



วิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำอันดับสูง
HIGH-ORDER ITERATIVE LEARNING CONTROL



นายฉัตรชัย นามบุญเรือง รหัส 49363984
นายทวีศักดิ์ เหล็กมา รหัส 49364059

ห้องสมุดคณะวิศวกรรมศาสตร์
วันที่รับ..... 19. ส.ค. 2555
เลขทะเบียน..... 15747843
เลขเรียกหนังสือ..... ๗๘
ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ๓๒๒ ๑

๒๕๕๒

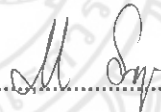
ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้าและคอมพิวเตอร์
คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร
ปีการศึกษา 2552




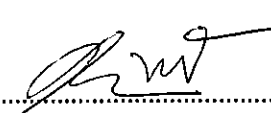
ใบรับรองปริญญาโท

ชื่อหัวข้อโครงการ วิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำอันดับสูง
ผู้ดำเนินโครงการ นายฉัตรชัย นามบุญเรือง รหัส 49363984
 นายทวีศักดิ์ เหล็กมา รหัส 49364059
ที่ปรึกษาโครงการ ดร.มุกิตา สงฆ์จันทร์
สาขาวิชา วิศวกรรมไฟฟ้า
ภาควิชา วิศวกรรมไฟฟ้าและคอมพิวเตอร์
ปีการศึกษา 2552

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนครสวรรค์ อนุมัติให้ปริญญาโทฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่ง
ของการศึกษาตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

.....ที่ปรึกษาโครงการ
(ดร. มุกิตา สงฆ์จันทร์)

.....กรรมการ
(ดร.นิพัทธ์ จันทรมินทร์)

.....กรรมการ
(ดร.ศุภวรรณ พลพิทักษ์ชัย)

ชื่อหัวข้อโครงการ	วิธีการควบคุม โดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำอันดับสูง
ผู้ดำเนินโครงการ	นายฉัตรชัย นามบุญเรือง รหัส 49363984
	นายทวีศักดิ์ เหล็กมา รหัส 49364059
ที่ปรึกษาโครงการ	ดร.มุกิตา สงฆ์จันทร์
สาขาวิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า
ภาควิชา	วิศวกรรมไฟฟ้าและคอมพิวเตอร์
ปีการศึกษา	2552

บทคัดย่อ

โครงการนี้เป็นการศึกษาวิธีการควบคุม โดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำอันดับสูง ซึ่งเป็นวิธีที่ประยุกต์มาจากวิธีการควบคุม โดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งหลักการของวิธีการควบคุม โดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำอันดับสูงนี้จะใช้หลักการพื้นฐานของวิธีการเรียนรู้แบบทำซ้ำ คือ จะใช้ข้อมูลของค่าความผิดพลาดจากรอบการทำงานที่ผ่านมาหลายๆรอบ มาใช้คำนวณหาค่าอินพุตที่จะก่อให้เกิดเอาต์พุตที่มีค่าใกล้เคียงหรือเท่ากับค่าเอาต์พุตที่ต้องการ และผลที่ได้จะพิจารณาจากค่าความผิดพลาดที่คำนวณได้ในแต่ละรอบ โดยค่าความผิดพลาดที่ได้จะต้องลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น

จากการศึกษาจะพบว่า เมื่อสมการของวิธีการควบคุมแบบการเรียนรู้แบบทำซ้ำมีอันดับสูงขึ้น คือใช้ข้อมูลจากรอบการทำงานที่ผ่านมาหลายรอบขึ้น ค่าความผิดพลาดที่วัดได้เมื่อพิจารณาที่รอบเท่ากันจะลดลง และเมื่อพิจารณาจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น จะพบว่าความผิดพลาดค่อยๆลดลงเมื่ออยู่ในสภาวะที่กำหนด

Project title	High Order Iterative Learning Control
Name	Mr. Chatchai Namboonruang ID. 49363984 Mr. Thaweesak Lekma ID. 49364059
Project advisor	Ms.Mutita Songjun, Ph.D.
Major	Electrical Engineering
Department	Electrical and Computer Engineering
Academic year	2009

.....

Abstract

This project mainly concerns about the high-order ILC algorithm. This proposed algorithm is motivated from POILC. The basic principle of the algorithm is to use the data from more than one to construct the control update law. The result is considered from the error in each iteration which should be decreased when the iteration increases.

The results show that when the order of the control update law is increased, the error in norm if considered in the same iteration is decreased. Moreover, if it is in the specific condition the error in norm is decreased when the number of iteration increases as expected.

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญาานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้เนื่องมาจากได้รับความช่วยเหลือจาก ดร.มูทิตา สงฆ์จันทร์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ท่านอาจารย์ได้กรุณาให้คำปรึกษา ทั้งทางด้านวิชาการ การให้คำแนะนำ การปรับปรุง แนวทางการแก้ปัญหาและให้กำลังใจมาโดยตลอด นอกจากนี้ยังได้รับความกรุณาจาก ดร.นิพัทธ์ จันทรมินทร์ และ ดร.ศุภวรรณ พลพิทักษ์ชัย ซึ่งเป็นกรรมการสอบปริญญาานิพนธ์ ที่ให้คำแนะนำ แก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ทำให้ปริญญาานิพนธ์นี้มีความถูกต้องสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น ผู้ดำเนินโครงการขอขอบพระคุณทุกท่านไว้ ณ โอกาสนี้

นายฉัตรชัย นามบุญเรือง

นายทวิศักดิ์ เหล็กมา



สารบัญ

หน้า

ใบรับรองปริณยานิพนธ์.....	ก
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ข
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ค
กิตติกรรมประกาศ.....	ง
สารบัญ.....	จ
สารบัญตาราง.....	ช
สารบัญรูป.....	ฉ

บทที่ 1 บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญของ โครงการงาน.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของ โครงการงาน.....	1
1.3 ขอบเขตของ โครงการงาน.....	2
1.4 ขั้นตอนการดำเนินงานและแผนการดำเนินงานตลอด โครงการวิจัย.....	2
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากโครงการงาน.....	3
1.6 งบประมาณ.....	3

บทที่ 2 ทฤษฎีและหลักการ

2.1 วิธีการควบคุม โดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำ (Iterative Learning Control: ILC).....	4
2.1.1 นิยามของวิธีการควบคุม โดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำ (A formal definition of ILC).....	5
2.2 วิธีการควบคุม โดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำที่เหมาะสมที่สุด (Norm-optimal ILC).....	7
2.2.1 การวิเคราะห์การลู่เข้า (Abstract convergence analysis).....	9
2.2.2 การดำเนินการที่เป็นเหตุและผล-ทฤษฎีตัวอย่างการควบคุม โดยใช้วิธีออฟติไม เซชัน(Causal implementation-an example using optimal control theory).....	10
2.2.3 การขยายเกี่ยวกับการคาดคะเน (Predictive extensions).....	12

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

2.3	วิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำโดยวิธีพารามิเตอร์ออฟติไมเซชัน (Parameter-optimal Iterative Learning Control).....	13
2.3.1	วิเคราะห์การลู่เข้าของรูปแบบวิธีพารามิเตอร์ออฟติไมเซชัน โดย วิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำอย่างง่าย (Convergence analysis of the simple POILC algorithm).....	15
2.3.2	การแปรผันและรูปแบบที่เพิ่มเข้ามา (Inverse and adjoint algorithm).....	16

บทที่ 3	ขั้นตอนการดำเนินงาน	
3.1	วิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำโดยวิธีพารามิเตอร์ออฟติไมเซชัน (Parameter-optimal Iterative Learning Control).....	18
3.2	วิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำอันดับสูง (High-order ILC).....	22

บทที่ 4	ผลการทดลอง	
4.1	บันทึกผลการทดลองกรณีกำหนดให้ระบบเป็นแบบระบบอันดับหนึ่ง (First Order).....	25
4.1.1	กำหนดให้สัญญาณอ้างอิงเป็น $\sin(t)$	25
4.1.2	กำหนดให้สัญญาณอ้างอิงเป็น $e^{\left(\frac{t}{20}\right)} \sin(t)$	30
4.1.3	กำหนดให้สัญญาณอ้างอิงเป็น $5\sin(0.5\pi t)$	36
4.1.4	กำหนดให้สัญญาณอ้างอิงเป็น คลื่นสี่เหลี่ยมคาบ 4 วินาที.....	42
4.2	บันทึกผลการทดลองกรณีกำหนดให้ระบบเป็นแบบระบบอันดับสอง (Second Order).....	48
4.2.1	กำหนดให้สัญญาณอ้างอิงเป็น $\sin(t)$	48
4.2.2	กำหนดให้สัญญาณอ้างอิงเป็น $e^{\left(\frac{t}{20}\right)} \sin(t)$	55
4.2.3	กำหนดให้สัญญาณอ้างอิงเป็น $5\sin(0.5\pi t)$	62
4.2.4	กำหนดให้สัญญาณอ้างอิงเป็น คลื่นสี่เหลี่ยมคาบ 4 วินาที.....	69
4.3	บันทึกผลการทดลองกรณีกำหนดให้ระบบเป็นแบบระบบใช้งานจริง.....	76

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

บทที่ 5 สรุปผลการทดลอง

5.1 กรณีกำหนดให้ระบบเป็นแบบระบบอันดับหนึ่ง (First Order).....	83
5.2 กรณีกำหนดให้ระบบเป็นแบบระบบอันดับสอง (Second Order).....	84
5.3 กรณีกำหนดให้ระบบเป็นแบบระบบใช้งานจริง.....	86
เอกสารอ้างอิง.....	88
ประวัติผู้ดำเนินโครงการ.....	89



สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
5.1 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในรอบที่ 1 และในรอบที่ 100 ของระบบอันดับหนึ่ง.....	83
5.2 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในรอบที่ 1 และในรอบที่ 100 ของระบบอันดับสอง.....	84
5.3 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในรอบที่ 1 และในรอบที่ 100 ของระบบใช้งานจริง.....	86



สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 โครงสร้างการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำ.....	5
3.1 ระบบการทำงานของวิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำ โดยจะใช้วิธีพารามิเตอร์ออฟดีไมเซชันอันดับสูง.....	22
4.1 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=1$ ของระบบอันดับหนึ่ง.....	25
4.2 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=2$ ของระบบอันดับหนึ่ง.....	26
4.3 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=3$ ของระบบอันดับหนึ่ง.....	27
4.4 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=5$ ของระบบอันดับหนึ่ง.....	28
4.5 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=10$ ของระบบอันดับหนึ่ง.....	29
4.6 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มกรณีที่ให้ $M=1,2,3,5$ และ 10 ของระบบอันดับหนึ่ง.....	30
4.7 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=1$ ของระบบอันดับหนึ่ง.....	31
4.8 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=2$ ของระบบอันดับหนึ่ง.....	33
4.9 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=3$ ของระบบอันดับหนึ่ง.....	34
4.10 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=5$ ของระบบอันดับหนึ่ง.....	35
4.11 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=10$ ของระบบอันดับหนึ่ง.....	36
4.12 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มกรณีที่ให้ $M=1,2,3,5$ และ 10 ของระบบอันดับหนึ่ง.....	36
4.13 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=1$ ของระบบอันดับหนึ่ง.....	37
4.14 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=2$ ของระบบอันดับหนึ่ง.....	38
4.15 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=3$ ของระบบอันดับหนึ่ง.....	39
4.16 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=5$ ของระบบอันดับหนึ่ง.....	40
4.17 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=10$ ของระบบอันดับหนึ่ง.....	41
4.18 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มกรณีที่ให้ $M=1,2,3,5$ และ 10	42
ของระบบอันดับหนึ่ง.....	43
4.19 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=1$ ของระบบอันดับหนึ่ง.....	44
4.20 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=2$ ของระบบอันดับหนึ่ง.....	45
4.21 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=3$ ของระบบอันดับหนึ่ง.....	46
4.22 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=5$ ของระบบอันดับหนึ่ง.....	46

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.23 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=10$ ของระบบอันดับหนึ่ง.....	47
4.24 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มกรณีที่ให้ $M=1,2,3,5$ และ 10 ของระบบอันดับหนึ่ง.....	48
4.25 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=1$ ของระบบอันดับสอง.....	49
4.26 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=2$ ของระบบอันดับสอง.....	50
4.27 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=3$ ของระบบอันดับสอง.....	51
4.28 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=5$ ของระบบอันดับสอง.....	52
4.29 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=10$ ของระบบอันดับสอง.....	53
4.30 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มกรณีที่ให้ $M=1, 2, 3$ และ 10 ของระบบอันดับสอง.....	54
4.31 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มกรณีที่ให้ $M=1, 2, 3, 5, 10, 15$ และ 20 ของระบบอันดับสอง.....	55
4.32 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=1$ ของระบบอันดับสอง.....	56
4.33 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=2$ ของระบบอันดับสอง.....	57
4.34 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=3$ ของระบบอันดับสอง.....	58
4.35 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=5$ ของระบบอันดับสอง.....	59
4.36 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=10$ ของระบบอันดับสอง.....	60
4.37 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มกรณีที่ให้ $M=1, 2, 3, 5, 10$ ของระบบอันดับสอง.....	61
4.38 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มกรณีที่ให้ $M=1, 2, 3, 5, 10, 15,$ และ 20 ของระบบอันดับสอง.....	62
4.39 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=1$ ของระบบอันดับสอง.....	63
4.40 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=2$ ของระบบอันดับสอง.....	64
4.41 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=3$ ของระบบอันดับสอง.....	65
4.42 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=5$ ของระบบอันดับสอง.....	66
4.43 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=10$ ของระบบอันดับสอง.....	67
4.44 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มกรณีที่ให้ $M=1, 2, 3, 5, 10$ ของระบบอันดับสอง.....	68

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.45 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มกรณี่ที่ให้ $M=1, 2, 3, 5, 10, 15$ และ 20 ของระบบอันดับสอง.....	69
4.46 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณี่ที่ให้ $M=1$ ของระบบอันดับสอง.....	70
4.47 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณี่ที่ให้ $M=2$ ของระบบอันดับสอง.....	71
4.48 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณี่ที่ให้ $M=3$ ของระบบอันดับสอง.....	72
4.49 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณี่ที่ให้ $M=5$ ของระบบอันดับสอง.....	73
4.50 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณี่ที่ให้ $M=10$ ของระบบอันดับสอง.....	74
4.51 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มกรณี่ที่ให้ $M=1, 2, 3, 5, 10$ ของระบบอันดับสอง.....	75
4.52 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มกรณี่ที่ให้ $M=1, 2, 3, 5, 10, 15$ และ 20 ของระบบอันดับสอง.....	76
4.53 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณี่ที่ให้ $M=1$ ของระบบใช้งานจริง.....	77
4.54 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณี่ที่ให้ $M=2$ ของระบบใช้งานจริง.....	78
4.55 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณี่ที่ให้ $M=3$ ของระบบใช้งานจริง.....	79
4.56 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณี่ที่ให้ $M=5$ ของระบบใช้งานจริง.....	80
4.57 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณี่ที่ให้ $M=10$ ของระบบใช้งานจริง.....	81
4.58 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มกรณี่ที่ให้ $M=1,2,3,5$ และ 10 ของระบบใช้งานจริง.....	82

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญของโครงการ

สืบเนื่องมาจากทุกวันนี้ได้มีการพัฒนาในด้านต่างๆมากมาย ไม่ว่าจะเป็นด้านการผลิต ผลิต การผลิตอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ต่างๆ รวมไปถึงการ โอนถ่ายสินค้าในโรงงานอุตสาหกรรม ขนาดใหญ่ ซึ่งงานต่างๆเหล่านี้จะต้องมีการนำเครื่องจักรกลเข้ามาช่วย เพื่อให้ได้งานออกมาตามที่ ต้องการ และเครื่องจักรกลที่ใช้จะต้องมีการควบคุมที่ดีและมีประสิทธิภาพ นั่นหมายถึงจะต้อง ได้ผลลัพธ์ที่ปราศจากความผิดพลาด หรืออย่างน้อยที่สุดความผิดพลาดที่เกิดขึ้นจะต้องมีค่าน้อย เป็นที่ยอมรับได้ ดังนั้นการเลือกวิธีการควบคุมใดๆ เข้ามาควบคุมกระบวนการทำงานเพื่อให้ได้ผล ลัพธ์ที่ต้องการจึงมีความสำคัญมาก โดยวิธีการควบคุมที่ถูกคิดค้นขึ้นมานั้นมีด้วยกันหลากหลายวิธี และทุกวิธีต่างมีจุดมุ่งหมายเดียวกันคือ ต้องการให้ได้ค่าเอาต์พุตที่ถูกต้องแม่นยำปราศจากความ ผิดพลาด

ปรัชญาพื้นฐานของวิธีนี้จึงเสนอวิธีการควบคุม โดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำ โดยจะใช้วิธี พารามิเตอร์ออฟติไมเซชันอันดับสูง (High-order Parameter Optimization Iterative Learning Control : High-order POILC) ซึ่งวิธีการเรียนรู้แบบทำซ้ำนี้ เป็นกระบวนการที่ทำงานหลายๆรอบ เพื่อให้ได้ค่าความผิดพลาดที่น้อยลง โดยจะใช้ข้อมูลที่คำนวณได้ในรอบที่ผ่านมาเป็นตัวปรับแก้ หรือแก้ไขข้อมูลที่จะได้ในรอบถัดไป ซึ่งค่าความผิดพลาดที่ได้จะมีค่าน้อยลงทุกๆจำนวนรอบที่ เพิ่มขึ้น แต่วิธีพารามิเตอร์ออฟติไมเซชันอันดับสูงเป็นการปรับปรุงมาจากวิธีการเรียนรู้แบบทำซ้ำ- วิธีพารามิเตอร์ออฟติไมเซชัน โดยเพิ่มจำนวนเทอมเข้าไปในสมการของการหาค่าอินพุต ซึ่งแต่ละ เทอมที่เพิ่มเข้าไปจะส่งผลให้ค่าความผิดพลาดที่ได้ลดลง

1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการ

เพื่อพิจารณา และเปรียบเทียบสมรรถนะของวิธีการควบคุมการเรียนรู้แบบทำซ้ำ โดยใช้ พารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดอันดับหนึ่งและอันดับที่สูงกว่า โดยพิจารณาจากค่าของค่าความ ผิดพลาด

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากโครงการ

1. ได้ความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีและการประยุกต์ใช้วิธีพารามิเตอร์ออฟติไมเซชันอันดับหนึ่ง
 2. ได้ความรู้เกี่ยวกับการประยุกต์ใช้วิธีพารามิเตอร์ออฟติไมเซชันอันดับสูง
-
3. ได้ความรู้เกี่ยวกับเปรียบเทียบระหว่างวิธีพารามิเตอร์ออฟติไมเซชันอันดับหนึ่งและวิธีพารามิเตอร์ออฟติไมเซชันอันดับสูง
 4. ได้ความรู้เกี่ยวกับโปรแกรมเมทแลปที่จะประยุกต์ใช้ในวิธีพารามิเตอร์ออฟติไมเซชัน อันดับสูง

1.6 งบประมาณ

1.ค่าหนังสือ	700 บาท
2.ค่าจัดทำเอกสาร	500 บาท
3.ค่าพิมพ์เอกสาร	800 บาท
รวมทั้งสิ้น (สองพันบาทถ้วน)	<u>2,000 บาท</u>

หมายเหตุ : ขออนุมัติแล้วเฉลี่ยทุกรายการ



บทที่ 2

ทฤษฎีและหลักการ

2.1 วิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำ (Iterative Learning Control: ILC)

วิธีการควบคุมแบบเรียนรู้ซ้ำเป็นวิธีการควบคุมแบบใหม่ ที่มีพื้นฐานในการพิจารณาการทำงานซ้ำๆ เพื่อปรับปรุงแก้ไขความถูกต้องแม่นยำของระบบ และเป็นวิธีที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับการควบคุมข้อมูลป้อนกลับของระบบเพื่อเป็นการจัดอุปสรรคที่เกิดขึ้นเกี่ยวกับการออกแบบผลงานของการควบคุมในทอมที่จำเพาะเจาะจงได้ดี

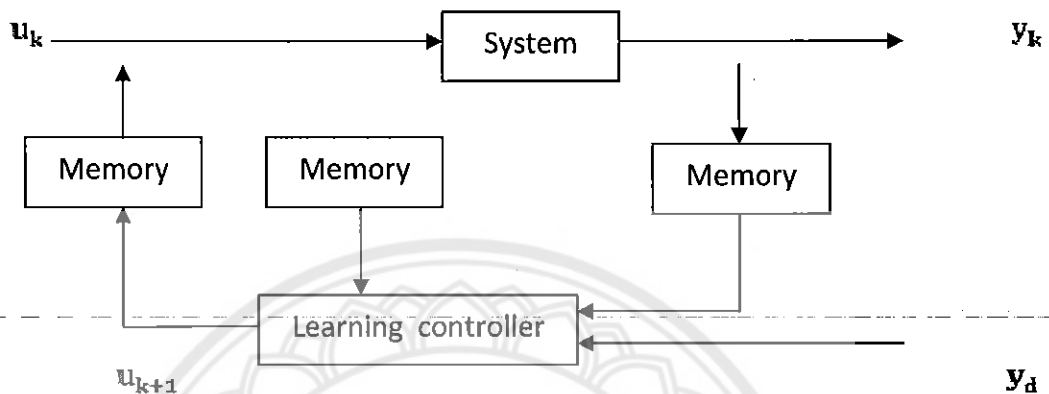
วิธีการควบคุมแบบเรียนรู้ซ้ำ คือเทคนิคในการปรับปรุงผลตอบสนองชั่วคราวและกระบวนการติดตาม (tracking) สำหรับระบบที่มีการจัดการในรูปแบบการทำซ้ำ โดยจะใช้วิธีการวนลูปหรือวิธีการทำซ้ำต่อไปเรื่อยๆ และวิธีการนี้ยังเหมาะสมสำหรับการแก้ไขปัญหาในระบบรวมทั้งติดตามผลสัญญาณที่ส่งเข้าไปได้เป็นอย่างดี นอกจากนี้วิธีการควบคุมการเรียนรู้แบบทำซ้ำเราสามารถให้คำจำกัดความได้จากคำว่า การทำซ้ำ (iterative) ซึ่งเป็นวิธีการที่จะนำเอาสัญญาณหรือผลการวัดค่าจากรอบที่ผ่านมาเป็นข้อมูลในการสร้างสัญญาณอินพุตในรอบปัจจุบัน และสำหรับคำว่า การเรียนรู้ (learning) คือการปรับปรุงสัญญาณอินพุตโดยการจำค่าของสัญญาณอินพุตอันเก่าและข้อมูลที่ดีและไม่ดีมาสร้างฟังก์ชันของสัญญาณอินพุตอันใหม่ ตัวอย่างที่เห็นได้ชัดเจนและมีการประยุกต์โดยใช้วิธีการควบคุมแบบเรียนรู้ซ้ำ คือ หุ่นยนต์ควบคุมที่มีความต้องการความแม่นยำสูง

วิธีการควบคุมแบบเรียนรู้ซ้ำจะพิจารณาระบบในช่วงเวลาจำกัด (finite time-interval) $t \in [0, T]$ โดยระบบจะติดตามสัญญาณอ้างอิง $r(t)$ ที่ได้รับมาเพื่อทำให้ผลลัพธ์เป็นไปตามต้องการ และสังเกตได้ว่าวิธีการควบคุมแบบเรียนรู้ซ้ำจะควบคุมสัญญาณอินพุต โดยพิจารณาสัญญาณอินพุตที่ผ่านมาเป็นข้อมูลในการสร้างสัญญาณอินพุตในรอบปัจจุบัน และจะปรับปรุงสัญญาณอินพุตโดยการพิจารณาข้อมูลอันเก่าและจะสร้างทอมอินพุตขึ้นมาใหม่ สมการในการควบคุมสัญญาณอินพุตสามารถเขียนได้คือ

$$u_{k+1} = u_k + \Delta u_{k+1} \quad (2.1)$$

โดยที่ u_{k+1} คือ รอบในการทดลองของรอบที่ $k+1$ u_k คือรอบของการทดลองรอบที่ k และ Δu_{k+1} คือ ผลรวมของค่าอินพุตรอบปัจจุบันกับค่าที่ผ่านมา การควบคุมอินพุตจะเรียนรู้จากการทดลองที่ทำให้เอาท์พุตที่ออกมาเป็นไปตามต้องการและการควบคุมอินพุตที่ดีจะต้องกระทำซ้ำเพื่อหาเอาท์พุตที่ต้องการโดยการกำหนดเงื่อนไขในระบบให้มีการจัดการเวลาที่เหมือนกันทำให้หา

ค่าความผิดพลาด (error) ในการตอบสนองของเอาต์พุต โดยการกระทำซ้ำเพื่อหาเทอมที่ดีกว่าในข้อผิดพลาดที่ที่ผ่านมา ความคิดพื้นฐานของวิธีการควบคุมแบบการเรียนรู้ซ้ำ คือการแก้ไขผลการกระทำของระบบที่ต่อเนื่องโดยการกระทำซ้ำเพื่อติดตามค่าความผิดพลาดแล้วสร้างเทอมใหม่ให้ดีขึ้น สำหรับแนวคิดของวิธีการควบคุมแบบการเรียนรู้ซ้ำสามารถเขียนแผนภาพง่ายดังรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 โครงสร้างการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำ

วิธีการควบคุมแบบเรียนรู้ซ้ำมีความแตกต่างจากการควบคุมวิธีอื่น ๆ คือวิธีการนี้สามารถควบคุมข้อมูลที่ส่งผ่านได้ดีเหมือนเป็นการติดตามค่าความผิดพลาด $e_{k+1}(t)$ และการควบคุมสัญญาณอินพุต $u_k(t)$ แต่สัญญาณอินพุตที่นิยมใช้ในการควบคุมคือ $u_{k+1}(t)$ ซึ่งลักษณะพื้นฐานของการควบคุมแบบเรียนรู้ซ้ำแสดงในแผนภาพแล้วสามารถอธิบายได้โดยสัญญาณอินพุต $u_k(t)$ คือการนำเอาสัญญาณเอาต์พุต $y_k(t)$ หรือผลลัพธ์จากนั้นทั้งสองจะถูกเก็บอยู่ในหน่วยความจำ (memory) จากนั้นเราจะใช้วิธีการควบคุมแบบเรียนรู้ซ้ำไปช่วยในการปรับปรุงและสร้างสัญญาณอินพุต $u_{k+1}(t)$ ขึ้นมาและเก็บข้อมูลไว้อีกจนได้ค่าตามต้องการ ดังนั้นวิธีการควบคุมแบบเรียนรู้ซ้ำมีความสามารถในการหาค่าความผิดพลาดเป็นศูนย์ และสามารถควบคุมสัญญาณอินพุตพร้อมทั้งทำการติดตามข้อมูลเอาต์พุตที่มีความแม่นยำสูงเท่ากับจำนวนของการทำซ้ำที่เพิ่มขึ้น ซึ่งเป็นประโยชน์ที่น่าสนใจของระบบการควบคุมนี้

2.1.1 นิยามของวิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำ (A formal definition of ILC)

ในการคำนวณวิธีการควบคุมแบบเรียนรู้ซ้ำเพื่อแก้ปัญหาจะพิจารณาจากแบบจำลองในปริภูมิสถานะที่เป็นเชิงเส้นแบบต่อเนื่องและไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา (standard continuous linear time-invariant state-space model) ในช่วงเวลาจำกัด $t \in [0, T]$ มีสมการเริ่มต้นดังนี้

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t), \quad x(0) : x_0 \\ y(t) &= C(t)x(t), \end{aligned} \quad (2.2)$$

ซึ่งวิธีการนี้สามารถเป็นแม่แบบในระบบเชิงเส้นแบบไม่ต่อเนื่อง โดยใช้เวลาในการสุ่มตัวอย่าง

$$T_s = h$$

$$\begin{aligned} x(t+h) &= \Phi(t)x(t) + \Gamma(t)u(t), \quad x(0) = x_0, \\ y(t) &= C(t)x(t), \end{aligned} \quad (2.3)$$

โดยให้ตัวแปรสแตต $x(t) \in \mathbb{R}^n$, เอาท์พุท $y(t) \in \mathbb{R}^m$, อินพุท $u(t) \in \mathbb{R}^m$, สัญลักษณ์ $A(t)$, $\Phi(t)$, $\Gamma(t)$ และ $C(t)$ ในสมการที่ (2.2) และสมการที่ (2.3) เป็นเมทริกซ์

หมายเหตุที่ 1 ตัวแปร t ในสมการที่ (2.2) จะต่อเนื่องทางเวลาซึ่งจะตรงข้ามกับกับตัวแปร t ในสมการที่ (2.3) ที่ไม่ต่อเนื่องในทางเวลากว่าคือจะมีค่า $t = 0, h, 2h, \dots, T$ ต่อมาวิธีการควบคุมแบบเรียนรู้ซ้ำจะสร้างสัญญาณอินพุท $u(t)$ ทำให้สัญญาณเอาท์พุท $y(t)$ ทำการติดตามสัญญาณอ้างอิง $r(t)$ ได้อย่างถูกต้องแม่นยำ สมการที่ (2.2) และสมการที่ (2.3) ถูกสมมติขึ้นเพื่อใช้ในการติดตามสัญญาณอ้างอิงในการกระทำซ้ำๆ นอกจากนี้วิธีการควบคุมแบบเรียนรู้ซ้ำจะมีรูปแบบที่จำเพาะเจาะจง ถ้าให้ u_k คืออินพุทที่ป้อนเข้ามาในการทดลอง k รอบ และ $e_k(t) = r(t) - y_k(t)$ คือค่าความผิดพลาดที่เกิดจากการทดลองดังนั้นกฎการควบคุมยังสามารถสร้างฟังก์ชันในการติดตามสัญญาณผิดพลาดและสัญญาณอินพุทได้จากสมการ

$$u_{k+1}(t) = f(e_{k+1}(\cdot), \dots, e_{k-s}(\cdot), u_k(\cdot), \dots, u_{k-r}(\cdot)) \quad (2.4)$$

รูปแบบของการควบคุมต้องการกำหนดให้ $\lim_{k \rightarrow \infty} u_k = \bar{u}$ และ $\lim_{k \rightarrow \infty} e_k = 0$ ในโครงสร้างที่เหมาะสมนอกจากนั้นยังมีความพิเศษตรงที่ $u_{k+1}(t)$ เป็นฟังก์ชันของ $e_{k+1}(s)$ โดยให้ $s \leq t$ ในปัญหาเริ่มต้นของการควบคุมการเรียนรู้ซ้ำจะกำหนดให้อินพุทเป็น u^* จะทำให้ได้การติดตามที่เหมาะสมยิ่งขึ้น

$$\begin{aligned} u^* &= \arg \min_{u \in U} \|r - Gu\|^2 \\ u &\in U \end{aligned} \quad (2.5)$$

กำหนดให้ u คือเซตอินพุทที่เป็นไปได้และ $\|\cdot\|$ คือนอร์มที่เหมาะสม ซึ่งถ้าการติดตามที่ดีที่สุดเป็นไปได้วิธีการควบคุมแบบเรียนรู้ซ้ำสามารถหาค่าเอาท์พุทอ้างอิงได้จาก $r = Gu^*$ และถ้าเมทริกซ์ G สามารถหาค่าผกผัน รูปแบบสมการนี้สามารถแสดงได้ดังนี้คือ $u^* = G^{-1}r$ โดยวิธีการนี้จะแก้ปัญหา

วิธีการควบคุมเรียนรู้ซ้ำทำให้การวนลูบในการกระทำซ้ำครั้งเดียวโดย พิจารณาวิธีการผกผันสำหรับระบบเชิงเส้น

$$u_{k+1} = u_k + G_e^{-1} e_k \quad (2.6)$$

ตัวอย่างการคำนวณที่แสดงให้เห็นคือ

$$e_1 = r - y_1 = r - Gu_1 = r - G[u_0 + G^{-1}e_0] = 0 \quad (2.7)$$

ตัวเลือกอิสระคือ u_0 และ e_0

อย่างไรก็ตามในทางตรงกันข้ามของระบบไดนามิกถูกพิจารณาเหมือนกับสมการทางทฤษฎีซึ่งวิธีการนี้ไม่สามารถทำได้ในทางปฏิบัติ

2.2 วิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำที่เหมาะสมที่สุด (Norm-optimal ILC: NOILC)

จุดเริ่มต้นของวิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำที่เหมาะสมที่สุดเป็นการเขียนให้อยู่ในรูปแบบ

$$y = Gu + z_0 \quad (2.8)$$

เมื่อ G เป็นตัวดำเนินการจากอินพุต-เอาต์พุตของระบบและเมื่อ u และ y เป็นอินพุตและเอาต์พุตในวิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำที่เหมาะสมที่สุดจะให้ u และ y ทั้งคู่เป็นจำนวนจริงของปริภูมิฮิลเบิร์ต (Hilbert spaces) และ G เป็นการสมมุติให้เป็นจำนวนเชิงเส้นและเป็นตัวดำเนินการที่มีขอบเขต จาก u ถึง y , z_0 เป็นผลกระทบจากเงื่อนไขเริ่มต้นที่ไม่ใช่ศูนย์ ซึ่งสามารถสมมุติให้ $z_0 = 0$

