่าเมื่อให้ $\lambda = 0.00001$ ถึง $\lambda = 0.1$ ได้ค่าความผิดพลาดที่มีการค่อยๆลดลง เมื่อให้ $\lambda = 0.5$ ถึง $\lambda = 0.9$ ค่าความผิดพลาดเริ่มมีการลดลงที่ไม่ดีมีบางรอบมีการลดลงอย่าง

เฉียบพลัน เมื่อให้ $\lambda = 1$ ผลที่ได้คือค่าความผิดพลาดไม่มีการลดลง และเมื่อให้ $\lambda > 1$ ค่าความผิดพลาดกลับมีการเพิ่มขึ้นไป

สำหรับกรณีนี้ค่า λ ที่ทำให้ค่าความผิดพลาดมีการลดลงคือ $\lambda < 1$ และหากให้ $\lambda > 1$ ค่าความผิดพลาดที่ได้ก็จะมีการเพิ่มขึ้นไป

กรณีที่ให้ M = 3, $\mathbf{u_{k+1} = u_k + \beta_{k+1}e_k + \lambda\beta_{k+1}e_k + \lambda^2\beta_{k+1}e_k}$

ผลที่เกิดจากการใช้กรณี M=3 ของสมการ(4.1)โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น sin(t) เลือกค่า T=10 , ts=0.1 และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.13



รูปที่ 4.13 แสดงผลของค่าความผิดพลาดเมื่อแทน λ ด้วยค่าต่างๆลงในกรณี M = 3

จากรูปที่ 4.13 จะเห็นว่าเมื่อให้ $\lambda = 0.00001$ ถึง $\lambda = 0.1$ ได้ค่าความผิดพลาดที่มีการค่อยๆลดลง เมื่อให้ $\lambda = 0.4$ ถึง $\lambda = 0.6$ ค่าความผิดพลาดเริ่มมีการลดลงที่ไม่ดีมีบางรอบมีการลดลงอย่างเฉียบพลัน และเมื่อให้ $\lambda = 0.7$ ค่าความผิดพลาดกลับมีการเพิ่มขึ้นไปอย่างรวดเร็ว

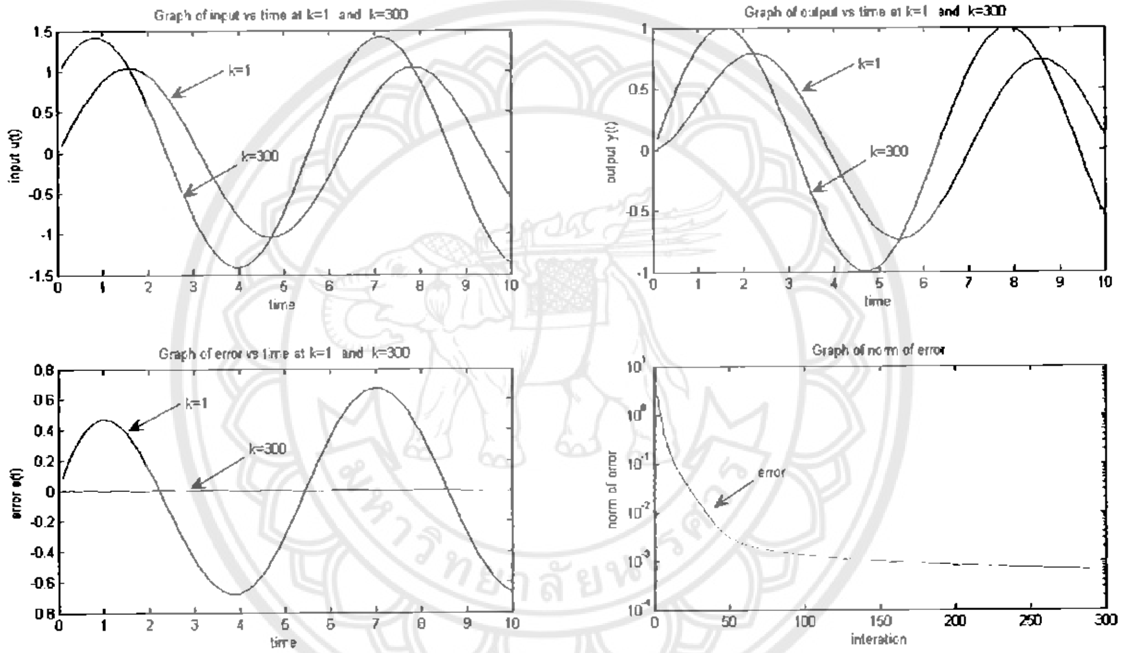
สำหรับกรณีนี้ค่า λ ที่ทำให้ค่าความผิดพลาดมีการลดลงคือ $\lambda < 0.6$ และหากให้ $\lambda > 0.6$ ค่าความผิดพลาดที่ได้ก็จะมีการเพิ่มขึ้น

4.2 บันทึกผลการทดลองกรณีกำหนดให้

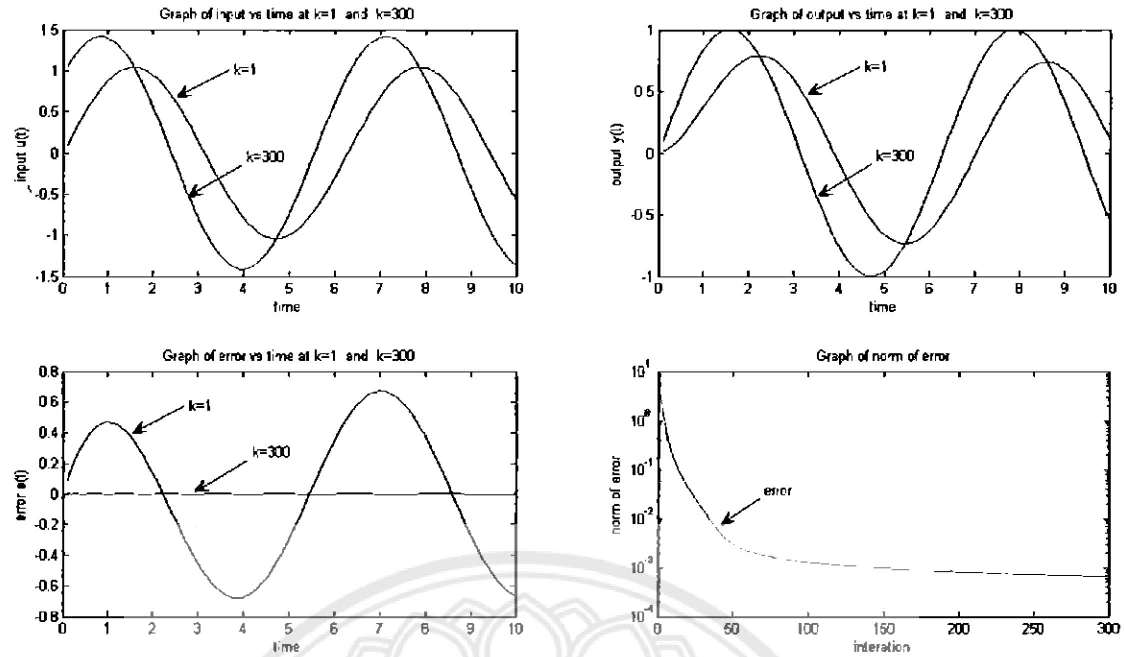
$$\beta_{k+1} = \frac{e^T{}_k G e_k}{\lambda^{j-1} w + e^T{}_k G^T G e_k} \quad (4.2)$$

แทนค่าสมการ (4.2) ลงในสมการเริ่มต้นของ POILC $u_{k+1} = u_k + \beta_{k+1} e_k$ จะได้ค่าความผิดพลาดดังนี้

ผลที่เกิดจากใช้กรณีสมการ(4.2)โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น sin(t) เลือกค่า T=10 , ts=0.1 และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.14 และรูปที่ 4.15



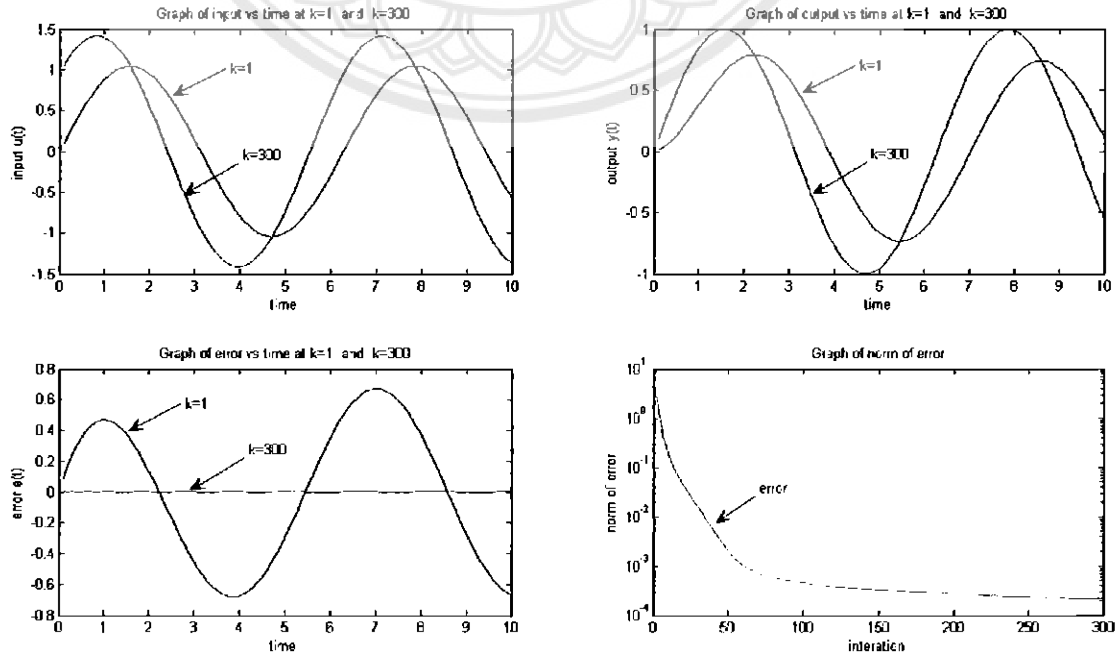
รูปที่ 4.14 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $\lambda = 1,\ j = 1,\ 2,\ 3, \dots 1000$



รูปที่ 4.15 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $\lambda = 1, 2, 3, \ldots 1000$, $j = 1$

จากรูป 4.14 และ รูปที่ 4.15 จะเห็นว่ารอบที่ 50 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.00158 รอบที่ 150 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.00158 และรอบที่ 300 ค่าความผิดพลาดลดลงเป็น 0.000631 ค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นมีการลดลงที่ค่อยๆลดลงเรื่อยๆ

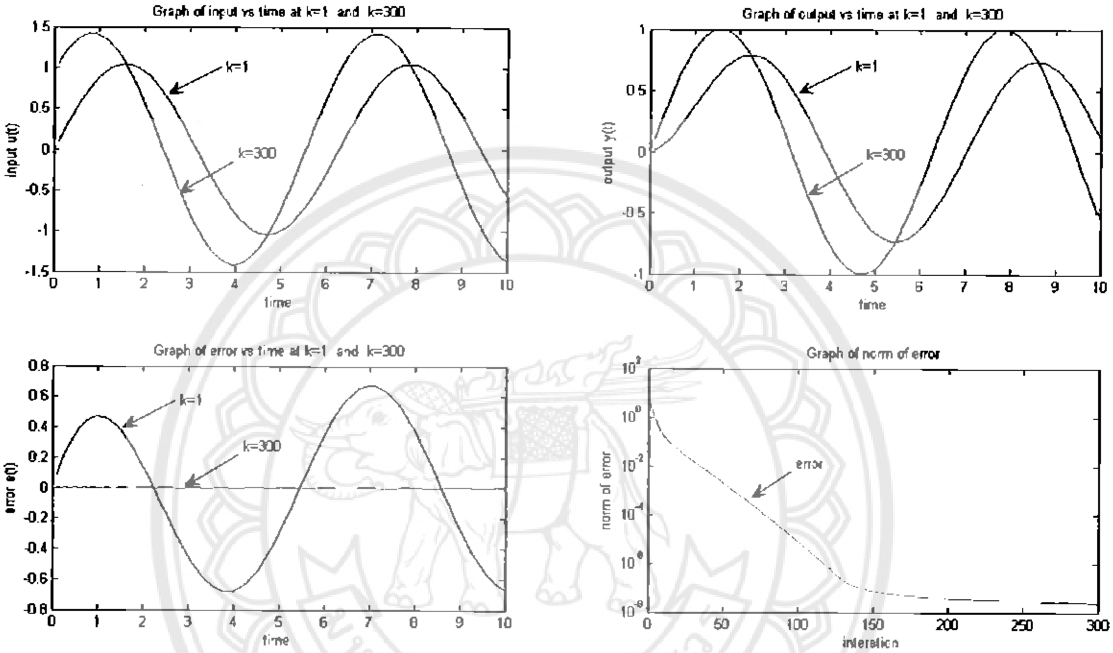
ผลที่เกิดจากการใช้กรณี ของสมการ (4.2) โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น sin(t) เลือกค่า T=10 , ts=0.1 และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.16



รูปที่ 4.16 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $\lambda = 0.1$, $j = 2$

จากรูปที่ 4.16 จะเห็นว่าเมื่อให้ $\lambda = 0.1$, $j = 2$ รอบที่ 50 ค่าความผิดพลาดที่ได้จะมีการลดลงอย่างรวดเร็วอยู่ประมาณ 0.00251 รอบที่ 150 ค่าความผิดพลาดลดลงเป็น 0.000398 และรอบที่ 300 ค่าความผิดพลาดลดลงเป็น 0.00025 พบว่าค่าความผิดพลาดค่อยๆลดลงเรื่อยๆ

