



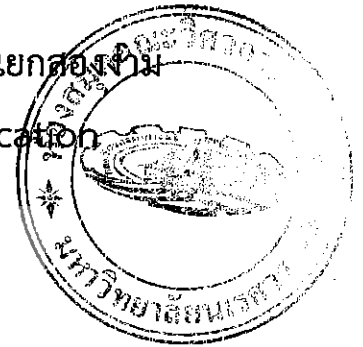
คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร



3 1001 00380037 3

การศึกษาเชิงตัวเลขของการไหลของเลือดผ่านหลอดเลือดแยกสองง่าม

Numerical Study of Blood Flow through Bifurcation



นายภุชฉนนท์	พินภูวงษ์	รหัส 51361094
นายกิตติพงศ์	มีสนุ่น	รหัส 51361100

วันที่รับ	2 ต.ค. 2556
เลขทะเบียน	16436682
เลขเรียกหนังสือ	พร.
มหาวิทยาลัยนเรศวร	ก 284 ก

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

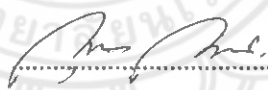
ปีการศึกษา 2554




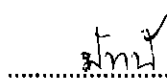
## ใบรับรองปริญญาานิพนธ์

ชื่อหัวข้อโครงการ การศึกษาเชิงตัวเลขของการไหลของเลือดผ่านหลอดเลือดแยกสองง่าม  
ผู้ดำเนินโครงการ นายกฤษนันท์ พันภูวงษ์ รหัส 51361094  
นายกิตติพงศ์ มีสนุ่น รหัส 51361100  
ที่ปรึกษาโครงการ ผศ.ดร.กุลยา กนกजारูจิตร  
สาขาวิชา วิศวกรรมเครื่องกล  
ภาควิชา วิศวกรรมเครื่องกล  
ปีการศึกษา 2554

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยธนบุรี อนุมัติให้ปริญญาานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่ง  
ของการศึกษาตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

.....ที่ปรึกษาโครงการ  
(ผศ.ดร.กุลยา กนกजारูจิตร)

.....กรรมการ  
(ดร.ภาณุ พุทธวงศ์)

.....กรรมการ  
(รศ.ดร.มัทนี สงวนเสริมศรี)

ชื่อหัวข้อโครงการงาน	การศึกษาเชิงตัวเลขของการไหลของเลือดผ่านหลอดเลือดแยกสองง่าม		
ผู้ดำเนินโครงการงาน	นายกฤษนันท์ พันภูวงษ์	รหัส	51361094
	นายกิตติพงษ์ มีสนุ่น	รหัส	51361100
ที่ปรึกษาโครงการงาน	ผศ.ดร.กุลยา กนกजारูวิจิตร		
สาขาวิชา	วิศวกรรมเครื่องกล		
ภาควิชา	วิศวกรรมเครื่องกล		
ปีการศึกษา	2554		

### บทคัดย่อ

โครงการงานนี้เป็นการศึกษาเชิงตัวเลขของการไหลของเลือดผ่านหลอดเลือดแยกสองง่าม ของหลอดเลือดรูปตัววายแบบ Lefevre โดยศึกษาความเค้นเฉือนที่ผนัง (Wall Shear Stress, WSS) และเวกเตอร์ความเร็ว ซึ่งอาจช่วยระบุสาเหตุของการสะสมของไขมันหรือคราบพลัคในหลอดเลือดที่ก่อให้เกิดการอุดตันในเส้นเลือด เราใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์โดยใช้โปรแกรม COMSOL ในการคำนวณเพื่อหาผลลัพธ์ โดยกำหนดเงื่อนไขการคำนวณได้แก่ เลือดเป็นการไหลแบบนอนนิวทอนเนียน ซึ่งเราใช้แบบจำลองการไหลของ Carreau-Yasuda และการไหลอยู่ในสภาวะคงที่ ผนังหลอดเลือดเป็นของแข็งเกร็ง และไม่มีการเลื่อนไหลที่ผนังหลอดเลือด มุมระหว่าง Bifurcation ที่ทำการทดสอบได้แก่ 45, 50, และ 80 องศา ความเร็วเริ่มต้นการไหลที่ทางเข้า คือ  $0.28 \text{ m/s}$  และมีค่า ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 212 พบว่า มุม 45 องศา มีค่า WSS สูงที่สุด ตามด้วยมุม 80 องศา และมุม 50 องศา มีค่า WSS ต่ำที่สุด สำหรับเวกเตอร์ความเร็วนั้นเราแสดงจากหน้าตัดขวางของแบบจำลองสามมิติซึ่งมีพฤติกรรมเหมือนกันในทุกมุมกล่าวคือ ก่อนไหลเข้าสู่ Junction มีการหมุนวนเข้าสู่ศูนย์กลาง เมื่อเริ่มเข้าสู่ Junction เริ่มมีการแบ่งทิศทางการไหลออกเป็นสองทิศทางไปตามเส้นเลือดแขนงทั้งสองเส้น ที่ Junction เลือดแบ่งทิศทางการไหลอย่างชัดเจน และจากปลายยอดของ Junction เป็นต้นไปจนถึงทางออกการไหลหมุนวนจากผนังด้านในไปสู่ผนังด้านนอก

**Project title** Numerical Study of Blood Flow through Bifurcation  
**Name** Mr. Krissanan Punpuwong ID. 51361094  
 Mr. Kittiphong Meesanun ID. 51361100  
**Project advisor** Dr.Koonlaya Kanokjaruvijit

**Major** Mechanical Engineering  
**Department** Mechanical Engineering.  
**Academic year** 2011

### Abstracts

This project is to study numerically blood flow through a bifurcation of Lefevre type by using a finite element method via COMSOL. The calculation results are reported in terms of Wall Shear Stress (WSS) and velocity vectors. These may help explain the cause of the accumulation of fat or plaque on blood vessel walls resulting in artery blockage. Assumptions are made such as steady state, non-Newtonian fluid in accordance with Carreau-Yasuda model, rigid arterial walls. Three models of bifurcations with different bifurcation angles of 45, 50 and 80 degrees are examined. The flow conditions are given of the entrance velocity 0.28 m/s equivalent to Reynolds number of 212 based on the diameter of the mother vessel. The highest values of WSS are found in the case of bifurcation angle of 45 degrees followed by those of 80 and 50 degrees, respectively. Velocity vectors in cross-sectional areas at both bifurcation junction and daughter vessels are also presented. The cross-sectional area at the beginning of the bifurcation junction shows swirling-motion of the blood flow. Then, the area at the middle of the junction exhibits four quadrants of flow. At the end of the junction, the flow starts being divided into two branches. Along the daughter vessels, the flow tends toward the outer side of the vessels.

## กิตติกรรมประกาศ

โครงการนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี ผู้จัดทำโครงการขอกราบขอบพระคุณ บุคคลและกลุ่มบุคคลต่างๆ ที่ให้การสนับสนุนในด้านต่างๆ เช่น ให้คำปรึกษา ให้คำแนะนำช่วยเหลือทั้งในด้านความรู้และงบประมาณซึ่งได้แก่บุคคลดังต่อไปนี้

- ผศ.ดร.กุลยา กนกจารุวิจิตร ที่ปรึกษาโครงการ

- ดร.ภาณุ พุทธวงศ์ กรรมการ

- รศ.ดร.มัทนี สวงนเสริมศรี กรรมการ

- สมาชิกในกลุ่มและเพื่อนๆทุกคน

- บุคลากรคณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร ที่เป็นผู้สนับสนุนโครงการและมอบเงินให้ในการจัดทำโครงการ

คณะผู้ดำเนินโครงการวิศวกรรม

นายกฤษนันท์ พันภูวงษ์

นายกิตติพงษ์ มีสนุ่น



## สารบัญ

หน้า

ใบรับรองปริญญาโท.....	ก
บทคัดย่อ.....	ข
กิตติกรรมประกาศ.....	ง
สารบัญตาราง.....	ช
สารบัญรูป.....	ซ
สารบัญสัญลักษณ์.....	ญ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ที่มาและความสำคัญของโครงการ.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการ.....	1
1.3 ขอบเขตของการศึกษา.....	2
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	2
1.5 ขั้นตอนการดำเนินงาน.....	3
1.6 สถานที่ปฏิบัติงาน.....	3
1.7 อุปกรณ์ที่ใช้ในการดำเนินการ.....	3
1.8 งบประมาณที่ใช้.....	4
บทที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง.....	5
2.1 พฤติกรรมการไหลของเลือด.....	5
2.2 สมการที่เกี่ยวข้อง.....	6
2.3 ทบทวนวรรณกรรม.....	7
บทที่ 3 ระเบียบวิธีวิจัย.....	12
3.1 การกำหนดค่าเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขต.....	14
3.2 ขั้นตอนการสร้างแบบจำลองเส้นเลือดแยกสองง่าม.....	15

3.3 Data Reduction .....20

บทที่ 4 ผลการทดลองและวิเคราะห์ผลการทดลอง.....24

4.1 ผลของความเค้นเฉือนที่ผนังของหลอดเลือด .....24

---

4.2 ผลของความเร็ว.....30

บทที่ 5 สรุปผลการทดลอง.....37

เอกสารอ้างอิง .....39

ประวัติผู้ดำเนินโครงการ.....40

---



## สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
1.1 กิจกรรมการดำเนินงานในโครงการนี้.....	3
1.2 สรุปงบประมาณที่ใช้ในโครงการนี้.....	4
3.1 ค่าคงที่และสมบัติของเลือดที่ใช้ในการคำนวณ.....	14





## สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
1.1 แบบจำลองของหลอดเลือดแยกสองง่าม Lefevre.....	2
2.1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง Viscosity และ Shear rate .....	5
2.2 แบบจำลองหลอดเลือด Bifurcation แบบ Medina.....	8
2.3 การโป่งพองของกระเปาะ Bifurcation.....	10
2.4 แบบจำลองหลอดเลือดแยกสองง่ามที่ใช้ในการศึกษาของ Paz และคณะ .....	11
3.1 แผนภาพสรุปกระบวนการวิจัยของโครงการนี้.....	13
3.2 การกำหนดค่าเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขต.....	14
3.3 การเตรียมพื้นที่เพื่อใช้ในการวาดรูป.....	15
3.4 การวาดชิ้นส่วนวงกลมพร้อมรัศมี.....	16
3.5 ตัดชิ้นส่วนของวงกลมให้เหลือเพียง $\frac{1}{4}$ .....	16
3.6 การสร้างรูปทรงกลมผ่าครึ่ง.....	17
3.7 การสร้างแกนเส้นเลือด.....	17
3.8 การสร้าง Plane เพื่อวาดวงกลม.....	18
3.9 การวาดวงกลมบนระนาบ.....	18
3.10 การสร้างแบบจำลองของเลือดให้มีลักษณะเป็นท่อตัน.....	19
3.11 การบันทึกชิ้นงานโดยบันทึกเป็นนามสกุล .step.....	19
3.12 แผนผัง Data Reduction สำหรับการคำนวณในโครงการนี้.....	20
3.13 ระยะเวลาผนังสำหรับการคำนวณอัตราเฉือน.....	21
3.14 การกำหนดพิกัดเพื่อแสดงเวกเตอร์ความเร็วบนพื้นที่หน้าตัดของเส้นเลือดแขนงแต่ละเส้น.....	23
4.1 รายละเอียดการกำหนดเงื่อนไขและค่าต่างๆเพื่อใช้ในการวิเคราะห์ความเค้นเฉือนที่ผนัง.....	25
4.2 พื้นที่บริเวณทางแยกทั้งสองด้านของแบบจำลอง.....	26
4.3 ความเค้นเฉือนที่ผนังบริเวณ Bifurcation ที่มุมต่างๆ.....	27
4.4 ความเค้นเฉือนที่ผนังของเส้นเลือดแขนงที่มุม Bifurcation ต่างๆ.....	28
4.5 ผลขององค์ประกอบของแรงโน้มถ่วงที่มีอิทธิพลต่อการไหลของเลือดในหลอดเลือดแขนง.....	29
4.6 Velocity Vector ของมุม 45 องศาแต่ละหน้าตัดที่เส้นเลือดหลัก.....	31

## สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.7 Velocity Vector ของมุม 50 องศาแต่ละหน้าตัดที่เส้นเลือดหลัก.....	32
4.8 Velocity Vector ของมุม 80 องศาแต่ละหน้าตัดที่เส้นเลือดหลัก.....	33
4.9 Velocity Vector ที่หลอดเลือดแขนง (a), (b) ในแต่ละหน้าตัด (S1-S4) ที่มุม 45 องศา.....	34
4.10 Velocity Vector ที่หลอดเลือดแขนง (a), (b) ในแต่ละหน้าตัด (S1-S4) ที่มุม 50 องศา.....	35
4.11 Velocity Vector ที่หลอดเลือดแขนง (a), (b) ในแต่ละหน้าตัด (S1-S4) ที่มุม 80 องศา.....	36



## สารบัญสัญลักษณ์

สัญลักษณ์	ความหมาย	หน่วย
$\alpha$	มุม Bifurcation	องศา
F	แรงกระทำภายนอก	N
$n$	ค่าคงที่ของแบบจำลอง	
P	ความดัน	Pa
Re	Reynolds number	
r	ความหนาชั้นขอบเขตการไหลจากผนัง	m
U	ความเร็วการไหล	m/s
u	ความเร็วการไหลในแนวแกน x	m/s
v	ความเร็วการไหลในแนวแกน y	m/s
w	ความเร็วการไหลในแนวแกน z	m/s
$\dot{\tau}$	อัตราเฉือน	1/s
$\mu_0$	ความหนืดเนื่องจากความเค้นเฉือนที่เวลาเริ่มต้น	Pa.s
$\mu_\infty$	ความหนืดเนื่องจากความเค้นเฉือนที่เวลาอนันต์	Pa.s
$\mu_H$	ความหนืดของแบบจำลอง Hybrid	Pa.s
$\mu_N$	ความหนืดของแบบจำลอง Newtonian	Pa.s
$\mu_C$	ความหนืดของแบบจำลอง Casson	Pa.s
$\eta$	ความหนืดเชิงประสิทธิผล	Pa.s
$\rho$	ความหนาแน่น	Kg/m <sup>3</sup>
$\tau$	ความเค้นเฉือนที่ผนัง	Pa.s
$\lambda$	ค่าคงที่ของแบบจำลอง	s
$\varnothing'$	เส้นเลือดหลัก	
$\varnothing_1$	เส้นเลือดแขนงเส้นใหญ่	
$\varnothing_2$	เส้นเลือดแขนงเส้นเล็ก	

## บทที่ 1

### บทนำ

#### 1.1 ที่มาและความสำคัญของโครงการ

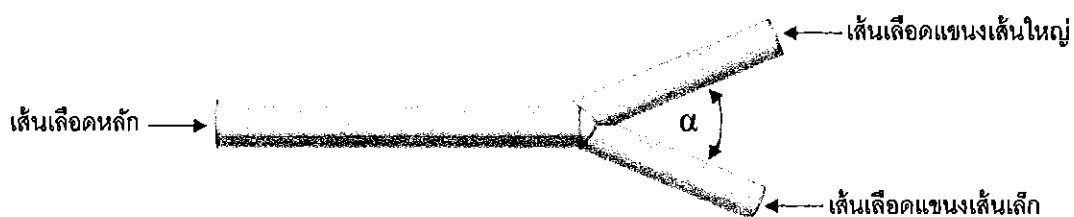
จุดแยกสองง่าม (Bifurcation) ของหลอดเลือดแดงเป็นบริเวณที่มีโอกาสเกิดการสะสมของไขมันมากที่สุดเพราะเป็นบริเวณที่มีการเปลี่ยนทิศทางการไหลของเลือดและขนาดของเส้นเลือดเล็กลงอย่างฉับพลันซึ่งก่อให้เกิดความดันในเลือดสูงขึ้น ผู้ที่มีความเสี่ยงต่อการเกิดโรคนี้ได้แก่ผู้ที่สูบบุหรี่ ดื่มสุราหรือเครื่องดื่มที่มีส่วนผสมของแอลกอฮอล์เป็นประจำ ผู้ที่ชอบรับประทานอาหารที่มีส่วนผสมของไขมันในปริมาณมากและนอกจากนี้ เพศ อายุ และกรรมพันธุ์ก็มีส่วนทำให้เกิดโรคไขมันอุดตันในเส้นเลือดได้เช่นกัน ข้อมูลที่น่าสนใจในทางการแพทย์ได้แก่ความเค้นเฉือนที่ผนังหลอดเลือดซึ่งเป็นตัวบ่งชี้ถึงโอกาสที่ก่อให้เกิดการอุดตันของหลอดเลือดได้ อย่างไรก็ตามโปรไฟล์ความเร็วของการไหลของเลือดก็เป็นข้อมูลที่มีความน่าสนใจไม่ยิ่งหย่อนไปกว่ากันในการพิจารณาถึงโอกาสที่จะเกิดการอุดตัน

การศึกษาในคนหรือสัตว์ทดลองนั้นในปัจจุบันต้องผ่านการทดสอบจรรยาบรรณก่อนที่จะลงมือปฏิบัติซึ่งก่อให้เกิดความล่าช้าในการหาข้อมูลเบื้องต้นทางการแพทย์ (Pre-clinical) ดังนั้น การศึกษาเชิงตัวเลขของการไหลของเลือดผ่านแบบจำลองของหลอดเลือดจึงเป็นทางเลือกใหม่ในการหาข้อมูลเบื้องต้นทางการแพทย์

#### 1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการ

1.2.1 ศึกษาเชิงตัวเลขของการไหลของเลือดผ่านหลอดเลือดแยกสองง่ามรูปตัววายแบบ Lefevre โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเลือดเป็น Carreau-Yasuda