สรุปกระบวนการควบคุมการเรียนรู้แบบทำซ้ำเป็นการอธิบายถึงปัญหาที่มีขอบเขตที่เหมาะสม

$$\min_{u \in U} \|e\|^2 \quad (2.9)$$

ความสัมพันธ์ของค่าความผิดพลาด $e = r - Gu$ ถ้า r และ G เป็นสิ่งที่เราทราบค่าและ r ขึ้นอยู่กับ G ดังนั้น วิธีออปติไมเซชัน u^* จะได้ $e^* = r - Gu^* = 0$

จากทฤษฎี ถ้าเราทราบค่า G และ r และ r เป็นสมาชิกที่อยู่ในเมตริกซ์ G ซึ่งค่า G ก็คือค่าที่เราสามารถหาได้นั่นเอง และสามารถหาค่า u^* ได้จาก $u^* = G^{-1}r$ ในการอธิบายวิธีการของออฟติไมเซชัน จะพิจารณาจากสมการที่ (2.9) ในวิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำที่เหมาะสมที่สุด ค่า u^* จะอธิบายได้ตามลำดับ โดยจะพิจารณาจากสองสมการข้างล่างนี้

$$\min_{u_{k+1} \in U} J_{k+1}(u_{k+1}) \quad (2.10)$$

ซึ่ง

$$J_{k+1}(u_{k+1}) = \|e_{k+1}\|^2 + \|u_{k+1} - u_k\|^2 \quad (2.11)$$

เมื่อแทนค่าของสมการ $e_{k+1} = r - Gu_{k+1}$ จะเป็นการสมมุติให้เป็นการประกอบกันของค่าเฉลี่ยภายในของ $\langle \cdot, \cdot \rangle_y$ ใน Y และ $\langle \cdot, \cdot \rangle_u$ ใน U ในที่นี้ $\|e_{k+1}\|_y^2 = \langle e_{k+1}, e_{k+1} \rangle_y$ และ

$\|u_{k+1} - u_k\|_u^2 = \langle u_{k+1} - u_k, u_{k+1} - u_k \rangle_u$ เทอมแรกในสมการที่ (11) ทำให้ค่าความผิดพลาดทำซ้ำหลายๆรอบของ $\|e_{k+1}\|^2$ และในเทอมที่สองเป็นการสร้างฟังก์ชันอินพุต u_{k+1} ค่าอินพุตที่มีความสัมพันธ์กันคือ u_k คือค่าอินพุตของรอบที่ผ่านมา ที่จะทำให้ได้ค่าความผิดพลาดลดลง

- ผลลัพธ์ของสมการจะได้จาก $u_{k+1} = u_k + \delta_{k+1}$ ดังนั้นสมการภายในจะประกอบด้วย $r_k = r$ ที่จะถูกเข้าสู่ศูนย์

- ลำดับอินพุต $\{u_k\}$ จะทำซ้ำไปเรื่อยๆจนกว่าจะได้ค่าความผิดพลาดที่ต้องการและมีประสิทธิภาพ

แสดงคุณสมบัติของการใช้ผลลัพธ์ของสมการ u_{k+1}^* เป็นผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดสำหรับการทำซ้ำในแต่ละรอบ $k+1$ และ e_{k+1}^* เป็นการติดตามค่าความผิดพลาดสำหรับการทำซ้ำ $k+1$

$$\|e_{k+1}^*\|^2 \leq J(u_{k+1}^*) \leq \|e_k^*\|^2 \quad (2.12)$$

ดังนั้นผลลัพธ์จะค่อยๆเป็นเหมือนกันไปเรื่อยๆคือ $\|e_{k+1}^*\|^2 \leq \|e_k^*\|^2$ สำหรับการผสมผสานผลลัพธ์ของ G และวิธีใช้ออฟติไมเซชัน ตัวอย่าง u_{k+1}^* คือต้องการความเป็นเชิงเส้นของ G ดังนั้นสมการของวิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำที่เหมาะสมที่สุดจะเป็นรูปแบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นสามารถหาผลลัพธ์ตั้งแต่เริ่มแรกได้จาก สมการของวิธีการควบคุม โดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำที่เหมาะสมที่สุด แต่ก็ยังเป็นปัญหาสำหรับความไม่เป็นเชิงเส้นของสมการ

2.2.1 การวิเคราะห์การลู่เข้า (Abstract convergence analysis)

ในที่นี้จะแก้ไขวิธีทำ u^* ในแบบเชิงเส้น ขั้นตอนหนึ่งเป็นการอธิบายถึงปัญหาของสมการที่ (2.10) และนี่เป็นความสำเร็จจากการปรับปรุงของสมการที่ (2.10) และกำหนดให้เป็น 0 ซึ่งเป็นเงื่อนไขที่เพียงพอสำหรับการปรับปรุงแก้ไขสมการที่ (2.10) สามารถทำได้จาก

$$\langle J_{k+1}(u_{k+1}), \delta u_{k+1} \rangle = \frac{d}{d\varepsilon} J_{k+1}(u_{k+1} + \varepsilon \delta u_{k+1}) = 0 \quad (2.13)$$

ในการอธิบายลำดับของสมการนี้ จะให้ตัวดำเนินการช่วยเป็น G^* สำหรับ G เป็นสิ่งที่ต้องการในการคำนวณและ G^* เป็นการอธิบายโดยสมการ

$$u_{k+1} = u_k + G^* e_{k+1} \quad (2.14)$$

ซึ่งกำหนดให้

$$(I + GG^*) e_{k+1} = e_k \quad (2.15)$$

ค่า $I + GG^*$ ในสมการที่ (2.15) มีค่าเป็นบวก ดังนั้นค่า $(I + GG^*)$ เมื่อย้ายข้างของสมการจะได้คำตอบของค่าความผิดพลาดเป็น

$$e_{k+1} = (I + GG^*)^{-1} e_k = L e_k \quad (2.16)$$

ซึ่งกำหนดให้ $L := (I + GG^*)^{-1}$ คือตัวดำเนินการเรียนรู้ของผู้ที่ศึกษา และทำตามปัญหาที่ต้องการพิสูจน์

หัวข้อที่ 1 กำหนดให้ $r \in \mathfrak{Rg}(G)$ ซึ่ง $\mathfrak{Rg}(G)$ เป็นการวนซ้ำของค่า G เมื่อมีลำดับ $\{u_k\}$ จะได้

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|u_{k+1} - u_k\| = 0 \text{ และลำดับ } e_k \text{ จะได้ } \lim_{k \rightarrow \infty} \|e_k\| = 0$$

ดังนั้นในการทำงานทั่วไปไม่เพียงแต่เป็นการปรับปรุงการทดลองเพื่อให้ได้ค่าความผิดพลาดลดลง และยังจะทำให้ได้ค่าความผิดพลาดมีค่าน้อยถึงน้อยที่สุดอีกด้วย ถ้า GG^* เป็นค่าที่ได้จากผลบวกในการคำนวณทางเรขาคณิต

หัวข้อที่ 2 ถ้า GG^* เป็นไปตามนี้คือ $GG^* \geq \sigma^2$ สำหรับค่า $\sigma > 0$ โดยจะประมาณได้ดังต่อไปนี้

$$\|e_{k+1}\| \leq \frac{1}{1 + \sigma^2} \|e_k\| \quad (2.17)$$

และค่า นอร์ม ของการทำซ้ำจนครบรอบตามจำนวนรอบที่กำหนดแล้ว ค่าความผิดพลาดในทางเรขาคณิตจะเป็น 0

จะเป็นการแสดงให้เห็นถึงทฤษฎีของ Amann (1996, 1998) คือทำให้เกิดความต่อเนื่องในทางเวลาค่าของ σ^2 จะเป็น 0 ในหัวข้อที่ 2 ในการทำให้ไม่ต่อเนื่องในทางเวลาค่าจะไม่เป็นศูนย์ในการทำงานของความไม่ต่อเนื่องในทางเวลาจะทำการทำซ้ำแบบไปเรื่อยๆตามลำดับ และผลลัพธ์ที่ได้จะอยู่ในรูปแบบเรขาคณิต

การวิเคราะห์ที่ลำดับ $\{u_k\}$ จะแสดงให้เห็นว่าในค่าความไม่ต่อเนื่องในทางเวลา ลำดับจะอยู่ในสภาวะปกติ ส่วนในค่าที่ต่อเนื่องในทางเวลาจะไม่ได้ผลลัพธ์ที่เหมือนกัน แต่ทั้งนี้ทั้งนั้นก็ขึ้นอยู่กับสัญญาณ r ที่ป้อนเข้ามา แต่ก็สามารถเกิดการรวมกันตรงจุด u^* ได้ในกรณีที่มีความต่อเนื่องในทางเวลา ถ้าในลำดับต่อไปมีค่าที่ลดลงเรื่อยๆ ดังรูปแบบสมการดังต่อไปนี้

$$u_{k+1} = \alpha u_k + G^* e_{k+1} \quad (2.18)$$

ซึ่ง $\alpha \in (0,1)$ จากการคำนวณจะเห็นว่า สมการเชิงเส้นจะมีข้อจำกัดว่าด้วย

$$\min_{u \in U} \{J(u) = \|e\|^2 + (1-\alpha)\|u\|^2\} \quad (2.19)$$

อย่างไรก็ตามในกรณีที่ค่าความผิดพลาดที่ดูเข้านั้นไม่เป็นศูนย์ แต่ปกติค่านอร์มของเวกเตอร์ก็สามารถสรุปได้ว่า σ มีค่าเข้าใกล้ 1

2.2.2 การดำเนินการที่เป็นเหตุและผล-ทฤษฎีตัวอย่างการควบคุมโดยใช้วิธีออฟติไมเซชัน (Causal implementation-an example using optimal control theory)

โดยทั่วไปถึงแม้จะมีการวิเคราะห์ในลำดับที่สูงขึ้น จึงได้มีการปรับปรุงเปลี่ยนแปลงผลลัพธ์ที่ได้อยู่เป็นประจำเพื่อให้ได้ค่าความผิดพลาดที่ดีที่สุด นั่นคือการนำเอาค่าอินพุทในรอบที่ผ่านมาไปทำซ้ำๆในรอบถัดๆไป เมื่อเรารู้วิธีการหาค่าสัญญาณ r และการหาค่า G โดยพิจารณาจากจำนวนเชิงเส้นที่มีความต่อเนื่องในทางเวลา

$$x_k(t) = Ax_k(t) + Bu_k(t), x_k(0) = x_0; y_k(t) = Cx_k(t) \quad (2.20)$$

ซึ่ง $t \in [0, T]$ และโดยทั่วไปจะไม่มี การสูญเสีย กำหนดให้ $x = 0$ จากการกำหนดค่าอินพุทและค่าเอาต์พุทของระบบในสมการที่ (2.20) ที่แสดงถึงคุณสมบัติทางเชิงกลสามารถเขียนให้เท่ากัน ได้เป็น $y(t) = [Gu](t)$ ซึ่ง $G: U \rightarrow Y$ หาได้จาก

$$[Gu](t) = \int Ce^{A(t-\tau)} Bu(\tau) d\tau \quad (2.21)$$

ส่วนที่อยู่ภายในคือ

$$\langle y_1, y_2 \rangle_y = \int y_1^T(t) Q y_2(t) dt + y_1^T(T) F y_2(T) \quad (2.22)$$

ซึ่ง R, Q และ F เป็นส่วนที่สัมพันธ์กันเป็นเมตริกซ์ที่มีค่าบวก กำหนดให้สมการ

$e(t) = r(t) - [Gu](t)$ คือผลลัพธ์ที่ได้จากการหาอนุพันธ์สำหรับวิธีออฟติไมเซชัน u_{k+1} :

$$\begin{aligned} \xi_{k+1}(t) &= -A^T \xi_{k+1}(t) - C^T Q e_{k+1}(t), \\ \xi_{k+1}(T) &= C^T F e_{k+1}(T), \\ u_{k+1}(t) &= u_k(t) + R^{-1} B^T \xi_{k+1}(t), \end{aligned} \quad (2.23)$$

สมการนี้จะต่อต้านความสมเหตุสมผล เพราะว่าจากการพิจารณาเงื่อนไข $\xi_{k+1}(T) = C^T F e_{k+1}(T)$ ไม่สามารถใช้สมการนี้ได้ อย่างไรก็ตามทฤษฎีของการควบคุมโดยวิธีการออฟติไมเซชัน จะมีวิธีการที่ทำให้สมการที่(2.23) เป็นสมการที่สมเหตุสมผลกันจาก

$$\begin{aligned} u_{k+1}(t) &= u_k(t) - R^{-1} B^T M(t) \\ M(t) &:= [K(t)(x_{k+1}(t) - x_k(t)) - \xi_{k+1}(t)] \end{aligned} \quad (2.24)$$

แสดงให้เห็นถึงการได้ค่าที่เท่ากันในสมการที่(2.23) ถ้า K(t) มีค่าเท่ากับสมการ

$$\begin{aligned} K(t) &= -A^T K(t) - K(t)A + K(t)BR^{-1}B^T K(t) - C^T QC \\ K(T) &= C^T FC \end{aligned} \quad (2.25)$$

และค่า $\xi_{k+1}(t)$ เมื่อหาอนุพันธ์ของสมการจะได้

$$\xi_{k+1}(t) = -(A - BR^{-1}B^T K(t))^T \xi_{k+1}(t) - C^T Q e_k(t) \quad (2.26)$$

ซึ่งคำนวณได้จากการหาส่วนกลับของเวลา เป็นการใช้ค่าความผิดพลาดจากจำนวนครั้ง k ในหัวข้อนี้จะมีสมการที่ประกอบด้วยขั้นตอนนี้ต่อไป

1. เลือกค่าสำหรับ R และ Q และสมมติค่า $K(t)$ ในการใช้ส่วนกลับทางเวลา E_q ตามสมการที่ (2.25)

2. เลือกค่า u_0 ค่าแรก และบันทึกค่าอินพุต $u_0(\cdot)$ ตรงกับค่าความผิดพลาด $e_0(\cdot)$ และกำหนดค่า $x_0(\cdot)$ กำหนดให้เป็นจำนวนรอบของการทำซ้ำเท่ากับค่าของ k ถึง 1

3. อธิบายถึงสิ่งที่คาดว่าจะได้จากเทอมของ $\zeta_k(\cdot)$ ในส่วนกลับทางเวลา ใช้ E_q ตามสมการที่ (2.26)

4. หาค่าใหม่ทดลองโดยใช้กฎการควบคุมสมการที่ (2.24) บันทึกค่าอินพุต $u_k(\cdot)$ ดูว่ามีค่าความผิดพลาด เช่นเดียวกันให้กำหนด $x_k(\cdot)$ และให้ค่า $k \rightarrow k+1$ และทำตามขั้นตอนที่ 3

หมายเหตุ 2 เป็นความสำคัญที่ควรทราบ เพื่อให้สมการ มีความสมดุล สำหรับ $k(t)$ อธิบายเพียงอย่างเดียว ซึ่งหาได้จากเทอม $\zeta_k(t)$ มีการอธิบายสิ่งที่เคยเกิดขึ้นในแต่ละค่าจากจำนวนรอบที่ผ่านมา

หมายเหตุ 3 ผลจำนวนของเวกเตอร์ 2 เวกเตอร์ ของสมการที่ (2.22) อาจเห็นการเปลี่ยนแปลงเล็กน้อย อย่างไรก็ตามการเพิ่มขึ้นของเทอม $y_1^T F y_2$ เป็นรูปแบบที่ทำให้ได้ผลลัพธ์เป็นศูนย์ ตามค่าความผิดพลาด ถ้า $CB = 0$ เปรียบเทียบกับเลขชี้กำลังที่มากกว่า 1

อีกอย่างความสมเหตุสมผลที่เหมาะสมสำหรับเชิงเส้นผันแปรตามเวลา และระบบไม่ต่อเนื่องในทางเวลา

2.2.3 การขยายที่เกี่ยวข้องกับการคาดคะเน (Predictive extensions)

ในรูปแบบของการควบคุมการเรียนรู้ซ้ำแบบการทำนายหาค่ามาตรฐานที่เหมาะสมจะเป็นการอธิบายหลักการทำงานในการติดตามการทำนายสัญญาณค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นในอนาคต และใช้ในการอธิบายขอบเขตที่ผ่านมาสำหรับในวิธีการควบคุมการเรียนรู้ซ้ำ โดยหลักการสำหรับวิธีการคำนวณ กำหนดให้อินพุต $k+1$ ในรอบการทดลองของ $k+1$

$$J_{k+1,n}(u_{k+1}) = \sum_{i=1}^n \lambda^{i-1} (\|e_{k+1,i}\|^2 + \|u_{k+1,i} - u_{k+1,i-1}\|^2) \quad (2.27)$$

ซึ่ง $u_{k+1} := [u_{k+1,1}, u_{k+1,2}, \dots, u_{k+1,n}]$ ในที่นี้ $u_{k+1,j}$ จะเป็นค่าอินพุตสำหรับการคำนวณโดยการทำซ้ำ $k+j$ ในระหว่างการทำซ้ำ $k+1$ และค่า $e_{k+1,j}$ คือค่าของค่าความผิดพลาดโดยคำนวณการทำซ้ำ $k+j$ ในระหว่างการทำซ้ำ $k+1$ และเมื่อทำซ้ำแล้วก็จะได้สมการของค่าความผิดพลาดเป็น $e_{k+1} := [e_{k+1,1}, e_{k+1,2}, \dots, e_{k+1,n}]$ สุดท้ายจะได้ u_{k+1} เป็นค่าอินพุตที่เกิดขึ้นมาใหม่ และได้ ค่า $k+1$ เป็นจำนวนรอบของการทำซ้ำ และ $e_{k+1} = r - Gu_{k+1}$ เป็นสมการที่ใช้หาค่าความผิดพลาดที่ได้จากการเลือกฟังก์ชันของอินพุต

การเสนอสมการที่ (2.27) รวมทั้งค่าความผิดพลาดที่ได้ ไม่เพียงจากการทดลองแต่สามารถคาดคะเนค่าความผิดพลาดได้จาก $n-1$ (n เป็นค่าที่คาดคะเนขอบเขต) ในอินพุตก็เป็นพารามิเตอร์เดียวกัน $\lambda > 0$ เป็นตัวที่จะกำหนดค่าความผิดพลาดที่จะเกิดขึ้นต่อไป และค่าอินพุตมีความสมเหตุสมผลเช่นเดียวกับการควบคุมที่จะเกิดขึ้นภายหลัง ในที่นี้ค่า $k+1$ เป็นเพียงค่าจำนวนรอบในอินพุต $u_{k+1,j}$ เป็นค่าที่ใช้ในการกำหนดค่าอินพุต และคาดคะเนด้วยวิธีออฟติไมเซชันที่เป็นการทำซ้ำในรอบต่อไป โดยประกอบด้วยเกณฑ์การกระทำของสัญญาณที่เกิดขึ้นในสมการที่ (2.27) จะบ่งบอกถึงระยะเวลาที่เห็นได้เพียงระยะสั้นๆและมีการลู่เข้าที่เร็ว เมื่อเทียบกับผลลัพธ์ของรูปแบบเดิมจากสมการที่ (2.10) เมื่อใช้อินพุต $u_{k+1,j}$ แทนค่าจริงในการเพิ่มขึ้นจะมีความสมเหตุสมผลจากรูปแบบของผลลัพธ์ ในการสร้างลักษณะขึ้นมาใหม่จะทำการกำหนดตัวอย่าง เพื่อให้ได้หลายๆรูปแบบตามความต้องการโดยให้ขึ้นอยู่กับ $n-1$ คือการสร้างรูปแบบแล้วนำค่าที่ได้มาเปรียบเทียบกับ

ถึงแม้ว่าจะมีการพิสูจน์เพียงเล็กน้อย เกี่ยวกับการนำไปใช้งานของรูปแบบนี้ ที่รู้จักกันคือเมื่อ $n \rightarrow \infty$ แสดงถึงคุณสมบัติของค่าความผิดพลาดที่ลำดับมีค่าเพิ่มมากขึ้น หาได้จาก

$$\|e_{k+1}\| \leq \frac{1}{\lambda} \|e_k\| \quad \forall k \geq 0 \quad (2.28)$$

เมื่อค่า $\lambda > 1$ และเพิ่มค่า λ ขึ้น จะทำให้ระดับการลู่เข้าดีขึ้น เกี่ยวเนื่องจากที่ผ่านมาที่สามารถทำให้ได้ค่าอินพุตที่มีความเป็นไปได้คือ $u_{k+1,j}$ การใช้อินพุตสำหรับการทำซ้ำโดย

$$u_{k+1} = \sum_{j=1}^n \alpha_j u_{k+1,j} \quad (2.29)$$

ซึ่ง $\alpha_j \geq 0$ และ $\sum_{j=1}^n \alpha_j = 1$ เมื่อนำมารวมกันจะได้ข้อเท็จจริงของระดับการลู่เข้าอย่างรวดเร็ว เมื่อเปรียบเทียบกับค่าที่ลู่เข้าในทางบวกและค่าที่ลู่เข้าในทางลบของขอบเขต

2.3. วิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำโดยวิธีพารามิเตอร์ออฟติไมเซชัน (Parameter-optimal ILC)

การควบคุมการเรียนรู้ซ้ำเป็นระบบควบคุมที่เพิ่มเข้ามาค่อนข้างใหม่ ซึ่งปัญหาที่พบนี้จะเป็นการนำค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นกลับมาเพื่อแก้ไขต่อในส่วนของความถูกต้อง การควบคุมการ

เรียนรู้ซ้ำเป็นเทคนิคสำหรับการปรับปรุงแก้ไขผลกระทบของผลตอบสนองชั่วคราว (transient response) และการติดตามการกระทำของกระบวนการต่างๆ

ในการระบุการติดตามจะเริ่มพิจารณาจาก $r(t)$ หรือเอาที่พหุในการระบุปัญหานี้จะอยู่ในช่วงเวลา $t \in [0, T]$ ถ้าระบบไม่มีการป้อนค่ากลับมาค่าความผิดพลาดที่ต้องการที่ได้กลับมาจะไม่เป็นศูนย์ แต่กระบวนการเรียนรู้ซ้ำสามารถให้ผลค่าความผิดพลาดออกมาเป็นศูนย์ ซึ่งนำเสนอโดย Amann และ Owens วิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำจะเป็นการนำค่าความผิดพลาดที่กระทำในแต่ละรอบมาพิจารณาใหม่ในรอบต่อไป โดยจะให้สัญญาณอินพุต (ค่าเริ่มต้น) เป็น $u_k(t)$ โดยที่ k เป็นจำนวนการทำซ้ำและข้อมูลในการพิจารณาในสัญญาณอินพุตใหม่จะเป็น $u_{k+1}(t)$ เป็นการประยุกต์ให้การทำซ้ำระบบต่อไปหรือ $k+1$ เป็นจำนวนการทดลองรอบต่อไป

จากที่ได้กล่าวมาข้างต้นวิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำที่เหมาะสมที่สุดจึงเป็นค่าความที่สำคัญหรือไม่เพื่อตอบคำถามนี้ Arimoto ได้กล่าวไว้ขั้นตอนของประเภทวิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำ ดังนี้

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + \gamma e_k(t+1) \quad (2.30)$$

เนื่องจากเป็นวิธีการหาสมการค่าอินพุต และศึกษาระยะจากการเลื่อนในการทดลอง ควบคุมด้วยค่าความผิดพลาดในรอบปัจจุบัน

แต่ถ้าไม่ได้เลือก γ พบว่าหวมวดการแสดงผลจะมีกลไกเฉพาะในการสู่เข้าที่ยากและอาจแสดงผลแค่ชั่วคราว แก้ไขโดยการเลือก γ จากการทำซ้ำที่ดีที่สุด และเปลี่ยนเป็นฟังก์ชันที่ได้จากการทำซ้ำ γ_{k+1} ที่เหมาะสมที่สุด วิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำที่เหมาะสมที่สุด $\|u_{k+1} - u_k\|^2 = \gamma^2 \|e_{k+1}\|^2$ สามารถเขียนได้ในรูปสมการนี้

$$J_{k+1}(\gamma_{k+1}) = \|e_{k+1}\|^2 + w\gamma_{k+1}^2 \quad (2.31)$$

ซึ่ง $w > 0$, γ คือพารามิเตอร์ค่าความถ่วงที่มีค่าที่จำกัดในการใช้
ค่า w สามารถปรับค่าได้ โดยมีสมการพื้นฐานคือ

$$\begin{aligned} w &= w_1 + w_2 \|e_k\|^2, \\ w_1 &\geq 0, w_2 \geq 0, w_1 + w_2 \geq 0 \end{aligned} \quad (2.32)$$

มีการยอมรับสำหรับค่าที่เปลี่ยนแปลงที่ดำเนินการตามรูปแบบวิเคราะห์การสู่เข้าสำหรับรูปแบบเป็นการนำเสนอในขั้นต่อไป สำหรับข้อพิสูจน์ของประพจน์

2.3.1 วิเคราะห์การเข้าสู่ของรูปแบบวิธีพารามิเตอร์ออฟติไมเซชันโดยวิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำอย่างง่าย (Convergence analysis of the simple POILC algorithm)

สำหรับที่จุดเริ่มต้นจะมีข้อจำกัดของสมการจากฟังก์ชันสมการที่ (2.31) เขียนได้เป็น $y_k = G_e u_k$ ซึ่ง G_e เป็นการยกระดับแบบจำลอง

$$G_e = \begin{bmatrix} C\Gamma & 0 & 0 & \dots & 0 \\ C\Phi\Gamma & C\Gamma & 0 & \dots & 0 \\ C\Phi^2\Gamma & C\Phi\Gamma & C\Gamma & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C\Phi^{N-1}\Gamma & C\Phi^{N-2}\Gamma & \dots & \dots & C\Gamma \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

และ

$$\begin{aligned} u_k &= [u_k(0)u_k(0)\dots u_k(N-1)]^T \\ y_k &:= [y_k(1)y_k(1)\dots y_k(N)]^T \end{aligned} \quad (2.34)$$

เป็นการยกระดับอินพุท และ เอาท์พุท ใช้ในการอธิบายตัวอย่าง เพื่อแสดงให้เห็นว่า γ_{k+1} ได้มีการปรับปรุงขึ้นมาใหม่อยู่เสมอคงสมการข้างล่าง

$$\gamma_{k+1} = \frac{e_k^T G_e e_k}{w + e_k^T G_e^T G_e e_k} \quad (2.35)$$

ประพจน์ต่อไปได้แสดงถึงการปรับปรุงสมการ γ_{k+1} ที่เป็นรูปแบบผลลัพธ์ของการเข้าสู่

หัวข้อที่ 3 สมการที่ (2.30) ที่ใช้ γ_{k+1} ในการคำนวณในสมการที่ (2.36) เพื่อหาคำตอบของการเข้าสู่ $\|e_{k+1}\| \leq \|e_k\|$ โดยเฉพาะอย่างยิ่งถ้า $e_k = 0$ หรือ $\gamma_{k+1} = 0$ จะได้ $\|e_{k+1}\| > \|e_k\|$

หัวข้อที่ 4 สมมติให้ $w_1 > 0$ ให้ $\lim_{k \rightarrow \infty} \gamma_k = 0$ ลงในสมการ (2.35) จะทำให้ได้การเพิ่มขึ้นของลำดับที่ดีที่สุด

ผลลัพธ์นี้จะแสดงให้เห็นว่า เป็นสมการที่มีความเหมาะสมมาก ในขณะที่ค่า k เพิ่มขึ้นเรื่อยๆ อาจจะมีการปรับปรุงสมการให้ได้ดียิ่งขึ้น

แต่น่าเสียดายที่ไม่มีการยื่นข้อเสนอใดๆนอกจากแสดงเป็นนัยของค่าความผิดพลาด $e_k \rightarrow 0$ เป็น $e_k \rightarrow \infty$ ค่าความผิดพลาดจะขึ้นอยู่กับแนวความคิด โดยมันจะโด้กลับออกมาบรรจบกันที่ศูนย์ นี่เป็นการพิจารณาเริ่มต้น โดยจะแสดงในเทอมบวก ก็จะมีหัวข้อที่มีความถูกต้องแม่นยำดังต่อไปนี้

หัวข้อที่ 5 พิจารณาสมการที่ (2.30) พร้อมกับการปรับปรุงข้อกำหนดของสมการที่

(2.35) สำหรับ γ_{k+1} สมมติให้ $G_e + G_e^T$ เป็นเชิงบวก ให้ $\exists \sigma \in \mathbb{R}, \sigma > 0$ เพื่อให้ $v^T G v = v^T ((G_e + G_e^T)/2)v \geq \sigma v^T$ สำหรับการสุ่มให้ $v \in \mathbb{R}^N$ หลังจากนั้นหาลำดับของค่าความผิดพลาดจาก $\lim_{k \rightarrow \infty} e_k = 0$

หมายเหตุที่ 4 ทราบว่า $w_k = 0$ ในสมการที่ (2.32) หัวข้อที่ 5 สามารถแก้ไขขั้นตอนวิธีที่แสดงค่าความผิดพลาดทางเรขาคณิตที่เข้าสู่ศูนย์ได้

หมายเหตุที่ 5 สำหรับค่า $G_e + G_e^T$ เป็นจำนวนเชิงบวก คือให้ $zG(z) = zC(zI - \Phi)^{-1}\Gamma$ เป็นทรานเฟอร์ฟังก์ชันจำนวนจริงบวก

ถ้าให้เมตริกซ์ $G_e + G_e^T$ เป็นจำนวนเชิงลบ มีการวิเคราะห์ที่คล้ายกับหัวข้อที่ 5 ที่แสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดจะเข้าสู่ศูนย์ อย่างไรก็ตามถ้าให้เมตริกซ์ $G_e + G_e^T$ เป็นจำนวนเชิงลบ แต่ก็สามารถทำให้เป็นจำนวนเชิงบวกได้โดยการคูณ -1 เข้าไปในเมตริกซ์ $G_e + G_e^T$ เพราะฉะนั้นในส่วนนี้ ปราศจากค่าสูญเสียวไป กล่าวว่า เมตริกซ์ $G_e + G_e^T$ ไม่เป็นจำนวนเชิงบวกที่ $G_e + G_e^T$ ไม่มีค่าที่แน่นอน

หัวข้อที่ 6 ให้เมตริกซ์ $G_e + G_e^T$ ไม่เป็นจำนวนเชิงบวก เพราะฉะนั้นที่จุดที่ไม่เป็นศูนย์หลายจุดที่สำคัญมีความจำกัดเซต $\{e_\infty : e_\infty^T G_e e_\infty = 0\}$ อินพุต u_0 จะควบคุมตั้งแต่เริ่มแรก ดังนั้นรูปแบบวิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำโดยวิธีพารามิเตอร์ออฟติไมเซชัน สมการที่ (2.30) จะเข้าสู่ค่า e_∞

หมายเหตุที่ 6 สามารถพิจารณาคูสมบัติที่เกิดขึ้น หรือการวิเคราะห์การออกแบบควบคุมได้ดังนี้

- การสร้างเมตริกซ์ G เป็นพื้นฐานของการควบคุมอยู่แล้ว นั่นคือเงื่อนไขที่แท้จริง
- เปลี่ยนนอร์ม เป็น เอ็กซ์โปเนนเชียล อาจทำให้เกิดค่าบวก นอร์มแบบยูคลิดจะเป็นการใช้แบบโมโนโทน

2.3.2 การแปรผันและรูปแบบที่เพิ่มเข้ามา (Inverse and adjoint algorithms)

วิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำโดยวิธีพารามิเตอร์ออฟติไมเซชัน มีผลลัพธ์เข้าใกล้ศูนย์ตรงกับกระบวนการหาค่าความผิดพลาด มีการแยกรูปแบบและ G_e เป็นเมตริกซ์เชิงบวก พิจารณาได้จากรูปแบบสมการทั่วไปคือ

$$u_{k+1} = u_k + \gamma_{k+1} K e_k \quad (2.36)$$

ซึ่ง K ไม่ได้เป็นเมตริกซ์ ตัวอย่างที่ได้จากการคำนวณนั้นทำให้ได้สมการขึ้นมาใหม่คือ

$u_{k+1} = u_k + \gamma_{k+1} e_k$ เมื่อมีการประยุกต์ค่า $G_e K$ ขึ้น ดังนั้นถ้า $G_e K$ มีการเพิ่มขึ้น ผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นในครั้งก่อนก็จะเกิดขึ้นตามมาซึ่งหมายความว่าผลลัพธ์จะออกมาในรูปแบบที่ซ้ำกัน และค่าความ

