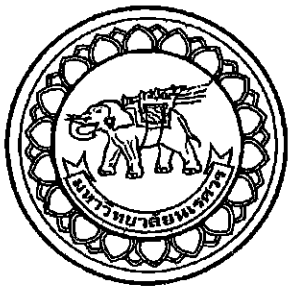


การพัฒนาโปรแกรม MATLAB เพื่อวิเคราะห์โครงถัก 2 มิติ

A DEVELOPMENT OF MATLAB PROGRAM

FOR THRUSS ANALYSIS 2D

นายพิเชฐ	เยี่ยงยงค์	รหัส 49370227
นายณัฐดนัย	อินทร	รหัส 49370128
นายชลันธร	อยู่ดี	รหัส 49371514

ห้องสมุดคณะวิศวกรรมศาสตร์
วันที่รับ 14 ก.ค. 2553
เลขทะเบียน T 50731 1x e.2
เลขเรียกหนังสือ ปร. ว465 ว
มหาวิทยาลัยนเรศวร

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตร์บัณฑิต

สาขาวิศวกรรมโยธา ภาควิชาวิศวกรรมโยธา 2552

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

ปีการศึกษา 2552

ใบรับรองปริญญานิพนธ์

ชื่อหัวข้อโครงงาน	การพัฒนาโปรแกรม MATLAB เพื่อวิเคราะห์โครงถัก 2 มิติ		
ผู้ดำเนินโครงงาน	นายพิเชฐ	เยี่ยงยงค์	รหัส 49370227
	นายณัฐดนัย	อินทร	รหัส 49370128
	นายชลันธร	อยู่ดี	รหัส 49371514
ที่ปรึกษาโครงงาน	ดร. ปฤษทัศว์ ศรีตะปันย์		
สาขาวิชา	วิศวกรรมโยธา		
ภาควิชา	วิศวกรรมโยธา		
ปีการศึกษา	2552		

.....

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร อนุมัติให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตร์บัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา

.....ที่ปรึกษาโครงงาน
(ดร. ปฤษทัศว์ ศรีตะปันย์)

.....กรรมการ
(ผศ.ดร. สสิกรณ์ เหลืองวิชชเจริญ)

.....กรรมการ
(ดร. ปรีดา พิชยาพันธ์)

ชื่อหัวข้อโครงงาน	การพัฒนาโปรแกรม MATLAB เพื่อวิเคราะห์โครงถัก 2 มิติ		
ผู้ดำเนินโครงงาน	นายพิเชฐ	เยี่ยงยงค์	รหัส 49370227
	นายณัฐดนัย	อินทร	รหัส 49370128
	นายชลันธร	อยู่ดี	รหัส 49371514
ที่ปรึกษาโครงงาน	ดร. ปฤษทัศว์ ศรีตะปันย์		
สาขาวิชา	วิศวกรรมโยธา		
ภาควิชา	วิศวกรรมโยธา		
ปีการศึกษา	2552		

บทคัดย่อ

ปริญญานิพนธ์นี้ เป็นการพัฒนาโปรแกรม MATLAB เพื่อวิเคราะห์โครงถัก 2 มิติโดยมีวัตถุประสงค์ให้สามารถคำนวณหาความถี่ธรรมชาติ(natural frequency) และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการหาค่าความสั่นไหว(mode shape)ได้ ซึ่งจะมีประโยชน์ในการนำไปประยุกต์ใช้ทางพลศาสตร์โครงสร้างต่อไป

Project title	A Development of MATLAB Program for Truss Analysis 2D		
Name	Mr. Pichet	Yiangyong	ID. 49370227
	Mr. Natdanai	Inthorn	ID. 49370128
	Mr. Chaluntorn	Yoodee	ID. 49371514
Project advisor	Dr. Pritsathat	Seetapan	
Major	Civil Engineering		
Department	Civil Engineering		
Academic year	2009		

Abstract

This study presents is a development of MATLAB program for truss analysis 2D. The purpose is to calculate natural frequency and mode shape which can apply in dynamics of structure.

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณอย่างสูงในความกรุณาของ ดร.ปฤษทัศว์ ศีตะปันย์ อาจารย์ที่ปรึกษางานวิจัยนี้ที่สละเวลาในการสอนและให้คำแนะนำต่างๆตลอดการทำงานวิจัยนี้ ดร.สสิกรณ์ เหลืองวิชชเจริญ และ ดร.ปรีดา พิชยาพันธ์ กรรมการที่ปรึกษางานวิจัยนี้ที่ได้ให้คำแนะนำในการทำงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้ด้วย

ขอขอบคุณ เจ้าหน้าที่คณะวิศวกรรมศาสตร์ทุกท่าน ที่คอยช่วยเหลือนิสิตในการทำงานวิจัย คุณเชษฐา โทสวนจิต เพื่อนที่สละเวลามาช่วยสอนการใช้โปรแกรมMATLAB จนทำให้วิทยานิพนธ์เล่มนี้สมบูรณ์และมีคุณค่า

คณะผู้ดำเนินโครงงานวิศวกรรม

นายพิเชฐ เยี่ยงยงค์

นายณัฐดนัย อินทร

นายชลันธร อยู่ดี

20 มีนาคม 2553

สารบัญ

หน้า

ใบรับรองปริญญานิพนธ์.....ก
บทคัดย่อภาษาไทย.....ข
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....ค
กิตติกรรมประกาศ.....ง
สารบัญ.....จ

บทที่ 1 บทนำ.....1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของโครงงาน.....1
1.2 วัตถุประสงค์ของโครงงาน.....2
1.3 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....2
1.4 ขอบเขตการทำโครงงาน.....2
1.5 ขั้นตอนการดำเนินงาน.....2
1.6 แผนการดำเนินงาน.....3
1.7 รายละเอียดงบประมาณตลอดโครงงาน.....3

บทที่ 2 หลักการและทฤษฎี.....4
2.1 เมทริกซ์และการดำเนินการเชิงเมทริกซ์.....4
2.2 หลักการวิเคราะห์โครงถักด้วยโปรแกรม MATLAB.....19

บทที่ 3 วิธีดำเนินโครงงาน.....28
3.1 ข้อมูลที่ใช้สำหรับงานวิจัย.....28
3.2 ศึกษาการใช้งานโปรแกรมในงานวิจัย..... 36

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

บทที่ 4 ผลการทดลองและวิเคราะห์ 66

4.1 ผลการวิเคราะห์โดยใช้โปรแกรม MATLAB 66

4.2 ผลการวิเคราะห์โดยใช้โปรแกรม Sap2000 74

4.3 ผลการเปรียบเทียบค่าความถี่ธรรมชาติระหว่าง MATLAB กับ Sap2000 76

4.4 ผลการเปรียบเทียบการสั่นไหวระหว่าง MATLAB กับ Sap2000 76

บทที่ 5 บทสรุปและข้อเสนอแนะ 78

5.1 บทสรุป 78

5.2 ข้อเสนอแนะ 78

เอกสารอ้างอิง 79

ประวัติผู้ดำเนินโครงงาน 80

บทที่ 1

บทนำ

ในการวิเคราะห์โครงสร้าง ต้องมีมาตรฐาน ต้องการความแม่นยำที่สูง เพื่อความปลอดภัยของผู้ใช้งานอาคาร หรือสิ่งปลูกสร้างต่างๆ ไม่ว่าจะเป็น อาคารคอนกรีตเสริมเหล็ก อาคารที่โครงสร้างทำด้วยเหล็ก ถนน ต่างๆ ในปัจจุบันมีการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยในการวิเคราะห์โครงสร้างกันอย่างแพร่หลายดังนั้นการศึกษาและประยุกต์ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อช่วยในการวิเคราะห์โครงสร้างจะทำให้สามารถทำงานได้สะดวกรวดเร็วและมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ซึ่งในปริญญานิพนธ์เล่มนี้จะกล่าวถึงเฉพาะเรื่องการวิเคราะห์โครงถักแบบ 2 มิติ เท่านั้น

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของโครงงาน

เนื่องจากโครงสร้าง ในปัจจุบันมีความซับซ้อนมากขึ้น และโครงถักเป็นโครงสร้างรูปแบบหนึ่งที่ใช้อย่างแพร่หลายในปัจจุบันที่ประกอบขึ้นมาจากชิ้นส่วนที่มีลักษณะแท่งตรงเชื่อมโยงกันที่ปลายของแต่ละชิ้นส่วน โดยมีจุดต่อซึ่งเป็นจุดร่วมที่แนวแกนของแต่ละชิ้นส่วน มาบรรจบที่จุดยึดหมุน (pin) ซึ่งสามารถหมุนได้โดยอิสระ และในการวิเคราะห์โครงถักจะสมมติให้แรงภายนอกกระทำที่บริเวณจุดต่อเท่านั้น จึงส่งผลให้แรงภายในชิ้นส่วนโครงถักเป็นเพียงแรงในแนวแกน โดยอาจเป็นแรงดึงหรือแรงอัด การวิเคราะห์โครงถักเป็นพื้นฐานสำคัญในการสร้างความเข้าใจสำหรับการวิเคราะห์โครงสร้างประเภทอื่นต่อไป

ในปัจจุบันเทคโนโลยีในการวิเคราะห์คำนวณมีความก้าวหน้าไปมาก ประกอบกับการพัฒนาเทคนิคการคำนวณเชิงตัวเลขที่มีประสิทธิภาพสูง การวิเคราะห์โครงสร้างเชิงเมทริกซ์ (matrix structural analysis) ซึ่งสามารถใช้การคำนวณโดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์โดยตรง เป็นรูปแบบหนึ่งของเทคนิคที่มีอยู่ในปัจจุบัน ซึ่งเป็นแนวทางที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพในการวิเคราะห์โครงถักที่ประกอบจากชิ้นส่วนหลายๆชิ้นส่วนเข้าด้วยกัน

ซึ่งในปริญญานิพนธ์เล่มนี้ได้เลือกใช้โปรแกรม MATLAB มาช่วยในการวิเคราะห์คำนวณ เนื่องจากโปรแกรมMATLABนั้นมีประสิทธิภาพในการรับค่า และแสดงผลเชิงเมทริกซ์สูง อีกทั้งเป็นโปรแกรมที่เปิดกว้างให้สามารถพัฒนาตัวโปรแกรมเองได้โดยไม่ต้องมีลิขสิทธิ์(Open Source) MATLAB ได้พัฒนามาด้วยการแก้ปัญหาที่ส่งมาจากหลายๆ ผู้ใช้เป็นระยะเวลาหลายปี จึงทำให้โปรแกรม MATLAB มีฟังก์ชันต่างๆ ให้เลือกใช้มากมาย ไม่ว่าจะเป็นฟังก์ชั่นทางคณิตศาสตร์ วิศวกรรม และวิทยาศาสตร์แขนงต่างๆ เป็นต้น

1.2 วัตถุประสงค์ของโครงงาน

1.2.1 เพื่อพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์(MATLAB)

1.2.2 สามารถประยุกต์ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ให้เข้ากับงานคำนวณด้านวิศวกรรมได้จริง

1.3 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.3.1 เข้าใจระบบการทำงานของMATLABเบื้องต้น

1.3.2 สามารถหาค่าหน่วยแรงในชิ้นส่วนของโครงถักได้

1.3.3 สามารถหาค่าการกระจัดของโครงถักได้

1.3.4 สามารถพัฒนาโปรแกรมเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติได้

1.3.5 สามารถสร้างแบบจำรองของรูปแบบการสั่นไหวของโครงสร้างได้

1.4 ขอบเขตการทำโครงงาน

1.4.1 วิเคราะห์โครงถัก 2 มิติ

1.4.2 สามารถใช้โปรแกรมMATLABในการคำนวณหาค่าความถี่ธรรมชาติได้

1.5 ขั้นตอนการดำเนินงาน

1.5.1 รวบรวมข้อมูลสำหรับใช้วิเคราะห์โครงงาน

1.5.2 ศึกษาโปรแกรมสำหรับใช้วิเคราะห์โครงงาน

1.5.3 ประยุกต์โปรแกรมให้เข้ากับงาน

1.5.4 เปรียบเทียบค่าที่ได้จากโปรแกรมที่พัฒนากับโปรแกรมชั้นสูงที่มีอยู่แล้ว

1.5.5 สรุปผลการดำเนินงาน

1.6 แผนการดำเนินงาน

กิจกรรม \ เดือน	ต.ค.	พ.ย.	ธ.ค.	ม.ค.	ก.พ.	มี.ค.
1. รวบรวมข้อมูลมาตรฐานต่างๆ	▬	▬	▬			
2. ศึกษาการใช้โปรแกรม SAP2000		▬	▬			
3. ใช้โปรแกรมSAP2000วิเคราะห์โครงถัก			▬	▬		
4. ศึกษาการใช้โปรแกรมMATLAB				▬	▬	
5. ใช้ฟังก์ชั่นMATLABและพัฒนาเพื่อวิเคราะห์โครงถัก					▬	
6. เปรียบเทียบผลการใช้โปรแกรม					▬	
7. สรุปผลการดำเนินงาน					▬	▬

1.7 รายละเอียดงบประมาณตลอดโครงงาน

1. ค่ายานพาหนะ 1000 บาท
2. ค่าถ่ายเอกสาร 500 บาท
3. ค่าวัสดุคอมพิวเตอร์ 500 บาท
4. ค่าปริ้นเอกสาร 1000 บาท

รวมเป็นเงิน 3000 บาท (สามพันบาทถ้วน)

บทที่ 2
หลักการและทฤษฎีเบื้องต้น

2.1 เมทริกซ์และการดำเนินการเชิงเมทริกซ์

โดยทั่วไปเมทริกซ์จัดเป็นแถวลำดับ 2 มิติ (two dimensional array) ซึ่งสามารถเขียนในรูปสมการ

$$A = \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1j} & \cdots & A_{1N} \\ A_{21} & A_{22} & & & & A_{2N} \\ \vdots & & \ddots & & & \vdots \\ A_{i1} & & & A_{ij} & & A_{iN} \\ & & & & \ddots & \\ A_{M1} & A_{M2} & \cdots & A_{Mj} & \cdots & A_{MN} \end{vmatrix} \qquad (2.1)$$

โดยที่ A แสดงเมทริกซ์ซึ่งมีมิติ M x N

```
% MATLAB Example -- Input of a 3x3 matrix

>> A = [1 2 3; 4 5 6; 7 8 9]
A =
     1     2     3
     4     5     6
     7     8     9
```

2.1.1 การสลับเปลี่ยน (transpose) ของเมทริกซ์ A

สามารถเขียนในรูปสมการ

$$A^T = \begin{vmatrix} A_{11} & A_{21} & \cdots & A_{i1} & \cdots & A_{M1} \\ A_{12} & A_{22} & & & & A_{M2} \\ \vdots & & \ddots & & & \vdots \\ A_{1j} & & & A_{ij} & & A_{Mj} \\ & & & & \ddots & \\ A_{1N} & A_{2N} & \cdots & A_{iN} & \cdots & A_{MN} \end{vmatrix} \qquad (2.2)$$

โดยที่ A^T มีมิติ N x M และสมการสามารถเขียนในรูปสมการแบบดัชนีได้ดังนี้

$$A_{ij}^{T} = A_{ji} \tag{2.3}$$

% MATLAB Example – Transpose of a 3x3 matrix

```
>> B = A'
B =
     1     4     7
     2     5     8
     3     6     9
```

2.1.2 การคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์ α

สามารถเขียนในรูปสมการ

$$\alpha A = \begin{vmatrix} \alpha A_{11} & \alpha A_{12} & \cdots & \alpha A_{1j} & \cdots & \alpha A_{1N} \\ \alpha A_{21} & \alpha A_{22} & & & & \alpha A_{2N} \\ \vdots & & \ddots & & & \vdots \\ \alpha A_{i1} & & & \alpha A_{ij} & & \alpha A_{iN} \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots \\ \alpha A_{M1} & \alpha A_{M2} & \cdots & \alpha A_{Mj} & \cdots & \alpha A_{MN} \end{vmatrix} \tag{2.4}$$

% MATLAB Example – Multiplication of a 3x3 matrix with a scalar

```
>> B = 2*A
A =
     2     4     6
     8    10    12
    14    16    18
```

2.1.3 การดำเนินการบวก (หรือลบ) เมทริกซ์

สามารถเขียนในรูปสมการ

$$C = A + B = \begin{vmatrix} A_{11}+B_{11} & A_{12}+B_{12} & \cdots & A_{1j}+B_{1j} & \cdots & A_{1N}+B_{1N} \\ A_{21}+B_{21} & A_{22}+B_{22} & & & & A_{2N}+B_{2N} \\ \vdots & \ddots & & & & \vdots \\ A_{i1}+B_{i1} & & & A_{ij}+B_{ij} & & A_{iN}+B_{iN} \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots \\ A_{M1}+B_{M1} & A_{M2}+B_{M2} & \cdots & A_{Mj}+B_{Mj} & \cdots & A_{MN}+B_{MN} \end{vmatrix} \quad (2.5)$$

หรือเขียนในรูปสมการแบบดัชนีดังนี้

$$C_{ij} = A_{ij} + B_{ij} \quad (2.6)$$

และจะเห็นได้ว่าการดำเนินการบวก (หรือลบ) เมทริกซ์มีคุณสมบัติดังสมการ

$$A + B = B + A \quad (2.7)$$

$$A + (B + C) = (A + B) + C \quad (2.8)$$

% MATLAB Example – Matrix addition/subtraction

```
>> A = [1 2 3; 4 5 6; 7 8 9]
A =
     1     2     3
     4     5     6
     7     8     9
```

```
>> B = [2  3  4;  5  6  7;  8  9  10]
B =
     2     3     4
     5     6     7
     8     9    10

>> C = A + B
C =
     3     5     7
     9    11    13
    15    17    19
```

2.1.4 การดำเนินการคูณเมทริกซ์ (matrix multiplication) C = AB

สามารถเขียนในรูปสมการแบบดัชนีดังนี้

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^{N} (A_{ik}B_{kj}) = A_{i1}B_{1j} + A_{i2}B_{2j} + \cdots + A_{ik}B_{kj} + \cdots + A_{in}B_{Nj} \qquad (2.9)$$

เมื่อ i = 1 ,..., M และ j = 1 ,..., S สำหรับเมทริกซ์ A ซึ่งมีมิติ M x N และเมทริกซ์ B **ซึ่งมีมิติ** R x S **ตามลำดับ** โดยสังเกตว่า N = R และผลลัพธ์ที่ได้เป็นเมทริกซ์ซึ่งมีมิติ M x S โดยทั่ว**ไปการคูณเมทริกซ์มีคุณ**สมบัติดังสมการ

$$AB \neq BA \qquad (2.10)$$

$$(AB)C = A(BC) \qquad (2.11)$$

$$A(B + C) = AB + AC \qquad (2.12)$$

```
% MATLAB Example – Matrix multiplication

>> C = A*B

C =

     36     42     48

     81     96    111

    126    150    174
```

การดำเนินการเมทริกซ์โดยทั่วไปมีคุณสมบัติตามสมการ

$$(A^T)^T = A \tag{2.13}$$

$$(\alpha A)^T = \alpha A^T \tag{2.14}$$

$$(A + B)^T = A^T + B^T \tag{2.15}$$

$$(AB)^T = B^T A^T \tag{2.16}$$

$$(ABC)^T = C^T B^T A^T \tag{2.17}$$

นอกจากนี้ยังมีเมทริกซ์ซึ่งมีคุณสมบัติพิเศษดังต่อไปนี้

เมื่อเมทริกซ์ A มีมิติ N x N (M = N) จะเรียกว่าเมทริกซ์ A มีคุณสมบัติเป็นเมทริกซ์จัตุรัส (square matrix)

เมื่อเมทริกซ์ A เป็นเมทริกซ์จัตุรัส (M = N) และมีสมาชิกซึ่งมีคุณสมบัติตามรูปสมการแบบดัชนี $A_{ij} = 0$ เมื่อ $i \neq j$ และ $A_{ij} \neq 0$ เมื่อ $i = j$ จะเรียกว่าเมทริกซ์ A มีคุณสมบัติเป็นเมทริกซ์ทแยงมุม (diagonal matrix)

เมื่อเมทริกซ์ A เป็นเมทริกซ์จัตุรัสและมีจัตุรัสและมีสมาชิกซึ่งมีคุณสมบัติตามรูปสมการแบบดัชนี $A_{ij} = 0$ เมื่อ $i \neq j$ และ $A_{ij} = 0$ เมื่อ $i = j$ จะเรียกว่าเมทริกซ์ A มีคุณสมบัติเป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ (identity matrix)

เมื่อเมทริกซ์ A เป็นเมทริกซ์จัตุรัสและเป็นเมทริกซ์ทแยงมุม โดยที่มีสมาชิกซึ่งมีคุณสมบัติตามรูปสมการแบบดัชนี $A_{11} = A_{22} = \ldots = A_{NN} = \alpha$ จะเรียกว่าเมทริกซ์ A มีคุณสมบัติเป็นเมทริกซ์สเกลาร์ (scalar matrix) โดยสามารถเขียนในรูป $A = \alpha I$ เมื่อ I แทนสัญลักษณ์ของเมทริกซ์เอกลักษณ์

เมื่อเมทริกซ์ A เป็นเมทริกซ์จัตุรัสและมีสมาชิกซางมีคุณสมบัติตามรูปสมการแบบดัชนี $A_{ij} = 0$ เมื่อ $i < j$ และ $A_{ij} \neq 0$ เมื่อ $i \geq j$ จะเรียกว่าเมทริกซ์ A มีคุณสมบัติเป็นเมทริกซ์แบบสามเหลี่ยมล่าง (lower triangular matrix) กล่าวคือสามารถเขียนเมทริกซ์ตามรูปสมการ

$$A = L = \begin{vmatrix} L_{11} & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ L_{21} & L_{22} & 0 & & & 0 \\ \vdots & & & 0 & & \\ L_{i1} & & & L_{ii} & & 0 \\ \vdots & & & & & \\ L_{N1} & L_{N2} & \cdots & L_{Ni} & \cdots & L_{NN} \end{vmatrix} \qquad (2.18)$$

เมื่อเมทริกซ์ A เป็นเมทริกซ์จัตุรัสและมีสมาชิกซึ่งมีคุณสมบัติตามรูปสมการแบบดัชนี $A_{ij} = 0$ เมื่อ $i > j$ และ $A_{ij} \neq 0$ เมื่อ $i \leq j$ จะเรียกว่าเมทริกซ์ A มีคุณสมบัติเป็นเมทริกซ์แบบสามเหลี่ยมบน (upper triangular matrix) กล่าวคือสามารถเขียนเมทริกซ์ตามรูปสมการ

$$A = U = \begin{vmatrix} U_{11} & U_{12} & \cdots & U_{1j} & \cdots & U_{1N} \\ 0 & U_{22} & & & & U_{2N} \\ \vdots & 0 & & & & \vdots \\ 0 & & & 0 & U_{jj} & U_{iN} \\ \vdots & & & & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & U_{NN} \end{vmatrix} \qquad (2.19)$$

โดยทั่วไปเมทริกซ์ A ซึ่งมีมิติ M x N สามารถทำการแบ่งส่วน (partition) เป็นเมทริกซ์ย่อย (submatrice) ตามรูปสมการ

$$A_{MxN} = \left|\begin{array}{c:c} C_{PxQ} & D_{Px(N-Q)} \\ \hdashline E_{(M-P)xQ} & F_{(M-P)x(N-Q)} \end{array}\right| \qquad (2.20)$$

โดยที่สัญลักษณ์ตัวห้อยแสดงมิติของแต่ละเมทริกซ์ย่อย และในทำนองเดียวกันเมทริกซ์ B ซึ่งมีมิติ R x S สามารถทำการแบ่งส่วน (partiton) เป็นเมทริกซ์ย่อย (submatrice) ตามรูปสมการ

$$B_{RxS} = \left|\begin{array}{c:c} G_{UxV} & H_{Ux(S-V)} \\ \hdashline J_{(R-U)xV} & K_{(R-U)x(S-V)} \end{array}\right| \qquad (2.21)$$

การคำนวณผลคูณของเมทริกซ์ A และ B สามาถเขียนในรูปสมการ

$$AB = \left|\begin{array}{c:c} CG + DJ & CH + DK \\ \hdashline EG + FJ & EH + FK \end{array}\right| \qquad (2.22)$$

พิจารณาเมทริกซ์ A ซึ่งมีคุณสมบัติเป็นเมทริกซ์จัตุรัส (M = N) จะมีค่าดีเทอร์มิแนนต์ (determinant) แทนด้วยสัญลักษณ์ det A หรือ |A| ซึ่งเป็นค่าสเกล่าร์ที่จำเป็นในการคำนวณเมทริกซ์ผกผันของเมทริกซ์ A ในการคำนวณค่า |A| จำเป็นต้องอาศัยไมเนอร์ (minor) ของดีเทอร์มิแนนต์และตัวประกอบร่วมเกี่ยว (cofactor) โดยที่ค่าไมเนอร์ลำดับที่ ij ซึ่งแทนด้วยสัญลักษณ์ M_{ij} เท่ากับค่าดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ A ภายหลังการกำจัดค่าสมาชิกในแถวที่ i และสดมภ์ที่ j ออก และค่าตัวประกอบร่วมเกี่ยวลำดับที่ ij สามารถคำนวณได้จากสมการ

$$Co_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij} \qquad (2.23)$$

และคำนวณค่าดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ A จากสมการ

$$|A| = \sum_{i=1}^{N} A_{ij} Co_{ij} \tag{2.24}$$

หรือ

$$|A| = \sum_{i=1}^{N} A_{ij} Co_{ij} \tag{2.25}$$

นอกจากนี้ ค่าดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ยังมีคุณสมบัติตามสมการ

$$|AB| = |A||B| \tag{2.26}$$

และสำหรับค่าสเกล่าร์ α ใดๆ

$$|\alpha A_{NxN}| = \alpha^N |A| \tag{2.27}$$

สำหรับเมทริกซ์แบบสามเหลี่ยมล่างดังแสดงในสมการที่ (2.18) สามารถคำนวณค่าดีเทอร์มิแนนท์ของเมทริกซ์ได้ตามสมการ

$$|L_{NxN}| = L_{11} \cdot L_{22} \cdot \cdots \cdot L_{NN} \tag{2.28}$$

ในทำนองเดียวกัน สำหรับเมทริกซ์แบบสามเหลี่ยมบนดังแสดงในสมการ (2.19) สามารถคำนวณค่าดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ได้ตามสมการ

$$|U_{NxN}| = U_{11} \cdot U_{22} \cdot \cdots \cdot U_{NN} \tag{2.29}$$

% MATLAB Example – Determinant of a matrix

>> C = det (A)