1.2.2 ศึกษาความเค้นเฉือนที่ผนังหลอดเลือดที่มุม  $\alpha$  ระหว่าง Bifurcation ที่ 45 [3], 50 [4] และ 80 องศา [5] และ ศึกษาความเค้นเฉือนที่ผนังหลอดเลือดที่เส้นผ่านศูนย์กลางของเส้นเลือดหลัก 4 mm เส้นเลือดแขนงเส้นใหญ่และเส้นเล็ก 3.2 mm และ 3.1 mm [3] ตามลำดับ



รูปที่ 1.1 แบบจำลองของหลอดเลือดแยกสองง่าม Lefevre

### 1.2.3 ศึกษาเวกเตอร์ความเร็วของการไหลภายในแบบจำลองสามมิติของเส้นเลือด

## 1.3 ขอบเขตของการศึกษา

1.3.1 สร้างแบบจำลองสามมิติของหลอดเลือดแยกสองง่ามรูปตัววายโดยใช้ระเบียบวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์ด้วยโปรแกรม COMSOL และใช้แบบจำลองของ Carreau-Yasuda เพราะเลือดเป็นของไหลแบบ Pseudoplastic

1.3.2 ใช้ค่า Reynolds number เท่ากับ 212

1.3.3 กำหนดเส้นผ่านศูนย์กลางของเส้นเลือดหลัก เส้นเลือดแขนงเส้นใหญ่และเส้นเลือดแขนงเส้นเล็ก 4 mm, 3.2 mm และ 3.1 mm ตามลำดับ [3]

1.3.4 กำหนดมุมระหว่างแขนงของเส้นเลือด 45 [3], 50 [4] และ 80 [5] องศาตามลำดับ

## 1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

นำผลลัพธ์ที่ได้จากการทดลองไปเป็นข้อมูลเบื้องต้นทางการแพทย์ (Pre-clinical) สำหรับโรคไขมันอุดตันในเส้นเลือด

## 1.5 ขั้นตอนการดำเนินงาน

ตารางที่ 1.1 กิจกรรมการดำเนินงานในโครงการนี้

	พ.ศ. 2554							พ.ศ. 2555					
	ม.ย.	ก.ค.	ส.ค.	ก.ย.	ต.ค.	พ.ย.	ธ.ค.	ม.ค.	ก.พ.	มี.ค.	เม.ย.	พ.ค.	มิ.ย.
1. ทบทวนวรรณกรรม													
2. ศึกษาโปรแกรม COMSOL และฝึกเขียนแบบสามมิติของ หลอดเลือดรูปตัววายด้วย โปรแกรม-SolidWork													
3. Import file จากโปรแกรม SolidWork เข้าโปรแกรม COMSOL													
4. ทดสอบการไหลของเลือด ในโปรแกรม COMSOL พร้อม ปรับปรุงการไหลให้สมบูรณ์ ตามความเป็นจริงยิ่งขึ้น													
6. วิเคราะห์การไหลใน โปรแกรม COMSOL													
7. สรุปโครงการ													

## 1.6 สถานที่ปฏิบัติงาน

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร จังหวัดพิษณุโลก

## 1.7 อุปกรณ์ที่ใช้ในการดำเนินการ

1.7.1 โปรแกรม SolidWork

1.7.2 โปรแกรม COMSOL Multiphysics

1.7.3 เครื่องคอมพิวเตอร์โน้ตบุ๊ก Acer Intel @Core 2 Duo, CPU 2.20 GHz, RAM 2.00 GB

## 1.8 งบประมาณที่ใช้

### ตารางที่ 1.2 สรุปงบประมาณที่ใช้ในโครงการนี้

ลำดับ	รายการ	ราคา	หน่วย
1	ค่ากระดาษ	1000	บาท
2	ค่าเช่ารูปเล่ม	500	บาท
3	ค่า Print เอกสาร	500	บาท
	รวม	2000	บาท



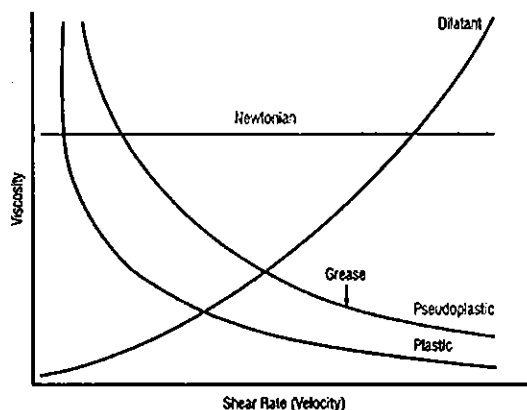
## บทที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

### 2.1 พฤติกรรมการไหลของเลือด

เลือดนั้นมีพฤติกรรมการไหลแบบ Non-Newtonian Fluid [1] กล่าวคือค่าความหนืดของเลือด (Viscosity Blood) ไม่คงที่และสามารถหาค่าความหนืด (Viscosity) ได้จากอัตราส่วนระหว่างความเค้นเฉือน (Shear stress) และ อัตราเฉือน (Shear Rate) ซึ่งกราฟที่แสดงความสัมพันธ์ดังกล่าวมีลักษณะ ไม่เป็นเส้นตรงแต่กราฟมีลักษณะเป็นเส้นโค้งไฮเพอร์โบลา ในขณะที่การไหลแบบ Newtonian Fluid กราฟมีลักษณะเป็นรูปเส้นตรงซึ่งหมายความว่า การไหลแบบ Newtonian Fluid เป็นการไหลที่มีค่าความหนืด (Viscosity) คงที่เปลี่ยนแปลงได้ก็ต่อเมื่ออุณหภูมิเปลี่ยนแปลงเท่านั้น การไหลแบบ Non-Newtonian Fluid สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภทคือ ไดเลแทนท์ (Dilatant fluid) และ ซูโดพลาสติก (Pseudo plastic fluid)

ของไหลแบบไดเลแทนท์ (Dilatant fluid) เรียกได้อีกอย่างว่า Shear-Thickening มีสมบัติที่สำคัญคือเมื่อค่าความหนืด (Viscosity) เพิ่มขึ้นค่าความเค้นเฉือน (Shear stress) เพิ่มขึ้นตาม ตัวอย่างของไหลประเภทนี้ได้แก่ น้ำแป้งข้น ยาน้ำ เป็นต้น

ของไหลแบบซูโดพลาสติก (Pseudo plastic fluid) เรียกได้อีกอย่างว่า Shear-Thinning มีสมบัติที่สำคัญคือ ความหนืด (Viscosity) มีค่าลดลงเมื่ออัตราเฉือน (Shear Rate) มีค่ามากขึ้น เกิดกับสารที่ไม่เป็นเนื้อเดียวเช่น เลือด



รูป 2.1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง Viscosity และ Shear rate



เนื่องจากเลือดไม่ใช่สารเนื้อเดียวและมีส่วนประกอบต่างๆเช่น เซลล์เม็ดเลือดแดง (Red blood cell หรือ Erythrocyte) เซลล์เม็ดเลือดขาว (White blood cell หรือ Leukocyte) เกล็ดเลือด (Platelet) น้ำเลือด (Blood plasma) ดังนั้นเลือดจึงมีพฤติกรรมการไหลเป็นแบบ Non-Newtonian Fluid และเป็นของไหลแบบซูโดพลาสติก (Pseudo plastic fluid) [2] ในการศึกษาเราจึงเลือก Carreau-Yasuda Model เพื่อหาค่าความเค้นเฉือน (Shear stress)

## 2.2 สมการที่เกี่ยวข้อง

จากความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนและเกรเดียนต์ความเร็ว

$$\tau = \eta \frac{dU}{dX} \quad (2.1)$$

เมื่อ  $U=u, v, w$  และ  $X=x, y, z$

สำหรับของไหล Newtonian จะได้สัมประสิทธิ์ความหนืดเป็นค่าคงที่ สำหรับเลือดนั้นเป็นของไหลที่ประพฤติตนไม่เป็นไปตาม Newtonian ในที่นี้เรากำหนดให้เลือดประพฤติตนตามแบบจำลองของ Carreau-Yasuda แสดงในสมการ (2.2)

$$\eta = \mu_{\infty} + (\mu_0 + \mu_{\infty}) \left[ 1 + \left( \lambda \frac{dU}{dX} \right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \quad (2.2)$$

เมื่อ

$\eta$  คือ ความหนืดเชิงประสิทธิผล (Pa.s)

$\mu_0$  คือ ความหนืดเนื่องจากความเค้นเฉือนที่เวลาเริ่มต้น ใช้ค่าเท่ากับ 0.0056 (Pa.s)

$\mu_{\infty}$  คือ ความหนืดเนื่องจากความเค้นเฉือนที่เวลานานต์ ใช้ค่าเท่ากับ 0.000035 (Pa.s)

$\lambda$  คือ ค่าคงที่เวลา ใช้ค่าเท่ากับ 3.313 s

$n$  คือ ค่าคงที่ของแบบจำลอง ใช้ค่าเท่ากับ 0.3568

ค่าคงที่ข้างต้นได้มาจากคุณสมบัติของเลือดที่ค่าฮีมาโทคริต (Hematocrit, Ht หรือ HCT) 40% ซึ่งหมายถึงเปอร์เซ็นต์ของเม็ดเลือดแดงต่อปริมาณเลือดทั้งหมด

สำหรับสมการที่เกี่ยวข้องกับการไหลของเลือดได้แก่ สมการอนุรักษ์มวล และ สมการอนุรักษ์โมเมนตัม แสดงดังต่อไปนี้

สมการอนุรักษ์มวล

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (2.3)$$

เนื่องจากเลือดเป็นของไหลอัดตัวไม่ได้ (Incompressible) จะได้ว่า  $\rho$ =ค่าคงที่ ดังนั้นสมการ (2.3) จะเปลี่ยนเป็น

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.4)$$

สมการอนุรักษ์โมเมนตัมใน

$$\rho \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \rho(\vec{U} \cdot \nabla) \vec{U} = -\nabla p + \nabla \cdot \eta(\nabla \vec{U} + (\nabla \vec{U})^T) + \vec{F} \quad (2.5)$$

เมื่อ  $U=u, v, w$

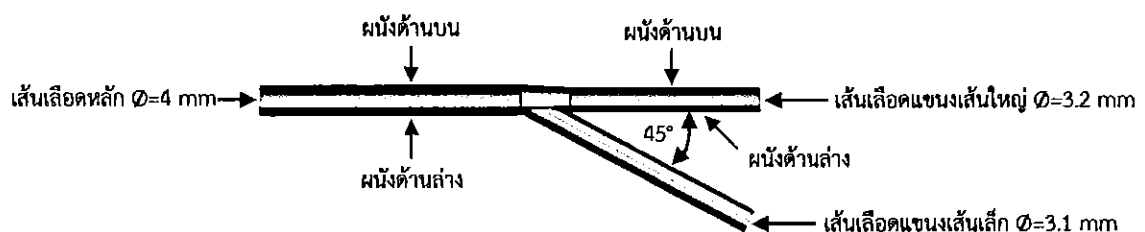
### 2.3 ทบทวนวรรณกรรม

พัชรี พิพัฒน์วรรณกุล [1] เลือดไม่ใช่สารเนื้อเดียวและมีส่วนประกอบต่างๆ [1] เช่น เซลล์เม็ดเลือดแดง (Red blood cell หรือ Erythrocyte) มีองค์ประกอบหลักคือฮีโมโกลบินซึ่งเป็นโปรตีนที่มีธาตุเหล็กเป็นองค์ประกอบทำหน้าที่ขนถ่ายก๊าซออกซิเจน (Oxygen) และก๊าซคาร์บอนไดออกไซด์ (Carbon dioxide) เซลล์เม็ดเลือดขาว (White blood cell or leukocyte) ประกอบไปด้วยสองส่วนคือ 1.ฟาโกไซต (Phagocyte) เป็นเซลล์เม็ดเลือดขาวที่ทำหน้าที่ทำลายเชื้อโรคหรือสิ่งแปลกปลอมโดยใช้วิธีฟาโกไซโทซิส (Phagocytosis) โดยเซลล์เม็ดเลือดขาวเหล่านี้จะถูกสร้างที่ไขกระดูก 2. ลิมโฟไซต (Lymphocyte) เป็นเซลล์เม็ดเลือดขาวที่ทำหน้าที่สร้างสารแอนติบอดีขึ้นมาเพื่อต่อต้านและทำลายสิ่งแปลกปลอมหรือเชื้อโรค เกล็ดเลือด (Platelet) ทำหน้าที่อุดตันบาดแผลและลดการเสียเลือด น้ำเลือด (Blood plasma) ทำหน้าที่ลำเลียงสารอาหาร เกลือแร่ ฮอรโมน แอนติบอดี ไปให้เซลล์ใน

ส่วนต่างๆของร่างกาย นอกจากนี้ยังช่วยรักษาความเป็น กรด-เบส สมดุลของน้ำและรักษาระดับ อุณหภูมิในร่างกาย เลือดมีพฤติกรรมการไหลแบบ Non-Newtonian Fluid และเป็นของไหลแบบซูโดพลาสติก (Pseudo plastic fluid)

วันชัย สุทธิรัตน์ [2] กล่าวว่าเลือดนั้นมีพฤติกรรมการไหลแบบ Non-Newtonian Fluid กล่าวคือค่าความหนืดของเลือด (Viscosity Blood) ไม่คงที่ และสามารถหาค่าหาความหนืด (Viscosity) ได้จากความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือน (Shear stress) และ อัตราเฉือน (Shear rate) โดยให้ความสัมพันธ์เชิงไฮเปอร์โบล่า นั่นคือสัมประสิทธิ์ความหนืดมีค่าไม่คงที่ ในขณะที่การไหลแบบ Newtonian Fluid มีความสัมพันธ์เชิงเส้น กล่าวคือ ความหนืดมีค่าคงที่ไม่เปลี่ยนแปลงเมื่อความเค้นเฉือนเปลี่ยนไป และจะเปลี่ยนแปลงก็ต่อเมื่ออุณหภูมิเปลี่ยนเท่านั้น การไหลแบบ Non-Newtonian Fluid สามารถแบ่งออกได้เป็นหลายประเภท โดยที่เลือดเป็นของไหล non-Newtonian ประเภท Pseudoplastic กล่าวคือ เมื่อเพิ่มแรงเฉือนเลือดจะมีค่าความหนืดลดลง

Zarandi และคณะ [3] ได้ศึกษาความเค้นเฉือนที่ผนังบริเวณ Bifurcation แบบ Medina ดังแสดงในรูป 2.2 ของหลอดเลือดแดงหลักด้านซ้ายที่เข้าสู่หัวใจ (Left main Coronary Artery) โดยพิจารณาบริเวณก่อนถึง Bifurcation ที่เส้นเลือดหลักและหลัง Bifurcation ของเส้นเลือดแขนงเส้นตรง โดยกำหนดให้เลือดเป็นของไหลแบบ non-Newtonian โดยใช้แบบจำลองการไหล Carreau-Yasuda แก้ปัญหาด้วยระเบียบวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์ กำหนดขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของเส้นเลือดหลัก เส้นเลือดแขนงเส้นใหญ่ และเส้นเลือดแขนงเส้นเล็กเป็น 4 mm, 3.2 mm และ 3.1 mm ตามลำดับ และมีมุม Bifurcation 45 องศา ผลการทดลองพบว่า ที่ผนังบนของเส้นเลือดหลัก (ดูรูปที่ 2.2) เกิดความเค้นเฉือนที่ผนังระหว่าง 1.9-2.7 Pa.s และที่ผนังล่าง เกิดความเค้นเฉือนระหว่าง 2.2-3.0 Pa.s บริเวณผนังบนของเส้นเลือดแขนงเส้นใหญ่ เกิดความเค้นเฉือนระหว่าง 1.7-2.2 Pa.s และที่ผนังล่าง เกิดความเค้นเฉือนระหว่าง 2.9-10.4 Pa.s



รูปที่ 2.2 แบบจำลองหลอดเลือด Bifurcation แบบ Medina

Fan และคณะ [4] ได้ค้นคว้าเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของเส้นเลือดแดงและกลศาสตร์การไหลของเลือดในหลอดเลือดแดงหลักของคอ (Carotid) ซึ่งเป็นเส้นเลือดแยกสองง่าม เพื่อหาแบบจำลองที่ดีที่สุดในการใช้อธิบายผลของความเค้นเฉือนที่ผนัง โดยใช้แบบจำลองสามแบบจำลองในการศึกษาคือ Newtonian, Casson และ Hybrid ซึ่งแบบจำลอง Hybrid แสดงได้ในสมการ (2.6) เป็นแบบจำลองผสมระหว่าง Newtonian และ Casson สำหรับเหตุผลที่เลือกแบบจำลองของ Newtonian และ Casson มาพิจารณานั้นเพราะว่าแบบจำลองของ Casson อธิบายได้ดีในกรณีที่อัตราเฉือนต่ำกว่า  $10 \text{ s}^{-1}$  และแบบจำลองของ Newtonian อธิบายได้ดีในกรณีที่อัตราเฉือนสูงกว่า  $10 \text{ s}^{-1}$  สำหรับแบบจำลอง Hybrid สามารถอธิบายได้ในทุกช่วงอัตราเฉือนเพราะว่าได้ประยุกต์ใช้ค่าความหนืดของแบบจำลอง Newtonian และ Casson ในช่วงที่เหมาะสมเพื่อนำมาคำนวณความเค้นเฉือน จากนั้นเปรียบเทียบผลการทดลองระหว่างแบบจำลอง Newtonian และ Casson ว่าแบบจำลองใดมีความใกล้เคียงกับแบบจำลอง Hybrid มากที่สุด งานวิจัยนี้กำหนดขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของเส้นเลือดแขนงที่ศึกษา  $6.2 \text{ mm}$  ซึ่งเส้นเลือดแขนงที่ศึกษามีความยาวมากๆ มุม Bifurcation  $50$  องศา แก้ปัญหาโดยใช้ระเบียบวิธีทางไฟไนต์โวลุ่ม พบว่า แบบจำลองการไหลของ Casson ต่างจาก Newtonian และ Hybrid อย่างชัดเจน โดยแบบจำลอง Newtonian และ Hybrid มีความใกล้เคียงกันมาก ดังนั้น แบบจำลองของ Newtonian อธิบายการไหลได้ดีกว่าแบบจำลองของ Casson เพราะมีอิทธิพลในการแสดงผลในแบบจำลอง Hybrid ได้มากกว่าแบบจำลองของ Casson

$$\mu_H = \begin{cases} \mu_N & 2\sqrt{D_{II}} > 10\text{s}^{-1} \\ \mu_C & 2\sqrt{D_{II}} \leq 10\text{s}^{-1} \end{cases} \quad \text{โดยที่} \quad D_{II} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 d_{ij} d_{ij} \quad (2.6)$$