ผิดพลาดมีการเข้าสู่ศูนย์ซึ่งเป็นแบบ โมโนโทน เงื่อนไขในการเพิ่มขึ้นในค่า $G_e K$ จะทำให้ได้ค่า ดังนี้

$$K = \begin{cases} G_e^{-1} \\ G_e^T \end{cases}$$

ในเรื่องนี้สมการคู่ $G_e K$ มีเงื่อนไขเป็นเวก รูปแบบทั้งสองก็ได้มีการประยุกต์ใช้ได้เป็นผลสำเร็จ ในทางด้านการแก้ไขปัญหาในงานอุตสาหกรรม



บทที่ 3

ขั้นตอนการดำเนินงาน

3.1 วิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำโดยวิธีพารามิเตอร์ออฟติไมเซชัน (Parameter-optimal:ILC)

การควบคุมการเรียนรู้ซ้ำเป็นระบบควบคุมที่เพิ่มเข้ามาค่อนข้างใหม่ ซึ่งปัญหาที่พบนี้จะเป็นการนำค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นกลับมาเพื่อแก้ไขต่อในส่วนของคุณสมบัติ การควบคุมการเรียนรู้ซ้ำเป็นเทคนิคสำหรับการปรับปรุงแก้ไขผลกระทบของผลตอบสนองชั่วคราว (transient response) และการติดตามการกระทำของกระบวนการต่างๆ

ในการระบุการติดตามจะเริ่มพิจารณาจาก $r(t)$ หรือเอาต์พุตในการระบุปัญหานี้จะอยู่ในช่วงเวลา $t \in [0, T]$ ถ้าระบบไม่มีการป้อนค่ากลับมาค่าความผิดพลาดที่ต้องการที่ได้กลับมาจะไม่เป็นศูนย์ แต่กระบวนการเรียนรู้ซ้ำสามารถให้ผลค่าความผิดพลาดออกมาเป็นศูนย์ ซึ่งนำเสนอโดย Amann และ Owens การควบคุมการเรียนรู้ซ้ำจะเป็นการนำค่าความผิดพลาดที่กระทำในแต่ละรอบมาพิจารณาใหม่ในรอบต่อไป โดยจะให้สัญญาณอินพุต (ค่าเริ่มต้น) เป็น $u_k(t)$ โดยที่ k เป็นจำนวนการทำซ้ำและข้อมูลในการพิจารณาในสัญญาณอินพุตใหม่จะเป็น $u_{k+1}(t)$ เป็นการประยุกต์ให้การทำซ้ำระบบต่อไปหรือ $k+1$ เป็นจำนวนการทดลองรอบต่อไป

จากที่ได้กล่าวมาข้างต้นวิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำที่เหมาะสมที่สุดจึงเป็นคำถามที่สำคัญหรือไม่ เพื่อตอบคำถามนี้ Arimoto ได้กล่าวขั้นตอนของประเภทวิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำ ดังนี้

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + \gamma e_k(t+1) \quad (3.1)$$

เนื่องจากเป็นวิธีการหาสมการค่าอินพุต และศึกษาระยะจากการเลื่อนในการทดลอง คุณด้วยความผิดพลาดก่อนหน้า

แต่ถ้าไม่ได้เลือก γ พบว่าห้วงการแสดงผลจะมีกลไกเฉพาะในการรู้เข้าที่ยากและอาจแสดงผลแค่ชั่วคราว แก้ไขโดยการเลือก γ จากการทำซ้ำที่ดีที่สุด และเปลี่ยนเป็นฟังก์ชันที่ได้จากการทำซ้ำ γ_{k+1} ที่เหมาะสมที่สุด เนื่องจากแตกต่างจากค่า นอร์ม อินพุตของวิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำที่เหมาะสมที่สุด $\|u_{k+1} - u_k\|^2 = \gamma^2 \|e_{k+1}\|^2$ สามารถเขียนได้ในรูปสมการนี้

$$J_{k+1}(\gamma_{k+1}) = \|e_{k+1}\|^2 + w\gamma_{k+1}^2 \quad (3.2)$$

ซึ่ง $w > 0$, γ คือพารามิเตอร์ค่าความถ่วงที่มีขีดจำกัด

ในการใช้ ค่า w สามารถปรับค่าได้ โดยมีสมการพื้นฐานคือ

$$\begin{aligned} w &= w_1 + w_2 \|e_k\|^2, \\ w_1 &\geq 0, w_2 \geq 0, w_1 + w_2 \geq 0 \end{aligned} \tag{3.3}$$

มีการยอมรับสำหรับค่าที่เปลี่ยนแปลงที่ดำเนินการตามรูปแบบการวิเคราะห์การลู่เข้าสำหรับรูปแบบเป็นการนำเสนอในขั้นตอนนี้ต่อไป

สำหรับที่จุดเริ่มต้นจะมีข้อจำกัดของสมการจากฟังก์ชันสมการที่ (3.2) เขียนได้เป็น $y_k = G_e u_k$ ซึ่ง G_e เป็นการยกระดับแบบจำลอง

$$G_e = \begin{bmatrix} C\Gamma & 0 & 0 & \dots & 0 \\ C\Phi\Gamma & C\Gamma & 0 & \dots & 0 \\ C\Phi^2\Gamma & C\Phi\Gamma & C\Gamma & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C\Phi^{N-1}\Gamma & C\Phi^{N-2}\Gamma & \dots & \dots & C\Gamma \end{bmatrix} \tag{3.4}$$

และ

$$\begin{aligned} u_k &= [u_k(0) u_k(0) \dots u_k(N-1)]^T \\ y_k &= [y_k(1) y_k(1) \dots y_k(N)]^T \end{aligned} \tag{3.5}$$

เป็นการยกระดับอินพุต และ เอาท์พุท ใช้ในการอธิบายตัวอย่าง เพื่อแสดงให้เห็นว่า γ_{k+1} ได้มีการปรับปรุงขึ้นมาใหม่อยู่เสมอด้วยสมการข้างล่าง

$$\gamma_{k+1} = \frac{e_k^T G_e e_k}{w + e_k^T G_e^T G_e e_k} \tag{3.6}$$

ประพจน์ต่อไปได้แสดงถึงการปรับปรุงสมการ γ_{k+1} ที่เป็นรูปแบบผลลัพธ์ของการลู่เข้า

หัวข้อที่ 1 สมการที่ (3.1) ที่ใช้ γ_{k+1} ในการคำนวณในสมการที่ (3.7) เพื่อหาคำตอบของการลู่เข้า $\|e_{k+1}\| \leq \|e_k\|$ โดยเฉพาะอย่างยิ่งถ้า $e_k = 0$ หรือ $\gamma_{k+1} = 0$ จะให้ $\|e_{k+1}\| > \|e_k\|$

หัวข้อที่ 2 สมมติให้ $w_1 > 0$ ให้ $\lim_{k \rightarrow \infty} \gamma_k = 0$ ลงในสมการที่ (3.5) จะทำให้ได้การเพิ่มขึ้นของลำดับที่ดีที่สุด

ผลลัพธ์นี้จะแสดงให้เห็นว่า เป็นสมการที่มีความเหมาะสมมาก ในขณะที่ค่า k เพิ่มขึ้นเรื่อยๆ อาจจะมีการปรับปรุงสมการให้ได้ดียิ่งขึ้น

แต่น่าเสียดายที่ไม่มีการยื่นข้อเสนอดังกล่าว นอกจากแสดงเป็นนัยของค่าความผิดพลาด $e_k \rightarrow 0$ เป็น $e_k \rightarrow \infty$ ค่าความผิดพลาดจะขึ้นอยู่กับแนวความคิด โดยมันจะโด้งกลับออกมาบรรจบกันที่ศูนย์ นี่เป็นการพิจารณาเริ่มต้น โดยจะแสดงในทอมบวค ก็จะมีหัวข้อที่มีความถูกต้องแม่นยำดังต่อไปนี้

หัวข้อที่ 3 พิจารณาสมการที่ (3.1) พร้อมกับการปรับปรุงข้อกำหนดของสมการที่ (3.5)

สำหรับ γ_{k+1} สมมุติให้ $G_e + G_e^T$ เป็นเชิงบวก ให้ $\exists \sigma \in R, \sigma > 0$ เพื่อให้ $v^T G v = v^T ((G_e + G_e^T)/2)v \geq \sigma v^T$ สำหรับการสุ่มให้ $v \in R^N$ หลังจากนั้นหาลำดับของค่าความผิดพลาดจาก $\lim_{k \rightarrow \infty} e_k = 0$

หมายเหตุที่ 1 ทราบว่า $w_1 = 0$ ในสมการที่ (3.3) หัวข้อที่ 5 สามารถแก้ไขขั้นตอนวิธีที่แสดงค่าความผิดพลาดทางเรขาคณิตที่เข้าสู่ศูนย์ได้

หมายเหตุที่ 2 สำหรับค่า $G_e + G_e^T$ เป็นจำนวนเชิงบวก คือให้ $zG(z) = zC(zI - \Phi)^{-1}\Gamma$ เป็นทรานเฟอร์ฟังก์ชันจำนวนจริงบวก

ถ้าให้เมตริกซ์ $G_e + G_e^T$ เป็นจำนวนเชิงลบ มีการวิเคราะห์ที่คล้ายกับหัวข้อที่ 5 ที่แสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดจะเข้าสู่ศูนย์ อย่างไรก็ตามถ้าให้เมตริกซ์ $G_e + G_e^T$ เป็นจำนวนเชิงลบ แต่ก็สามารถทำให้เป็นจำนวนเชิงบวกได้โดยการคูณ -1 เข้าไปในเมตริกซ์ $G_e + G_e^T$ เพราะฉะนั้นในส่วนนี้ ปราศจากค่าสูญเสียทั่วไป กล่าวคือ เมตริกซ์ $G_e + G_e^T$ ไม่เป็นจำนวนเชิงบวกที่ $G_e + G_e^T$ ไม่มีค่าที่แน่นอน

หัวข้อที่ 4 ให้เมตริกซ์ $G_e + G_e^T$ ไม่เป็นจำนวนเชิงบวก เพราะฉะนั้นที่จุดที่ไม่เป็นศูนย์หลายจุดที่สำคัญมีความจำกัดเซต $\{e_\infty : e_\infty^T G_e e_\infty = 0\}$ อินพุต u_0 จะควบคุมตั้งแต่เริ่มแรก ดังนั้นรูปแบบวิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำโดยวิธีพารามิเตอร์ออฟไลน์ไม่เซชัน สมการที่ (3.1) จะเข้าสู่ค่า e_∞

หมายเหตุที่ 3 สามารถพิจารณาคุณสมบัติที่เกิดขึ้น หรือการวิเคราะห์การออกแบบควบคุมได้ดังนี้

- การสร้างเมตริกซ์ G เป็นพื้นฐานของการควบคุมอยู่แล้ว นั่นคือเงื่อนไขที่แท้จริง
- เปลี่ยนนอร์ม เป็น เอ็กซ์โปเนนเชียล อาจทำให้เกิดค่าบวก นอร์มแบบยูคลิดจะเป็นการใช้แบบโมนโทน

เป็นการใช้แบบโมนโทน

วิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำโดยวิธีพารามิเตอร์ออฟไลน์ไม่เซชัน มีผลลัพธ์เข้าใกล้ศูนย์ตรงกับกระบวนการหาค่าความผิดพลาด มีการแยกรูปแบบและ G_e เป็นเมตริกซ์เชิงบวกพิจารณาได้จากรูปแบบสมการทั่วไปคือ

$$u_{k+1} = u_k + \gamma_{k+1} K e_k \quad (3.7)$$

ซึ่ง K ไม่ได้เป็นเมตริกซ์ ตัวอย่างที่ได้จากการคำนวณนั้นทำให้ได้สมการขึ้นมาใหม่คือ

$u_{k+1} = u_k + \gamma_{k+1} e_k$ เมื่อมีการประยุกต์ค่า $G_e K$ ขึ้น ดังนั้นถ้า $G_e K$ มีการเพิ่มขึ้น ผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นในครั้งก่อนก็จะเกิดขึ้นตามมาซึ่งหมายความว่าผลลัพธ์จะออกมาในรูปแบบที่ซ้ำกัน และค่าความผิดพลาดมีการลู่เข้าสู่ศูนย์ซึ่งเป็นแบบโมโนโทน เงื่อนไขในการเพิ่มขึ้นในค่า $G_e K$ จะทำให้ได้ค่าดังนี้

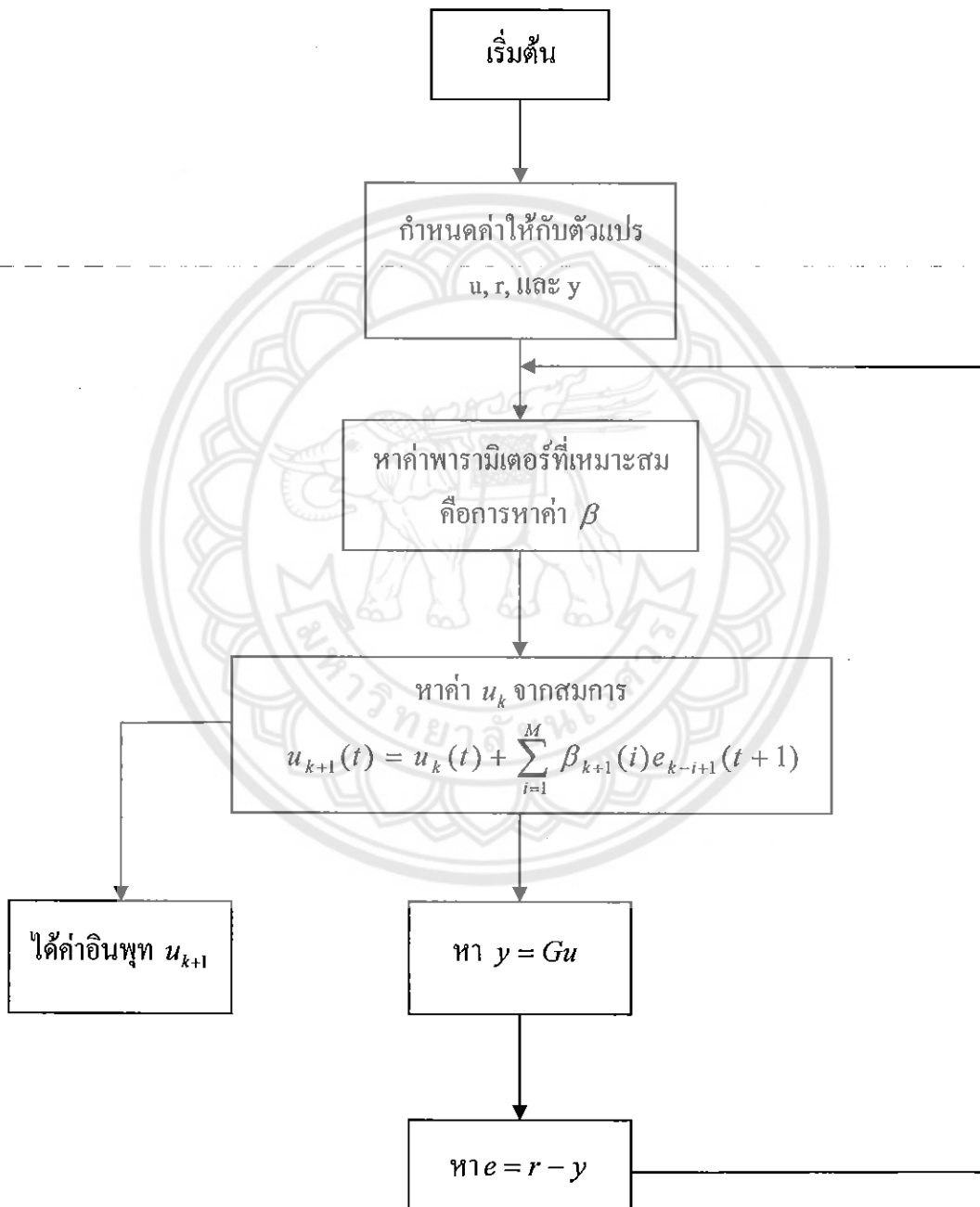
$$K = \begin{cases} G_e^{-1} \\ G_e^T \end{cases}$$

ในเรื่องนี้สมการคู่ $G_e K$ มีเงื่อนไขเป็นบวก รูปแบบทั้งสองนี้ได้มีการประยุกต์ใช้ได้เป็นผลสำเร็จในทางด้านการแก้ไขปัญหในงานอุตสาหกรรม



3.2 วิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำอันดับสูง (High-order ILC)

จากการได้ศึกษาเกี่ยวกับวิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำ และวิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำโดยวิธีพารามิเตอร์ออฟติไมเซชัน และในที่นี่จะมาอธิบายเกี่ยวกับวิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำอันดับสูงดัง โครงสร้างต่อไปนี้



รูปที่ 3.1 ระบบการทำงานของวิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำ โดยจะใช้วิธีพารามิเตอร์ออฟติไมเซชันอันดับสูง

จากโครงสร้างของระบบการทำงานของวิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำ โดยจะใช้วิธีการพารามิเตอร์ออฟติไมเซชันอันดับสูง เมื่อเริ่มต้นเราได้กำหนดค่าให้กับตัวแปร u คือค่าของสัญญาณอินพุตที่ป้อนเข้าไปและ y คือค่าของสัญญาณเอาต์พุตที่ได้ โดยเริ่มต้นกำหนดให้ u และ y มีค่าเท่ากับ 0 และ r คือค่าสัญญาณอ้างอิงที่ได้รับมาเพื่อทำให้ผลลัพธ์เป็นไปตามต้องการ e คือค่าความผิดพลาดที่หาได้จากสมการ $e=r-y$ จะเห็นได้ว่าในตอนเริ่มต้นค่าของ $e=r$ และเมื่อได้ค่า e แล้วเราจะนำค่า e ที่ได้ไปใช้ในการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมคือการหาค่า β ซึ่งค่า β สามารถหาได้จาก

$$\begin{bmatrix} \|Ge_k\|^2 + w_1 & \langle Ge_k, Ge_{k-1} \rangle & \cdots & \langle Ge_k, Ge_{k+1-M} \rangle \\ \langle Ge_{k-1}, Ge_k \rangle & \|Ge_{k-1}\|^2 + w_2 & \cdots & \langle Ge_{k-1}, Ge_{k+1-M} \rangle \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle Ge_{k+1-M}, Ge_k \rangle & \langle Ge_{k+1-M}, Ge_{k-1} \rangle & \cdots & \|Ge_{k+1-M}\|^2 + w_M \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \beta_{k+1}(1) \\ \beta_{k+1}(2) \\ \vdots \\ \beta_{k+1}(M) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle e_k, Ge_k \rangle \\ \langle e_k, Ge_{k-1} \rangle \\ \vdots \\ \langle e_k, Ge_{k+1-M} \rangle \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

หรือเพื่อความกะทัดรัดจะได้สมการเป็น $D\beta = F$ โดยที่ D และ F ใช้ในการเปรียบเทียบกับสมการที่ (3.8) และเมตริกซ์ D สามารถเขียนใหม่ได้เป็น ดังนี้

$$D = \begin{bmatrix} w_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & w_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & w_M \end{bmatrix} + [Ge_k \quad Ge_{k-1} \quad \cdots \quad Ge_{k+1-M}]^T \times [Ge_k \quad Ge_{k-1} \quad \cdots \quad Ge_{k+1-M}]$$

จะสังเกตเห็นได้จากค่า $w_i > 0, i = 1, \dots, M$ หรือ $Ge_k, Ge_{k-1}, \dots, Ge_{k+1-M}$

เป็นอิสระเชิงเส้น และสามารถหาค่า β ได้จาก $\beta = D^{-1}F$ และเมื่อได้ค่า β แล้วระบบจะนำค่าที่ได้ไปใช้ในการคำนวณหาค่า u ในขั้นตอนต่อไป ซึ่งเป้าหมายคือวิธีการทำออฟติไมเซชันให้ได้ในระดับที่สูงขึ้นในแต่ละครั้งของการคำนวณ ในที่นี้สมการรูปแบบพื้นฐานของวิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำอันดับสูงคือ

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + \sum_{i=1}^M \beta_{k+1}(i) e_{k-i+1}(t+1); \quad (3.9)$$

$$1 \leq i \leq M \leq k$$

ซึ่ง $e_i(t) = r(t) - y_i(t)$ เป็นการคิดหาค่าความผิดพลาด $\beta_{k+1}(i)$ จำนวนที่เพิ่มขึ้นตามค่าของ M และ M เป็นคำสั่งการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำที่จะปรับให้ค่าความผิดพลาดน้อย

ที่สุดและ e_{k+1-i} เป็นค่าความผิดพลาดจากการทดลองล่าสุด ตัวแปรเวกเตอร์ $(\beta_{k+1}(i))$ ที่ถูกเลือกมาเป็นวิธีการแก้ไขปัญหาของออฟติไมเซชัน

$$J(\beta_{k+1}(1), \beta_{k+1}(2), \dots, \beta_{k+1}(M)) = \|e_{k+1}\|^2 + \sum_{i=1}^M w_i \beta_{k+1}(i)^2 \quad (3.10)$$

ซึ่ง $w_i > 0$ เป็นพารามิเตอร์ที่เกิดจากสมการที่ (3.10)

$e_k = r - Gu_k$ ใช้ค่าใหม่ที่น้อยที่สุดของสมการที่ (3.9) คือ

$$\mu_{k+1}(t) = \mu_k(t) + \sum_{i=1}^M \beta_{k+1}(i) e_{k-i+1}(t+1)$$

นำมาแทนในสมการและจะทำให้ได้ค่า u ในเพื่อจากนั้นนำค่า u ไปใช้ในการหาค่า y จากสมการ $y = Gu$ เมื่อได้ค่า y ระบบจะนำค่า y ไปคำนวณหาค่า e จากสมการ $e = r - y$ เมื่อได้ค่า e คือค่าความผิดพลาดที่เราต้องการซึ่งเป็นการทำงานของระบบครบรอบ แล้วระบบก็จะนำค่า e ที่ได้ไปใช้ในการคำนวณหาค่าต่างๆในรอบต่อไป

บทที่ 4

ผลการทดลอง

ในบทนี้เราจะกล่าวถึงวิธีการทดลองและผลการทดลองที่ได้ศึกษามาในบทก่อนหน้านี และจะได้แสดงผลการทดลองการหาค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการนำกระบวนการวิธีการควบคุม โดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำอันดับสูง จาก

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + \sum_{i=1}^M \beta_{k+1}(i) e_{k-i+1}(t+1); \quad (4.1)$$

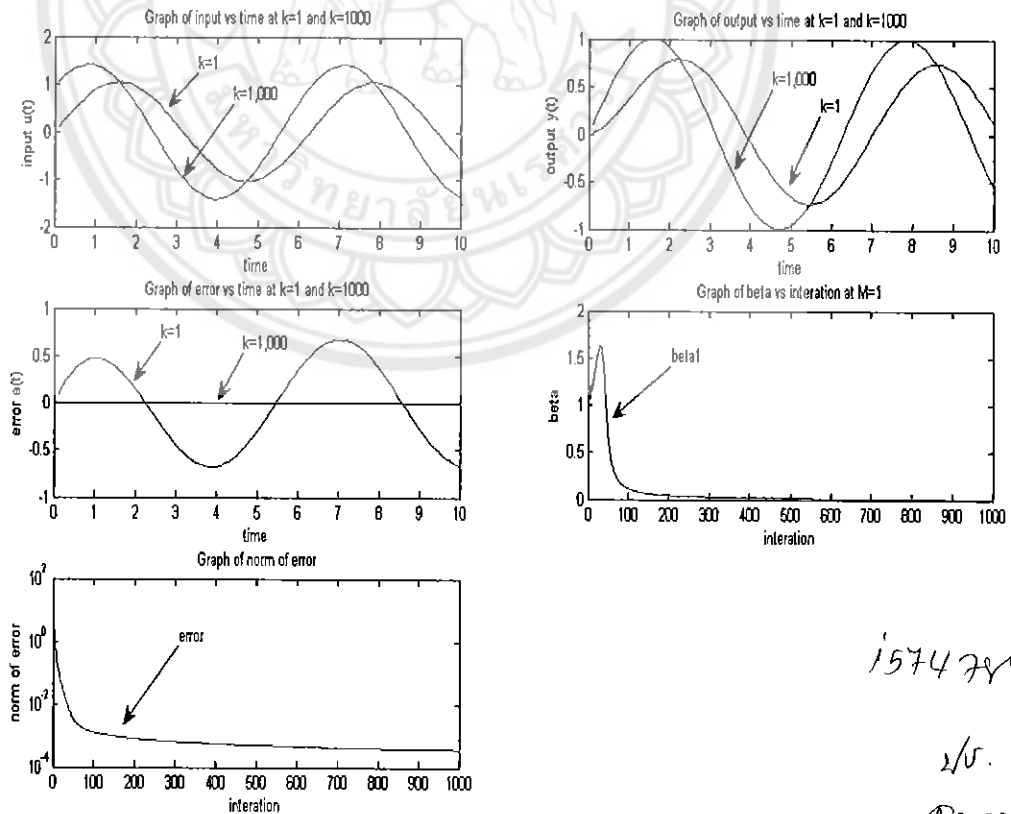
4.1 บันทึกผลการทดลองกรณีกำหนดให้ระบบเป็นแบบระบบอันดับหนึ่ง (First Order)

ระบบอันดับหนึ่งที่มีฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer function) เป็น $\frac{1}{s+1}$

4.1.1 กำหนดให้สัญญาณอ้างอิงเป็น $\sin(t)$

4.1.1.1 กรณีที่ให้ $M=1$

ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=1$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=1,000$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.1



1574743

2/5.

32 32 Q

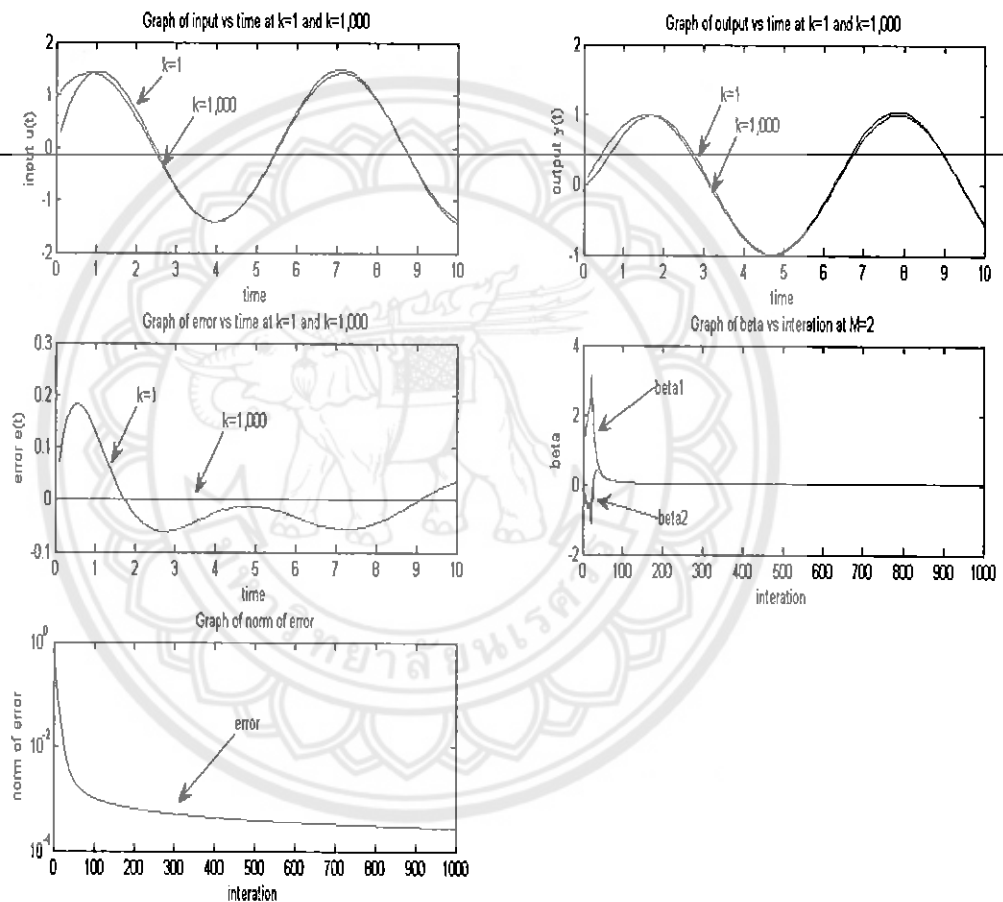
2552

รูปที่ 4.1 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=1$ ของระบบอันดับหนึ่ง

จากรูปที่ 4.1 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 4.4777 และในรอบที่ 1,000 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 0.0004 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 1,000 รอบมีการลดลงประมาณ 11,194 เท่า

4.1.1.2 กรณีที่ให้ $M=2$

ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=2$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=1,000$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.2

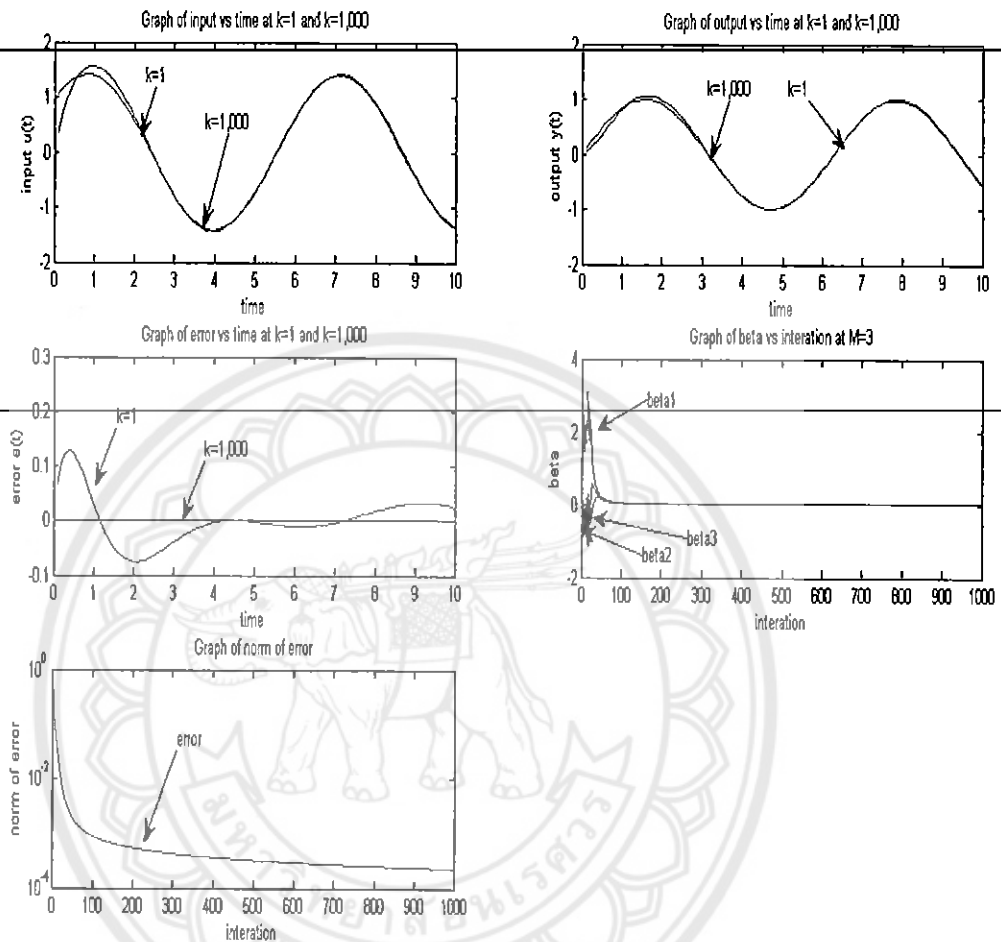


รูปที่ 4.2 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=2$ ของระบบอันดับหนึ่ง

จากรูปที่ 4.2 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 0.6207 และในรอบที่ 1,000 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 0.0003 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 1,000 รอบมีการลดลงประมาณ 2,069 เท่า

4.1.1.3 กรณีที่ให้ $M=3$

ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=3$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=1,000$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.3

