

การออกแบบระบบควบคุมตำแหน่งเชิงเส้นโดยวิธีการควบคุมที่เหมาะสมที่สุด
(Design of linear position control using optimal- control)

นายเจษฎา วรรณ
นายฉัตรชัย เจียนพันธ์
นางสาววชิราภรณ์ วชิรคกุล

ห้องสมุดคณะวิศวกรรมศาสตร์	
วันที่รับ...../...../.....	
เลขทะเบียน.....	5067479 e.2
เลขเรียกหนังสือ.....	ป.ศ.
มหาวิทยาลัยนเรศวร	๑๖๕๖
	๒๕๕๒

ปริญญาานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

ปีการศึกษา 2552



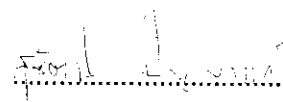
ใบรับรองโครงการงาน

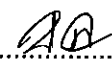
หัวข้อโครงการงาน : การออกแบบระบบควบคุมตำแหน่งเชิงเส้นโดยวิธีการควบคุมที่เหมาะสมที่สุด
(Design of linear position control using optimal-control)

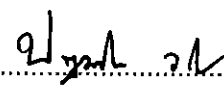
ผู้ดำเนินโครงการงาน : 1 นายเจษฎา วรรณา รหัส 47363189
 2 นายฉัตรชัย เจียนพันธ์ รหัส 47362827
 3 นางสาวชัชวราภรณ์ วชิรค์กุล รหัส 47362991
 อาจารย์ที่ปรึกษา : อาจารย์สุรัตน์ ปัญญาแก้ว
 ภาควิชา : วิศวกรรมเครื่องกล
 ปีการศึกษา : 2552

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนครสวรรค์ อนุมัติให้โครงการนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเครื่องกล

คณะกรรมการตรวจสอบโครงการงาน

.....ประธานกรรมการ
(อ.ดร.สุวตนา ปัญญาแก้ว)

.....กรรมการ
(ผศ.ดร.ปิยะนันท์ เจริญสุวรรณค์)

.....กรรมการ
(ผศ.ดร.ปฐมศก วิไลพล)

หัวข้อโครงการ : การออกแบบระบบควบคุมตำแหน่งเชิงเส้นโดยวิธีการควบคุมที่เหมาะสมที่สุด
 ผู้ดำเนินโครงการ : 1. นายเจษฎา วรรณา รหัสนิสิต 47363189
 2. นายจักรชัย เจียนพันธ์ รหัสนิสิต 47362827
 3. นางสาวชिरาภรณ์ วชิรกุล รหัสนิสิต 47362991
 อาจารย์ที่ปรึกษา : อาจารย์สุรัตน์ ปัญญาแก้ว
 ภาควิชา : วิศวกรรมเครื่องกล
 ปีการศึกษา : 2552

บทคัดย่อ

โครงการนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อออกแบบระบบควบคุมตำแหน่งเชิงเส้นโดยโครงการนี้จะแบ่งการดำเนินงานออกเป็น 2 ส่วนหลัก คือ ส่วนแรกจะเป็นการออกแบบตัวควบคุมโดยใช้กฎการควบคุมแบบ Optimal control ส่วนที่สองจะเป็นการพัฒนาโปรแกรมการจำลองภาพการควบคุมการเคลื่อนที่ทางพลศาสตร์ของกลไกโดยใช้ Simmechanics และ Simulink จากการทดลองใน Simmechanics และ Simulink พบว่าระบบควบคุมสามารถควบคุมให้ภาพของกลไกเคลื่อนที่เข้าสู่ตำแหน่งที่ต้องการได้อย่างแม่นยำและรวดเร็ว ซึ่งเป็นการพิสูจน์ว่าระบบควบคุมที่ออกแบบมาสามารถนำไปใช้งานได้จริง

Project title : Design of linear position control using optimal control

Name : 1. Mr. Chetsada Wanna Code 47363189
2. Mr. Chatchai Jianphan Code 47362827
3. Miss. Wachiraporn Washirakkul Code 47362991

Project Advisor : Mr. Surat Punyakeaw

Academic Year : 2009

Abstract

This project aims to design of linear position control by this project will be divided operation are 2 parts, it is First part for controller design by using the rules of optimal control. In second part for development an image simulation program the dynamics of motion control mechanism by using Simmechanics and Simulink. The results of the experiment using Simmechanics and Simulink it was found that; the control system can control the image of mobile into the desired position accurately and quickly which proving that the designed control system can apply effective.

กิตติกรรมประกาศ

โครงการนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดีด้วยความช่วยเหลือจากหลายๆท่านผู้จัดทำจึงถือโอกาส
นี้ขอกราบขอบพระคุณ

ขอขอบคุณอาจารย์สุรัตน์ ปัญญาแก้ว ซึ่งเป็นอาจารย์ที่ปรึกษา และคณะกรรมการการ
สอบโครงการทุกท่านที่ได้ให้คำปรึกษาชี้แนะแนวทางและข้อคิดเห็นต่างๆในการแก้ปัญหาที่เป็น
ประโยชน์อย่างสูงในการทำโครงการนี้ให้สำเร็จลุล่วงด้วยดี

ขอขอบคุณทางภาควิชาที่ให้ความสะดวกในการจัดหางบประมาณในการจัดซื้อวัสดุรวมถึง
ขอขอบคุณเจ้าหน้าที่ทุกท่านที่อำนวยความสะดวกในการขอใช้อุปกรณ์เครื่องมือต่างๆตลอดจน
การขอใช้ห้องปฏิบัติการทำโครงการ

ท้ายนี้ผู้จัดทำโครงการขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา และญาติพี่น้องของข้าพเจ้าที่
เลี้ยงดูและคอยสนับสนุนด้านการเงิน รวมทั้งเป็นกำลังใจ ให้ผู้จัดทำเสมอมาจนสำเร็จการศึกษา ใ
ฉนี้ด้วย

คณะผู้ดำเนินโครงการ

สารบัญ

	หน้า
ใบรับรองโครงงาน	ก
บทคัดย่อภาษาไทย	ข
Abstract	ค
กิตติกรรมประกาศ	ง
สารบัญ	จ
สารบัญตาราง	ช
สารบัญรูปภาพ	ซ
สารบัญกราฟ	ฅ
ลำดับสัญลักษณ์	ญ
บทที่ 1 บทนำ	
1.1 ที่มาและความสำคัญ	1
1.2 วัตถุประสงค์	1
1.3 ขอบเขต	1
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	2
1.5 ระยะเวลาและแผนการปฏิบัติงาน	2
บทที่ 2 หลักการและทฤษฎี	
2.1 ระบบควบคุม	3
2.2 การเลือกและปรับแต่งอุปกรณ์ควบคุม	8
2.3 การเลือกชนิดการควบคุม	9
2.4 DCServomotor	10
2.5 แบบจำลองปริภูมิสแตต (State space model)	11
2.5 OptimalControl	15

สารบัญ

	หน้า
บทที่ 3 การหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และการคำนวณหาค่า Optimal Control	
3.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์	16
3.2 การออกแบบและควบคุม Optimal Control	18
3.3 การสร้างแบบจำลองทาง Simmechanics	21
<hr/>	
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์	
4.1 กราฟแสดงค่า Overshoot และ ค่า setting time	22
4.2 การสร้างภาพนามธรรมโดยคอมพิวเตอร์ (visualization)	23
บทที่ 5 สรุปผลการทดลอง	
5.1 สรุปผลการวิเคราะห์	24
5.2 ข้อเสนอแนะ	24
บรรณานุกรม	25
ภาคผนวก ก แผนภาพของ Simmechanics	26
ภาคผนวก ข ตารางคุณสมบัติของวัสดุ	29
ประวัติผู้เขียนโครงการ	32

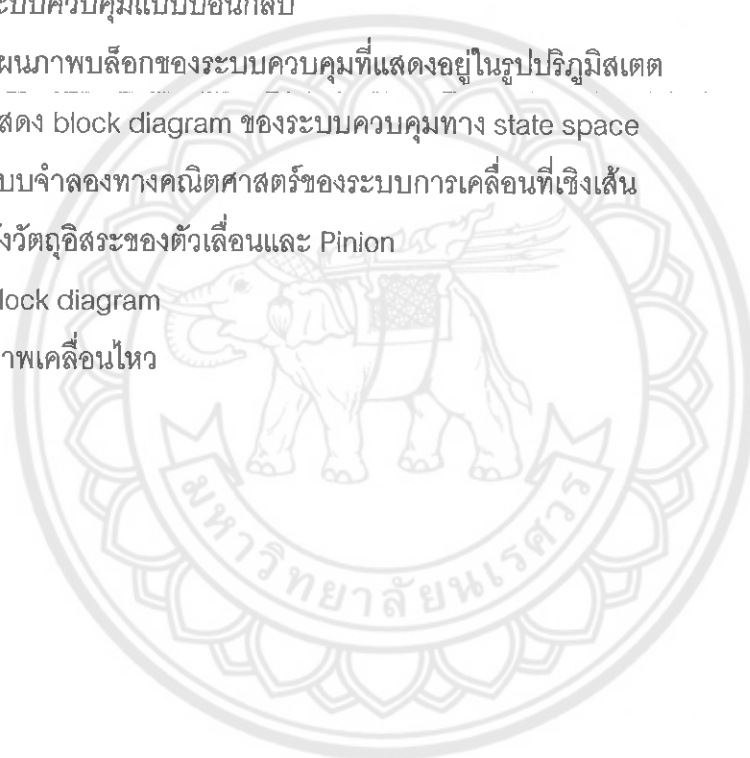
สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 1.1 ระยะเวลาและแผนการปฏิบัติงาน	2
ตารางที่ 2.1 แสดงการเปรียบเทียบการควบคุมแบบต่างๆ	8
ตารางที่ 3.1 แสดงค่าพารามิเตอร์ของระบบการเคลื่อนที่เชิงเส้น	18



สารบัญรูปภาพ

	หน้า
รูปที่ 2.1 การควบคุมระบบ	3
รูปที่ 2.2 ระบบควบคุมแบบเปิด	3
รูปที่ 2.3 ระบบควบคุมแบบป้อนกลับ	4
รูปที่ 2.4 ระบบควบคุมแบบเปิด	4
รูปที่ 2.5 ระบบควบคุมแบบป้อนกลับ	5
รูปที่ 2.6 แผนภาพบล็อกของระบบควบคุมที่แสดงอยู่ในรูปปริภูมิสเตต	12
รูปที่ 2.7 แสดง block diagram ของระบบควบคุมทาง state space	13
รูปที่ 3.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบการเคลื่อนที่เชิงเส้น	16
รูปที่ 3.2 ผังวัตถุอิสระของตัวเลื้อนและ Pinion	17
รูปที่ 3.3 Block diagram	21
รูปที่ 4.2 ภาพเคลื่อนไหวน	23