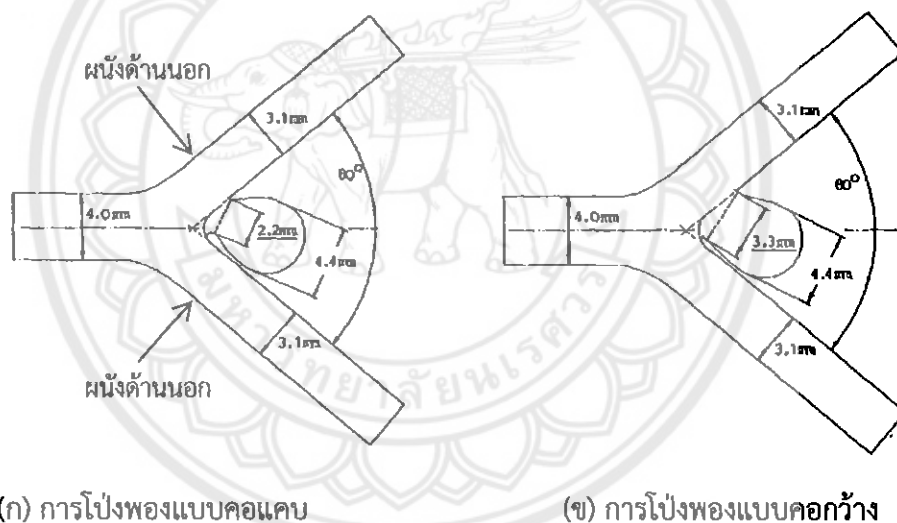
เมื่อ

$\mu_H$  คือ ความหนืดของแบบจำลอง Hybrid

$\mu_N$  คือ ความหนืดของแบบจำลอง Newtonian

$\mu_C$  คือ ความหนืดของแบบจำลอง Casson

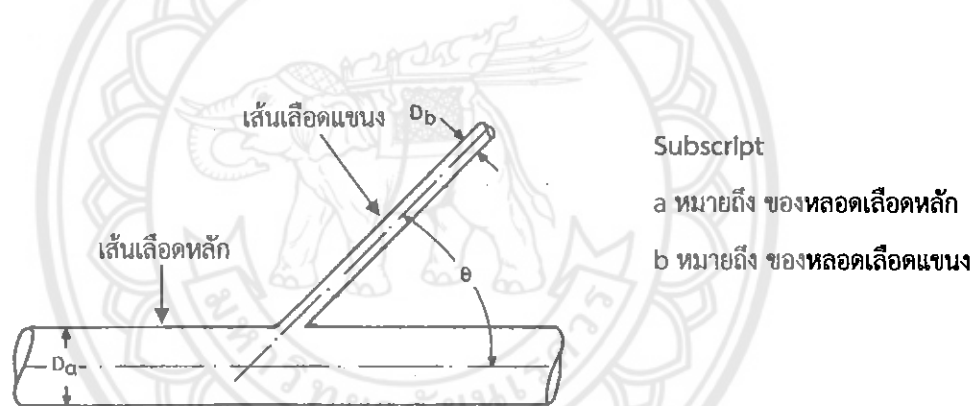
Perktold และคณะ [5] ได้ศึกษาและวิเคราะห์การไป่งพองในหลอดเลือดแดงที่สมองที่บริเวณยอด Bifurcation หรือเรียกอีกอย่างว่ากระเปาะ เปรียบเทียบการสะสมของคราบพลัคที่กระเปาะระหว่างการไป่งพองแบบคอแคบดังแสดงในรูปที่ 2.3 (ก) มีความกว้าง 2.2 mm ซึ่งให้ค่า  $Re=150$  และการไป่งพองแบบคอกว้างดังแสดงได้ในรูปที่ 2.3 (ข) ซึ่งให้ค่า  $Re=250$  โดยใช้แบบจำลองการไหลของ Navier-Stokes แก้ปัญหาโดยใช้ระเบียบวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์ ใช้ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางกลางของเส้นเลือดหลัก เส้นเลือดแขนงเป็น 4 mm และ 3.1 mm ตามลำดับ มุม Bifurcation 80 องศา พบว่า อัตราเฉือนต่ำที่เกิดที่ผนังด้านนอกทั้งสองข้างของเส้นเลือดแขนงทั้งสองเส้น และเกิดความเสียหายตรงบริเวณใกล้ๆ กระเปาะเพราะเป็นบริเวณที่มีลักษณะการไหลที่ซับซ้อนมาก บริเวณไป่งพองนั้นเกิดการหมุนวนรอบผนัง และความรุนแรงของการหมุนวนเกิดขึ้นที่  $Re=250$  (คอกว้าง) มากกว่าที่  $Re=150$  (คอแคบ)



รูปที่ 2.3 การไป่งพองของกระเปาะ Bifurcation [5]

Muraca และคณะ [6] งานวิจัยนี้ศึกษาความเครียดที่ผนังหลอดเลือดเพื่อเปรียบเทียบระหว่างกรณีมีพลาครและกรณีไม่มีพลาคร โดยใช้แบบจำลองการไหลของ Navier-Stokes ของไหลเป็น Newtonian แก้ปัญหาโดยใช้ระเบียบวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์ ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของเส้นเลือด 10 mm ความหนาของหลอดเลือด 1 mm ความยาวของหลอดเลือด 30 mm ผลการทดลองพบว่า กรณีไม่มีพลาครความเครียดที่ผนังมีค่าเฉลี่ยอยู่ที่ 181.4 kPa และกรณีมีพลาครความเครียดที่ผนังมีค่าเฉลี่ยอยู่ที่ 100 kPa

Paz และ คณะ [7] ศึกษาความเค้นเฉือนที่ผนังของหลอดเลือดแดงแยกสองง่ามที่ใส่ขดลวด หรือ Graft โดยพิจารณาหลอดเลือดแดงสองง่าม 2 แบบคือ รูปตัว T และรูปตัว Y ที่มุม Bifurcation มุม 60 และ 120 องศา โดยมี  $Re_b=680$  อ้างอิงที่ทางเข้าเส้นเลือดแขนง โดยศึกษาความสัมพันธ์ของค่าความเค้นเฉือนที่ผนังในแต่ละอัตราส่วนพื้นที่ (อัตราส่วนพื้นที่คือ พื้นที่หน้าตัดของเส้นเลือดแขนงเส้นเล็กต่อพื้นที่หน้าตัดของเส้นเลือดหลัก  $D_b / D_a$  ดังแสดงในรูปที่ 2.4) ในงานวิจัยนี้ศึกษาที่ค่า  $1/4, 1/3, 1/2$  และ  $2/3$  ที่อาจส่งผลกระทบต่อกรไหลโดยเปรียบเทียบกับในแต่ละค่า  $Re_a$  ต่างๆที่ทางเข้าของหลอดเลือดหลักระหว่าง 500-1,600 การคำนวณใช้ระเบียบวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์ พบว่า ทุกมุมมีค่าความเค้นเฉือนที่ผนังมากขึ้นเมื่อ  $Re_a$  มีค่ามากขึ้น แต่มีแนวโน้มเดียวกันคือ ความเค้นเฉือนที่ผนังมีค่าสูงที่สุดที่อัตราส่วนพื้นที่  $1/4$  ตามด้วย  $1/3, 1/2$  และมีค่าต่ำสุดที่  $2/3$  จึงกล่าวได้ว่าความเค้นเฉือนที่ผนังมีค่าสูงขึ้นเมื่ออัตราส่วนพื้นที่หน้าตัดมีค่าลดลง หรือกล่าวได้อีกนัยหนึ่งว่า ความแตกต่างที่มากขึ้นของพื้นที่หน้าตัดระหว่างเส้นเลือดแขนงกับเส้นเลือดหลักก่อให้เกิดความเค้นเฉือนที่ผนังมากขึ้น

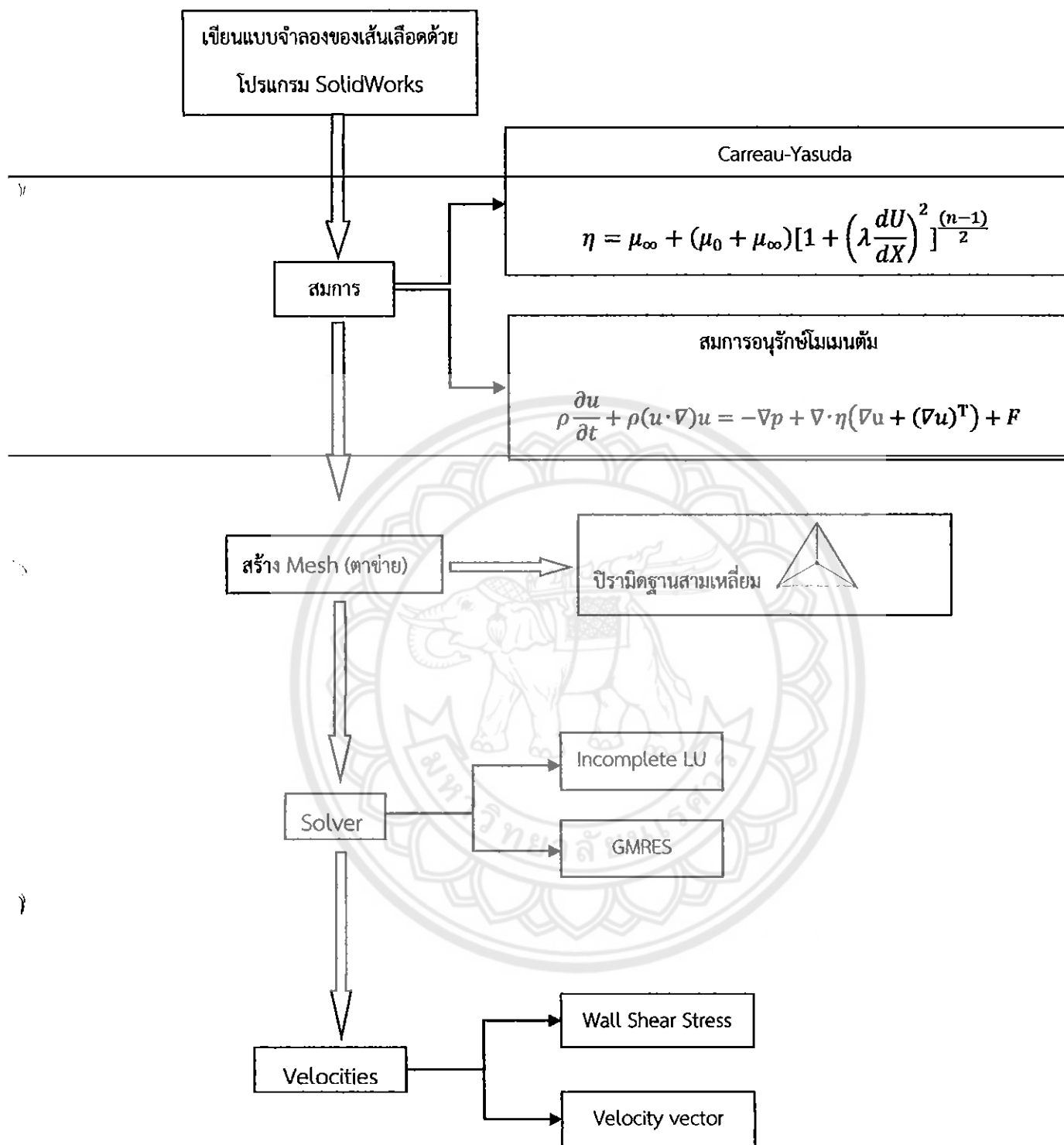


รูปที่ 2.4 แบบจำลองหลอดเลือดแยกสองง่ามที่ใช้ในการศึกษาของ Paz และคณะ [7]

### บทที่ 3 ระเบียบวิธีวิจัย

บทนี้กล่าวถึงระเบียบวิธีวิจัยในรายละเอียดสำหรับการศึกษาเชิงตัวเลขของการไหลของเลือดแยกสองง่าม (Bifurcation) ด้วยการใช้ระเบียบวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์โดยอาศัยซอฟต์แวร์เชิงพาณิชย์ COMSOL ในการคำนวณรูปทรงสามมิติของหลอดเลือด ซึ่งได้มาจากการเขียนโปรแกรม Solidworks ดังแสดงสรุปในรูปที่ 3.1 ตลอดโครงงานนี้กำหนดให้เลือดประพฤติตนเป็นของไหล Non-Newtonian กล่าวคือกำหนดให้ความหนืดเปลี่ยนแปลงตามความเค้นเฉือน และเลือกใช้แบบจำลอง Carreau-Yasuda ซึ่งเป็น Pseudo-plastic ชนิดหนึ่งที่เป็นที่นิยมใช้จำลองแบบการไหลของเลือดแบบจำลองหนึ่ง สำหรับการสร้างกริดนั้นเราเลือกใช้เมชรูปทรงพีระมิด แล้วทำการแก้สมการเพื่อให้ได้คำตอบสุดท้ายเป็นความเค้นเฉือนที่ผนังหลอดเลือด (Wall Shear Stress, WSS)





รูปที่ 3.1 แผนภาพสรุปกระบวนการวิจัยของโครงการนี้



### 3.1 การกำหนดค่าเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขต

ค่าคงที่และสมบัติของเลือดที่ใช้ในการทดลองประกอบด้วย ความหนาแน่นของเลือด ความหนืดของเลือด และความเร็วเริ่มต้นการไหลของเลือด

ตาราง 3.1 ค่าคงที่และสมบัติของเลือดที่ใช้ในการคำนวณ

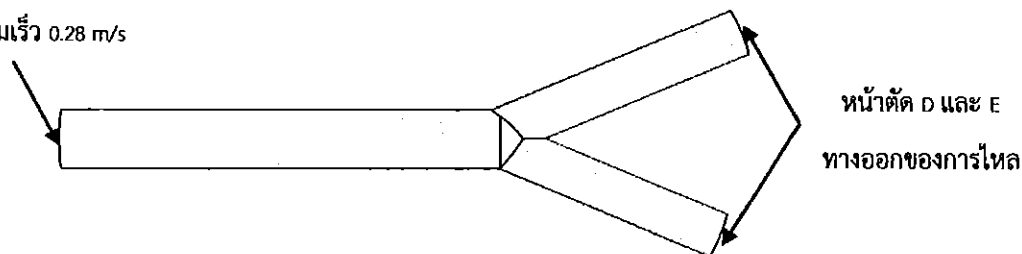
ความหนาแน่นของเลือด	1060	kg/m <sup>3</sup>
ความหนืดของเลือด	0.0056	Pa × s
ความเร็วเริ่มต้นของการไหลของเลือด	0.28	m/s

ลักษณะการไหลของเลือดนั้น พิจารณาว่าเลือดไหลจากเส้นเลือดหลักไปยังเส้นเลือดแขนงทั้งสองเส้น รายละเอียดการกำหนดเงื่อนไขเริ่มต้นแสดงดังตาราง 3.1

1. กำหนดให้หน้าตัด C เป็นทางเข้าของการไหล โดยมีความเร็วในการไหลเท่ากับ 0.28 m/s ( $Re = 212$ ) และเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 4 mm
2. กำหนดให้หน้าตัด D และ E เป็นทางออกของการไหล โดยมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 3.2 และ 3.1 mm ตามลำดับ
3. ผนังหลอดเลือดแข็งเกร็ง (Rigid Wall) และชั้นขีตผิวมีความเร็วเป็นศูนย์ (no-slip)