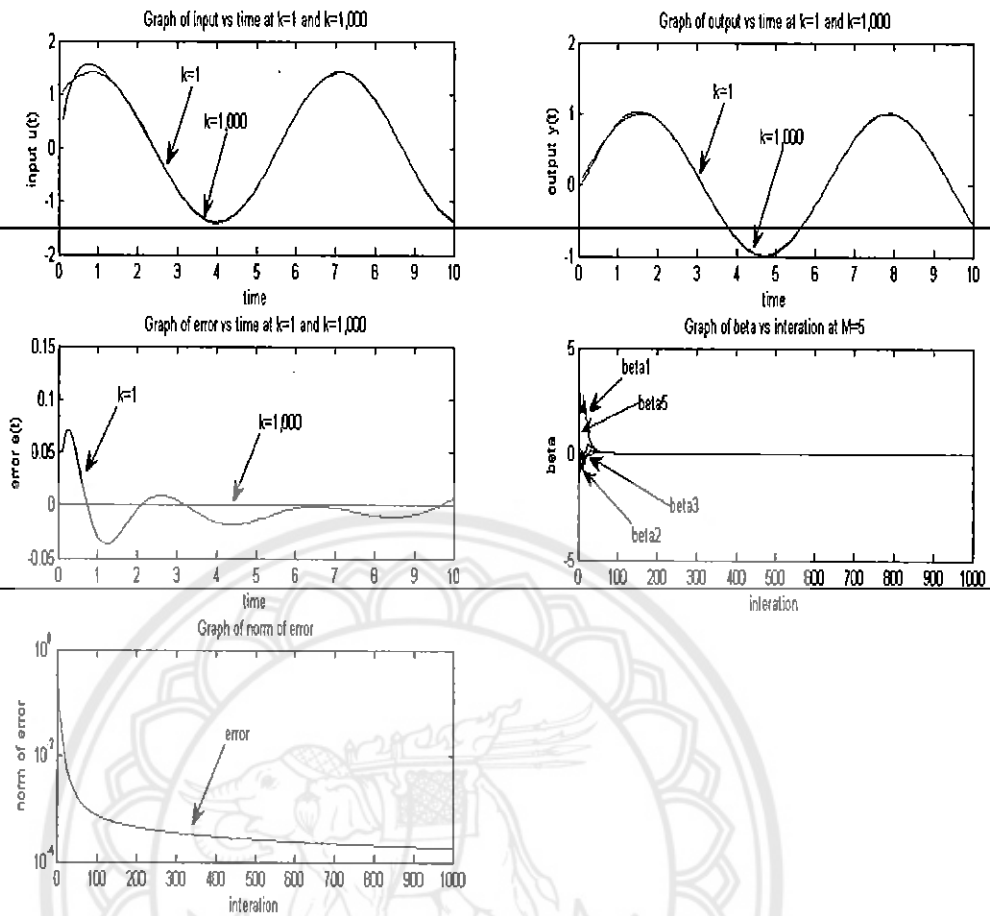


รูปที่ 4.3 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=3$ ของระบบอันดับหนึ่ง

จากรูปที่ 4.3 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 0.4237 และในรอบที่ 1,000 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 0.0002 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 1,000 รอบมีการลดลงประมาณ 2,119 เท่า

4.1.1.4 กรณีที่ให้ $M=5$

ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=5$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=1,000$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.4

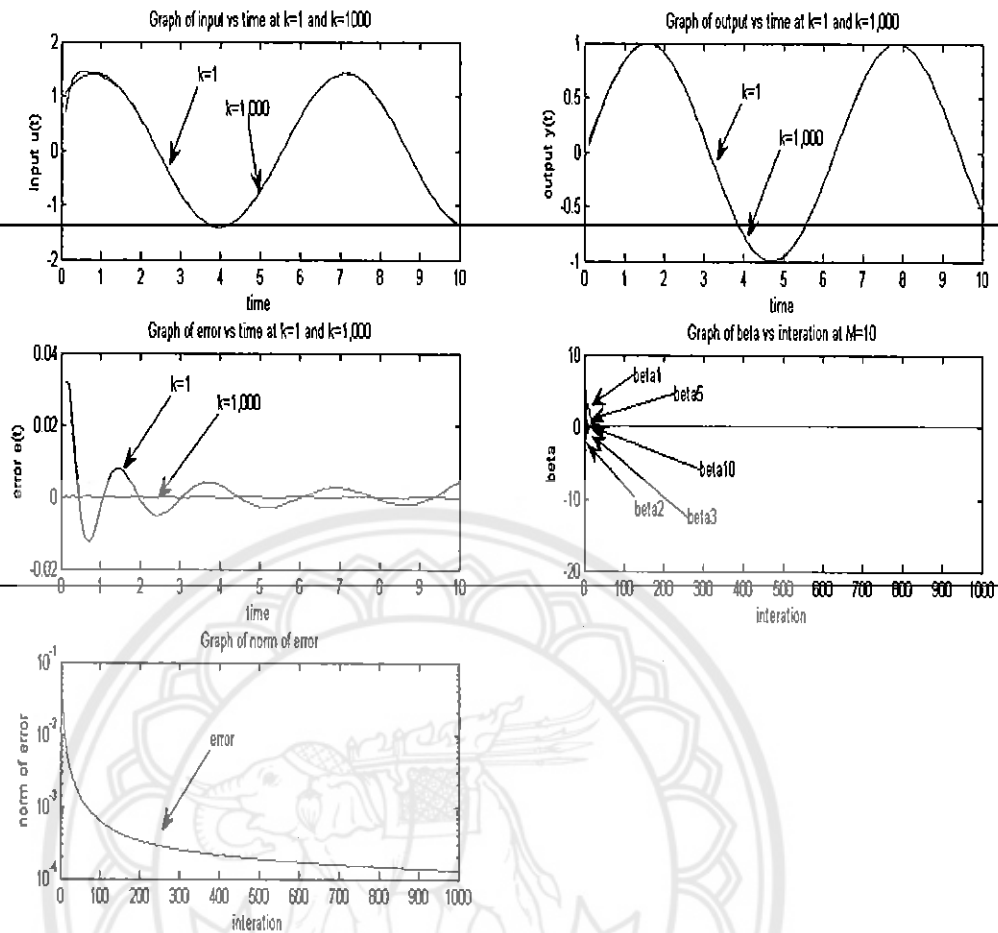


รูปที่ 4.4 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=5$ ของระบบอันดับหนึ่ง

จากรูปที่ 4.4 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 0.1827 และในรอบที่ 1,000 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 0.0002 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 1,000 รอบมีการลดลงประมาณ 914 เท่า

4.1.1.5 กรณีที่ให้ $M=10$

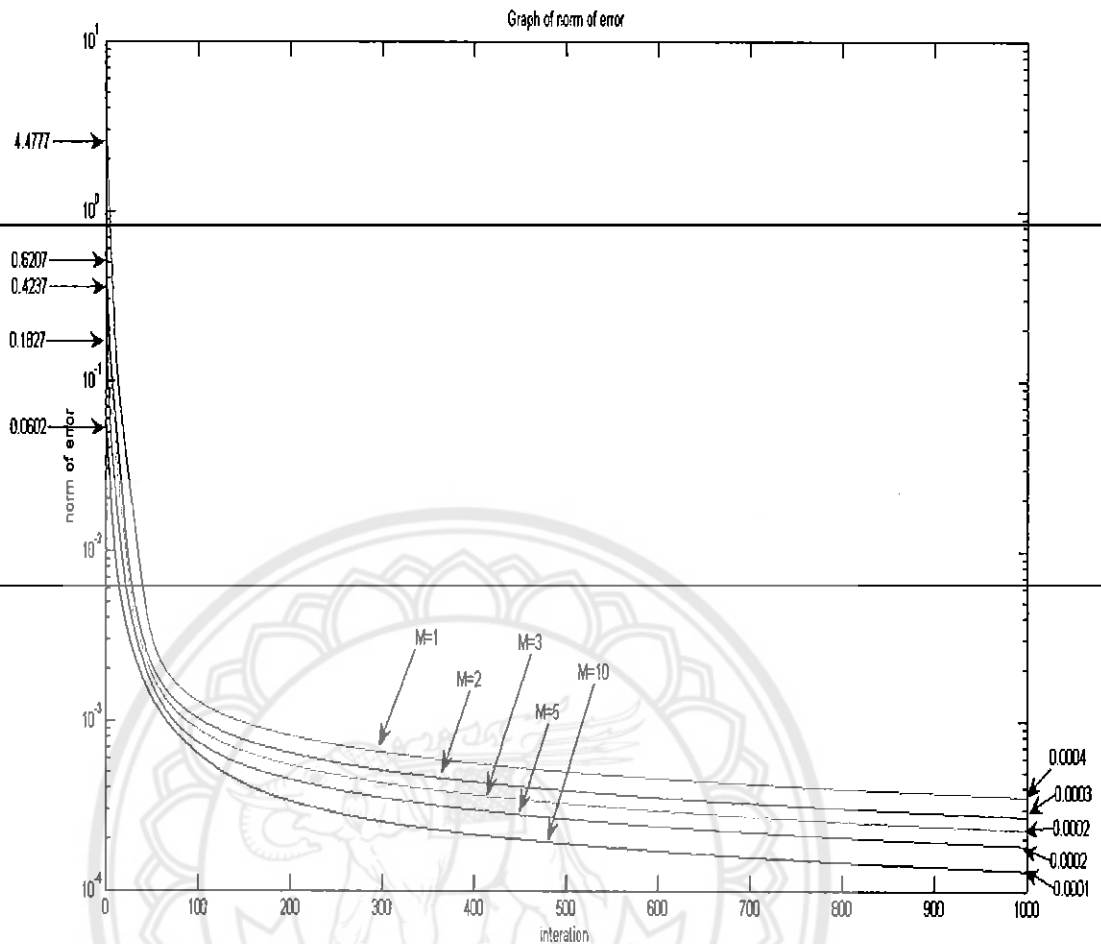
ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=10$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=1,000$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.5



รูปที่ 4.5 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=10$ ของระบบอันดับหนึ่ง

จากรูปที่ 4.5 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 0.0602 และในรอบที่ 1,000 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 0.0001 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 1,000 รอบมีการลดลงประมาณ 602 เท่า

ผลที่เกิดจากการใช้สมการที่ (4.1) โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น $\sin(t)$ และให้ค่า $T=10$, $\tau_s=0.1$, $k=1,000$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงภาพรวมได้ดังรูปที่ 4.6



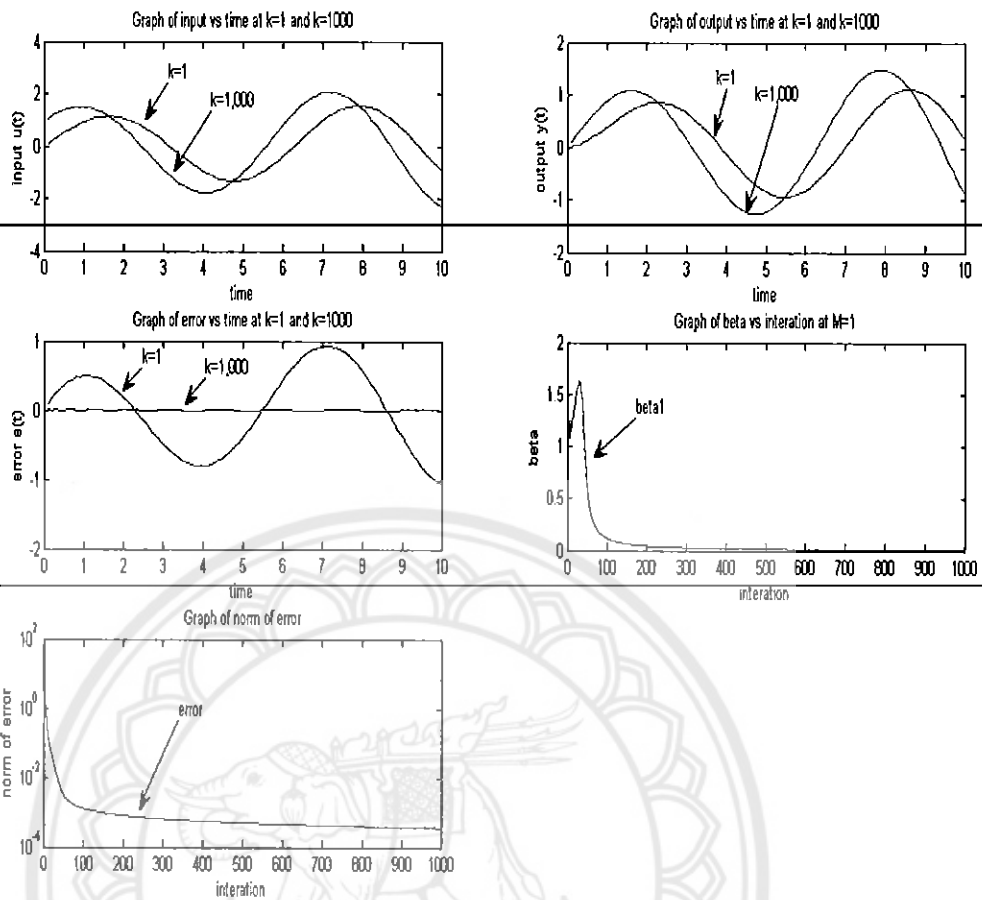
รูปที่ 4.6 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มกรณี่ที่ให้ $M=1, 2, 3, 5$ และ 10 ของระบบอันดับหนึ่ง

จากรูปที่ 4.6 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดที่วัดได้จากการลดลงของค่านอร์มมีค่าลดลงเรื่อยๆ เนื่องมาจากการเพิ่มขึ้นตามจำนวน M

4.1.2 กำหนดให้สัญญาณอ้างอิงเป็น $e^{(i/20)} \sin(t)$

4.1.2.1 กรณีที่ให้ $M=1$

ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=1$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=1,000$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.7

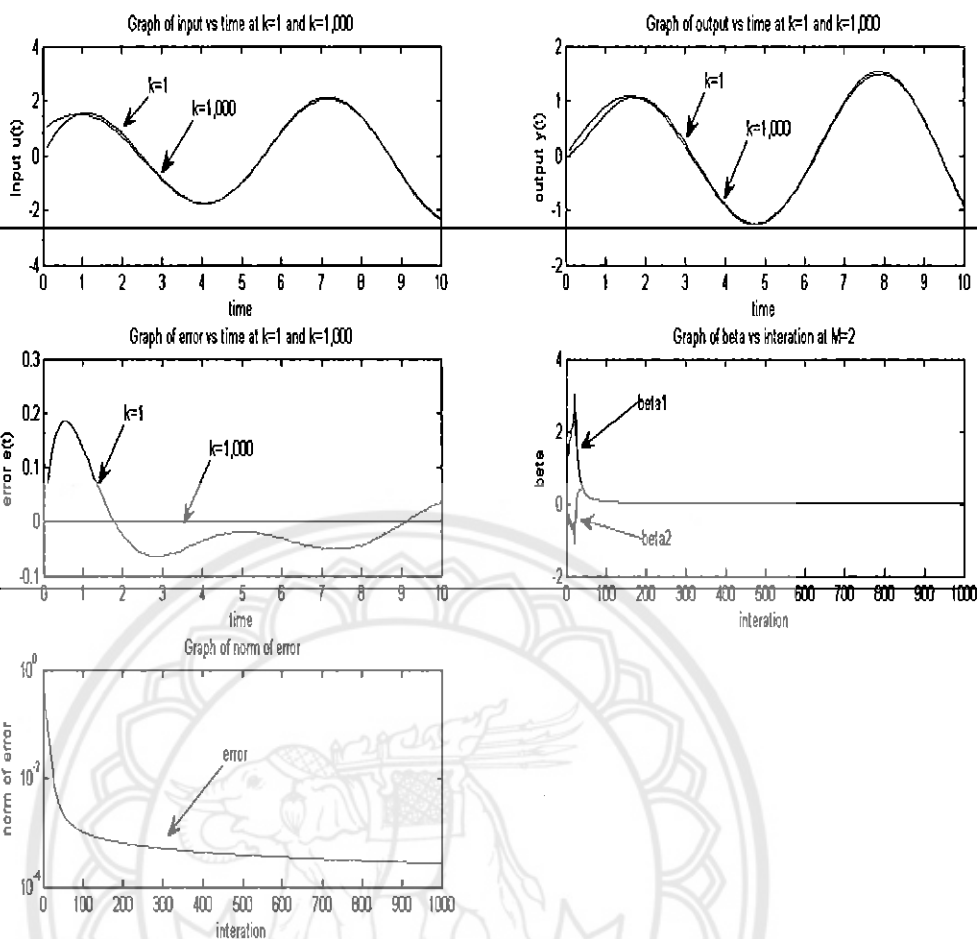


รูปที่ 4.7 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=1$ ของระบบอันดับหนึ่ง

จากรูปที่ 4.7 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 5.8394 และในรอบที่ 1,000 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 0.0004 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 1,000 รอบมีการลดลงประมาณ 14,599 เท่า

4.1.2.2 กรณีที่ให้ $M=2$

ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=2$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=1,000$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.8

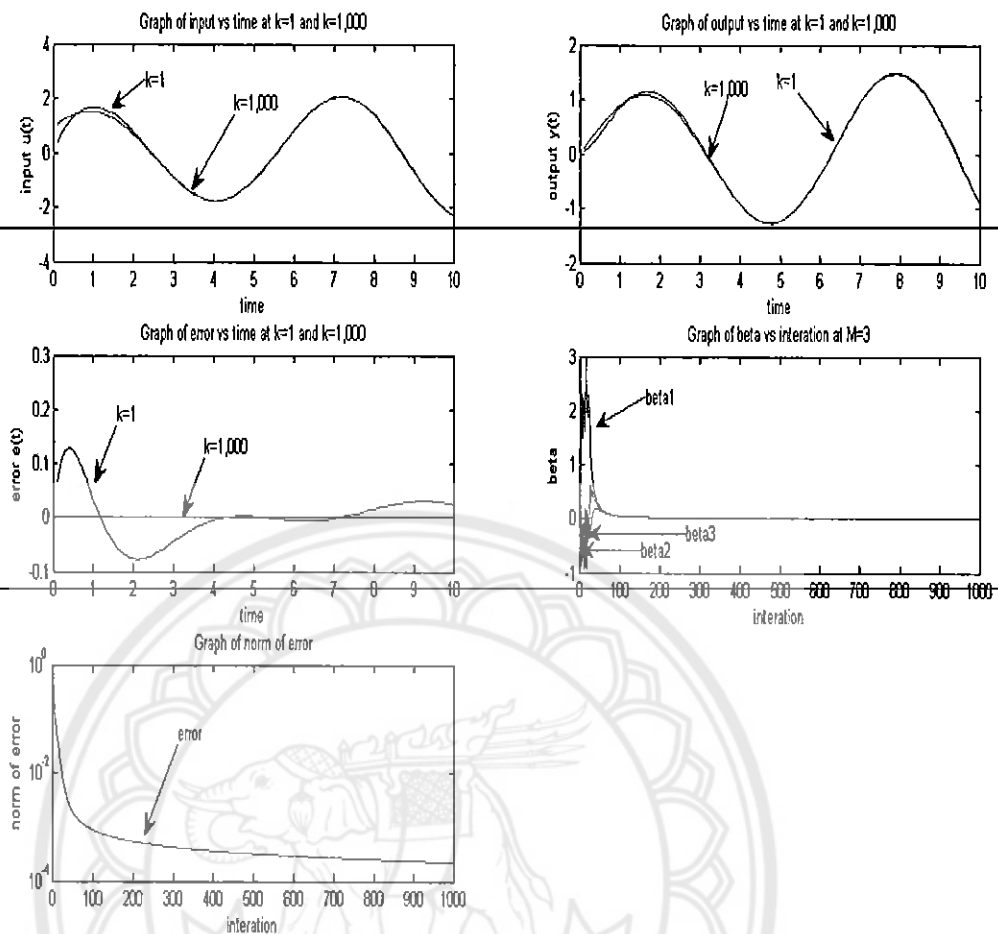


รูปที่ 4.8 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=2$ ของระบบอันดับหนึ่ง

จากรูปที่ 4.8 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 0.6351 และในรอบที่ 1,000 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 0.0003 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 1,000 รอบมีการลดลงประมาณ 2,117 เท่า

4.1.2.3 กรณีที่ให้ $M=3$

ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=3$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=1,000$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.9

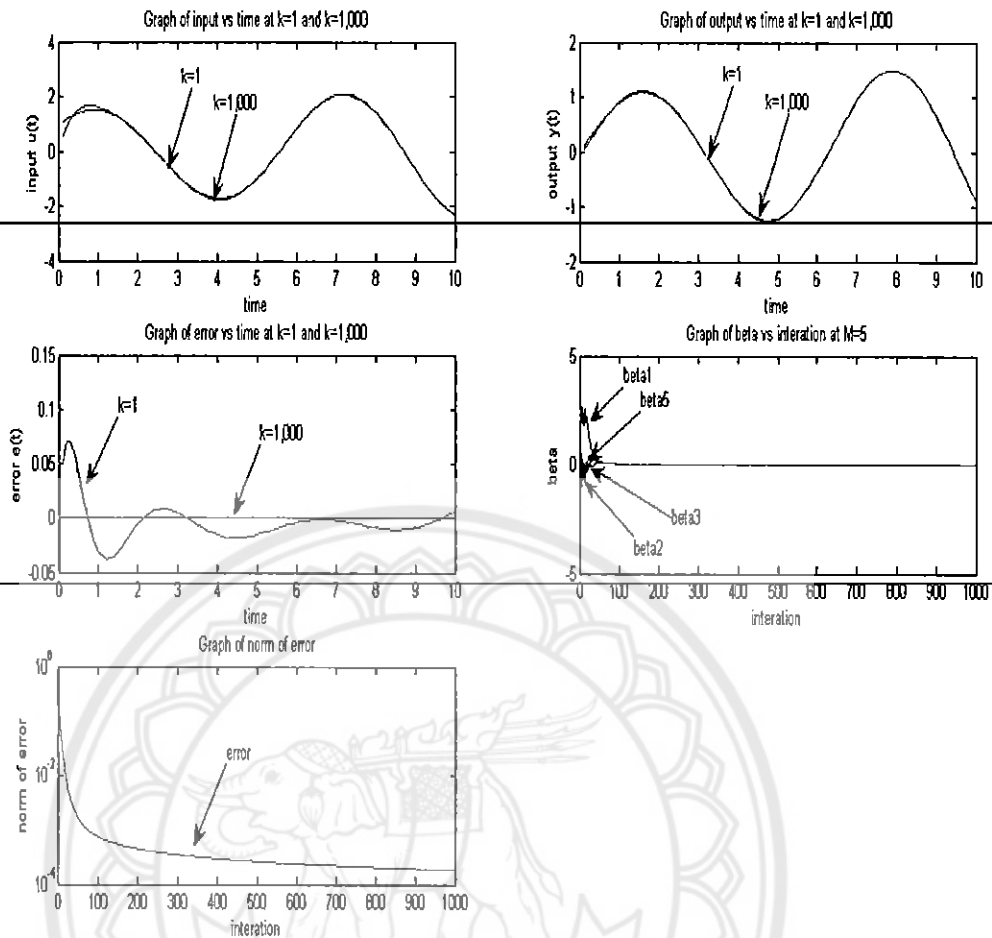


รูปที่ 4.9 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=3$ ของระบบอันดับหนึ่ง

จากรูปที่ 4.9 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 0.4314 และในรอบที่ 1,000 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 0.0002 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 1,000 รอบมีการลดลงประมาณ 2,157 เท่า

4.1.2.4 กรณีที่ให้ $M=5$

ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=5$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=1,000$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.10

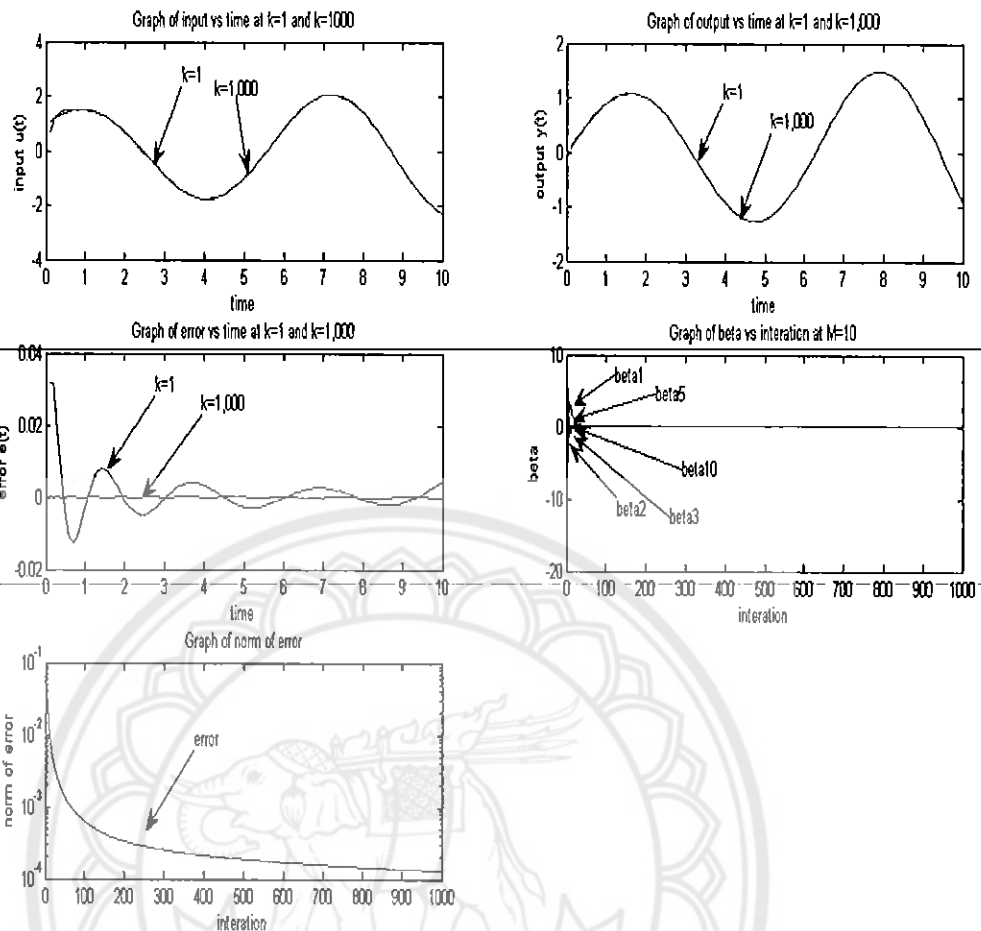


รูปที่ 4.10 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=5$ ของระบบอันดับหนึ่ง

จากรูปที่ 4.10 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัด ได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 0.1844 และในรอบที่ 1,000 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 0.0002 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 1,000 รอบมีการลดลงประมาณ 922 เท่า

4.1.2.5 กรณีที่ให้ $M=10$

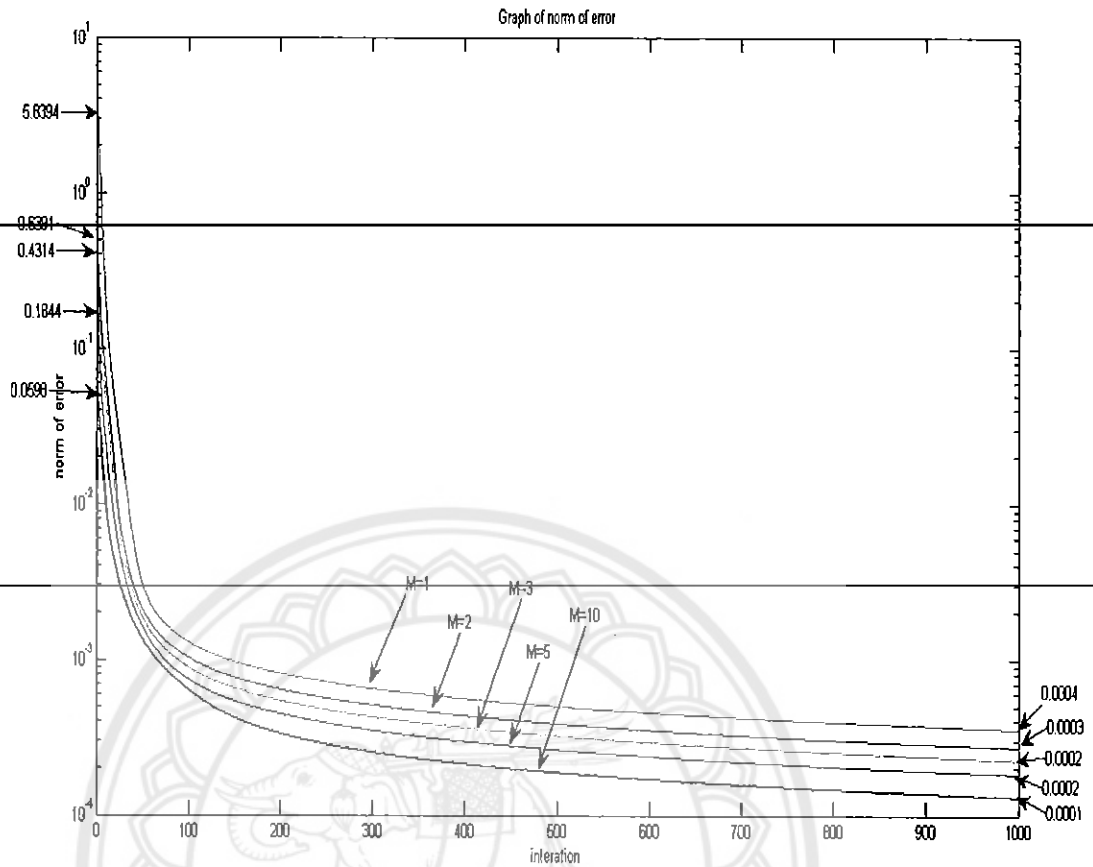
ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=10$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $\tau_s=0.1$, $k=1,000$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.11



รูปที่ 4.11 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=10$ ของระบบอันดับหนึ่ง

จากรูปที่ 4.11 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 0.0598 และในรอบที่ 1,000 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 0.0001 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 1,000 รอบมีการลดลงประมาณ 598 เท่า

ผลที่เกิดจากการใช้สมการที่ (4.1) โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น $e^{\frac{t}{20}}\sin(t)$ และให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=1,000$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงภาพรวมได้ดังรูปที่ 4.12



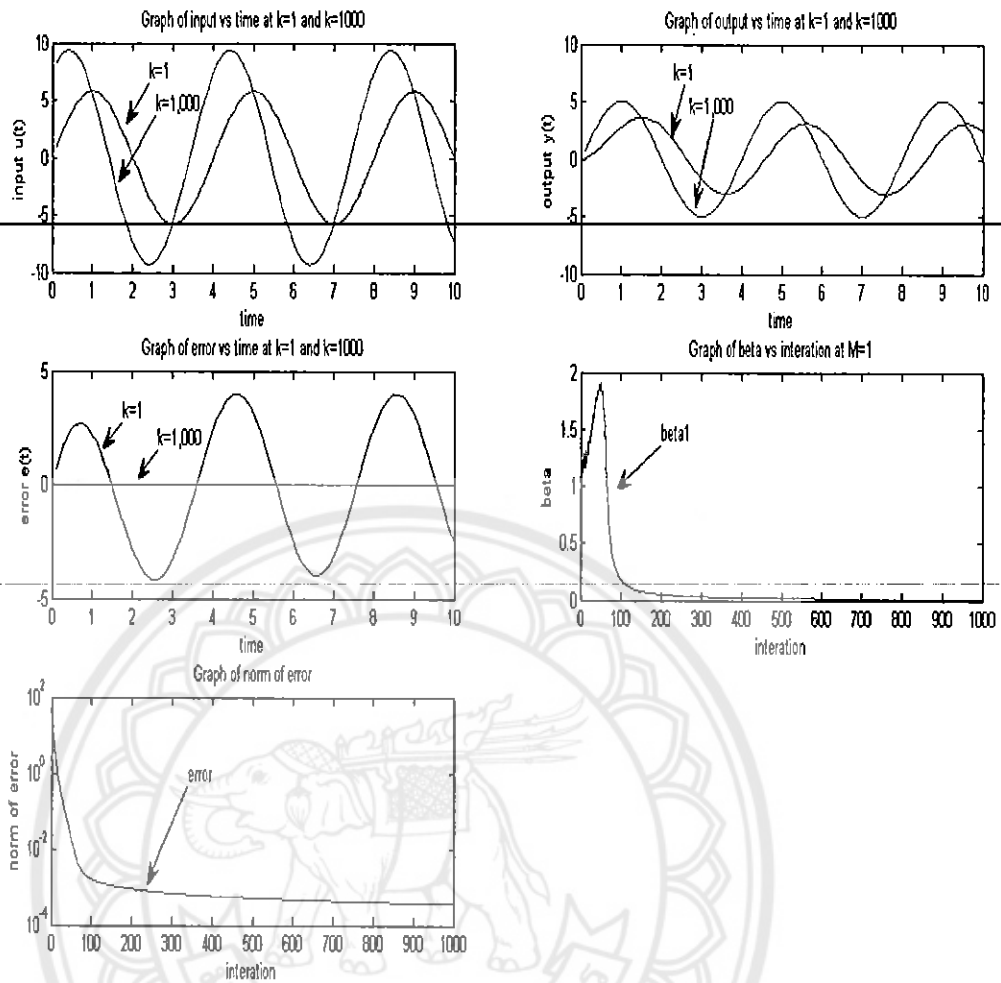
รูปที่ 4.12 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มกรณีที่ให้ $M=1, 2, 3, 5$ และ 10 ของระบบอันดับหนึ่ง