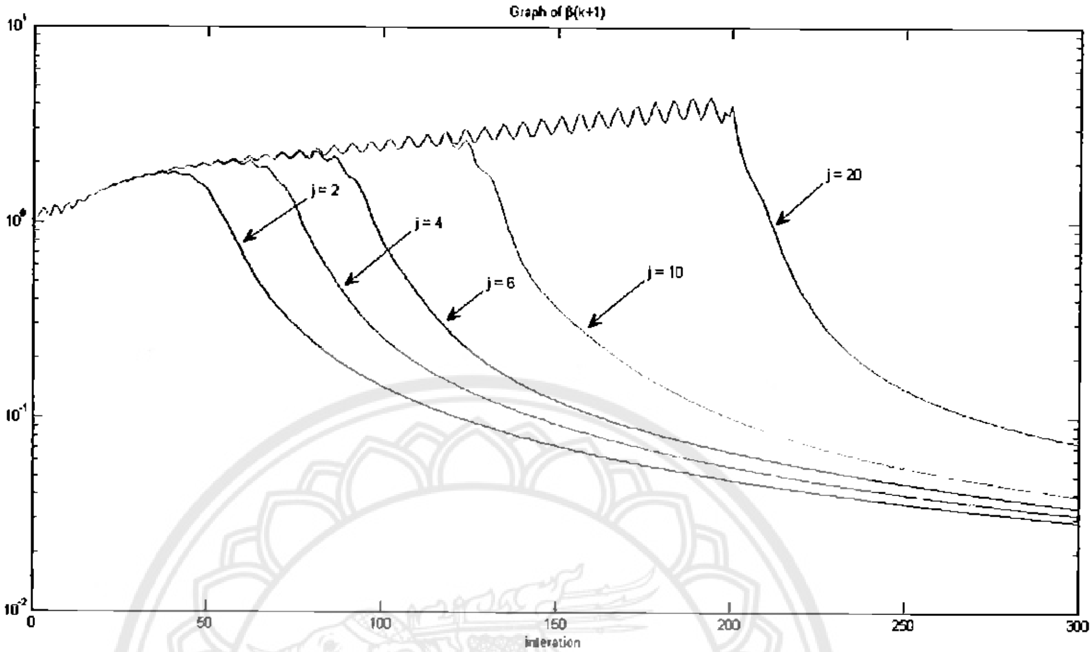
ผลที่เกิดจากการใช้กรณีของสมการ(4.2)โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น sin(t) เลือกค่า T=10 , ts=0.1 และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.17



รูปที่ 4.17 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $\lambda = 0.1$, $j = 10$

จากรูปที่ 4.17 จะเห็นว่าเมื่อให้ $\lambda = 0.1$, $j = 10$ รอบที่ 50 ค่าความผิดพลาดที่ได้จะอยู่ประมาณ 0.00316 รอบที่ 150 ค่าความผิดพลาดที่ได้จะอยู่ประมาณ 0.0000001 และรอบที่ 300 ค่าความผิดพลาดที่ได้จะอยู่ประมาณ 0.0000000316 พบว่ารอบที่ 0-140 มีการลดลงอย่างฉับพลัน จากนั้นรอบที่ 140 เป็นต้นไปมีการลดลงค่อนข้างคงที่

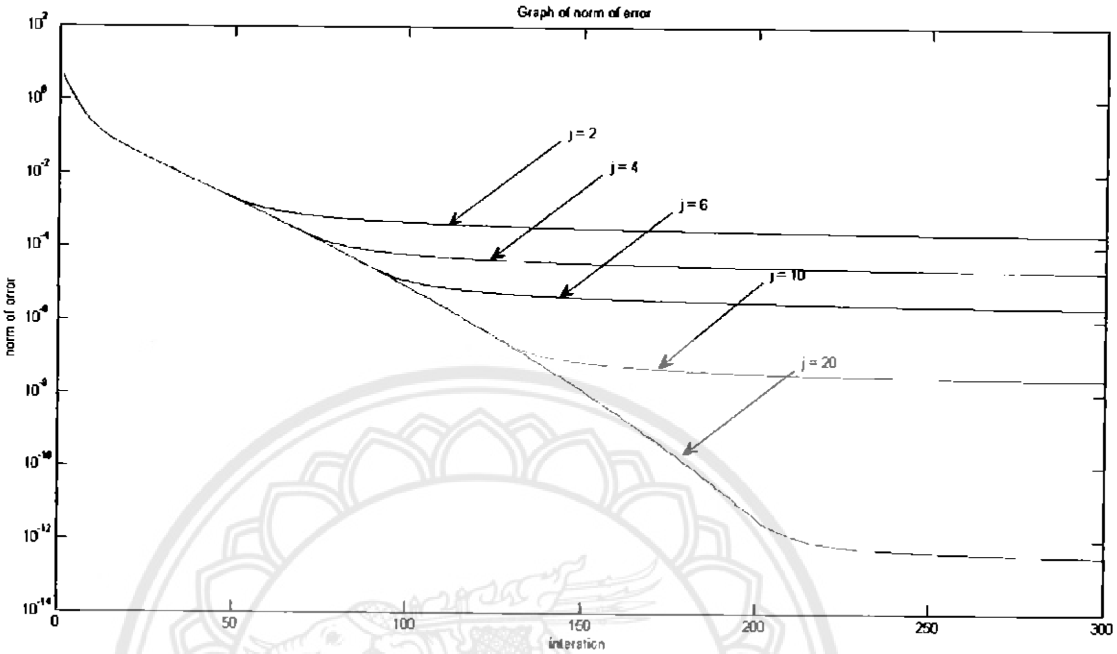
ผลที่เกิดจากการใช้กรณีของสมการ(4.2) โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น sin(t) เลือกค่า T=10 , ts=0.1 และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.18



รูปที่ 4.18 แสดงผลการเปลี่ยนแปลงของ β_{k+1} เมื่อให้ $\lambda = 0.1$

จากรูป 4.18 จะเห็นได้ว่าเมื่อให้ j = 2 ค่า β_{k+1} มีการค่อยๆเพิ่มขึ้นจากรอบที่ 1 ไปถึงประมาณรอบที่ 40 โดยที่ค่ารอบที่ 40 มีค่าประมาณ 1.995 หลังรอบที่ 40 เป็นต้นไปก็เริ่มมีการค่อยๆลดลงไปจนถึงรอบที่ 300 และเมื่อให้ j = 20 ค่า β_{k+1} มีการค่อยๆเพิ่มขึ้นจากรอบที่ 1 ไปถึงประมาณรอบที่ 200 โดยที่รอบที่ 200 มีค่าประมาณ 3.981 หลังรอบที่ 200 เป็นต้นไปก็เริ่มมีการค่อยๆลดลงไปจนถึงรอบที่ 300

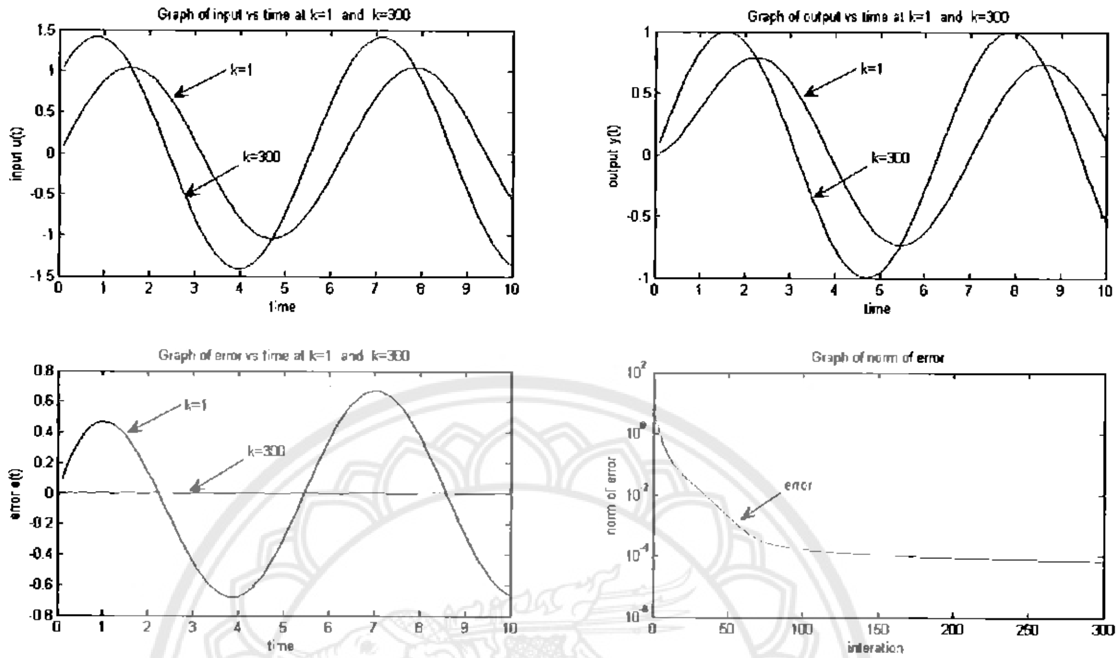
ผลที่เกิดจากการใช้กรณีของสมการ(4.2) โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น sin(t) เลือกค่า T=10 , ts=0.1 และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.19



รูปที่ 4.19 แสดงผลของค่าความผิดพลาดเมื่อให้ $\lambda = 0.1$

จากรูปที่ 4.19 จะเห็นว่าเมื่อให้ j ที่มากขึ้นค่าความผิดพลาดที่ได้จะมีการลดลงอย่างฉับพลันของช่วงแรกช่วงหนึ่งแล้วหลังจากนั้นก็จะมีการลดลงอย่างค่อนข้างคงที่จนถึงรอบที่ 300

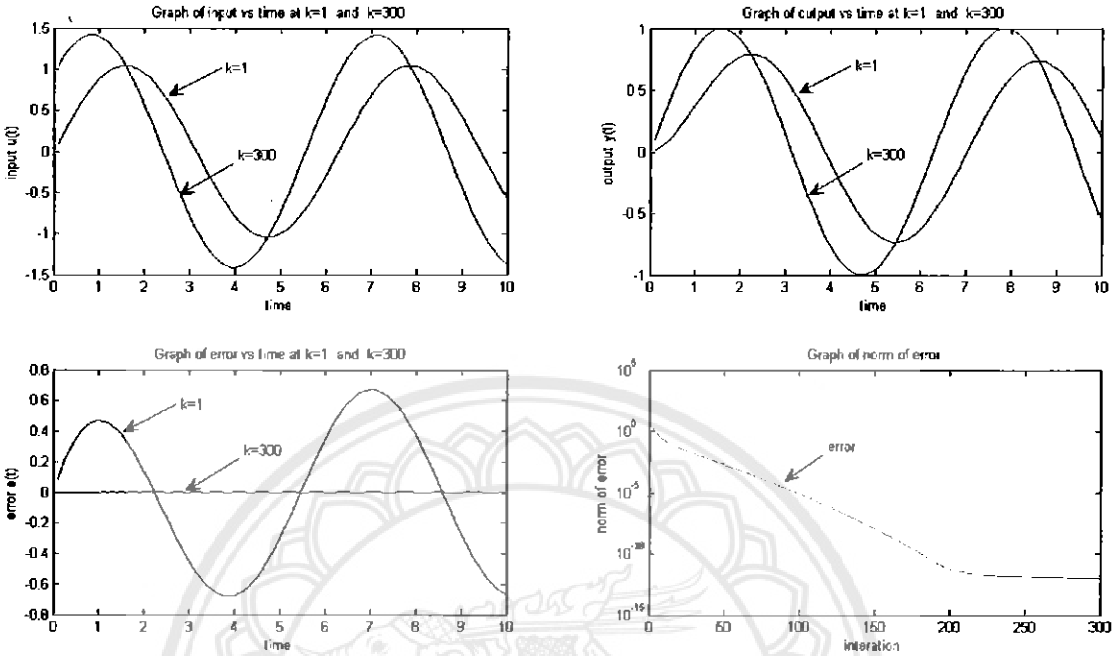
ผลที่เกิดจากการใช้กรณีของสมการ(4.2)โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น sin(t) เลือกค่า T=10 , ts=0.1 และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.20



รูปที่ 4.20 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $\lambda = 0.01$, $j = 2$

จากรูปที่ 4.20 จะเห็นว่าเมื่อให้ $\lambda = 0.01$, $j = 2$ รอบที่ 50 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.00158 รอบที่ 150 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.0001 และรอบที่ 300 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.0000631 พบว่ารอบที่ 0-60 ค่าความผิดพลาดมีการลดลงอย่างรวดเร็ว และรอบที่ 60-300 มีการลดลงค่อนข้างคงที่

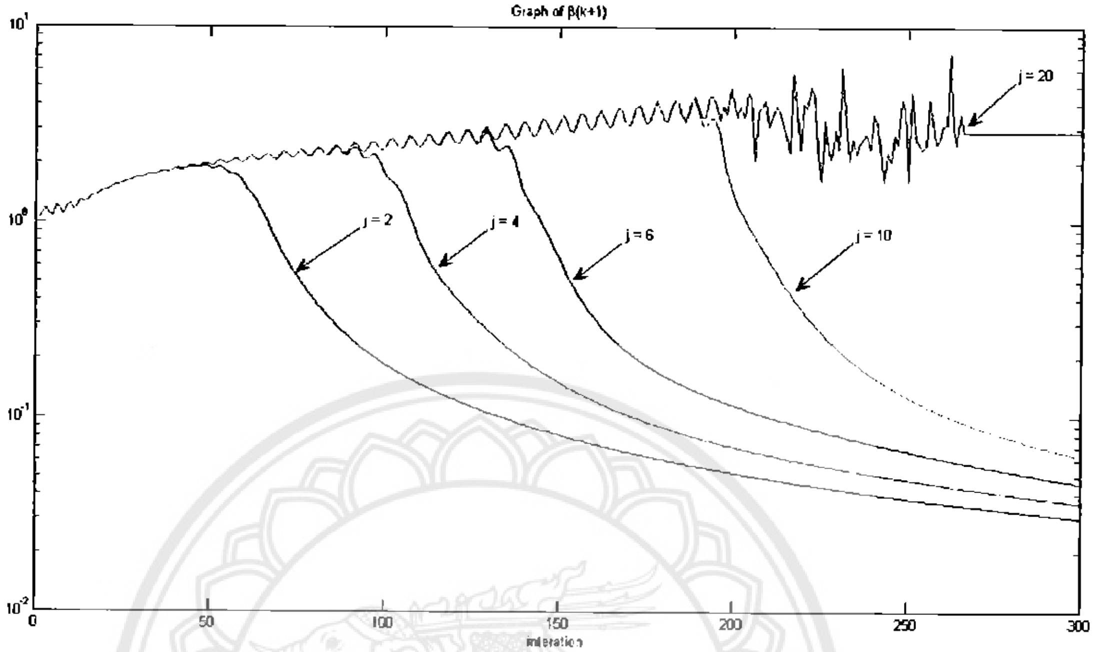
ผลที่เกิดจากการใช้กรณีของสมการ(4.2)โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น sin(t) เลือกค่า T=10 , ts=0.1 และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.21