สารบัญกราฟ

	หน้า
กราฟที่ 4.1 กราฟแสดงค่าของ Overshoot และ Settling time	22
กราฟที่ 4.3 กราฟการตอบสนองของระบบ	23



ลำดับสัญลักษณ์

		หน่วย
A	เมตริกสเตต	-
B	เมตริกอินพุท	-
C	เมตริกเอ๊าท์พุท	-
D	เมตริกส่งถ่าย	-
Q	weighting matrices	-
J	ค่าตรวจนี้สมรรถนะ	-
x	ระยะทางของ Pinion	m
\dot{x}	ความเร็วเชิงเส้นของ Pinion	m/s
\ddot{x}	ความเร่งเชิงเส้นของ Pinion	m/s^2
t	เวลา	s
K	ค่าเกนเมตริก	-
M	มวลของตัวเลื่อน	kg
m	มวลของ Pinion	kg
r	ระยะรัศมีของ Pinion	m
I	โมเมนต์ความเฉื่อย	$kg \cdot m^2$
θ	มุมของ Pinion	Rad/s^2
F'	แรงของตัวเลื่อน	N
F	แรงของ Pinion กระทำต่อ Rack	N
a	ความเร่งในแนวแกน x	m/s^2
T	แรงบิด	$N \cdot m$
ω_n	ความถี่ธรรมชาติ	Rad/s
y	สัญญาณ Output	-
u	สัญญาณควบคุม Input	-
ζ	damping ratio	-
s	ตัวแปรในลาปลาซ	-
L	สัญลักษณ์การแปลงลาปลาซ	-
L^{-1}	สัญลักษณ์การนำผกผันลาปลาซ	-

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญ

ระบบควบคุมตำแหน่งจัดว่าเป็นส่วนประกอบที่สำคัญอย่างหนึ่งของหุ่นยนต์ ซึ่งการทำงานของหุ่นยนต์ในโรงงานอุตสาหกรรมนั้นจะเกี่ยวข้องกับ การจับ การหยิบ การเคลื่อนย้ายชิ้นงานและการนำชิ้นงานมาประกอบกันซึ่งการที่หุ่นยนต์จะทำงานเหล่านี้ได้นั้นล้วนแล้วแต่ต้องอาศัยหลักการของระบบควบคุมตำแหน่งทั้งสิ้น

ในการออกแบบระบบควบคุมตำแหน่งโดยทั่วไปนั้นจะคำนึงถึงเฉพาะให้ระบบมีสมรรถนะการตอบสนองตรงตามที่กำหนดไว้แต่ไม่คำนึงถึงพลังงานที่ใช้ในระบบ ดังนั้นโครงงานนี้จึงได้สนใจที่จะนำหลักการทาง optimal control มาใช้ออกแบบระบบควบคุมตำแหน่ง ทั้งนี้ก็เนื่องจากว่าวิธีการออกแบบตัวควบคุมทาง optimal control นั้นจะมีข้อดีตรงที่นอกจากจะควบคุมให้ระบบมีสมรรถนะการตอบสนองตรงตามต้องการแล้วยังเป็นการควบคุมที่คำนึงถึงการใช้พลังงานของสัญญาณควบคุมด้วย ในโครงงานนี้จะสร้างชุดสคริปต์เพื่อศึกษาการนำ optimal control ไปใช้ควบคุมตำแหน่งโดยระบบกลไกที่ใช้สคริปต์การควบคุมนั้นจะเป็นตัวเคลื่อนที่เคลื่อนที่ไปตามราวจับและตัวเคลื่อนนี้จะถูกขับเคลื่อนด้วยระบบ rack และ pinion โดยใช้มอเตอร์

แต่เนื่องจากการสร้างชุดสคริปต์ขึ้นมาจริงนั้นจะต้องใช้งบประมาณค่อนข้างสูงดังนั้นจึงนำระบบทั้งหมดที่ออกแบบมาได้ไปสร้างเป็นแบบจำลองและทดสอบใน simulink และ simmechanics

1.2 วัตถุประสงค์

1. เพื่อสร้างภาพจำลองควบคุมการเคลื่อนที่ทางพลศาสตร์ของกลไกใน Simmechanics
2. เพื่อสร้างตัวควบคุมตำแหน่งให้กับกลไกโดยจะใช้วิธีการออกแบบตัวควบคุมแบบ Optimal

Control

1.3 ขอบเขต

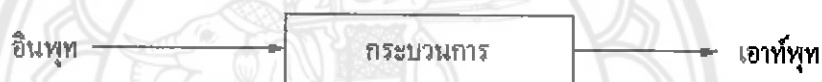
1. ในการออกแบบระบบควบคุมนี้จะไม่คำนึงถึงแรงเสียดทานที่มีอยู่ในระบบ
2. กลไกที่ใช้ควบคุมจะเป็นกลไกที่เคลื่อนที่แบบเชิงเส้นใน 1 มิติ

บทที่ 2

หลักการและทฤษฎี

2.1 ระบบควบคุม

ระบบควบคุม คือ ส่วนประกอบหลายๆส่วนต่อเชื่อมกันขึ้นเป็นระบบที่จะให้การตอบสนองตามที่ต้องการ พื้นฐานของการวิเคราะห์ระบบจะมีพื้นฐานจากทฤษฎีระบบเชิงเส้น ซึ่งจะแสดงความสัมพันธ์ของอินพุตและเอาต์พุตหรือการตอบสนอง ดังนั้นส่วนประกอบหรือกระบวนการ (Process) ที่ต้องการที่จะควบคุม สามารถแทนด้วย บล็อก (block) ดังแสดงในรูปที่ 2.1 ส่วนอินพุตและเอาต์พุตของระบบมักจะแทนด้วยสัญญาณ โดยสัญญาณอินพุตจะเป็นส่วนสำคัญของผลลัพธ์หรือเอาต์พุต



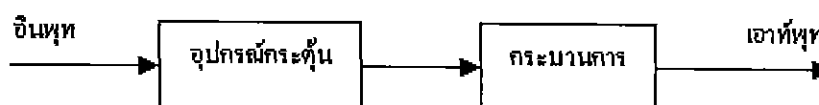
รูปที่ 2.1 การควบคุมระบบ [5]

ระบบควบคุมสามารถแบ่งออกเป็นประเภทใหญ่ๆ ตามลักษณะการทำงานได้เป็น 2 แบบคือ

1. ระบบควบคุมแบบเปิด (Open Loop Control System)
2. ระบบควบคุมแบบปิด หรือ ระบบควบคุมแบบป้อนกลับ (Closed Loop or Feedback Control System)

2.1.1 ระบบควบคุมแบบเปิด (Open Loop Control System)

เป็นการใช้อุปกรณ์ (Controller) หรือ อุปกรณ์ส่งกำลัง (Control Actuator) เพื่อให้ได้การตอบสนองตามที่ต้องการโดยไม่ต้องนำผลการตอบสนองของระบบเข้ามาสู่การพิจารณา ลักษณะของระบบควบคุมแบบเปิดแสดงในรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 ระบบควบคุมแบบเปิด [5]

2.1.2 ระบบควบคุมแบบปิด หรือ ระบบควบคุมแบบป้อนกลับ (Closed loop or Feedback control system)

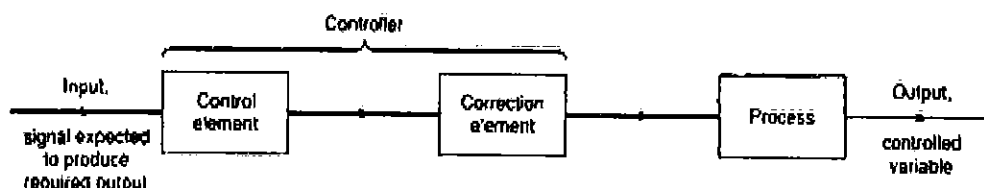
ระบบควบคุมแบบป้อนกลับจะแตกต่างจากระบบควบคุมแบบเปิดก็คือมีการนำเอาผลที่ได้จากกระบวนการกลับเข้ามาเป็นส่วนหนึ่งของข้อมูลที่จะส่งเข้าไปเป็นอินพุตที่จะให้กับระบบ การที่จะทราบค่าเอาต์พุตได้จะต้องมีการวัดข้อมูลของเอาต์พุต เมื่อทราบค่าเอาต์พุตแล้วมักจะนำค่าเอาต์พุตที่ได้ไปเปรียบเทียบกับเอาต์พุตที่ต้องการจากระบบ จากนั้นความแตกต่างระหว่างเอาต์พุตที่ต้องการและเอาต์พุตที่แท้จริงจะได้รับการส่งต่อไปสู่อุปกรณ์ควบคุม แล้วส่งต่อเป็นอินพุตเข้าสู่ระบบเพื่อให้ความแตกต่างของเอาต์พุตที่ต้องการและเอาต์พุตที่แท้จริงลดลงเรื่อยๆ จนกระทั่งไม่มีความแตกต่างระหว่างค่าทั้งสอง ดังนั้นจะได้ว่า ค่าเอาต์พุตของระบบเป็นไปตามต้องการ ระบบควบคุมแบบป้อนกลับแสดงในรูปที่ 2.3 สำหรับหลักการของการป้อนกลับที่ได้อธิบายไปแล้วนี้ถือว่าเป็นพื้นฐานของการวิเคราะห์และออกแบบระบบควบคุมอัตโนมัติ ที่ใช้กันอยู่ในปัจจุบัน



รูปที่ 2.3 ระบบควบคุมแบบป้อนกลับ [5]

2.1.3 ส่วนประกอบพื้นฐานของระบบควบคุมแบบเปิด

ในระบบควบคุมแบบเปิด สามารถพิจารณาได้ว่าระบบประกอบด้วยระบบย่อย ดังที่แสดงอยู่ในรูปที่ 2.2 ในความเป็นจริงอุปกรณ์ที่ทำงานเป็นระบบย่อยเหล่านี้ อาจจะไม่สามารถแยกออกมาเป็นส่วนๆ ได้ หรือแยกอย่างชัดเจนได้ว่าอุปกรณ์ใดทำหน้าที่อย่างไรโดยเฉพาะ แต่ว่าอุปกรณ์ในความเป็นจริงเหล่านั้น สามารถแยกหน้าที่การทำงานออกเป็นส่วนๆ ได้ตามที่แสดงในรูป 2.4