จากรูปที่ 4.12 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดที่วัดได้จากการลดลงของค่านอร์มมีค่าลดลงเรื่อยๆเนื่องมาจากการเพิ่มขึ้นตามจำนวน M

4.1.3 กำหนดให้สัญญาณอ้างอิงเป็น $5\sin(0.5\pi t)$

4.1.3.1 กรณีที่ให้ $M=1$

ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=1$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=1,000$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.13

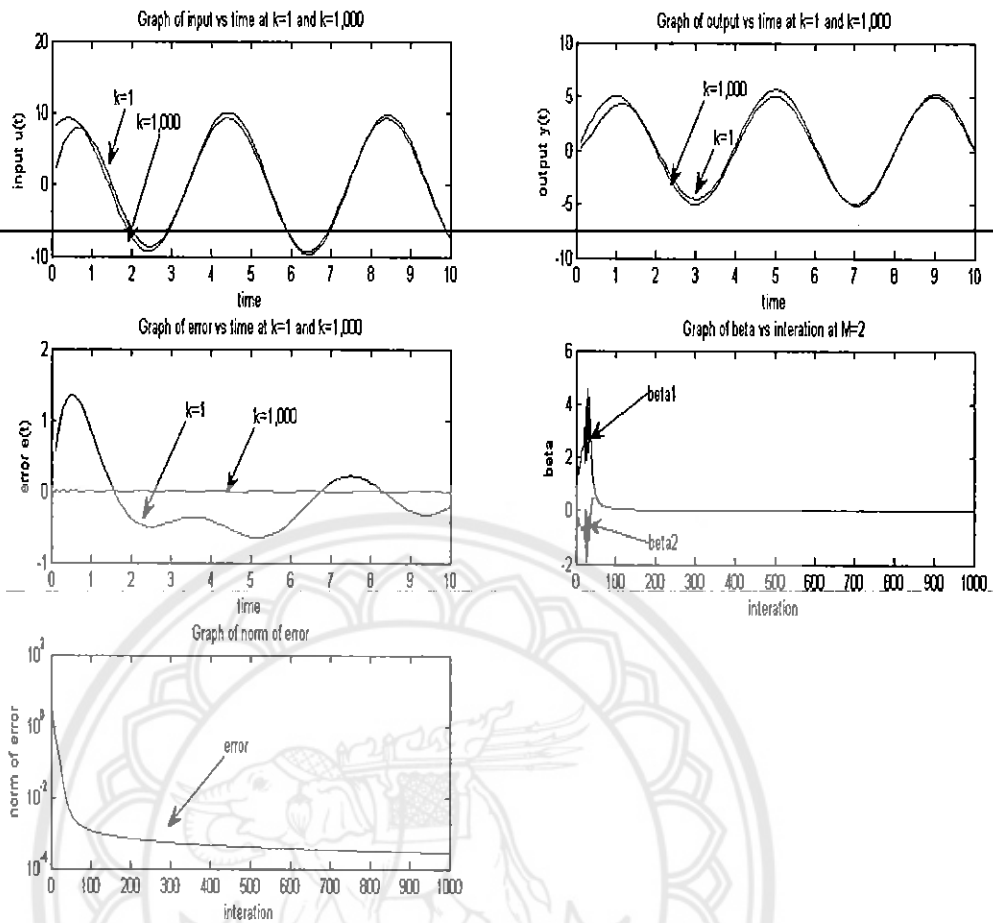


รูปที่ 4.13 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=1$ ของระบบอันดับหนึ่ง

จากรูปที่ 4.13 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 26.9772 และในรอบที่ 1,000 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 0.0004 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 1,000 รอบมีการลดลงประมาณ 67,443 เท่า

4.1.3.2 กรณีที่ให้ $M=2$

ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=2$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=1,000$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.14

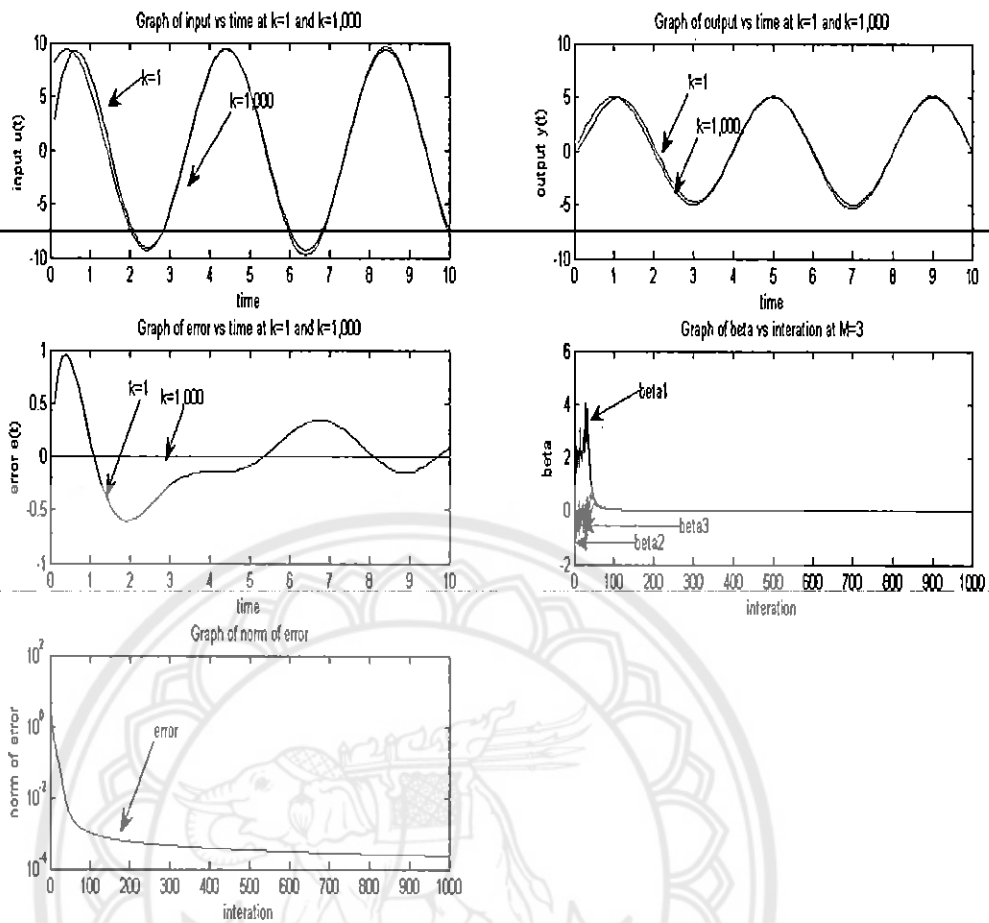


รูปที่ 4.14 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=2$ ของระบบอันดับหนึ่ง

จากรูปที่ 4.14 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 5.0512 และในรอบที่ 1,000 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 0.0003 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 1,000 รอบมีการลดลงประมาณ 16,837 เท่า

4.1.3.3 กรณีที่ให้ $M=3$

ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=3$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $\tau_s=0.1$, $k=1,000$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.15

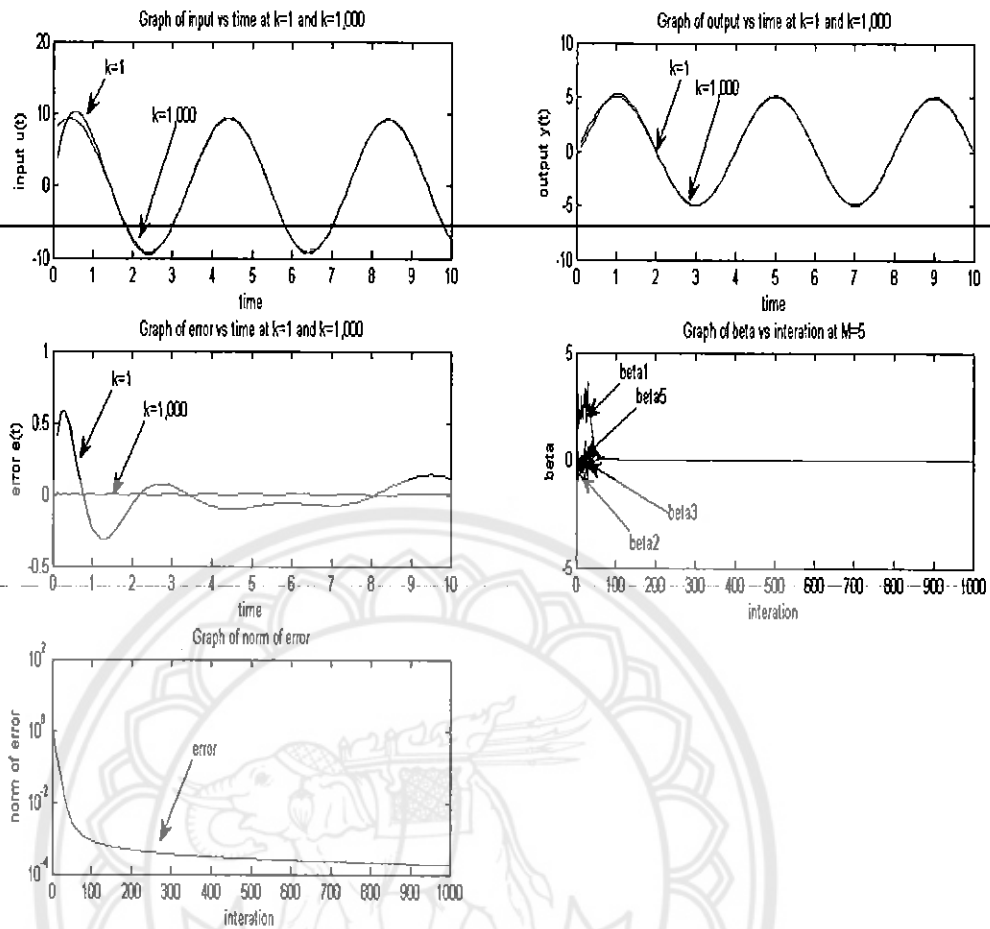


รูปที่ 4.15 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=3$ ของระบบอันดับหนึ่ง

จากรูปที่ 4.15 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 3.3433 และในรอบที่ 1,000 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 0.0002 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 1,000 รอบมีการลดลงประมาณ 16,716 เท่า

4.1.3.4 กรณีที่ให้ $M=5$

ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=5$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=1,000$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.16

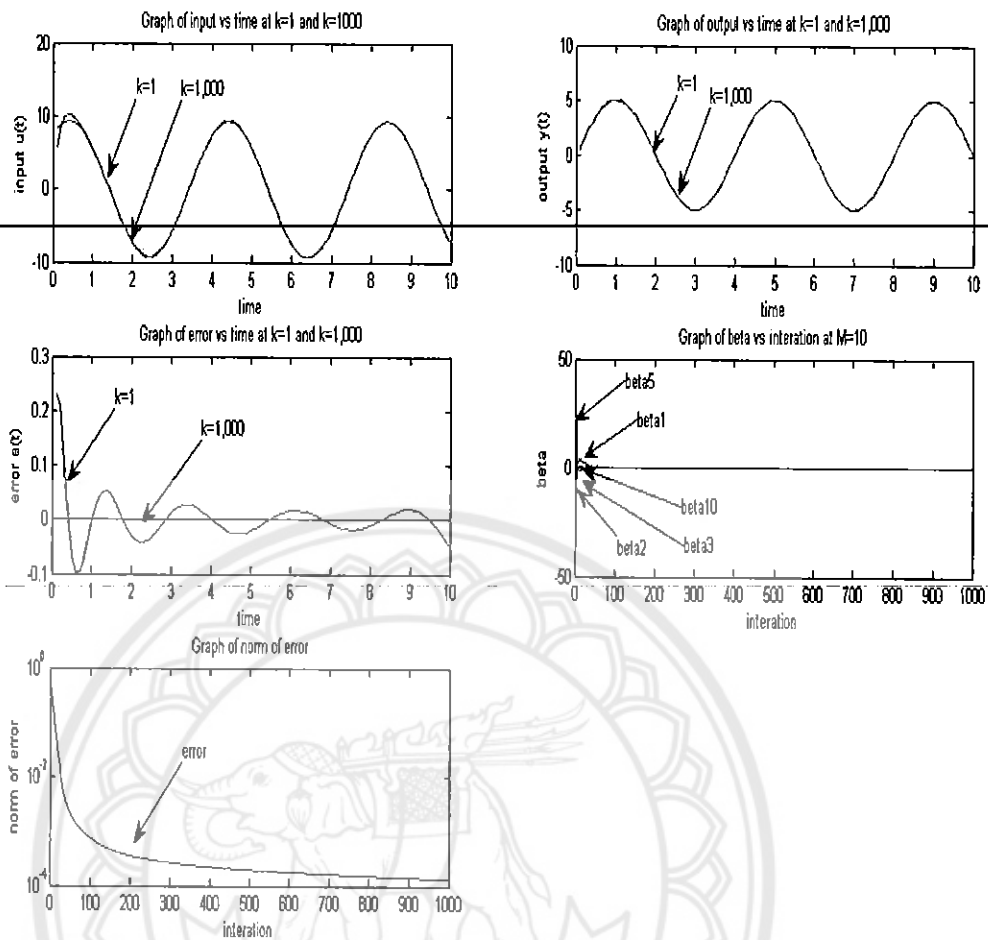


รูปที่ 4.16 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=5$ ของระบบอันดับหนึ่ง

จากรูปที่ 4.16 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 1.5525 และในรอบที่ 1,000 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 0.0002 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 1,000 รอบมีการลดลงประมาณ 7,763 เท่า

4.1.3.5 กรณีที่ให้ $M=10$

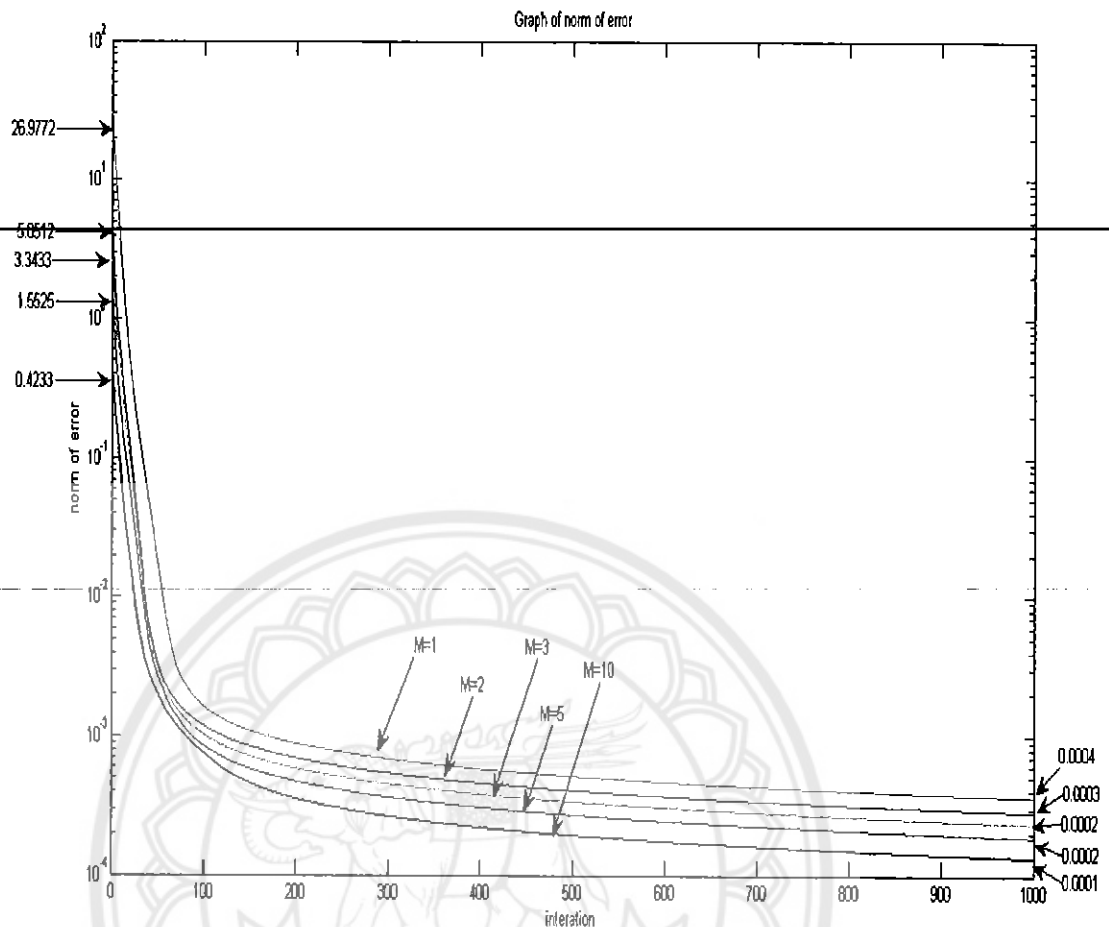
ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=10$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=1,000$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.17



รูปที่ 4.17 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=10$ ของระบบอันดับหนึ่ง

จากรูปที่ 4.17 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 0.4233 และในรอบที่ 1,000 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 0.0001 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 1,000 รอบมีการลดลงประมาณ 4,233 เท่า

ผลที่เกิดจากการใช้สมการที่ (4.1) โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น $5\sin(0.5\pi t)$ และให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=1,000$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงภาพรวมได้ดังรูปที่ 4.18



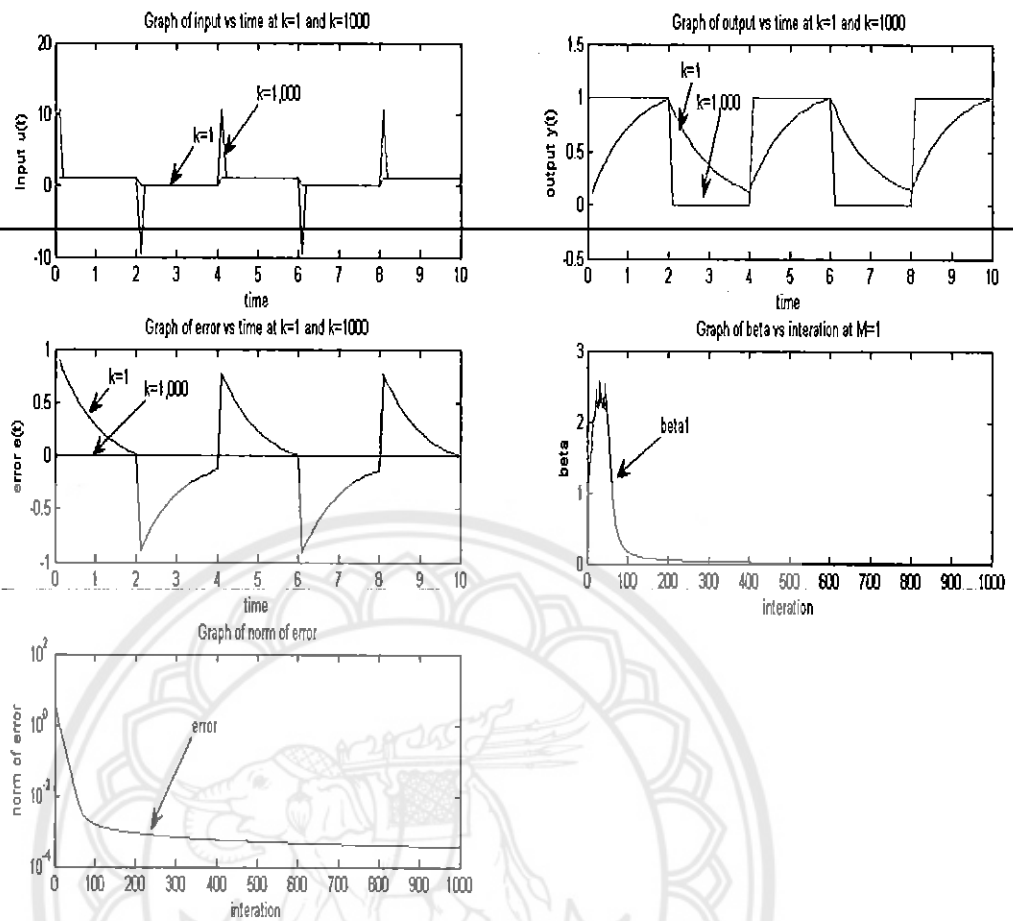
รูปที่ 4.18 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มกรณี่ที่ให้ $M=1, 2, 3, 5$ และ 10 ของระบบอันดับหนึ่ง

จากรูปที่ 4.18 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดที่วัดได้จากการลดลงของค่านอร์มมีค่าลดลงเรื่อยๆ เนื่องมาจากการเพิ่มขึ้นตามจำนวน M

4.1.4 กำหนดให้สัญญาณอ้างอิงเป็น คลื่นสี่เหลี่ยมคาบ 4 วินาที

4.1.4.1 กรณี่ที่ให้ $M=1$

ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=1$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=1,000$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.19

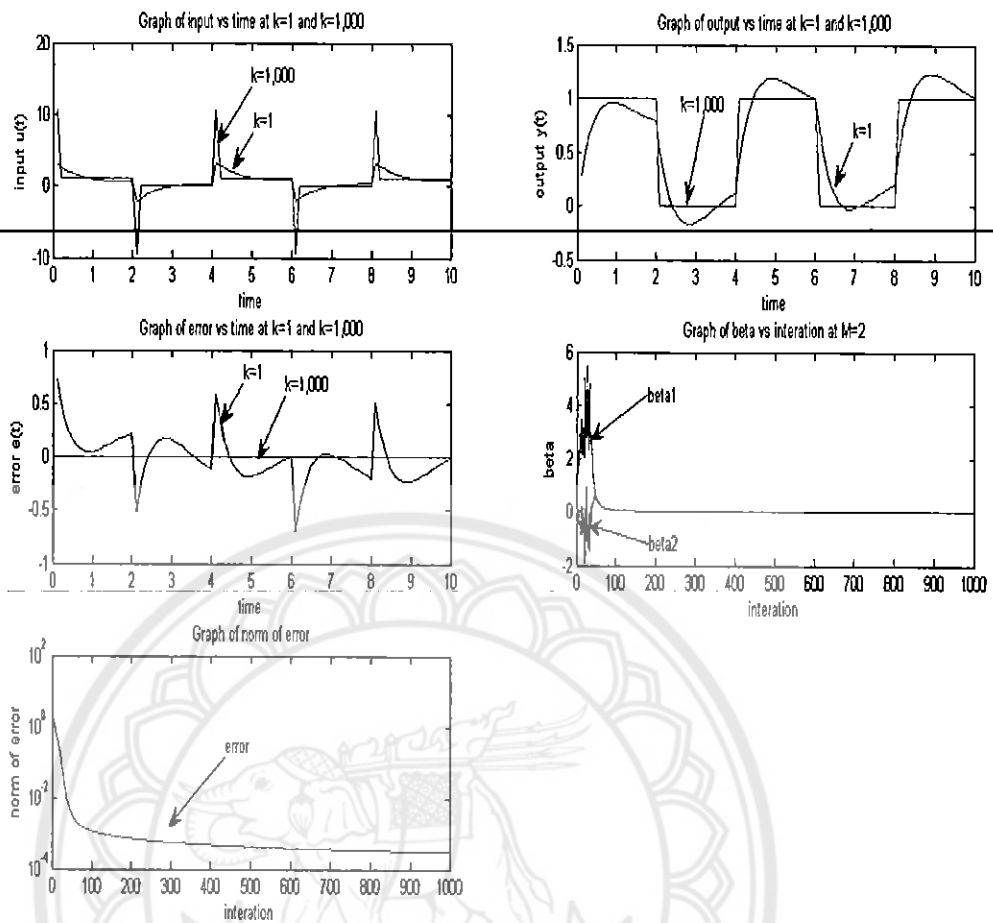


รูปที่ 4.19 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=1$ ของระบบอันดับหนึ่ง

จากรูปที่ 4.19 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 4.1742 และในรอบที่ 1,000 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 0.0004 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 1,000 รอบมีการลดลงประมาณ 10,436 เท่า

4.1.4.2 กรณีที่ให้ $M=2$

ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=2$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=1,000$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.20

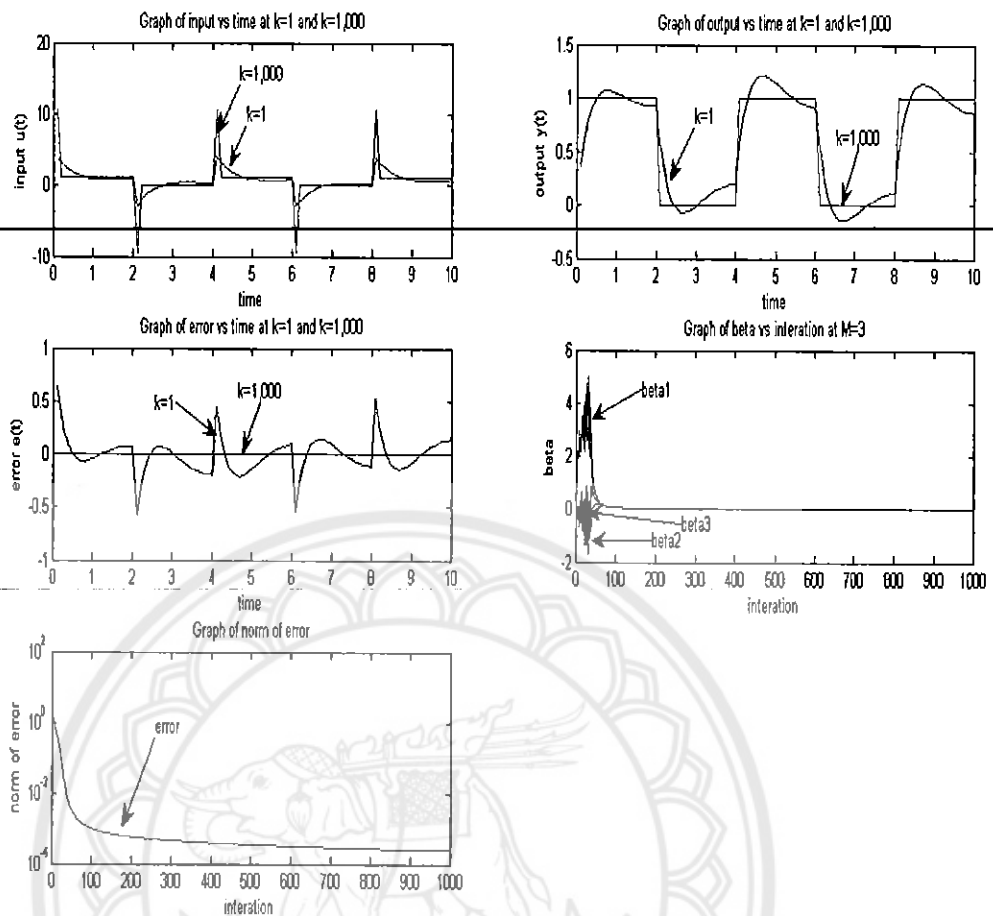


รูปที่ 4.20 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=2$ ของระบบอันดับหนึ่ง

จากรูปที่ 4.20 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 2.0615 และในรอบที่ 1,000 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 0.0003 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 1,000 รอบมีการลดลงประมาณ 6,872 เท่า

4.1.4.3 กรณีที่ให้ $M=3$

ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=3$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=1,000$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.21

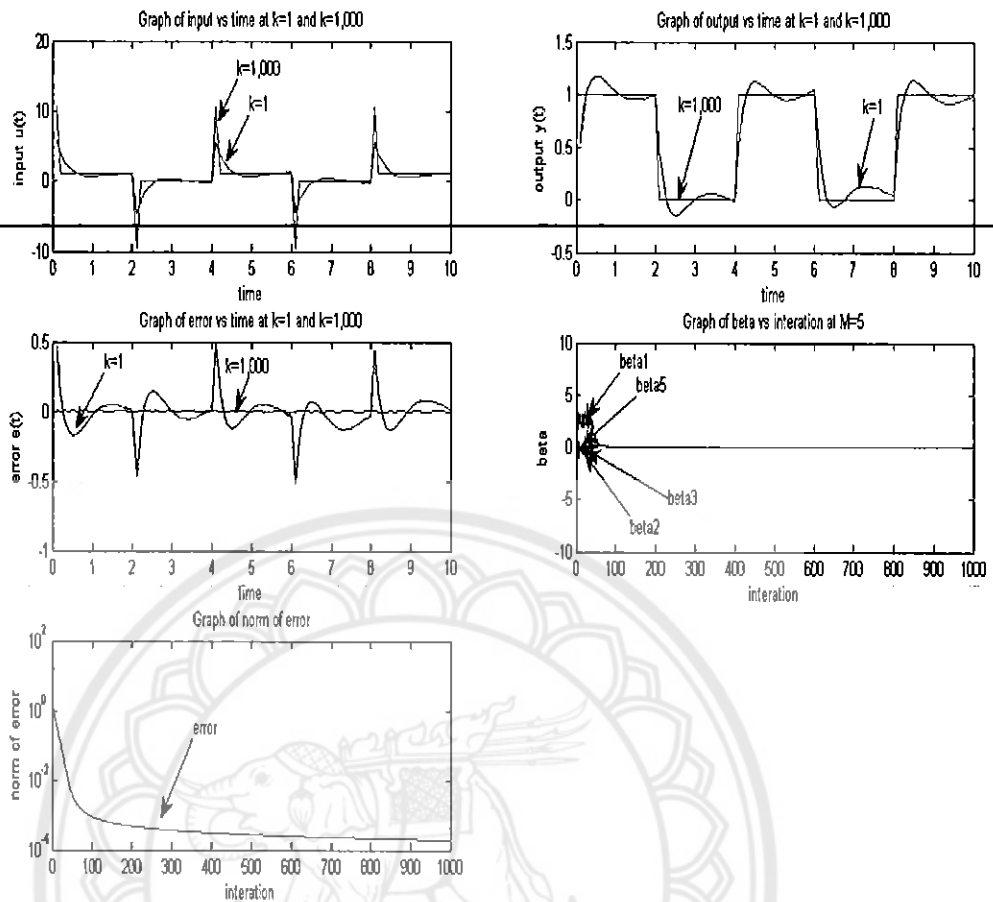


รูปที่ 4.21 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=3$ ของระบบอันดับหนึ่ง

จากรูปที่ 4.21 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 1.6825 และในรอบที่ 1,000 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 0.0002 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 1,000 รอบมีการลดลงประมาณ 8,413 เท่า

4.1.4.4 กรณีที่ให้ $M=5$

ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=5$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=1,000$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.22

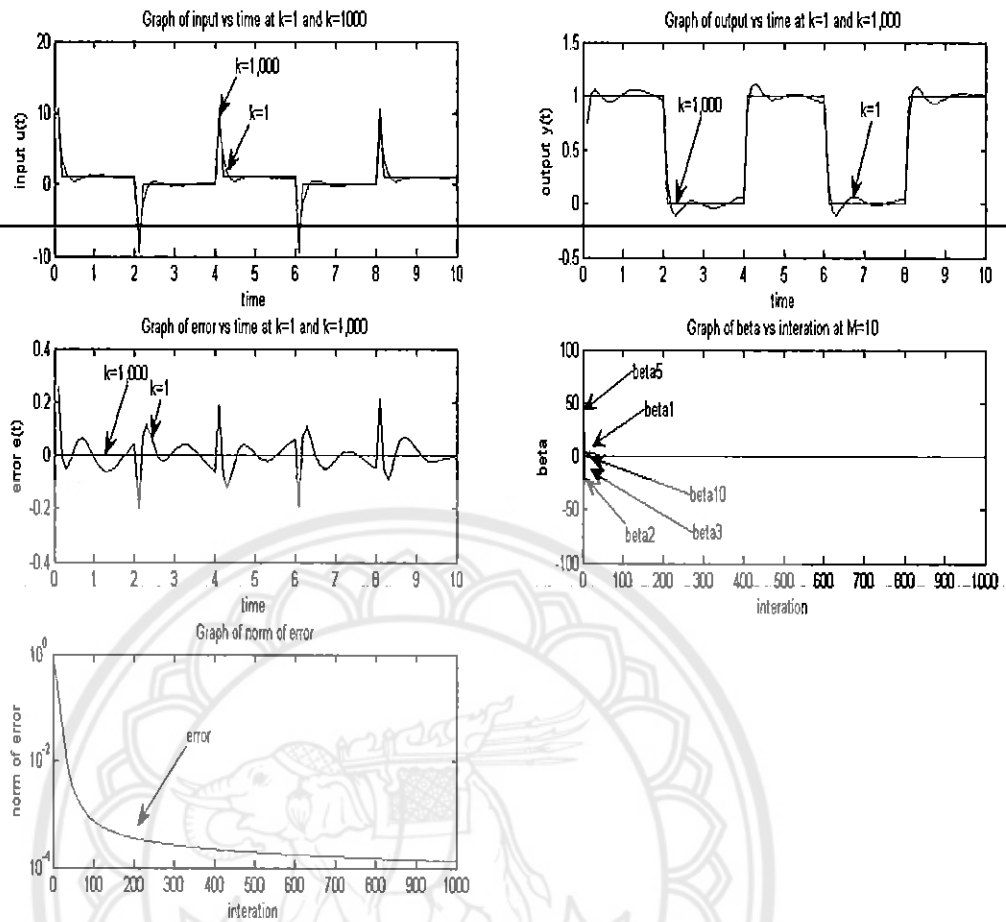


รูปที่ 4.22 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=5$ ของระบบอันดับหนึ่ง