รูปที่ 4.21 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $\lambda = 0.01$, $j = 10$

จากรูปที่ 4.21 จะเห็นว่าเมื่อใช้ $\lambda = 0.01$, $j = 10$ รอบที่ 50 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.001 รอบที่ 150 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.0000001 และรอบที่ 300 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.000000000000631 ซึ่งพบว่ารอบที่ 0-200 มีการลดลงอย่างฉับพลัน และหลังจากรอบที่ 200-300 มีการลดลงอย่างคงที่

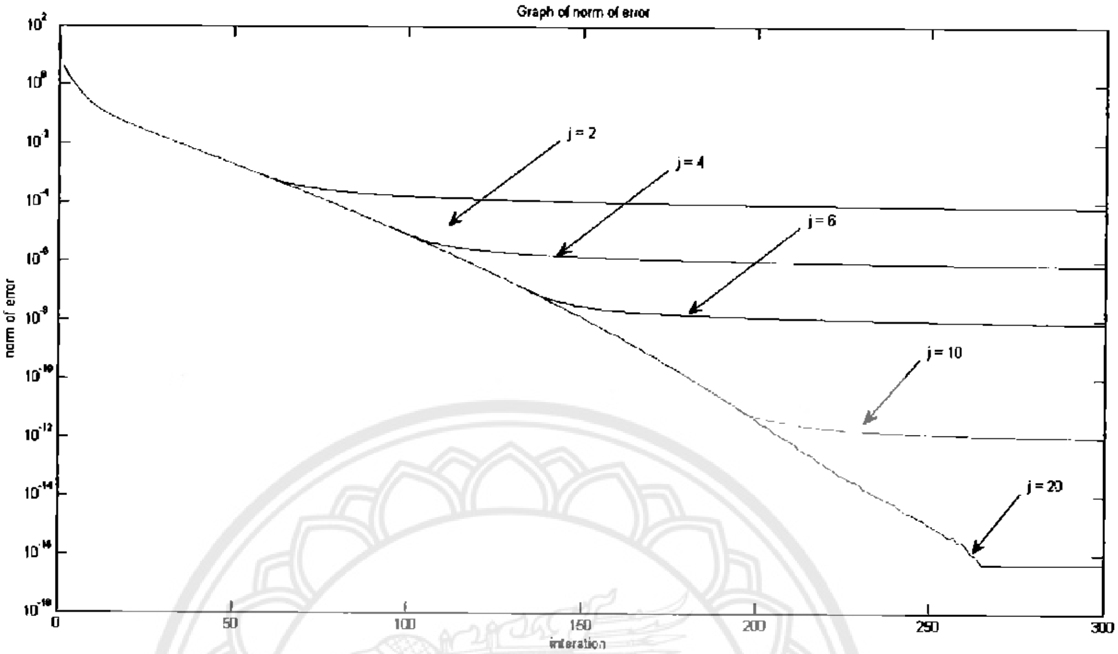
ผลที่เกิดจากการใช้กรณีของสมการ(4.2)โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น sin(t) เลือกค่า T=10 , ts=0.1 และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.22



รูปที่ 4.22 แสดงผลการเปลี่ยนแปลงของ β_{k+1} เมื่อให้ $\lambda = 0.01$

จากรูป 4.22 จะเห็นได้ว่าเมื่อให้ j = 2 ค่า β_{k+1} มีการค่อยๆเพิ่มขึ้นจากรอบที่ 1 ไปถึงประมาณรอบที่ 50 โดยที่ค่ารอบที่ 50 มีค่าประมาณ 1.995 หลังรอบที่ 50 เป็นต้นไปก็เริ่มมีการค่อยๆลดลงไปจนถึงรอบที่ 300 และเมื่อให้ j = 20 ค่า β_{k+1} มีการค่อยๆเพิ่มขึ้นแบบไม่ต่อเนื่องจากรอบที่ 1 ไปถึงประมาณรอบที่ 270 โดยที่รอบที่ 270 มีค่าประมาณ 3.162 หลังรอบที่ 270 ไปจนถึงรอบที่ 300 จะได้ค่าที่คงที่ไม่มีการลดลง

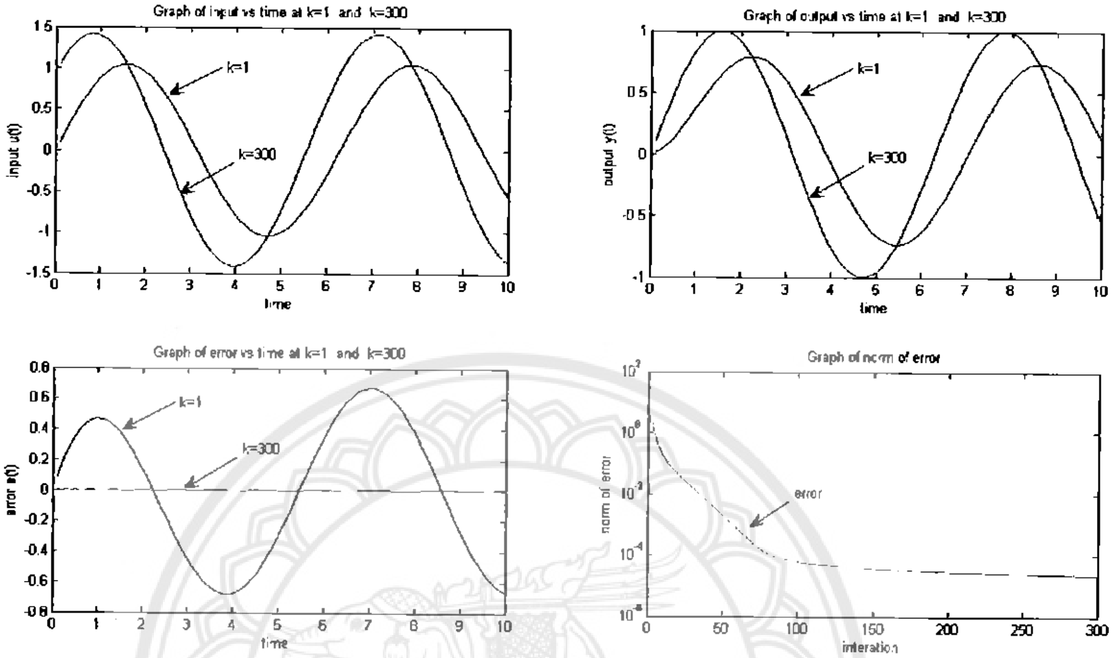
ผลที่เกิดจากการใช้กรณีของสมการ(4.2)โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น sin(t) เลือกค่า T=10 , ts=0.1 และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.23



รูปที่ 4.23 แสดงผลของค่าความผิดพลาดเมื่อให้ $\lambda = 0.01$

จากรูปที่ 4.23 จะเห็นว่าเมื่อให้ j ที่มากขึ้นค่าความผิดพลาดที่ได้จะมีการลดลงอย่างฉับพลันของช่วงหนึ่ง เมื่อให้ $j \geq 20$ จะพบว่าค่าความผิดพลาดจะมีการลดลงอย่างรวดเร็วจนถึงประมาณรอบที่ 270 และหลังจากรอบที่ 270 ค่าความผิดพลาดก็จะไม่มีการลดลงถึงรอบที่ 300

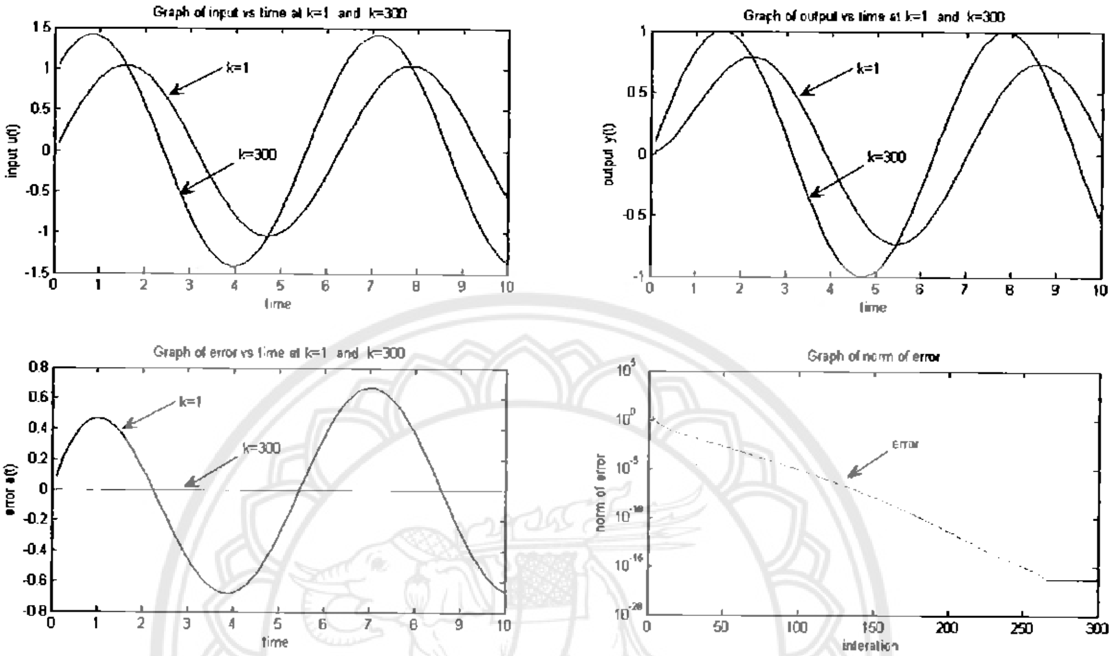
ผลที่เกิดจากการใช้กรณีของสมการ(4.2) โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น sin(t) เลือกค่า T=10 , ts= 0.1 และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.24



รูปที่ 4.24 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $\lambda = 0.001$, $j = 2$

จากรูปที่ 4.24 จะเห็นว่าเมื่อใช้ $\lambda = 0.001$, $j = 2$ รอบที่ 50 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.00316 รอบที่ 150 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.0000794 และรอบที่ 300 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.0000316 โดยที่รอบที่ 0-80 มีการลดลงอย่างรวดเร็ว และหลังจากรอบที่ 80-300 มีการลดลงค่อนข้างคงที่

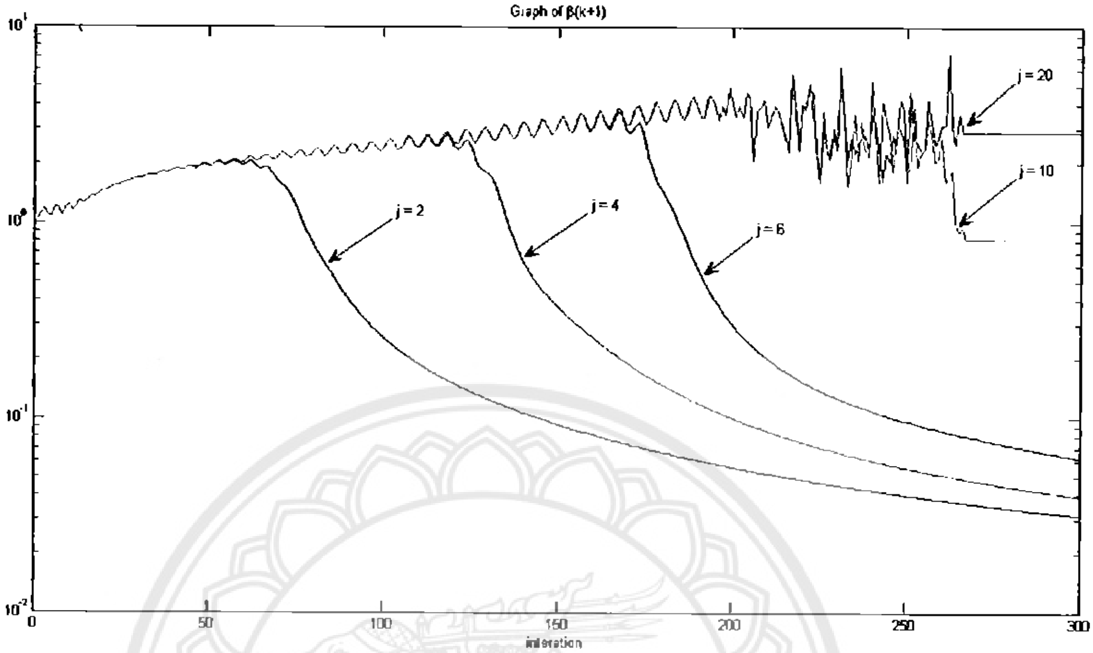
ผลที่เกิดจากการใช้กรณีของสมการ (4.2) โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น sin(t) เลือกค่า T=10 , ts=0.1 และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.25



รูปที่ 4.25 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $\lambda = 0.001$, $\mathbf{j = 10}$