หน้าตัด C ทางเข้าของการไหล

ด้วยความเร็ว 0.28 m/s

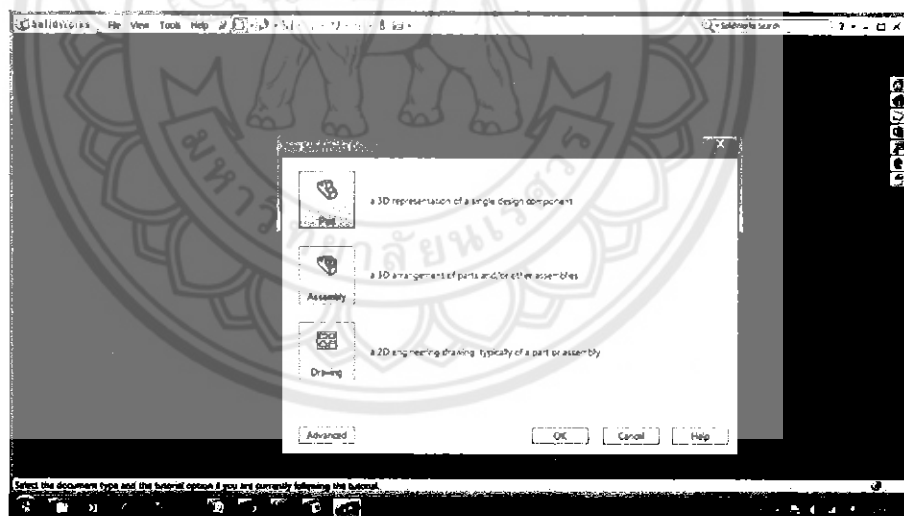


รูปที่ 3.2 การกำหนดค่าเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขต

### 3.2 ขั้นตอนการสร้างแบบจำลองเส้นเลือดแยกสองง่าม

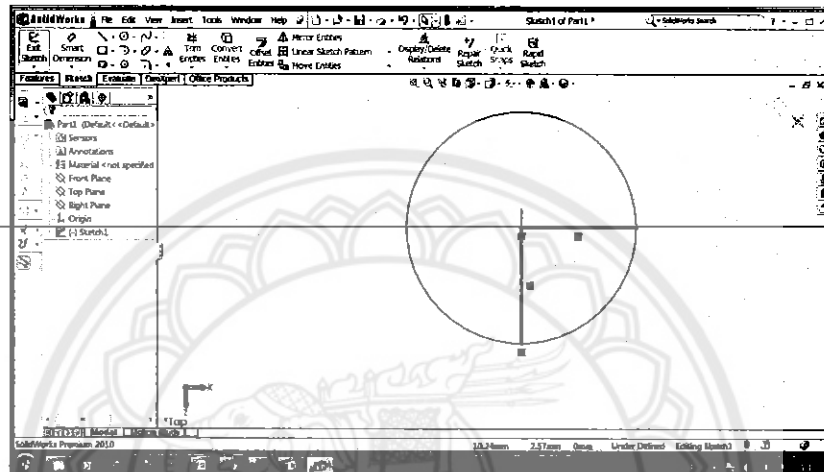
เนื่องจาก หลอดเลือดจริงมีลักษณะกลวง แต่ในการเขียนแบบจำลองสำหรับงานวิจัยนี้เราเขียนในลักษณะเป็นท่อตันเพราะการที่เลือดไหลอยู่ในหลอดเลือดก็เปรียบเสมือนว่าภายในหลอดเลือดมีลักษณะตันนั่นเอง เริ่มด้วยการเตรียมพื้นที่เพื่อสร้างแบบจำลองโดยใช้พื้นที่การเขียนที่เรียกว่า Past หรือเขียนสร้างแบบจำลองเป็นชิ้นงานเดียวนั้นเอง โดยเราเขียนเป็นชิ้นส่วนหลักๆ 4 ชิ้นส่วนประกอบกันซึ่งได้แก่ ส่วนที่ 1 เส้นเลือดหลักมีลักษณะเป็นท่อตันยาว ส่วนที่ 2 เส้นเลือดแขนงเส้นใหญ่มีลักษณะเป็นท่อตันยาว ส่วนที่ 3 เส้นเลือดแขนงเส้นเล็กมีลักษณะเป็นท่อตันยาวเช่นกัน เส้นเลือดทั้งสามส่วนนี้ถูกเชื่อมด้วยส่วนที่ 4 เรียกว่า Junction ซึ่งเราเขียนแบบเป็นลักษณะส่วนของครึ่งของทรงกลม โดยมีขั้นตอนการสร้างแบบจำลองอย่างละเอียดพร้อมภาพประกอบดังต่อไปนี้

1. เปิดโปรแกรม SolidWorks ขึ้นมาหลังจากนั้นเลือกที่เมนู File เลือกคำสั่ง New จะมีหน้าต่างปรากฏขึ้นมาเพื่อให้เลือกประเภทของการเขียนชิ้นงาน เลือกที่คำสั่ง Past (เขียนชิ้นงานเป็นชิ้นงานเดียว) แล้วกด OK



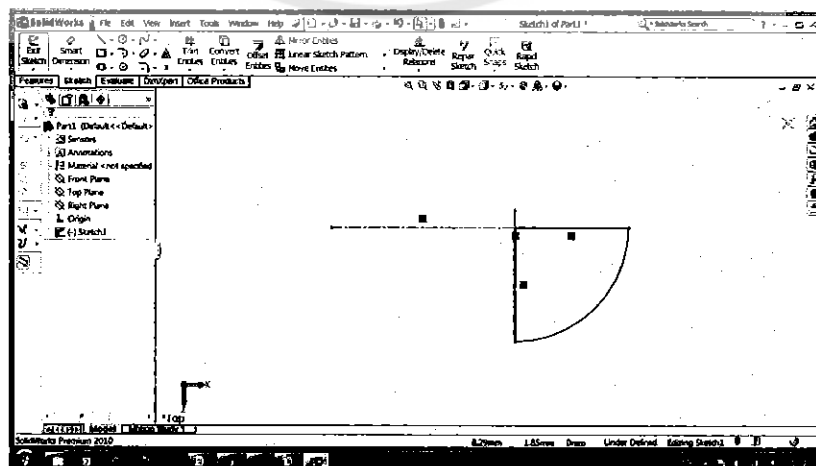
รูปที่ 3.3 การเตรียมพื้นที่เพื่อใช้ในการวาดรูป

2. เราจะเริ่มจากการวาดในส่วนที่ 4 หรือ Junction เสียก่อนแล้วจึงวาดท่อ 3 ท่อมาเชื่อมต่อกับ Junction โดยเริ่มจากเลือกตำแหน่งการมองภาพในที่นี้เราเลือกที่ Top plane เพราะเมื่อ Import เข้าสู่โปรแกรม COMSOL แล้วโปรแกรมจะแสดงรูปร่างของแบบจำลองได้อย่างชัดเจน จากนั้นวาดวงกลมขนาดรัศมี 2 mm แล้ววาดเส้นรัศมียาว 2 mm สองเส้นในแนวแกน x และแกน z โดยใช้คำสั่งวาดวงกลมและคำสั่งวาดเส้นตรงบน Toolbar



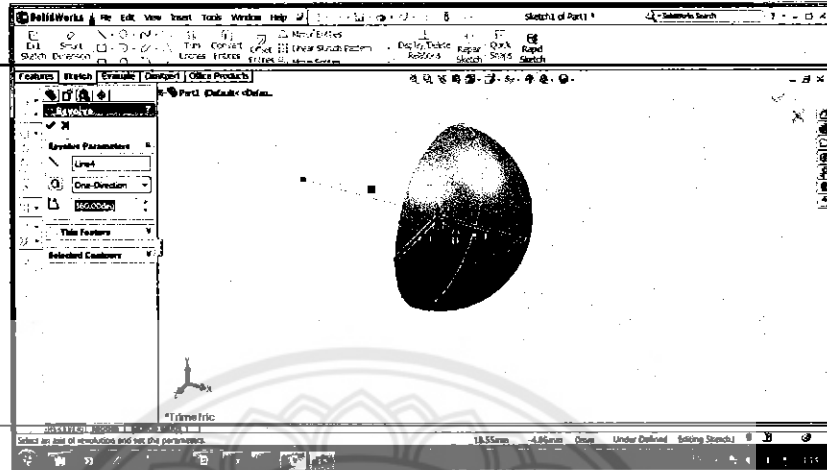
รูปที่ 3.4 การวาดชิ้นส่วนวงกลมพร้อมรัศมี

3. ตัดส่วนของวงกลมออกให้เหลือเพียง  $\frac{1}{4}$  ของวงกลมเท่านั้นโดยใช้คำสั่ง Trim Entities บน Toolbar จากนั้นใช้คำสั่ง Center Line วาดเส้น Center Line ในแนวแกน x ที่จุดศูนย์กลางของวงกลม



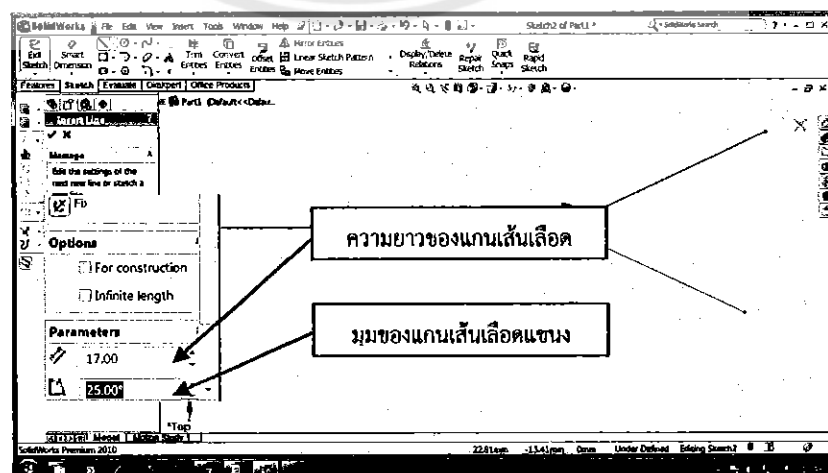
รูปที่ 3.5 ตัดชิ้นส่วนของวงกลมให้เหลือเพียง  $\frac{1}{4}$

4. ลากเส้น Centerline ในแนวแกน x ใช้คำสั่ง Revolved เพื่อหมุนกวาดรอบแกนกลางจะ  
ได้รูปทรงกลมผ่าครึ่ง



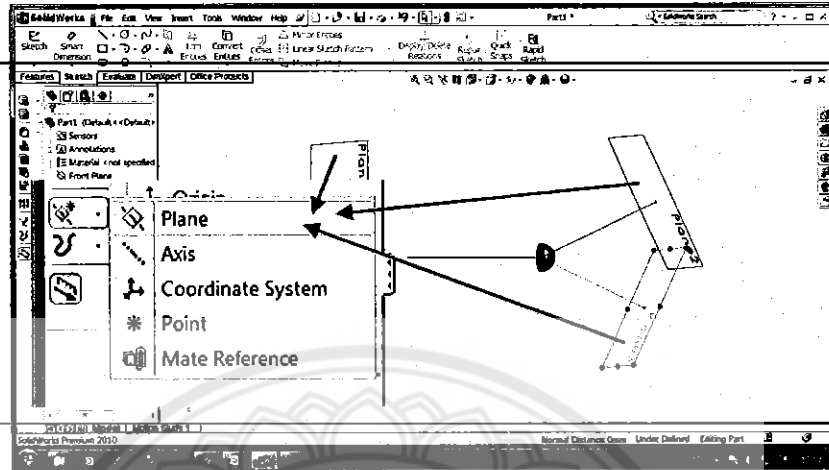
รูปที่ 3.6 การสร้างรูปทรงกลมผ่าครึ่ง

5. ลากเส้นแกนของหลอดเลือดจำลองเลือดทั้ง 3 แกนของเส้นเลือด เส้นทั้งสามคือแกนกลางของท่อหลัก ท่อแขนงเส้นใหญ่ และท่อแขนงเส้นเล็กของเส้นเลือด โดยที่การทำมุม ( $\alpha$ ) ระหว่างหลอดเลือดแขนงทั้งสองสามารถกระทำได้โดยเลือกที่แกนของเส้นเลือดแขนงจากนั้นก็ใส่ขนาดมุมของแกนที่ทำกับแกน x เพื่อให้ได้ขนาดของมุมระหว่างเส้นเลือดแขนงทั้งสองได้ตามที่ต้องการ พร้อมกับใส่ความยาวของแต่ละแกนโดยกำหนดความยาวของแกนเส้นเลือดหลักเป็น 30 mm แกนเส้นเลือดแขนงเส้นใหญ่ยาว 19 mm แกนและแกนเส้นเลือดแขนงเส้นเล็กยาว 17 mm



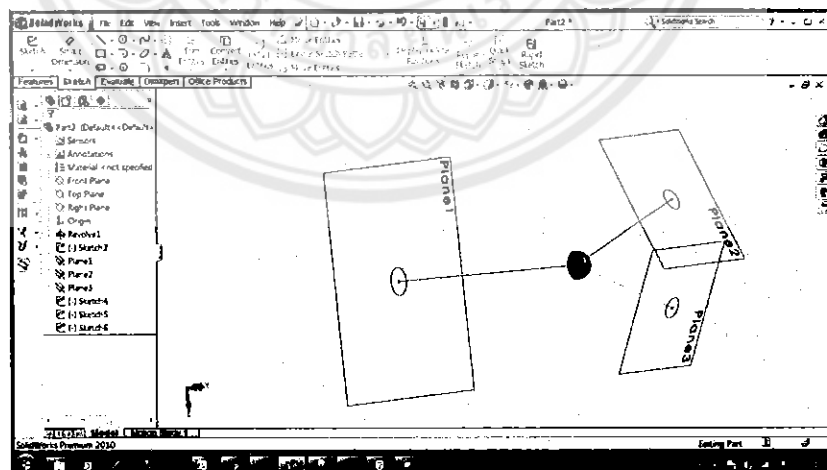
รูปที่ 3.7 การสร้างแกนเส้นเลือด

6. ใช้คำสั่ง Plane เพื่อสร้างระนาบสำหรับวาดวงกลมที่ปลายแกนทั้ง 3 แกน เพื่อกำหนดเส้นผ่านศูนย์กลางสำหรับแต่ละท่อ



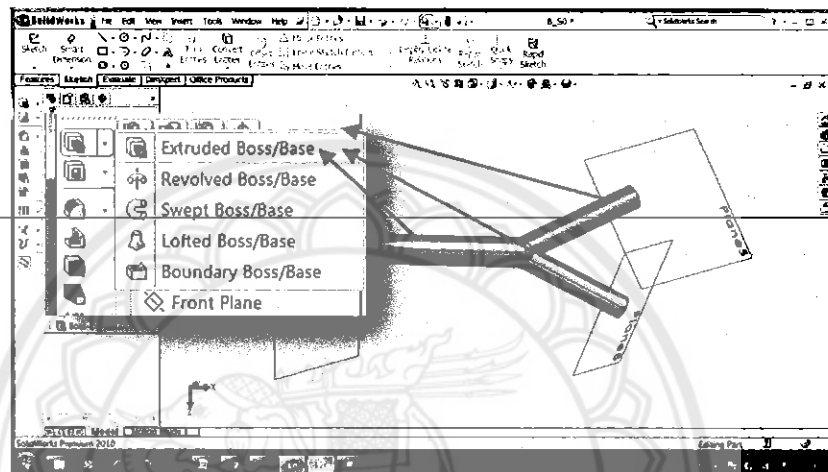
รูปที่ 3.8 การสร้าง Plane เพื่อวาดวงกลม

7. วาดวงกลมตามขนาดของเส้นผ่านศูนย์กลางของเส้นเลือดแต่ละเส้นลงบนระนาบทั้ง 3 โดยการออกจากคำสั่ง Sketch แล้วเลือก Plane ที่จะวาดจากนั้นวาดวงกลมลงบนระนาบที่จุดปลายของแกนของเส้นเลือดทั้งสามเส้น



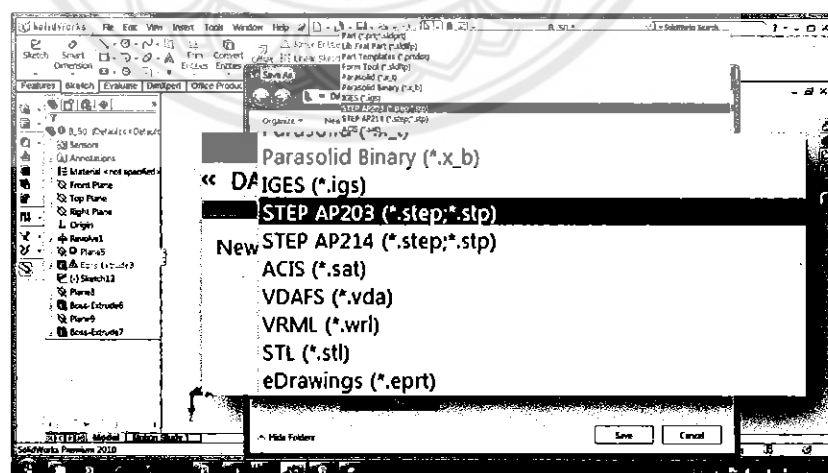
รูปที่ 3.9 การวาดวงกลมบนระนาบ

8. เพิ่มมิติให้วงกลมวงกลมโดยการเลือกที่วงกลมแต่ละวงแล้วใช้คำสั่ง Extruded Boss/Base เพื่อทำให้กลายเป็นท่อตันยาว (ท่อที่ไม่มีช่องว่างภายในท่อ) เพราะเมื่อ Import เข้าสู่โปรแกรม COMSOL แล้วชิ้นงานซึ่งเป็นทรงตันนั้นจะถูกสมมติว่าเป็นของไหลทำให้เราสามารถสร้างเมชในชิ้นงานได้ (สำหรับความหนาของผนังท่อนั้นเราไม่ได้กำหนดเพราะไม่มีผลกับการคำนวณเนื่องจากเรากำหนดคุณสมบัติที่ผนังหลอดเลือดให้ไม่มีการเลื่อนไหลแล้ว)