จากรูปที่ 4.22 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 1.3226 และในรอบที่ 1,000 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 0.0002 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 1,000 รอบมีการลดลงประมาณ 6,613 เท่า

4.1.4.5 กรณีที่ให้ $M=10$

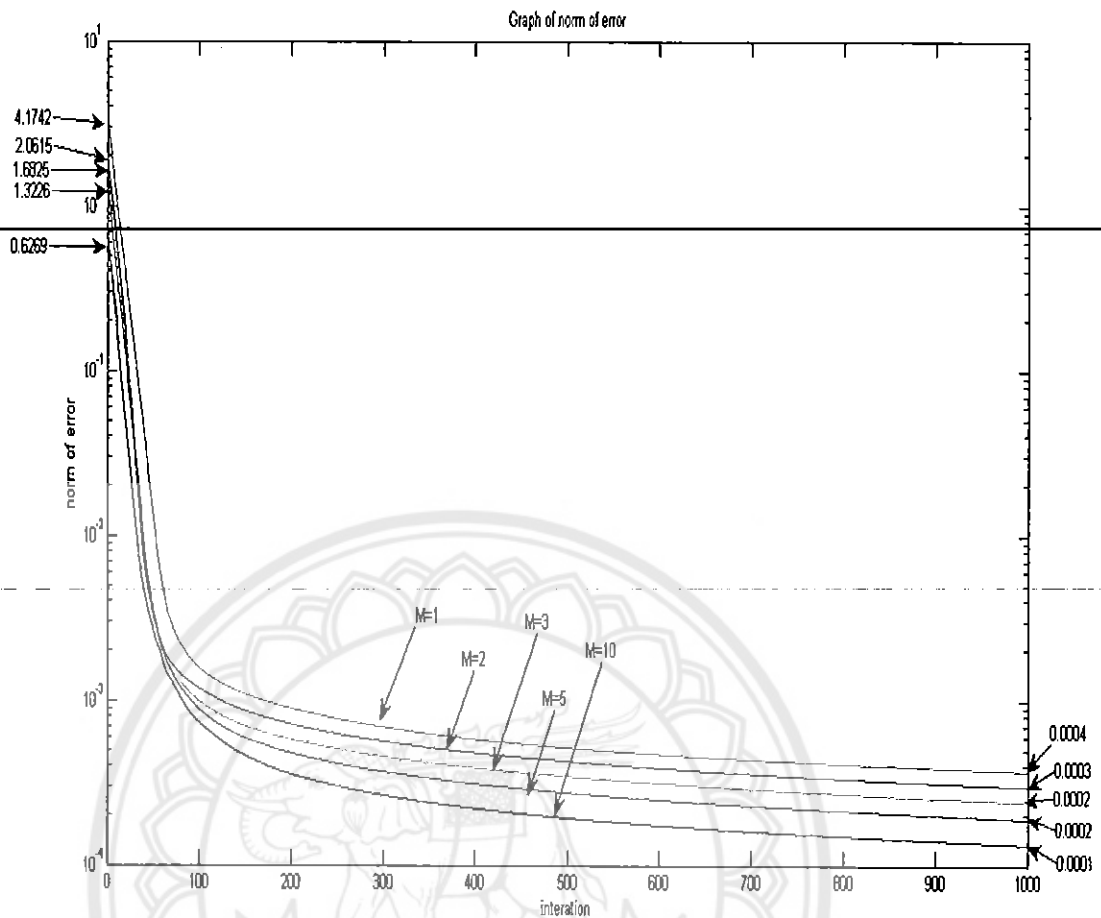
ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=10$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=1,000$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.23



รูปที่ 4.23 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=10$ ของระบบอันดับหนึ่ง

จากรูปที่ 4.23 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 0.6269 และในรอบที่ 1,000 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 0.0001 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 1,000 รอบมีการลดลงประมาณ 6,269 เท่า

ผลที่เกิดจากการใช้สมการที่ (4.1) โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็นคลื่นสี่เหลี่ยมคาบ 4 วินาที และให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=1,000$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงภาพรวมได้ดังรูปที่ 4.24



รูปที่ 4.24 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มกรณิที่ให้ $M=1,2,3,5$ และ 10 ของระบบอันดับหนึ่ง

จากรูปที่ 4.24 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดที่วัดได้จากการลดลงของค่านอร์มมีค่าลดลงเรื่อยๆ เนื่องมาจากการเพิ่มขึ้นตามจำนวน M

4.2 บันทึกผลการทดลองกรณีกำหนดให้ระบบเป็นแบบระบบอันดับสอง

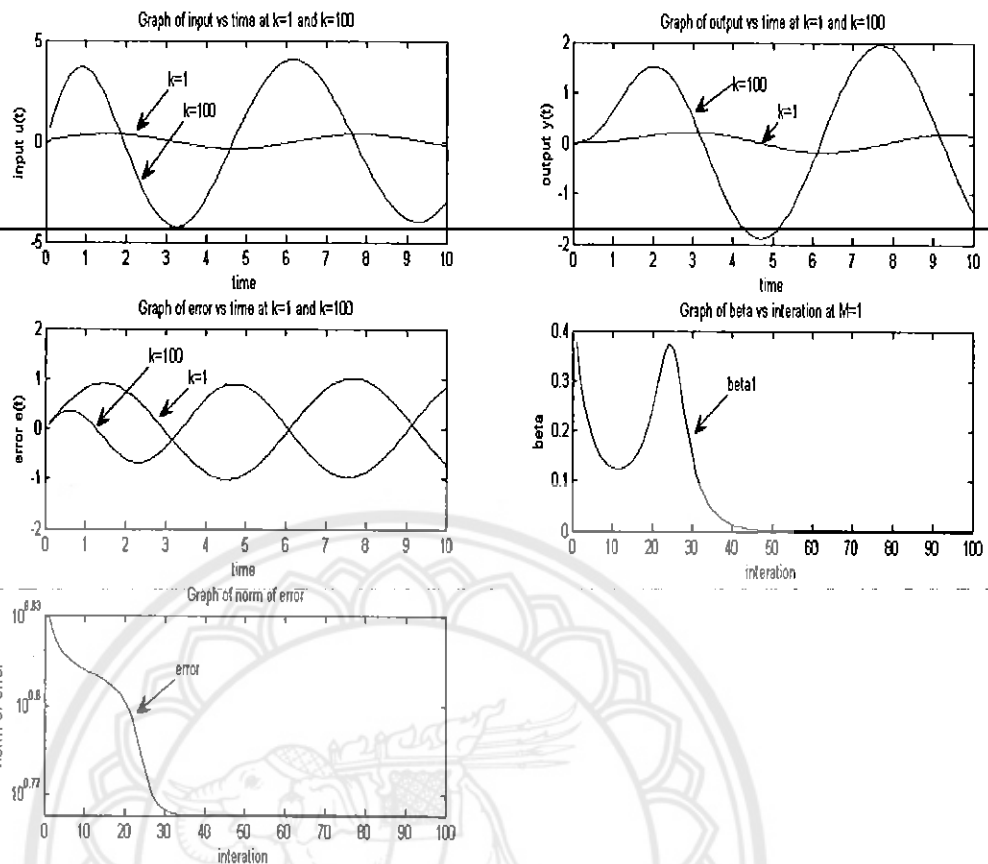
(Second Order)

ระบบอันดับสองที่มีฟังก์ชันถ่ายโอน(Transfer function) เป็น $\frac{1}{(s+1)^2} = \frac{1}{s^2+2s+1}$

4.2.1 กำหนดให้สัญญาณอ้างอิงเป็น $\sin(t)$

4.2.1.1 กรณีที่ให้ $M=1$

ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=1$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $t_s = 0.1$, $k=100$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.25

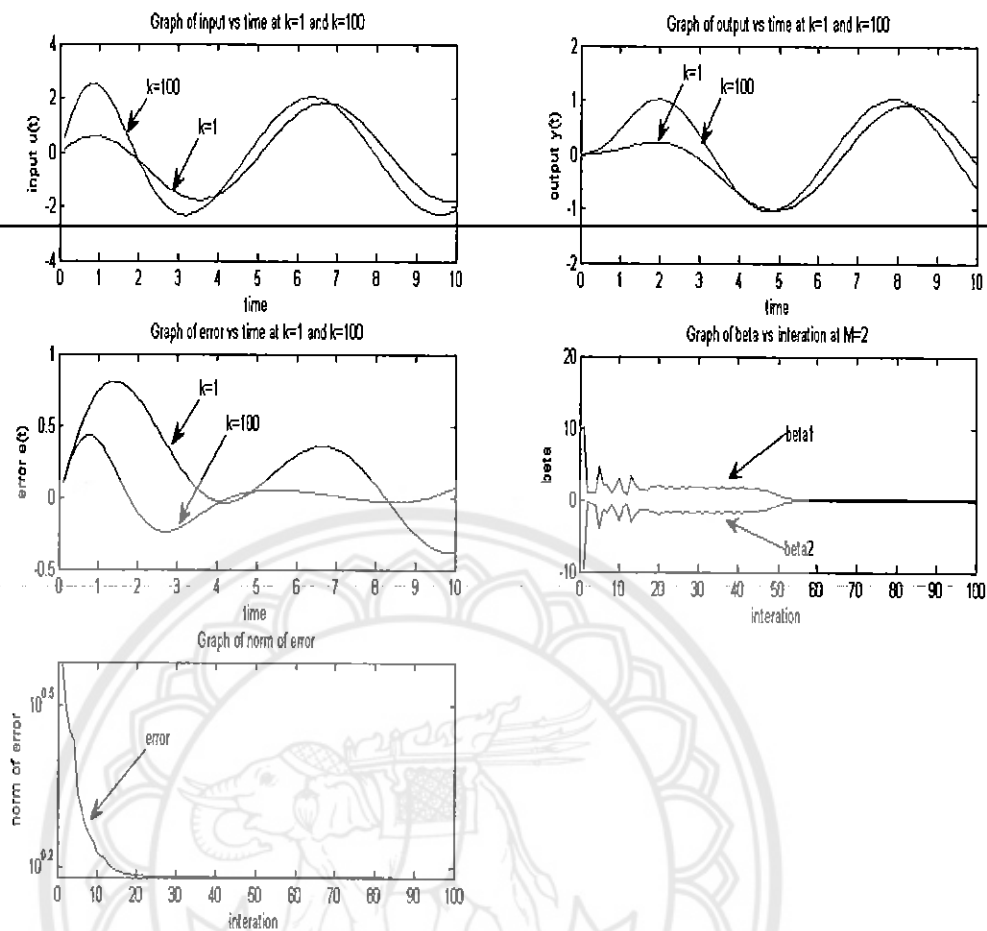


รูปที่ 4.25 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=1$ ของระบบอันดับสอง

จากรูปที่ 4.25 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 6.7756 และในรอบที่ 100 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 5.7949 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 100 รอบมีการลดลงประมาณ 1 เท่า

4.2.1.2 กรณีที่ให้ $M=2$

ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=2$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=100$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.26

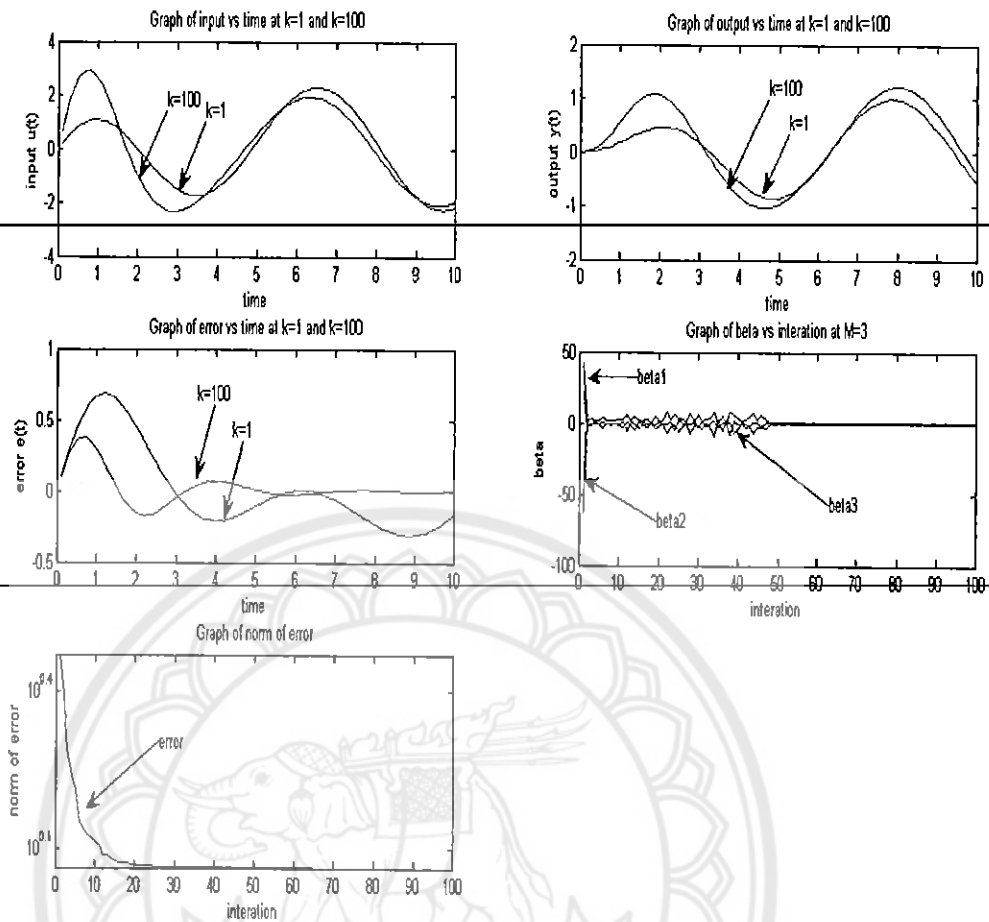


รูปที่ 4.26 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=2$ ของระบบอันดับสอง

จากรูปที่ 4.26 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 3.8007 และในรอบที่ 100 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 1.5218 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 100 รอบมีการลดลงประมาณ 3 เท่า

4.2.1.3 กรณีที่ให้ $M=3$

ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=3$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $\tau_s=0.1$, $k=100$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.27

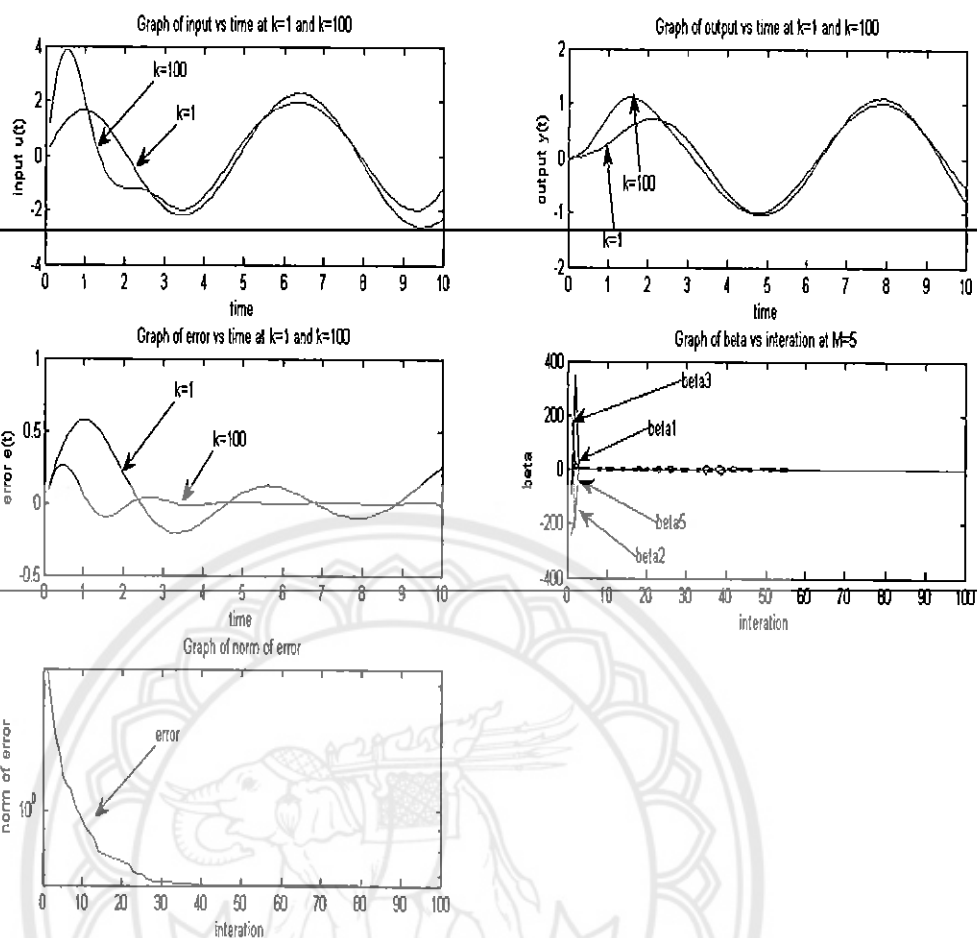


รูปที่ 4.27 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=3$ ของระบบอันดับสอง

จากรูปที่ 4.27 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 2.9581 และในรอบที่ 100 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 1.1563 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 100 รอบมีการลดลงประมาณ 3 เท่า

4.2.1.4 กรณีที่ให้ $M=5$

ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=5$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=100$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.28

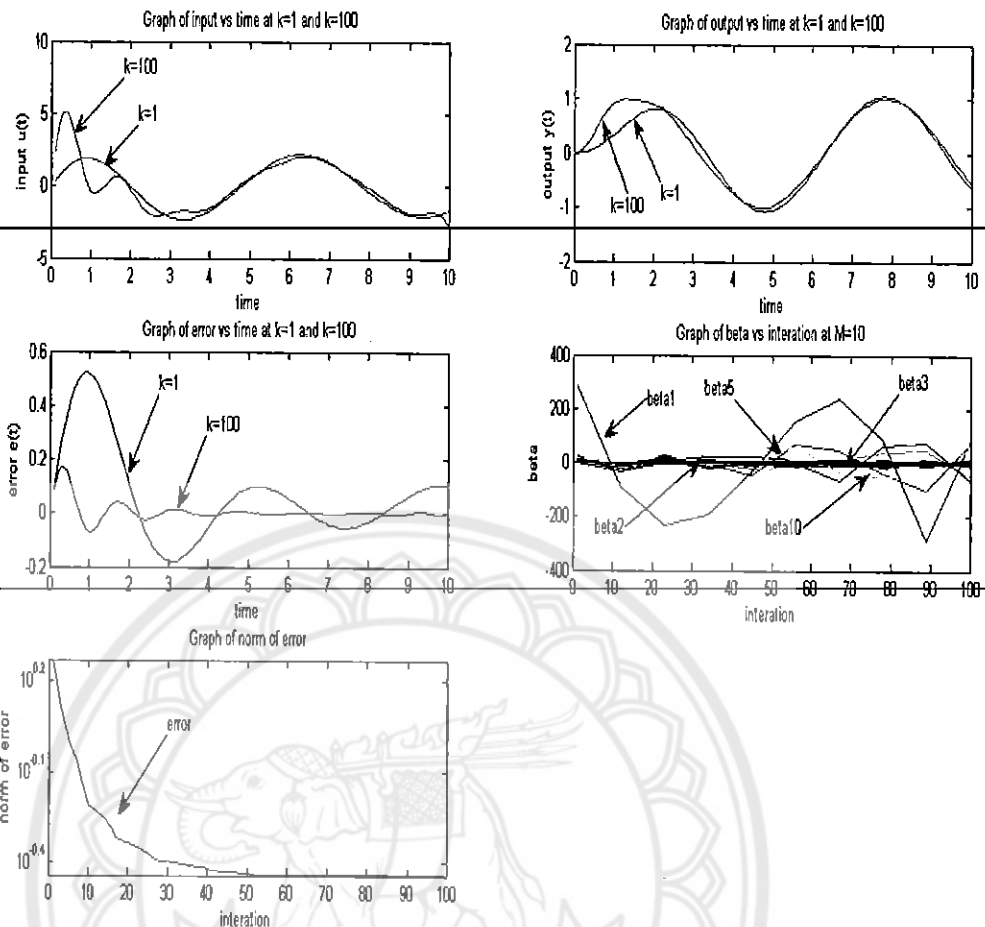


รูปที่ 4.28 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=5$ ของระบบอันดับสอง

จากรูปที่ 4.28 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 2.1768 และในรอบที่ 100 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 0.6622 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 100 รอบมีการลดลงประมาณ 3 เท่า

4.2.1.5 กรณีที่ให้ $M=10$

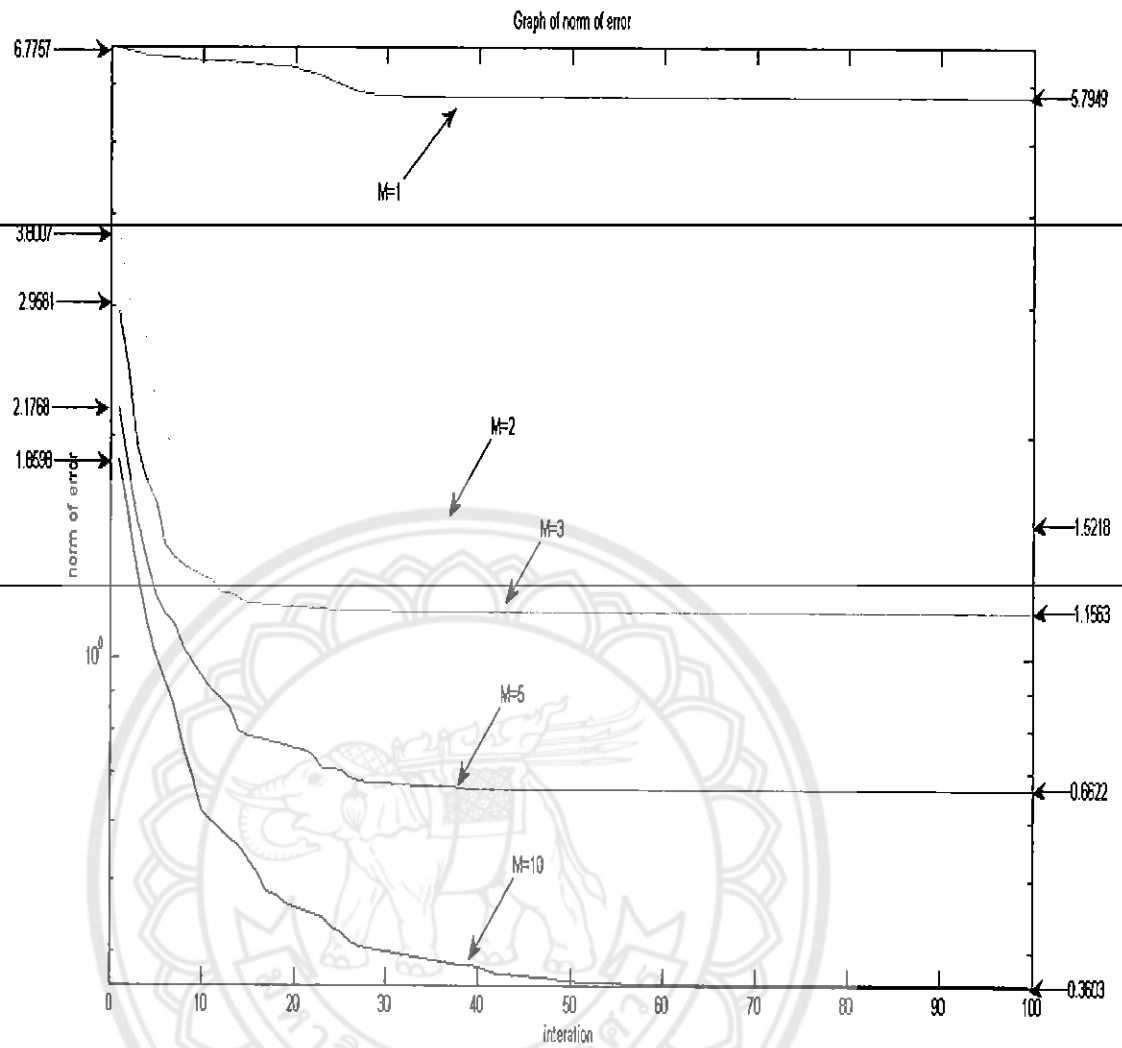
ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=10$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=100$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.29



รูปที่ 4.29 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=10$ ของระบบอันดับสอง

จากรูปที่ 4.29 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 1.8598 และในรอบที่ 100 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 0.3603 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 100 รอบมีการลดลงประมาณ 5 เท่า

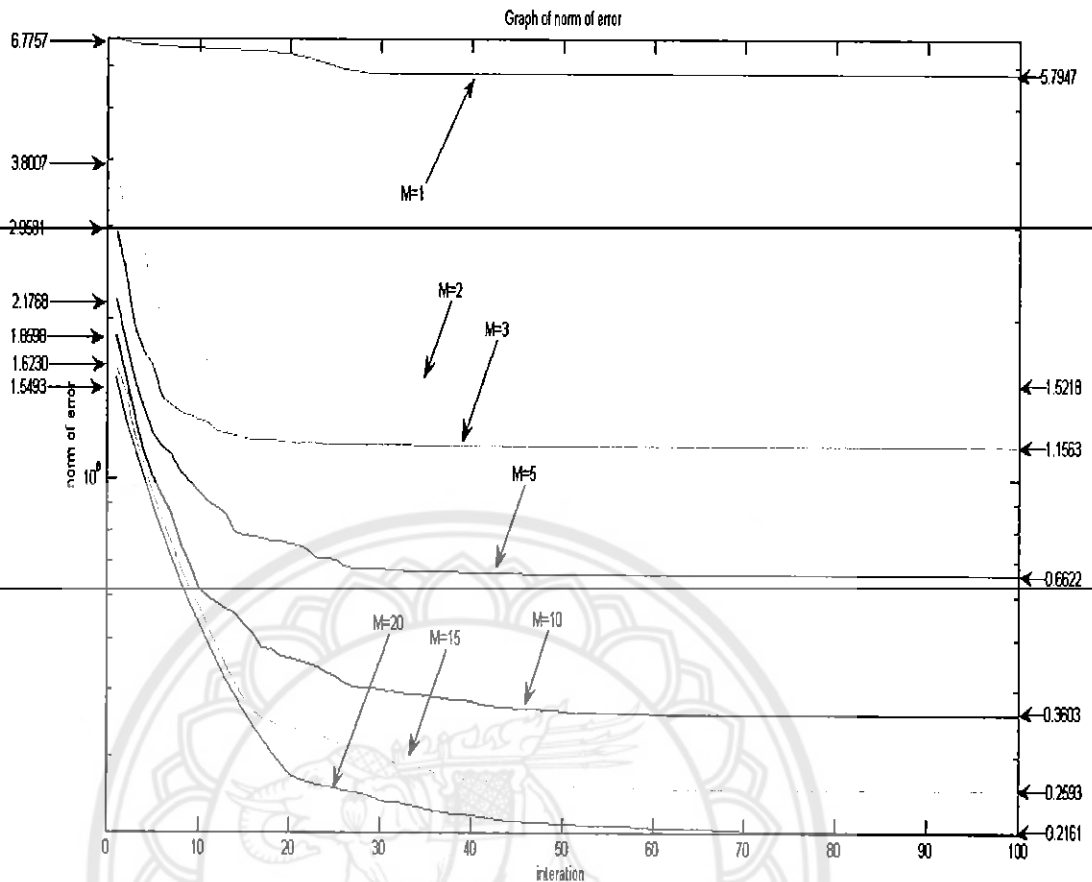
ผลที่เกิดจากการใช้สมการที่ (4.1) โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น $\sin(t)$ และให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=100$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงภาพรวมได้ดังรูปที่ 4.30



รูปที่ 4.30 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มกรณีที่ให้ $M=1, 2, 3, 5$ และ 10 ของระบบอันดับสอง

จากรูปที่ 4.30 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดที่วัดได้จากการลดลงของค่านอร์มมีค่าลดลงเรื่อยๆเนื่องมาจากการเพิ่มขึ้นตามจำนวน M

ผลที่เกิดจากการใช้สมการที่ (4.1) โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น $\sin(t)$ และให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=100$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงภาพรวมได้ดังรูปที่ 4.31



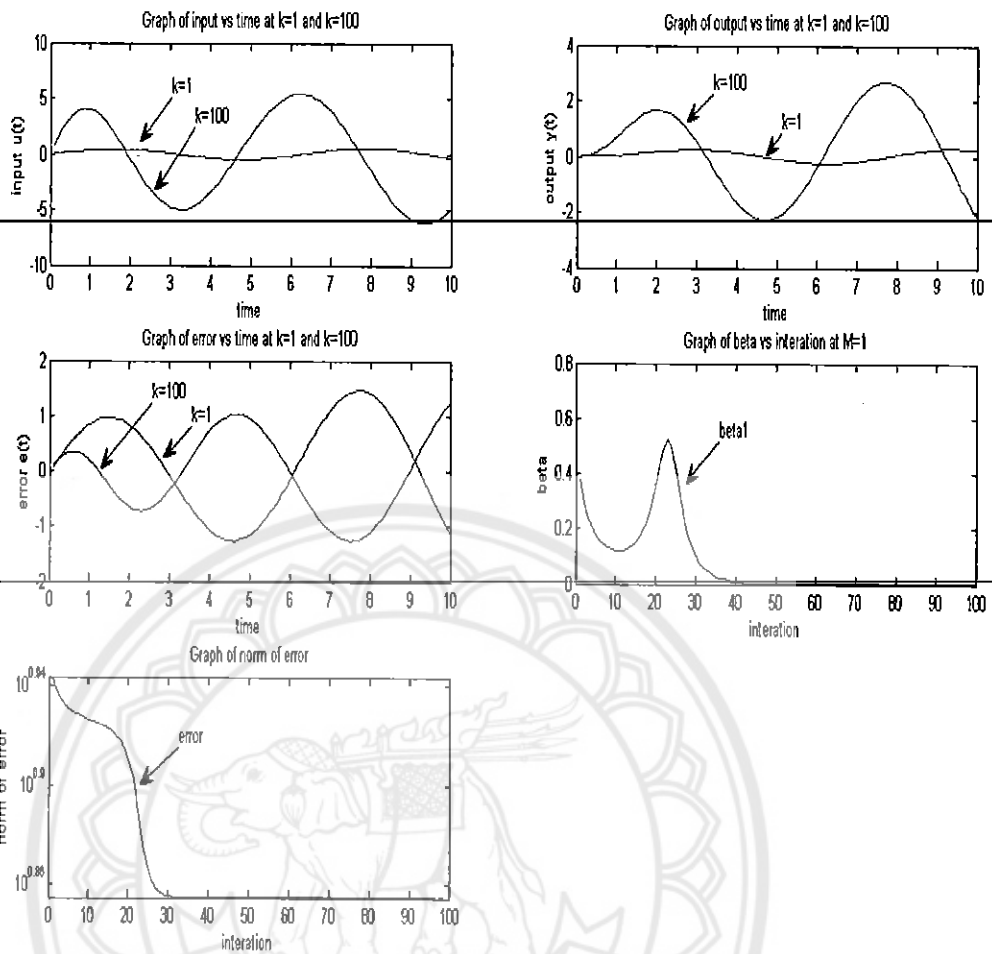
รูปที่ 4.31 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มกรณีที่ให้ $M=1, 2, 3, 5, 10, 15$ และ 20 ของระบบอันดับสอง

จากรูปที่ 4.31 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดที่วัดได้จากการลดลงของค่านอร์มมีค่าลดลงเรื่อยๆเนื่องมาจากการเพิ่มขึ้นตามจำนวน M และจะสังเกตได้ว่าเมื่อค่า M เพิ่มขึ้นค่าของนอร์มจะมีค่าใกล้เคียงกันมากขึ้น

4.2.2 กำหนดให้สัญญาณอ้างอิงเป็น $e^{\left(\frac{t}{20}\right)} \sin(t)$

4.2.2.1 กรณีที่ให้ $M=1$

ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=1$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=100$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.32