รูปที่ 2.4 ระบบควบคุมแบบเปิด [7]

ซึ่งส่วนประกอบย่อยจะประกอบด้วย

1. Control element ส่วนนี้จะพิจารณาว่าควรจะให้ระบบทำงานต่อไปอย่างไรเมื่อได้รับค่าอินพุทของระบบควบคุม

2. Correction element ส่วนนี้จะตอบสนองต่ออินพุทที่ได้รับจากส่วนของ Control element และนำไปปรับเปลี่ยนตัวแปรที่จะถูกควบคุมเพื่อให้ได้ค่าตามต้องการ

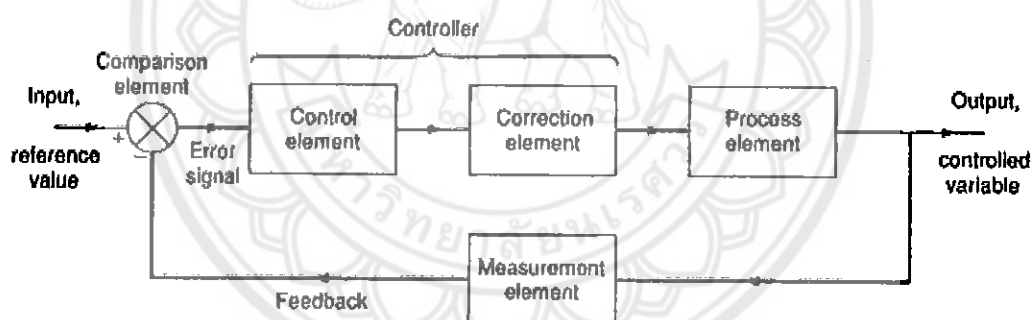
3. Process หรืออาจเรียกว่า Plant ระบบจะเป็นส่วนปฏิบัติการเพื่อให้ได้ค่าเอาต์พุทที่ต้องการออกมา

ส่วนประกอบสองส่วนแรกคือ Control element และ Correction element เมื่อรวมกันแล้ว อาจเรียกรวมกันว่า Controller

2.1.4 ส่วนประกอบพื้นฐานของระบบควบคุมแบบป้อนกลับ

ระบบควบคุมแบบป้อนกลับสามารถแยกการทำงานออกเป็นส่วนต่างได้ตามที่แสดงในรูปที่

2.5



รูปที่ 2.5 ระบบควบคุมแบบป้อนกลับ [7]

โดยส่วนต่างๆในระบบควบคุมแบบป้อนกลับนี้จะประกอบด้วย

1. Comparison element ส่วนนี้จะทำหน้าที่เปรียบเทียบค่าตัวแปรที่ต้องการออกมา หรืออาจเรียกว่าค่ามาตรฐานของตัวแปรที่ต้องการ เพื่อนำมาเปรียบเทียบกับค่าที่วัดค่าตัวแปรนั้นได้ในสภาพความเป็นจริง ซึ่งเป็นค่าเอาต์พุทของระบบ ส่วนนี้จะให้สัญญาณหรือค่าความผิดพลาดออกมา ซึ่งความผิดพลาดนี้จะบอกให้ทราบว่าขณะนี้ค่าตัวแปรที่ต้องการควบคุมนั้นมีค่าแตกต่างจากค่าที่ต้องการให้มันเป็นเท่าใด นั่นก็คือ ค่าความผิดพลาด = ค่าสัญญาณอ้างอิง - ค่าสัญญาณที่วัดได้

2. Control element เป็นส่วนที่ทำหน้าที่ตัดสินใจว่าจะต้องทำอะไร เมื่อได้รับ สัญญาณความผิดพลาด มักจะใช้คำว่า Controller เมื่อเรียกส่วนนี้รวมกับส่วน Correction element

3. Correction element ส่วนนี้มีหน้าที่กำหนดการเปลี่ยนแปลงของตัวแปร เพื่อที่จะ ลดค่าความผิดพลาดให้น้อยลงเรียกอุปกรณ์ที่ทำหน้าที่ในส่วนนี้ว่า Actuator

4. Process element กระบวนการ หรือ Plant จะเป็นระบบซึ่งต้องการควบคุมค่าตัวแปรตัวใดตัวหนึ่งหรือหลายตัว

5. Measure element ส่วนนี้จะเป็นส่วนของเครื่องมือวัด ซึ่งเครื่องมือวัดนี้จะให้ สัญญาณที่แสดงถึงขนาดของตัวแปรที่ต้องการที่จะควบคุม และเมื่อได้ค่าที่วัดแล้วก็จะมีกรป้อน สัญญาณนั้นกลับเข้าสู่ส่วนเปรียบเทียบ (Comparison element) เพื่อให้ระบบพิจารณาว่ามีความ ผิดพลาดเกิดขึ้นหรือไม่

การทำงานของระบบป้อนกลับนี้จะทำไปเรื่อยๆจนกว่าค่ามาตรฐานและค่าที่วัดได้มีค่า เท่ากันนั่นคือระบบควบคุมสามารถควบคุมให้ค่าตัวแปรที่ต้องการมีค่าตามที่กำหนดได้เรียบร้อย แล้วนั่นเองส่วนสำคัญและจำเป็นของระบบควบคุมแบบปิดก็คือส่วนป้อนกลับ ซึ่งหมายถึง สัญญาณที่ได้มาจากค่าตัวแปรที่ต้องการจริงๆ เปลี่ยนเป็นสัญญาณแล้วป้อนกลับ เพื่อเปรียบเทียบกับค่าของตัวแปรที่ต้องการ การป้อนกลับนี้จะถือว่าเป็นการป้อนกลับแบบลบซึ่งเมื่อนำสัญญาณ ป้อนกลับนี้ไปลบออกจากค่าที่ต้องการหรือค่ามาตรฐานแล้วค่าที่ได้ คือ ค่าความผิดพลาด

การป้อนกลับแบบลบนี้มีความจำเป็นในการที่ต้องการให้ค่าตัวแปรที่ต้องการควบคุมมีค่า ตรงกับความต้องการ คือ ค่าของสัญญาณมาตรฐานส่วนการป้อนกลับแบบบวกนั้นจะเกิดขึ้นเมื่อ สัญญาณป้อนกลับจะนำมาบวกกับค่ามาตรฐานแล้วค่าที่ได้ คือ ค่าความผิดพลาด

2.1.5 คำจำกัดความของระบบควบคุมพื้นฐาน มีดังนี้

1. สัญญาณด้านเข้า (Input) สัญญาณด้านเข้านั้นบางครั้งอาจเรียกอีกชื่อหนึ่งว่า อินพุทอ้างอิง (Reference input) หรือค่าที่ตั้งไว้ (Set point) ซึ่งหมายถึงค่าหรือผลตอบสนองที่ ต้องการของระบบที่ต้องการควบคุมที่กำหนดไว้ เช่น ต้องการควบคุมระยะห่างของรถไฟฟ้าให้มี ระยะห่างคงที่เท่ากับ 15 เมตร

2. ตัวควบคุม (Controller) หมายถึงเครื่องมือหรืออุปกรณ์ที่ใช้ในการสร้างสัญญาณ ควบคุมเพื่อทำหน้าที่ควบคุมให้ระบบหรือกระบวนการที่ต้องการควบคุมให้มีสัญญาณด้านออก

หรือผลตอบสนองตามที่ต้องการโดยตัวควบคุมจะมีหลายแบบ เช่น ตัวควบคุมชนิดพี (Proportional,P) ตัวควบคุมชนิดไอ (Integral, I) ตัวควบคุมชนิดดี (Derivative,D) เป็นต้น

3. กระบวนการ (Plant or Process) หมายถึงระบบหรือกระบวนการที่ถูกควบคุม หรือ อาจจะเป็นวัตถุทางกายภาพที่ถูกควบคุมก็ได้ เช่น กระบวนการในการควบคุมอุณหภูมิเตาเผา กระบวนการควบคุมระบบแกนกลในโรงงาน เป็นต้น

4. สัญญาณด้านออก (Output) หมายถึง ผลตอบสนองของระบบหรือกระบวนการที่ถูกควบคุมซึ่งโดยทั่วไปแล้วต้องการจะควบคุมให้สัญญาณด้านออกมีค่าตามสัญญาณด้านเข้า (Input) ที่กำหนด (หรือตามค่าของสัญญาณด้านเข้าที่เปลี่ยนแปลงไป) หรือมีค่าคงเดิมได้เมื่อมีการรบกวนทั้งภายในและภายนอกที่มากระทำต่อระบบควบคุม

5. การรบกวน (Disturbance) หมายถึงสัญญาณรบกวนที่อาจจะเกิดขึ้นในระบบที่ถูกควบคุม สัญญาณรบกวนนี้อาจเกิดขึ้นที่จุดใดๆในระบบก็ได้ เช่น เกิดขึ้นที่กระบวนการ เกิดขึ้นที่อุปกรณ์วัด เป็นต้น การเกิดขึ้นของสัญญาณรบกวนอาจเกิดขึ้นในเวลาใดๆทั้งที่คาดเดาได้และคาดเดาไม่ได้การรบกวนนี้แบ่งได้เป็น 2 ลักษณะ

- การรบกวนภายใน (Internal disturbance) ซึ่งอาจเกิดจากการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์ต่างๆ ของอุปกรณ์ที่ใช้ในระบบ

- การรบกวนจากภายนอก (External disturbance) เป็นการรบกวนที่เกิดขึ้นจากภายนอกระบบ แต่มีผลต่อระบบที่กำลังควบคุมอยู่ โดยทั่วไปจะถือว่าการรบกวนจากภายนอกเป็นสัญญาณด้านเข้าหนึ่งที่ไม่พึงประสงค์ของระบบควบคุม

6. อุปกรณ์วัด (Measuring instruments) หมายถึงอุปกรณ์ที่ใช้วัดหรือแปลงสัญญาณ เช่น เซนเซอร์ (Sensor) ทรานสดิวเซอร์ (Transducer) หรืออุปกรณ์แปลงสัญญาณ หรือ วัดสัญญาณอื่นๆที่ทำหน้าที่วัดค่าของสัญญาณด้านออกของระบบที่ถูกควบคุม

7. ระบบ (System) หมายถึงการนำเอาอุปกรณ์ต่างๆที่สามารถทำงานร่วมกันได้ มารวมเข้าด้วยกันเพื่อให้ทำงานได้อย่างใดอย่างหนึ่งที่ต้องการ เช่น ระบบทางกายภาพของวงจรไฟฟ้า เป็นต้น