รูปที่ 3.10 การสร้างแบบจำลองของเลือดให้มีลักษณะเป็นท่อตัน

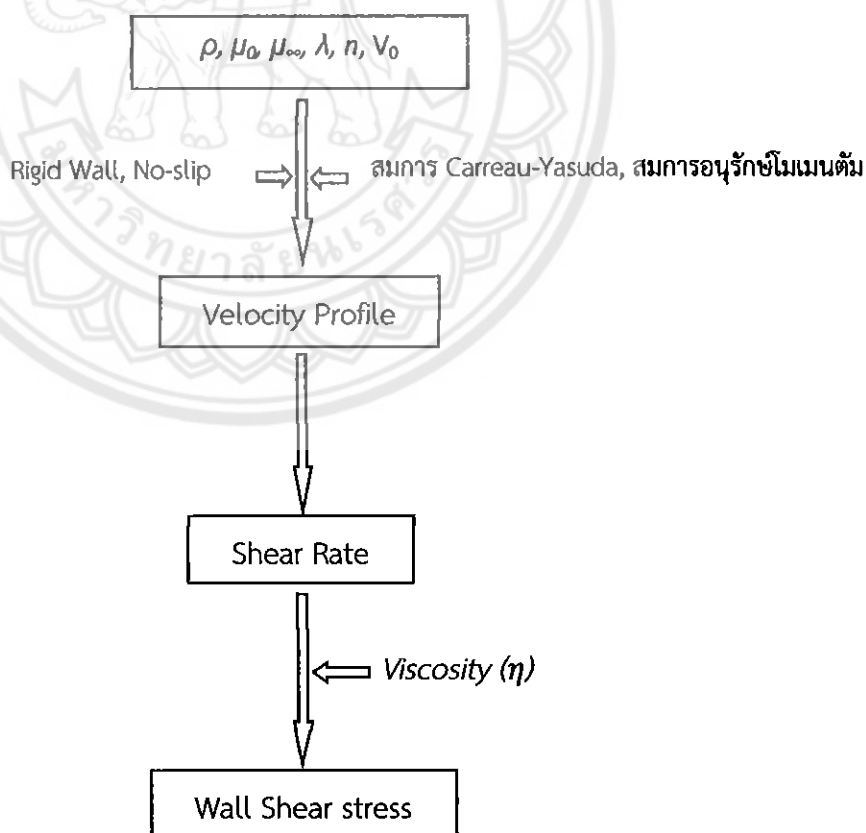
9. บันทึกเป็นไฟล์นามสกุล .step เพื่อสามารถ Import เข้าสู่โปรแกรม COMSOL ได้



รูปที่ 3.11 การบันทึกชิ้นงานโดยบันทึกเป็นนามสกุล .step

### 3.3 Data Reduction

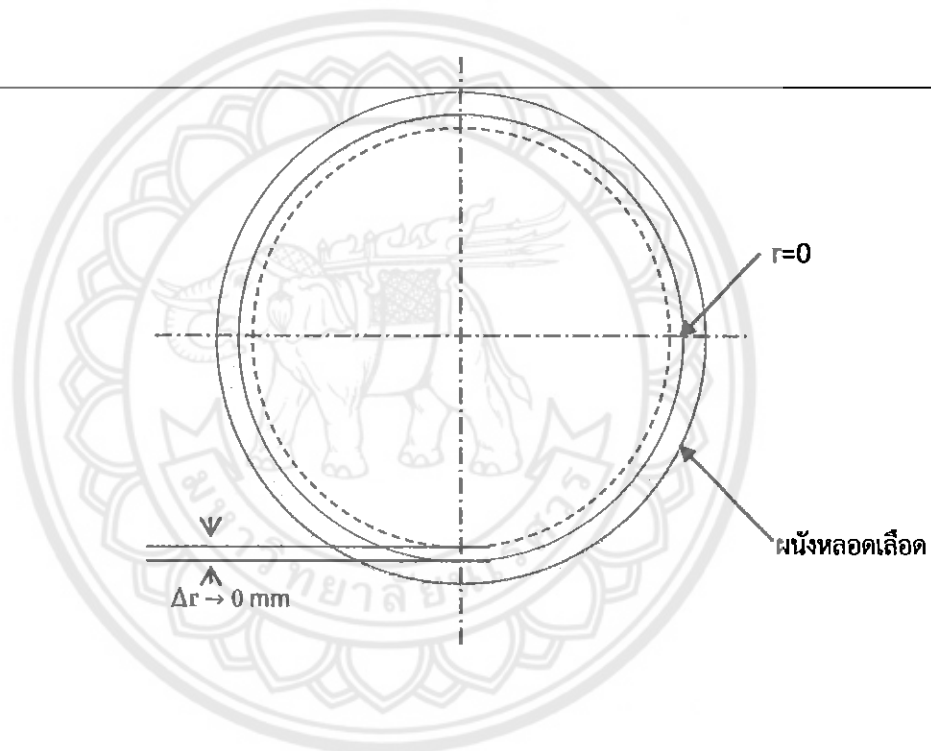
หัวข้อนี้กล่าวถึงกระบวนการนำข้อมูลต่างๆที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณมาใช้ประกอบการคำนวณอย่างเป็นขั้นตอนเพื่อคำนวณหาค่า WSS ในลำดับขั้นตอนสุดท้าย ซึ่งข้อมูลเหล่านี้ได้แก่ สมบัติต่างๆของเลือดและค่าคงที่ของแบบจำลอง  $\rho=1060 \text{ kg/m}^3$ ,  $\mu_0 = 0.0056 \text{ Pa.s}$ ,  $\mu_\infty = 0.000053 \text{ Pa.s}$ ,  $\lambda = 3.313 \text{ s}$ ,  $n = 0.3568$ ,  $V_0 = 0.28 \text{ m/s}$  ภายใต้สมมติฐานผนังหลอดเลือดซึ่งกำหนดให้ไม่มีการเลื่อนไถล การไหลเป็นไปตามสมการอนุกรมโมเมนต์ และใช้แบบจำลองการไหลของ Carreau-Yasuda เมื่อโปรแกรม COMSOL ประมวลผลหลังจากกำหนดค่าที่ใช้ในการคำนวณผล แล้วเรานำผลลัพธ์ที่ได้มาแสดงข้อมูลในรูปของโปรไฟล์ความเร็วซึ่งเป็นภาพหน้าตัดสองมิติซึ่งตัดที่บริเวณเส้นเลือดแขนงของแต่ละเส้นโดยที่โปรไฟล์ความเร็วมีความสัมพันธ์ต่อการเกิด Shear Rate ที่หน้าตัดนั้นๆ จากนั้นจึงนำค่า Shear Rate ที่คำนวณได้แต่ละตำแหน่งนั้นๆมาคูณกับค่าความหนืดที่ตำแหน่งเดียวกันซึ่งจะได้ค่าความเค้นเฉือนที่ผนัง (WSS) ของแต่ละตำแหน่ง จากนั้นเราก็สามารถหาค่าเฉลี่ย WSS ทั้งหน้าตัดได้โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้



รูปที่ 3.12 แผนผัง Data Reduction สำหรับการคำนวณในโครงการนี้

### 3.3.1 การคำนวณหาอัตราเฉือนที่ผนังและความหนืด

เราสามารถหาอัตราเฉือนที่ผนังและความหนืดได้โดยกำหนดชั้นขอบเขตความหนาการไหลของเลือดห่างจากผนังหลอดเลือดเป็นระยะ 0.1 mm ดังรูปที่ 3.13 จากนั้นจึงคำนวณผลลัพธ์ออกมาในรูปของอัตราเฉือน (Shear Rate) ซึ่งหมายถึง อัตราการเปลี่ยนแปลงความเร็วต่ออัตราการแปลงเปลี่ยนรัศมี ( $\dot{\gamma} = \frac{\Delta U}{\Delta r} = \frac{U_{i+1} - U_i}{r_{i+1} - r_i}$ ,  $i=0, 1, \dots, n$  โดยที่  $\Delta r$  ต้องเล็กมากพอเพื่อที่จะทำให้  $\frac{\Delta U}{\Delta r} \rightarrow \frac{dU}{dr}$  หรือ  $\Delta r \rightarrow 0$  mm ) และคำนวณผลลัพธ์ออกมาในรูปของความหนืด (Viscosity) ซึ่งหมายถึงค่าปัจจัยคุณสมบัติความต้านทานการไหลในตัวของไหล



รูปที่ 3.13 ระยะจากผนังสำหรับการคำนวณอัตราเฉือน



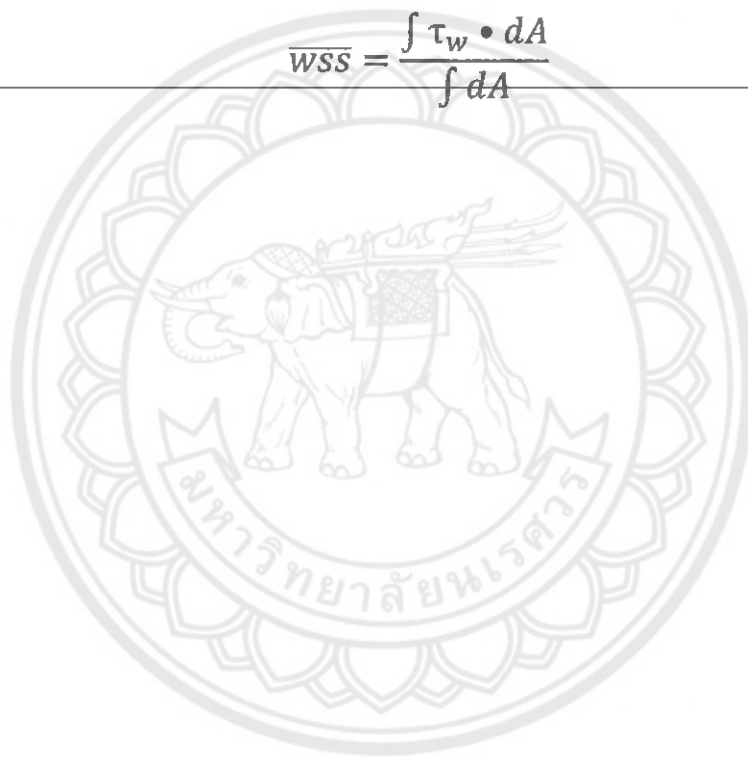
### 3.3.2 การหาค่าความเค้นเฉือนที่ผนัง

ความหนืดมีค่าไม่คงที่ เนื่องจากเรากำหนดให้เลือดเป็นของไหล Non-Newtonian จึงมีความหนืดที่เปลี่ยนแปลงกับความเค้นเฉือน ดังนั้นเราจึงต้องหาค่าความหนืดเฉพาะที่ (Local) แล้วจึงนำมาคูณกับอัตราเฉือน (Shear Rate) เพื่อให้ได้ความเค้นเฉือนที่ผนังดังแสดงในความสัมพันธ์

$$\tau_w = \eta \frac{dU}{dr}$$

สำหรับความเค้นเฉือนที่ผนังเฉลี่ยเราหาได้จากค่าเฉลี่ยเชิงพื้นที่ ดังนี้

$$\overline{wss} = \frac{\int \tau_w \cdot dA}{\int dA}$$



### 3.3.3 การกำหนดพิกัดเพื่อแสดงเวกเตอร์ความเร็วบนพื้นที่หน้าตัดของเส้นเลือดแขนง

จากตำแหน่งของ Cut Plane สามมิติในโปรแกรม COMSOL ซึ่งเป็นการตัดหน้าตัดในลักษณะตั้งฉากกับเส้นเลือดแขนง จะเห็นว่าพื้นที่หน้าตัดเส้นเลือดแขนงเส้นใหญ่มีระนาบการตัดเป็นระนาบ  $-x, +z$  ขนานกับแกน  $-y$  และ พื้นที่หน้าตัดเส้นเลือดแขนงเส้นเล็กมีระนาบการตัดเป็นระนาบ  $-x, -z$  ขนานกับแกน  $+y$  (ดังรูปที่ 3.14 ก และ ข) ดังนั้นเราจึงกำหนดพิกัดเพื่อแสดงเวกเตอร์ความเร็วบนพื้นที่หน้าตัดในเส้นเลือดแขนงแต่ละเส้นด้วยโปรแกรม COMSOL ดังนี้ กรณีเส้นเลือดแขนงเส้นใหญ่ ช่อง x component: ใส่พิกัดเป็น  $-u+w$  และ ช่อง y component: ใส่พิกัดเป็น  $-v$  สำหรับกรณีเส้นเลือดแขนงเส้นเล็ก ช่อง x component: ใส่พิกัดเป็น  $-u-w$  และ ช่อง y component: ใส่พิกัดเป็น  $+v$  (ดังรูปที่ 3.14 ค และ ง)



(ก) การตัดที่เส้นเลือดแขนงใหญ่

(ข) การตัดที่เส้นเลือดแขนงเล็ก

x component:  
 m/s  
 y component:  
 m/s

(ค) พิกัดที่เส้นเลือดแขนงเส้นใหญ่

x component:  
 m/s  
 y component:  
 m/s

(ง) พิกัดที่เส้นเลือดแขนงเส้นเล็ก

รูปที่ 3.14 การกำหนดพิกัดเพื่อแสดงเวกเตอร์ความเร็วบนพื้นที่หน้าตัดของเส้นเลือดแขนงแต่ละเส้น

## บทที่ 4

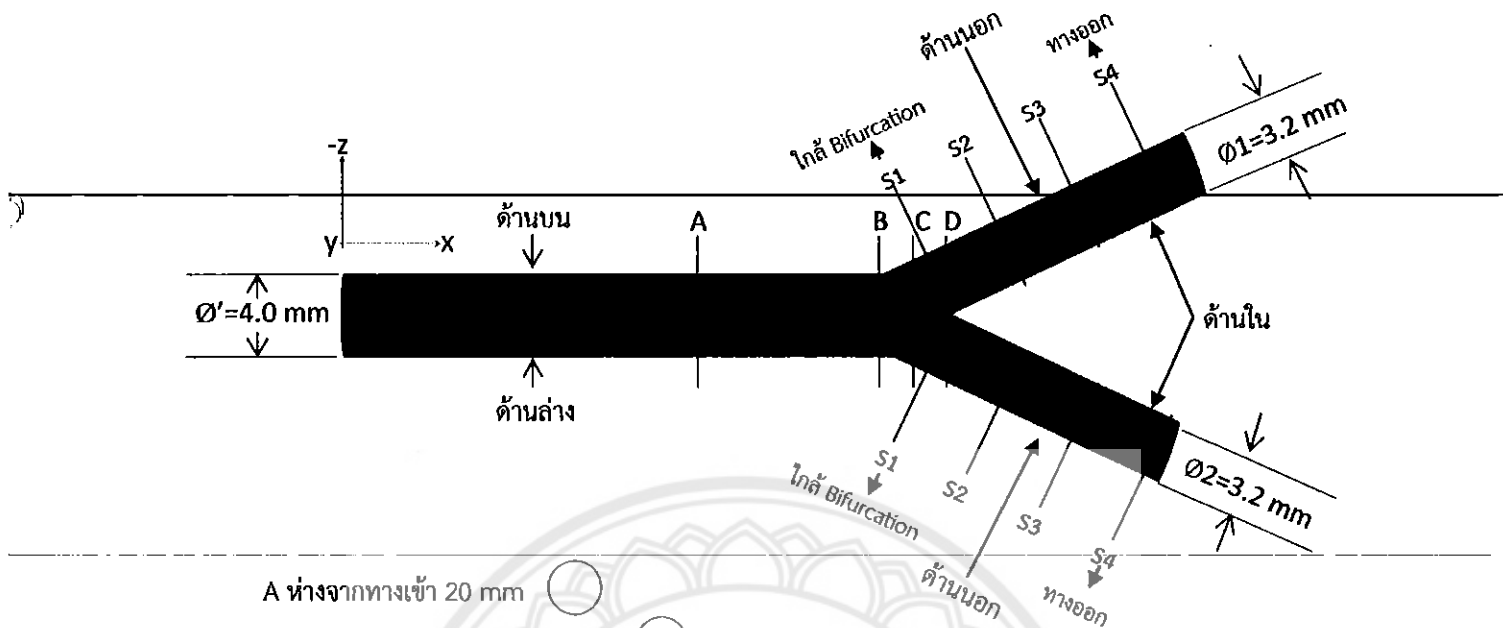
### ผลการทดลองและวิเคราะห์ผลการทดลอง

การวิเคราะห์ผลการทดลองในการวิจัยนี้เราแยกการวิเคราะห์ออกเป็นสองส่วนได้แก่ วิเคราะห์ความเค้นเฉือน (WSS) ที่บริเวณจุดแยกสองง่าม (Bifurcation) โดยเปรียบเทียบค่าความเค้นเฉือน (WSS) และเปรียบเทียบว่าขนาดของเส้นผ่านศูนย์กลางของเส้นเลือดจำลองแต่ละเส้นส่งผลต่อความเค้นเฉือนที่ผนังอย่างไร สำหรับการวิเคราะห์ในส่วนที่สองเราวิเคราะห์ Velocity Vector ในแต่ละตำแหน่งของการไหลว่ามีลักษณะใด ส่งผลต่อพฤติกรรมการไหลของเลือดซึ่งก่อให้เกิดค่าความเค้นเฉือนที่ผนัง WSS ได้มากน้อยเพียงใด

#### 4.1 ผลของความเค้นเฉือนที่ผนังของหลอดเลือด

ในหัวข้อนี้เราได้ให้ความสนใจความเค้นเฉือนที่ผนังของเส้นเลือดทั้งในส่วนของจุดแยก (Bifurcation) และเส้นเลือดแขนงทั้งสองเส้น ในส่วนของจุดแยก (Bifurcation) เราแสดงผลการคำนวณออกเป็นสองส่วนคือ (1) ผลของความเค้นเฉือนที่ผนังเฉลี่ยของพื้นที่จุดแยกที่มีลักษณะรูปทรงสามเหลี่ยม (Delta) (2) การวิเคราะห์ความเค้นเฉือนที่ผนังของเส้นเลือดหลักและ Junction โดยแบ่งออกเป็นสี่หน้าตัดกล่าวคือ หน้าตัด A, B, C และ D ในรูปที่ 4.1