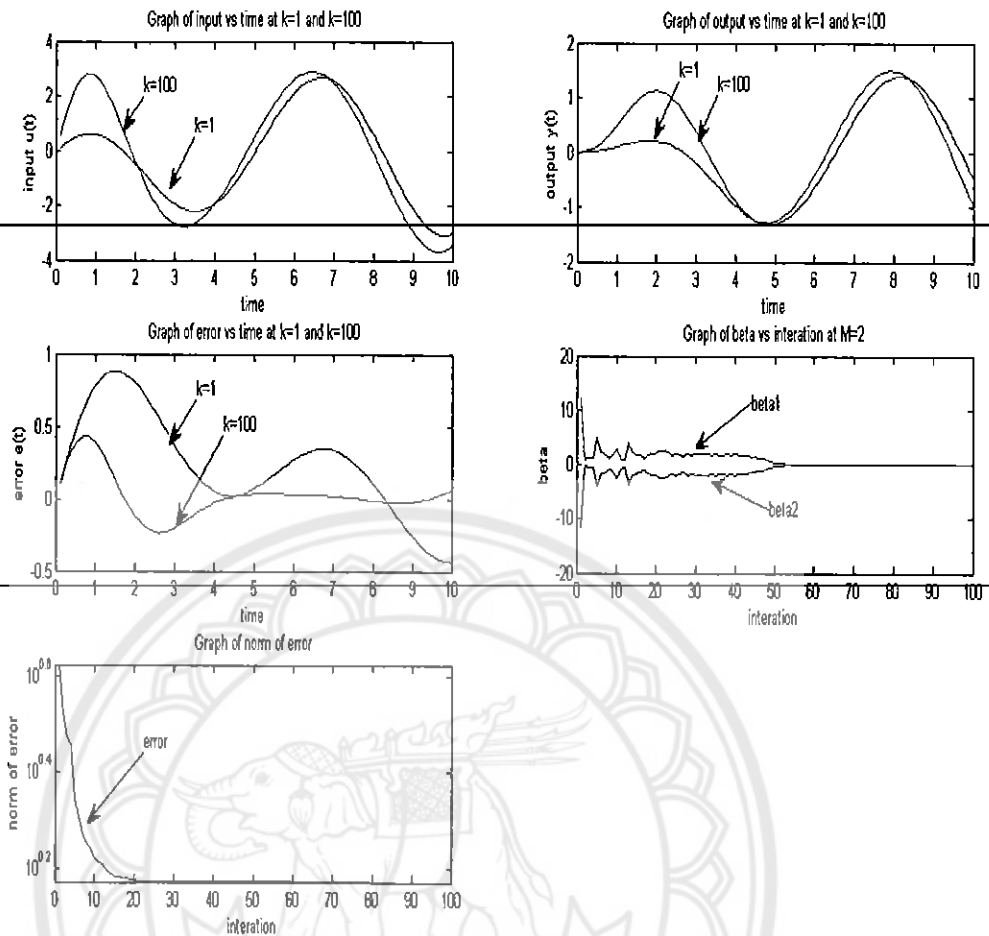


รูปที่ 4.32 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=1$ ของระบบอันดับสอง

จากรูปที่ 4.32 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 8.7753 และในรอบที่ 100 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 7.1596 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 100 รอบมีการลดลงประมาณ 1 เท่า

4.2.2.2 กรณีที่ให้ $M=2$

ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=2$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=100$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.33

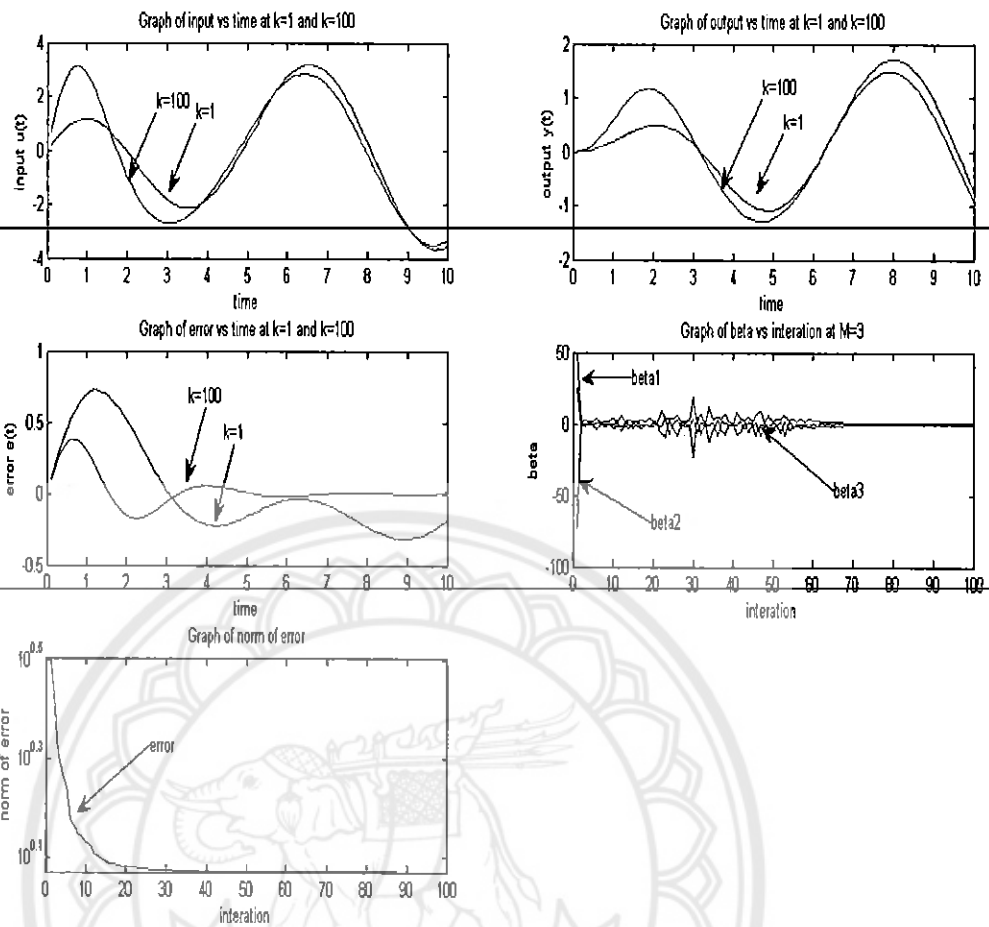


รูปที่ 4.33 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=2$ ของระบบอันดับสอง

จากรูปที่ 4.33 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 4.2027 และในรอบที่ 100 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 1.4842 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 100 รอบมีการลดลงประมาณ 3 เท่า

4.2.2.3 กรณีที่ให้ $M=3$

ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=3$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=100$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.34

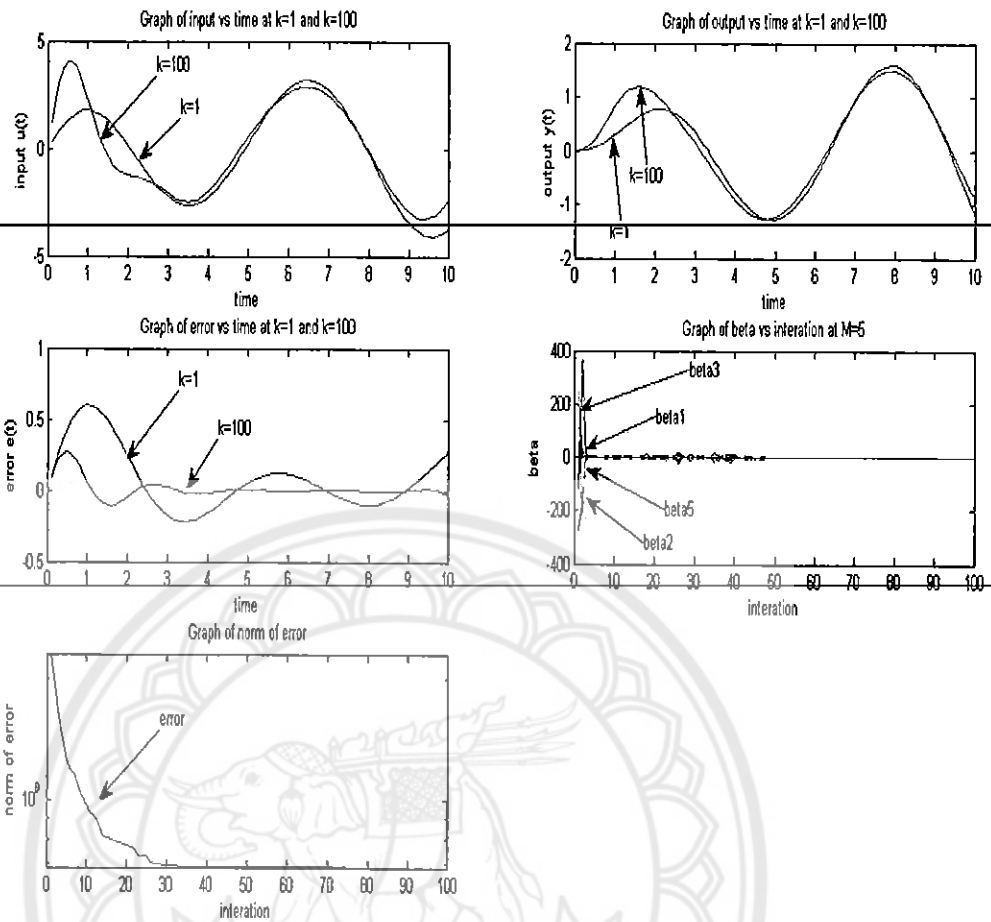


รูปที่ 4.34 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=3$ ของระบบอันดับสอง

จากรูปที่ 4.34 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 3.1858 และในรอบที่ 100 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 1.1732 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 100 รอบมีการลดลงประมาณ 3 เท่า

4.2.2.4 กรณีที่ให้ $M=5$

ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=5$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=100$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.35

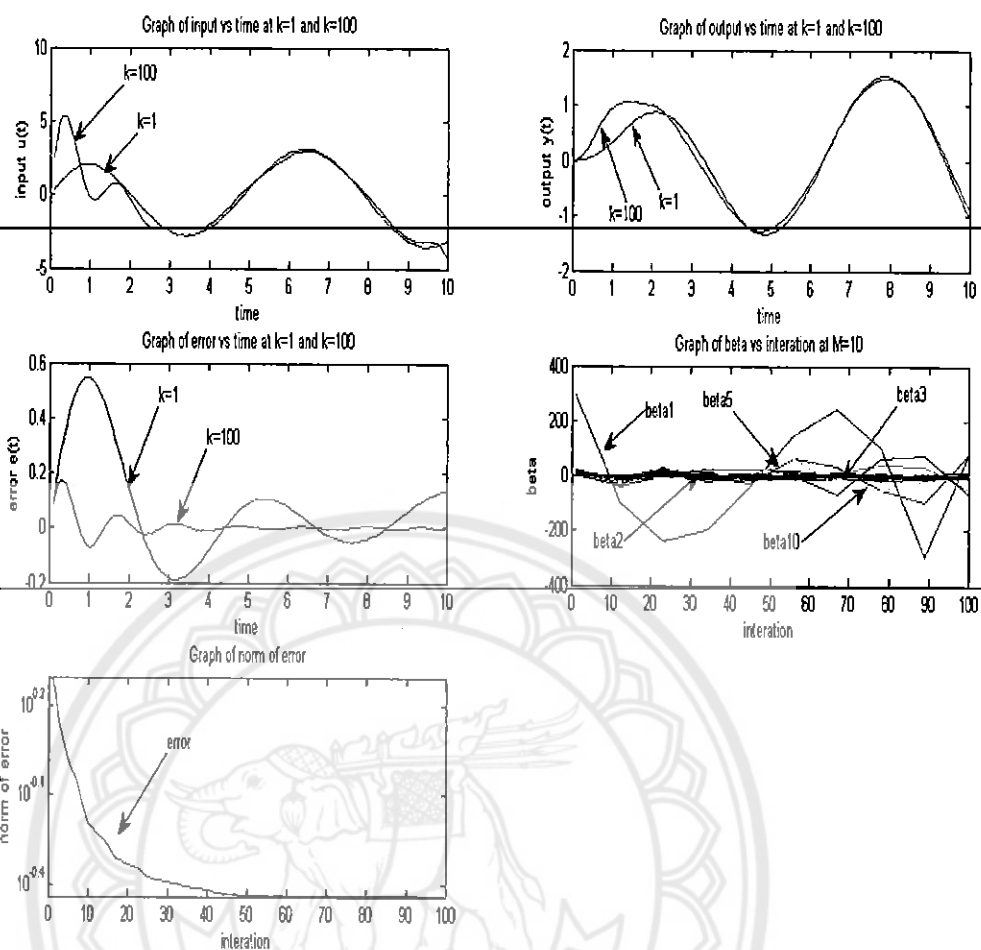


รูปที่ 4.35 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=5$ ของระบบอันดับสอง

จากรูปที่ 4.35 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 2.3013 และในรอบที่ 100 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 0.6832 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 100 รอบมีการลดลงประมาณ 3 เท่า

4.2.2.5 กรณีที่ให้ $M=10$

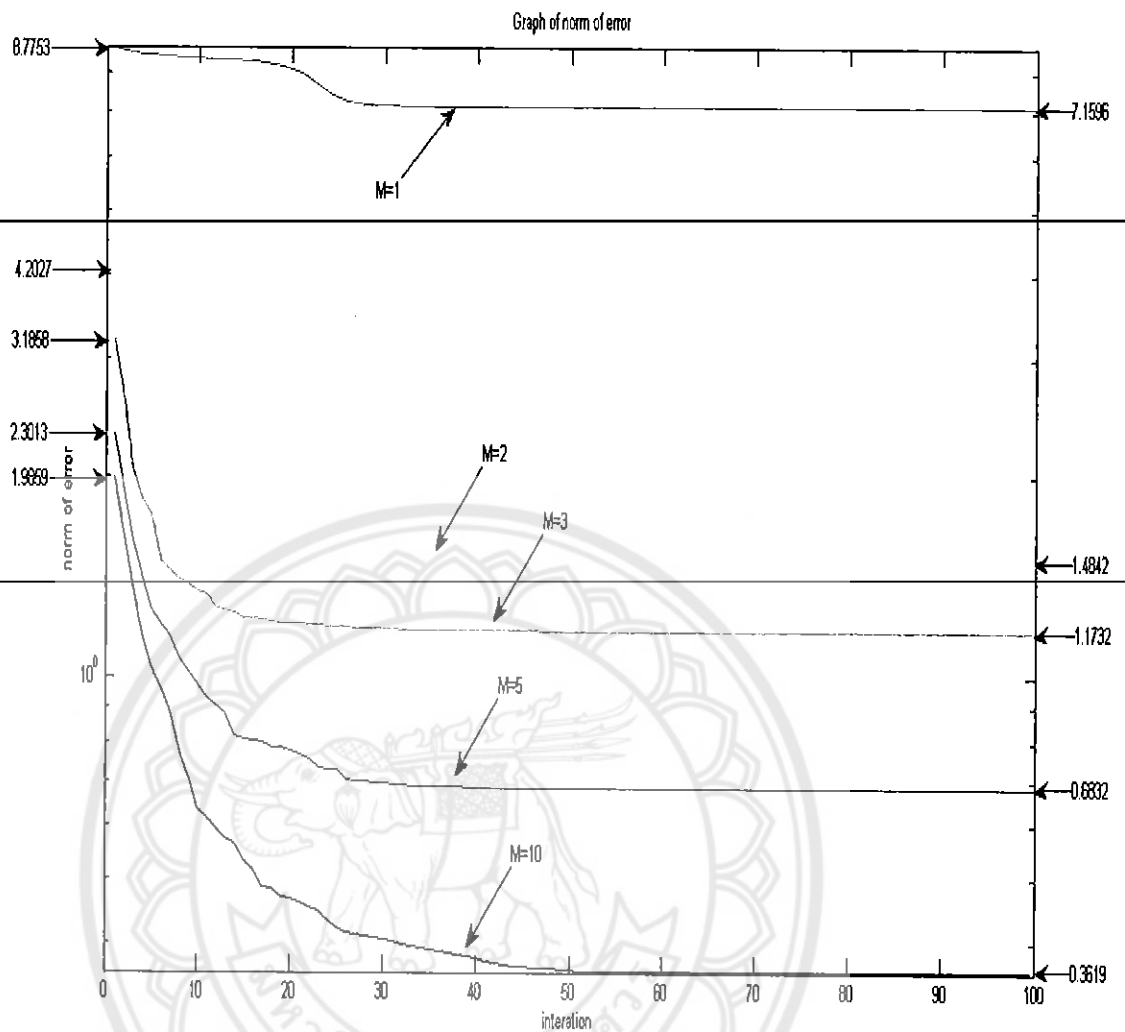
ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=10$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $ts=0.1$, $k=100$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.36



รูปที่ 4.36 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=10$ ของระบบอันดับสอง

จากรูปที่ 4.36 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 1.9859 และในรอบที่ 100 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 0.3619 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 100 รอบมีการลดลงประมาณ 6 เท่า

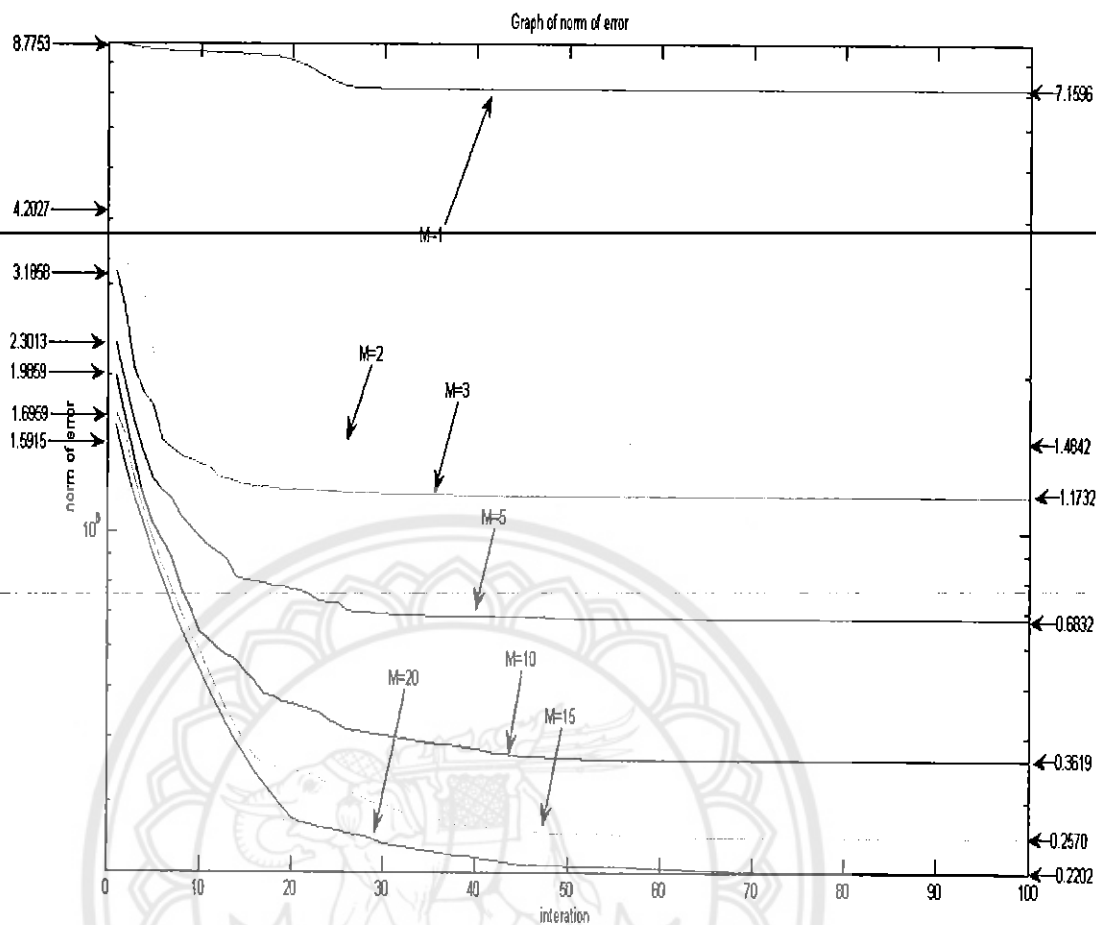
ผลที่เกิดจากการใช้สมการที่ (4.1) โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น $e^{\frac{t}{20}} \sin(t)$ และให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=100$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงภาพรวมได้ดังรูปที่ 4.37



รูปที่ 4.37 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มกรณีที่ให้ $M=1, 2, 3, 5,$ และ 10 ของระบบอันดับสอง

จากรูปที่ 4.37 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดที่วัดได้จากการลดลงของค่านอร์มมีค่าลดลงเรื่อยๆ เนื่องมาจากการเพิ่มขึ้นตามจำนวน M

ผลที่เกิดจากการใช้สมการที่ (4.1) โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น $e^{(t/20)}\sin(t)$ และให้ค่า $T=10, t_s=0.1, k=100$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงภาพรวมได้ดังรูปที่ 4.38



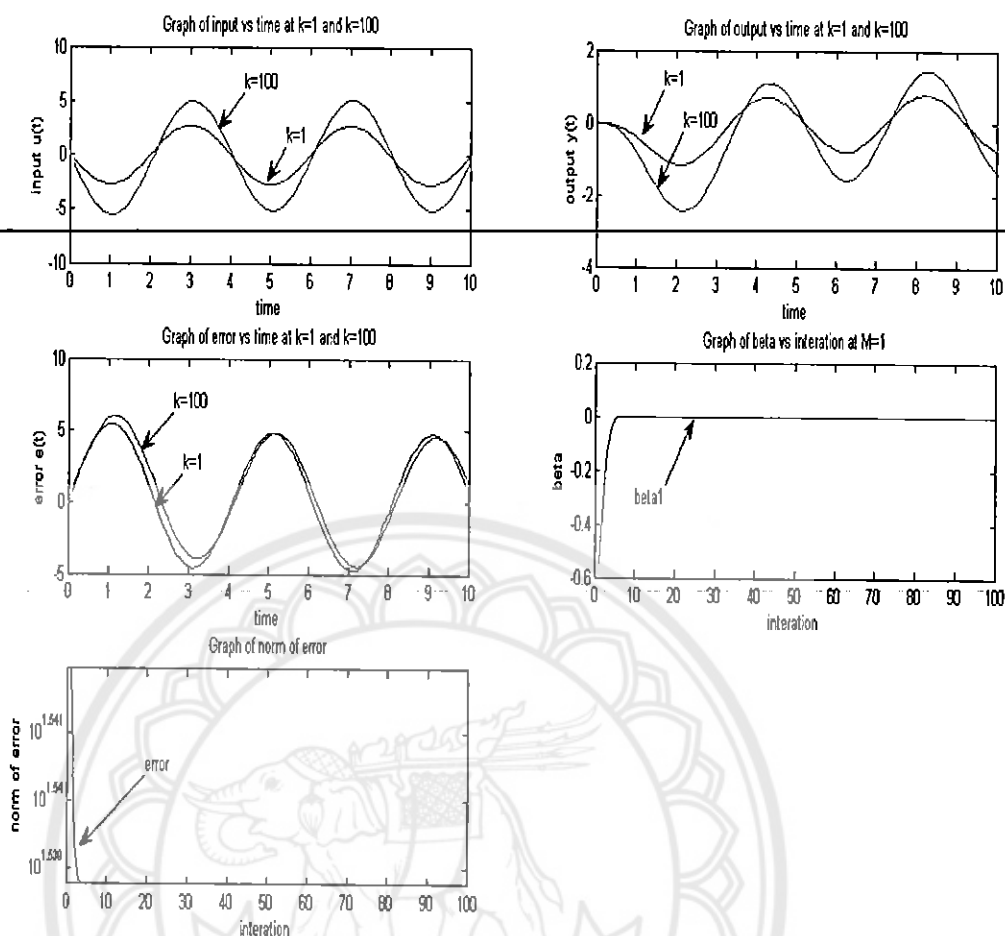
รูปที่ 4.38 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มกรณีที่ให้ $M=1, 2, 3, 5, 10, 15$ และ 20 ของระบบอันดับสอง

จากรูปที่ 4.38 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดที่วัดได้จากการลดลงของค่านอร์มมีค่าลดลงเรื่อยๆเนื่องมาจากการเพิ่มขึ้นตามจำนวน M และจะสังเกตได้ว่าเมื่อค่า M เพิ่มขึ้นค่าของนอร์มจะมีค่าใกล้เคียงกันมากขึ้น

4.2.3 กำหนดให้สัญญาณอ้างอิงเป็น $5\sin(0.5\pi t)$

4.2.3.1 กรณีที่ให้ $M=1$

ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=1$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=100$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.39

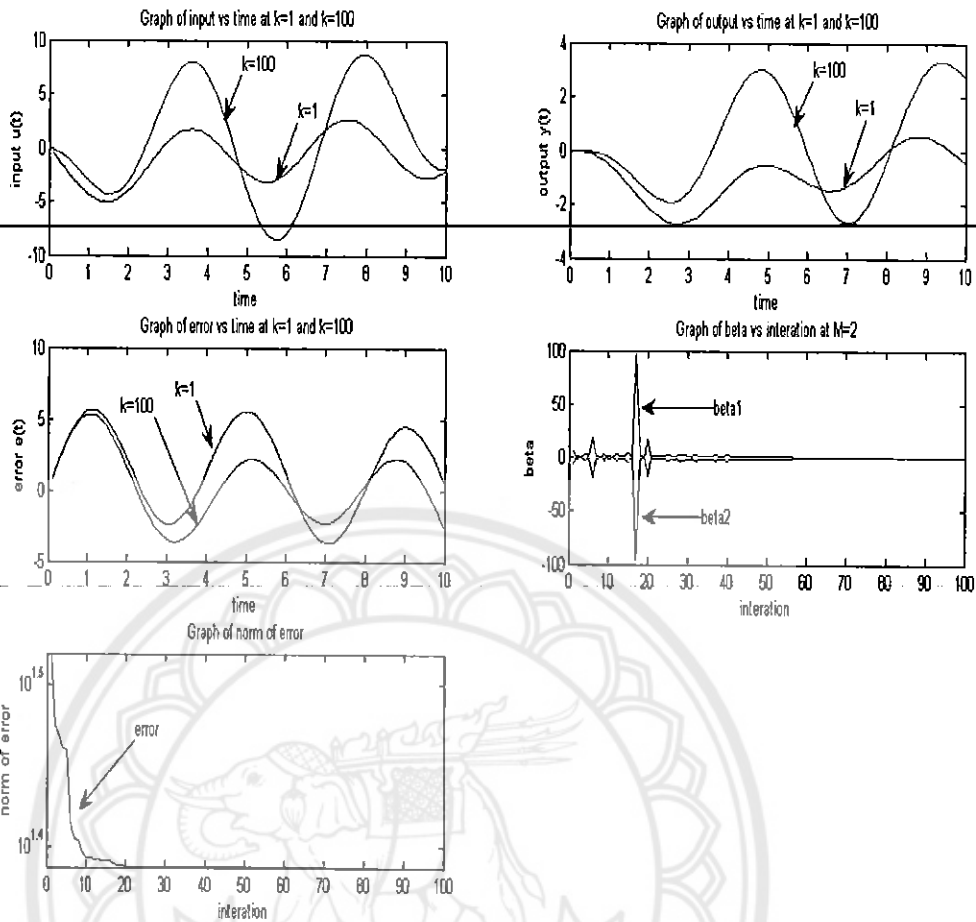


รูปที่ 4.39 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=1$ ของระบบอันดับสอง

จากรูปที่ 4.39 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 34.8300 และในรอบที่ 100 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 34.5752 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 100 รอบมีการลดลงประมาณ 1 เท่า

4.2.3.2 กรณีที่ให้ $M=2$

ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=2$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=100$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.40

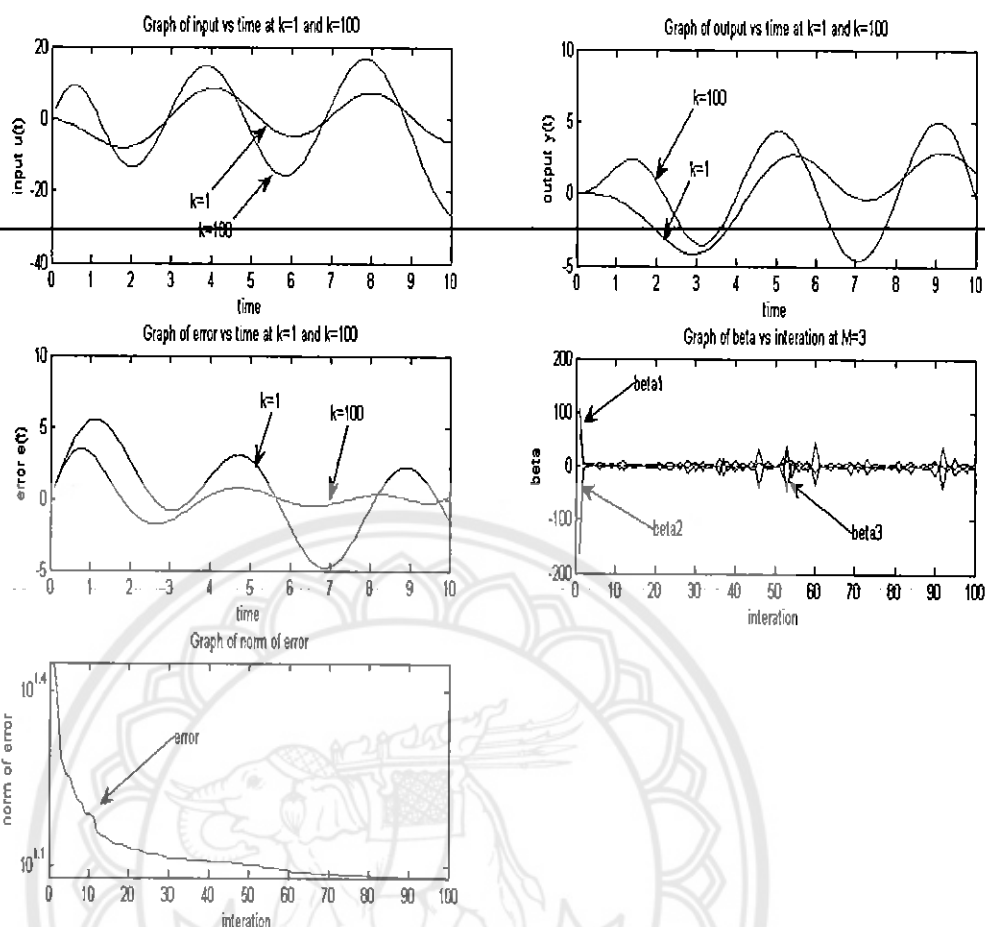


รูปที่ 4.40 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=2$ ของระบบอันดับสอง

จากรูปที่ 4.40 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 33.0332 และในรอบที่ 100 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 24.3882 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 100 รอบมีการลดลงประมาณ 1 เท่า

4.2.3.3 กรณีที่ให้ $M=3$

ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=3$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=100$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.41

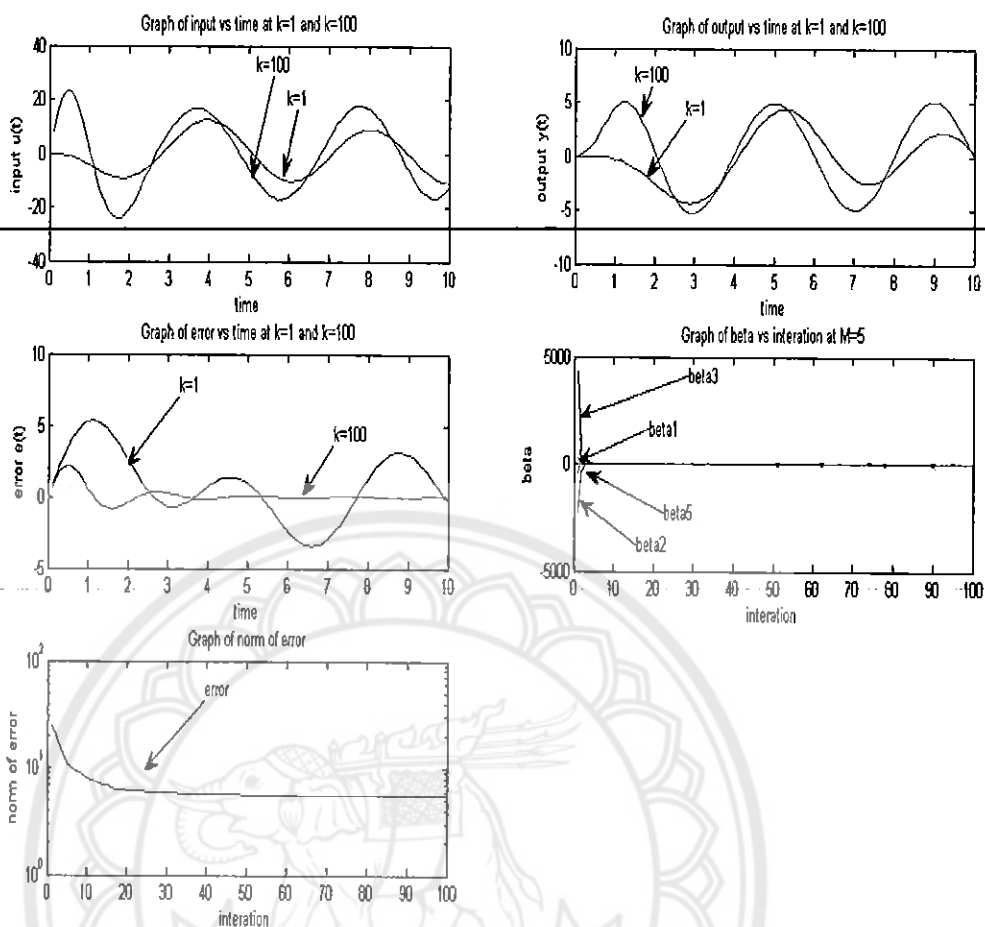


รูปที่ 4.41 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=3$ ของระบบอันดับสอง