2.2 การเลือกและปรับแต่งอุปกรณ์ควบคุม

หลักเกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินใจเลือกและปรับแต่งอุปกรณ์ควบคุมมีหลายวิธี โดยทั้งนี้จะขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ในการควบคุมและการออกแบบ ตัวอย่างเช่น ต้องการลดค่าการตอบสนองสูงสุดของระบบควบคุมให้มีค่าน้อยที่สุด ต้องการลดค่าช่วงเวลาเข้าสู่สมดุล หรือเสถียรภาพให้สั้นที่สุด หรือต้องการลดค่าความคลาดเคลื่อนรวมในการควบคุมให้มีค่าน้อยที่สุด เป็นต้น ซึ่งแน่นอนว่าการใช้หลักเกณฑ์ในการเลือกและการตัดสินใจที่แตกต่างกันย่อมจะทำให้ระบบได้รับผลของการควบคุมที่แตกต่างกันออกไป

การเลือกอุปกรณ์ควบคุมเพื่อลดความยุ่งยากในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และเหมาะกับการออกแบบระบบควบคุมทำได้ โดยการพิจารณาการตอบสนองของกระบวนการจากผลการควบคุมซึ่งสามารถแบ่งลักษณะการควบคุมได้เป็น 3 ชนิดตามที่แสดงในตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 แสดงการเปรียบเทียบการควบคุมแบบต่างๆ

การควบคุมแบบ P	การควบคุมแบบ I	การควบคุมแบบ D
<p>-ทำให้ระบบการตอบสนองของตัวแปรเข้าสู่ระบบเร็วขึ้น</p> <p>-ทำให้ระบบการควบคุมมีความคลาดเคลื่อนในการควบคุมเกิดขึ้นเสมอภายหลังการเปลี่ยนแปลงเป้าหมายของการควบคุมหรือภาระการควบคุม</p>	<p>-ทำให้ระบบการควบคุมรวมไม่มีความคลาดเคลื่อนในการควบคุมแต่มีค่าการตอบสนองสูงสุดเกิดขึ้นทำให้ความคลาดเคลื่อนในการควบคุมของกระบวนการในช่วงแรกมากกว่ากระบวนการเดิม</p> <p>-ทำให้กระบวนการตอบสนองจากตัวแปรเข้าภายนอกช้าลงเมื่อเปรียบเทียบกับกระบวนการเดิมและผลการตอบสนองมีการแกว่งเกิดขึ้นเสมอ</p> <p>-การปรับค่า KI เพิ่มขึ้นในการควบคุมจะทำให้กระบวนการตอบสนองเร็วขึ้นแต่มีการแกว่งเพิ่มขึ้น ทำให้เสถียรภาพลดลง</p>	<p>-การควบคุมแบบนี้จะส่งสัญญาณควบคุมเพื่อปรับสภาพการก่อนการคลาดเคลื่อนจริง จะเกิดขึ้นกับกระบวนการทำให้ระบบควบคุมมีผลดีกว่าการควบคุมแบบอื่น</p> <p>-การควบคุมแบบนี้จะช่วยเพิ่มเสถียรภาพของกระบวนการให้ดีขึ้น</p>

2.3 การเลือกชนิดการควบคุม

1. การเลือกใช้การควบคุมแบบ P

การควบคุมชนิดนี้จะเลือกใช้เมื่อระบบควบคุมนั้นไม่จำเป็นต้องได้ผลการควบคุมที่แม่นยำมากนัก โดยสามารถปรับค่า K_p ของอุปกรณ์ควบคุมเพื่อให้มีค่าความคลาดเคลื่อนอยู่ในช่วงที่ยอมรับได้

2. การเลือกใช้อุปกรณ์ควบคุมแบบ PD

การควบคุมชนิดนี้จะเลือกใช้เพราะการควบคุมแบบ P นั้นจะมีปัญหาในเรื่องของการเกิด Overshoot ดังนั้นจึงเพิ่มการควบคุมแบบ D เพื่อเข้ามาช่วยในการลดค่า Overshoot และทำให้ระบบมีการตอบสนองของตัวแปรเข้าสู่ระบบเร็วขึ้นและค่า Overshoot มีค่าลดลง ทำให้เสถียรภาพของระบบดีขึ้น

3. การเลือกใช้อุปกรณ์ควบคุมแบบ PI

การควบคุมชนิดนี้จะเลือกใช้เมื่อไม่ต้องการให้มีความคลาดเคลื่อนในการควบคุมเกิดขึ้นเลย

4. การเลือกใช้อุปกรณ์ควบคุมแบบ PID

แม้ว่าอุปกรณ์ควบคุมแบบ PI นั้นจะไม่ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนในการควบคุม แต่การตอบสนองของกระบวนการจะช้าลง ซึ่งการเพิ่มความเร็วของการตอบสนองโดยการปรับค่า K_p เพิ่มขึ้นจะทำให้ผลการตอบสนองของระบบรวมมีการแกว่งเพิ่มขึ้นและเสถียรภาพลดลง ดังนั้นการใช้อุปกรณ์ควบคุมแบบ PID จะทำให้ผลของการควบคุมไม่มีความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้นและสามารถปรับค่า K_p เพื่อให้กระบวนการตอบสนองเร็วขึ้นโดยเสถียรภาพของระบบยังคงเดิม

สิ่งที่สำคัญที่สุดในการออกแบบระบบควบคุมก็คือระบบควบคุมนั้นจะต้องมีความเสถียร (Stable) ซึ่งหมายความว่าเมื่อมีอินพุตที่มีค่าแน่นอนค่าหนึ่งป้อนเข้าไปในระบบแล้วค่าเอาต์พุตของระบบจะต้องมีค่าอยู่ในช่วงที่แน่นอนด้วยเหมือนกันกล่าวคือเอาต์พุตที่ได้จะต้องไม่มีค่าเข้าสู่อนันต์ หรือไม่มีขีดจำกัดนั่นเอง ยกตัวอย่างเช่น เมื่อได้รับอินพุตแบบขั้นบันไดแล้วการตอบสนองหรือเอาต์พุตของระบบจะต้องมีค่าจำกัดค่าหนึ่ง อย่างไรก็ตามหากมีระบบหนึ่งที่ได้รับฟังก์ชันขั้นบันไดค่าหนึ่งแล้วปรากฏว่าเอาต์พุตที่ได้มีค่าแน่นอนค่าหนึ่ง แต่ไม่ได้หมายความว่าระบบนี้จะเป็นระบบที่เสถียรเพราะระบบที่เสถียรจะต้องให้อาต์พุตมีค่าจำกัดเทียบต่ออินพุตแบบขั้นบันไดหลายๆแบบ

2.4 DC Servo motor

คำว่าเซอร์โวมอเตอร์เกิดจากการรวมคำว่า มอเตอร์ ซึ่งอาจเป็นดีซีหรือเอซีรวมกับคำว่า เซอร์โว ซึ่งหมายถึงระบบการควบคุม ดังนั้น ความหมายของคำว่าเซอร์โวมอเตอร์ ก็คือมอเตอร์ที่เกี่ยวข้องหรือมีส่วนเกี่ยวข้องกับการควบคุม ไม่ว่าจะเป็นการควบคุมตำแหน่งหรือการควบคุมความเร็วโดยเซอร์โวมอเตอร์ก็มี 2 แบบคือ

1. ดีซีเซอร์โวมอเตอร์
2. เอซีเซอร์โวมอเตอร์

2.4.1 โครงสร้างระบบควบคุมเซอร์โว

ระบบควบคุมเซอร์โวมอเตอร์จะเป็นระบบควบคุมแบบลูปปิด (Closed loop control) ซึ่งประกอบด้วย 3 โหมดการควบคุมคือ โหมดการควบคุมแรงบิด (Torque control mode) ซึ่งอยู่วงรอบหรือลูบในสุด โหมดการควบคุมอัตราเร็ว (Velocity control mode) และโหมดการควบคุมตำแหน่ง (Position control mode) ซึ่งอยู่ลูบด้านนอกสุด โดยมีอุปกรณ์ที่สำคัญ คือ

1. เซอร์โวมอเตอร์ (Servo Motor)
2. ชุดควบคุมการขับเคลื่อนเซอร์โว (Servo drive or Servo amplifier)
3. อุปกรณ์ป้อนกลับ (Feedback device เช่น Speed encoderและPosition sensor)

2.4.2 การควบคุมความเร็วมอเตอร์

เป็นที่ทราบกันดีว่าการควบคุมความเร็วของมอเตอร์สามารถทำได้โดยการควบคุมระดับแรงดันตกคร่อมตัวมอเตอร์และวิธีการที่นิยมใช้จะมี 2 วิธี ดังนี้

1. การปรับระดับแรงดันโดยใช้หลักการเปลี่ยนค่าความต้านทานของวงจรซึ่งทำให้แรงดันตกคร่อมเปลี่ยนไปด้วย แต่จะเห็นว่าวิธีนี้เป็นการสร้างความเสี่ยงเนื่องจากกำลังไฟฟ้าตกคร่อมตัวต้านทาน (พลังงานไฟฟ้าเปลี่ยนเป็นพลังงานความร้อน)

2. การปรับระดับแรงดันโดยการเปิดปิดแหล่งจ่ายไฟ โดยระดับแรงดันเฉลี่ยที่ได้จะขึ้นกับช่วงเปิดและช่วงปิด เรียกวิธีการนี้ว่า (Pulse width modulation) และเรียกอัตราส่วนของช่วงเปิดและช่วงปิดว่า (Duty cycle) วิธีการนี้มี ข้อเสีย คือ หากเลือกความถี่ของพัลส์ไม่เหมาะสมอาจจะทำให้มอเตอร์สันได้

2.5 ปริภูมิสแตต (State space)

การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อีกรูปแบบหนึ่ง ซึ่งสามารถประยุกต์ใช้สำหรับระบบควบคุมหลายตัวแปร (Multivariable control system) และระบบที่มีอินพุตและเอาต์พุตเพียงหนึ่ง (Single input single output) เรียกว่า แบบจำลองปริภูมิสแตต (State space model) สมมติว่าระบบควบคุมหลายตัวแปร มี n Integrators และสมมติว่ามี r อินพุต $u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t)$ ซึ่งจะได้สมการดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= f_1(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_r; t) \\ \dot{x}_2(t) &= f_2(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_r; t) \\ \dot{x}_3(t) &= f_3(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_r; t) \end{aligned} \quad (2.1)$$