การคำนวณเมทริกซ์ผกผันของเมทริกซ์ A ที่มีคุณสมบัติเป็นเมทริกซ์จัตุรัสซึ่งแทนด้วยสัญลักษณ์ A^{-1} สามารถคำนวณได้จากสมการ

$$\mathrm{A}^{-1} = \frac{(CoA)^T}{|A|} \tag{2.30}$$

โดยที่ CoA แทนเมทริกซ์ซึ่งประกอบด้วยสมาชิกเป็นค่าตัวประกอบร่วม Co_{ij} ของเมทริกซ์ A และเมทริกซ์ผกผันมีคุณสมบัติตามสมการ

$$\mathrm{A}^{-1}A = I \tag{2.31}$$

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1} \tag{2.32}$$

$$(ABC)^{-1} = C^{-1}B^{-1}A^{-1} \tag{2.33}$$

$$(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T \tag{2.34}$$

% MATLAB Example – Inverse of a matrix

>> C = inv (A)

ในการแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสมการในรูปแบบเมทริกซ์ดังนี้

$$A_{NxN}x_{Nx1} = b_{Nx1} \qquad (2.35)$$

โดยที่เมทริกซ์ A_{NxN} แทนเมทริกซ์สัมประสิทธิ์ของระบบสมการที่ทราบค่า; b_{Nx1} แทนเวกเตอร์ด้านขวาของสมการ (right hand side vector) ที่ทราบค่า; และ x_{Nx1} แทนเวกเตอร์ของตัวแปรที่ไม่ทราบค่าจะสามารถคำนวณค่าตัวแปร x_{Nx1} โดยอาศัยเมทริกซ์ผกผันของ A_{NxN} ตามสมการ

$$x_{Nx1} = A^{-1}_{NxN} b_{Nx1} \qquad (2.36)$$

แต่เนื่องจากการคำนวณเมทริกซ์ผกผัน $(A_{NxN})^{-1}$ ในสมการที่ (2.36) เป็นการดำเนินการที่ขาดประสิทธิภาพเชิงการคำนวณ ดังนั้นในทางปฏิบัติจะอาศัยวิธีการแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นโดยการแยก (decomposition) เมทริกซ์ A_{NxN} ให้อยู่ในรูปผลคูณของเมทริกซ์สามเหลี่ยมล่างและเมทริกซ์สามเหลี่ยมบนดังสมการ

$$A_{NxN} = L_{NxN}U_{NxN} \qquad (2.37)$$

พิจารณาระบบสมการเชิงเส้นในรูป

$$\begin{array}{ccccccccc}
L_{11}y_1 & +0\cdot y_2 & +0\cdot y_3 & +\ldots & +0\cdot y_2 & +\ldots & +0\cdot y_N & = b_1 \\
L_{21}y_1 & +L_{22}\cdot y_2 & +0\cdot y_i & +\ldots & +0\cdot y_i & +\ldots & +0\cdot y_N & = b_2 \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & & & & & \downarrow \\
L_{N1}y_1 & +L_{N2}\cdot y_2 & +L_{N3}\cdot y_3 & +\ldots & +L_{N}i\cdot y_i & +\ldots & +L_{NN}\cdot y_N & = b_N
\end{array} \qquad (2.38)$$

หรือแทนด้วยสัญลักษณ์

$$\begin{bmatrix} L_{11} & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ L_{21} & L_{22} & 0 & & & 0 \\ \vdots & & \ddots & 0 & & \vdots \\ L_{i1} & & & L_{ii} & & 0 \\ \vdots & & & & & \vdots \\ L_{N1} & L_{N2} & \cdots & L_{Ni} & \cdots & L_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_i \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_i \\ \vdots \\ b_N \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

ซึ่งสามารถแก้ปัญหาระบบสมการได้ตามขั้นตอนวิธีการแทนที่ข้างหน้า (forward substitution) ดังแสดงในสมการ

$$\begin{aligned} L_{11}y_1 &= b_1 \longrightarrow y_1 = b_1 / L_{11} \\ L_{21}y_1+L_{22}y_2 &= b_2 \longrightarrow y_2 = (b_2-L_{21}y_1) / L_{22} \\ L_{31}y_1+L_{32}y_2+L_{33}y_3 &= b_3 \longrightarrow y_3 = (b_3-L_{31}y_1-L_{32}y_2) / L_{33} \\ &\cdots \end{aligned} \quad (40)$$

ซึ่งสามารถเขียนในรูปสมการแบบดัชนีดังนี้

$$y_1 = \frac{b_1}{L_{11}} \quad (2.41)$$

และ

$$y_i = \frac{(b_i - \sum_{k=1}^{i-1} L_{ik}y_k)}{L_{ii}}; i = 2, \dots, N \quad (2.42)$$

ในทำนองเดียวกัน พิจารณาระบบสมการเชิงเส้นในรูป

$$\begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} & \cdots & U_{1j} & \cdots & U_{1N} \\ 0 & U_{22} & & & & U_{2N} \\ \vdots & 0 & \ddots & & & \vdots \\ 0 & & 0 & U_{jj} & & U_{iN} \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & U_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_i \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_i \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} \qquad (2.43)$$

จะสามารถแก้ปัญหาระบบสมการได้ตามขั้นตอนวิธีการแทนที่ย้อนหลัง (backward substitution) ดังแสดงในสมการ

$$\begin{aligned} U_{33}x_3 &= y_1 \longrightarrow x_3 = y_3 / U_{33} \\ U_{22}x_2 + U_{23}x_3 &= y_2 \longrightarrow x_2 = (y_2 - U_{23}x_3) / U_{22} \\ U_{11}x_1 + U_{12}x_2 + U_{13}x_3 &= y_3 \longrightarrow x_1 = (y_3 - U_{12}x_2 - U_{13}x_3) / U_{11} \\ &\cdots \end{aligned} \qquad (2.44)$$

ซึ่งสามารถเขียนในรูปสมการแบบดัชนีดังนี้

$$x_N = \frac{y_N}{U_{NN}} \qquad (2.45)$$

และ

$$x_i = \frac{(y_i - \sum_{k=i+1}^{N} U_{ik}x_k)}{U_{ii}}; i = N-1, \ldots, 1 \qquad (2.46)$$

จากสมการที่ (2.39) และ (2.43) จะเห็นได้ว่าเมื่อเมทริกซ์ A_{NxN} ในระบบสมการเชิงเส้น (2.35) สามารถดำเนินการแยกให้อยู่ในรูปผลคูณของเมทริกซ์สามเหลี่ยมล่างและเมทริกซ์สามเหลี่ยมบน ดังสมการที่ (2.37) จะสามารถแก้ปัญหาระบบสมการดังกล่าวเพื่อหาค่าตัวแปร X_{Nx1} ที่ไม่ทราบค่าได้

พิจารณาตัวอย่างการดำเนินการแยกเมทริกซ์ A_{3x3} โดยวิธีการกำจัดเกาส์ (Gauss Elimination) ดังสมการ

$$\begin{vmatrix} A_{11} & A_{11} & A_{11} \\ A_{11} & A_{11} & A_{11} \\ A_{11} & A_{11} & A_{11} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ L_{21} & 1 & 0 \\ L_{31} & L_{32} & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} \\ 0 & U_{22} & U_{23} \\ 0 & 0 & U_{33} \end{vmatrix} \quad (47)$$

หรือแทนด้วยสัญลักษณ์

$$A_{3x3} = L_{3x3}U_{3x3} \quad (2.48)$$

จะสามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างค่าสมาชิกของเมทริกซ์ A_{3x3} และ U_{3x3} ในแถวที่ 1 ได้ดังสมการ

$$\begin{aligned} A_{11} &= 1 \cdot U_{11} \longrightarrow U_{11} = A_{11} \\ A_{12} &= 1 \cdot U_{12} \longrightarrow U_{12} = A_{12} \\ A_{13} &= 1 \cdot U_{13} \longrightarrow U_{13} = A_{13} \end{aligned} \quad (2.49)$$

และเขียนความสัมพันธ์ระหว่างค่าสมาชิกของเมทริกซ์ A_{3x3} และ $L_{3x3}U_{3x3}$ ในแถวที่ 2 ได้ดังสมการ

$$\begin{aligned} A_{21} &= L_{21} \cdot U_{11} \longrightarrow L_{21} = A_{21} / U_{11} \\ A_{22} &= L_{21} \cdot U_{12} + U_{22} \longrightarrow U_{22} = A_{22} - L_{21} \cdot U_{12} \\ A_{23} &= L_{21} \cdot U_{13} + U_{23} \longrightarrow U_{23} = A_{23} - L_{21} \cdot U_{13} \end{aligned} \quad (2.50)$$

รวมทั้งความสัมพันธ์ระหว่างค่าสมาชิกของเมทริกซ์ A_{3x3} และ $L_{3x3}U_{3x3}$ ในแถวที่ 3 ได้ตามสมการ

$$A_{31} = L_{31}\cdot U_{11} \longrightarrow L_{31} = A_{31} / U_{11}$$
$$A_{32} = L_{31}\cdot U_{12} + L_{32}\cdot U_{22} \longrightarrow L_{32} = (A_{32} - L_{31}\cdot U_{12}) / U_{22}$$
$$A_{33} = L_{31}\cdot U_{13} + L_{32}\cdot U_{23} + U_{33} \longrightarrow U_{33} = A_{33} - L_{31}\cdot U_{13} - + L_{32}\cdot U_{23}$$

(2.51)

การคำนวณตามสมการที่ (2.47) – (2.49) สามารถเขียนในรูปทั่วไปสำหรับเมทริกซ์ A_{NxN} ดังนี้

$$U_{ij} = A_{ij} - \sum_{r=1}^{i-1} L_{ir}U_{rj} \; ; i \leq j \tag{2.52}$$

$$L_{ij} = \frac{(A_{ij} - \sum_{r=1}^{j-1} L_{ir}U_{rj})}{U_{jj}} \; ; i > j \tag{2.53}$$

และ

$$L_{ii} = 1 \tag{2.54}$$

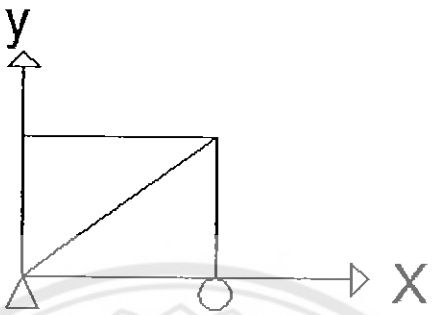
สำหรับเมทริกซ์ A_{NxN} ซึ่งมีคุณสมบัติสมมาตรจะเห็นได้ว่า $A_{ij} = A_{ji}$ และ

$$L_{ij} = \frac{U_{ji}}{U_{jj}} \; ; i > j \tag{2.55}$$

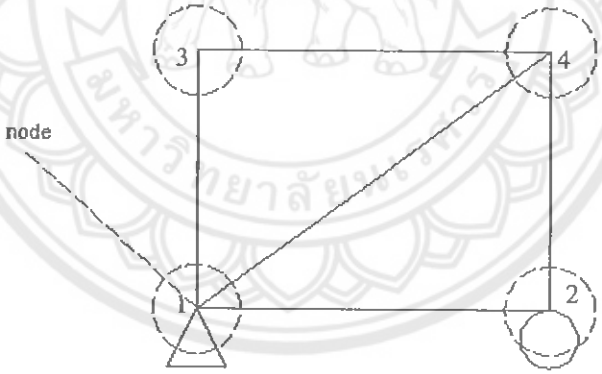
```
% MATLAB Example – Solving a system oflinear equations
%       A – NxN coefficient matrix
%       b – NxN right hand side vector
%       x – NxN unknow vector
>> x = A \ b
```

2.2 หลักการวิเคราะห์โครงถักด้วยโปรแกรม Matlab

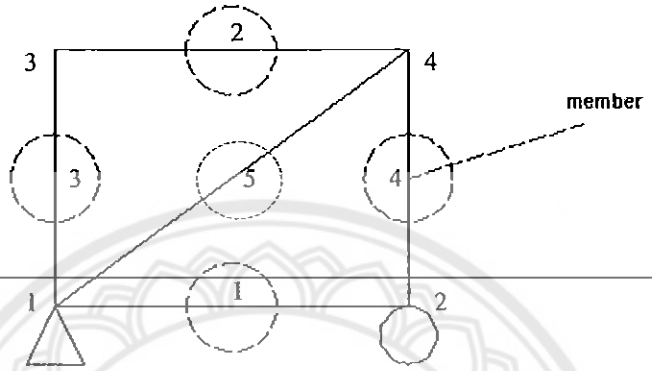
ระบบแกน จะใช้ระบบพิกัดฉากเพื่อหาตำแหล่งใดๆในระนาบที่มีการจัดลำดับตัวเลขหรือพิกัด



จุดเชื่อมต่อ แต่ละจุดเชื่อมต่อของโครงถักจะถูกกำหนดโดยใช้สัญลักษณ์ แต่ละจุดเชื่อมต่อจะเป็นจุดบนพิกัดฉาก



การเชื่อมต่อชิ้นส่วน แต่ละชิ้นส่วนจะถูกกำหนดโดยใช้สัญลักษณ์ ในการเชื่อมต่อชิ้นส่วนจะต้องมีจุดต่อเริ่มและสิ้นสุด ในการเริ่มและสิ้นสุดจุดเชื่อมต่อต้องกำหนดตำแหน่งแกนพิกัดของชิ้นส่วนและมุมที่ทำระหว่างระบบพิกัดกับตำแหน่งแกนของชิ้นส่วน



คุณสมบัติของชิ้นส่วน ในบทก่อนหน้าได้กล่าวถึงการยืดหยุ่นเชิงเส้น ชิ้นส่วนของโครงถักต่อเนื่องและสิ่งที่ต้องการสำหรับใช้ในการวิเคราะห์เชิงเส้นซึ่งก็คือพื้นที่หน้าตัดและโมดูลัสความยืดหยุ่น ความยาวจะคำนวณได้จากการเชื่อมต่อชิ้นส่วน

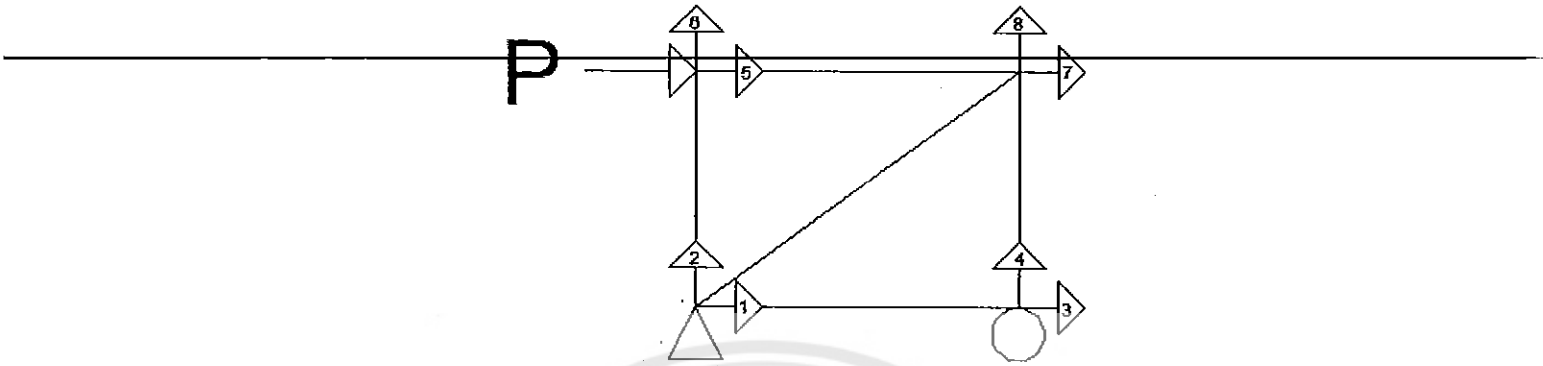
ค่า Elastic Modulus ใช้ค่าเท่ากับ 200×10^9 N/m^2

พื้นที่หน้าตัดของเหล็กแต่ละชิ้นส่วนใช้ค่าเท่ากับ (มาตรฐาน ASTM A36)

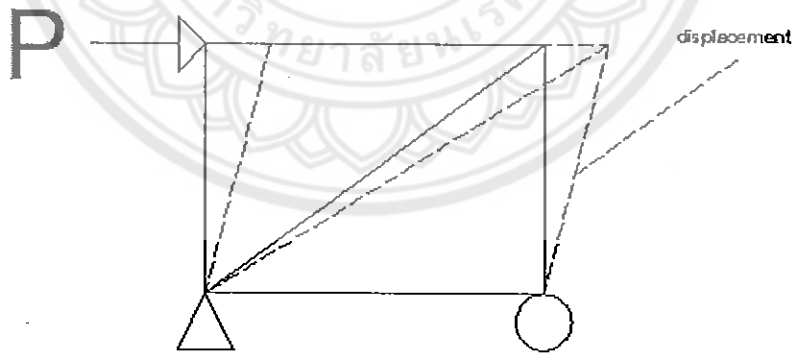
1. เหล็กฉากขนาด 40 x 40 x 3 mm พื้นที่หน้าตัด เท่ากับ 2.336×10^{-4} m^2
2. เหล็กฉากขนาด 50 x 50 x 4 mm พื้นที่หน้าตัด เท่ากับ 3.892×10^{-4} m^2
3. เหล็กฉากขนาด 65 x 65 x 5 mm พื้นที่หน้าตัด เท่ากับ 6.367×10^{-4} m^2

ค่า Density ใช้ค่าเท่ากับ 7850 Kg/m^3

ขนาด ทิศทาง ของแรงที่แรงกระทำ(ขอบเขต เงื่อนไขของแรง) การใส่แรงจะต้องกำหนดชนิดของแรงว่าเป็นบวกหรือลบโดยใส่องค์ประกอบของแรงในแนวแกนของระบบพิกัด ที่จุดที่กำหนด



ขนาด ทิศทาง การเปลี่ยนตำแหน่ง(ขอบเขต และเงื่อนไขของตำแหน่งที่เปลี่ยนไป) การเปลี่ยนตำแหน่งที่ฐานรองรับแบบพิน จะต้องกำหนดค่าและทิศทาง ในรูปที่ 1 แสดงการเปลี่ยนตำแหน่งของฐานรองรับแบบล้อเลื่อนในทิศที่ทำมุม ($\beta + 90°$) จากแกน x และตำแหน่งที่เปลี่ยนไปในทิศที่ทำมุม β กับแกน X



ตัวอย่าง การเขียน source code ของMATLAB

```
%--------------------------
% input data
%
```

```
nel=5;          % number of elements = จำนวนชิ้นส่วนของโครงถัก
nnel=2;         % number of nodes per element = จำนวนจุดต่อของโครงถัก
ndof=2;         % number of dofs per node = จำนวนตัวแปลอิสระต่อจุด
nnode=4;        % total number of nodes in system = จำนวนจุดต่อทั้งหมดของโครงถัก
sdof=nnode*ndof; % total system dofs = จำนวนตัวแปรอิสระทั้งหมด
```

```
%--------------------------
%  nodal coordinates = พิกัดของจุดต่อของโครงถัก
%--------------------------

gcoord(1,1)=0.00;  gcoord(1,2)=0.00;      % node ที่ 1 อยู่ที่ x = 0,  y = 0
gcoord(2,1)=2.45;  gcoord(2,2)=0.00;      % node ที่ 1 อยู่ที่ x = 2.45,  y = 0
gcoord(3,1)=0.00;  gcoord(3,2)=1.80;      % node ที่ 1 อยู่ที่ x = 0,  y = 1.8
gcoord(4,1)=2.45;  gcoord(4,2)=1.80;      % node ที่ 1 อยู่ที่ x = 2.45,  y = 1.8

%----------------------------------------
%  material and geometric properties = คุณสมบัติต่างๆของวัสดุ
%----------------------------------------

prop(1)=200e9;          % elastic modulus ในหน่วย นิวตันต่อตารางเมตร
prop(2)=0.0002336;      % cross-sectional area Equal angle 40*40*3 (m^2)
prop(3)=0.0003892;      % cross-sectional area Equal angle 50*50*4 (m^2)
prop(4)=0.0006367;      % cross-sectional area Equal angle 65*65*5 (m^2)
prop(5)=7860;           % density ในหน่วย กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร
```

```
%-----------------------------
%  nodal connectivity = การเชื่อมต่อกันของชิ้นส่วน
%-----------------------------

nodes(1,1)=1;   nodes(1,2)=2;    % ชิ้นส่วนที่ 1 เชื่อมต่อที่ node ที่ 1 และ 2
nodes(2,1)=3;   nodes(2,2)=4;    % ชิ้นส่วนที่ 2 เชื่อมต่อที่ node ที่ 3 และ 4
nodes(3,1)=1;   nodes(3,2)=3;    % ชิ้นส่วนที่ 3 เชื่อมต่อที่ node ที่ 1 และ 3
nodes(4,1)=2;   nodes(4,2)=4;    % ชิ้นส่วนที่ 4 เชื่อมต่อที่ node ที่ 2 และ 4
nodes(5,1)=1;   nodes(5,2)=4;    % ชิ้นส่วนที่ 5 เชื่อมต่อที่ node ที่ 1 และ 4

%-----------------------------
%  applied constraints = การกำหนดค่าตัวแปรอิสระที่ฐานรองรับ
%-----------------------------

bcdof(1)=1;    % 1st dof (horizontal displ) is constrained = แนวแกนที่ 1 แนวราบของ nodeที่ 1
bcval(1)=0;    % whose described value is 0  = การกระจัดในแนวราบเป็น 0
bcdof(2)=2;    % 2nd dof (vertical displ) is constrained = แนวแกนที่ 2 แนวดิ่งของ nodeที่ 1
bcval(2)=0;    % whose described value is 0 = การกระจัดในแนวดิ่งเป็น 0
bcdof(3)=4;    % 4th dof (vertical displ) is constrained = แนวแกนที่ 4 แนวดิ่งของ nodeที่ 2
bcval(3)=0;    % whose described value is 0 = การกระจัดในแนวดิ่งเป็น 0

%-----------------------------
%  initialization to zero = การเซ็ตศูนย์เมทริกซ์
%-----------------------------

ff=zeros(sdof,1);            % system force vector
mm=zeros(sdof,sdof);         % system mass matrix
kk=zeros(sdof,sdof);         % system stiffness matrix
index=zeros(nnel*ndof,1);    % index vector
elforce=zeros(nnel*ndof,1);  % element force vector
eldisp=zeros(nnel*ndof,1);   % element nodal displacement vector
k=zeros(nnel*ndof,nnel*ndof); % element stiffness matrix
```

```
stress=zeros(nel,1);          % stress vector for every element

%-----------------------------
%  applied nodal force = การใส่แรง
%-----------------------------

ff(5)=600;  % 3rd node has 600 N in r.h.s. direction = node ที่ 3 มีแรง 600 นิวตัน ในแนวราบ

%--------------------------
%  loop for elements = การกำหนดคุณสมบัติของแต่ละชิ้นส่วนชิ้นส่วน
%--------------------------

for iel=1:nel    % loop for the total number of elements

nd(1)=nodes(iel,1);  % 1st connected node for the (iel)-th element
nd(2)=nodes(iel,2);  % 2nd connected node for the (iel)-th element

x1=gcoord(nd(1),1); y1=gcoord(nd(1),2);  % coordinate of 1st node
x2=gcoord(nd(2),1); y2=gcoord(nd(2),2);  % coordinate of 2nd node

leng=sqrt((x2-x1)^2+(y2-y1)^2);  % element length

if (x2-x1)==0;
beta=2*atan(1);      % angle between local and global axes
else
beta=atan((y2-y1)/(x2-x1));
end

el=prop(1);              % extract elastic modulus

  if (leng == 1.8000);
    area=prop(4);      % cross-sectional area Equal angle 65*65*5
```

ห้องสมุดคณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร


```
    else if (leng == 2.4500);
      area=prop(3);      % cross-sectional area Equal angle 50*50*4
    else if (leng == sqrt(2.45^2+1.8^2));
      area=prop(2);      % cross-sectional area Equal angle 40*40*3
      end
      end
    end
  rho=prop(5);        % extract mass density

  index=feeldof(nd,nnel,ndof);  % extract system dofs for the element

  ipt=1;                % flag for consistent mass matrix
  [k,m]=fetruss2(el,leng,area,rho,beta,ipt); % element matrix

  k=fetruss2(el,leng,area,0,beta,1); % compute element matrix

  kk=feasmbl1(kk,k,index);          % assemble into system matrix

  mm=feasmbl1(mm,m,index);          % assemble system mass matrix
  end

  %-----------------------------------------------
  % apply constraints and solve the matrix = ขั้นตอนการแก้สมการเมทริกซ์
  %-----------------------------------------------

  [kk,ff]=feaplyc2(kk,ff,bcdof,bcval);  % apply the boundary conditions

  disp=kk\ff;  % solve the matrix equation to find nodal displacements

  [kk,mm]=feaplycs(kk,mm,bcdof);  % apply the boundary conditions

  [msol,fsol]=eig(kk,mm);
```

```
fsol=sqrt(fsol);
%--------------------------------------------------
%  post computation for stress calculation = ขั้นตอนการหาค่าหน่วยแรง
%--------------------------------------------------

for iel=1:nel        % loop for the total number of elements

nd(1)=nodes(iel,1);  % 1st connected node for the (iel)-th element
nd(2)=nodes(iel,2);  % 2nd connected node for the (iel)-th element

x1=gcoord(nd(1),1); y1=gcoord(nd(1),2);  % coordinate of 1st node
x2=gcoord(nd(2),1); y2=gcoord(nd(2),2);  % coordinate of 2nd node

leng=sqrt((x2-x1)^2+(y2-y1)^2);  % element length

if (x2-x1)==0;
beta=2*atan(1);      % angle between local and global axes
else
beta=atan((y2-y1)/(x2-x1));
end

el=prop(1);              % extract elastic modulus
  if (leng == 1.8000);
    area=prop(4);      % cross-sectional area Equal angle 65*65*5
  else if (leng == 2.4500);
    area=prop(3);      % cross-sectional area Equal angle 50*50*4
  else if (leng == sqrt(2.45^2+1.8^2))
    area=prop(2);      % cross-sectional area Equal angle 40*40*3
    end
    end
  end
```

```
index=feeldof(nd,nnel,ndof);  % extract system dofs for the element

k=fetruss2(el,leng,area,0,beta,1); % compute element matrix

for i=1:(nnel*ndof)        % extract displacements associated with
eldisp(i)=disp(index(i));    % (iel)-th element
end

elforce=k*eldisp;          % element force vector
stress(iel)=sqrt(elforce(1)^2+elforce(2)^2)/area; % stress calculation

if ((x2-x1)*elforce(3)) < 0;
stress(iel)=-stress(iel);
end

format short g
format compact
end

%---------------------------
% print fem solutions = การให้แสดงผล
%---------------------------

num=1:1:sdof;
displ=[num' disp]        % print displacements

numm=1:1:nel;
stresses=[numm' stress]   % print stresses

num=1:1:sdof;
freqcy=[num' fsol]        % print natural frequency
%-----------------------------------------------------------------
```