จากรูปที่ 4.25 จะเห็นว่าเมื่อให้ $\lambda = 0.001$, $j = 100$ รอบที่ 50 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.001 รอบที่ 150 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.0000001 และรอบที่ 300 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.0000000000000001พบว่าค่าความผิดพลาดลดลงอย่างฉับพลัน

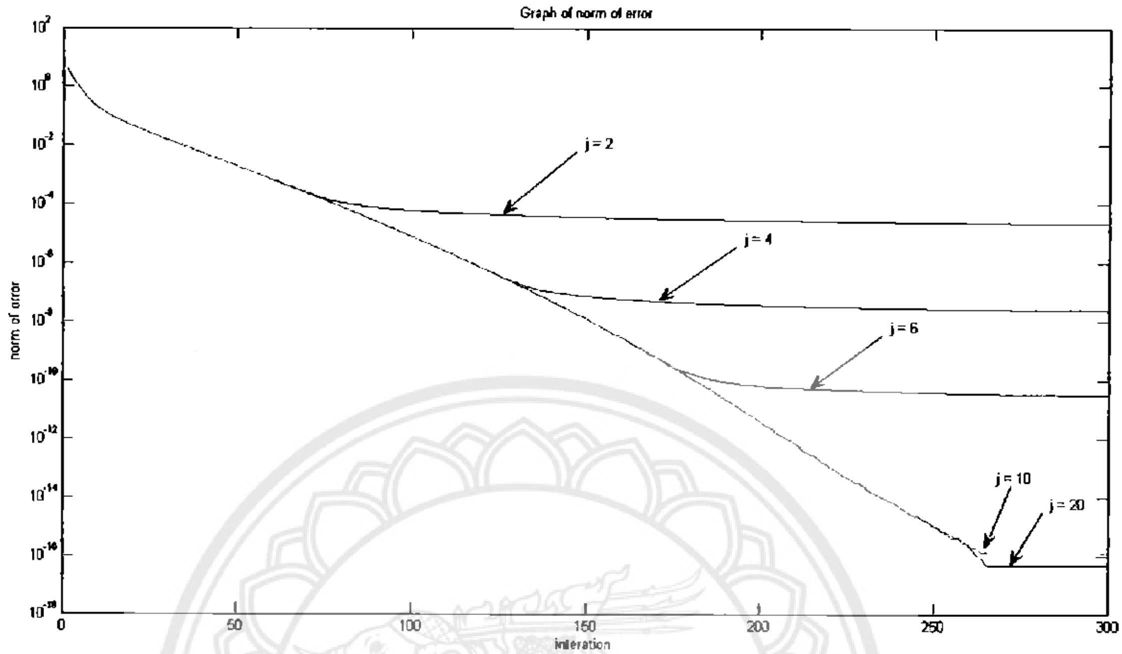
ผลที่เกิดจากการใช้กรณีของสมการ(4.2)โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น sin(t) เลือกค่า T=10 , ts=0.1 และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.26



รูปที่ 4.26 แสดงผลการเปลี่ยนแปลงของ β_{k+1} เมื่อให้ $\lambda = 0.001$

จากรูป 4.26 จะเห็นได้ว่าเมื่อให้ j = 2 ค่า β_{k+1} มีการค่อยๆเพิ่มขึ้นจากรอบที่ 1 ไปถึงประมาณรอบที่ 60 โดยที่ค่ารอบที่ 60 มีค่าประมาณ 2.239 หลังรอบที่ 60 เป็นต้นไปก็เริ่มมีการค่อยๆลดลงไปจนถึงรอบที่ 300 และเมื่อให้ j = 20 ค่า β_{k+1} มีการค่อยๆเพิ่มขึ้นจากรอบที่ 1 ไปถึงประมาณรอบที่ 270 โดยที่รอบที่ 270 มีค่าประมาณ 3.981 หลังรอบที่ 200 ไปจนถึงรอบที่ 300 จะได้ค่าที่คงที่ไม่มีการลดลง

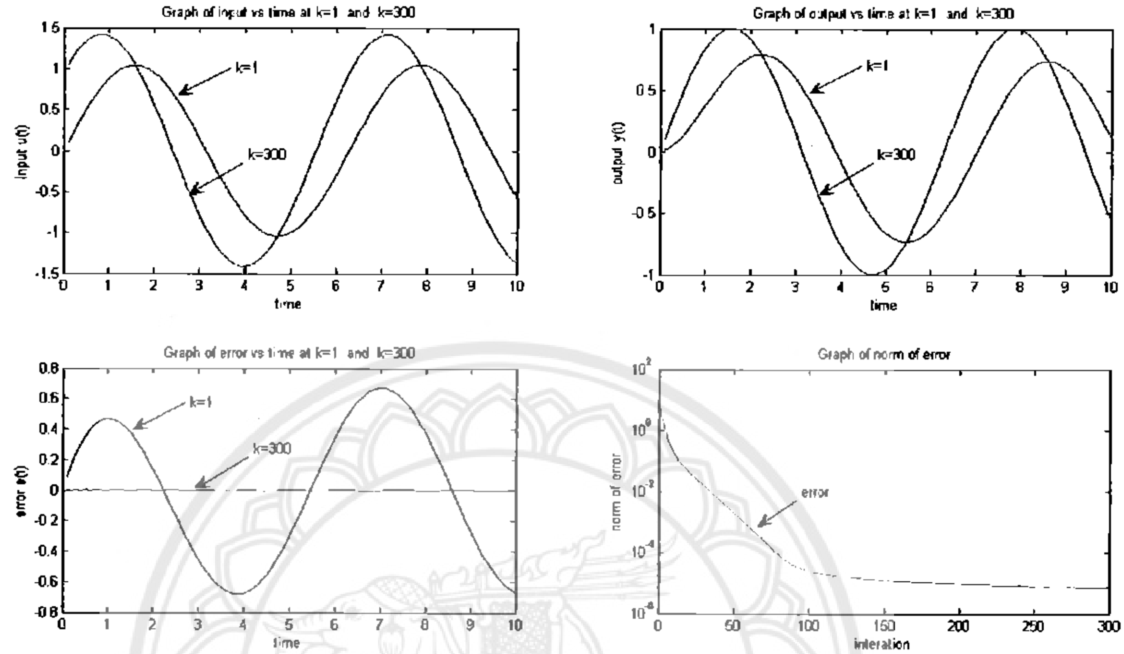
ผลที่เกิดจากการใช้กรณีของสมการ (4.2) โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น sin(t) เลือกค่า T=10 , ts=0.1 และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.27



รูปที่ 4.27 แสดงผลของค่าความผิดพลาดเมื่อให้ $\lambda = 0.001$

จากรูปที่ 4.27 จะเห็นว่าเมื่อให้ j ที่มากขึ้นค่าความผิดพลาดที่ได้จะมีการลดลงอย่างฉับพลันจนถึงประมาณรอบที่ 270 แล้วหลังจากนั้นก็จะไม่มีการลดลงจนถึงรอบที่ 300

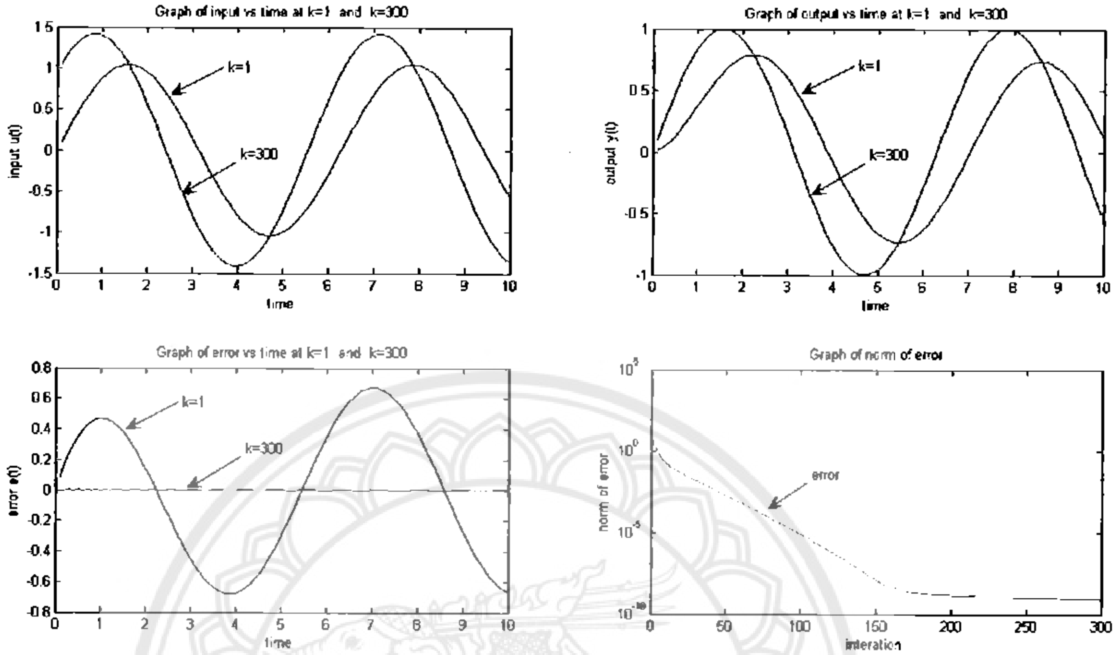
ผลที่เกิดจากการใช้กรณีของสมการ (4.2) โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น sin(t) เลือกค่า T=10 , ts=0.1 และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.28



รูปที่ 4.28 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $\lambda = 0.0001$, $j = 2$

จากรูปที่ 4.28 จะเห็นว่าเมื่อใช้ $\lambda = 0.0001$, $j = 2$ รอบที่ 50 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.00316 รอบที่ 150 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.0000158 และรอบที่ 300 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.0000631 พบว่าค่าความผิดพลาดค่อยๆลดลงเรื่อยๆ โดยรอบที่ 0-90 มีการลดลงอย่างรวดเร็ว และรอบที่ 90-300 มีการลดลงค่อนข้างคงที่

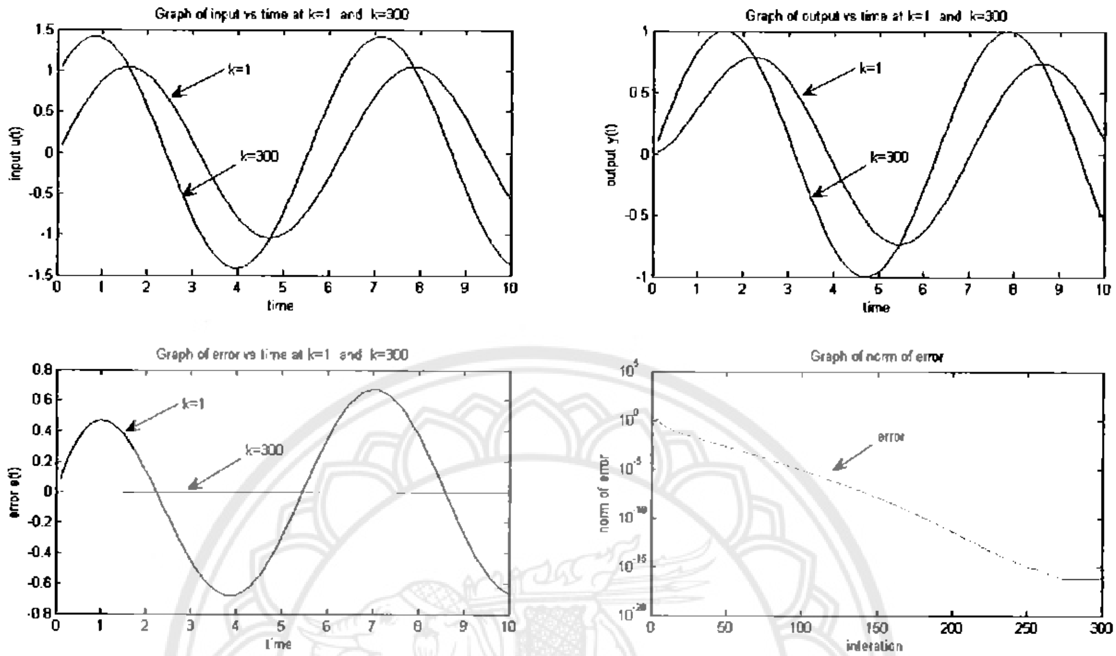
ผลที่เกิดจากการใช้กรณีของสมการ (4.2) โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น sin(t) เลือกค่า T=10 , ts=0.1 และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.29



รูปที่ 4.29 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $\lambda = 0.0001$, $j = 4$

จากรูปที่ 4.29 จะเห็นว่าเมื่อใช้ รอบที่ 50 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.001 รอบที่ 150 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.0000001 และรอบที่ 300 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.00000001 พบว่ามีค่าความผิดพลาดมีการลดลงอย่างฉับพลัน จากรอบที่ 0-160

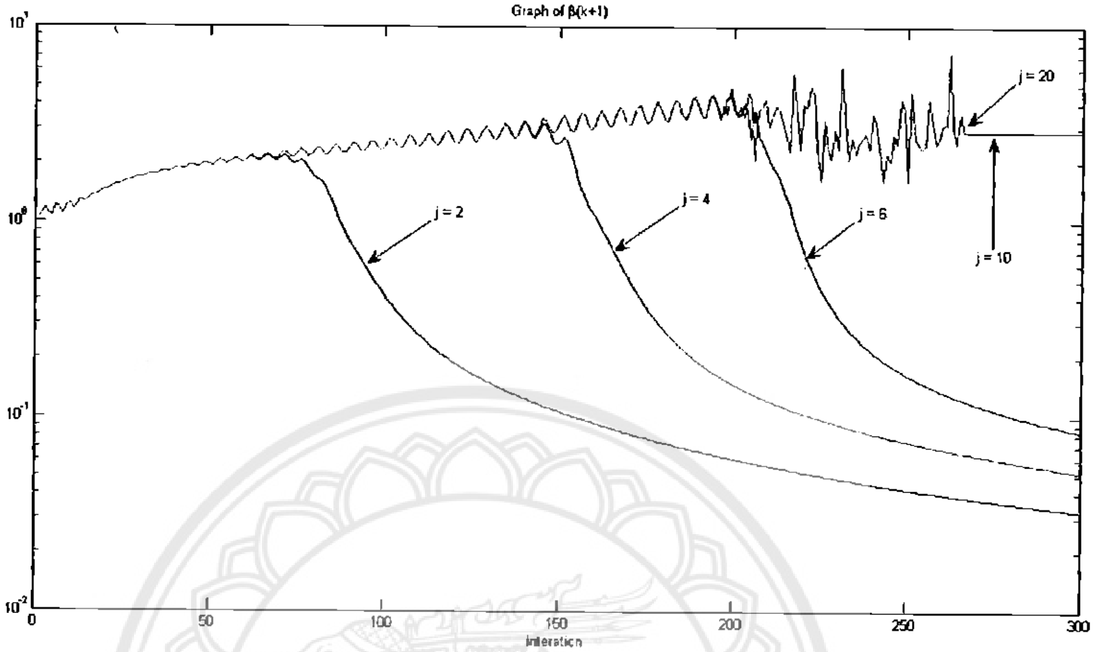
ผลที่เกิดจากการใช้กรณีของสมการ (4.2) โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น sin(t) เลือกค่า T=10 , ts=0.1 และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.30