และมี m เอาต์พุต $y_1(t), y_2(t), \dots, y_m(t)$ ของระบบจะเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} x(t) &= \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}, \quad f(x, u, t) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \end{bmatrix} \\ y(t) &= \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_m(t) \end{bmatrix}, \quad g(x, u, t) = \begin{bmatrix} g_1(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \\ g_2(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \\ \vdots \\ g_m(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \end{bmatrix} \\ u(t) &= \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_r(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.2)$$

จากสมการที่ (2.1) และสมการที่ (2.2) จะได้

$$\dot{x}(t) = f(x, u, t) \quad (2.3)$$

$$y(t) = g(x, u, t) \quad (2.4)$$

โดยที่สมการที่ (2.3) คือสมการสแตต (State equation) และสมการที่ (2.4) คือสมการเอาต์พุต (Output equation) ถ้าฟังก์ชันเวกเตอร์ f และหรือ g มีอิทธิพลต่อเวลา t ที่แสดงออกมา

อย่างชัดเจน ดังนั้นจะเรียกระบบนี้คือระบบที่เปลี่ยนตามเวลา (Time-varying system) ถ้าสมการที่ (2.3) และสมการที่ (2.4) เป็นสมการเชิงเส้น ดังนั้นสามารถเขียนสมการสแตต และสมการเอาต์พุตได้ดังนี้

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \quad (2.5)$$

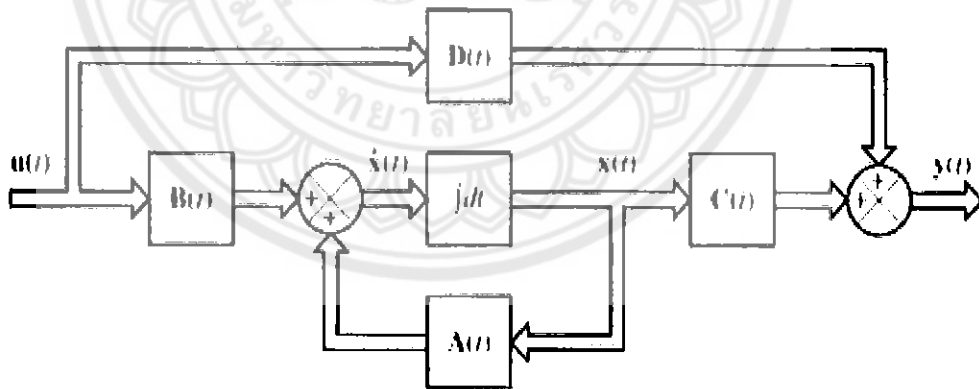
$$y(t) = C(t)x(t) + D(t)u(t) \quad (2.6)$$

การออกแบบระบบควบคุมด้วยวิธี State space นั้นมีข้อดีดังนี้

1. ใช้งานได้กับระบบหลายอินพุตและหลายเอาต์พุต
2. สามารถใช้กับระบบที่ใช้การออกแบบในโดเมนของความถี่ได้
3. สามารถใช้กับระบบที่ใช้แสดง Non linear system ที่มี Backlash , Saturation และ

Dead zone

โดยที่ $A(t)$ คือเมตริกสแตต (State matrix) $B(t)$ คือ เมตริกอินพุต (input matrix) $C(t)$ คือ เมตริกเอาต์พุต (Output matrix) และ $D(t)$ คือ เมตริกส่งถ่าย (Transmission matrix) จากสมการที่ (2.5) และสมการที่ (2.6) สามารถเขียนแผนภาพบล็อกการทำงานของแบบจำลองปริภูมิสแตต ดังแสดงในรูปที่ 2.6

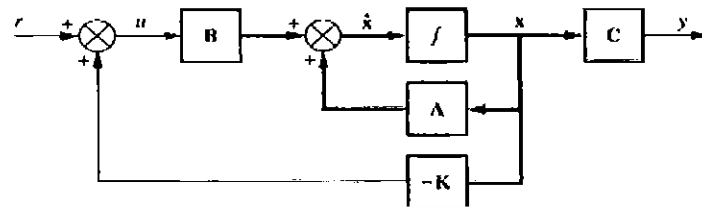


รูปที่ 2.6 แผนภาพบล็อกของระบบควบคุมที่แสดงอยู่ในรูปปริภูมิสแตต [7]

2.5.1 ระบบควบคุมทาง State space

แผนภาพระบบควบคุมทาง state space ที่มีอินพุตอ้างอิงรวมอยู่ด้วยสามารถแสดงใน

รูปที่ 2.7



รูปที่ 2.7 แสดง block diagram ของระบบควบคุมทาง state space [7]

จากรูปจะเห็นว่าตัวเสตทุกตัวจะถูกดึงป้อนกลับผ่าน gain K ไปยัง input ของระบบ u ดังนั้นจะ
ได้ว่า

$$u = -k\dot{x} \quad (2.7)$$

โดยที่

$$K = [k_1, k_2, \dots, k_n]$$

และจาก block diagram ในรูป 2.7 จะได้ state equation ของระบบควบคุมนี้เป็น

$$\dot{x} = Ax + Bu = Ax + B(-K\dot{x} + r) = (A - BK)\dot{x} + Br \quad (2.8)$$

$$y = C\dot{x} \quad (2.9)$$

และจะได้สมการ characteristic equation ของระบบปิดนี้เป็น

$$|sI - (A - BK)| = 0$$

2.5.2 ความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชันถ่ายโอน กับ สมการปริภูมิสแตต (Correlation between - Transfer function and State space equation)

ในหัวข้อนี้จะทำการศึกษาการหาฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบ จากสมการปริภูมิสแตต พิจารณาระบบซึ่งมีฟังก์ชันถ่ายโอน ดังนี้

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G(s)$$

และระบบอาจเขียนแสดงในรูปแบบของปริภูมิสแตต ได้ดังนี้

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2.10)$$

$$y = Cx + Du \quad (2.11)$$

โดยที่ x คือ เวกเตอร์สเตต u คืออินพุต และ y คือเอาต์พุต เมื่อทำ Laplace transform สมการที่ (2.10) และสมการที่ (2.11) จะได้

$$sX(s) - x(0) = AX(s) + BU(s) \quad (2.12)$$

$$Y(s) = CX(s) + DU(s) \quad (2.13)$$

และเมื่อให้เงื่อนไขเริ่มต้นเท่ากับศูนย์ จะได้

$$s\bar{X}(s) - AX(s) = \bar{B}U(s) \quad (2.14)$$

หรือ

$$(sI - A)X(s) = BU(s) \quad (2.15)$$

โดยนำ $(sI - A)^{-1}$ คูณเข้าไปทั้งสองข้าง ซึ่งจะได้

$$\bar{X}(s) = (sI - A)^{-1} \bar{B}U(s) \quad (2.16)$$

แทนค่า $X(s)$ ลงสมการ(2.13)

$$Y(s) = C(sI - A)^{-1} \bar{B}U(s) + DU(s) \quad (2.17)$$

จัดรูปสมการใหม่ ได้ดังนี้

$$Y(s) = (C(sI - A)^{-1} \bar{B} + D)U(s) \quad (2.18)$$

จะสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชันถ่ายโอน ที่แสดงอยู่ในรูปของปริภูมิสเตต ได้ดังนี้

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = C(sI - A)^{-1} \bar{B} + D = G(s) \quad (2.19)$$

2.6 Optimal control

Optimal control นั้นเป็นวิธีการหาการควบคุมที่ทำให้บรรลุข้อกำหนดของความเหมาะสมที่สุด โดยข้อกำหนดนี้จะอ้างอิงกับดรรชนีสมรรถนะซึ่งค่าดรรชนีสมรรถนะนี้นั้นจะมีรูปแบบสมการโดยทั่วไปเป็น

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\dot{x}^T Q \dot{x} + \dot{u}^T R \dot{u}) dt \quad (2.20)$$

โดยที่ Q และ R เป็นเมตริกสมมาตร (symmetric matrix) และจะเรียกเมตริกทั้งสองว่า weighting matrices ซึ่งโดยทั่วไปเมตริก Q และ R นั้นจะเป็นเมตริกทแยง (diagonal matrix)

สำหรับหลักการออกแบบตัวควบคุมทาง Optimal control นั้นจะเป็นการหาการควบคุมที่ทำให้ดรรชนีสมรรถนะมีค่าต่ำสุดโดยกฎการควบคุมนั้นจะมีรูปแบบสมการเป็น

$$\dot{u} = -K\dot{x} \quad (2.21)$$

โดยที่ K เป็นเกนเมตริก (gain matrix) ซึ่งค่าเกนเมตริกที่ทำให้ดรรชนีสมรรถนะมีค่าต่ำสุดได้นั้นจะต้องเป็นไปตามเงื่อนไขดังนี้

$$K = B^T P r^{-1} \quad (2.22)$$

และ

$$A^T P + P A + Q - P B B^T P r^{-1} = 0 \quad (2.23)$$

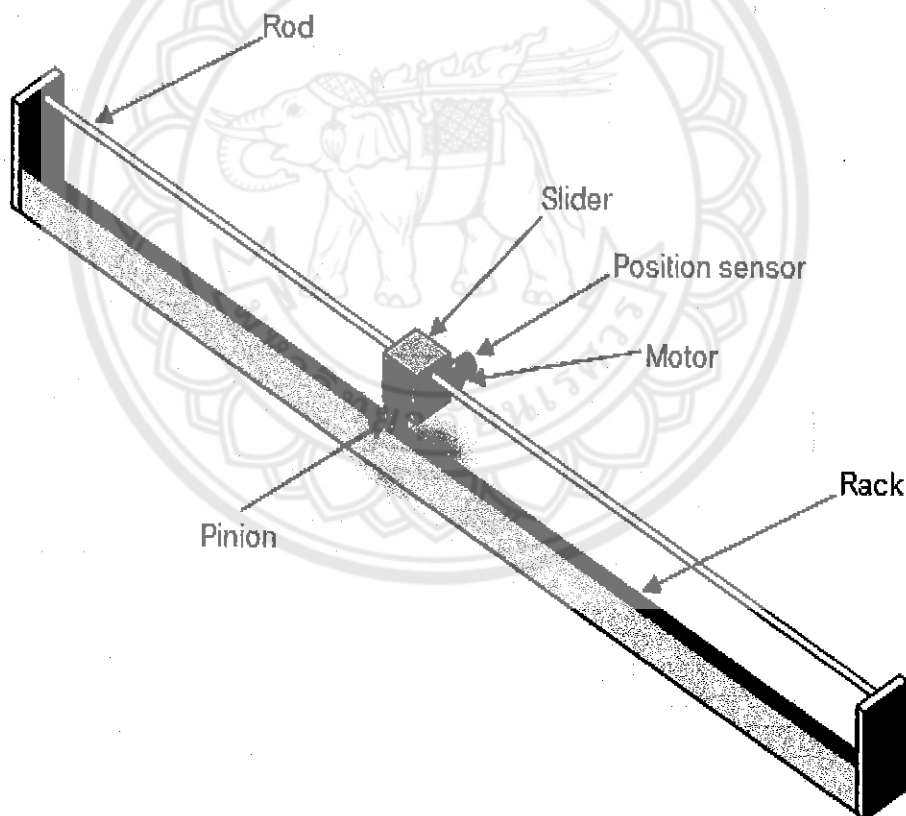
โดยจะเรียกสมการที่(2.23) ว่า riccati equation