บทที่ 3
วิธีดำเนินโครงงาน

บทที่ 3 เป็นรายละเอียดของวิธีการและขั้นตอนในการดำเนินงานวิจัย ซึ่งมีประเด็นหลักได้แก่การรวบรวมข้อมูลสำหรับงานวิจัย ศึกษาโปรแกรมที่จะใช้สำหรับงานวิจัย ประยุกต์ใช้โปรแกรมให้เข้ากับงานวิจัย

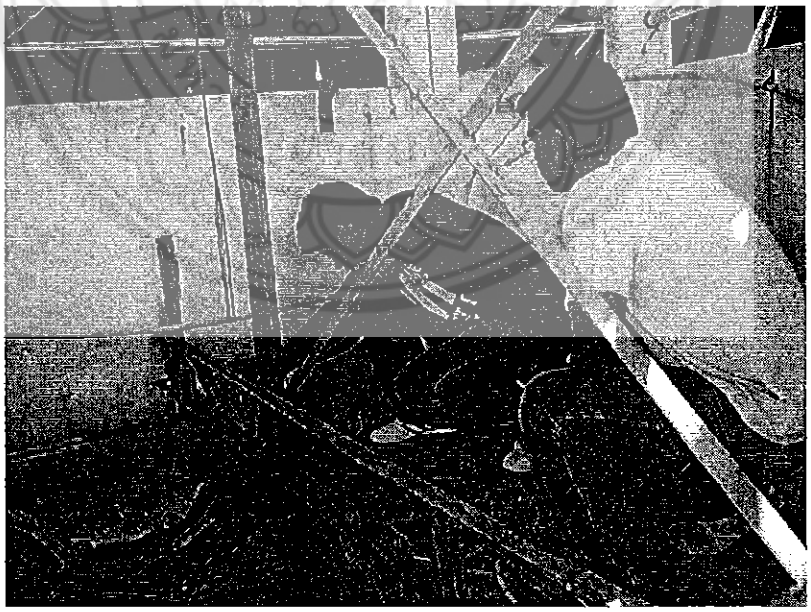
3.1 ข้อมูลที่ใช้สำหรับงานวิจัย

ข้อมูลที่ใช้ในงานวิจัยต่างๆ ได้จากการวัดและจดบันทึกข้อมูล ณ สถานที่จริง และมาตรฐานต่างๆ ที่มีอยู่

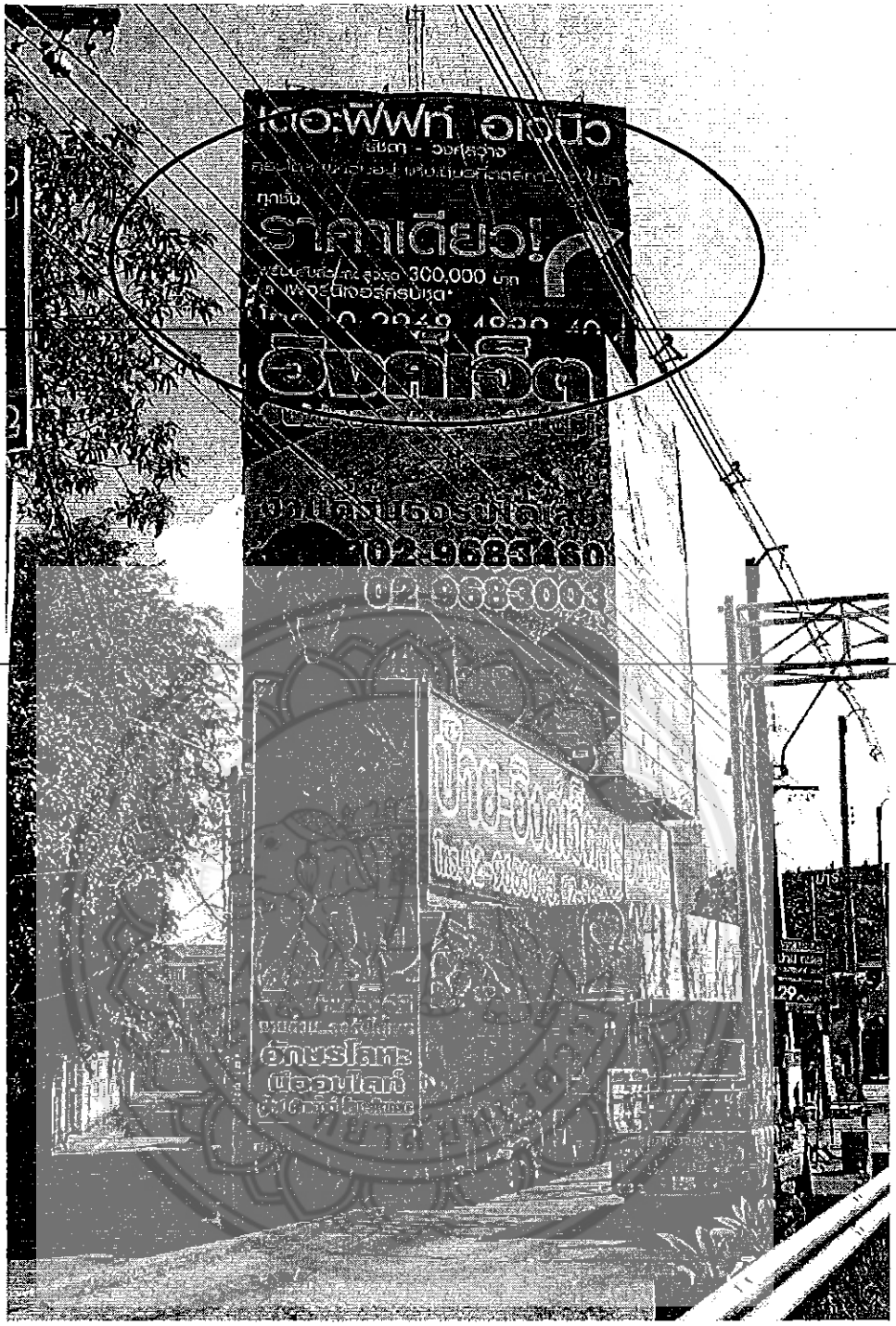
3.1.1 การเก็บรวบรวมข้อมูล

3.1.1.1 ระยะต่างๆของป้ายโฆษณา

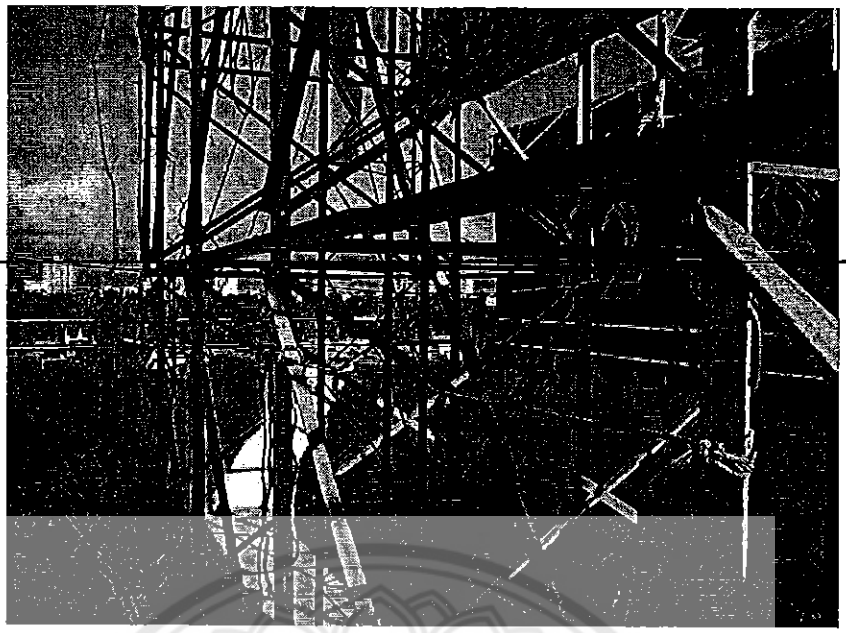
กรณีศึกษาตัวอย่างในงานวิจัยนี้เป็นป้ายโฆษณา ที่ตั้งอยู่บริเวณ เขตแคราย กรุงเทพฯ การเก็บข้อมูลทำโดยการวัด และจดบันทึกระยะต่างๆของป้ายโฆษณารวมถึงขนาดของชิ้นส่วนต่างๆของป้ายโฆษณา



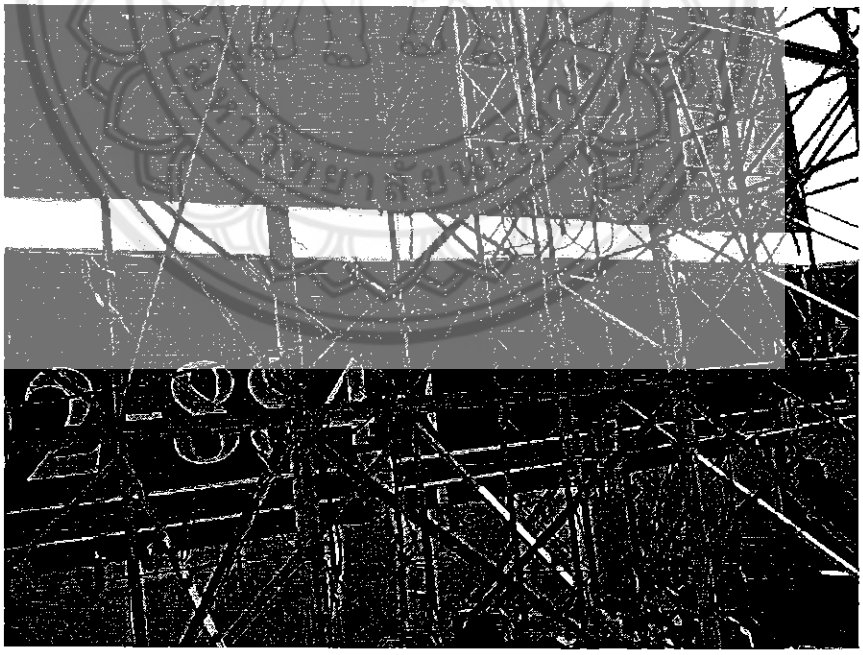
การวัดเก็บข้อมูลต่างๆที่ใช้ในงานวิจัย



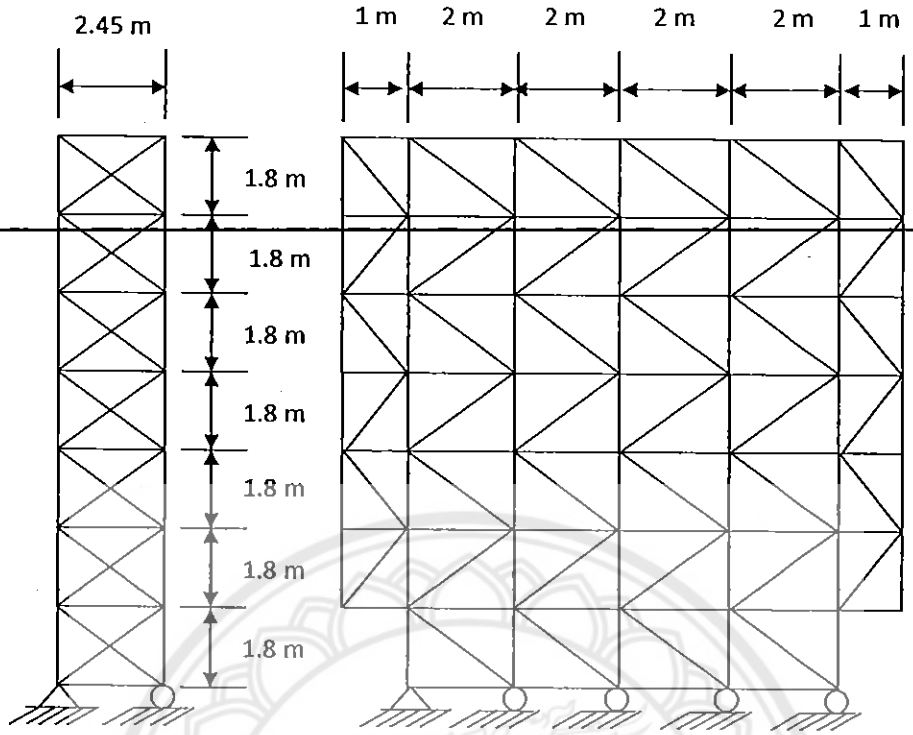
แผ่นป้ายโฆษณาที่ใช้ในงานวิจัย



แผ่นป้ายโฆษณาที่ใช้ในงานวิจัย

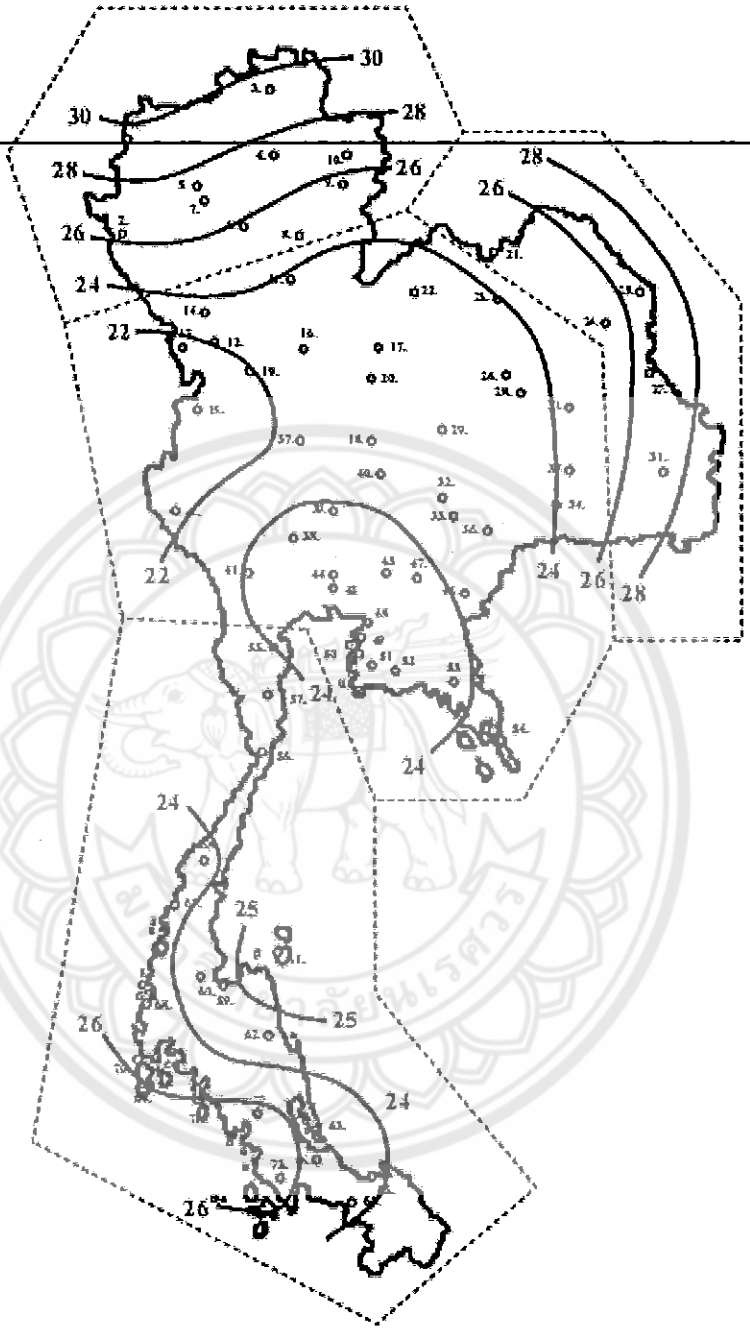


แผ่นป้ายโฆษณาที่ใช้ในงานวิจัย



รูปด้านและระยะของแผ่นป้าย

3.1.1.2 ข้อมูลและมาตรฐานของแรงลม



เส้นชั้นความเร็วลมเนื่องจากอิทธิพลของลมปกติที่คาบเวลากลับ 50 ปี(เมตรต่อวินาที)

ตารางหน่วยแรงลมสถิตเทียบเท่าสำหรับออกแบบโครงสร้างหลักของอาคารเพื่อต้านทานแรงลม สำหรับอาคารรูปทรงสี่เหลี่ยม และประเภทของอาคารที่มีความสำคัญปกติ สำหรับความเร็วลมอ้างอิง ตามที่กำหนดในมาตรฐาน เท่ากับ 25, 27, 29, และ30 ม./วินาที ตามลำดับ

ตารางที่ 1 หน่วยแรงลมสถิตเทียบเท่าสำหรับออกแบบโครงสร้างหลักต้านทานแรงลม สำหรับอาคารรูปทรงสี่เหลี่ยม สำหรับความเร็วลมอ้างอิง 25 ม./วินาที

ความสูงจากพื้นดิน, เมตร	หน่วยแรงลม, นิวตัน/ม.^{2}(กก./ม.^{2})
	สภาพภูมิประเทศแบบ A
0 – 20	1140(115)
10 – 20	1235(125)
20 – 40	1340(135)
40 – 60	1410(145)
60 - 80	1465(150)

ตารางที่ 2 หน่วยแรงลมสถิตเทียบเท่าสำหรับออกแบบโครงสร้างหลักต้านทานแรงลม สำหรับอาคารรูปทรงสี่เหลี่ยม สำหรับความเร็วลมอ้างอิง 27 ม./วินาที

ความสูงจากพื้นดิน,เมตร	หน่วยแรงลม, นิวตัน/ม.^{2}(กก./ม.^{2})	
	สภาพภูมิประเทศแบบ A	สภาพภูมิประเทศแบบ B
0 – 20	1330(135)	965(100)
10 – 20	1440(145)	1055(110)
20 – 40	1565(160)	1190(120)
40 – 60	1645(170)	1285(130)
60 - 80	1705(175)	1360(140)

ตารางที่ 3 หน่วยแรงลมสถิตเทียบเท่าสำหรับออกแบบโครงสร้างหลักต้านทานแรงลม สำหรับอาคารรูปทรงสี่เหลี่ยม สำหรับความเร็วลมอ้างอิง 29 ม./วินาที

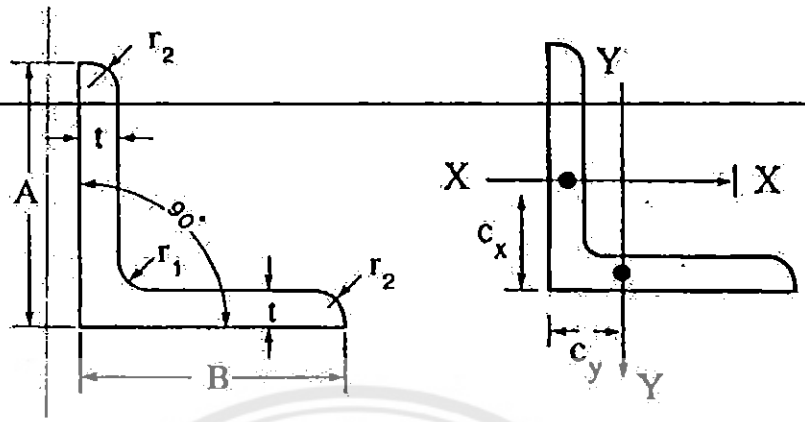
ความสูงจากพื้นดิน,เมตร	หน่วยแรงลม, นิวตัน/ม.^{2}(กก./ม.^{2})	
	สภาพภูมิประเทศแบบ A	สภาพภูมิประเทศแบบ B
0 – 20	1535(155)	1115(115)
10 – 20	1660(170)	1215(125)
20 – 40	1805(185)	1375(140)
40 – 60	1900(195)	1480(150)
60 - 80	1970(200)	1570(160)

ตารางที่ 4 หน่วยแรงลมสถิตเทียบเท่าสำหรับออกแบบโครงสร้างหลักต้านทานแรงลม สำหรับอาคารรูปทรงสี่เหลี่ยม สำหรับความเร็วลมอ้างอิง 30 ม./วินาที

ความสูงจากพื้นดิน,เมตร	หน่วยแรงลม, นิวตัน/ม.^{2}(กก./ม.^{2})	
	สภาพภูมิประเทศแบบ A	สภาพภูมิประเทศแบบ B
0 – 20	1640(165)	1195(120)
10 – 20	1775(180)	1300(135)
20 – 40	1930(195)	1470(150)
40 – 60	2030(205)	1585(160)
60 - 80	2105(215)	1680(170)

3.1.1.3 ข้อมูลเหล็ก

เหล็กฉากขาเท่ากัน (Equal angles)



ขนาด (mm.)					พื้นที่ หน้าตัด
A	B	t	r1	r2	(cm^2)
25	25	3	4	2	1.427
25	30	3	4	2	1.727
40	40	3	4.5	2	2.336
45	45	4	6.5	3	3.492
45	45	5	6.5	3	4.302
50	50	4	6.5	3	3.892
50	50	5	6.5	3	4.802
50	50	6	6.5	4.5	5.644
60	60	4	6.5	3	4.692
60	60	5	6.5	3	5.802
65	65	5	8.5	3	6.367
65	65	6	8.5	4	7.527
65	65	8	8.5	6	9.761
70	70	6	8.5	4	8.127

หน่วยน้ำหนักของเหล็ก = 7,850 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร

โมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็ก(E_s) = 2,040,000 กิโลกรัมต่อตารางเซนติเมตร

3.2 ศึกษาการใช้งานโปรแกรมในงานวิจัย

การทำงานวิจัยวิเคราะห์โครงถักนี้เลือกใช้โปรแกรม 2 โปรแกรมมาใช้ในงานวิจัยและช่วยในการคำนวณคือโปรแกรม MATLAB และโปรแกรม SAP2000

3.2.1 โปรแกรม MATLAB

3.2.1.1 ความรู้ทั่วไปเกี่ยวกับ MATLAB

MATLAB เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์สมรรถนะสูงเพื่อใช้ในการคำนวณทางเทคนิค MATLABได้รวมการคำนวณ การเขียนโปรแกรมและการแสดงผลรวมกันอยู่ในตัวโปรแกรมเดียวได้อย่างมีประสิทธิภาพ และอยู่ในลักษณะที่ง่ายต่อการใช้งาน งานที่ทั่วไปที่ใช้ MATLAB ก็เช่น การคำนวณทั่วไป การสร้างแบบจำลองและการทดสอบแบบจำลอง การวิเคราะห์ข้อมูล การแสดงผลในรูปกราฟทั้งโดยทั่วไป กราฟทางด้านทางวิทยาศาสตร์และวิศวกรรม สามารถสร้างโปรแกรมในลักษณะที่ติดต่อกับผู้ใช้ทางกราฟฟิกส์

การทำงานของ MATLAB จะสามารถทำงานได้ทั้งในลักษณะของการติดต่อโดยตรง (Interactive)คือการเขียนคำสั่งเข้าไปทีละคำสั่ง เพื่อให้ MATLAB ประมวลผลไปเรื่อยๆ หรือสามารถที่จะรวบรวมชุดคำสั่งเรานั้นเป็นโปรแกรมก็ได้ ข้อสำคัญอย่างหนึ่งของ MATLAB ก็คือข้อมูลทุกตัวจะถูกเก็บในลักษณะของarray คือในแต่ละตัวแปรจะได้รับการแบ่งเป็นส่วนย่อยเล็กๆ ขึ้น (หรือจะได้รับการแบ่งเป็น element นั่นเอง) ซึ่งการใช้ตัวแปรเป็น array ในMATLAB นี้เราไม่จำเป็นที่จะต้องจอง dimension เหมือนกับการเขียนโปรแกรมในภาษาขั้นต่ำทั่วไป ซึ่งทำให้เราสามารถที่จะแก้ปัญหาของตัวแปรที่อยู่ในลักษณะของ matrix และ vector ได้โดยง่าย ซึ่งทำให้เราลดเวลาการทำงานลงได้อย่างมากเมื่อเทียบกับการเขียนโปรแกรมโดย C หรือ Fortran

MATLAB เป็นโปรแกรมสำเร็จรูปที่ใช้กันอย่างแพร่หลายในแวดวงของนักวิทยาศาสตร์และวิศวกรในปัจจุบัน ชื่อโปรแกรม MATLAB นั้นย่อมาจาก MATrix LABoratory โดย MATLAB นั้นได้เริ่มต้นขึ้นเพื่อต้องการให้เราสามารถแก้ปัญหาตัวแปรที่มีลักษณะเป็น Matrix ได้ง่ายขึ้น สำหรับ MATLAB ได้เริ่มพัฒนาครั้งแรกโดย Dr. Cleve Molor ซึ่งเขียนโปรแกรมนี้ขึ้นมาด้วยภาษา Fortran โดยโปรแกรมนี้ได้พัฒนาภายใต้โครงการ LINPACK และ EISPACK สำหรับในปัจจุบันนี้ MATLAB ได้ถูกเขียนขึ้นโดยใช้ภาษา C โดยบริษัท MathWorks ภายใต้
โครงการ LAPACK และ ARPACK