รูปที่ 4.30 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $\lambda = 0.0001$, $j = 8$

จากรูปที่ 4.28 จะเห็นว่าเมื่อให้ $\lambda = 0.0001$, $j = 8$ รอบที่ 50 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.001 รอบที่ 150 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.0000001 และรอบที่ 300 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.000000000000001 พบว่ามีค่าความผิดพลาดมีการลดลงอย่างฉับพลันจากรอบที่ 0-270

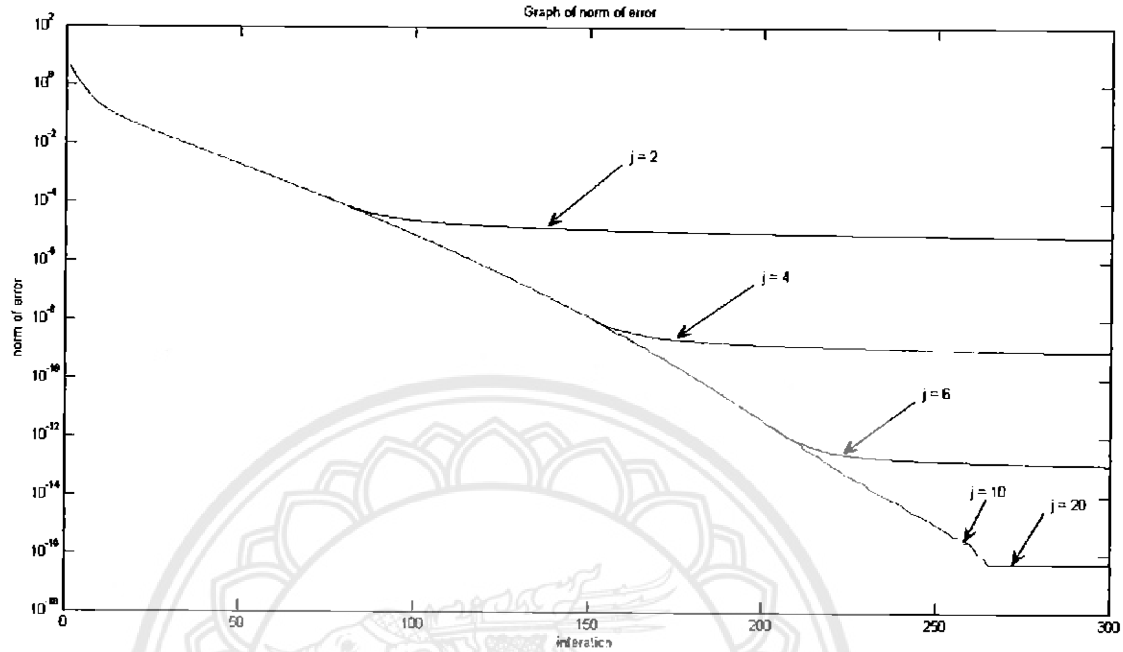
ผลที่เกิดจากการใช้กรณีของสมการ(4.2)โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น sin(t) เลือกค่า T=10 , ts=0.1 และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.31



รูปที่ 4.31 แสดงผลการเปลี่ยนแปลงของ β_{k+1} เมื่อให้ $\lambda = 0.0001$

จากรูป 4.31 จะเห็นได้ว่าเมื่อให้ $j = 2$ ค่า β_{k+1} มีการค่อยๆเพิ่มขึ้นจากรอบที่ 1 ไปถึงประมาณรอบที่ 70 โดยที่ค่ารอบที่ 70 มีค่าประมาณ 2.511 หลังรอบที่ 70 เป็นต้นไปก็เริ่มมีการค่อยๆลดลงไปจนถึงรอบที่ 300 และเมื่อแทนค่า j เพิ่มมากขึ้นกรณีให้ $j = 10$ ค่า β_{k+1} มีการค่อยๆเพิ่มขึ้นจากรอบที่ 1 ไปถึงประมาณรอบที่ 270 โดยที่รอบที่ 270 มีค่าประมาณ 3.981 หลังรอบที่ 200 ไปจนถึงรอบที่ 300 จะได้ค่าที่คงที่ไม่มีการลดลงและหากแทนค่า $j > 10$ ค่าที่ได้ก็ไม่มีการเปลี่ยนแปลงจากนี้

ผลที่เกิดจากการใช้กรณีของสมการ(4.2)โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น sin(t) เลือกค่า T=10 , ts=0.1 และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.32



รูปที่ 4.32 แสดงผลของค่าความผิดพลาดเมื่อให้ $\lambda = 0.0001$

จากรูปที่ 4.32 จะเห็นว่าเมื่อให้ $j \geq 10$ ค่าความผิดพลาดที่ได้จะมีลักษณะที่เหมือนกัน โดยที่จะมีการลดลงอย่างฉับพลันจนถึงประมาณรอบที่ 270 แล้วหลังจากนั้นก็ไม่มีการลดลงถึงรอบที่ 300

วิเคราะห์วิจารณ์ผลการทดลอง

λ	j	จำนวนรอบในการทดลอง		
		50	150	300
1,2,3, 100	1	0.00316	0.001	0.000631
1	1,2,3,...100	0.00316	0.001	0.000631
0.01	2	0.00251	0.000398	0.000251
	4	0.00316	0.0000501	0.0000251
	10	0.00316	0.0000001	0.0000000316
	100	0.001	0.0000001	0.0000000000000001
0.001	2	0.00158	0.0001	0.0000631
	4	0.00158	0.00000158	0.000000631
	10	0.001	0.0000001	0.000000000000631
	100	0.001	0.00000001	0.0000000000000001
0.001	2	0.00316	0.0000794	0.0000316
	4	0.00316	0.0000001	0.0000000316
	100	0.001	0.0000001	0.0000000000000001
0.0001	2	0.00316	0.0000158	0.00000631
	4	0.001	0.0000001	0.00000001
	8	0.001	0.0000001	0.0000000000000001

ตารางที่ 4.1 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในรอบที่ 50, 150, 300

จากผลการทดลองในตารางที่ 4.1 จะเห็นได้ว่าเมื่อแทนค่า j ที่มากขึ้นการลดลงของค่าความผิดพลาดจะมีการลดลงที่ไม่ดีอย่างที่เห็นดังรูปการทดลอง และหากพิจารณารอบที่ 300 ของทุกค่า λ จะพบว่าจะได้ค่าที่เหมือนกานโดยที่หลังรอบ 300 ค่าความผิดพลาดจะไม่มีการลดลงอีกซึ่งสามารถพิจารณาได้จากตารางและรูปการทดลอง

4.3 บันทึกผลการทดลองกรณี cost function เป็น

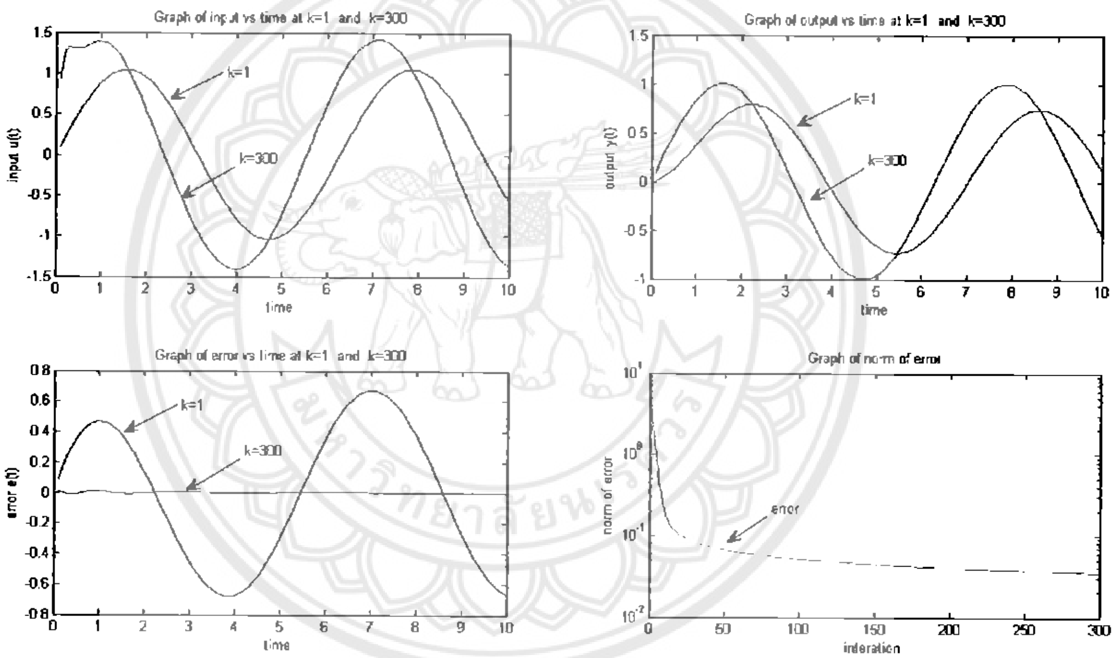
$$J(\beta_{k+1}) = \sum_{j=1}^{j=M} \lambda^{j-1}(\|e_{k+1}\|^2) + w{\beta_{k+1}}^2 \tag{4.3}$$

กรณีกำหนดให้ $M = 2$ โดยที่ M คือ จำนวนค่ารอบที่กำหนดขึ้น ทำให้ได้ผลของค่า β_{k+1} ดังนี้

$$\beta_{k+1} = \frac{\lambda G e_k {e_k}^T}{(\lambda G^T e_k {e_k}^T + w)} \tag{4.4}$$

แทนค่าลงในสมการเริ่มต้น $u_{k+1} = u_k + \beta_{k+1} e_k$ จะได้ค่าความผิดพลาดดังนี้

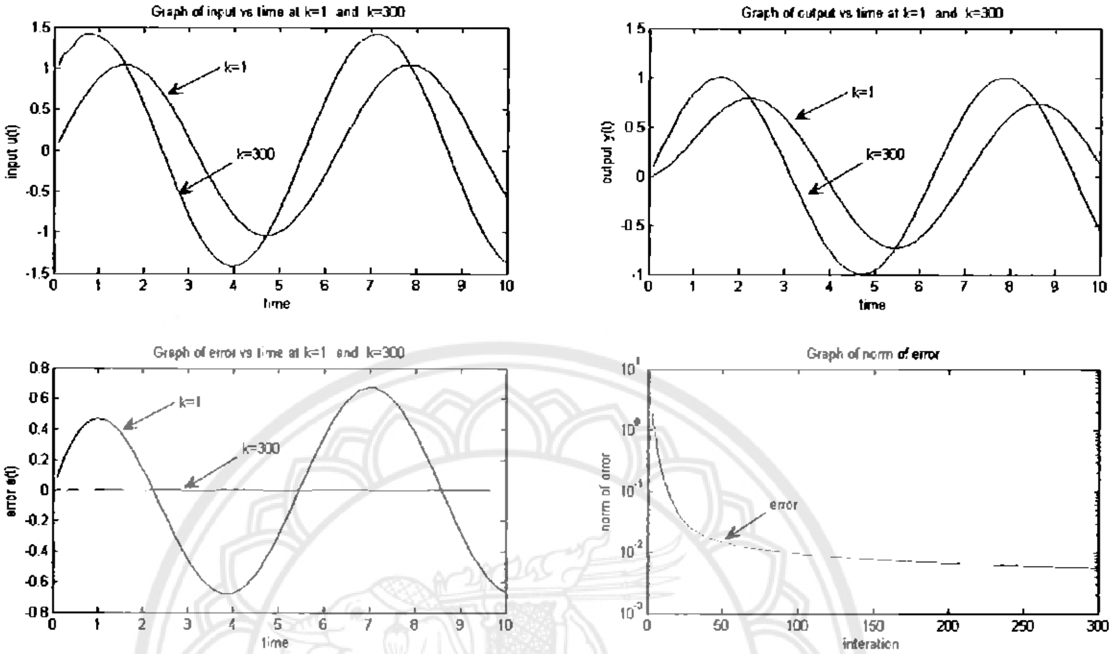
ผลที่เกิดจากการใช้กรณีของสมการ(4.3)โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น sin(t) เลือกค่า T=10 , ts=0.1 และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.33



รูปที่ 4.33 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $\lambda = 0.0001$

จากรูปที่ 4.33 จะเห็นว่าเมื่อให้ $\lambda = 0.0001$ รอบที่ 50 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.079 รอบที่ 150 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.0501 และรอบที่ 300 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.0316 พบว่ารอบที่ 0-20 มีการลดลงอย่างรวดเร็ว และรอบที่ 20-300 มีการค่อยๆลดลงอย่างคงที่