บทที่ 3

การหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และการคำนวณหาค่า Optimal Control

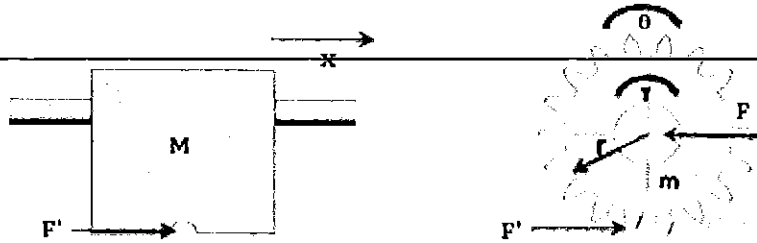
3.1 การหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบการเคลื่อนที่เชิงเส้น

ในโครงการนี้จะเลือกใช้ระบบควบคุมแบบปิดหรือแบบป้อนกลับและชนิดการควบคุมเป็นแบบ PID กลไกที่ใช้ในระบบควบคุมจะมีส่วนประกอบตามที่แสดงในรูป 3.1 จากรูป Pinion จะชนกับ Rack ซึ่ง Pinion นี้จะติดกับตัวเลื่อน ดังนั้นเมื่อ Pinion หมุนก็จะพาตัวเลื่อนเคลื่อนที่ไปตามราวจับ



รูปที่ 3.1 ภาพแสดงส่วนประกอบของแบบจำลองกลไก

เมื่อถอดแยกตัวเลื่อนและ Pinion ออกมาก็สามารถแสดงเป็น free body diagram ได้ตามรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 ผังวัตถุอิสระของตัวเลื่อนและ Pinion

พิจารณาที่ตัวเลื่อน (slider)

เนื่องจากตัวเลื่อนเคลื่อนที่แบบแนวตรง ดังนั้นจากกฎข้อที่ 2 ของนิวตันจะได้ว่า

$$\Sigma F = ma ; F' = M\ddot{x} \quad (3.1)$$

พิจารณาที่ Pinion

เนื่องจาก Pinion เคลื่อนที่แบบทั่วไป ดังนั้นจากกฎข้อที่ 2 ของนิวตันจะได้

$$\Sigma \vec{F}_x = m\vec{a}_x ; F = F' + m\ddot{x} \quad (3.2)$$

และ

$$\Sigma T = I\alpha ; T - Fr = I\ddot{\theta} \quad (3.3)$$

ในที่นี้จะประมาณว่า Pinion เป็นแผ่นจานกลม ดังนั้น $I = \frac{1}{2}mr^2$ และเนื่องจาก $\ddot{\theta} = \frac{\ddot{x}}{r}$ ดังนั้น

จากสมการ (3.1) - (3.3) จะได้เป็น

$$T = \left(Mr + \frac{3}{2}mr \right) \ddot{x} \quad (3.4)$$

จากสมการ (3.4) จะสามารถเลือกกำหนดตัวแปร state ได้ดังนี้

$$x_1 = x$$

$$x_2 = \dot{x}_1$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{\left[Mr + mr + \frac{1}{2}mr \right]} T$$

$$y = x_1$$

ดังนั้นจะได้สมการ State space ของระบบออกมา

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{Mr + \frac{3}{2}mr} \end{bmatrix} T$$

$$[y] = [1 \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad \text{เมื่อ } y = x_1$$

ในที่นี้จะเลือกตัวเลื่อนเป็นวัสดุที่ทำจาก Polyethylene และ Pinion เป็นวัสดุที่ทำจาก Stainless steel AISI 304 จากภาคผนวก ข สามารถแสดงค่าคุณสมบัติทางกายภาพของตัวเลื่อน และ Pinion ได้ตามตาราง 3.1 ดังนี้

ตารางที่ 3.1 แสดงค่าพารามิเตอร์ของตัวเลื่อนและ Pinion

พารามิเตอร์	คำอธิบาย	ค่าคงที่
M	มวลของตัวเลื่อน	0.0138 kg
m	มวลของ Pinion	0.03 kg
r	ระยะรัศมีของ Pinion	0.01 m

นำค่าพารามิเตอร์ทั้งหมด ไปแทนลงในสมการ State space แล้วจะได้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1700.7 \end{bmatrix} T \quad (3.5)$$

$$[y] = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

3.2 การออกแบบระบบควบคุมทาง Optimal Control

แม้ว่าในที่นี้จะสนใจควบคุมตำแหน่ง x_1 ก็ตามแต่จะรวม x_2 เข้าไปในสมการดรชนีด้วยทั้งนี้ก็เพื่อต้องการควบคุม Over shoot ของการตอบสนองให้เป็นไปตามต้องการด้วย ดังนั้นจะเขียนสมการดรชนีได้เป็น

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x_1^2 + qx_2^2 + ru^2) dt \quad (3.7)$$

เพราะฉะนั้นจากสมการดรชนีเมตริก Q จึงมีค่าเป็น

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & q \end{bmatrix}$$

เนื่องจากเมตริก P ในสมการ Riccati equation นั้นจะต้องเป็นเมตริกสมมาตร ดังนั้นจึงเลือกกำหนดเมตริก P เป็น

$$P = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 \\ p_2 & p_3 \end{bmatrix}$$

ดังนั้นจะได้ค่าแต่ละเทอมในสมการ Riccati equation ออกมาเป็น

$$A^T P = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ p_1 & p_2 \end{bmatrix}$$

$$P A = \begin{bmatrix} 0 & p_1 \\ 0 & p_2 \end{bmatrix}$$

$$P B B^T P r^{-1} = \begin{bmatrix} (1700.7)^2 P_2^2 & (1700.7)^2 P_2 P_3 \\ (1700.7)^2 P_2 P_3 & (1700.7)^2 P_3^2 \end{bmatrix} r^{-1}$$

เมื่อนำค่าแต่ละเทอมนี้ไปแทนลงในสมการ Riccati equation แล้วจะสามารถแยกออกมาเป็น 3

สมการ ดังนี้

$$1 - (1700.7)^2 P_2^2 r^{-1} = 0 \quad (3.8)$$

$$2P_1 - 2(1700.7)^2 P_2 P_3 = 0 \quad (3.9)$$

$$(P_2 + q) - (1700.7)^2 P_3^2 = 0 \quad (3.10)$$

เมื่อทำการแก้สมการทั้ง 3 นี้ จะได้ผลออกมาเป็น

$$p_1 = (1700.7)^2 P_2 P_3 / r \quad (3.11)$$

$$p_2 = \frac{1}{1700.7} \cdot \sqrt{r} \quad (3.12)$$

$$p_3 = \frac{1}{1700.7} \cdot \sqrt{(p_2 + q)r} \quad (3.13)$$

ดังนั้นจะได้ค่าเมตริกเกน K เป็น

$$K = B^T P r^{-1} = \begin{bmatrix} \sqrt{r} & \sqrt{(p_2 + q)r} \end{bmatrix} r^{-1}$$

และจะได้กฎการควบคุมเป็น

$$T = -K\bar{x} = -\begin{bmatrix} \sqrt{r} & \sqrt{(p_2 + q)r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} r^{-1} = -\sqrt{r} r^{-1} x_1 - r^{-1} \cdot \sqrt{(p_2 + q)r} x_2$$

ในที่นี้จะให้ความสำคัญของการควบคุมตำแหน่ง x กับการควบคุมการใช้พลังงานของระบบมีค่าเท่ากัน ดังนั้น $r = 1$ และจะได้กฎการควบคุมออกมาเป็น

$$T = -x_1 - \sqrt{(0.000588 + q)} x_2 \quad (3.14)$$

และเมื่อนำกฎการควบคุมนี้ไปแทนลงในสมการการเคลื่อนที่ของระบบแล้วจะได้

$$\ddot{x}_2 + \sqrt{(0.000588 + q)}\dot{x}_2 + x_1 = 0$$

หรือ

$$\ddot{x} + \sqrt{(0.000588 + q)}\dot{x} + x = 0 \quad (3.15)$$

ถ้าระบบมีเงื่อนไขเริ่มต้นเป็น $x(0) = 0 \text{ m}$; $\dot{x}(0) = 1 \text{ m/s}$ แล้วเมื่อทำการ Take Laplace ทั้งสองข้างของสมการแล้วจะได้

$$x(s) = \frac{1}{s^2 + 2 \frac{\sqrt{0.000588 + q}}{2} (1)s + 1} \quad (3.16)$$

จากสมการ $x(s)$ ที่ได้จะเห็นว่าระบบนี้เป็นระบบอันดับที่ 2 ดังนั้นเมื่อนำสัมประสิทธิ์ที่ตัวส่วนของ $x(s)$ ไปเทียบกับสัมประสิทธิ์ของสมการ Characteristic equation ของระบบอันดับที่ 2 โดยทั่วไปแล้วจะได้

$$\omega_n = 1$$

$$\zeta = \frac{\sqrt{0.000588 + q}}{2}$$

การตอบสนองของ $x(s)$ นี้จะขึ้นอยู่กับ ζ ซึ่งจะเป็นไปได้ 2 กรณี ดังนี้

1. Over damped ($\zeta > 1$)

ในกรณีนี้ตัวส่วนของ $x(s)$ สามารถแยกเป็นแฟคเตอร์ได้ ดังนี้

$$x(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{0.000588 + q}s + 1} = \frac{1}{(s+a)(s+b)} \quad (3.17)$$