สำหรับในมุมมองของการศึกษานั้น MATLAB ถือได้ว่าเป็นเครื่องมือที่สำคัญอันหนึ่งสำหรับนักศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่จะใช้เป็นเครื่องมือในการคำนวณ และขณะนี้หลายๆ มหาวิทยาลัยได้ยกอันดับของ MATLAB ขึ้นจากโปรแกรมสำเร็จรูป ให้เป็นภาษาสำหรับการใช้งานทางด้านเทคโนโลยี นั่นคือมีระดับเป็นภาษาเหมือนกับภาษา C หรือ Fortran นั่นเองนอกเหนือจากเพื่อการเรียนการสอนในสถาบันการศึกษาแล้ว MATLAB ยังเป็นเครื่องมือสำคัญที่ใช้ในงานวิจัย งานพัฒนาและการวิเคราะห์ของหน่วยงานต่างๆมากมาย

ถ้าหากจะสรุปโดยรวมแล้วความสามารถหลักของ MATLAB ที่ทำให้เป็นโปรแกรมที่เหมาะสมกับการทำงานทางด้านวิศวกรรมด้วยเหตุผลดังนี้

- MATLAB เป็นโปรแกรมเพื่อการคำนวณและแสดงผลได้ทั้งตัวเลขและรูปภาพซึ่งมีประสิทธิภาพสูง

- MATLAB จะควบคุมการทำงานด้วยชุดคำสั่งและยังสามารถรวบรวมชุดคำสั่งเป็นโปรแกรมได้อีกด้วย

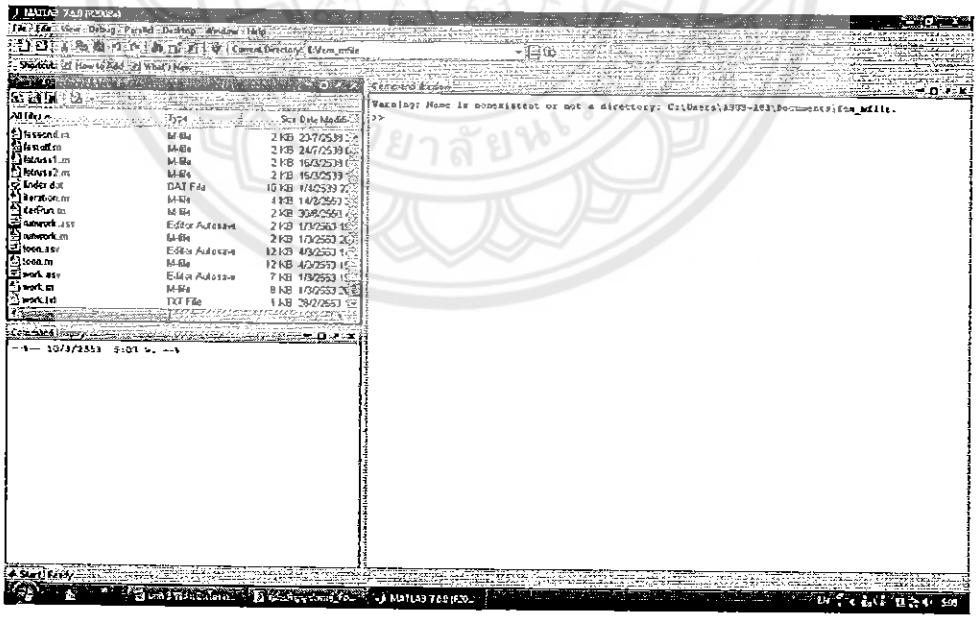
- MATLAB มี function ที่เหมาะสมกับงานทางวิศวกรรมพื้นฐานมากมาย นอกจากนั้นผู้ใช้ยังสามารถเขียน function ขึ้นมาใหม่โดยสามารถใช้ประโยชน์จาก function ที่มีอยู่แล้วเพื่อให้เหมาะสมกับงานของผู้ใช้แต่ละกลุ่ม

- ลักษณะการเขียนโปรแกรมใน MATLAB จะใกล้เคียงการเขียนสมการทางคณิตศาสตร์ที่เราคุ้นเคยจึงง่ายกว่าการเขียนโปรแกรมโดยใช้ภาษาชั้นสูงเช่น C, FORTRAN หรืออื่นๆ

- MATLAB มีความสามารถในการเขียนกราฟและรูปภาพทั้ง 2 มิติและ 3 มิติได้อย่างมีประสิทธิภาพ

- MATLAB สามารถทำ Dynamic Link กับโปรแกรมอื่นๆได้ไม่ว่าจะเป็น Word, Excel หรืออื่นๆที่ร่วมทำงานอยู่บน windows

- MATLAB มี toolbox หรือชุด function พิเศษสำหรับผู้ใช้ที่ต้องการใช้งานเฉพาะทางหรืองานด้านวิศวกรรมขั้นสูงอื่นๆ

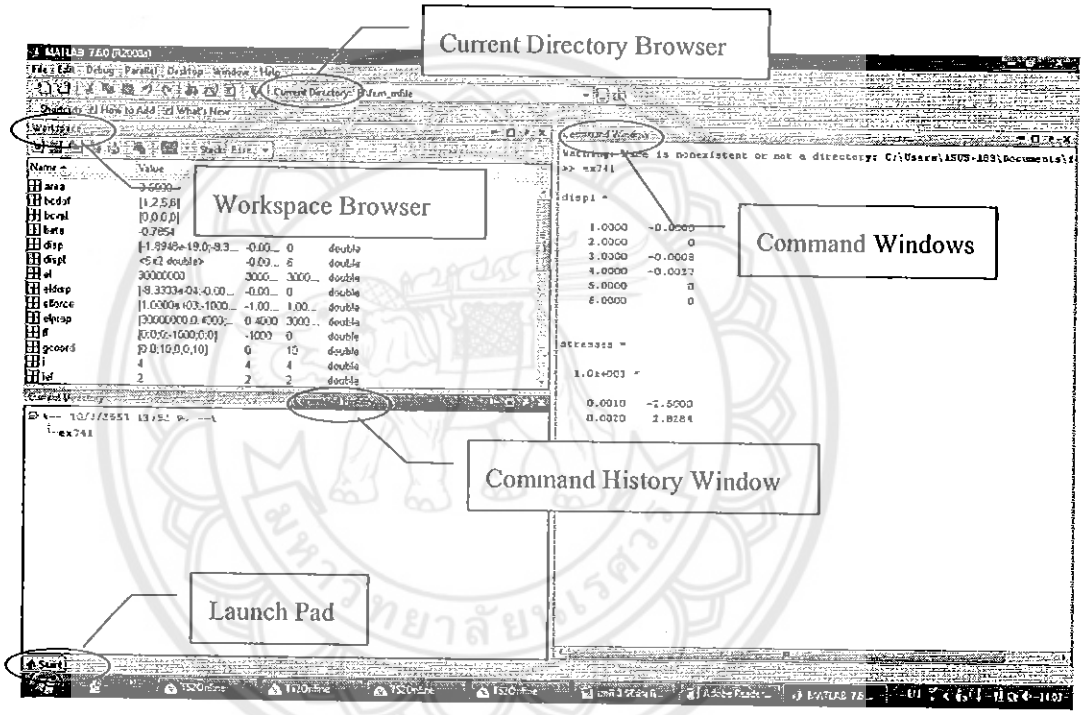


หน้าจอของโปรแกรมMATLAB

3.2.1.2 หน้าต่างและการใช้งาน MATLAB

ก. หน้าต่างของMATLAB

ใน MATLAB จะประกอบด้วยหน้าต่างย่อยๆ หลายหน้าต่าง ในหัวข้อนี้จะเป็นการอธิบายถึงหน้าต่างที่อยู่ภายใต้ MATLAB desktop การใช้หน้าต่างและเครื่องมือใน MATLABdesktop ซึ่งจะช่วยให้การใช้คำสั่งทำได้สะดวกและรวดเร็วขึ้นโดยเราสามารถสั่งคำสั่งเหล่านั้นผ่านเมาส์ได้และมีการปรับเปลี่ยนค่าต่างๆ ได้สะดวกและรวดเร็วขึ้นมาก สำหรับหน้าต่างที่สำคัญใน MATLAB Desktop จะมีอยู่ด้วยกัน 5 หน้าต่างคือ Command Windows, Command History Window, Current Directory Browser, Workspace Browser และ Launch Pad



รูปแสดงหน้าต่างที่สำคัญของMATLAB

Command Window เป็นส่วนที่เราใช้ในการป้อนชุดคำสั่งเพื่อให้ MATLAB ทำงานตามคำสั่งนั้นและก็จะแสดงผลที่เป็นตัวหนังสือในหน้าต่างนี้ ซึ่งใน version ก่อนๆ ของ MATLAB ก็จะมีหน้าต่างนี้อยู่แล้ว ซึ่งเราสามารถที่จะกำหนดคำสั่งด้วยตัวอักษร เพื่อให้ MATLAB ทำงานตามที่เราต้องการได้นั่นเอง

Command History นี้มีไว้เพื่อให้เราทราบว่าเราได้ใช้คำสั่งอะไรไปแล้วบ้าง โดยข้อมูลการใช้คำสั่งจะได้รับการบันทึกไว้ทุกครั้งที่มีการเปิดโปรแกรม MATLAB ขึ้นมาใช้ นอกจากนั้นยังบอกวัน-เวลาที่เราได้เข้ามาใช้โปรแกรมนี้ในแต่ละครั้งด้วย ในหน้าต่างนี้เราสามารถที่จะเลือกใช้

คำสั่งที่เคยใช้มาก่อนหน้านี้แล้วอีกก็ได้ โดยการกดเมาส์สองครั้งที่คำสั่งนั้น หรือเราอาจจะเลือกที่จะทำสำเนาคำสั่งนั้นก็ได้

Current Directory และ Search Path เป็นจุดเริ่มต้นของการทำงานและเป็นพื้นที่ในการค้นหาข้อมูลหรือคำสั่งต่างๆ ตามที่ได้รับคำสั่งมา โดยการค้นหาจะจำกัดวงอยู่เฉพาะในสองส่วนหลักนี้เท่านั้น MATLAB จะไม่มีการค้นหา file หรือคำสั่งต่างๆนอกพื้นที่ดังกล่าว ดังนั้นคำสั่งหรือ M-file ต่างๆ ที่เราต้องการจะใช้งานนั้นจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องอยู่ในCurrent Directory หรือ Search Path

Workspace Browser เมื่อเราได้มีการสร้างค่าตัวแปรหรือพารามิเตอร์ขึ้นใน MATLAB ค่าเหล่านั้นจะถูกเก็บไว้ในพื้นที่การทำงาน (Workspace) และหน่วยความจำของ MATLAB เราจะเพิ่มตัวแปรลงในพื้นที่ทำงานได้ด้วยการใช้คำสั่ง ให้ M-file ทำงานหรือ load ค่าที่บันทึกไว้เข้าสู่พื้นที่ทำงาน เพื่อที่จะดูว่าในขณะนั้นมีตัวแปรอะไรบ้างที่มีอยู่ในพื้นที่ทำงาน ที่ Workspace Browser นี้เราสามารถที่จะดูว่ามีตัวแปรหรือ array ตัวใดที่อยู่ใน workspace บ้างนอกจากนี้สำหรับตัวแปรแต่ละตัวก็จะมีข้อมูลที่บอกว่าตัวแปรแต่ละตัวนั้นเป็นประเภทใด มีขนาดเท่าใด ใช้หน่วยความจำมากเท่าใดอีกด้วย สำหรับตัวแปรแต่ละตัวที่ปรากฏอยู่ในรายการภายใต้workspace Browser นี้เราสามารถที่จะแก้ไขหรือลบมันออกจาก Workspace ได้

Launch Pad เป็นหน้าต่างที่แสดง toolbox ต่างๆที่เราได้ติดตั้งไว้ในเครื่องของเรา และทำให้เราสามารถที่จะเข้าสู่ เครื่องมือ ตัวอย่าง และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับ MATLAB หรือ Toolbox ต่างๆ ได้โดยง่ายลักษณะของ Launch Pad ก็จะเหมือนกับการแสดง file ใน Windows Explorer คือสามารถที่จะขยายหรือลดการแสดงรายละเอียดใน Toolbox ต่างๆ ได้ และเมื่อเรากดเมาส์สองครั้งในหัวข้อที่ต้องการเราก็จะได้เห็นตัวอย่าง หรือเอกสารที่เกี่ยวข้องกับหัวข้อนั้นได้ทันที โดยไม่ต้องเสียเวลาในการค้นหา

ข. คำสั่งเบื้องต้นและการใช้งานMATLAB

คำสั่งเบื้องต้นประกอบด้วยคำสั่งต่อไปนี้

- quit หรือ exit เลิกการทำงานของ MATLAB
- clc ลบข้อความที่บรรจุอยู่ใน Command Window แต่ไม่มีการลบค่าตัวแปรใดๆ
- clf ลบรูปภาพที่บรรจุอยู่ใน Graphic Window
- clear ลบตัวแปรทุกตัวออกจากหน่วยความจำ
- save เป็นการรวบรวมค่าตัวแปรทุกตัวที่มีอยู่ในขณะนั้นบันทึกลงบน disk
- หากต้องการยกเลิกการคำนวณในขณะที่ MATLAB ยังทำการคำนวณไม่เรียบร้อยให้กดแป้น Ctrl และ c พร้อมกัน

ฟังก์ชันคีย์พิเศษได้แก่

- Ctrl-p หรือ ↑ ใช้เรียกคำสั่งที่ทำไปในครั้งที่ผ่านมา
- Ctrl-n หรือ ↓ ใช้เรียกคำสั่งที่สั่งหลังจากคำสั่งที่กำลังสั่งอยู่
- Ctrl-f หรือ → เลื่อนไปทางขวา 1 ตัวอักษร
- Ctrl-b หรือ ← เลื่อนไปทางซ้าย 1 ตัวอักษร
- Del หรือ Backspace ลบตัวอักษรครั้งละ 1 ตัว
- Ctrl-l หรือ Ctrl- ← เลื่อนไปทางซ้าย 1 คำ
- Ctrl-r หรือ Ctrl- → เลื่อนไปทางขวา 1คำ
- Ctrl-a หรือแป้น Home เลื่อนไปที่ตัวอักษรแรกของบรรทัด
- แป้น End เลื่อนไปที่ตัวอักษรสุดท้ายของบรรทัด
- Ctrl-k ลบทุกตัวอักษรจากจุดที่อยู่ไปถึงตัวสุดท้ายของบรรทัด

ถ้าในระหว่างการทำงานบน MATLAB แล้วมีปัญหาเกิดขึ้นในเรื่องของรูปแบบของการใช้คำสั่งเราอาจใช้คำสั่ง help เพื่อช่วยการทำงานได้

- ใช้ help อย่างเดียวเพื่อให้ MATLAB แสดงชื่อ function ที่มีบรรจุอยู่ใน help
- ใช้ help แล้วตามด้วยชื่อ function เพื่อให้ MATLAB แสดงรายละเอียดของ function นั้น

- ในการแก้ปัญหาทางด้านวิศวกรรม เราพบว่ากลุ่มข้อมูลที่จะต้องพิจารณาอาจจะเป็นตัวเลขเพียงตัวเดียว หรือ scalar หรืออาจเป็นกลุ่มของข้อมูลที่จัดอยู่ในรูปของ vector หรือ matrix ก็ได้ สำหรับMATLAB แล้วโครงสร้างข้อมูลทั้งหมดจะได้รับการจัดให้อยู่ในรูปของ matrix ทั้งหมดคือ

- จะถือว่า scalar คือ matrix ขนาด [1 x 1]
- ส่วน vector สามารถจะจัดอยู่ในรูป row matrix [n x 1] หรือ column matrix [1 x n] ซึ่งนิยมเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า row vector และ column vector ตามลำดับ

การตั้งชื่อตัวแปรใน MATLAB มีเงื่อนไขต่อไปนี้

- ชื่อตัวแปรต้องขึ้นต้นด้วยตัวอักษร
- ชื่อตัวแปรจะบรรจุด้วยตัวอักษร ตัวเลข และ underscore (_) ได้
- ชื่อตัวแปรจะยาวเพียงใดก็ได้แต่ MATLAB จะจดจำชื่อตัวแปรและแยกตัวแปรสองตัวออกจากกันด้วยอักษรเพียง 19 ตัวแรกเท่านั้น
- MATLAB เป็น case-sensitive variable ดังนั้นการใช้ตัวอักษรตัวใหญ่และตัวเล็กจะเก็บไว้ในหน่วยความจำต่างกัน เช่นตัวแปร xA, xa, XA จะเป็นตัวแปรคนละตัวกัน

การกำหนดค่าตัวแปร

การกำหนดค่าตัวแปร หรือ assignment statement จะใช้เครื่องหมาย '=' ซึ่งมีส่วนประกอบดังนี้

ตัวแปร = ค่าของตัวแปร

- ถ้าค่าของตัวแปรเป็นตัวเลขตัวเดียว อาจกำหนดเป็นตัวเลขไปเลยก็ได้ เช่นถ้าต้องการให้ตัวแปร A มีค่า 1

A = 1

- ถ้าค่าของตัวแปรเป็น vector หรือ matrix ต้องกำหนดในเครื่องหมายวงเล็บใหญ่ [ ]

ค่าที่จะกำหนดในลักษณะของแถวนอน (row) ค่าแต่ละ elements ใน row เดียวกันอาจจะแยกจากกันด้วยช่องว่าง (space) หรือ comma ก็ได้เช่น

A = [1, 2, 3]

หรือ A = [1 2 3]

เมื่อมีการกำหนดค่า MATLAB จะตอบกลับมาซึ่งเหมือนกับการแสดงผลหรือการรับทราบค่า ซึ่งในกรณีนี้จะได้

A =

1 2 3

ซึ่งจะให้ matrix A ขนาด 1 row x 3 column เหมือนกัน

ใช้เครื่องหมาย sami-colon แยก row ออกจากกัน เช่นถ้าต้องการ matrix a = $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ จะใช้

a = [1 2;3 4]

ซึ่งโปรแกรมจะแสดงผลเป็น

a =

1 2

3 4

การแยกแต่ละ row ออกจากกันสามารถกระทำได้อีกวิธีหนึ่งคือแยกบรรทัด ด้วยการใช้ enter เช่น

a = [1, 2 (enter)

3, 4]

ก็จะให้ค่าเหมือนกับกรณีที่ผ่านมา

- ในกรณีที่ row ยาวมาก จนต้องเขียนต่อบรรทัดใหม่ให้ใช้สัญลักษณ์ ellipsis คือ comma แล้วตามด้วยจุด 3 จุด เช่น

```
a = [1, 2, 3,...          (enter)
   4 ,5, 6]
```

จะได้ a เป็น matrix ขนาด [1 x 6]

- MATLAB ยินยอมให้มีการกำหนดค่า matrix ใหม่โดยใช้ matrix เดิมเข้าช่วย เช่น

```
a = [1 2 3]
b = [0 a]
```

จะได้ b เป็น

```
b =
    [0 1 2 3]
```

- เราสามารถเปลี่ยนค่า element ของ matrix ได้โดยใช้ index กำหนดค่านั้น ๆ เช่นหากเรากำหนด

```
a = [1, 2; 3, 4]
```

ถ้าต้องการเปลี่ยนค่าที่ row 1 column 2 จาก 2 เป็น 5 สามารถทำได้โดย

```
a(1,2) = 5
```

จะได้ว่า matrix a เป็น

```
a =
    1 5
    3 4
```

- ถ้า matrix เป็น single row หรือ single column matrix อาจใช้ index ตัวเดียวได้ เช่นถ้า matrix a = [1 2 3] เราอาจกำหนด

```
a(3) = 5
```

เราจะได้ a มีค่าเป็น

```
a = [1 2 5]
```

- ถ้า a = [1 2 3] แล้วเรากำหนด a(7) = 5 เราจะได้ a มีค่าเป็น a = [1 2 0 0 0 0 5] ซึ่ง MATLAB จะเพิ่ม element จาก 3 เป็น 7 ทันที แล้วกำหนดค่า element ที่เพิ่มขึ้นโดยไม่มีการกำหนดค่าให้เป็นศูนย์โดยอัตโนมัติ

- เราสามารถกำหนดค่า vector จาก matrix ที่มีการกำหนดค่าเรียบร้อยแล้ว เช่นหากเบื้องต้นกำหนดให้ x = [1 2 3; 4 5 6; 9 10 0];

ถ้าต้องการให้ตัวแปรใหม่ a มีค่าเท่ากับค่าทุกค่าใน column ที่ 1 ของ x สามารถใช้

```
a = x(:, 1)
```

นั่นคือ

```
a =
     1
     4
     9
```

หรือ `b = x(2,:)`

หมายความว่า b มีค่าเท่ากับทุกค่าใน row ที่ 2 ของ x

นั่นคือ `b = [4 5 6]`

- Colon operator สามารถใช้สร้าง matrix ใหม่ขึ้นมา เช่น ถ้าใช้ colon แยกจำนวนเต็ม 2 จำนวน เช่น

```
k = 1:5
```

หมายถึงการสร้างให้ k มีค่าเป็น row vector มีค่าเป็นหรือเหมือนกับการใช้คำสั่ง

```
k = [1, 2, 3, 4, 5]
```

- ถ้าใช้ colon แยกจำนวน 3 จำนวนหมายถึงให้มีค่าเริ่มจากค่าแรกเพิ่มขึ้นครั้งละเท่ากับค่าที่ 2และสิ้นสุดเมื่อค่าเท่ากับค่าที่ 3 เช่น k = 1:0.5:5 จะได้ row vector เหมือนกับการใช้คำสั่ง

```
k = [1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5, 4, 4.5, 5]
```

- สามารถใช้ colon ในการนับถอยหลังได้เช่น

```
k = 5:-0.5:1
```

จะได้ผลเหมือนกับ

```
k = [5, 4.5, 4, 3.5, 3, 2.5, 2, 1.5, 1]
```

- สามารถใช้ colon operator แยก submatrix ได้ เช่น $a = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 9 & 7 & 8 \end{bmatrix}$ ใช้คำสั่ง

```
a=[1 2 3;4 5 6;9 7 8]
```

จะได้

```
a =
     1 2 3
     4 5 6
     9 7 8
```

หากต้องการหา minor ของ a(1, 1) หรือคือการตัด row 1 column 1 ออก อาจหาได้จาก

```
b = a(2:3,2:3);
```

คือให้ b มีค่าเท่ากับ row 2 ถึง row 3 และ column 2 ถึง column 3 ของ a นั่นคือ หรือตัวอย่างเช่น

```
c = a(1:2,1)
```

จะได้

```
c =

     1
     4
```

```
d = a(:,2:3)
```

จะได้

```
d =

     2 3
     5 6
     7 8
```

- ถ้าใช้ a(:) จะได้ matrix column เดียวที่เริ่มต้นด้วย column ที่ 1 ของ a ต่อด้วย column ที่ 2, 3... ต่อไปเช่น

```
e = a(:)
```

จะได้

```
e =

     1
     4
     9
     2
     5
     7
     3
     6
     8
```

- Transpose Matrix คือการเปลี่ยน row เป็น column และ column เป็น row เช่น

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

a =

ดังนั้น

$$a^T = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

สำหรับ MATLAB เครื่องหมาย transpose คือเครื่องหมาย (') เช่น a' ตัวอย่างเช่น

a = [1 2 3;4 5 6]

คือ

a =

1 2 3

4 5 6

---

b = a'

จะได้

b =

1 4

2 5

3 6

การเก็บค่าตัวแปร

ตัวแปร 1 ตัว จะสามารถเก็บค่าได้เพียง 1 ค่า และจะเก็บค่าสุดท้ายเท่านั้น เช่น ถ้ากำหนด

a = [1 2 3];

a = [3 4];

MATLAB จะใช้ค่า a = [3 4] เท่านั้น หรือ

a = [1 2 3];

a = [5 a];

MATLAB จะใช้ค่าเหมือนกับ

A = [5 1 2 3];

การสร้างเมทริกซ์พิเศษ

- zeros(m,n) เป็นการสร้าง matrix ขนาด [m x n] ที่มีทุก element เท่ากับศูนย์

- ones(m,n) เป็นการสร้าง matrix ขนาด [m x n] ที่มีทุก element มีค่าเท่ากับ 1

- eye(m,n) เป็นการสร้าง matrix ขนาด [m x n] ที่มี element ในแนว diagonal เท่ากับ 1 นอกนั้นเป็นศูนย์ ซึ่ง matrix นี้ ไม่จำเป็นต้องเป็น square matrix

วิธีการทางเมทริกซ์

- Dot Product

Dot Product หรือ inner product เป็นการคำนวณหาค่า scalar value ของ vector ที่มีขนาดเท่ากัน ซึ่งถ้าA และ B เป็น vector ที่มีขนาดเท่ากันจะได้

$$A \bullet B = \sum_{i=1}^{N} a_i b_i$$

เมื่อ N เป็นจำนวน element ของ A และ B

ตัวอย่างเช่น A = [1 2 3] B = [4 5 6] จะได้ว่าถ้า C = A·B จะได้

(1)(4) + (2)(5) + (3)(6) = 4+10+18 = 32

MATLAB จะใช้คำสั่ง

C = dot(A,B)

- การคูณ Matrix

การที่ Matrix A และ B จะคูณกันได้ matrix ตัวแรกจะต้องมีจำนวน column เท่ากับจำนวน row ของตัวที่สอง และผลจะได้ matrix ที่มีขนาดเท่ากับ row ของตัวแรก และ column ของตัวหลัง เช่น A มีขนาด [m x n] และ B มีขนาด [p x q] AB จะมีค่าก็ต่อเมื่อ n = p และจะได้ matrix ขนาด m x q ดังนั้นโดยทั่วไปAB ≠ BA หรือไม่มีการสลับที่การคูณของ matrix สำหรับ MATLAB ถ้า C = AB จะใช้

C = A * B

ถ้าจำนวน column A ไม่เท่ากับจำนวน row ของ B MATLAB จะแสดงข้อความบอกความผิดพลาด

- การคูณ Matrix ด้วย Scalar

การคูณ matrix ด้วย scalar นั้นจะเป็นการคูณทุก element ของ matrix ด้วยค่าคงที่ เช่น A=[1 2]; จะได้ C =2*A

C =

2 4

- การบวก-ลบ Matrix

การที่ matrix จะบวก/ลบกันได้ต้องมีขนาดเท่ากัน และการบวก/ลบจะกระทำโดยบวก/ลบแต่ละelement ของ matrix

```
A = [1 2 3];
B = [4 5 6];
C = A-B
C =
    -3 -3 -3
```

- การยกกำลัง Matrix

Matrix ที่จะยกกำลังได้ต้องเป็น square matrix เท่านั้น โดยA^2 = AAMATLAB จะเขียน A^2 เป็น A^2 ดังนั้น