สำหรับการวิเคราะห์ค่าความเค้นเฉือนที่ผนังที่เส้นเลือดแขนงนั้น เราใช้วิธีการตัดขวาง (Cross Section) แบบจำลองตามระนาบตั้งฉากกับทิศทางการไหลของเลือด โดยแบ่งภาคตัดขวางให้มีระยะห่างกัน 4.4 มิลลิเมตร จำนวน 4 หน้าตัด โดยเริ่มจากใกล้ Bifurcation ไปจนถึงทางออกดังแสดงในรูปที่ 4.1 ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของเส้นเลือดแขนงเส้นใหญ่ ( $\varnothing 1$ ) และเส้นเลือดแขนงเส้นเล็ก ( $\varnothing 2$ ) เท่ากับ 3.2 และ 3.1 มิลลิเมตรตามลำดับ จากนั้นนำค่าเฉลี่ยของความเค้นเฉือนที่ผนังในแต่ละหน้าตัดที่ได้จากโปรแกรม COMSOL มาแสดงผลเป็นกราฟเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของความเค้นเฉือนที่ผนังของบริเวณจุดเชื่อม (Junction) ดังแสดงในรูปที่ 4.3 และเส้นเลือดแขนงเส้นใหญ่และเส้นเลือดแขนงเส้นเล็กกับระยะทาง 13.2 มิลลิเมตร ดังรูปที่ 4.4



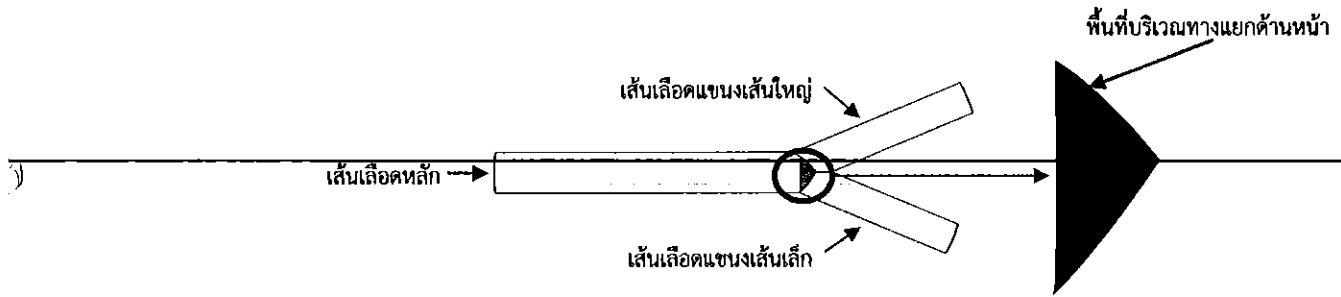
- A ห่างจากทางเข้า 20 mm
- B ห่างจากทางเข้า 30 mm
- C ห่างจากทางเข้าสำหรับมุม 45, 50, และ 80 องศา คือ 31.5, 31.45 และ 31.075 mm ตามลำดับ
- D ห่างจากทางเข้าสำหรับมุม 45, 50, และ 80 องศา คือ 33, 32.9 และ 32.15 mm ตามลำดับ

รูปที่ 4.1 รายละเอียดการกำหนดเงื่อนไขและค่าต่างๆเพื่อใช้ในการวิเคราะห์ความเค้นเฉือนที่ผนัง

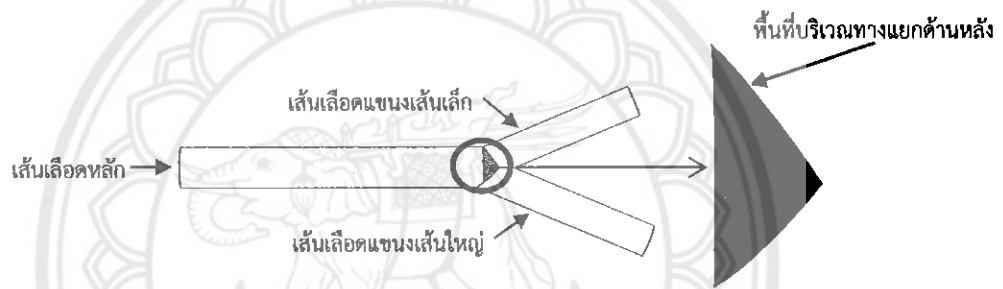
#### 4.1.1 ผลความเค้นเฉือนที่ผนังเฉลี่ยของพื้นที่บริเวณทางแยก

พื้นที่บริเวณทางแยกด้านหน้า (ดังรูปที่ 4.2 ก) มีความเค้นเฉือนที่ผนังเฉลี่ยที่มุม 45, 50 และ 80 องศา เป็น 2.57, 2.00 และ 2.08 Pa ตามลำดับ พื้นที่บริเวณทางแยกด้านหลัง (ดังรูปที่ 4.1 ข) มีความเค้นเฉือนที่ผนังเฉลี่ยที่มุม 45, 50 และ 80 องศา เป็น 2.40, 1.92 และ 2.24 Pa ตามลำดับ สามารถกล่าวได้ว่า ทั้งพื้นที่บริเวณทางแยกด้านหน้าและด้านหลังมีแนวโน้มของค่าความเค้นเฉือนที่ผนังไปในทิศทางเดียวกัน กล่าวคือ มีค่าสูงสุดที่มุม 45 องศา ตามด้วยมุม 80 องศา และมีค่าต่ำสุดที่มุม 50 องศา ซึ่งความเค้นเฉือนที่ผนังเฉลี่ยของพื้นที่บริเวณทางแยกสามารถหาได้จากค่าเฉลี่ยเชิงพื้นที่ดังนี้

$$\overline{wss} = \frac{\int \tau_w \cdot dA}{\int dA}$$



(ก) พื้นที่บริเวณทางแยกด้านหน้า



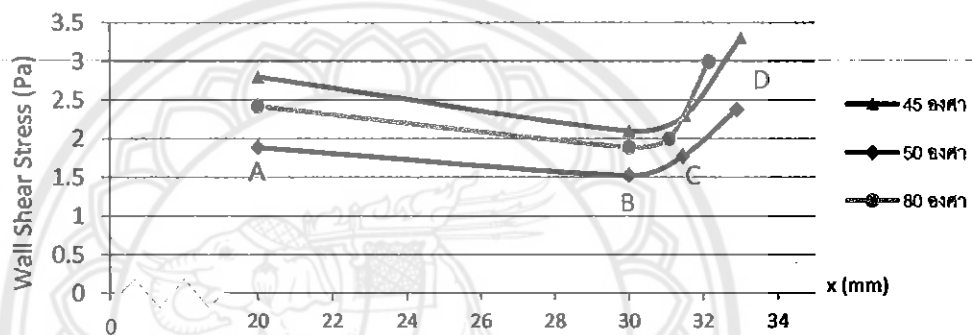
(ข) พื้นที่บริเวณทางแยกด้านหลัง

รูปที่ 4.2 พื้นที่บริเวณทางแยกทั้งสองด้านของแบบจำลอง

#### 4.1.2 ผลความเค้นเฉือนที่ผนังในแต่ละหน้าตัดที่เส้นเลือดหลักและ Junction

เราได้แบ่งระยะการตัดบริเวณ Bifurcation ออกเป็นสี่ระยะได้แก่ A, B, C และ D ตามลำดับจากการวิเคราะห์ความเค้นเฉือนที่ผนังทั้งสามหน้าตัดในแต่ละมุมจากรูปที่ 4.3 พบว่ามีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกันในทุกมุมกล่าวคือ ค่าความเค้นเฉือนที่ผนังกรณีหน้าตัด A ถึง B มีแนวโน้มลดลง กรณีจาก B ถึง C ซึ่งเป็นการเริ่มแยกการไหลออกเป็นสองทางค่าของ WSS มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และกรณี C ถึง D ซึ่งเริ่มเกิดการไหลแยกออกเป็นสองทาง (Bifurcation) อย่างสมบูรณ์ ค่า WSS จึงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น ซึ่งสอดคล้อง Zarandi และคณะ [3] มีข้อสังเกตว่าที่หน้าตัด A WSS มีค่าสูงกว่าหน้าตัด B เพราะหน้าตัด A อยู่ในตำแหน่งการไหลในท่อตรงสามารถอธิบายตามความสัมพันธ์ของอัตราเฉือน (Shear Rate) กล่าวคือ  $\dot{\gamma} = \frac{dv}{dx}$  แปรผกผันกับ  $\frac{1}{R^3}$  และ WSS ขึ้นอยู่กับ  $\dot{\gamma}$  เมื่อหน้าตัด A มีพื้นที่หรือ

รัศมี (R) น้อยกว่าหน้าตัด B ส่งผลให้ WSS ที่หน้าตัด A มีค่าสูงกว่าหน้าตัด B เมื่อพิจารณาที่หน้าตัด B, C และ D พร้อมๆกันพบว่า WSS มีค่าสูงขึ้นตามลำดับสามารถอธิบายได้ว่าจากหน้าตัด B ถึง D เลือดกำลังไหลแยกออกเป็นสองแขนง และแต่ละหน้าตัดมีพื้นที่สัมผัสของไหลและความโค้งที่ต่างกัน ไป โดยที่พื้นที่หน้าตัดของ B มีค่าน้อยกว่า C และ D ตามลำดับ ทั้งนี้สำหรับกรณีมุม 45 องศา หน้าตัด B, C และ D มีพื้นที่ 12.68, 14.56 และ 17.12 mm<sup>2</sup> ตามลำดับ กรณีมุม 50 องศาเป็น 12.98, 14.55 และ 16.82 mm<sup>2</sup> ตามลำดับ และกรณีมุม 80 องศา เป็น 13.32, 17.20 และ 20.27 mm<sup>2</sup> ตามลำดับ



รูปที่ 4.3 ความเค้นเฉือนที่ผนังบริเวณ Bifurcation ที่มุมต่างๆ

#### 4.1.3 ความเค้นเฉือนที่ผนังในแต่ละหน้าตัดที่เส้นเลือดแขนง

เมื่อพิจารณาข้อมูลความเค้นเฉือนที่ผนัง (WSS) ของเส้นเลือดแขนงทั้งสองในรูปที่ 4.4 โดยกำหนดให้ที่ระยะ 0 mm อยู่ติดกับทางออกของจุดแยกพบว่า ในทุกหน้าตัดค่า WSS ของเส้นเลือดทั้งสองแขนงมีค่าใกล้เคียงกัน เนื่องจากมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางต่างกันเพียง 0.1mm และมีแนวโน้มที่เหมือนกันในเส้นเลือดแขนงแต่ละเส้น กล่าวคือ มุม 45 องศาให้ WSS สูงที่สุดตามด้วย 80 องศา และ 50 องศาให้ WSS ต่ำที่สุด ดังรายละเอียดดังต่อไปนี้

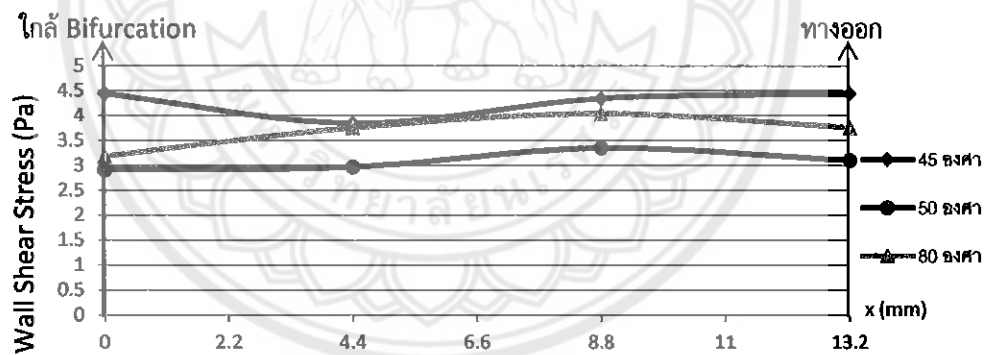
(1) ที่มุม 45 องศา WSS มีค่าลดลงจากใกล้ Bifurcation ไปจนถึงระยะ 4.4 mm จากนั้นค่อยๆเพิ่มขึ้นในลักษณะเป็นเส้นตรงไปจนถึงทางออก

(2) ที่มุม 50 องศา WSS มีแนวโน้มในลักษณะเส้นตรง โดยมีข้อสังเกตว่า ที่เส้นเลือดแขนงเส้นใหญ่ WSS ค่อยๆเพิ่มขึ้นจากใกล้ Bifurcation ไปจนถึงระยะ 8.8 mm จากนั้นค่อยๆลดลงไป

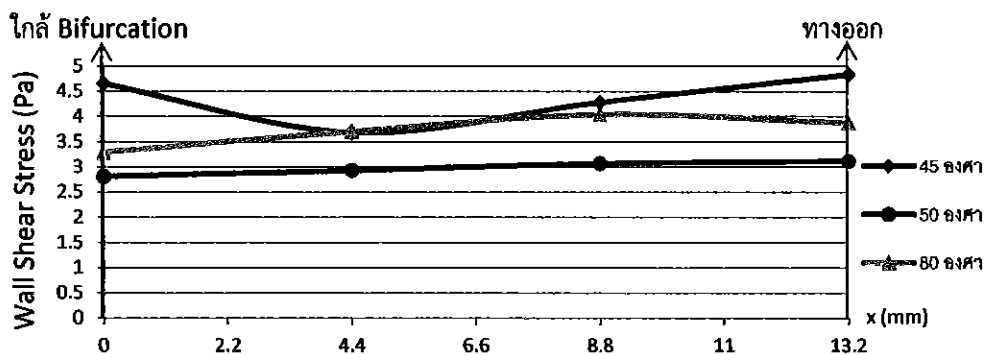
จนถึงทางออก สำหรับเส้นเลือดแขนงเส้นเล็กมีแนวโน้มของ WSS ใกล้เคียงเส้นตรงมากกว่าเส้นเลือดแขนงเส้นใหญ่โดยมีค่า WSS เพิ่มขึ้นจากใกล้ Bifurcation ไปจนถึงทางออก

(3) ที่มุม 80 องศา WSS มีแนวโน้มในลักษณะพาราโบลา กล่าวคือ มีค่าเพิ่มขึ้นจากใกล้ Bifurcation ไปจนถึงระยะ 8.8 mm จากนั้นค่อยๆลดลงไปจนถึงทางออก

จากผลลัพธ์ที่ได้พบว่า แนวโน้มของกราฟที่ได้จากกรณี 45 และ 50 องศา คล้ายกันและแตกต่างจาก 80 องศา อาจเป็นเพราะมุม 45 และ 50 องศา มีค่าต่างกันไม่มากโดยเฉพาะ เมื่อแยกแขนงออกมา มุมที่ทำกับเส้นในแนวนอน (Horizontal Line) หรือเส้นศูนย์ (Centerline) ของหลอดเลือดหลักนั้น เป็น 22.5 องศา สำหรับ  $\alpha = 45$  องศา และ 25 องศา สำหรับ  $\alpha = 50$  องศา ต่างกันเพียง 2.5 องศา ในขณะที่  $\alpha = 80$  องศา ให้มุมที่ทำกับเส้นศูนย์ของหลอดเลือดหลักเป็น 40 องศา ด้วยเหตุนี้เอง ในเชิงเรขาคณิต ในรูปที่ 4.5 จึงทำให้ผลของแรงโน้มถ่วงที่กระทำต่อผนัง  $g \cos(\alpha/2)$  ของ  $\alpha = 80$  องศา มีค่าต่างไปอย่างชัดเจน นอกจากนี้ผลของแรงโน้มถ่วงที่มีทิศตรงกันข้ามกับทิศทางการไหลของเลือด สำหรับ  $\alpha = 80$  องศา มีค่าสูงกว่าอีกสองมุม

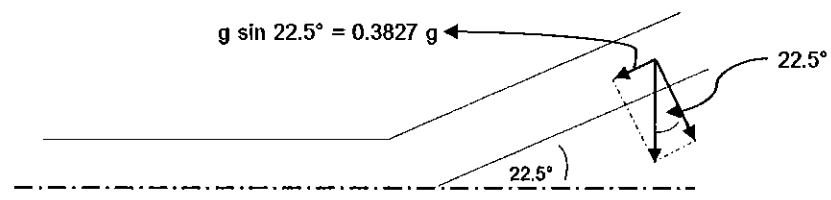


(a) เส้นเลือดแขนงเส้นใหญ่

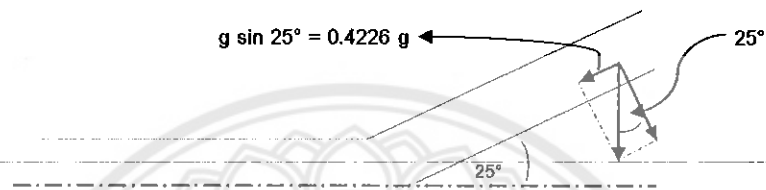


(b) เส้นเลือดแขนงเส้นเล็ก

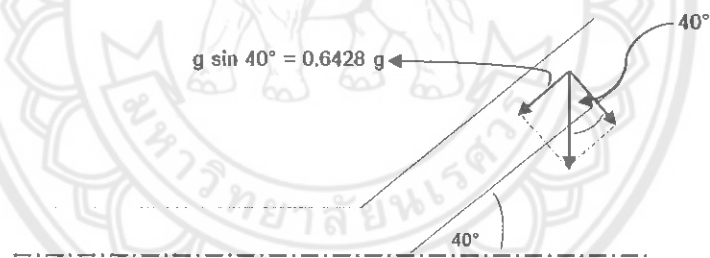
รูปที่ 4.4 ความเค้นเฉือนที่ผนังของเส้นเลือดแขนงที่มุม Bifurcation ต่างๆ