โดยที่

$$a = \zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}$$

$$b = \zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}$$

และเมื่อทำ Inverse Laplace transform ออกมาจะได้เป็น

$$x(t) = L^{-1}[x(s)] = \frac{1}{b-a} (e^{-at} - e^{-bt}) \quad (3.18)$$

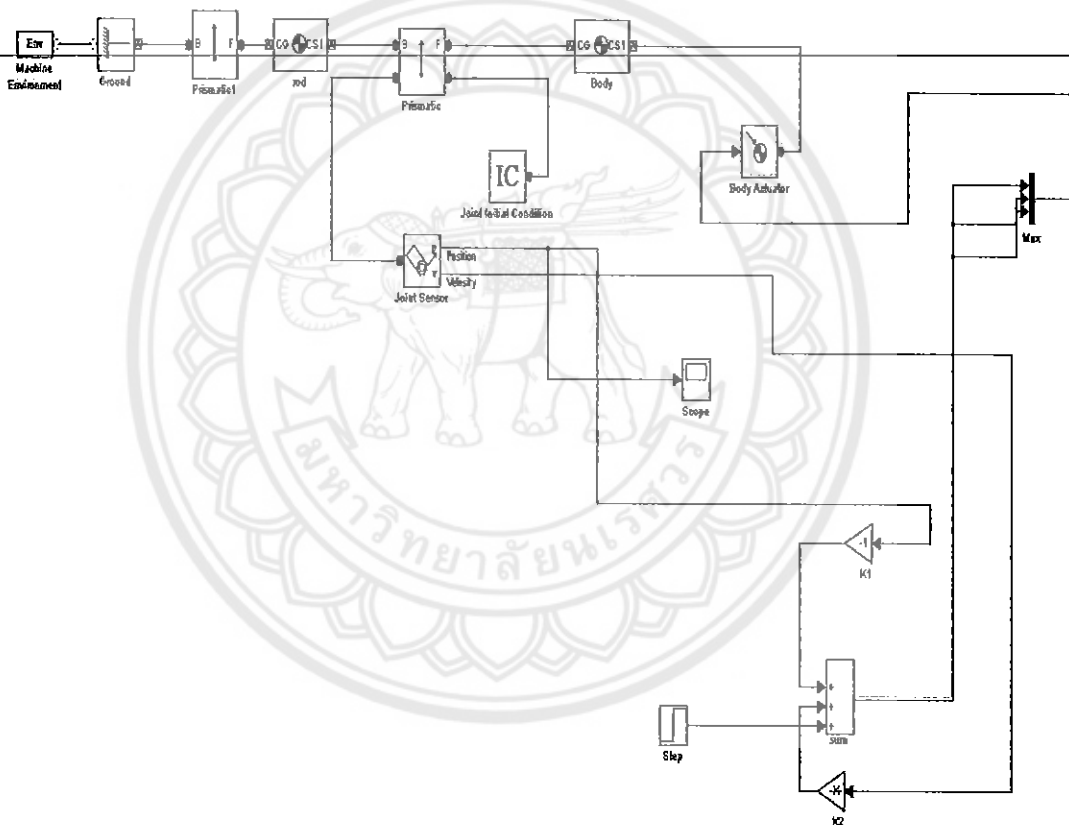
2. Under damped ($0 < \zeta < 1$)

ในกรณีนี้รากคำตอบของ $x(s)$ จะมีรูปแบบเป็นจำนวนเชิงซ้อน และเมื่อทำ Inverse Laplace transform จะได้ผลออกมาเป็น

$$x(t) = L^{-1}[x(s)] = \frac{\omega_n}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t \quad (3.19)$$

3.3 การสร้างแบบจำลองทาง simmechanic

Simmechanics เป็นเครื่องมือหนึ่งที่อยู่ใน Simulink มีไว้สำหรับสร้างแบบจำลองของระบบวัตถุแข็งเกร็งที่มีการเชื่อมต่อกันแบบข้อต่อ ใน Simmechanics นั้นระบบวัตถุแข็งเกร็งนั้นจะถูกแทนด้วยแผนภาพ (block diagram) นอกจากนี้ใน Simmechanics ยังมีเครื่องมือสำหรับแสดงภาพเคลื่อนไหวทั้งก่อนและระหว่างการเคลื่อนที่อีกด้วย สำหรับกลไกและระบบควบคุมที่ออกแบบมาได้ของโครงการนี้นั้นสามารถนำมาแสดงเป็นแผนภาพใน Simmechanics ได้ตามรูป 3.3 โดยความหมายของแต่ละ block นั้นได้แสดงไว้ในภาคผนวก



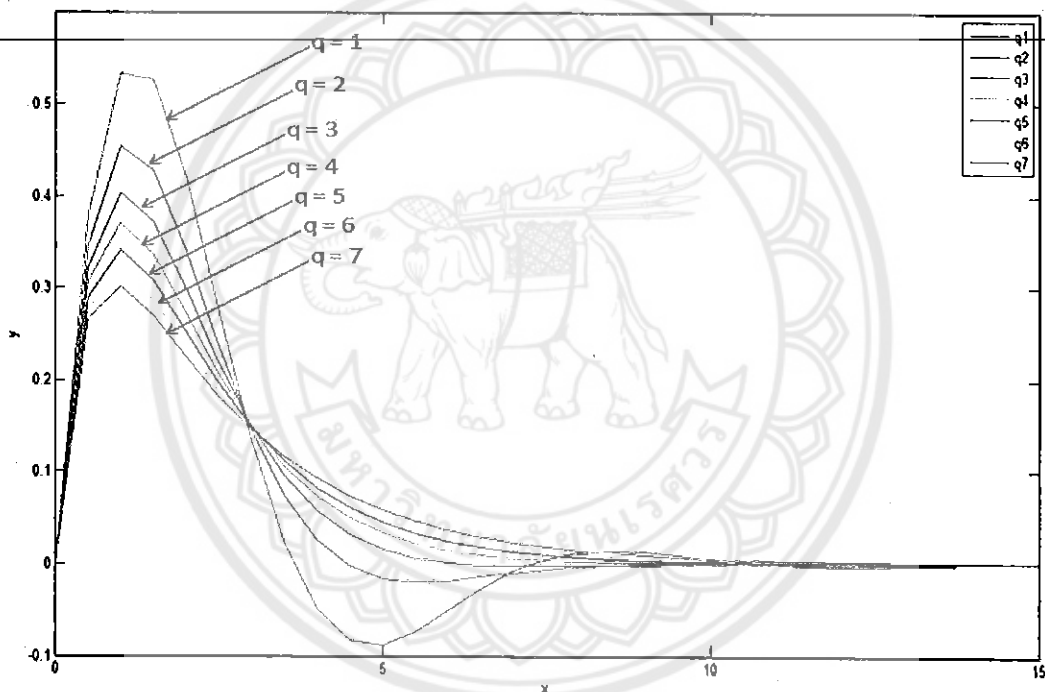
รูปที่ 3.3 Block diagram

บทที่ 4

ผลการทดลองและการวิเคราะห์

4.1 การทดสอบสมรรถนะของระบบควบคุม

การทดลองในหัวข้อนี้จะเป็นการทดสอบดูผลการตอบสนองแบบอิสระ (การตอบสนองที่ input มีค่าเป็นศูนย์) โดยระบบจะมีตำแหน่งเริ่มต้นเป็นศูนย์ และมีความเร็วเริ่มต้นเป็น 1 m/s ซึ่งจากสมการ (3.18) และ (3.19) สามารถนำมาเขียนเป็นกราฟได้ในรูป



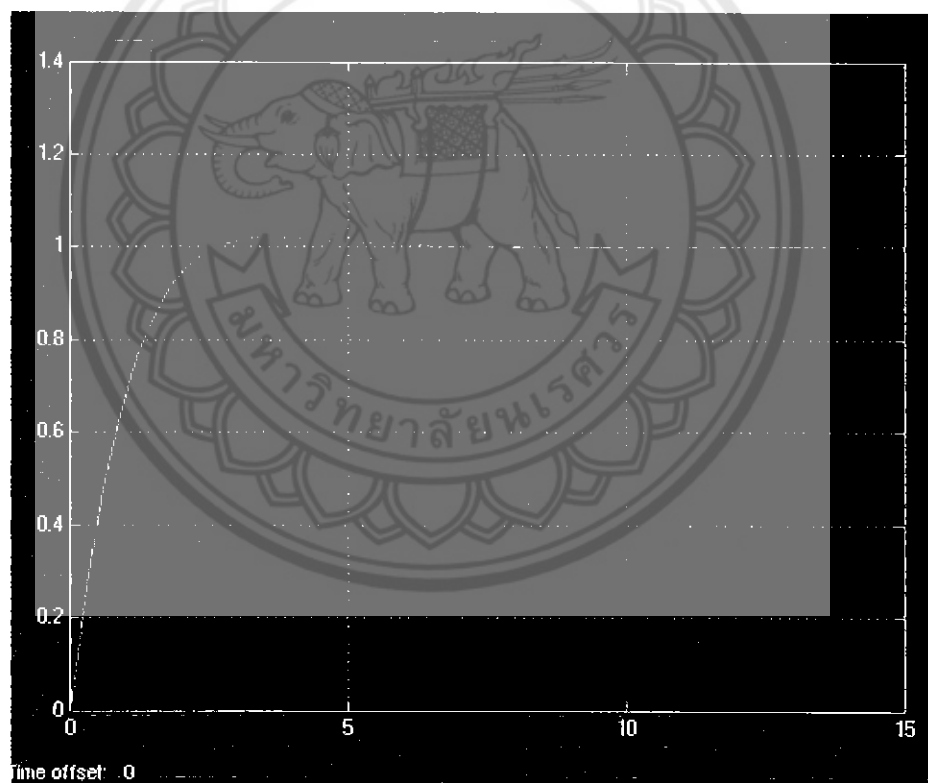
กราฟที่ 4.1 กราฟแสดงค่าของ Overshoot และ Setting time

จากรูปจะเห็นว่าเส้นกราฟที่มีค่า q เท่ากับ 1, 2 และ 3 นั้น จะมีการตอบสนองแบบ under damped และเมื่อนำกราฟทั้ง 3 เส้น มาเปรียบเทียบกันจะพบว่าเมื่อค่า q เพิ่มขึ้นแล้วจะทำให้ค่า Setting time และ Overshoot จะลดลง ส่วนในกรณีที่ค่า q มากกว่า 3 นั้น การตอบสนองจะเป็นแบบ over damped ซึ่งเมื่อเปรียบเทียบระหว่างกราฟของ Over damped แล้วจะเห็นว่าเมื่อค่า q สูงขึ้น ค่า Setting time จะเพิ่มขึ้นแต่ค่า Overshoot จะลดลง และเมื่อนำกราฟทั้งหมดมาเปรียบเทียบกันจะเห็นว่ากราฟที่ค่า $q = 3$ นั้น จะมีการตอบสนองที่ดีที่สุดทั้งนี้ เนื่องจากกราฟการตอบสนองที่ค่า q ค่านี้นั้นจะมี settling time ต่ำสุด อีกทั้ง Over shoot ก็มีค่าต่ำด้วย