A^2 จะเท่ากับ A*A

A^3 จะเท่ากับ A*A*A

การแก้ปัญหาทางวิศวกรรม

การหา eigenvalue นี้เป็นเรื่องสำคัญในการคำนวณทางวิศวกรรมหลายประการเช่นการหา Principal Stress ของระบบที่อยู่ภายใต้แรงกระทำ การหา Natural Frequency ของระบบ N-DOF เมื่ออยู่ภายใต้สภาพการสั่นอย่างอิสระเป็นต้น

- Principal Stress

ตัวอย่างต่อไปนี้เป็นการหา Principal Stress และ Principal Direction ของระบบที่ตกอยู่ภายใต้ stresssystem ดังต่อไปนี้ σ_{xx} = 120, σ_{yy} = 55, σ_{zz} = -85, σ_{xy} = -55, σ_{yz} = 33, σ_{zx} = -75 MPa ลำดับแรกจะให้ข้อมูลของ stress tensor ขนาด 3x3

```
s = [120 -55 -75;-55 55 33;-75 33 -85]
s =
    120 -55 -75
    -55  55  33
    -75  33 -85
```

จากนั้นหาค่า eigenvalue และ eigenvector

```
[Direc SP] = eig(s)
Direc =
```

-0.4654 -0.8372 0.2872

-0.8836 0.4587 -0.0944

0.0527 0.2977 0.9532

SP =

24.0644 0 0

0 176.7995 0

0 0 -110.8640

เนื่องจาก eigenvalue ยังคงเป็น matrix อยู่ เราอาจเปลี่ยนให้เป็น vector โดยใช้

S=diag(SP)

S =

24.0644

176.7995

-110.8640

สำหรับ Maximum Shearing Stress อาจหาได้จาก

MaxShear = (max(S)-min(S))/2

MaxShear =

143.8318

- Natural Frequency

ส่วนการแก้ปัญหาทางด้าน Vibrations สามารถใช้ Egienvalue Problem หาค่า Natural Frequency และ Mode Shapes ของระบบ สำหรับระบบที่มีการสั่นอย่างอิสระและไม่มี damp จะมีรูปสมการเป็น

$$M\ddot{x}+Kx = 0$$

เมื่อ x เป็น column vector ของ coordinate ที่ใช้กำหนดระบบ และ $\ddot{x} = \frac{d^2y}{dx^2}$ ส่วน M เป็น mass matrix และ K เป็น stiffness matrix สำหรับคำตอบของสมการอาจสมมุติให้อยู่ในรูปของ harmonic หรือ

$$x = Ae^{i\omega t}$$

เมื่อ A คือขนาดและ ω คือความถี่ของการสั่น ซึ่งเราจะได้ $\ddot{x} = -\omega^2 Ae^{i\omega t}$ แทนค่าลงในสมการการเคลื่อนไหวจะได้ $[K - \omega^2 M]x = 0$

หรือ $[AM - \lambda]x = 0$

เมื่อ A = K^{-1} influence coefficient matrix และ $\lambda = \frac{1}{\omega^2}$ ซึ่งเราจะพบว่าเราได้ลักษณะสมการเป็น eigenvalue problem ซึ่งลักษณะการเคลื่อนไหว x จะไม่สามารถหาค่าที่แน่นอนได้เพราะสมการนี้ไม่มี unique solution อย่างไรก็ตามเราสามารถหารูปแบบของการสั่นหรือ mode shape ได้ สิ่งที่เราสนใจจากปัญหานี้ก็คือ natural frequency และ mode shape ของการสั่นนั่นเอง ตัวอย่างต่อไปนี้สมมุติว่ามีระบบการสั่นอย่างอิสระ 3-DOF ซึ่งมี Mass และ Stiffness Matrix เป็นดังนี้

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \qquad K = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & 0 \end{bmatrix}$$

เราสามารถใช้ MATLAB หา Natural Frequency และ Mode Shape ได้โดยการเขียน function file ขึ้นมาในที่นี้ให้ชื่อ threeDOF.m โดยเรากำหนดค่า M = [m_1 m_2 m_3] และ K = [k_1 k_2 k_3] เข้าไปเป็น vector เพื่อความสะดวก (ถ้าเป็นกรณีอื่นๆ เราอาจให้ค่า matrix M และ K เลยก็ได้)

ตัวอย่าง เช่น

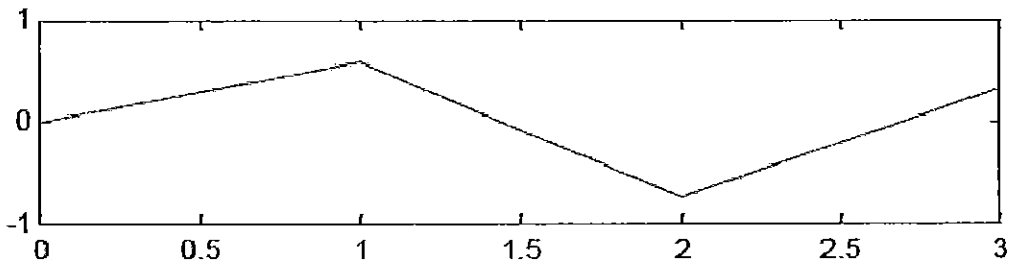
```
function [A,B] = threedof(M,K)
m = zeros(3,3);
k = zeros(3,3);
for j = 1:3;
m(j,j) = M(j);
end
k(1,1) = K(1)+K(2);
k(2,2) = K(2)+K(3);
k(3,3) = K(3);  k(1,2) = -K(2);  k(2,3) = -K(3);
k(2,1) = -K(2);  k(3,2) = -K(3);
% หา A - Influence Coefficient Matrix โดย A = inv(K)
invk  = inv(k);
% หา D - Dynamics Matrix โดย D = inv(K)*M
D = invk*m;
% หา Natural Frequency และ Mode Shapes
[A B] = eig(D);
B = diag(B);
B = sqrt(abs(1./B)); % λ = 1/ω^2
```

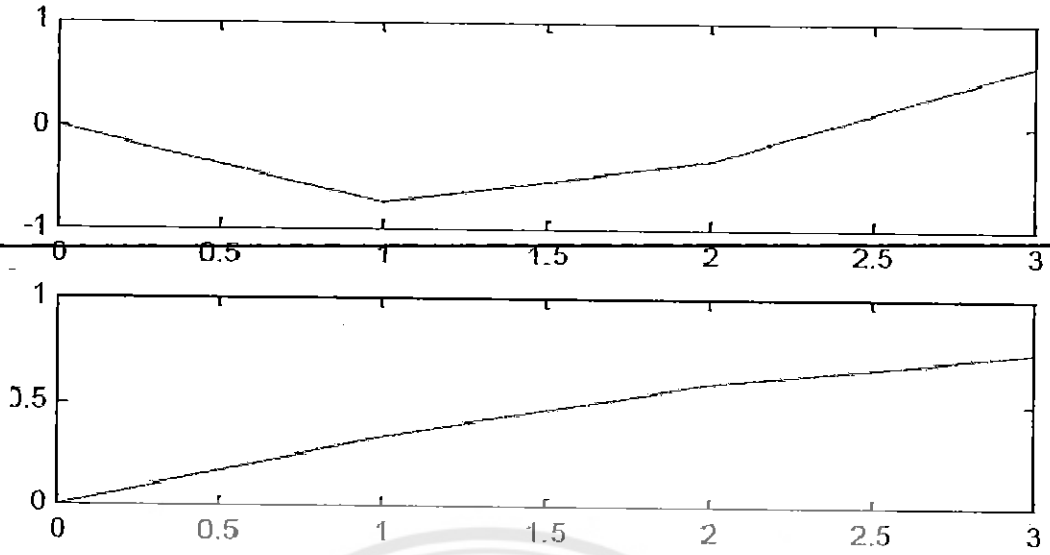
```
% Plot Mode Shapes
        X = [0 1 2 3]';
        subplot(3,1,1);
        Y = [0;A(:,1)];
        plot(X,Y);
        subplot(3,1,2);
        Y = [0;A(:,2)];
        plot(X,Y);
        subplot(3,1,3);
        Y = [0;A(:,3)];
        plot(X,Y);
```

จากนั้นถ้าสมมุติให้ $m_1 = m_2 = m_3 = 1$ kg และ $k_1 = k_2 = k_3 = 10$ N/mm จะสามารถใช้ function threeDOF ได้โดย

```
M = [1 1 1];
K = [10 10 10];
[A B] = threedof(M,K)
A =
    0.5910  -0.7370  0.3280
   -0.7370  -0.3280  0.5910
    0.3280   0.5910  0.7370
B =
    5.6982
    3.9433
    1.4073
```

ซึ่งจะได้ fundamental frequency (ค่าความถี่ที่ต่ำสุด) เป็น 1.4073 rad/sec และได้ Mode Shape เป็น





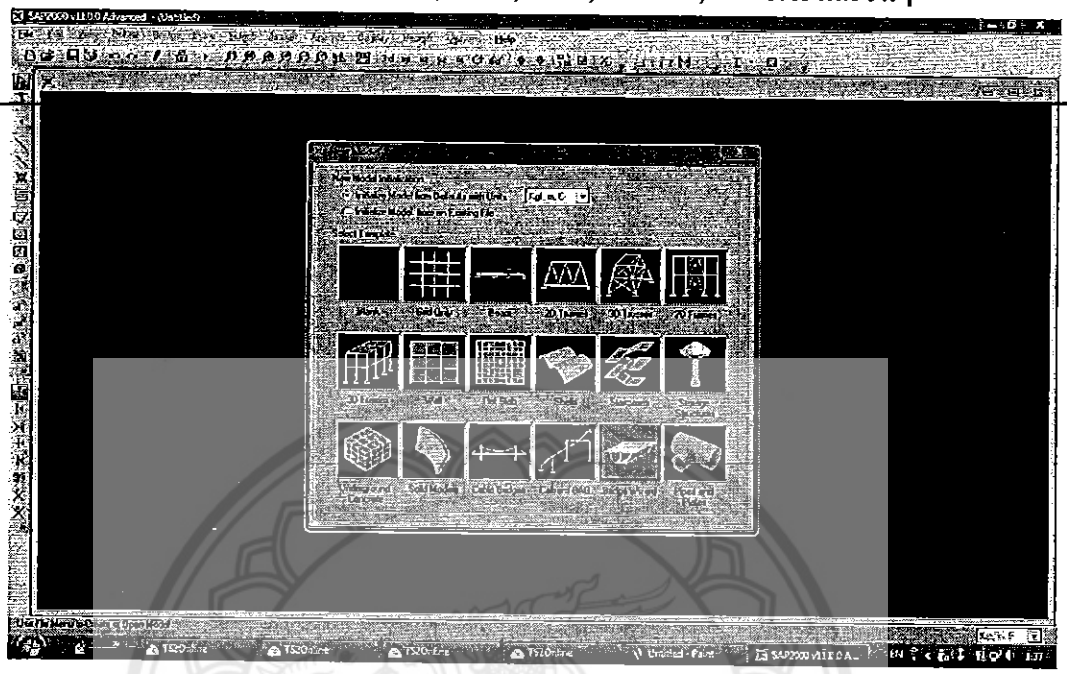
3.2.2 โปรแกรม SAP2000

SAP2000 เป็นโปรแกรมวิเคราะห์โครงสร้างชั้นสูงที่ใช้กันอย่างแพร่หลายในปัจจุบัน มีความถูกต้องแม่นยำสูง และได้รับการยอมรับในวงกว้าง

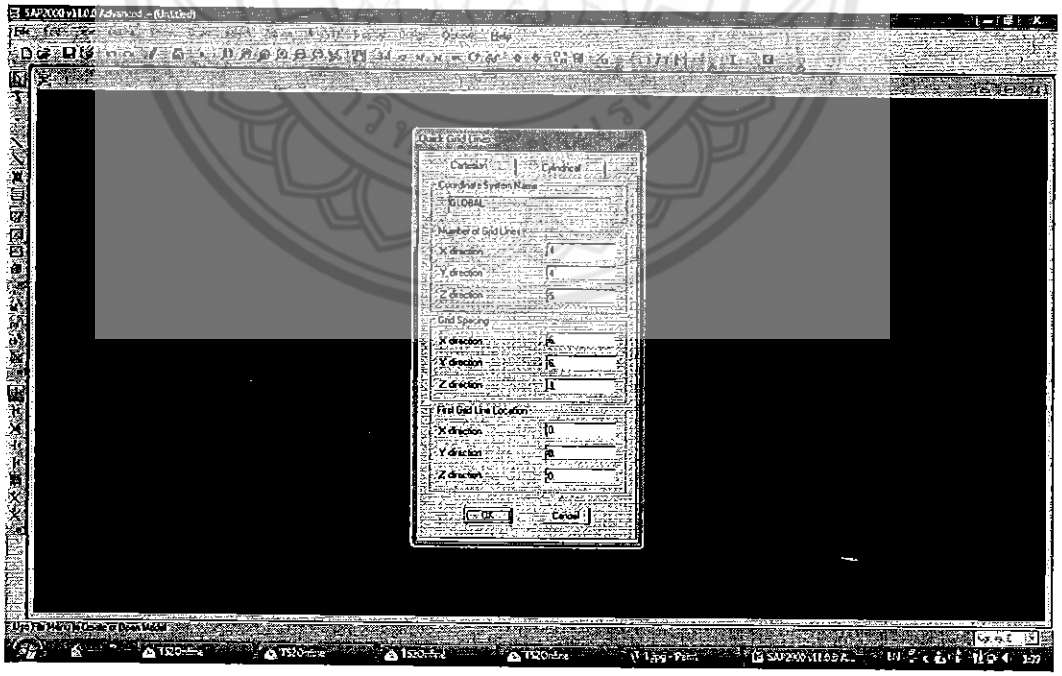
หน้าจอของโปรแกรม SAP2000

3.2.2.1 การใช้งานเบื้องต้น

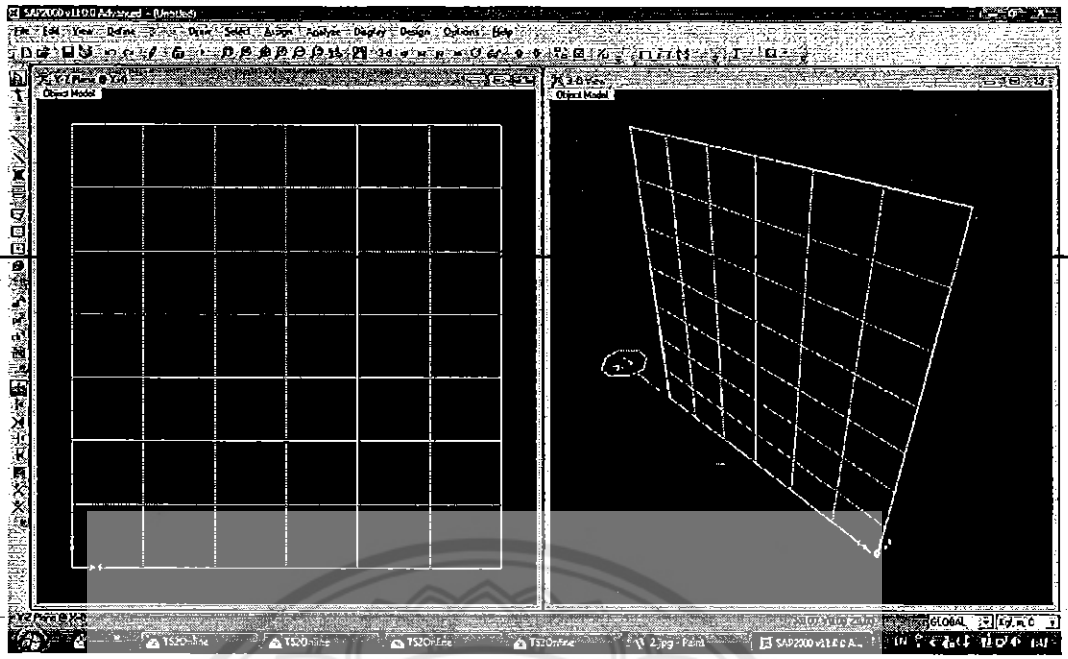
เมื่อเข้าโปรแกรมมาจะมีหน้าต่างให้เลือกทำ Grid line ของรูปทรงต่างๆ มากมายเช่น Grid only, Wall, 2D Frames, 3D Frames, Shells, Beam, 2D Truss, 3D Truss และอื่นๆ



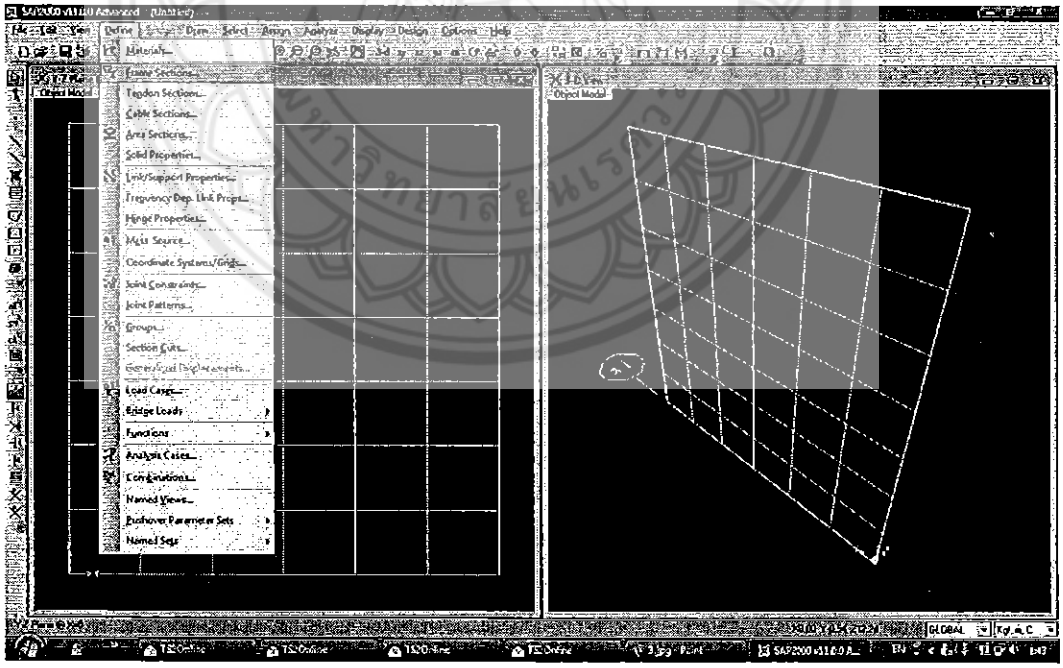
รูปแสดงรูปทรงต่างๆ ของการทำGrid line



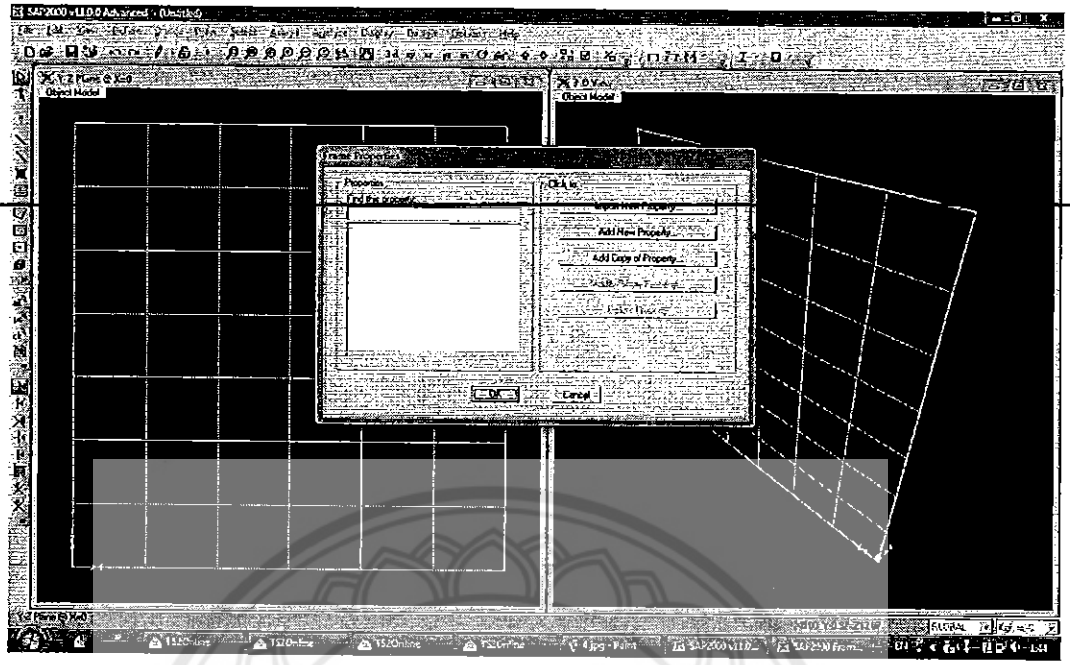
เมื่อเลือก Grid only จะปรากฏหน้าต่างให้ใส่จำนวน และระยะของGrid line



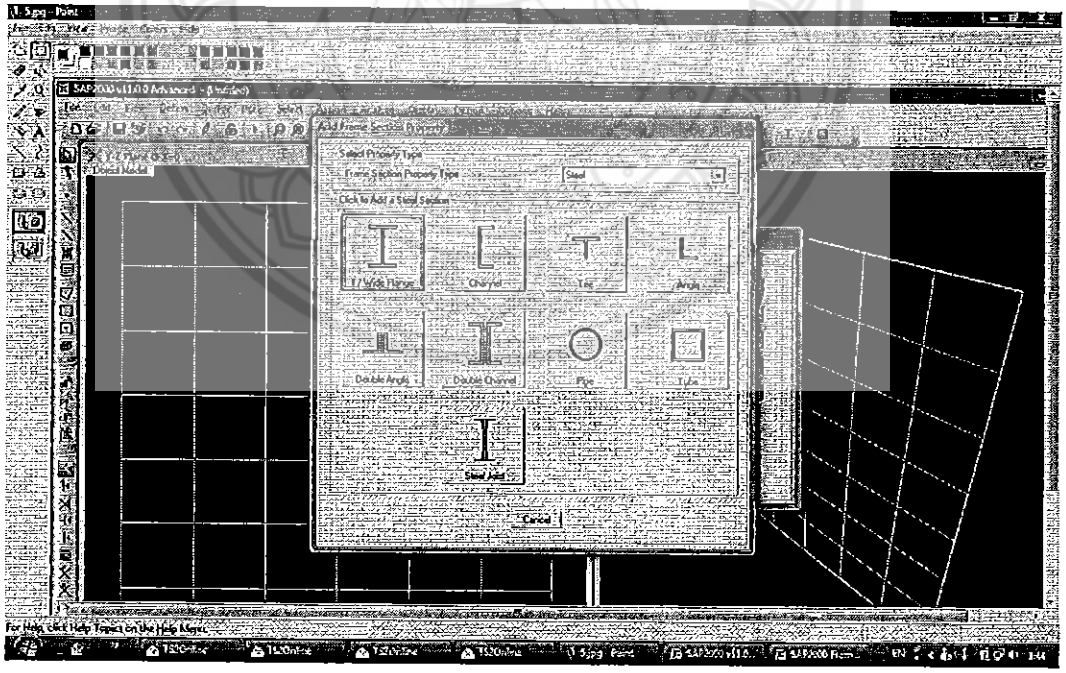
เมื่อใส่จำนวนเส้น และระยะห่างของGrid lineแล้ว หน้าจอจะปรากฏเส้น Grid line ในหน้าต่างมุมมอง 2มิติ และ 3มิติ



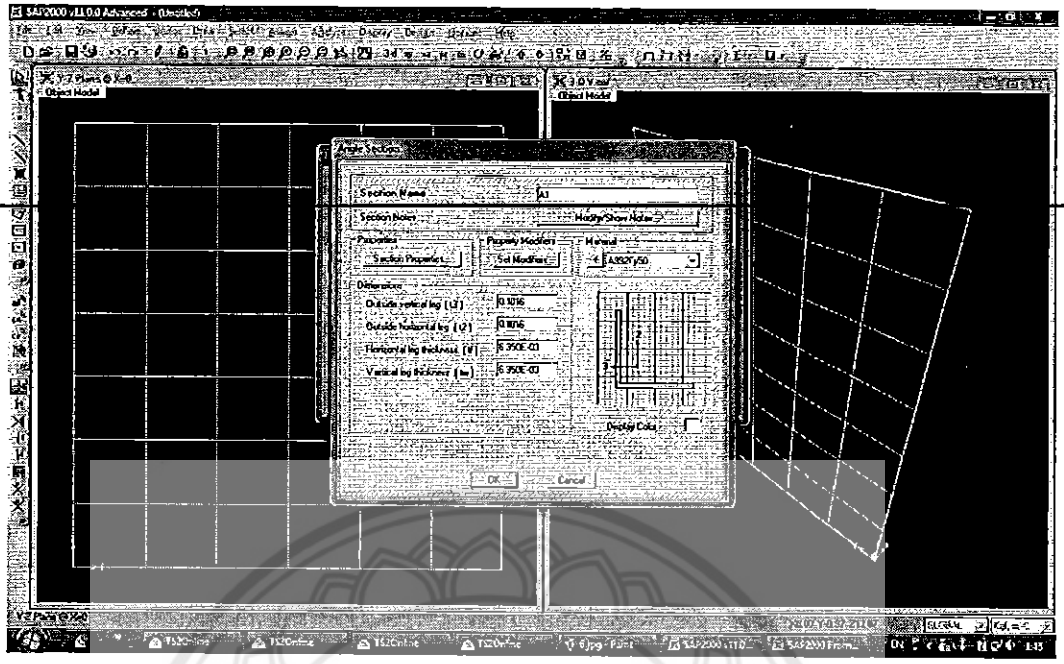
ทำการเพิ่มรูปแบบและคุณสมบัติของชิ้นส่วนที่ต้องการใช้โดยคลิกที่ Define แล้วเลือก Frame Sections