(ก)  $\alpha = 45^\circ$



(ข)  $\alpha = 50^\circ$



(ค)  $\alpha = 80^\circ$

รูปที่ 4.5 ผลขององค์ประกอบของแรงโน้มถ่วงที่มีอิทธิพลต่อการไหลของเลือดในหลอดเลือดแขนง



## 4.2 ผลของความเร็ว

เราแบ่งการวิเคราะห์ผลของความเร็วออกเป็นสองส่วนเพื่อให้สอดคล้องกับผลของ WSS ได้แก่ (1) เวกเตอร์ความเร็วที่เส้นเลือดหลักและ Junction โดยศึกษาพฤติกรรมของสนามเวกเตอร์ความเร็วในสี่หน้าตัดคือ A, B, C และ D ดังรูปที่ 4.1 สำหรับแต่ละมุม Bifurcation (2) เวกเตอร์ความเร็วที่เส้นเลือดแขนง โดยศึกษาพฤติกรรมของสนามเวกเตอร์ความเร็วในสี่หน้าตัดคือ S1, S2, S3 และ S4 ของเส้นเลือดแขนงเส้นใหญ่และเส้นเล็กในแต่ละมุม Bifurcation

### 4.2.1 เวกเตอร์ความเร็วที่เส้นเลือดหลักและ Junction

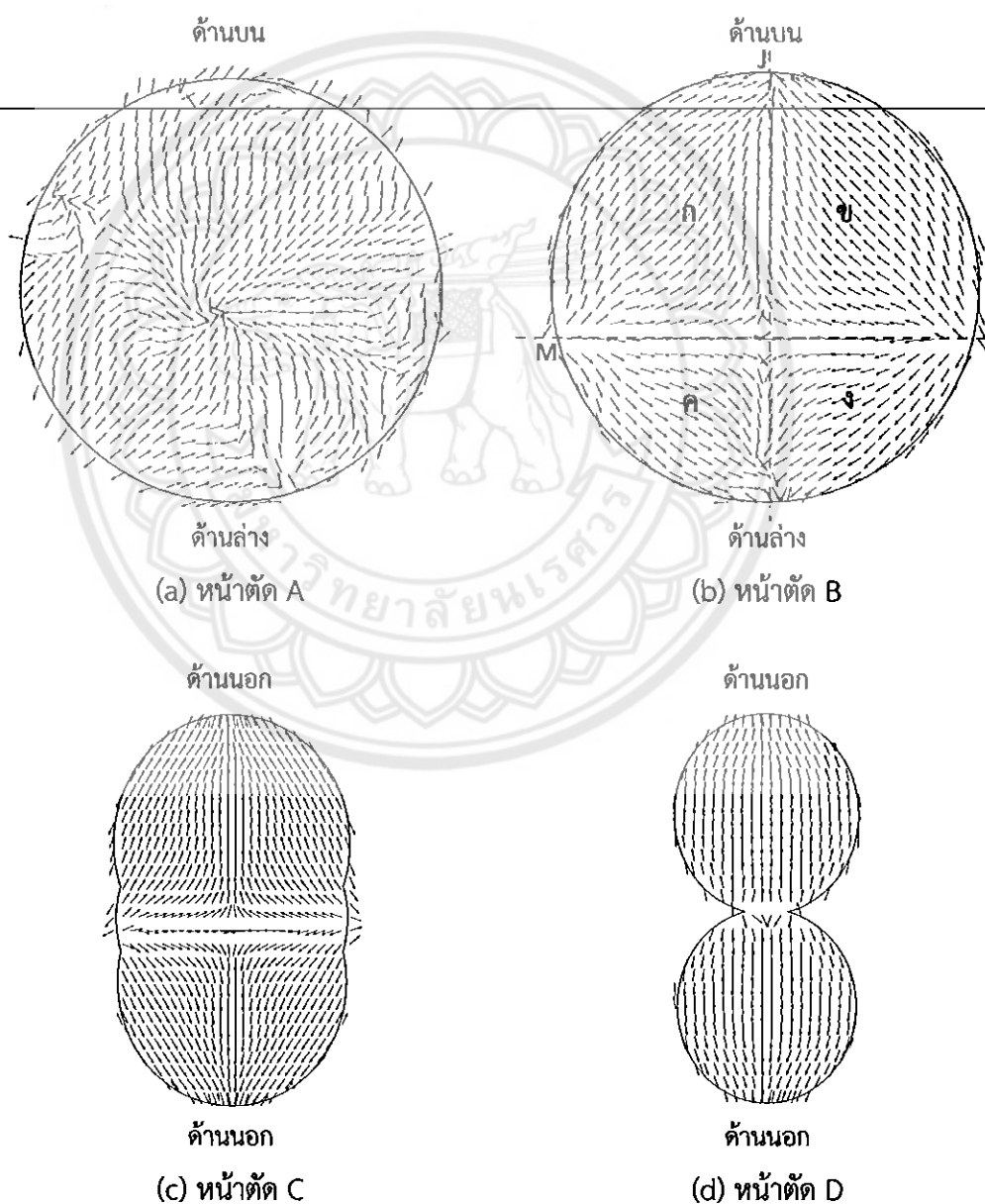
ในหัวข้อนี้เราแบ่งการพิจารณาเวกเตอร์ความเร็วออกเป็นสี่หน้าตัดคือ A, B, C และ D ของมุม 45, 50, และ 80 องศา ดังแสดงในรูปที่ 4.5-4.7 โดยพิจารณาที่ละหน้าตัดเพื่อเปรียบเทียบกันทั้งสามมุม ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

พิจารณาที่หน้าตัด A กรณีมุม 45 องศา หมุนวนอย่างค่อนข้างเป็นระเบียบเข้าสู่ศูนย์กลางในลักษณะทิศตามเข็มนาฬิกา กรณีมุม 50 องศา หมุนวนอย่างเป็นระเบียบเข้าสู่ศูนย์กลางในลักษณะทิศตามเข็มนาฬิกา และกรณีมุม 80 องศา หมุนวนที่บริเวณใกล้ผนังอย่างไร้ระเบียบในลักษณะทิศตามเข็มนาฬิกา

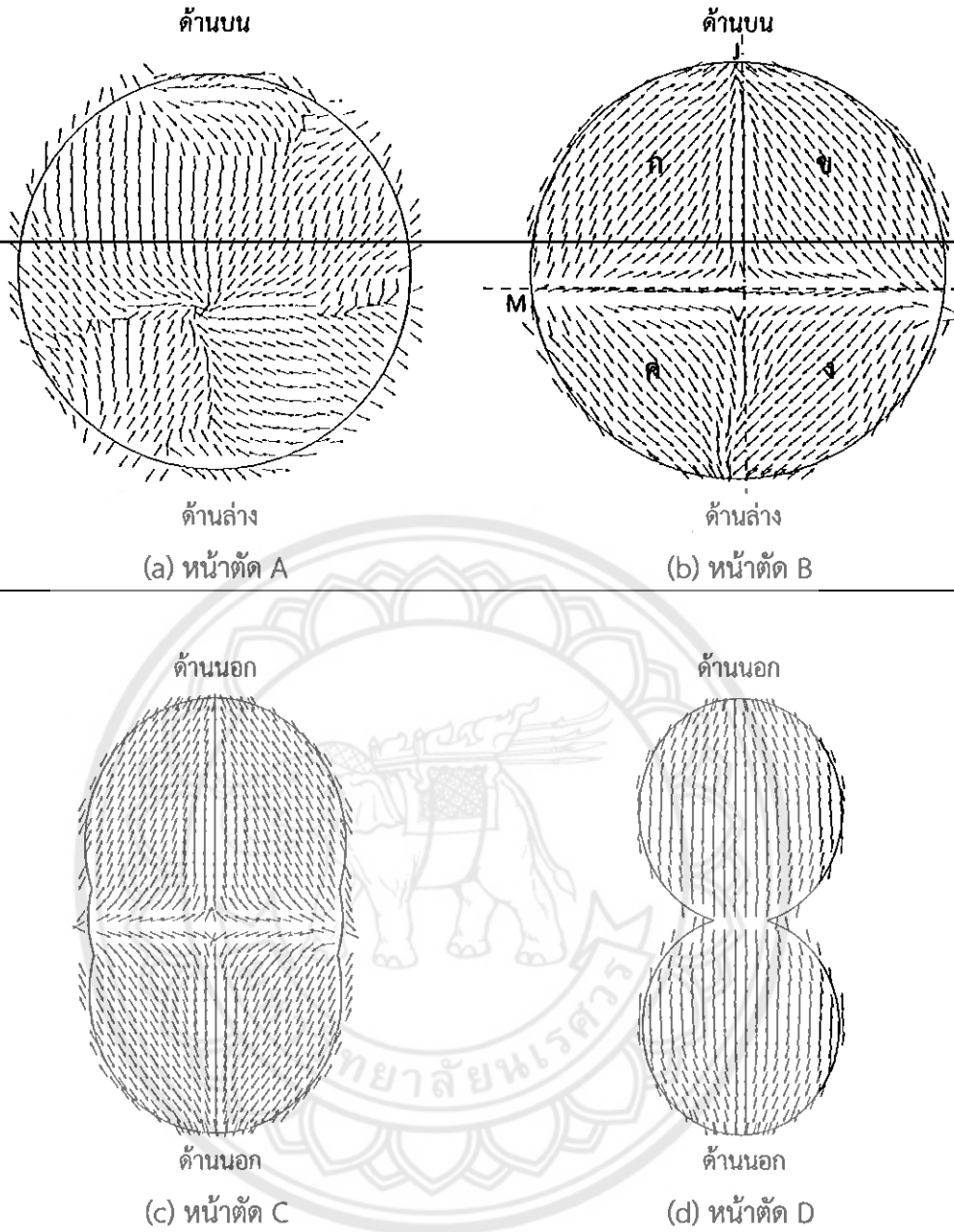
พิจารณาที่หน้าตัด B การไหลถูกแบ่งออกเป็น 4 ส่วน กล่าวคือ เส้นตั้งฉากในแนวตั้ง (Vertical line) สามารถแบ่งการไหลออกเป็นสองส่วนเท่าๆกันในทั้งสามกรณีแต่เส้นตั้งฉากในแนวนอน (Horizontal line) แบ่งครึ่งหน้าตัด B ได้ไม่เท่ากันในกรณีของ 45 องศา กล่าวคือ เส้นในแนวนอนจะค่อนข้างมาทางด้านล่าง แบ่งเส้นทางการไหลให้ไปด้านบนมากกว่ามาทางด้านล่าง สำหรับที่มุม 50 องศา การไหลจะถูกแบ่งมาทางด้านล่างมากกว่ากรณี 45 องศา และที่มุม 80 องศา การไหลถูกแบ่งออกเป็น 4 ส่วนเกือบเท่าๆกัน ด้วยเหตุนี้เองเราจึงสามารถคาดคะเนได้ว่า หากมุม Bifurcation เป็น 90 องศา การไหลผ่านหน้าตัด B มีแนวโน้มที่จะถูกแบ่งออกเป็น 4 ส่วนเท่าๆกัน การที่การไหลผ่านหน้าตัด B ถูกแบ่งออกเป็น 4 ส่วน อาจเป็นเพราะการไหลกำลังจะถูกแบ่งออกเป็น 2 ส่วนไปยังเส้นเลือดแขนง และกำลังจะเจอจุดแยก

พิจารณาที่หน้าตัด C ซึ่งเป็นหน้าตัดที่เข้าใกล้การแยกสองง่ามการไหลมีแนวโน้มเดียวกันในทุกมุม กล่าวคือ เส้นทางการไหลหมุนวนไปตามผนังโดยแยกออกเป็นสองเส้นทางที่ Bifurcation ไหล

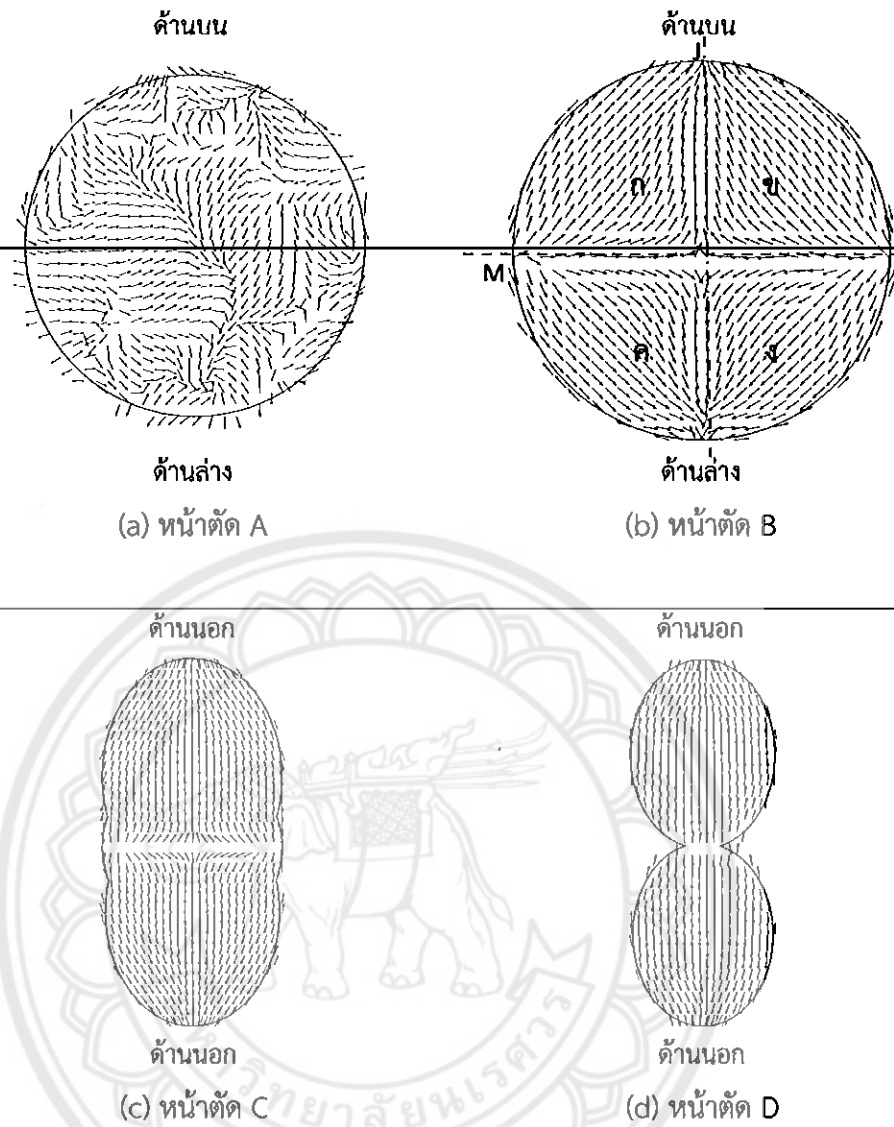
ไปทางด้านล่างและด้านบนซึ่งเป็นด้านนอกอย่างชัดเจน สำหรับความรุนแรงของการไหลสังเกตได้จากความหนาแน่นของเวกเตอร์ความเร็วที่ด้านบนและด้านล่างนั้น จากการสังเกตพบว่ามี ความหนาแน่นสูงที่สุดที่มุม 80 องศา ตามด้วยมุม 50 องศา และต่ำที่สุดที่มุม 45 องศา นอกจากนี้รูปร่างของหน้าตัดนั้นที่มุม 45 และ 50 องศา มีความคล้ายคลึงกันเนื่องจากขนาดของมุมมีค่าไม่ต่างกันมากในขณะที่มุม 80 องศา มีรูปร่างที่แตกต่างออกไปอย่างชัดเจน กล่าวคือเส้นเลือดแขนงทั้งสองข้างออกมากกว่ามุม 45 และ 50 องศา อย่างเห็นได้ชัดจึงทำให้รูปทรงเรขาคณิตของหน้าตัดต่างออกไป



รูปที่ 4.6 Velocity Vector ของมุม 45 องศาแต่ละหน้าตัดที่เส้นเลือดหลัก



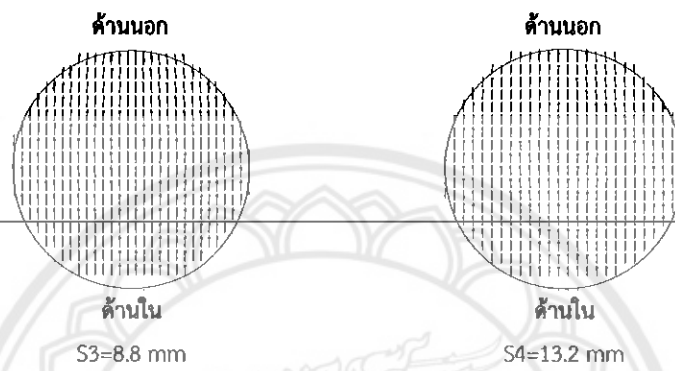
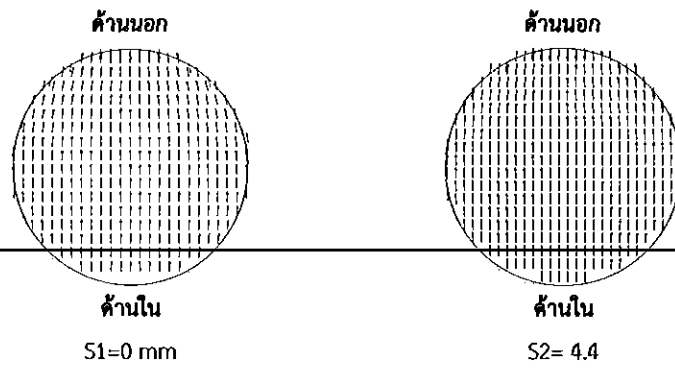
รูปที่ 4.7 Velocity Vector ของมุม 50 องศาแต่ละหน้าตัดที่เส้นเลือดหลัก