4.2 การสร้างภาพนามธรรมโดยคอมพิวเตอร์ (visualization)

แบบจำลองที่สร้างขึ้นใน Simmechanics ตามรูปที่ 3.4 สามารถนำมาแสดงเป็นภาพเคลื่อนไหวได้ในรูป 4.2

รูปที่ 4.2 ภาพเคลื่อนไหว



รูปที่ 4.3 กราฟแสดงการตอบสนองของระบบ

ในการทดลองนี้จะทดสอบสั่งการให้ภาพก้อนมวลเคลื่อนที่จากจุดเริ่มต้นไปเป็นระยะทาง 1 เมตร โดยจะเลือกทดสอบที่ q เท่ากับ 3 ซึ่งจากการทดลองจะได้กราฟการตอบสนองออกมาในรูปที่ 4.3 จากรูปจะเห็นว่าในช่วง transient response จะมีค่า setting time เท่ากับ 5 วินาที และสุดท้ายกราฟจะลู่เข้าสู่ 1 ซึ่งเป็นตำแหน่งที่ต้องการ

บทที่ 5

สรุปผลการทดลอง

5.1 สรุปผลการวิเคราะห์

โครงการนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อนำหลักการ Optimal Control มาออกแบบตัวควบคุมที่จะนำไปใช้ควบคุมตำแหน่งของระบบทางกลที่มีการเคลื่อนแบบเชิงเส้นใน 1 มิติ จากการทดลองใน Simmechanic พบว่าระบบควบคุมสามารถควบคุมให้ภาพก่อนมวลเคลื่อนที่ไปยังตำแหน่งที่ต้องการได้อย่างแม่นยำอีกทั้งยังมีสมรรถนะการตอบสนองที่เหมาะสมตามที่ต้องการอีกด้วย

5.2 ข้อเสนอแนะ

เนื่องจากการใช้งานในระบบจริงมีการอิมพัลส์ของมอเตอร์และการเกิด Backlash ในระบบเกียร์ ดังนั้นเพื่อให้การออกแบบในระบบจริงควรคำนึงถึงสิ่งเหล่านี้เพื่อให้เกิดข้อผิดพลาดที่น้อยที่สุด

ปี ๒๐๖๗๕๗

มร.

บรรณานุกรม

๙๗๕๕๓

๒๕๖๖

C:2

-
- [1] PRABHA KUNDER "Power system and Control" McGraw Hill, 1994
- [2] รศ.ดร.มนัส สังวรศิลป์ และ วรรัตน์ ภัทรอมรกุล "คู่มือการใช้งานMATLABฉบับสมบูรณ์".
พิมพ์ครั้งที่ 1.กรุงเทพฯ :2543
- [3] รศ.ดร.วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ " การควบคุมระบบพลศาสตร์ "(Control of Dynamic System),
พิมพ์ครั้งที่ 2 ,จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2548
- [4] รศ.ดร.เดวิด บรรณเจตพงศ์ชัย " ระบบควบคุมพลวัต การวิเคราะห์ การออกแบบ และการ
ประยุกต์ "(Control Systems Analysis , Design and Application) , พิมพ์ครั้งที่ 1 ,
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2551
- [5] รศ.สุมาลี อุณหวนิชย์ " ระบบควบคุม " (Control System) , พิมพ์ครั้งที่ 1 , จุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย 2545
- [6] รศ.ดร.ฟูศักดิ์ ชิวสุวิทย์ " ระบบควบคุมย้อนกลับ " พิมพ์ครั้งที่ 1 , หจก.วี.เจ.พรินติ้ง , 2536
- [7] KATSUHIKO OGATA " Modern Control Engineering " third Edition , Prentice Hall
Intcnational , 1997



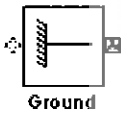
Code MATLAB

```
>> x1=[0:0.5:15];y1=(1.154813716).*(exp(-0.50015*x1).*sin(0.865940529*x1));
x2=[0:0.5:15];y2=(1.414421498).*(exp(-0.70721*x2).*sin(0.707002829*x2));
x3=[0:0.5:15];y3=(2.000588259).*(exp(-0.86611*x3).*sin(0.499852978*x3));
x4=[0:0.5:15];y4=((-29.41176471).*(exp(-1.017*x4)))+(29.4176471).*(exp(-0.983*x4));
x5=[0:0.5:15];y5=(-1.001001).*(exp(-1.618*x5))+(1.001001).*(exp(-0.619*x5));
x6=[0:0.5:15];y6=(-0.70721352885).*(exp(-1.932*x6)-(exp(-0.518*x6)));
x7=[0:0.5:15];y7=(-0.57736720555).*(exp(-2.189*x7)-(exp(-0.45682*x7)));
plot(x1,y1,x2,y2,x3,y3,x4,y4,x5,y5,x6,y6,x7,y7), xlabel('x'),...
ylabel('y'), legend('q1','q2','q3','q4','q5','q6','q7')
```

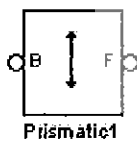
Block Diagram



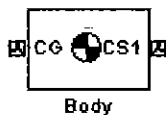
หมายถึง Block เพื่อ set up สภาพแวดล้อมของเครื่องจักรในระบบ



หมายถึง เป็น Block ที่แสดงว่าวัตถุอยู่นิ่งกับที่



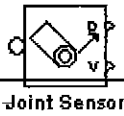
หมายถึง เป็น Block ที่แสดงการที่เคลื่อนที่เป็นเส้นตรง



หมายถึง เป็น Block ที่แสดงเป็นตัวของวัตถุ

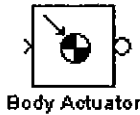


หมายถึง เป็น Block ที่แสดงการกำหนดค่าระยะทางและความเร็ว



Joint Sensor

หมายถึง เป็น Block ที่แสดงการตรวจจับการเคลื่อนที่ของวัตถุและวัดการเคลื่อนไหว



Body Actuator

หมายถึง เป็น Block ที่แสดงค่าแรง(F) หรือ ค่าแรงบิด(T)



Step

หมายถึง เป็น Block ที่แสดงการให้กำเนิด Step Function



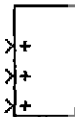
Scope

หมายถึง Block ที่แสดงผลสัญญาณระหว่างการจำลองระบบบนออสซิลโลสโคป



K2

หมายถึง เป็น Block ที่แสดงการคูณ Input ด้วยค่าคงที่ที่กำหนด



sum

หมายถึง เป็น Block ที่แสดงการรวมผลของ Input



Mux

หมายถึง เป็น Block ที่แสดงการรวม Input ที่เป็นสเกลาร์หรือเวกเตอร์



ตารางแสดงคุณสมบัติ Stainless steel AISI 304

AISI 304				
Chemical composition: C=0.08%max, Mn=2%max, Cr=19%, Ni=9.5%				
Property	Value in metric unit			Value in US unit
Density	7.9 *10 ³	kg/m ³	493	lb/ft ³
Modulus of elasticity	193	GPa	28000	ksi
Thermal expansion (20 °C)	17.2*10 ⁻⁶	°C ⁻¹	9.5*10 ⁻⁶	in/(in* °F)
Specific heat capacity	502	J/(kg*K)	0.12	BTU/(lb*°F)
Thermal conductivity	16.2	W/(m*K)	112	BTU*in/(hr*ft ² *°F)
Electric resistivity	7.2*10 ⁻⁷	Ohm*m	7.2*10 ⁻⁵	Ohm*cm
Tensile strength (annealed)	586	MPa	85000	psi
Yield strength (annealed)	241	MPa	35000	psi
Elongation (annealed)	55	%	55	%
Hardness (annealed)	80	RB	80	RB
Tensile strength(1/2 hard)	1100	MPa	160000	psi
Yield strength(1/2 hard)	760	MPa	110000	psi
Elongation (1/2 hard)	10	%	10	%
Hardness (1/2 hard)	35	RC	35	RC

*ที่มา <http://www.substech.com>

ตารางแสดงคุณสมบัติ Polyethylene

High-density polyethylene (HDPE) เป็นพลาสติกพอลิเอทิลีนความหนาแน่นสูงซึ่งผลิตจากปิโตรเลียม

คุณสมบัติ	Value in US unit	
ความหนาแน่น	0.95	lb/ft ³
อัตราการดูดซับน้ำ	0.01	%
การยึดตัว	100	%
การทนแรงดึง	4550	psi
การทนแรงอัด	2900	psi
การทนแรงกด	5800	psi
ความทรงรูปในแนวแรงกด	120000	psi
อุณหภูมิที่เสียรูป	@ 66 psi: 176	deg. F
	@ 264 psi: 131	deg. F
อุณหภูมิการใช้งาน	- min: -180	deg. F
	- max: 248	deg. F
จุดหลอมเหลว	266	deg. F

*ที่มา <http://th.wikipedia.org>

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ นายเจษฎา วรรณนา

ภูมิลำเนา บ้านเลขที่ 73/68 ถนน พระองค์ขาว

อำเภอเมือง จังหวัดพิษณุโลก

ประวัติการศึกษา

- จบชั้นประถมศึกษาจากโรงเรียนโรจนวิทย์ มาลาเบียง
- จบชั้นมัธยมศึกษาจากโรงเรียนพิษณุโลกพิทยาคม จ.พิษณุโลก

ชื่อ นายฉัตรชัย เจียนพันธ์

ภูมิลำเนา บ้านเลขที่ 8 หมู่ 5 ตำบลคลองตาล

อำเภอศรีสำโรง จังหวัดสุโขทัย

ประวัติการศึกษา

- จบชั้นประถมศึกษาจากโรงเรียนพยุหิ์ จังหวัดสุโขทัย
- จบชั้นมัธยมศึกษาจากโรงเรียนศรีสำโรงชนูปถัมภ์ จ. สุโขทัย

ชื่อ นางสาวชัชวราภรณ์ วชิรค์กุล

ภูมิลำเนา บ้านเลขที่ 164/2 หมู่ 6 ตำบลเชิงดอย

อำเภอดอยสะเก็ด จังหวัดเชียงใหม่

ประวัติการศึกษา

- จบชั้นประถมศึกษาจากโรงเรียนดาราวิทยาลัย
- จบชั้นมัธยมศึกษาจากโรงเรียนวชิรวิทย์ จ.เชียงใหม่