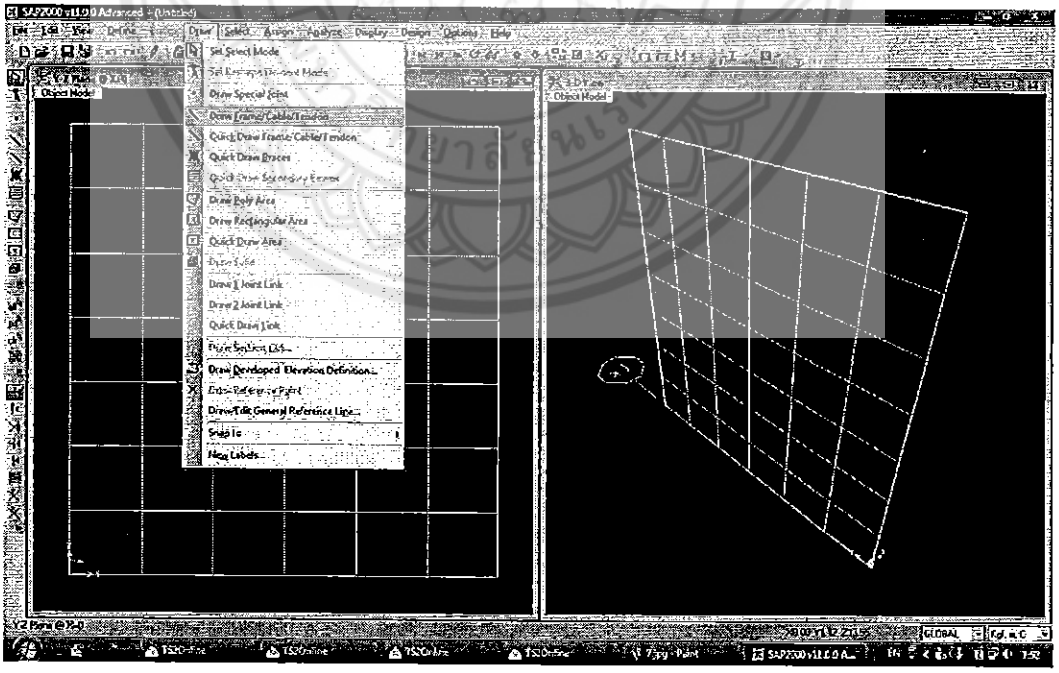
หลังจากคลิก Define แล้วเลือก Frame Sections จะปรากฏหน้าต่างตามรูป



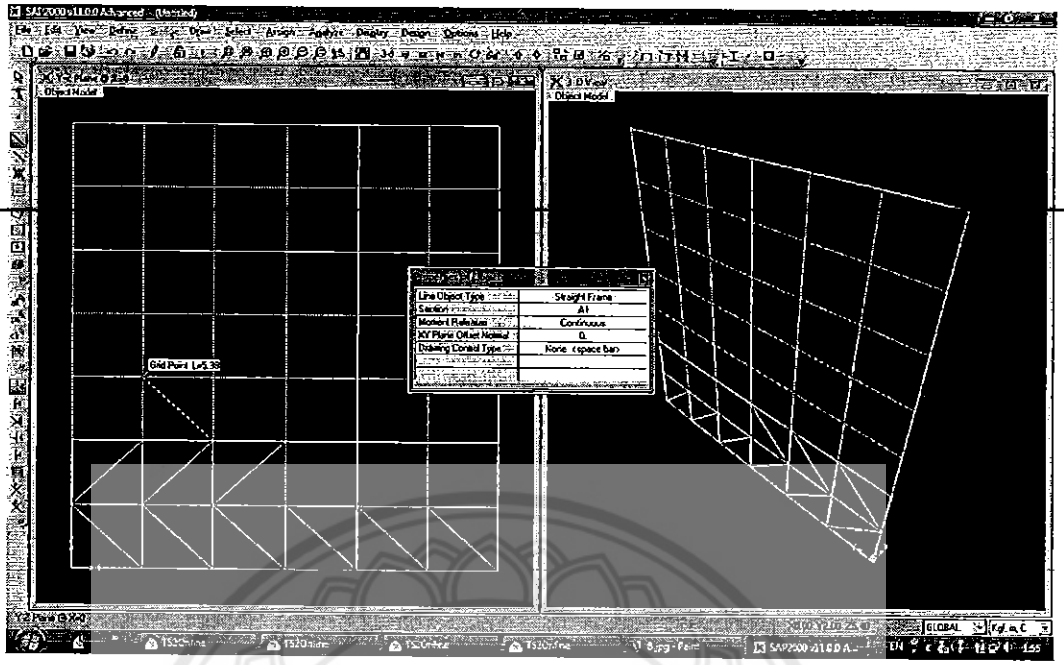
ทำการเลือก Add New Property จะปรากฏหน้าต่างดังรูป



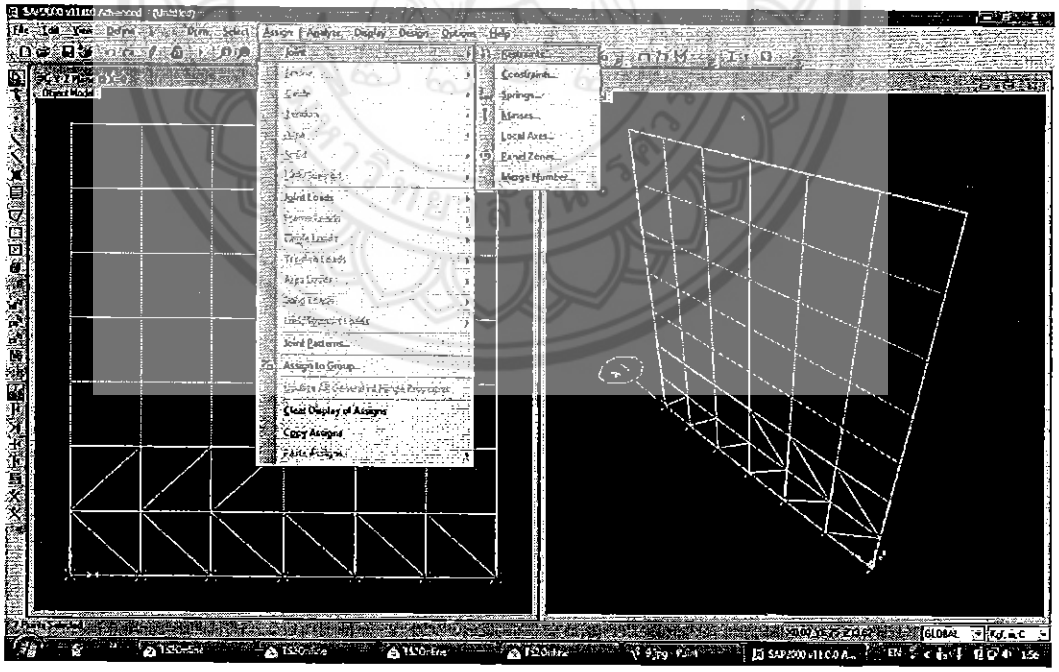
จากนั้นทำการเลือกรูปหน้าตัด (ในที่นี้เลือกหน้าตัดเหล็กฉาก) จะได้หน้าจอดังแสดงในรูป แล้วทำการใส่รายละเอียดของตัววัสดุลงไป



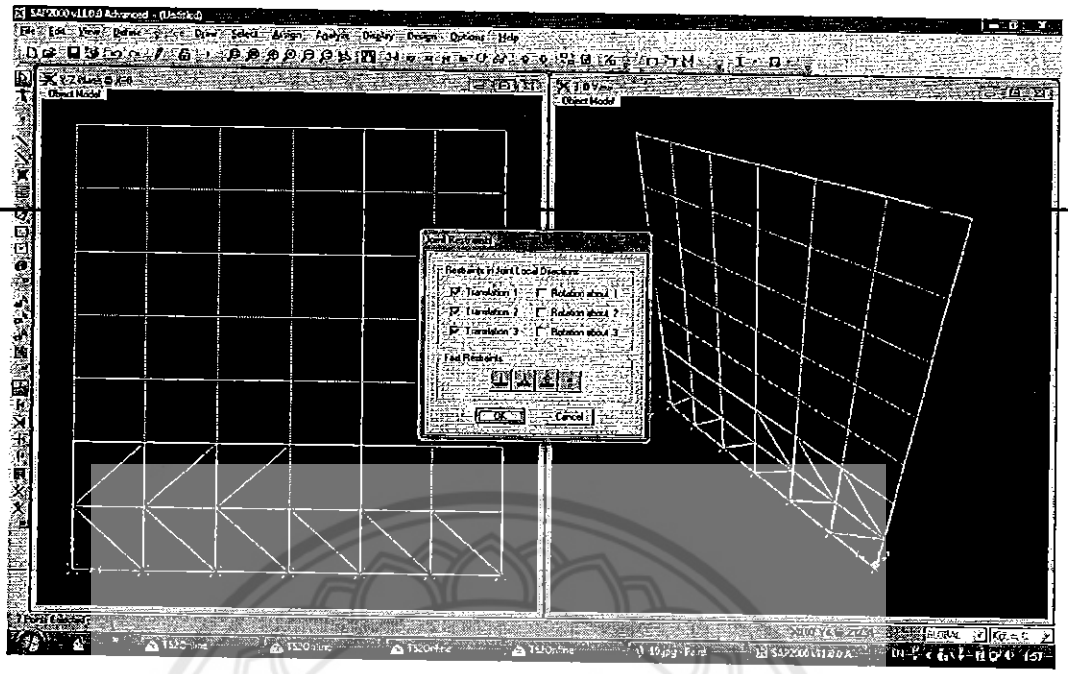
เริ่มวาดตัวโครงสร้างโดยคลิกที่ Draw จากนั้นเลือกที่ Draw Frame/Cable/Tendon



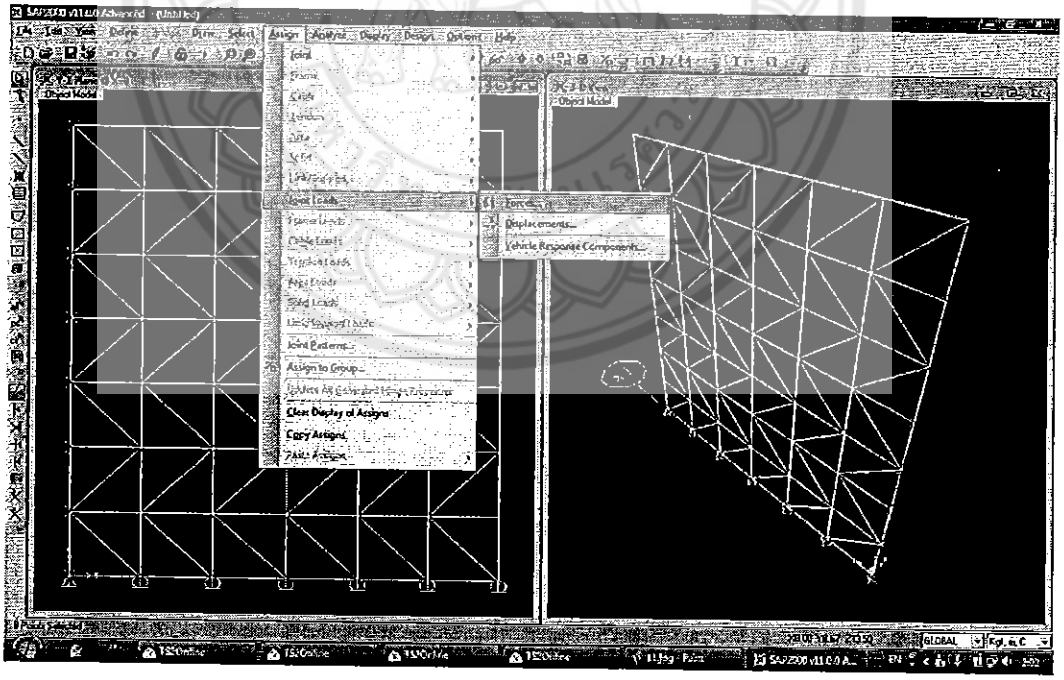
จากนั้นทำการลากชิ้นส่วนของโครงสร้างลงไปบน Grid line ที่ได้ทำไว้ในขั้นตอนแรก



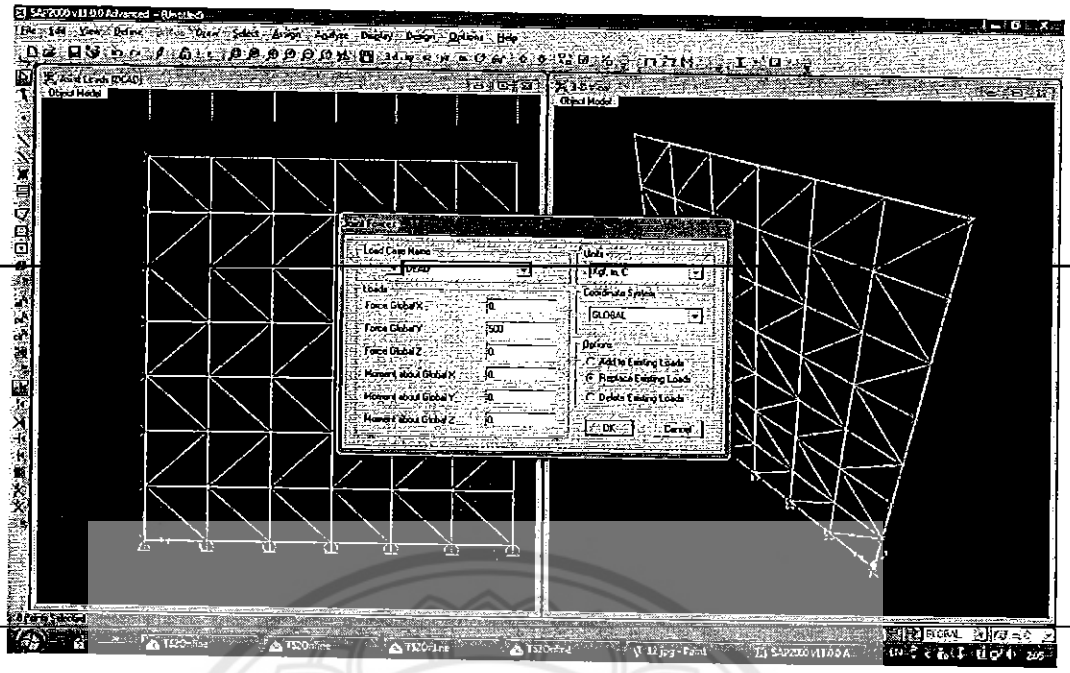
การใส่จุดรองรับที่ฐานของโครงสร้างทำได้โดยการเลือกจุดที่จะใส่จุดรองรับ จากนั้นคลิกที่ Assign เลือก Joint จากนั้นเลือก Restraints ดังรูป



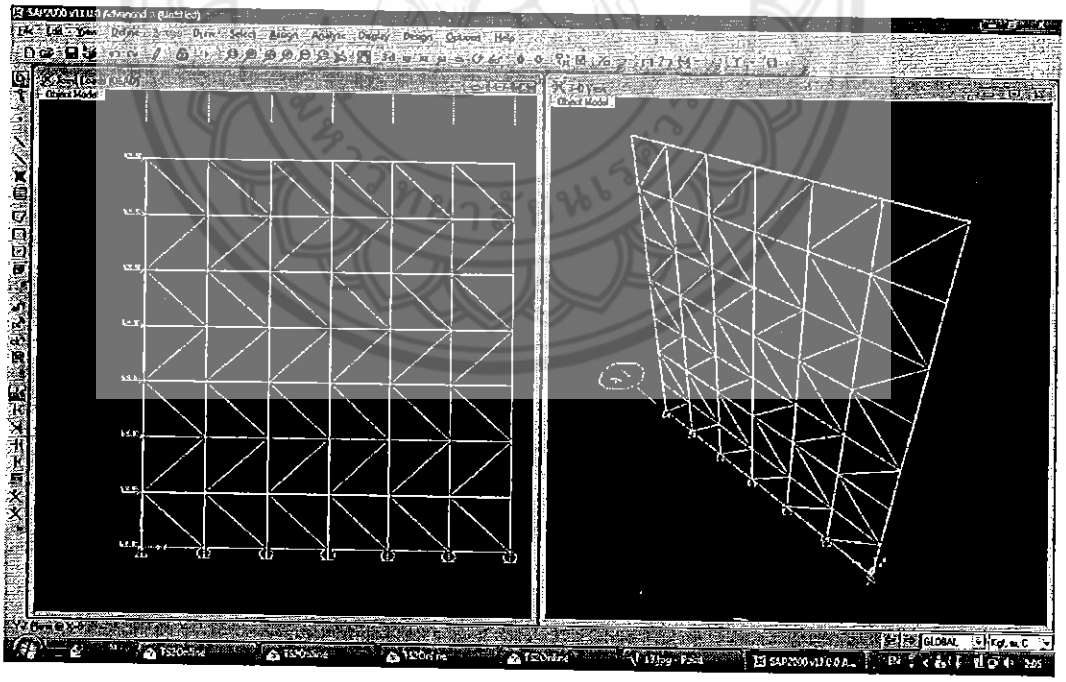
จากขั้นตอนที่แล้วทำการเลือกจุดรองรับในกรอบ Fast Restraint



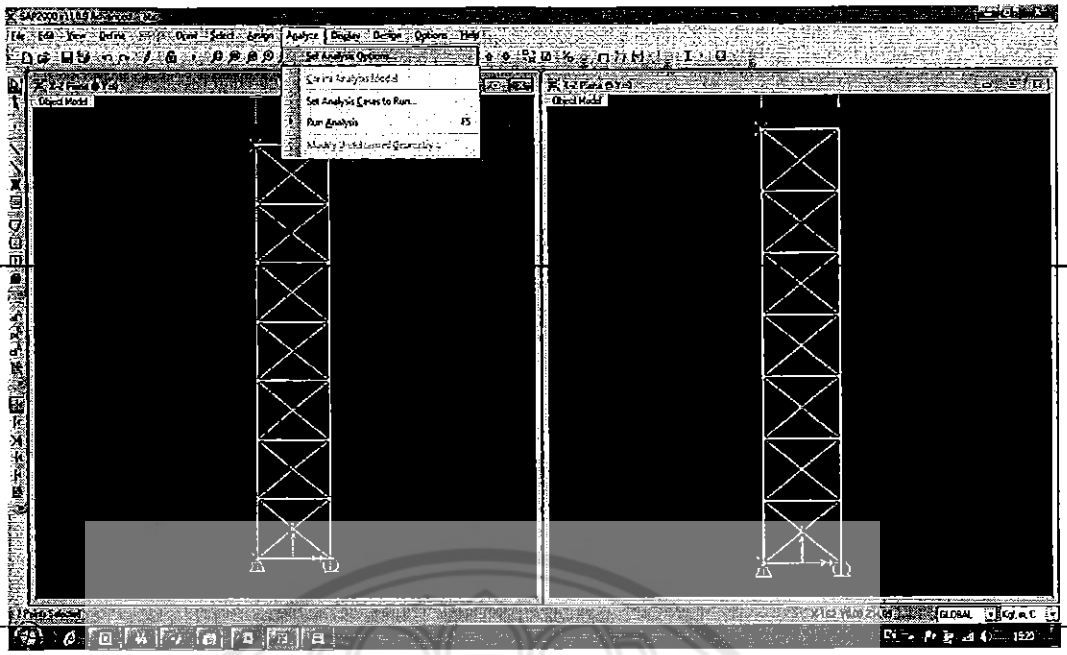
การใส่ Load ที่จุดใดๆ ทำได้โดยการเลือกจุดที่ Load จะมากระทำที่โครงสร้าง จากนั้นคลิก Assign เลือก Joint Loads แล้วเลือก Forces



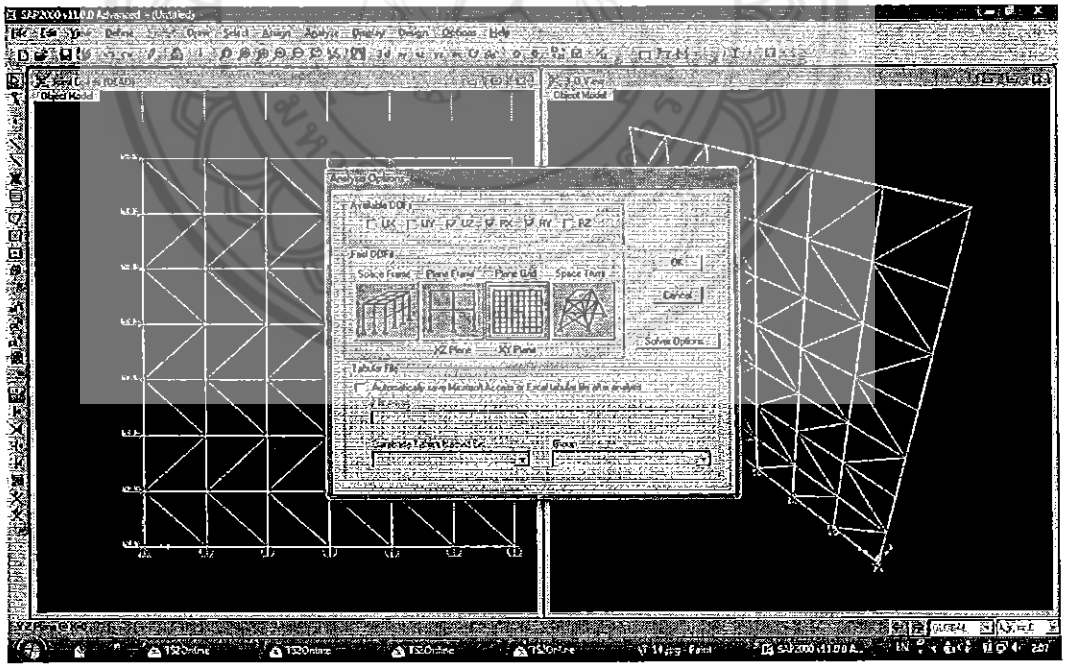
จากขั้นตอนที่แล้ว ทำการใส่ Load ที่มากระทำกับโครงสร้างโดยใส่ Load ตามแกนที่จะมากระทำ (ในรูป มี Load มากระทำกับแกน Y) โดยที่เครื่องหมาย + ทิศของแรงจะไปทางขวา เครื่องหมาย – ทิศของแรงจะไปทางซ้าย



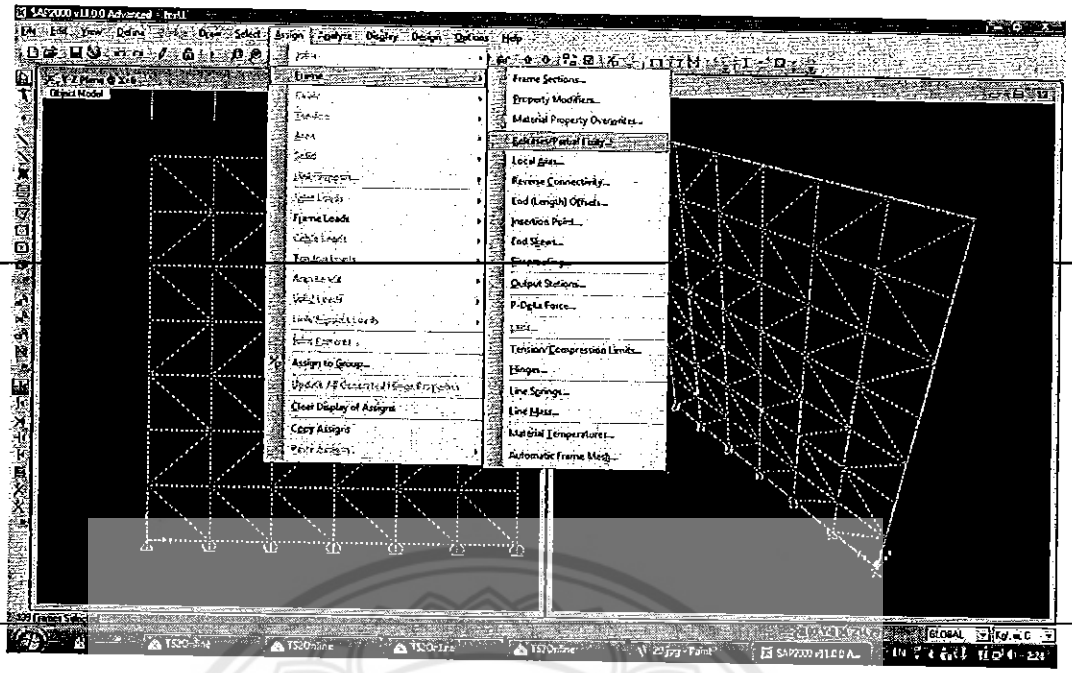
จะได้แรงตามรูป



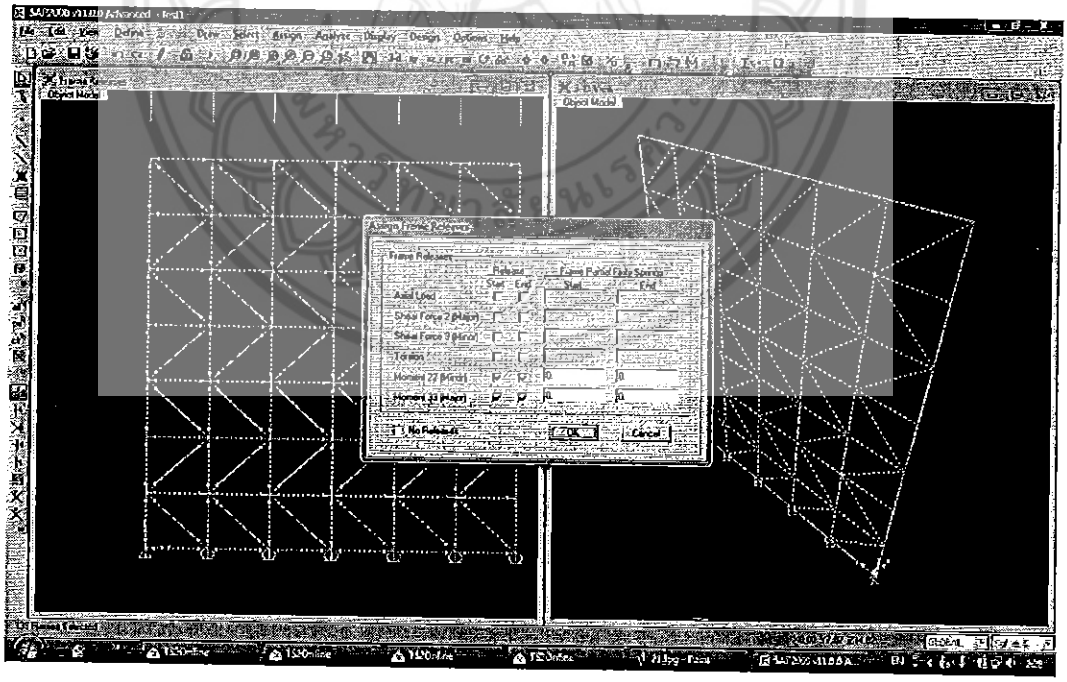
ก่อนเริ่มทำการวิเคราะห์ให้เลือกรูปแบบการวิเคราะห์ให้สอดคล้องกับโครงสร้างที่จะทำการวิเคราะห์โดยคลิกที่ Analyze แล้วเลือก Set Analysis Options