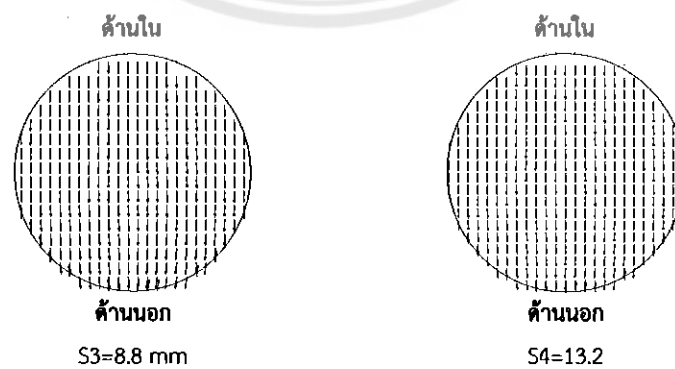
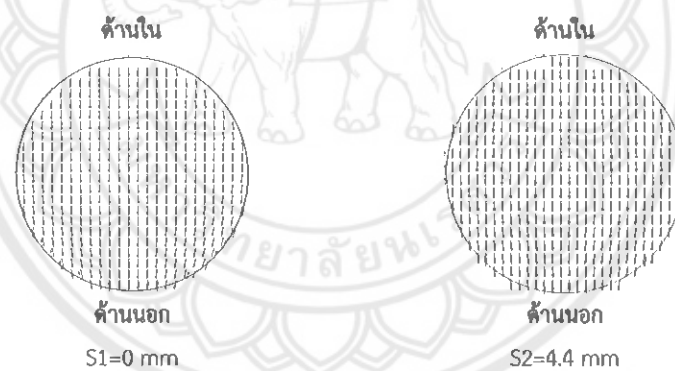
รูปที่ 4.8 Velocity Vector ของมุม 80 องศาแต่ละหน้าตัดที่เส้นเลือดหลัก

#### 4.2.2 สนามของเวกเตอร์ความเร็ว (Velocity Vector Field) ที่เส้นเลือดแขนง

เมื่อพิจารณา สนามของเวกเตอร์ความเร็วของเส้นเลือดแขนงทั้งสองเส้นในรูปที่ 4.8, 4.9 และ 4.10 สำหรับมุม Bifurcation ที่ 45, 50 และ 80 องศา ตามลำดับ พบว่าในทุกกรณีมีการไหล Skew ไปสู่ด้านนอกตามเส้นรอบรูปของวงกลมหรือผนังหลอดเลือด พฤติกรรมการไหลในลักษณะนี้อธิบายในการศึกษาของ Chen และ Lu [8] ว่าเนื่องมาจากการแยกการไหลออกเป็น 2 ทาง ทำให้เกิด Adverse Axial Pressure Gradient ซึ่งจะไปหน่วงการไหลของเลือด รวมไปถึงองค์ประกอบของแรงโน้มถ่วงในทิศตรงกันข้ามกับการไหลในเส้นเลือดแขนง ดังแสดงในรูปที่ 4.5

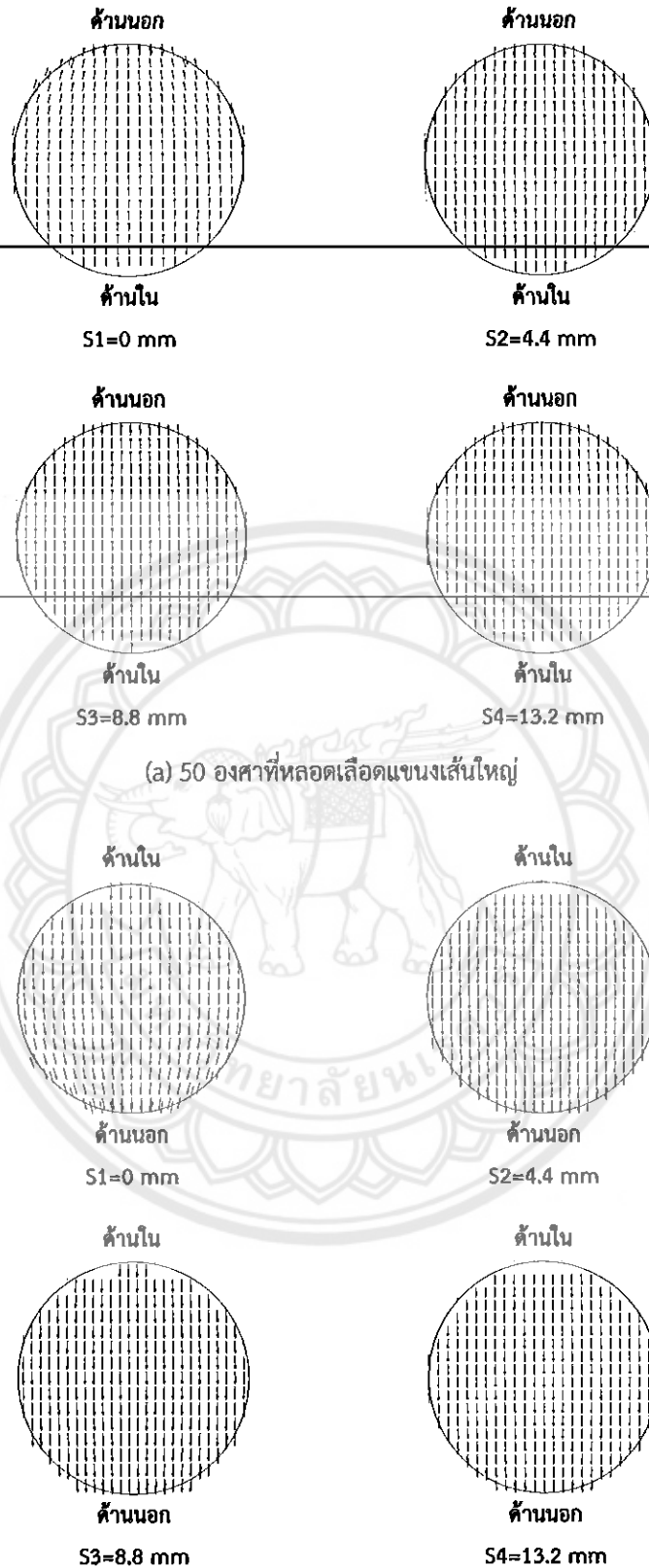


(a) 45 องศาที่หลอดเลือดแขนงเส้นใหญ่



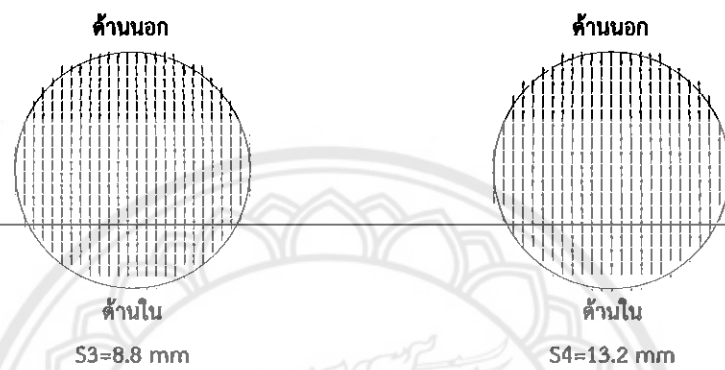
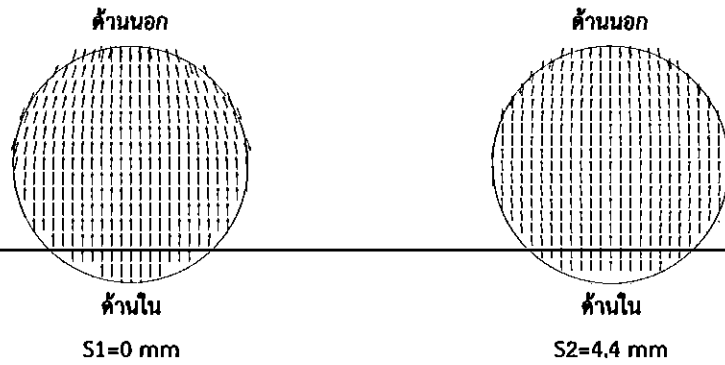
(b) 45 องศาที่หลอดเลือดแขนงเส้นเล็ก

รูปที่ 4.9 Velocity Vector ที่หลอดเลือดแขนง (a), (b) แต่ละหน้าตัด ( $S1-S4$ ) ที่มีมุม 45 องศา

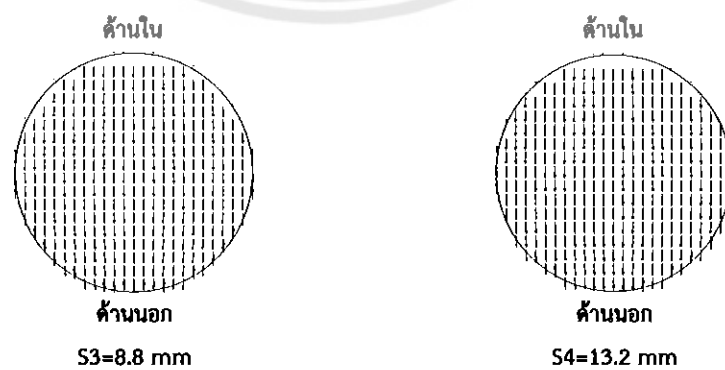
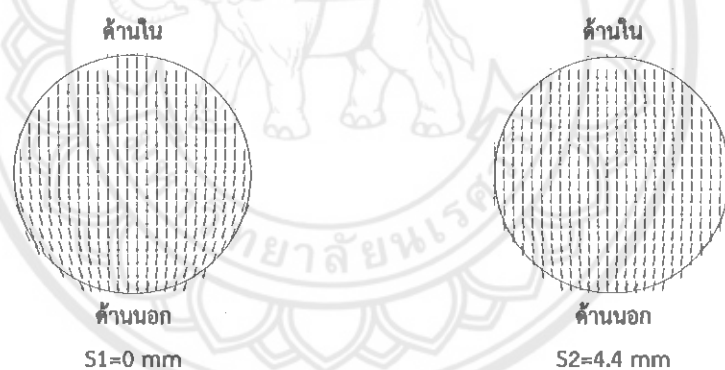


(b) 50 ฝูงปลาที่หลุดเลือดแขนงเส้นเล็ก

รูปที่ 4.10 Velocity Vector ที่หลุดเลือดแขนง (a), (b) แต่ละหน้าตัด ( $S1-S4$ ) ที่มีม 50 ฝูงปลา



(a) 80 องศาที่หลุดเลือดแขนงเส้นใหญ่



(b) 80 องศาที่หลุดเลือดแขนงเส้นเล็ก

รูปที่ 4.11 Velocity Vector ที่หลุดเลือดแขนง (a), (b) แต่ละหน้าตัด ( $S_1$ - $S_4$ ) ที่มุม 80 องศา

## บทที่ 5

### สรุปผลการทดลอง

ในการศึกษาเชิงตัวเลขของการไหลของเลือดผ่านหลอดเลือดแยกสองง่ามที่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของเส้นเลือดหลัก 4 mm เส้นเลือดแขนงเส้นใหญ่ 3.2 mm และเส้นเลือดแขนงเส้นเล็ก 3.1 mm โดยศึกษาผลกระทบของมุม Bifurcation ที่  $\alpha = 45^\circ, 50^\circ$  และ  $80^\circ$  โดยแสดงผลในรูปของความเค้นเฉือนที่ผนัง (Wall Shear Stress, WSS) และการกระจายความเร็วในรูปของเวกเตอร์ความเร็วสรุปได้ดังต่อไปนี้

#### (1) ผลของความเค้นเฉือนที่ผนัง (WSS)

ที่บริเวณ Junction ค่าของ WSS มีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกันในทุกมุม กล่าวคือ มีค่าลดลงเมื่อเริ่มเข้าสู่ Junction และเพิ่มมากขึ้นที่ใน Junction และปลายยอด Junction ตามลำดับ ที่เส้นเลือดแขนง WSS มีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกันทั้งสองเส้น โดยที่มุม 45 และ 50 องศาให้เส้นกราฟที่มีลักษณะที่คล้ายกัน กล่าวคือ มีลักษณะคล้ายเส้นตรง แต่ในกรณีมุม 80 องศา นั้นต่างออกไปโดยให้เส้นกราฟในลักษณะคล้ายกับพาราโบลา นั้นเป็นเพราะว่าผลเนื่องจากองค์ประกอบของแรงโน้มถ่วงที่มีทิศทางตรงข้ามกับทิศการไหลในมุม 45 และ 50 องศา มีค่าน้อย ในขณะที่กรณีมุม 80 องศา ผลเนื่องจากองค์ประกอบของแรงโน้มถ่วงที่มีทิศทางตรงข้ามกับทิศการไหลมีค่ามากกว่ามุม 45 และ 50 องศา จึงมีอิทธิพลต่อการไหลมากกว่า

#### (2) ผลของเวกเตอร์ความเร็ว

2.1 ที่บริเวณเส้นเลือดหลัก (หน้าตัด A) พบการไหลหมุนวนสำหรับทุกมุม Bifurcation เมื่อเริ่มเข้าสู่ Junction (หน้าตัด B) สนามการไหลแสดงลักษณะแบ่งเป็น 4 ส่วน และไหลสู่ผนังด้านบนและล่าง สำหรับบริเวณกึ่งกลางของ Junction (หน้าตัด C) นั้นรูปร่างของหน้าตัดมีลักษณะแตกต่างกันในแต่ละมุม Bifurcation เนื่องจากเหตุผลทางเรขาคณิต การไหลเริ่มแบ่งออกเป็นสองส่วนตามแนวอน และไหลสู่ผนังด้านนอก สุดท้ายที่ปลายหรือทางออกของ Junction (หน้าตัด D) การไหลแยกออกเป็นสองทาง และการไหลยังคงไปสู่ผนังด้านนอก

2.2 ที่หลอดเลือดแขนงทั้งสอง ให้สนามเวกเตอร์ความเร็วคล้ายกัน นอกจากนี้ทุกมุม Bifurcation ยังให้สนามเวกเตอร์ความเร็วที่คล้ายคลึงกัน กล่าวคือ มีลักษณะ Skew จากผนังด้านในไปยังด้านนอก เนื่องมาจาก Chen และ Lu [8] กล่าวว่า ผลของการแยกการไหลออกเป็นสองทาง



ทำให้เกิด Adverse Axial Pressure Gradient ซึ่งจะไปหน่วงการไหลของเลือด รวมไปถึงองค์ประกอบของแรงโน้มถ่วงในทิศตรงกันข้ามกับการไหลในเส้นเลือดแขนง จึงทำให้เกิดสนามเวกเตอร์ในลักษณะดังที่กล่าวมา



### เอกสารอ้างอิง

- [1] พัชรี พิพัฒวรรณกุล, ธีววิทยา ว441 ม.4 เล่ม 1, pp.102-103
- [2] วันชัย สุทธิบุญ. 2544. เอกสารประกอบสารสอนวิชาวิศวกรรมอาหาร 1. สถาบันราชภัฏสวนดุสิต.
- 
- [3] Zarandi, M. M., Olivier, F. B., Mongrain, R., (2010), Non-Newtonian Hemodynamics and Shear Stress Distribution in Three Dimensional Model of Healthy and Stented Coronary Artery Bifurcation, Excerpt from the Proceedings of the COMSOL Conference, Milan.
- 
- [4] Fan, Y., Jiang, W., Zou, Y., Li, J., Chen, J., Deng, X., (2009), Numerical simulation of pulsatile non-Newtonian flow in the carotid artery bifurcation, Acta Mech Sin, Vol. (25), pp. 249–255, DOI: 10.1007/s10409-009-0227-9.
- [5] Perktold, K., Kenner, T., Hilbert, B., Florian, H., (1988), Numerical blood flow analysis arterial bifurcation with a saccular aneurysm, Basic Res Cardio, Vol. (83), pp. 24-31, Basic Research in Cardiology.
- [6] Muraca, E., Gramigna, V., Fragomeni, G., (2009), Mathematical Model of Blood Flow in Carotid Bifurcation, Excerpt from the Proceedings of the COMSOL Conference, Milan.
- [7] Paz, D., Einav, S., Elad, D., Avidor, J., (1992), Numerical model of blood flow through a bifurcation interaction between an artery and small prosthesis, Med. & Biol, Vol. (30), pp. 543-550, Eng. & Computes.
- [8] Chen, J., Lu, X., (2006), Numerical investigation of the non-Newtonian pulsatile blood flow in a bifurcation model with a non-planar branch, Journal of Biomechanics, Vol. (39), pp. 818-832.

## ประวัติผู้ดำเนินโครงการ



ชื่อ นายกฤษนันท์ พันภูวงษ์  
 ภูมิลำเนา 160 หมู่ 9 ต. ท่าแดง อ. ทนงไผ่ จ. เพชรบูรณ์  
 ประวัติการศึกษา

- จบระดับมัธยมศึกษาจากโรงเรียนเพชรละครวิทยา
- ปัจจุบันกำลังศึกษาในระดับปริญญาตรีชั้นปีที่ 4 สาขาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

E-mail: man51\_me\_nu@hotmail.com



ชื่อ นายกิตติพงศ์ มีสนุ่น  
 ภูมิลำเนา 10/1 หมู่ 1 ต. นาสนุ่น อ.ศรีเทพ จ. เพชรบูรณ์  
 ประวัติการศึกษา

- จบระดับมัธยมศึกษาจากโรงเรียนนาสนุ่นวิทยาคม
- ปัจจุบันกำลังศึกษาในระดับปริญญาตรีชั้นปีที่ 4 สาขาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

E-mail: joekittiphong@gmail.com