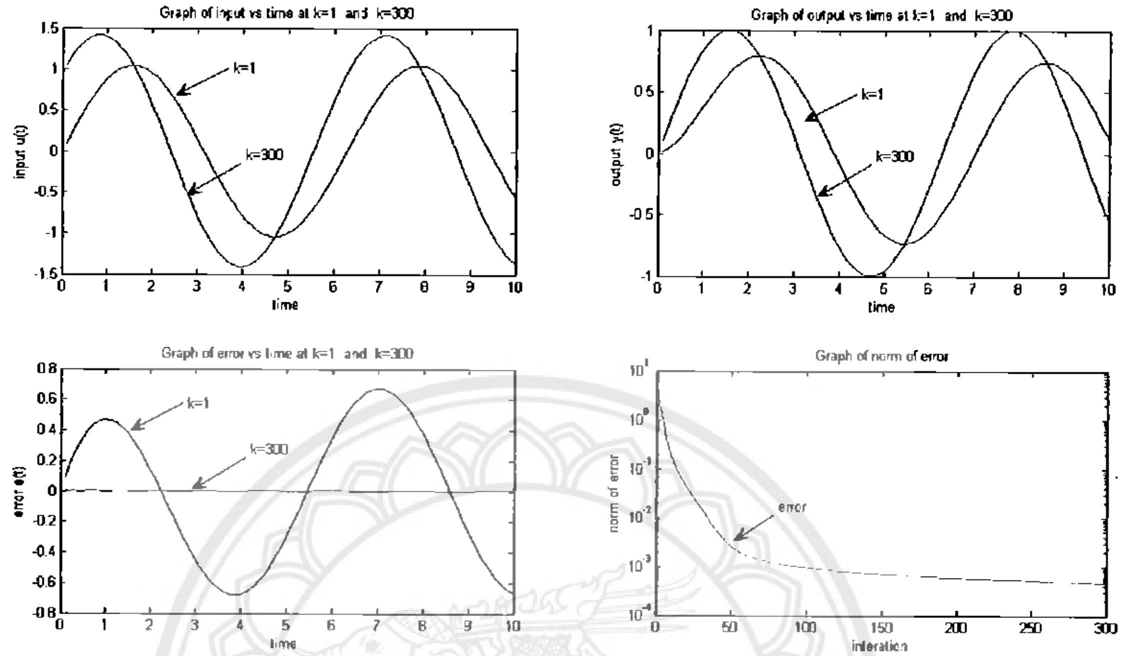
ผลที่เกิดจากการใช้กรณีของสมการ(4.3)โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น sin(t) เลือกค่า T=10 , ts=0.1 และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.34



รูปที่ 4.34 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $\lambda = 0.01$

จากรูปที่ 4.34 จะเห็นว่าเมื่อให้ $\lambda = 0.01$ รอบที่ 50 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.0158 รอบที่ 150 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.01 และรอบที่ 300 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.00501 พบว่ารอบที่ 0-30 มีการลดลงอย่างรวดเร็ว และรอบที่ 30-300 มีการค่อยๆลดลงอย่างคงที่

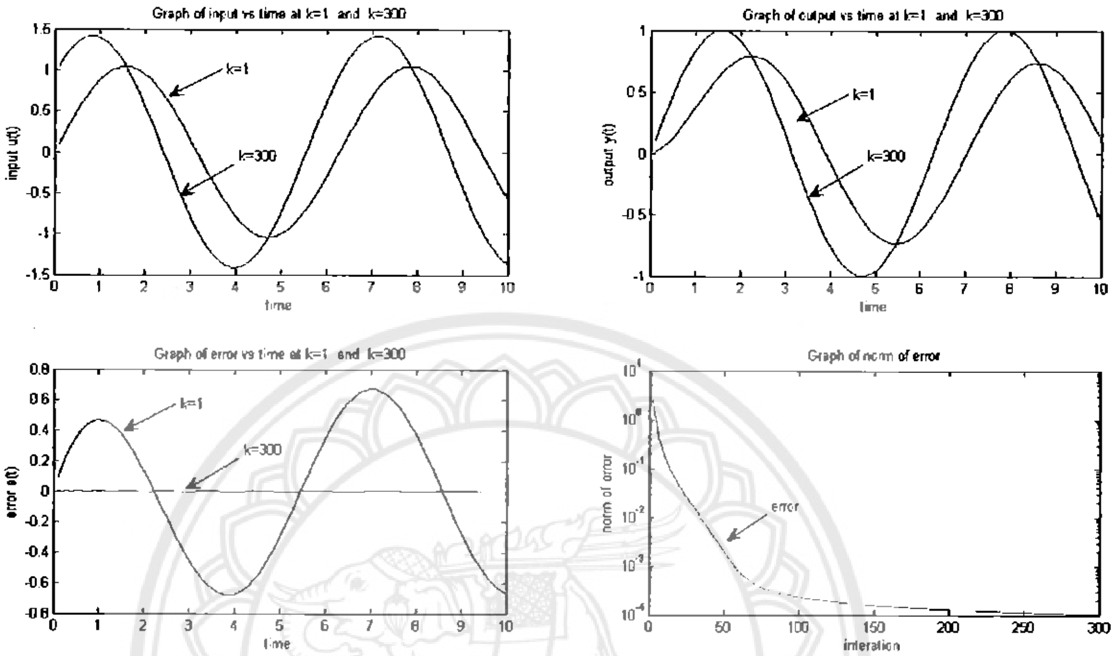
ผลที่เกิดจากการใช้กรณีของสมการ(4.3)โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น sin(t) เลือกค่า T=10 , ts=0.1 และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.35



รูปที่ 4.35 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $\lambda = 2$

จากรูปที่ 4.35 จะเห็นว่าเมื่อให้ $\lambda = 2$ รอบที่ 50 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.00316 รอบที่ 150 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.000794 และรอบที่ 300 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.000501 พบว่ารอบที่ 0-50 มีการลดลงอย่างรวดเร็ว และจากรอบที่ 50-300 มีการลดลงค่อนข้างคงที่

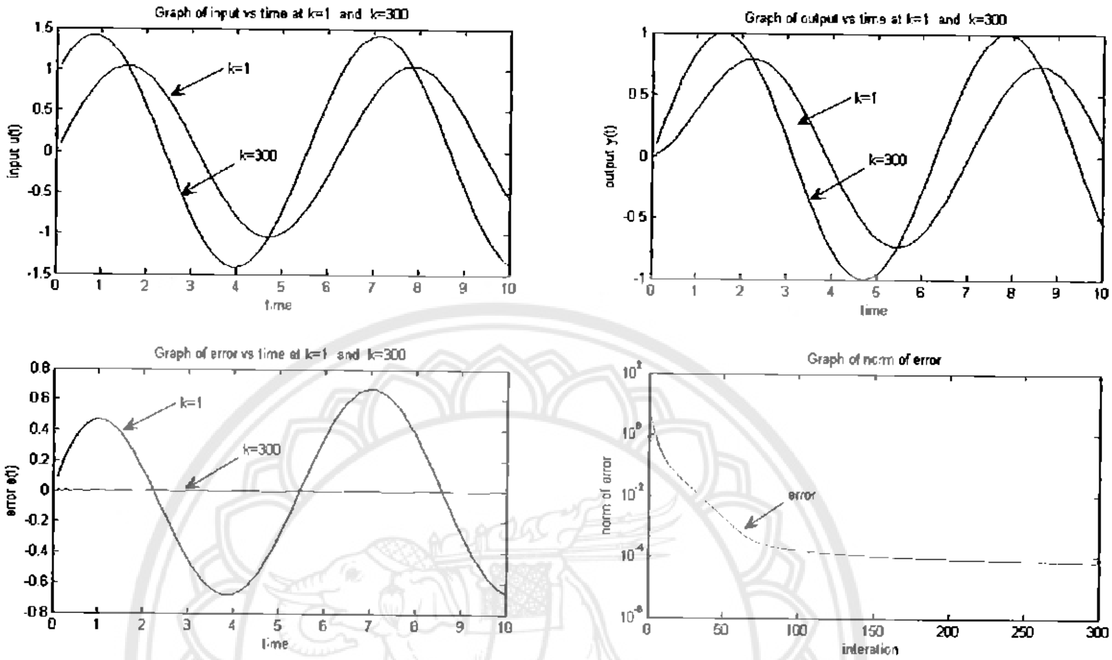
ผลที่เกิดจากการใช้กรณีของสมการ(4.3)โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น sin(t) เลือกค่า T=10 , ts=0.1 และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.36



รูปที่ 4.36 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $\lambda = 46$

จากรูปที่ 4.36 จะเห็นว่าเมื่อให้ $\lambda = 46$ รอบที่ 50 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.00158 รอบที่ 150 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.000158 และรอบที่ 300 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.0001 พบว่าค่าความผิดพลาดค่อยๆลดลงเรื่อยๆ

ผลที่เกิดจากการใช้กรณี ของสมการ(4.3)โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น sin(t) เลือกค่า T=10 , ts=0.1 และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.37

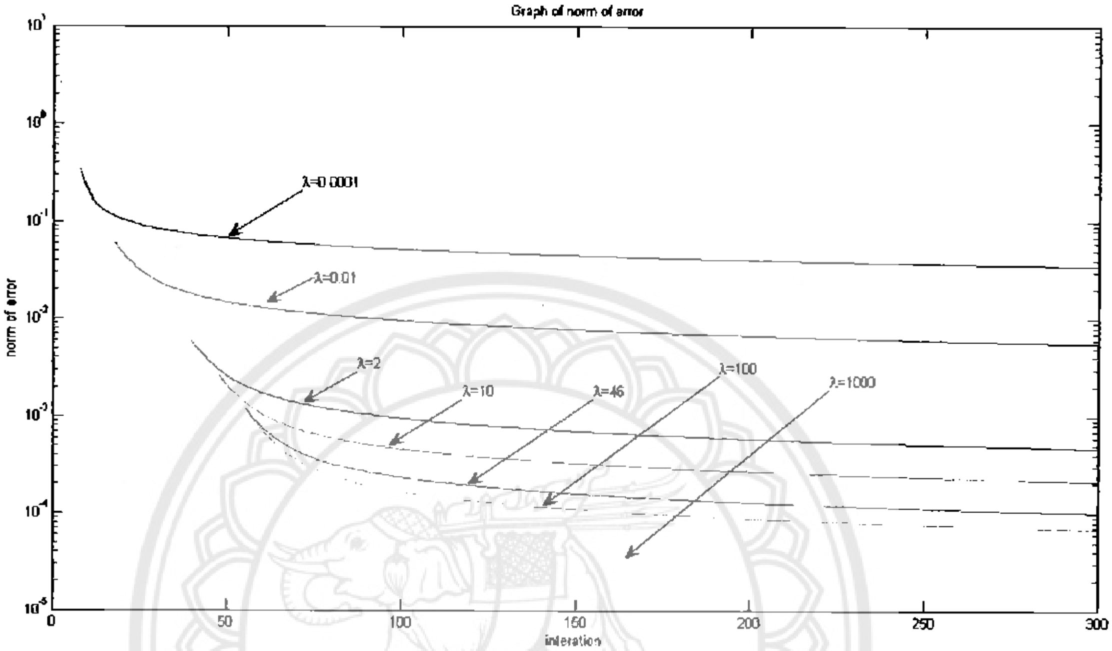


รูปที่ 4.37 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $\lambda = 100$

จากรูปที่ 4.37 จะเห็นว่าเมื่อให้ $\lambda = 100$ รอบที่ 50 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.00251 รอบที่ 150 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.0001 และรอบที่ 300 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.0000631 พบว่าค่าความผิดพลาดค่อยๆลดลงเรื่อยๆ

วิเคราะห์วิจารณ์ผลการทดลอง

ผลที่เกิดจากการใช้กรณีของสมการ(4.3)โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น sin(t) เลือกค่า T=10 , ts=0.1 และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.38



รูปที่ 4.38 แสดงผลของค่าความผิดพลาดเมื่อให้ λ = 0.0001, 0.01, 2, 10, 20, 46, 100, 1000

จากรูปที่ 4.38 จะเห็นว่าเมื่อให้ λ ที่มากขึ้นค่าความผิดพลาดที่ได้จะมีการค่อยๆลดลงอย่างต่อเนื่องและค่อนข้างคงที่ โดยรอบแรกๆจะมีการลดลงอย่างรวดเร็วแล้วต่อจากนั้นก็จะมีการลดลงอย่างคงที่ไปเรื่อยๆ

λ	จำนวนรอบในการทดลอง		
	50	150	300
λ = 0.0001	0.079	0.0501	0.0316
λ = 0.01	0.0158	0.01	0.00501
λ = 2	0.00316	0.000794	0.000501
λ = 46	0.00158	0.000158	0.0001
λ = 100	0.00251	0.0001	0.0000631

ตารางที่ 4.2 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในรอบที่ 50, 150 และ 300

จากผลการทดลองในตารางที่ 4.2 จะพบว่า รอบที่ 50 150 และ300 เมื่อแทนค่าของ λ = 0.0001 – 100 จะได้ว่าค่าความผิดพลาดมีการค่อยๆลดลงอย่างต่อเนื่องและการลดลงในแต่ละรอบจะไม่ห่างกันมาก

บทที่ 5
สรุปผลการทดลอง

ในบทนี้จะกล่าวถึงผลของการทดลองที่เกิดขึ้นในแต่ละกรณีที่ได้ศึกษามา ว่าได้ค่าความผิดพลาดที่ลดลงหรือเพิ่มขึ้นอย่างไร เพื่อที่จะหาวิธีการที่สามารถลดค่าความผิดพลาดที่ดีที่สุดมาเปรียบเทียบวิธีการควบคุมด้วยการเรียนรู้ซ้ำแบบการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด

กรณีกำหนดให้ $u_{k+1} = u_k + \sum_{j=1}^{j=M} \lambda^{j-1} \beta_{k+1} e_k$

กำหนดให้ M ดังนี้

$$M = 1, \quad u_{k+1} = u_k + \beta_{k+1} e_k$$

$$M = 2, \quad u_{k+1} = u_k + \beta_{k+1} e_k + \lambda\beta_{k+1} e_k$$

$$M = 3, \quad u_{k+1} = u_k + \beta_{k+1} e_k + \lambda\beta_{k+1} e_k + \lambda^2\beta_{k+1} e_k$$