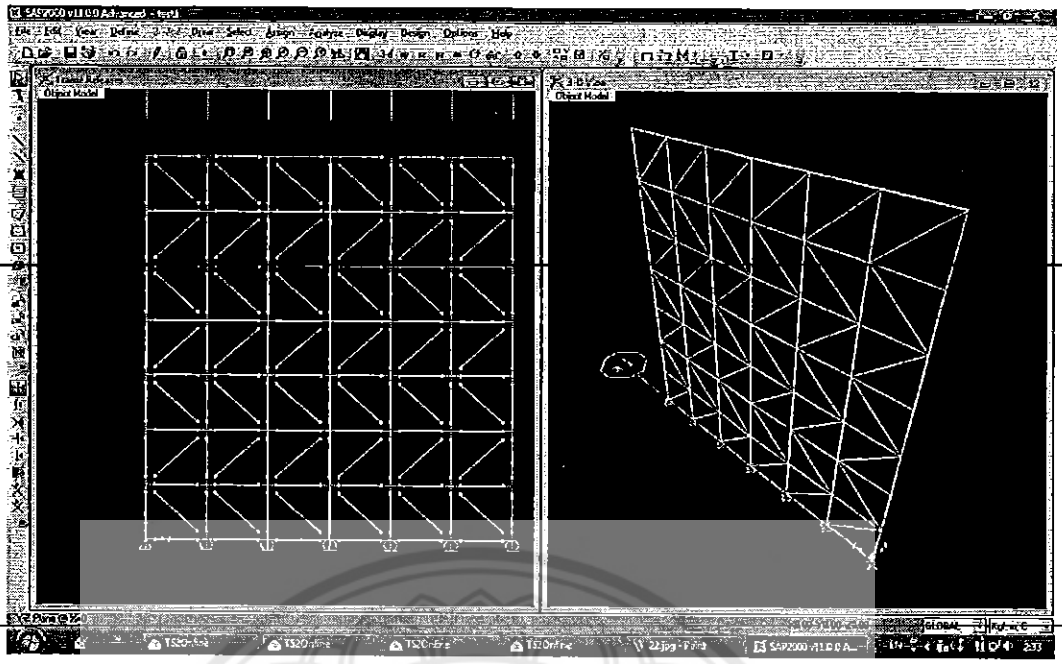
จากนั้นเลือกรูปแบบการวิเคราะห์ (ในที่นี้เลือกเป็น Plane Frame) โปรแกรมจะทำการเลือกรูปแบบการขยับตัวของโครงสร้างให้เอง



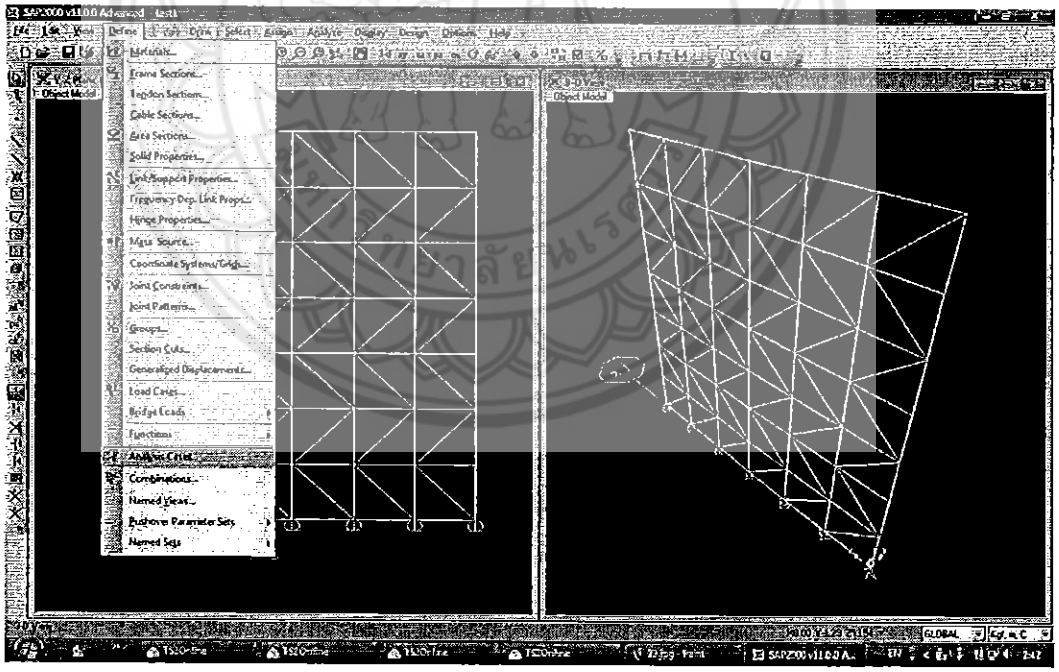
จากนั้นทำการนำ Moment ออกจากตัวโครงสร้างเพื่อให้จุดต่อของโครงสร้างเป็น Hinge โดยการเลือกชิ้นส่วนแล้วคลิกที่ Assign เลือก Frame จากนั้นเลือก Releases / Partail Fixity ดังรูป



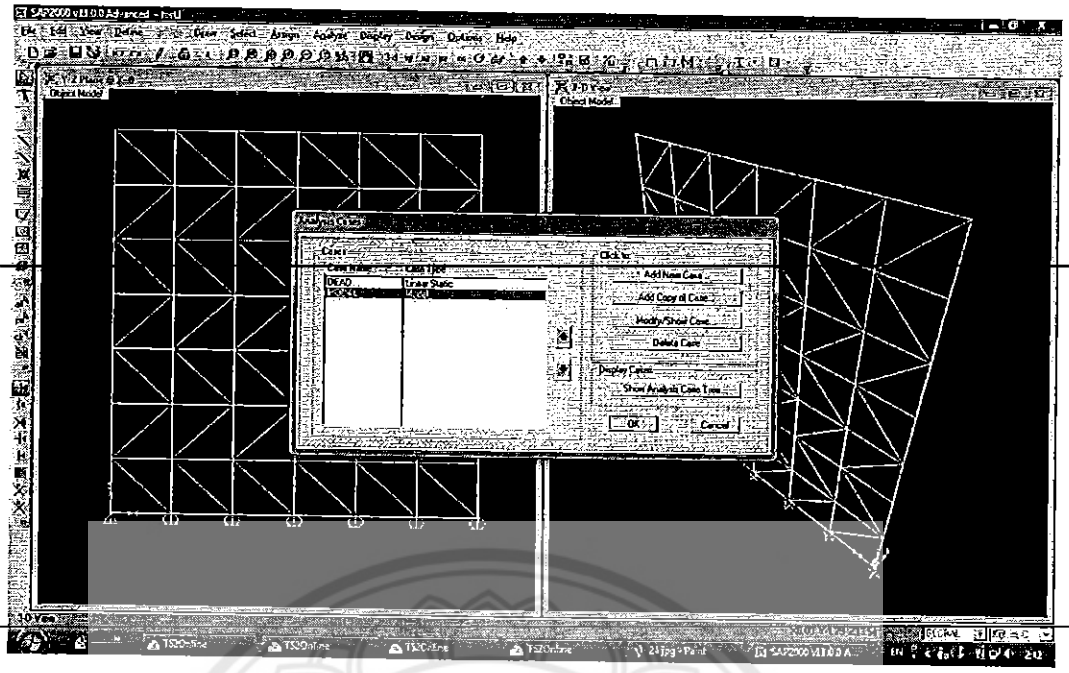
จากนั้นทำการคลิกที่ช่องใน Moment 22 และ Moment 33 ทั้ง 2 ช่องด้านหลัง ดังรูป



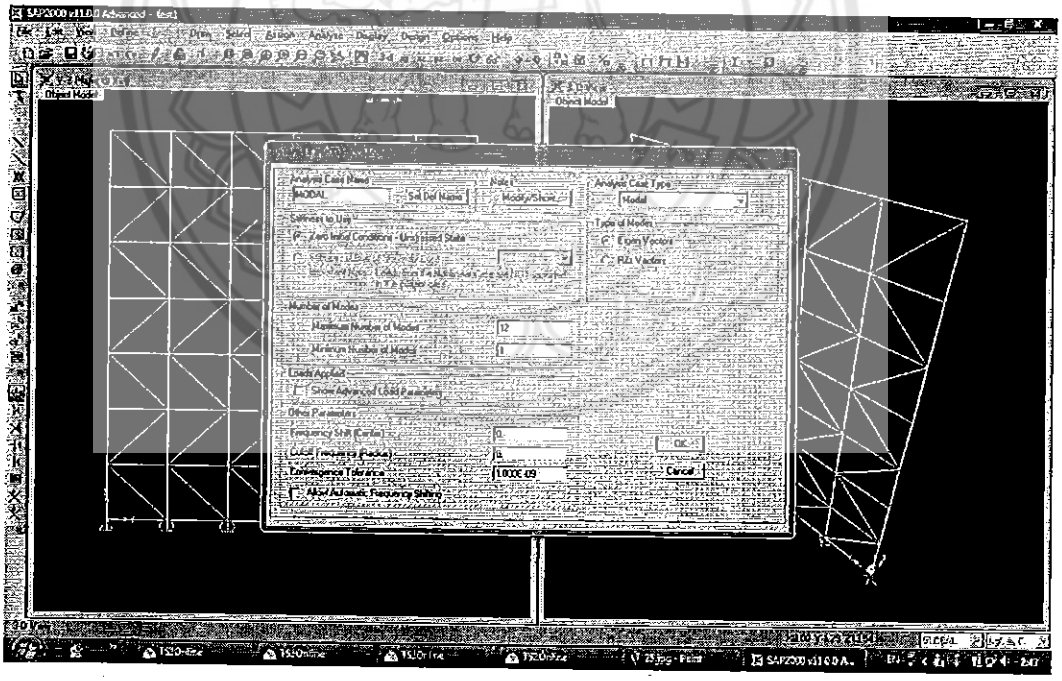
หลังจากนั้นโปรแกรมก็จะจัดการให้โครงสร้างมีจุดเชื่อมต่อเป็น Hinge ดังรูป



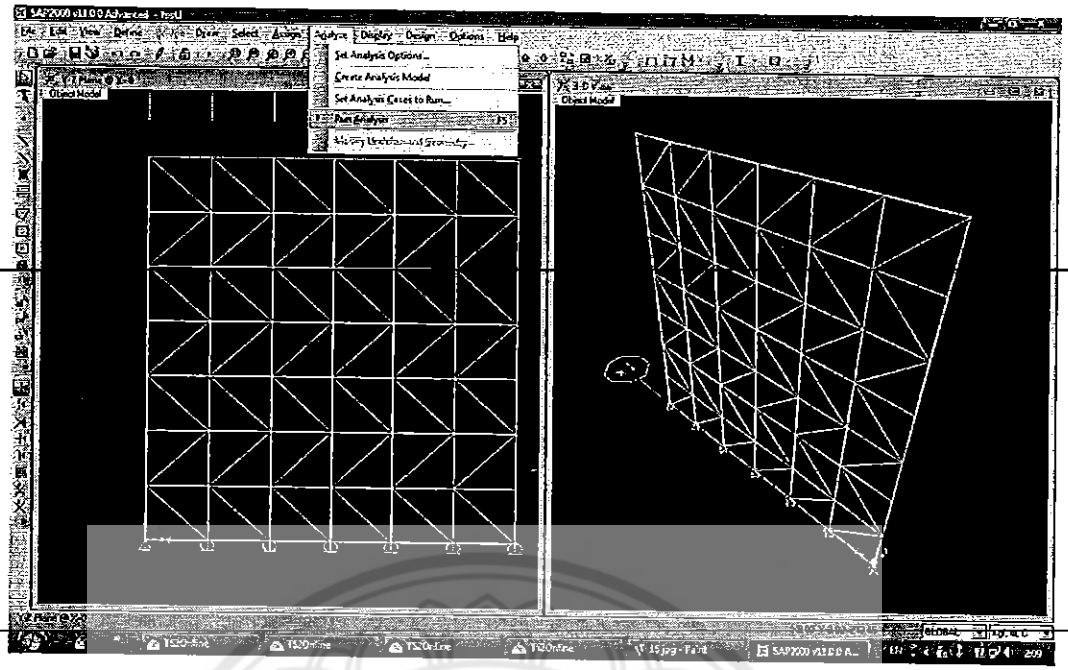
จากนั้นทำการตั้งค่ารูปแบบของการวิเคราะห์ คลิกที่ Define เลือก Analysis Cases



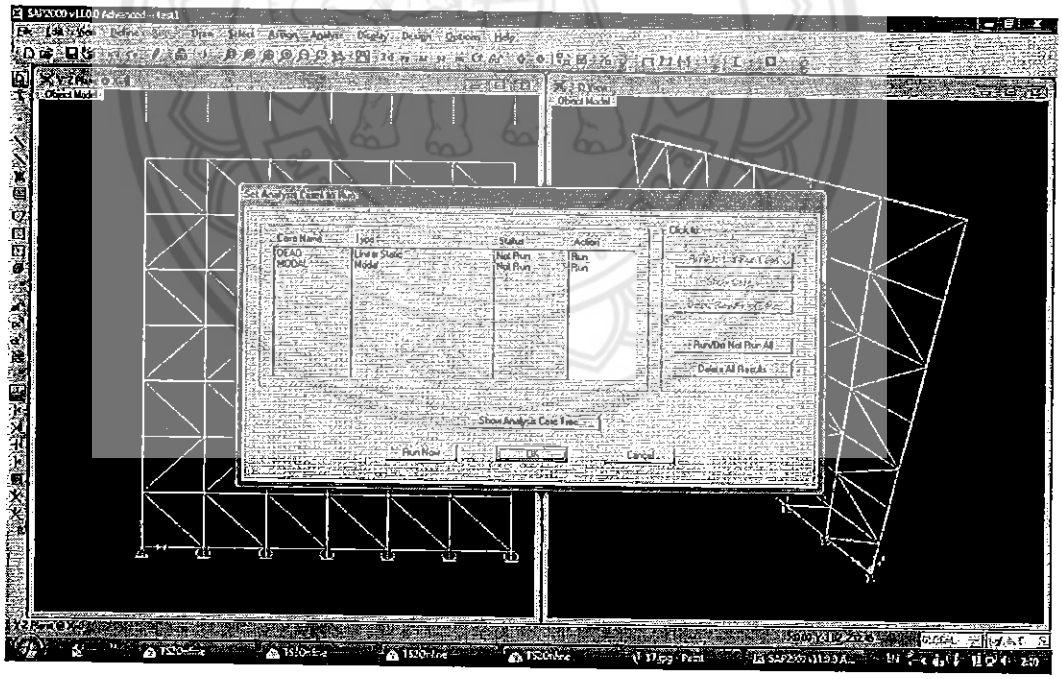
จากนั้นคลิกที่ Modal แล้วเลือก Modify / Show Case



จากนั้นทำการเลือกจำนวน Mode ที่จะวิเคราะห์ตามต้องการ

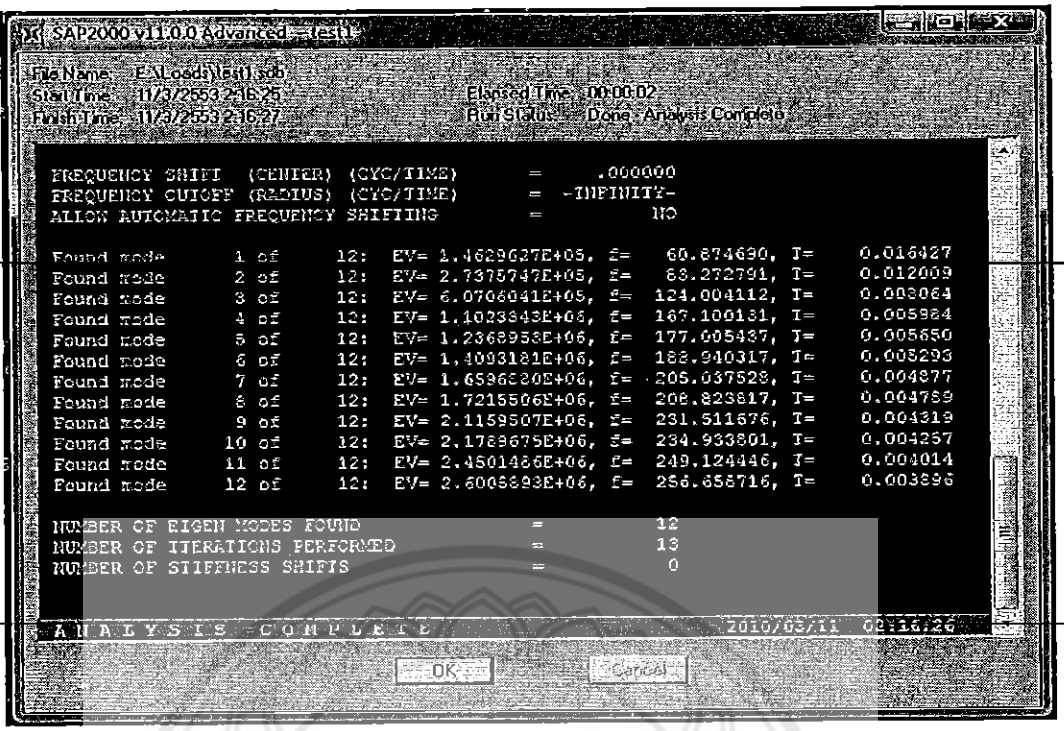


จากนั้นเริ่มทำการวิเคราะห์โดยคลิกที่ Analyze เลือกที่ Run Analysis

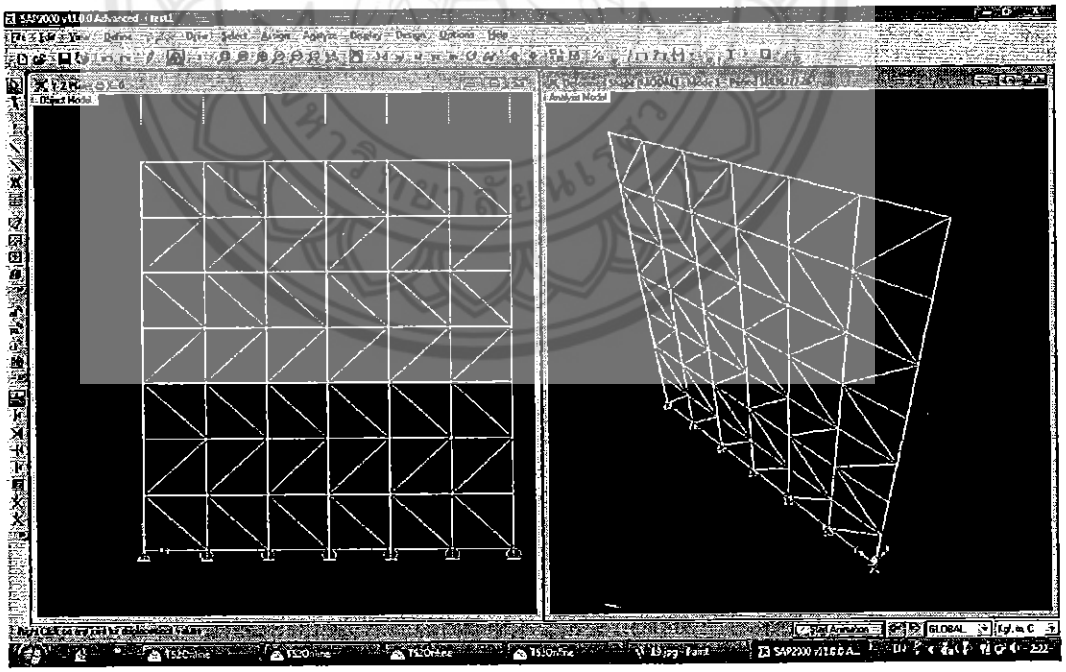


จากนั้นทำการเลือก Mode แล้วเลือกว่าจะให้ Mode ไหน Run หรือไม่ Run โดยเลือกที่

Run / Do Not Run Case



ผลการ Run จะได้ดังแสดงในรูป จากนั้นกด OK



จะได้ตัวของโครงสร้างที่พร้อมจะแสดงผลการวิเคราะห์ดังรูป

นอกจากนั้นโปรแกรม SAP2000 ยังสามารถแสดงข้อมูลผลการวิเคราะห์ในรูปของตารางExel ได้ ซึ่งเหมาะสมที่จะนำโปรแกรม SAP2000 มาใช้ในการเปรียบเทียบกับโปรแกรมMATLAB

บทที่ 4
ผลการทดลองและวิเคราะห์

4.1 ผลการวิเคราะห์โดยโปรแกรมMATLAB

ในการวิเคราะห์นี้ตัวแปรที่สนใจ และเอามาเปรียบเทียบได้แก่ ค่า หน่วยแรง(stress), การกระจัด (displacement), ความถี่ธรรมชาติ(natural frequency) และค่ารูปแบบการสั่นไหวหรือแอ่นตัว(mode shape)

4.1.1 ผลการวิเคราะห์หน่วยแรงโดย MATLAB

Variable Editor - stresses

Stack: Base

stresses <133x2 double>

	1	2	3	4	5
1	1	8.7500e+07			
2	2	5.0784e+07			
3	3	2.7928e+07			
4	4	1.2335e+07			
5	5	3.1478e+07			
6	6	-4.9397e+07			
7	7	1.2918e+07			
8	8	-3.0750e+07			
9	9	4.5532e+06			
10	10	-2.0977e+07			
11	11	1.5871e+06			
12	12	-1.6596e+07			
13	13	1.8469e+07			
14	14	-1.2787e+07			
15	15	2.0002e+06			
16	16	3.4640e+06			
17	17	-5.6947e+05			
18	18	-3.4426e+06			
19	19	-1.2459e-07			
20	20	1.8932e+05			
21	21	5.9030e+05			
22	22	1.2113e+07			

รูปแสดงผลการวิเคราะห์ค่าหน่วยแรงโดยMATLAB กรณีแรงกระทำด้านข้างแผ่นป้าย

Variable Editor - stresses

File Edit View Graphics Debug Desktop Window Help

Stack: Base

stresses <36x2 double>

	1	2	3	4	5
1	1	3.6294e+07			
2	2	-8.5261e+06			
3	3	-3.3892e+06			
4	4	-3.9776e+06			
5	5	-3.9130e+06			
6	6	-3.8954e+06			
7	7	-4.1160e+06			
8	8	-2.1832e+06			
9	9	1.1727e+08			
10	10	1.2094e+08			
11	11	8.6260e+07			
12	12	8.4687e+07			
13	13	5.7936e+07			
14	14	5.6963e+07			
15	15	3.5551e+07			
16	16	3.4509e+07			
17	17	1.8731e+07			
18	18	1.7700e+07			
19	19	7.5348e+06			
20	20	6.4773e+06			
21	21	1.8169e+06			
22	22	9.8548e+05			

รูปแสดงผลการวิเคราะห์ค่าหน่วยแรงโดยMATLAB กรณีแรงกระทำด้านหน้าแผ่นป้าย

4.1.2 ผลการวิเคราะห์การกระจัด

Variable Editor - displ

Stack: Base

displ <108x2 double>

	1	2	3	4	5	6
1	1	-5.3884e-17				
2	2	-8.3590e-17				
3	3	8.7500e-04				
4	4	-3.8172e-16				
5	5	0.0014				
6	6	3.4195e-16				
7	7	0.0017				
8	8	-4.7516e-16				
9	9	0.0018				
10	10	2.1763e-16				
11	11	0.0021				
12	12	7.9825e-04				
13	13	0.0020				
14	14	2.8330e-04				
15	15	0.0020				
16	16	1.1627e-04				
17	17	0.0021				
18	18	4.0979e-05				
19	19	0.0021				
20	20	-1.4284e-05				
21	21	0.0020				
22	22	-1.6623e-04				
23	23	0.0020				
24	24	-6.3452e-04				
25	25	0.0029				
26	26	7.9654e-04				
27	27	0.0028				

รูปแสดงผลการวิเคราะห์ค่าการกระจัดโดยMATLAB กรณีแรงกระทำด้านข้างแผ่นป้าย

Variable Editor - displ

File Edit View Graphics Debug Desktop Window Help

Stack: Base

displ <32x2 double>

	1	2	3	4	5
1	1	-1.5969e-16			
2	2	-5.7514e-17			
3	3	4.4461e-04			
4	4	-7.1246e-17			
5	5	0.0026			
6	6	0.0011			
7	7	0.0025			
8	8	-0.0011			
9	9	0.0061			
10	10	-0.0018			
11	11	0.0060			
12	12	-0.0019			
13	13	0.0102			
14	14	0.0024			
15	15	0.0102			
16	16	-0.0024			
17	17	0.0148			
18	18	0.0027			
19	19	0.0147			
20	20	-0.0027			
21	21	0.0194			
22	22	0.0028			

รูปแสดงผลการวิเคราะห์ค่าการกระจัดโดยMATLAB กรณีแรงกระทำด้านหน้า**แผ่นป้าย**

4.1.3 ผลการวิเคราะห์ค่าความถี่ธรรมชาติ

Variable Editor - freqcy

Stack: Base

freqcy <108x2 double>

	1	2	3	4	5
1	1	0			
2	2	0			
3	3	0			
4	4	1.1369e-13			
5	5	1.6480e-05			
6	6	2.2087e-05			
7	7	85.2068			
8	8	250.9205			
9	9	395.9260			
10	10	523.8226			
11	11	553.0034			
12	12	619.7292			
13	13	626.4138			
14	14	723.7796			
15	15	839.9529			
16	16	866.6055			
17	17	979.1842			
18	18	1.0895e+03			
19	19	1.1312e+03			
20	20	1.2069e+03			
21	21	1.2443e+03			
22	22	1.2782e+03			
23	23	1.3259e+03			
24	24	1.3453e+03			
25	25	1.3728e+03			
26	26	1.4332e+03			
27	27	1.5358e+03			