กรณี M=1 จะเห็นว่าเมื่อให้ $\lambda = 0.00001$ ถึง $\lambda = 0.1$ ได้ค่าความผิดพลาดที่มีการค่อยๆลดลง เมื่อให้ $\lambda = 0.5$ ถึง $\lambda = 0.9$ ค่าความผิดพลาดเริ่มมีการลดลงที่ไม่ดีมีบางรอบมีการลดลงอย่างเฉียบพลัน เมื่อให้ $\lambda = 1$ ผลที่ได้คือค่าความผิดพลาดไม่มีการลดลง และเมื่อให้ $\lambda > 1$ ค่าความผิดพลาดกลับมีการเพิ่มขึ้นไป

สำหรับกรณีนี้ค่า λ ที่ทำให้ค่าความผิดพลาดมีการลดลงคือ $\lambda < 1$ และหากให้ $\lambda > 1$ ค่าความผิดพลาดที่ได้ก็จะมีการเพิ่มขึ้นไป

กรณี M=2 จะเห็นว่าเมื่อให้ $\lambda = 0.00001$ ถึง $\lambda = 0.1$ ได้ค่าความผิดพลาดที่มีการค่อยๆลดลง เมื่อให้ $\lambda = 0.4$ ถึง $\lambda = 0.6$ ค่าความผิดพลาดเริ่มมีการลดลงที่ไม่ดีมีบางรอบมีการลดลงอย่างเฉียบพลัน และเมื่อให้ $\lambda = 0.7$ ค่าความผิดพลาดกลับมีการเพิ่มขึ้นไปอย่างรวดเร็ว

สำหรับกรณีนี้ค่า λ ที่ทำให้ค่าความผิดพลาดมีการลดลงคือ $\lambda < 0.6$ และหากให้ $\lambda > 0.6$ ค่าความผิดพลาดที่ได้ก็จะมีการเพิ่มขึ้น

กรณีกำหนดให้ $\beta_{k+1} = \frac{e^T{}_k G e_k}{\lambda^{j-1} w + e^T{}_k G^T G e_k}$

จากการทดลองจะเห็นได้ว่าเมื่อมีการแทนด้วยค่า j และค่า λ ที่เพิ่มขึ้น ก็จะได้ค่าความผิดพลาดในช่วงแรกมีการรลดลงอย่างเฉียบพลัน ซึ่งเป็นสิ่งที่ไม่ต้องการที่จะให้เกิดขึ้น โดยจะสังเกตเห็นว่ายิ่งค่า j ยิ่งมากขึ้นก็จะทำให้มีการลดลงอย่างเฉียบพลันในรอบต่อๆไปมากขึ้น และหลังจากการลดลงอย่างเร็วก็จะไม่มีการลดลงอีกจนถึงรอบที่ 300

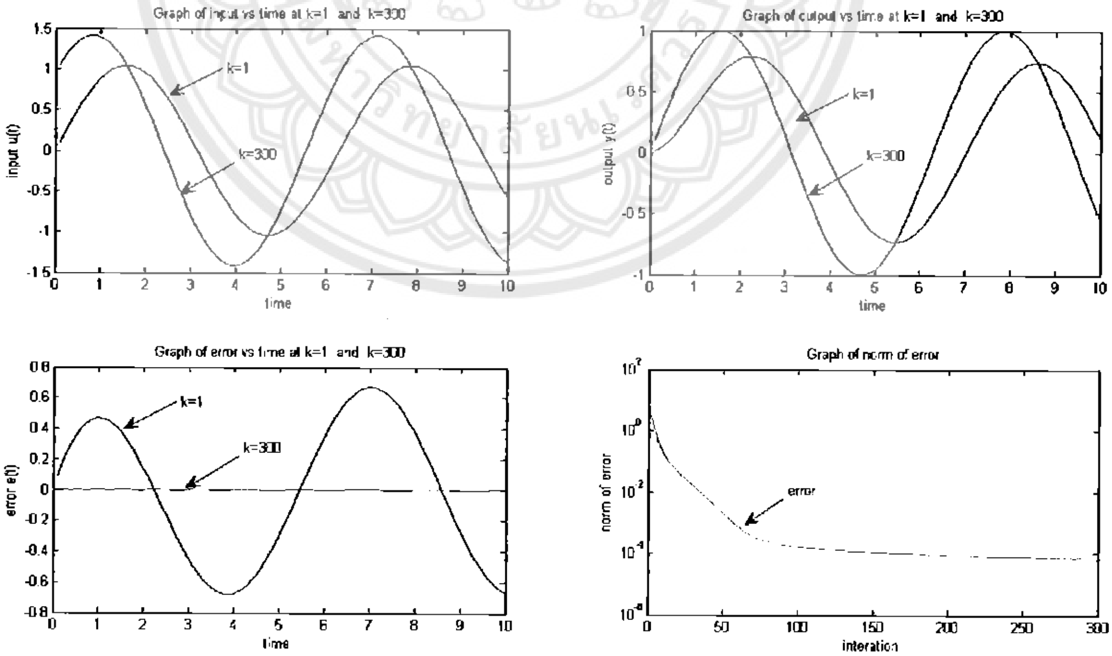
กรณีกำหนดให้ cost function เป็น $J(\beta_{k+1}) = \sum_{j=1}^{j=M} \lambda^{j-1}(\|e_{k+1}\|^2) + w\beta_{k+1}^{\ 2}$

เมื่อกำหนดให้ $M = 2$ โดยที่ M คือ จำนวนค่ารอบที่กำหนดขึ้น ทำให้ได้ผลของค่า β_{k+1} เป็น $\beta_{k+1} = \frac{\lambda G e_k e_k^T}{(\lambda G^T e_k e_k^T + w)}$ ผลการทดลองจะเห็นว่าค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นมีการค่อยๆลดลงที่ต่อเนื่องได้ดี เมื่อมีการเพิ่มจำนวน λ ที่มากขึ้น ซึ่งในกรณีนี้จะใช้ในการนำมาเปรียบเทียบกับวิธีการควบคุมด้วยการเรียนรู้ซ้ำแบบการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด เนื่องจากผลของการทดลองนั้นได้ค่าความผิดพลาดที่มีการลดลงที่ดีที่สุดเมื่อเทียบกับกรณีอื่นๆ

5.1 วิธีการควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำแบบการทำนายค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด

จากการทดลองด้วยวิธีนี้ทำให้ได้ค่าความผิดพลาดที่ออกมาที่เหมาะสมและดีที่สุดในกรณีของ 4.3 ที่กำหนดให้ cost function เป็น $J(\beta_{k+1}) = \sum_{j=1}^{j=M} \lambda^{j-1}(\|e_{k+1}\|^2) + w\beta_{k+1}^{\ 2}$ ซึ่งที่นี่กำหนดค่า $M = 2$ ทำให้ได้ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมคือ $\beta_{k+1} = \frac{\lambda G e_k e_k^T}{(\lambda G^T e_k e_k^T + w)}$ จากการทดลองโดยการแทนค่าลงในสมการเริ่มต้น $u_{k+1} = u_k + \beta_{k+1} e_k$ จะได้ค่าความผิดพลาดดังนี้

ผลที่เกิดจากการใช้กรณีของสมการ(4.3)โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น sin(t) เลือกค่า T=10 , ts=0.1 และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 5.1



รูปที่ 5.1 แสดงผลของค่าความผิดพลาดเมื่อกำหนดให้ $\lambda = 100$

จากรูปที่ 5.1 ผลการทดลองจะได้ว่ารอบที่ 50 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.00251 รอบที่ 150 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.0001 และรอบที่ 300 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.00000631

5.2 วิธีการควบคุมด้วยการเรียนรู้ซ้ำแบบการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด

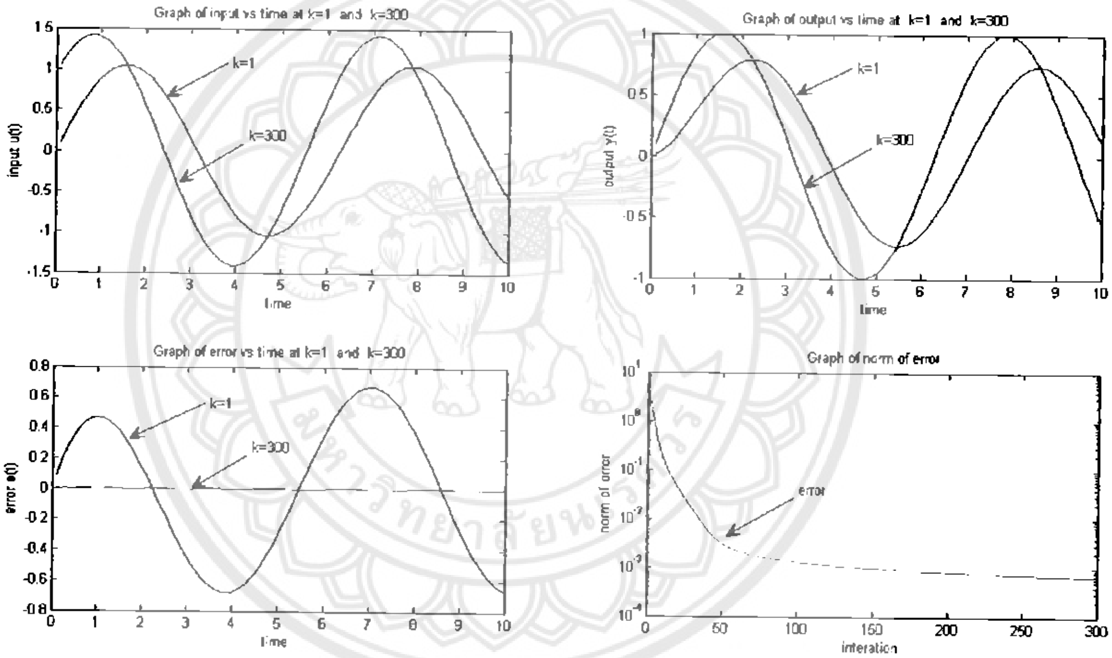
cost function คือ $J_{k+1} = \|e_{k+1}\|^2 + w\beta^2{}_{k+1}$

จาก cost function ทำให้ได้ค่า

$$\beta_{k+1} = \frac{e^T{}_k G e_k}{w + e^T{}_k G^T G e_k}$$

แทนค่าลงในสมการเริ่มต้น $u_{k+1} = u_k + \beta_{k+1} e_k$ จากวิธีการนี้ทำให้ได้ค่าความผิดพลาดออกมาดังนี้

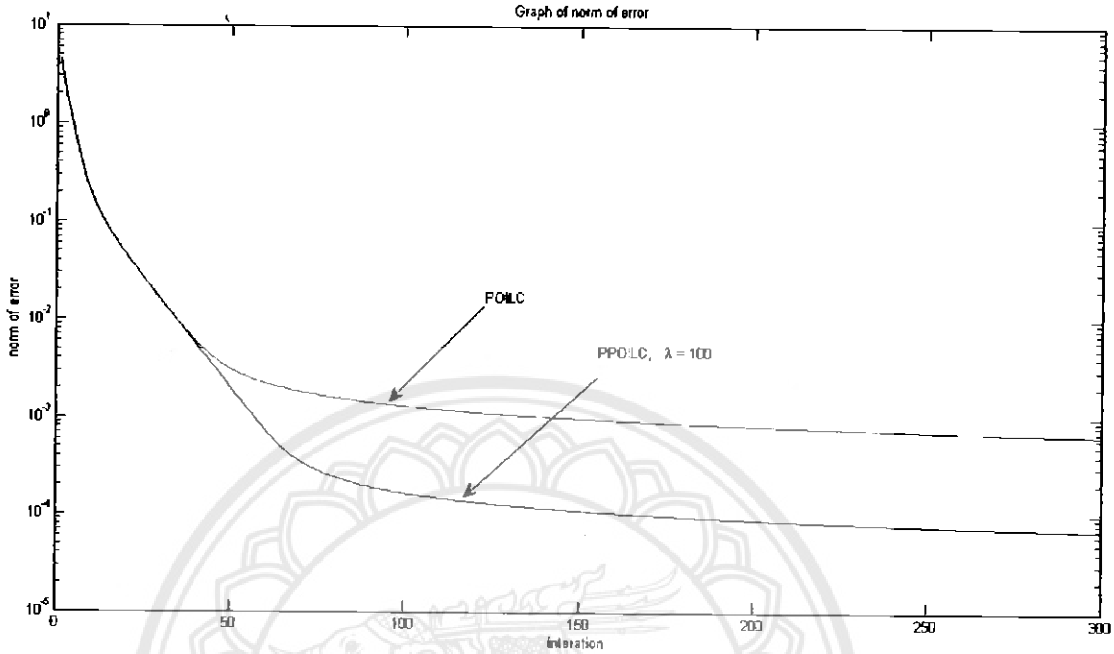
ผลที่เกิดจากกรณีให้สัญญาณอ้างอิงเป็น sin(t) เลือกค่า T=10 , ts=0.1 และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 5.2



รูปที่ 5.2 แสดงผลของค่าความผิดพลาดกรณีของ POILC

จากรูปที่ที่ 5.2 จะเห็นได้ว่ารอบที่ 50 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.00316 รอบที่ 150 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.00158 และรอบที่ 300 ได้ค่าความผิดพลาดเป็น 0.000794

ผลที่เกิดจากกรณีให้สัญญาณอ้างอิงเป็น sin(t) เลือกค่า T=10 , ts=0.1 และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 5.3



รูปที่ 5.3 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างวิธี POILC กับ PPOILC

สรุปผลการทดลอง

จากผลการทดลองจะได้ว่าวิธีการควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำแบบการทำนายค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดนั้นจะมีการลดลงที่ต่อเนื่องในแต่ละรอบการทดลองจนถึงรอบที่ 300 ไม่มีการลดลงอย่างเฉียบพลันและรวดเร็ว โดยรอบที่ 300 ได้ค่าการลดลงประมาณ 0.00000631 เมื่อเทียบกับวิธีการควบคุมด้วยการเรียนรู้ซ้ำแบบการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด ลักษณะการลดลงจะเหมือนกันรอบที่ 300 ได้ค่าการลดลงประมาณ 0.000794 ซึ่งจะเห็นว่าวิธีการควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำแบบการทำนายค่าพารามิเตอร์ได้ค่าลดลงได้ดีกว่าและมากกว่าวิธีการควบคุมด้วยการเรียนรู้ซ้ำแบบการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด เมื่อแทนค่า $\lambda \geq 2$

เอกสารอ้างอิง

[1] N. Amann, D.H. Owens and E. Rogers, "Iterative learning control using optimal feedback and feedforward actions", International Journal of control, 65, pp. 277-293, 1996.