รูปผลการวิเคราะห์ค่าความถี่ธรรมชาติ กรณีแรงกระทำด้านข้างแผ่นป้าย

Variable Editor - freqcy

File Edit View Graphics Debug Desktop Window Help

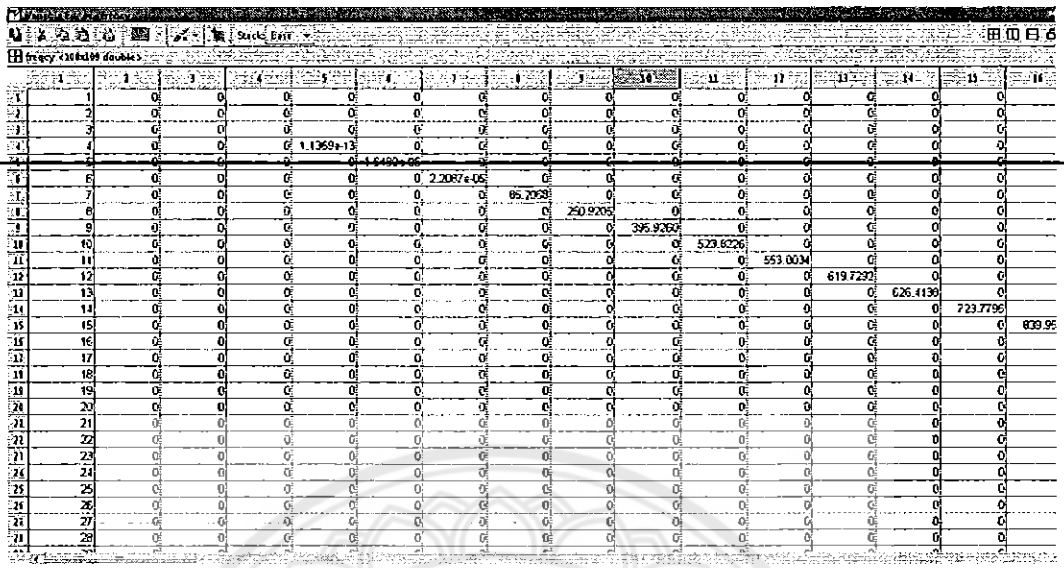
Stack: Base

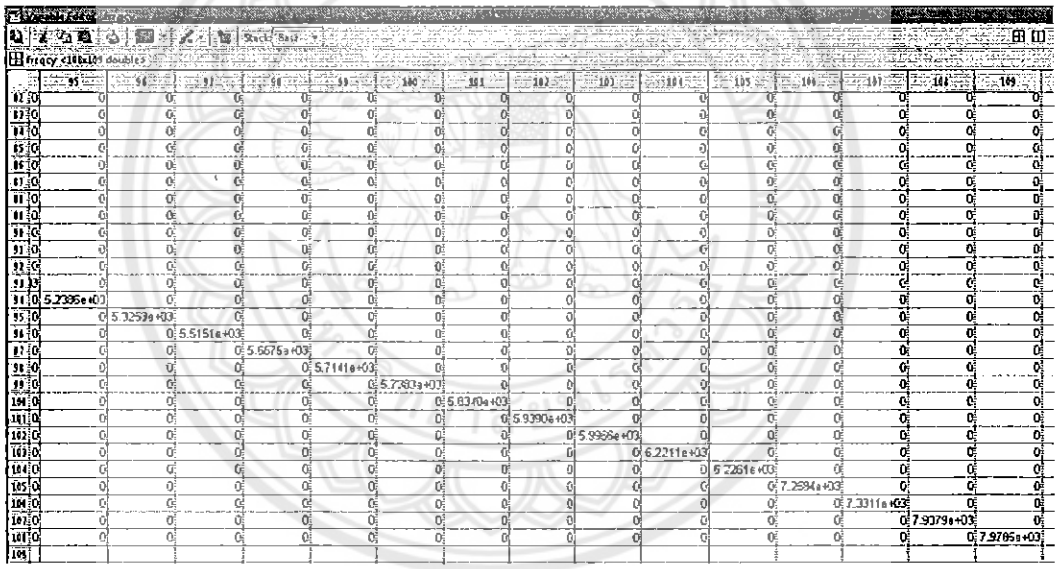
freqcy <32x2 double>

	1	2	3	4	5
1	1	0			
2	2	0			
3	3	0			
4	4	80.6021			
5	5	323.1240			
6	6	444.7934			
7	7	687.7680			
8	8	1.0439e+03			
9	9	1.3425e+03			
10	10	1.3852e+03			
11	11	1.5562e+03			
12	12	1.8245e+03			
13	13	2.0298e+03			
14	14	2.1623e+03			
15	15	2.2443e+03			
16	16	2.4986e+03			
17	17	2.5683e+03			
18	18	2.6249e+03			
19	19	2.6736e+03			
20	20	2.8272e+03			
21	21	2.8906e+03			
22	22	2.9018e+03			

รูปผลการวิเคราะห์ค่าความถี่ธรรมชาติโดย MATLAB กรณีแรงกระทำด้านหน้าแผ่นป้าย

การเรียงตัวของค่าความถี่ธรรมชาติในเมทริกซ์





ค่าความถี่ธรรมชาติที่ MATLAB คำนวณได้จะเรียงตัวอยู่ในแนวทแยงมุมของเมทริกซ์

4.1.4 ผลการวิเคราะห์ค่าการสั่นไหว

ผมการวิเคราะห์จากรูปที่แสดงนี้ใน 1 column แทน 1 mode shape โดยจะเรียงตัวตามพิกัดที่เรา input ค่าเข้าไป ในที่นี้ใน row ที่ 1, 2, 3, 4,.. คือ ค่าการกระจัดในแนวแกน x และ y หรือ x1 y1 x2 y2 x3 y3 ตามลำดับ

Variable Editor - msol

File Edit View Graphics Debug Desktop Window Help

Stack: Base

msol <32x32 double>

	1	2	3	4	5	6	7
1	1	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	-0.0012	-0.0113	0.0030	0.0259
4	0	0	-1	0	0	0	0
5	0	0	0	-0.0079	-0.0471	-0.0022	0.0882
6	0	0	0	-0.0040	-0.0028	-0.0195	-0.0017
7	0	0	0	-0.0078	-0.0459	0.0036	0.0850
8	0	0	0	0.0041	0.0041	-0.0192	1.3734e-04
9	0	0	0	-0.0203	-0.0784	-0.0030	0.0862
10	0	0	0	-0.0072	9.5849e-04	-0.0381	-0.0105
11	0	0	0	-0.0204	-0.0786	0.0021	0.0864
12	0	0	0	0.0073	4.4595e-04	-0.0377	0.0101
13	0	0	0	-0.0367	-0.0873	-0.0037	0.0108
14	0	0	0	-0.0096	0.0095	-0.0546	-0.0134
15	0	0	0	-0.0367	-0.0873	8.1321e-04	0.0106
16	0	0	0	0.0097	-0.0078	-0.0545	0.0138
17	0	0	0	-0.0554	-0.0667	-0.0034	-0.0683
18	0	0	0	-0.0111	0.0193	-0.0683	-0.0022
19	0	0	0	-0.0554	-0.0668	2.3138e-04	-0.0684
20	0	0	0	0.0112	-0.0175	-0.0687	0.0035
21	0	0	0	-0.0753	-0.0210	-0.0021	-0.0742
22	0	0	0	-0.0120	0.0274	-0.0787	0.0178
23	0	0	0	-0.0753	-0.0211	4.7319e-04	-0.0743
24	0	0	0	0.0121	-0.0255	-0.0797	-0.0158
25	0	0	0	-0.0953	0.0376	-1.4179e-04	8.6500e-04
26	0	0	0	-0.0124	0.0320	-0.0854	0.0340
27	0	0	0	-0.0953	0.0376	0.0012	8.1690e-04
28	0	0	0	0.0125	-0.0300	-0.0866	-0.0315

รูปผลการวิเคราะห์ค่าการสั่นไหว โดยMATLAB กรณีแรงกระทำด้านหน้าแผ่นป้าย

4.2 ผลการวิเคราะห์โดยโปรแกรมSAP2000

4.1.1 ผลการวิเคราะห์การกระจัด

TABLE: Joint Displacements

Joint	OutputCase	CaseType	StepType	StepNum	U1	U2	U3	R1	R2	R3
Text	Text	Text	Text	Unitless	m	m	m	Radians	Radians	Radians
1	MODAL	LinModal	Mode	4	0	0	0	0	0	0
1	MODAL	LinModal	Mode	5	0	0	0	0	0	0
1	MODAL	LinModal	Mode	6	0	0	0	0	0	0
1	MODAL	LinModal	Mode	7	0	0	0	0	0	0
1	MODAL	LinModal	Mode	8	0	0	0	0	0	0
1	MODAL	LinModal	Mode	9	0	0	0	0	0	0
1	MODAL	LinModal	Mode	10	0	0	0	0	0	0
1	MODAL	LinModal	Mode	11	0	0	0	0	0	0
1	MODAL	LinModal	Mode	12	0	0	0	0	0	0
2	MODAL	LinModal	Mode	1	-5.76E-02	0	-8.94E-03	0	0	0
2	MODAL	LinModal	Mode	2	-0.129261749	0	1.27E-02	0	0	0
2	MODAL	LinModal	Mode	3	-1.09E-03	0	4.32E-02	0	0	0
2	MODAL	LinModal	Mode	4	8.91E-02	0	4.00E-02	0	0	0
2	MODAL	LinModal	Mode	5	-6.27E-02	0	2.19E-02	0	0	0
2	MODAL	LinModal	Mode	6	0.100115129	0	3.48E-04	0	0	0
2	MODAL	LinModal	Mode	7	8.23E-02	0	-1.30E-02	0	0	0
2	MODAL	LinModal	Mode	8	0.100271711	0	2.51E-02	0	0	0
2	MODAL	LinModal	Mode	9	-6.11E-03	0	-5.55E-03	0	0	0
2	MODAL	LinModal	Mode	10	-0.115877861	0	6.70E-03	0	0	0
2	MODAL	LinModal	Mode	11	0.200719084	0	3.36E-04	0	0	0
2	MODAL	LinModal	Mode	12	0.11145492	0	-9.97E-03	0	0	0
3	MODAL	LinModal	Mode	1	-7.99E-02	0	-1.29E-02	0	0	0
3	MODAL	LinModal	Mode	2	-0.134867371	0	3.46E-02	0	0	0
3	MODAL	LinModal	Mode	3	-2.64E-02	0	8.93E-02	0	0	0
3	MODAL	LinModal	Mode	4	7.65E-02	0	7.94E-02	0	0	0
3	MODAL	LinModal	Mode	5	4.12E-02	0	3.44E-02	0	0	0

รูปแสดงผลการวิเคราะห์ค่าการกระจัดโดยMATLAB กรณีแรงกระทำด้านข้างแผ่นป้าย

TABLE: Joint Displacements

Joint	OutputCase	CaseType	StepType	StepNum	U1	U2	U3	R1	R2	R3
Text	Text	Text	Text	Unitless	m	m	m	Radians	Radians	Radians
17	MODAL	LinModal	Mode	1	-3.63E-03	0	0	0	0	0
17	MODAL	LinModal	Mode	2	-3.25E-02	0	0	0	0	0
17	MODAL	LinModal	Mode	3	9.73E-03	0	0	0	0	0
17	MODAL	LinModal	Mode	4	-6.84E-02	0	0	0	0	0
17	MODAL	LinModal	Mode	5	8.87E-02	0	0	0	0	0
17	MODAL	LinModal	Mode	6	-0.09464907	0	0	0	0	0
17	MODAL	LinModal	Mode	7	7.96E-02	0	0	0	0	0
17	MODAL	LinModal	Mode	8	-3.19E-02	0	0	0	0	0
17	MODAL	LinModal	Mode	9	7.22E-02	0	0	0	0	0
17	MODAL	LinModal	Mode	10	4.93E-02	0	0	0	0	0
17	MODAL	LinModal	Mode	11	-6.99E-02	0	0	0	0	0
17	MODAL	LinModal	Mode	12	-0.557628432	0	0	0	0	0
18	MODAL	LinModal	Mode	1	-2.43E-02	0	-1.25E-02	0	0	0
18	MODAL	LinModal	Mode	2	-0.138952378	0	-8.84E-03	0	0	0
18	MODAL	LinModal	Mode	3	-6.23E-03	0	-6.09E-02	0	0	0
18	MODAL	LinModal	Mode	4	-0.253223674	0	3.22E-03	0	0	0
18	MODAL	LinModal	Mode	5	0.264354535	0	-3.66E-02	0	0	0
18	MODAL	LinModal	Mode	6	-0.255914449	0	8.85E-03	0	0	0
18	MODAL	LinModal	Mode	7	0.132050848	0	-8.48E-02	0	0	0
18	MODAL	LinModal	Mode	8	4.62E-02	0	0.163030396	0	0	0
18	MODAL	LinModal	Mode	9	0.178065037	0	3.65E-02	0	0	0
18	MODAL	LinModal	Mode	10	6.06E-02	0	-4.30E-02	0	0	0
18	MODAL	LinModal	Mode	11	5.29E-02	0	0.165268598	0	0	0
18	MODAL	LinModal	Mode	12	-0.181683789	0	1.30E-02	0	0	0
19	MODAL	LinModal	Mode	1	-6.28E-02	0	2.28E-02	0	0	0
19	MODAL	LinModal	Mode	2	-0.234099869	0	1.70E-03	0	0	0

รูปแสดงผลการวิเคราะห์ค่าการกระจัดโดยMATLAB กรณีแรงกระทำด้านหน้าแผ่นป้าย

4.1.2 ผลการวิเคราะห์ค่าความถี่ธรรมชาติ

TABLE: Modal Periods And Frequencies

OutputCase	StepType	StepNum	Period	Frequency	CircFreq	Eigenvalue
Text	Text	Unitless	Sec	Cyc/sec	rad/sec	rad2/sec2
MODAL	Mode	1	7.32E-02	13.66034275	85.83046488	7366.868702
MODAL	Mode	2	2.51E-02	39.87977783	250.5720341	62786.34429
MODAL	Mode	3	1.56E-02	64.24868948	403.6864217	162962.7271
MODAL	Mode	4	1.23E-02	81.62509562	512.8656015	263031.1252
MODAL	Mode	5	1.14E-02	87.61455377	550.498477	303048.5731
MODAL	Mode	6	1.04E-02	96.02885172	603.3670702	364051.8214
MODAL	Mode	7	1.03E-02	97.17650487	610.5779876	372805.4789
MODAL	Mode	8	8.42E-03	118.7744353	746.2817868	556936.5054
MODAL	Mode	9	8.37E-03	119.4696857	750.6501741	563475.6839
MODAL	Mode	10	7.86E-03	127.2573122	799.581274	639330.2138
MODAL	Mode	11	6.62E-03	151.1638583	949.7905334	902102.0573
MODAL	Mode	12	6.44E-03	155.3907405	976.3488177	953257.0138

รูปผลการวิเคราะห์ค่าความถี่ธรรมชาติโดย SAP2000 กรณีแรงกระทำด้านข้างแผ่นป้าย

TABLE: Modal Periods And Frequencies

OutputCase	StepType	StepNum	Period	Frequency	CircFreq	Eigenvalue
Text	Text	Unitless	Sec	Cyc/sec	rad/sec	rad2/sec2
MODAL	Mode	1	7.87E-02	12.71219964	79.87310598	6379.71306
MODAL	Mode	2	2.03E-02	49.20149322	309.1420993	95568.83757
MODAL	Mode	3	1.42E-02	70.54407185	443.2414758	196463.0059
MODAL	Mode	4	9.94E-03	100.6145164	632.179651	399651.1112
MODAL	Mode	5	6.98E-03	143.3410461	900.6383547	811149.4459
MODAL	Mode	6	5.56E-03	179.7054797	1129.122829	1274918.364
MODAL	Mode	7	5.01E-03	199.694611	1254.718246	1574317.876
MODAL	Mode	8	4.83E-03	207.2013076	1301.884212	1694902.5
MODAL	Mode	9	4.57E-03	218.7396146	1374.381532	1888924.597
MODAL	Mode	10	4.34E-03	230.3079251	1447.067371	2094003.976
MODAL	Mode	11	3.69E-03	271.1081161	1703.422532	2901648.323
MODAL	Mode	12	3.37E-03	296.966815	1865.897529	3481573.587

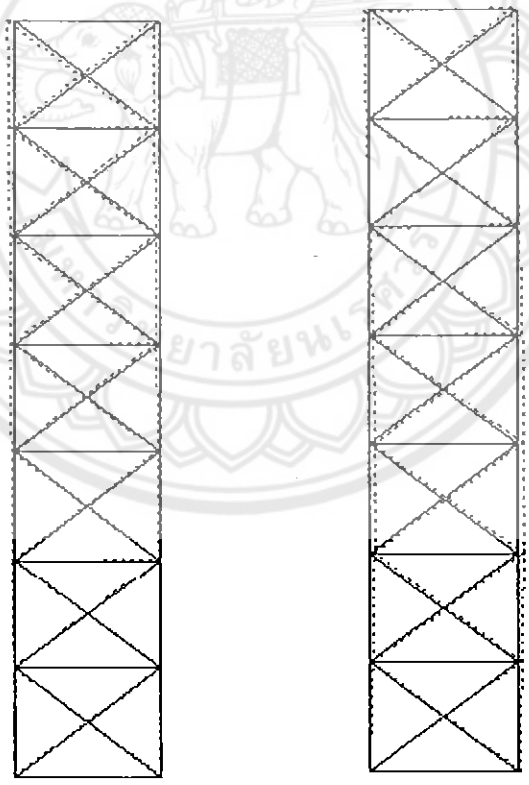
รูปผลการวิเคราะห์ค่าความถี่ธรรมชาติโดย SAP2000 กรณีแรงกระทำด้านหน้าแผ่นป้าย

4.3 ผลการเปรียบเทียบค่าความถี่ธรรมชาติระหว่างMATLABกับSAP2000

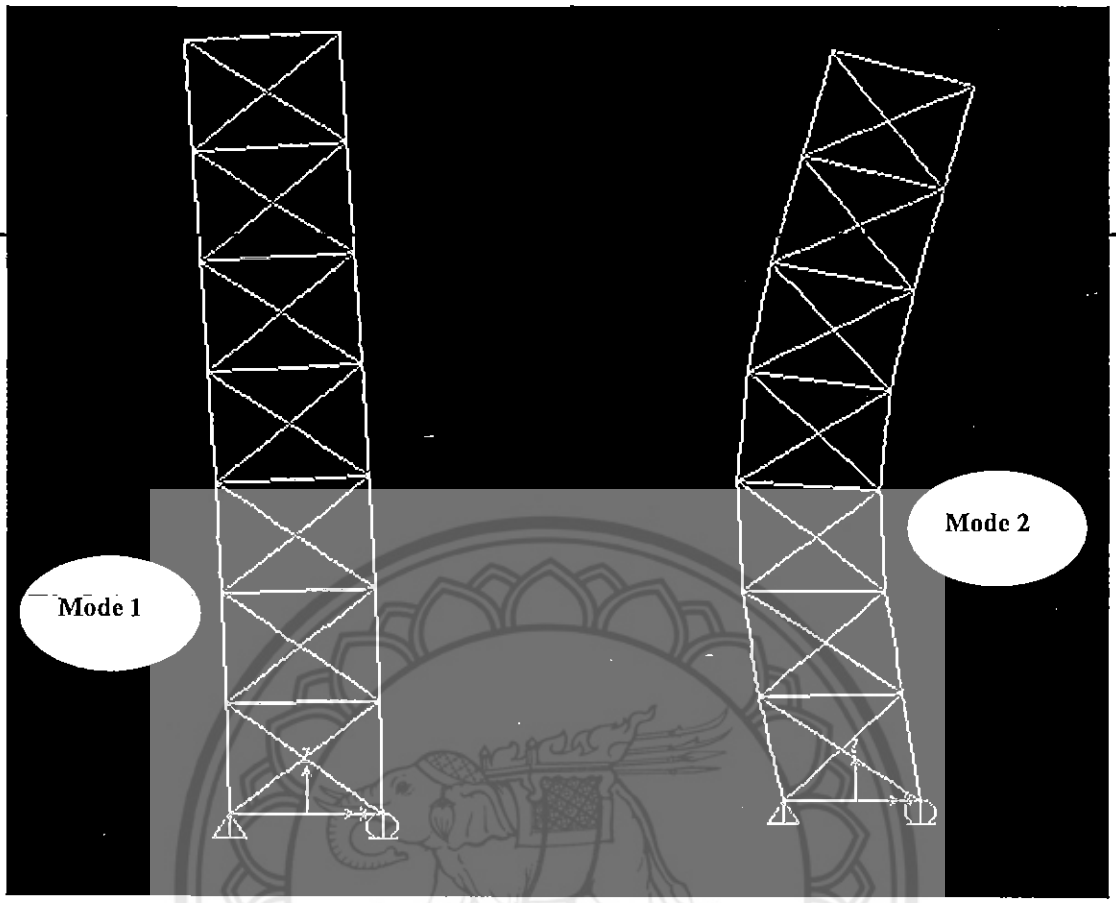
แรงกระทำด้านหน้า		แรงกระทำด้านข้าง	
SAP2000 rad/sec	MATLAB rad/sec	SAP2000 rad/sec	MATLAB rad/sec
79.87310598	80.66780799	85.83046488	85.20684507
309.1420993	322.9194484	250.5720341	250.9204583
443.2414758	445.4694779	403.6864217	395.9259742
632.179651	687.0794183	512.8656015	523.8226387

รูปเปรียบเทียบค่าความถี่ธรรมชาติระหว่าง MATLABกับSAP2000

4.4 ผลการเปรียบเทียบการสั่นไหวระหว่างMATLABกับSAP2000



Modeshape 1 Modeshape 2



รูปการวิเคราะห์ลักษณะการสั่นไหวในโหมดที่ 1 และ 2 ตามลำดับ

บทที่ 5
บทสรุปและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลการวิเคราะห์

จากผลการวิเคราะห์และเปรียบเทียบค่าความถี่ธรรมชาติและลักษณะการสั่นไหวของโครงสร้างที่ได้จากโปรแกรมMATLAB กับโปรแกรมSAP2000 ทำให้ทราบว่าค่าที่ได้มีค่าใกล้เคียงกันและลักษณะการสั่นไหวนั้นสอดคล้องกัน จึงสามารถนำ MATLAB ไปประยุกต์ใช้ในงานวิศวกรรมจริงได้ และตัวโปรแกรมMATLAB ที่พัฒนาขึ้นมา สามารถที่จะนำไปใช้พัฒนาต่อ ด้านการวิเคราะห์โครงสร้างทางพลศาสตร์ได้

5.2 ข้อเสนอแนะ

หากต้องการให้ตัวโปรแกรมมีความสมบูรณ์และพัฒนาเพื่อนำไปใช้ให้เกิดประโยชน์สูงสุดควรให้โปรเจคนี้ทำร่วมกันระหว่าง นิสิตภาควิศวกรรมโยธา และวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ เนื่องจากนิสิตทางด้านวิศวกรรมโยธาอาจประสบปัญญาในการคิดอัลกอลิทึมเพื่อใช้ในตัวโปรแกรมซึ่งผู้ที่สามารถเติมเต็มส่วนนี้ได้ก็คือนิสิตภาควิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์

เอกสารอ้างอิง

กรมโยธาธิการและผังเมือง กระทรวงมหาดไทย. (2550). มาตรฐานการคำนวณแรงลมและการตอบสนองของอาคาร. กรุงเทพ ฯ : บริษัท เอส.พี.เอ็ม การพิมพ์ จำกัด.

สถาพร โภดา. (2544). การออกแบบคอนกรีตเสริมเหล็ก. กรุงเทพ ฯ : ไลบรารี่ นาย.

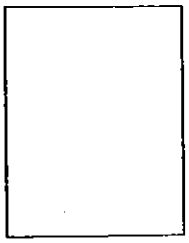
ที กรุ๊ฟ อ๊อฟ เอ็นจิเนียร์. ตารางเหล็กสำหรับผู้รับเหมาก่อสร้างและวิศวกร. กรุงเทพมหานคร.

โศรฎา แข็งการ, กนต์ธร ชำนิประศาสน์. การใช้ MATLAB สำหรับงานทางวิศวกรรม.

ธัญวัฒน์ โพธิศิริ. (2551). การวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีเมทริกซ์. กรุงเทพ ฯ : สำนักพิพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

Kwon,Young W. (March, 1996). The finite element method using MATLAB / Y.W. Kwon, H.C. Bang – 2nd ed. Includes bibliographical references and index.

ประวัติผู้ดำเนินโครงงาน



ชื่อ นายพิเชฐ เยี่ยงยงค์

ภูมิลำเนา 435 หมู่ 11 ต.แม่เล่ย์ อ.แม่วงก์ จ.นครสวรรค์

ประวัติการศึกษา

- จบระดับมัธยมศึกษาจากโรงเรียนนครสวรรค์
- ปัจจุบันกำลังศึกษาในระดับปริญญาตรีชั้นปีที่ 4 สาขาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

E-mail: **nycartoon@hotmail.com**

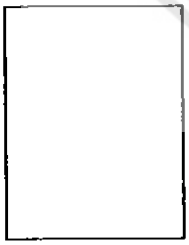
ชื่อ นายณัฐดนัย อินทร

ภูมิลำเนา 73/58 ต.ในเมือง อ.เมือง จ.พิษณุโลก

ประวัติการศึกษา

- จบระดับมัธยมศึกษาจากโรงเรียนพิษณุโลกพิทยาคม
- ปัจจุบันกำลังศึกษาในระดับปริญญาตรีชั้นปีที่ 4 สาขาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

E-mail: **oat_potter@hotmail.com**



ชื่อ นายชลันธร อยู่ดี

ภูมิลำเนา 38/168 หมู่ 9 เขตทวีวัฒนา กรุงเทพฯ

ประวัติการศึกษา

- จบระดับมัธยมศึกษาจากโรงเรียนวัดดุสิตาราม
- ปัจจุบันกำลังศึกษาในระดับปริญญาตรีชั้นปีที่ 4 สาขาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

E-mail: **portee_kub@hotmail.com**