[2] s. Arimoto, s. Kawamura and F. Miyazaki, "Bettering operations of robots by learning", Journal of Robotic Systems, pp.123-140, 1984.

[3] T. chen and B. Francis, Optimal sampled-Data Control systems, Springer, London, 1995.

[4] J.B. Edwards and D.H. Owens, Analysis and Control of Multipass Processes, Research Studies Press, 1982.

[5] K. Furuta and M. Yamakita, "The desing of a learning control system for multivariable systems", in Preprints of the 1987 IEEE International Symposium on Intelligent Control, Philadelphia, USA, 1987

[6] สัญฤกร วุฒิสิทธิกุลกิจ และคณะ . **MATLAB การประยุกต์ใช้งานทางวิศวกรรมไฟฟ้า** . พิมพ์ครั้งที่ 3. สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย . 2551

ภาคผนวก

(1) พิสูจน์การหาค่า β_{k+1} วิธีการควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำแบบการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด สมการเริ่มต้นคือ

$$u_{k+1} = u_k + \beta_{k+1}e_k$$

$$e_{k+1} = r - Gu_{k+1}$$

$$e_{k+1} = r - G(u_k + \beta_{k+1}e_k)$$

$$e_{k+1} = r - Gu_k - G\beta_{k+1}e_k$$

$$e_{k+1} = e_k - G\beta_{k+1}e_k$$

$$e_{k+1} = (I - G\beta_{k+1})e_k$$

$$e_{k+1} = r - y_{k+1} \quad ; e_k = r - y_k$$

$$e_{k+1} = r - Gu_{k+1} \quad ; e_k = r - Gu_k$$

กำหนดให้ $\frac{\partial J_{k+1}}{\partial u_{k+1}} = 0$

จะได้

$$J_{k+1} = \|e_{k+1}\|^2 + w\beta^2{}_{k+1}$$

$$J_{k+1} = e_{k+1}{}^T e_{k+1} + w\beta^2{}_{k+1}$$

จากสมการ $J_{k+1} = \|e_{k+1}\|^2 + w\beta^2{}_{k+1}$

หาค่า β_{k+1} ;

$$\beta_{k+1} = \underset{u_{k+1}}{\operatorname{argmin}}\{J_{k+1}(\beta_{k+1})\}$$

$$J_{k+1}(\beta_{k+1}) = (e_k - \beta_{k+1}Ge_k)^T(e_k - \beta_{k+1}Ge_k) + w\beta^2{}_{k+1}$$

$$= e^2{}_k e_k e^2{}_k \beta_{k+1}Ge_k - e^2{}_k G^T \beta^T{}_{k+1} + e^2{}_k G^T \beta^T{}_{k+1}\beta_{k+1}Ge_k + w\beta^2{}_{k+1}$$

กำหนดให้

$$\beta_{k+1} = \frac{\partial J_{k+1}}{\partial \beta_{k+1}} = 0$$

$$= -e^T{}_k Ge_k - e^T{}_k G^T e_k + 2e^T{}_k G^T Ge_k \beta_{k+1} + 2w\beta_{k+1}$$

$$= -2e^T{}_k Ge_k + 2e^T{}_k G^T Ge_k \beta_{k+1} + 2w\beta_{k+1}$$

และได้ค่าของ

$$e^T{}_k Ge_k = \beta_{k+1}(e^T{}_k G^T Ge_k + w)$$

แทนค่าจะได้สมการของ β_{k+1} ออกมาเป็น

$$\beta_{k+1} = \frac{e^T{}_k G e_k}{w + e^T{}_k G^T G e_k} = \frac{< e_k, Ge_k >}{w + \|e_k G\|^2}$$

และแทนลงในสมการเริ่มแรกจะได้เป็น

$$u_{k+1} = u_k + \beta_{k+1} e_k$$

(2) พิสูจน์การหาค่า β_{k+1} วิธีการควบคุมด้วยวิธีการเรียนรู้ซ้ำแบบการทำนายค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด

$$J(\beta_{k+1}) = \sum_{j=1}^{j=M} \lambda^{j-1}(\|e_{k+j-1}\|)^2 + w\beta^2{}_{k+1}$$

กรณี $M = 2$

$$J(\beta_{k+1}) = \|e_k\|^2 + \lambda\|e_{k+1}\|^2 + w\beta^2{}_{k+1}$$

$$= (e_k)^T (e_k) + \lambda(e_{k+1})^T(e_{k+1}) + w\beta^2{}_{k+1}$$

$$e_{k+1} = (I - G\beta_{k+1})e_k = e_k - G\beta_{k+1}e_k$$

$$J(\beta_{k+1}) = e_k{}^T e_k + \lambda[(e_k - G\beta_{k+1}e_k)^T(e_k - G\beta_{k+1}e_k)] + w\beta^2{}_{k+1}$$

$$= e_k{}^T e_k + \lambda[e_k{}^T e_k - e_k{}^T G\beta_{k+1}e_k - G^T\beta^T{}_{k+1}e^T{}_k e_k + G^T\beta^T{}_{k+1}e^T{}_k G\beta_{k+1}e_k] + w\beta^2{}_{k+1}$$

$$\frac{\partial J(\beta_{k+1})}{\partial(\beta_{k+1})} = 0$$

$$= -\lambda e_k{}^T Ge_k - \lambda e_k{}^T G^T e_k + 2\lambda G^T\beta_{k+1}e_k{}^T e_k + 2w\beta_{k+1}$$

$$= -2\,\lambda e_k{}^T Ge_k + 2(\lambda G^T\beta_{k+1}e_k{}^T e_k + w)\beta_{k+1}$$

$$\beta_{k+1} = \frac{\lambda e_k{}^T Ge_k}{\lambda G^T\beta_{k+1}e_k{}^T e_k + w}$$

(3) โปรแกรมสำหรับใช้การทดลองที่ 4.1

```
k=300;

T=10;

ts=0.1;

t=[0.1:ts:T]';

N=T/ts;

num=[1];
```

```
den=[1 1];
sysc=tf(num,den);
sysd=c2d(sysc,ts);
[A,B,C,D]=ssdata(sysd);
G=[];
for i=1:1:N
for j=1:1:N
if i-j<0
G(i,j)=0;
else G(i,j)=C*A^(i-j)*B;
end
end
end
r=sin(t);
w=10^(-6);
u=0;
u_collect=[];
y=0;
y_collect=[];
e=r-y;
e_collect=[];
gamma_collect=[];
norm_collect=[];
M1_collect=[];
M2_collect=[];
M3_collect=[];
H=1.000001;
for i=1:k
gamma=inv(w+transpose(e)*transpose(G)*G*e)*(transpose(e)*G*e)
gamma_collect=[gamma_collect gamma];
u=u+(gamma*e)+((H^1)*gamma*e);
u_collect=[u_collect u];
```

```
M1=u+(gamma*e);
M1_collect=[M1_collect M1];
M2=u+(gamma*e)+((H^1)*gamma*e);
M2_collect=[M2_collect M2];
M3=u+(gamma*e)+((H^1)*gamma*e)+(H^(2)*gamma*e);
M3_collect=[M3_collect M3];
y=G*u;
y_collect=[y_collect y];
e=r-y;
e_collect=[e_collect e];
L=norm(e);
norm_collect=[norm_collect L];
end
figure(1)
subplot(221),plot(ts:ts:T,u_collect(:,300),'r',ts:ts:T,u_collect(:,1));
title('Graph of input vs time at k=1  and  k=300 ');
xlabel('time'),ylabel('input u(t)')
subplot(222),plot(ts:ts:T,y_collect(:,300),'r',ts:ts:T,y_collect(:,1));
title('Graph of output vs time at  k=1  and  k=300 ');
xlabel('time'),ylabel('output y(t)')
subplot(223),plot(ts:ts:T,e_collect(:,300),'r',ts:ts:T,e_collect(:,1));
title('Graph of error vs time at k=1  and  k=300');
xlabel('time'),ylabel('error e(t)')
subplot(224),semilogy(1:1:k,norm_collect,'g');
title('Graph of norm of error');
xlabel('interation'),ylabel('norm of error')
```

(4) โปรแกรมสำหรับใช้การทดลองที่ 4.2

```
k=300;
T=10;
ts=0.1;
t=[0.1:ts:T]';
N=T/ts;
```

```
num=[1];
den=[1 1];
sysc=tf(num,den);
sysd=c2d(sysc,ts);
[A,B,C,D]=ssdata(sysd);
G=[];
for i=1:1:N
for j=1:1:N
if i-j<0
G(i,j)=0;
else G(i,j)=C*A^(i-j)*B;
end
end
end
r=sin(t);
w=10^(-6);
u=0;
u_collect=[];
y=0;
y_collect=[];
e=r-y;
e_collect=[];
gamma_collect=[];
norm_collect=[];
J=8;
H=0.0001;
for i=1:k
gamma=inv((H^(J-1))*w+(transpose(e)*transpose(G))*G*e)*(transpose(e)*G*e)
gamma_collect=[gamma_collect gamma];
u=u+gamma*e;
u_collect=[u_collect u];
y=G*u;
```

```
y_collect=[y_collect y];
e=r-y;
e_collect=[e_collect e];
L=norm(e);
norm_collect=[norm_collect L];
end
figure(1)
subplot(221),plot(ts:ts:T,u_collect(:,300),'r',ts:ts:T,u_collect(:,1));
title('Graph of input vs time at k=1  and  k=300 ');
xlabel('time'),ylabel('input u(t)')
subplot(222),plot(ts:ts:T,y_collect(:,300),'r',ts:ts:T,y_collect(:,1));
title('Graph of output vs time at k=1  and  k=300 ');
xlabel('time'),ylabel('output y(t)')
subplot(223),plot(ts:ts:T,e_collect(:,300),'r',ts:ts:T,e_collect(:,1));
title('Graph of error vs time at k=1  and  k=300');
xlabel('time'),ylabel('error e(t)')
subplot(224),semilogy(1:1:k,norm_collect,'g');
title('Graph of norm of error');
xlabel('interation'),ylabel('norm of error')
```

(5) โปรแกรมสำหรับใช้การทดลองที่ 4.3

```
k=300;
T=10;
ts=0.1;
t=[0.1:ts:T]';
N=T/ts;
num=[1];
den=[1 1];
sysc=tf(num,den);
sysd=c2d(sysc,ts);
[A,B,C,D]=ssdata(sysd);
G=[];
```

```
for i=1:1:N
for j=1:1:N
if i-j<0
G(i,j)=0;
else G(i,j)=C*A^(i-j)*B;
end
end
end
H=100;
r=sin(t);
w=10^(-6);
u=0;
u_collect=[];
y=0;
y_collect=[];
e=r-y;
e_collect=[];
gamma_collect=[];
norm_collect=[];
for i=1:k
gamma=inv(w+(transpose(e)*transpose(G))*H*G*e)*(transpose(e)*G*e*H)
gamma_collect=[gamma_collect gamma];
u=u+gamma*e;
u_collect=[u_collect u];
y=G*u;
y_collect=[y_collect y];
e=r-y;
e_collect=[e_collect e];
L=norm(e);
norm_collect=[norm_collect L];
end
figure(1)
```

```
subplot(221),plot(ts:ts:T,u_collect(:,300),'r',ts:ts:T,u_collect(:,1));
title('Graph of input vs time at k=1  and  k=300 ');
xlabel('time'),ylabel('input u(t)')
subplot(222),plot(ts:ts:T,y_collect(:,300),'r',ts:ts:T,y_collect(:,1));
title('Graph of output vs time at k=1  and  k=300 ');
xlabel('time'),ylabel('output y(t)')
subplot(223),plot(ts:ts:T,e_collect(:,300),'r',ts:ts:T,e_collect(:,1));
title('Graph of error vs time at k=1  and  k=300');
xlabel('time'),ylabel('error e(t)')
subplot(224),semilogy(1:1:k,norm_collect,'g');
title('Graph of norm of error');
xlabel('interation'),ylabel('norm of error')
```

ประวัติผู้เขียนโครงงาน

ชื่อ นายกิตติ บูรณีพิบูล

ภูมิลำเนา 40 หมู่ 6 ต.ผาตอ อ.ท่าวังผา

จังหวัดน่าน 55140

ประวัติการศึกษา

- จบมัธยมศึกษาจากโรงเรียนนันทบุรีวิทยา จังหวัดน่าน
- ปัจจุบันกำลังศึกษาอยู่ระดับปริญญาตรีชั้นปีที่ 4 สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

E-mail: **kitti303-4@hotmail.com**

ชื่อ นายเอกราช จันทร์สุวรรณ

ภูมิลำเนา 105 หมู่ 2 ต.ป่างิ้ว อ.ศรีสัชนาลัย

จังหวัดสุโขทัย 64130

ประวัติการศึกษา

- จบมัธยมศึกษาจากโรงเรียนเมืองเชลียง จังหวัดสุโขทัย
- ปัจจุบันกำลังศึกษาอยู่ระดับปริญญาตรีชั้นปีที่ 4 สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

E-mail: **nomnam_mayom@hotmail.com**