จากรูปที่ 4.41 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 28.0664 และในรอบที่ 100 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 12.0648 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 100 รอบมีการลดลงประมาณ 2 เท่า

4.2.3.4 กรณีที่ให้ $M=5$

ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=5$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $\tau_s=0.1$, $k=100$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.42

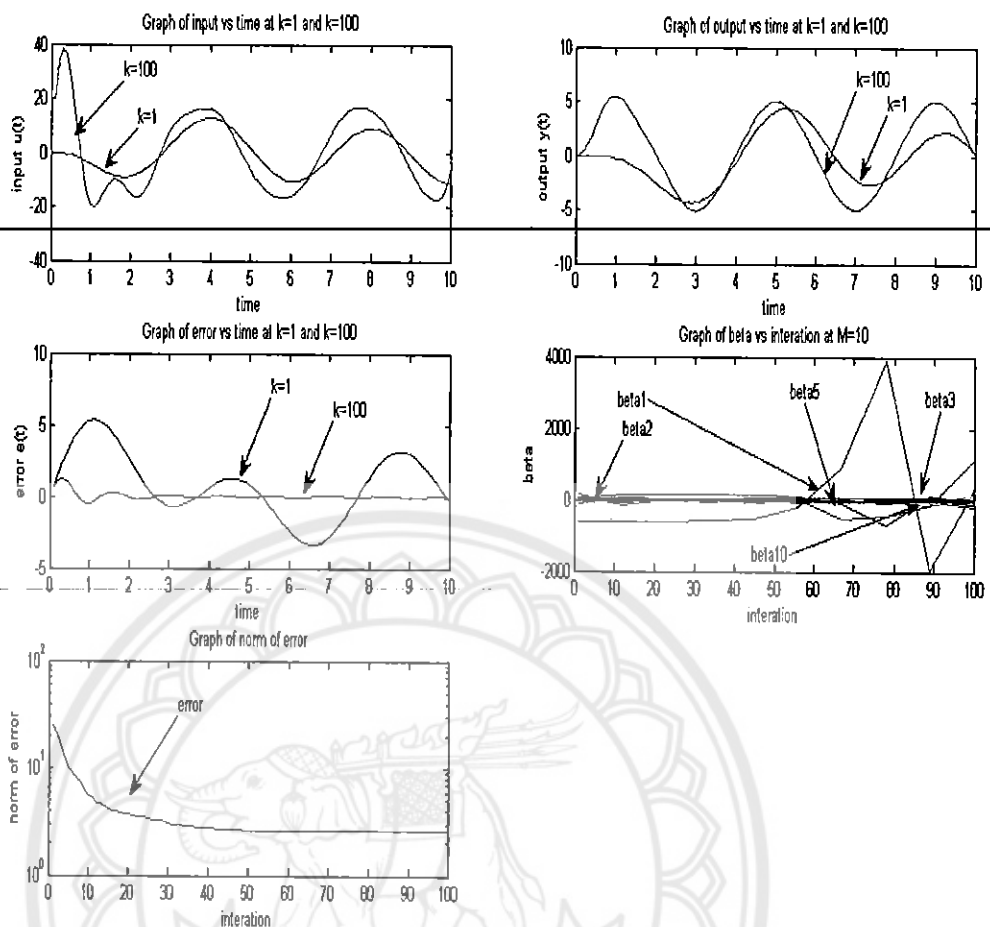


รูปที่ 4.42 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=5$ ของระบบอันดับสอง

จากรูปที่ 4.42 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 24.6383 และในรอบที่ 100 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 5.4954 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 100 รอบมีการลดลงประมาณ 5 เท่า

4.2.3.5 กรณีที่ให้ $M=10$

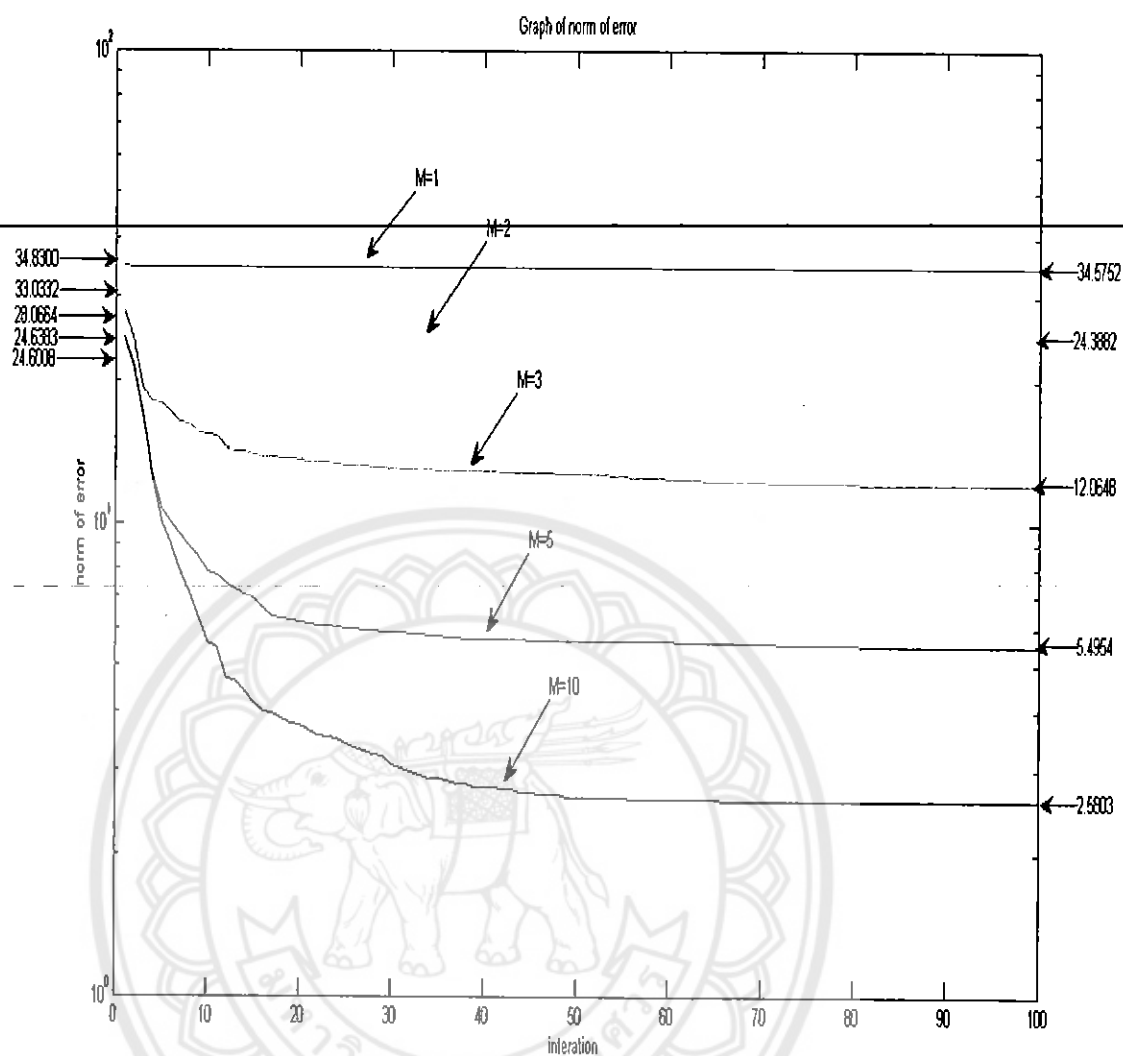
ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=10$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $ts=0.1$, $k=100$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.41



รูปที่ 4.43 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=10$ ของระบบอันดับสอง

จากรูปที่ 4.43 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 24.6008 และในรอบที่ 100 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 2.5803 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 100 รอบมีการลดลงประมาณ 10 เท่า

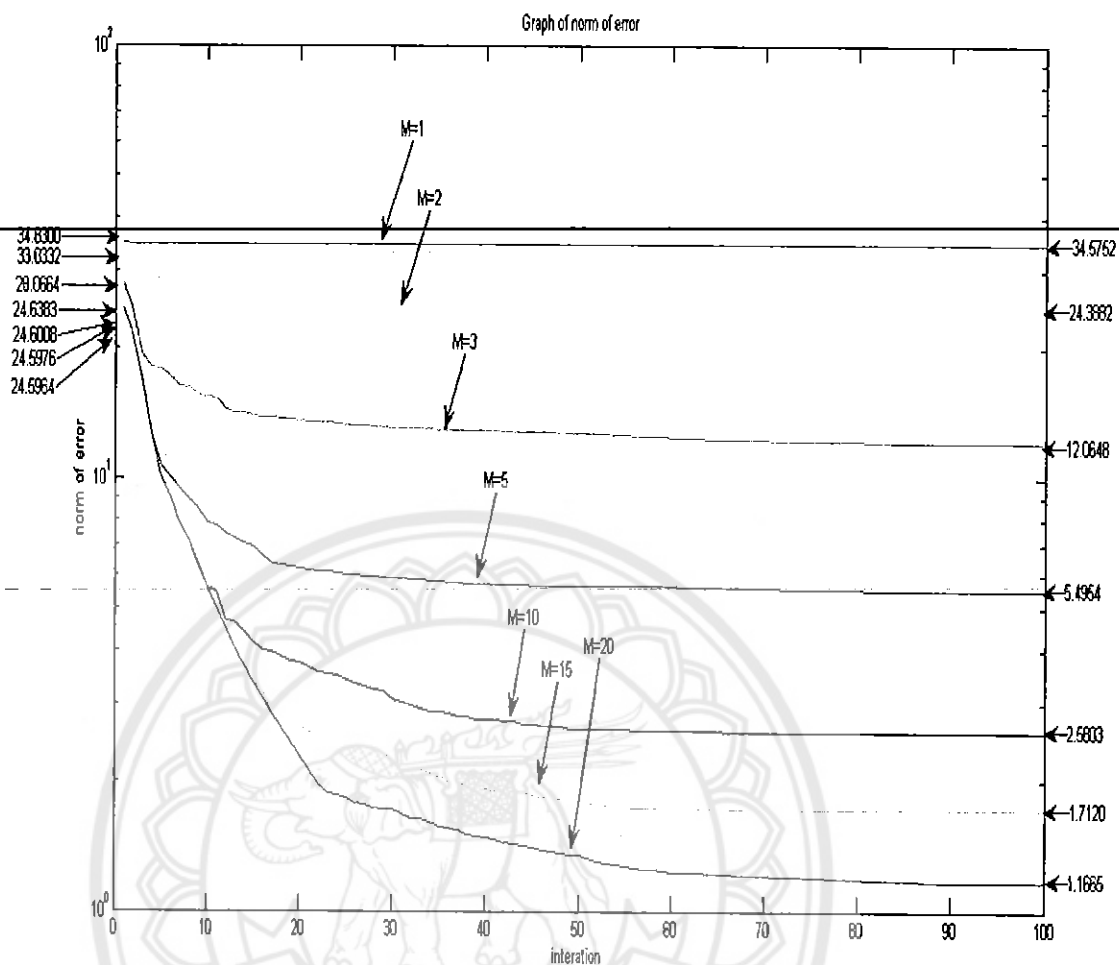
ผลที่เกิดจากการใช้สมการที่ (4.1) โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น $5\sin(0.5\pi t)$ และให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=100$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงภาพรวมได้ดังรูปที่ 4.44



รูปที่ 4.44 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มกรณีที่ให้ $M=1, 2, 3, 5$ และ 10 ของระบบอันดับสอง

จากรูปที่ 4.44 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดที่วัดได้จากการลดลงของค่านอร์มมีค่าลดลงเรื่อยๆ เนื่องมาจากการเพิ่มขึ้นตามจำนวน M

ผลที่เกิดจากการใช้สมการที่ (4.1) โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น $5\sin(0.5\pi t)$ และให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=100$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงภาพรวมได้ดังรูปที่ 4.45



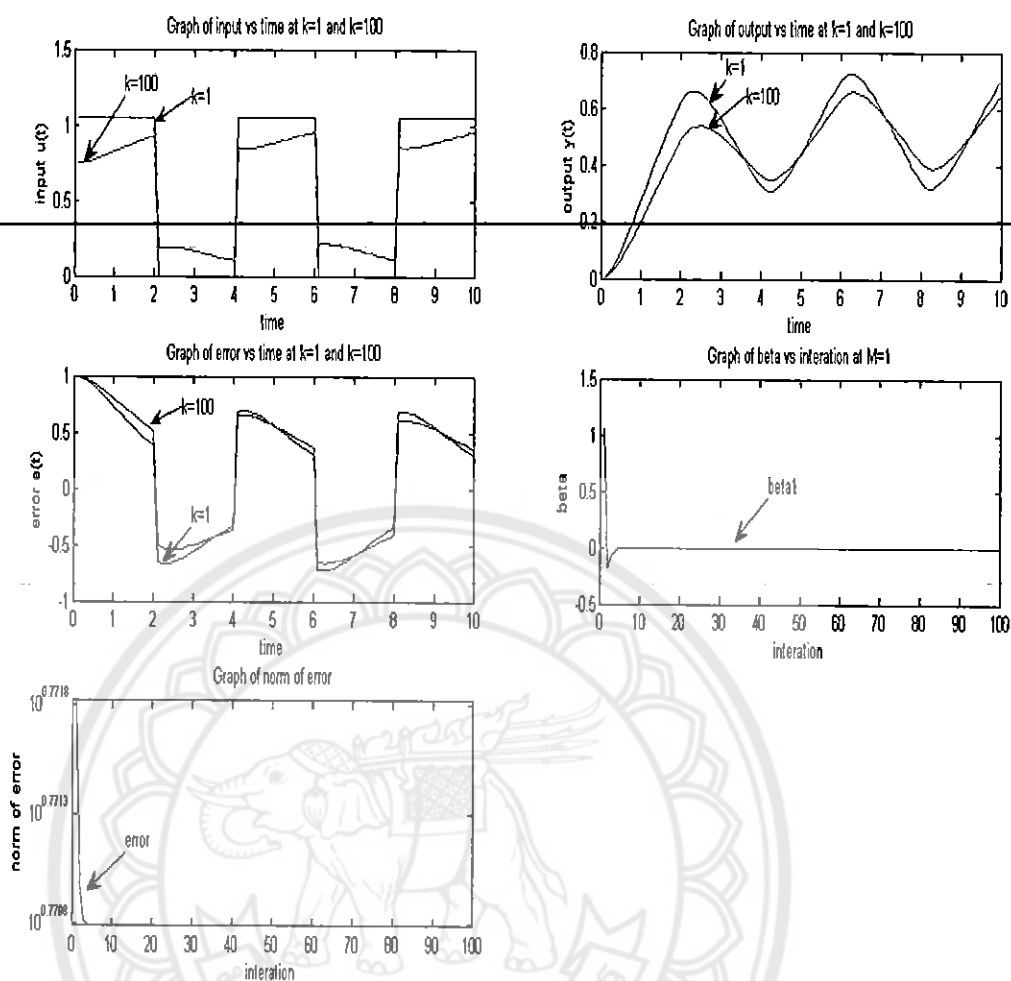
รูปที่ 4.45 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มกรณี่ที่ให้ $M=1, 2, 3, 5, 10, 15$ และ 20 ของระบบอันดับสอง

จากรูปที่ 4.45 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดที่วัดได้จากการลดลงของค่านอร์มมีค่าลดลงเรื่อยๆ เนื่องมาจากการเพิ่มขึ้นตามจำนวน M และจะสังเกตได้ว่าเมื่อค่า M เพิ่มขึ้นค่าของนอร์มจะมีค่าใกล้เคียงกันมากขึ้น

4.2.4 กำหนดให้สัญญาณอ้างอิงเป็นคลื่นสี่เหลี่ยมคาบ 4 วินาที

4.2.4.1 กรณีที่ให้ $M=1$

ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=1$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=100$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.46

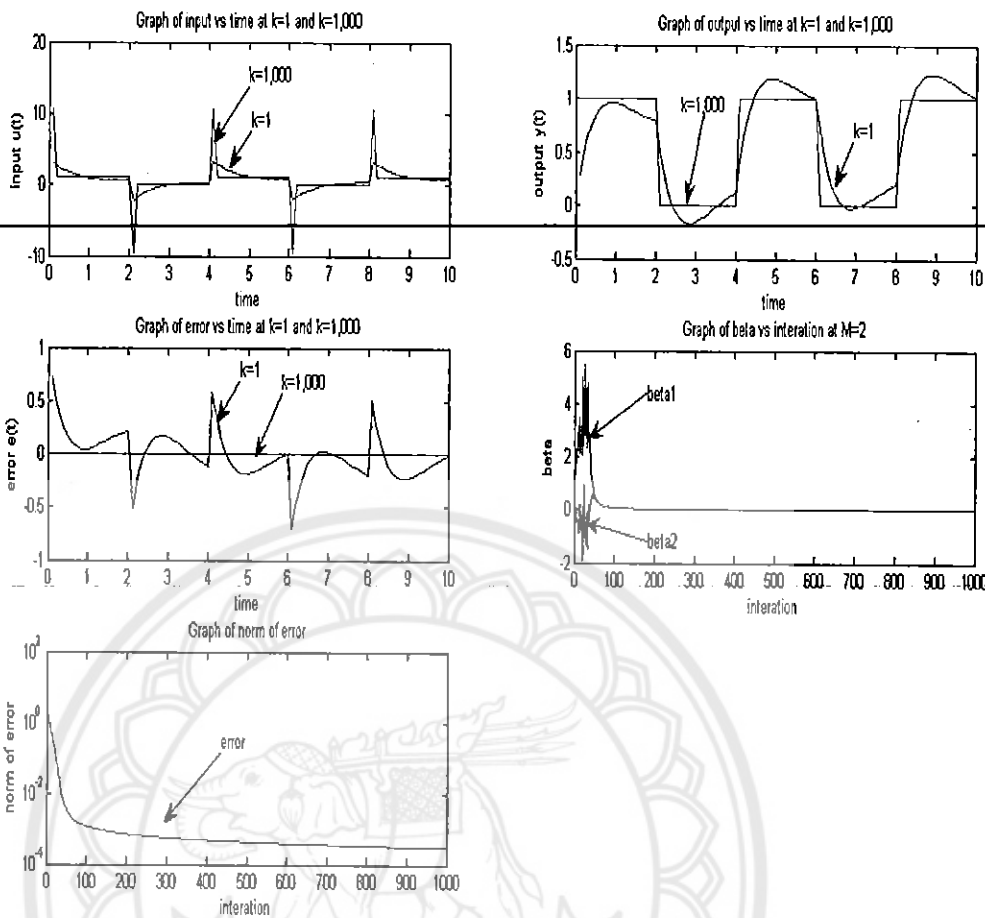


รูปที่ 4.46 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=1$ ของระบบอันดับสอง

จากรูปที่ 4.46 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 5.9132 และในรอบที่ 100 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 5.8991 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 100 รอบมีการลดลงประมาณ 1 เท่า

4.2.4.2 กรณีที่ให้ $M=2$

ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=2$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=100$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.47

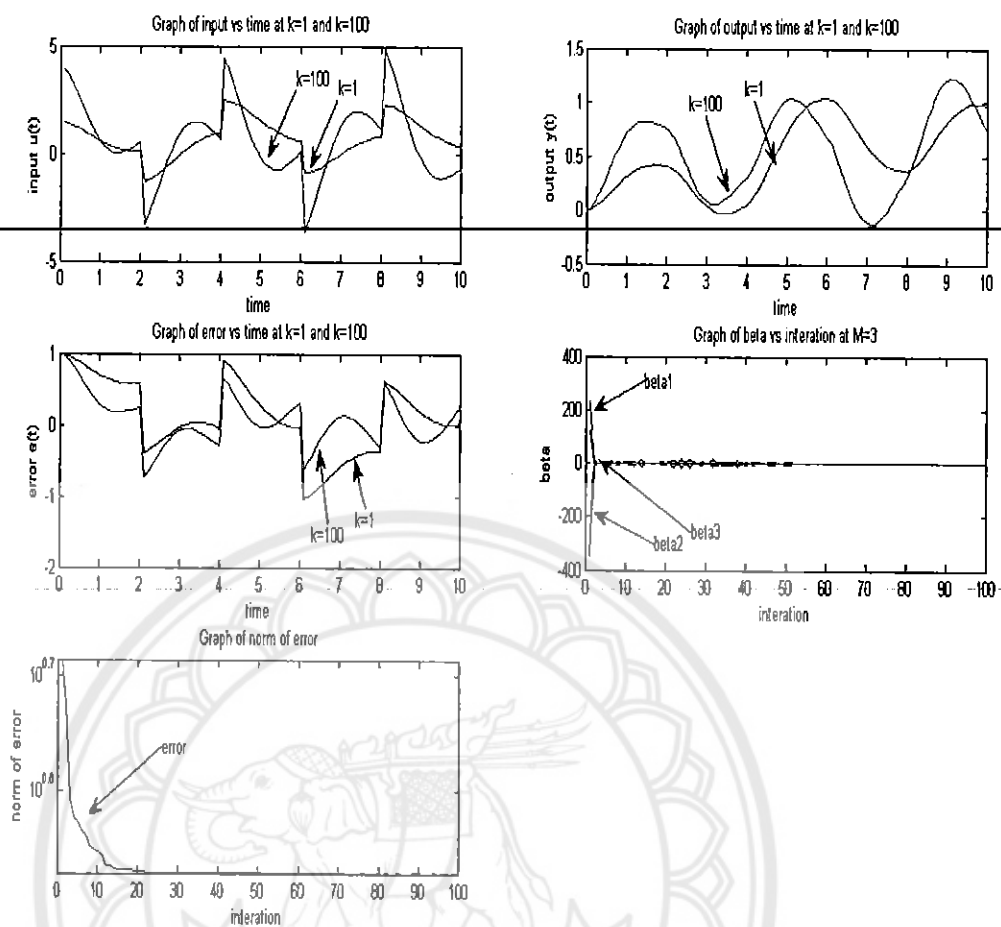


รูปที่ 4.47 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=2$ ของระบบอันดับสอง

จากรูปที่ 4.47 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 5.6697 และในรอบที่ 100 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 4.6283 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 100 รอบมีการลดลงประมาณ 1 เท่า

4.2.4.3 กรณีที่ให้ $M=3$

ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=3$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=100$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.48

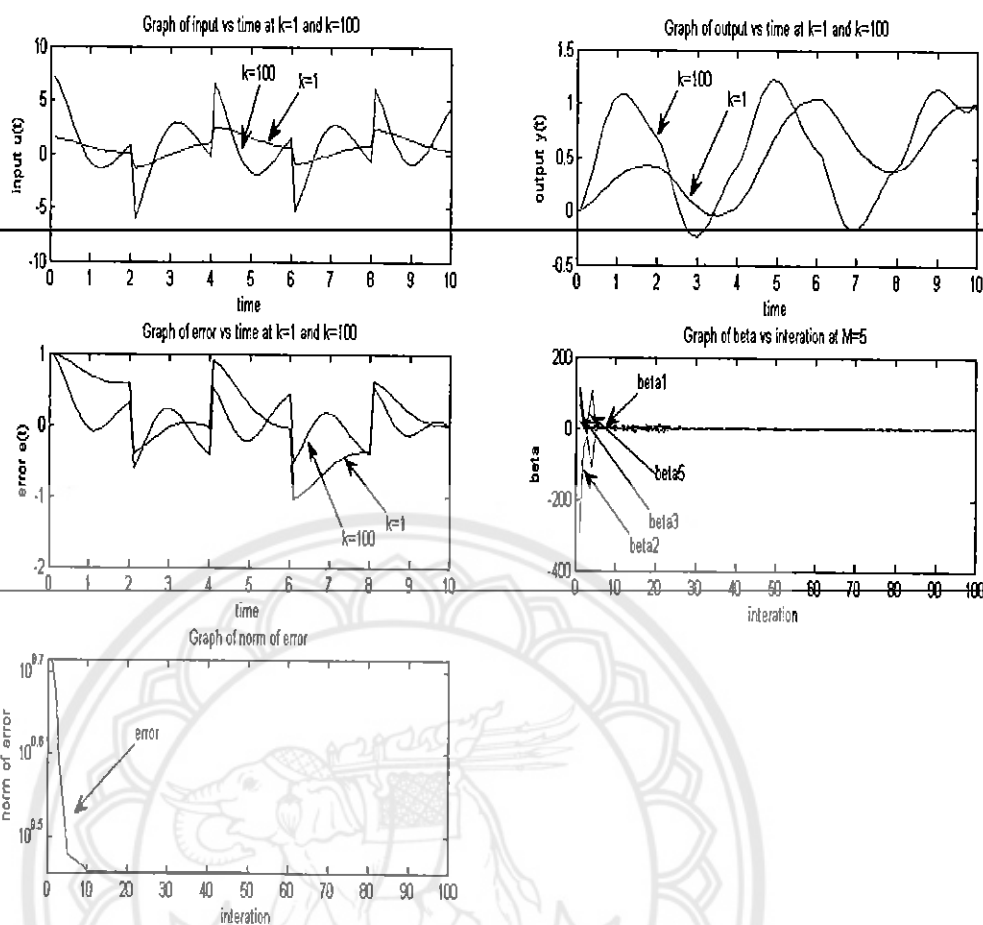


รูปที่ 4.48 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=3$ ของระบบอันดับสอง

จากรูปที่ 4.48 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 5.1827 และในรอบที่ 100 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 3.3691 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 100 รอบมีการลดลงประมาณ 2 เท่า

4.2.4.4 กรณีที่ให้ $M=5$

ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=5$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=100$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.49

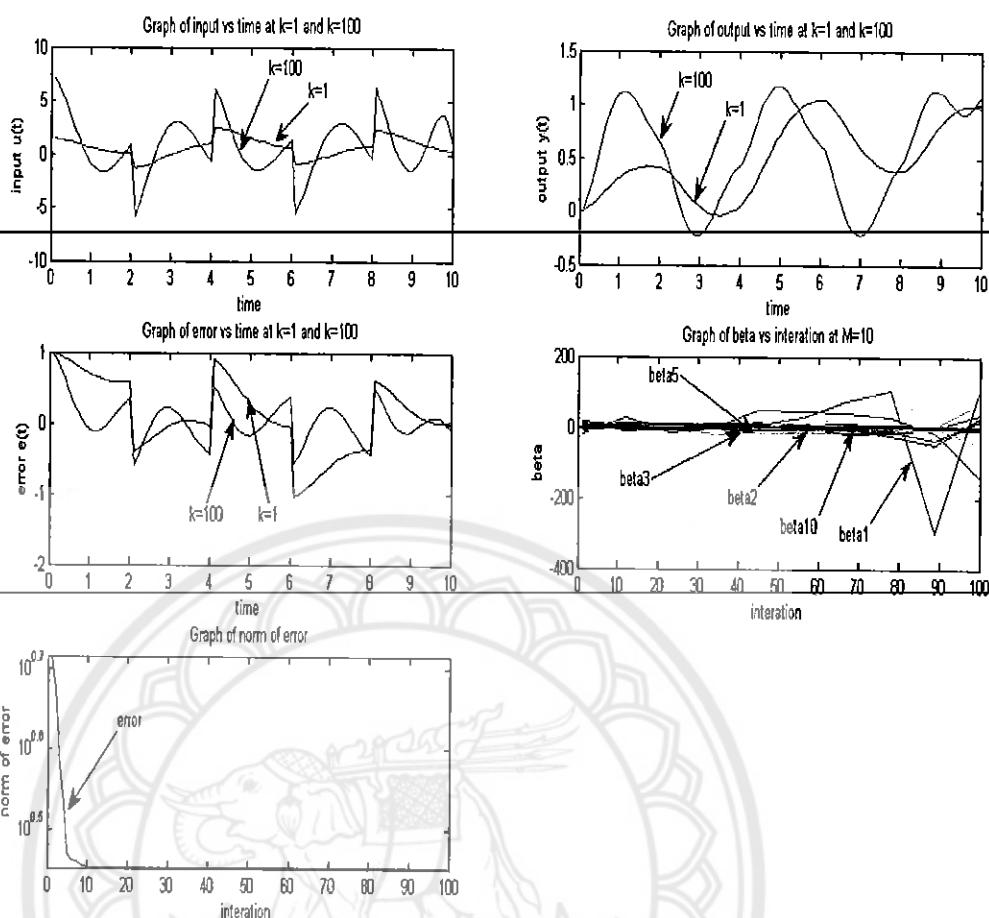


รูปที่ 4.49 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=5$ ของระบบอันดับสอง

จากรูปที่ 4.49 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 5.1875 และในรอบที่ 100 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 2.8668 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 100 รอบมีการลดลงประมาณ 2 เท่า

4.2.4.5 กรณีที่ให้ $M=10$

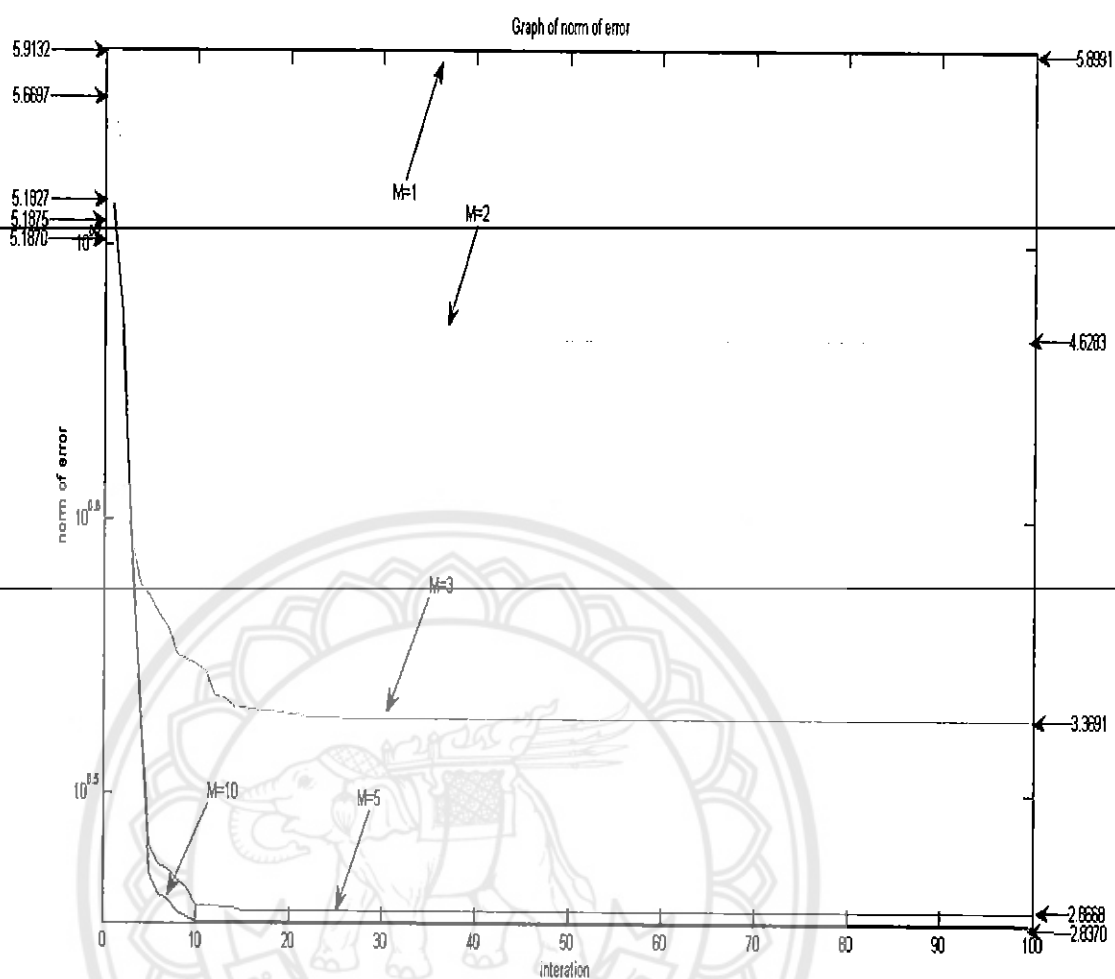
ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=10$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=100$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.50



รูปที่ 4.50 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=10$ ของระบบอันดับสอง

จากรูปที่ 4.50 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 5.1870 และในรอบที่ 100 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 2.837 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 100 รอบมีการลดลงประมาณ 2 เท่า

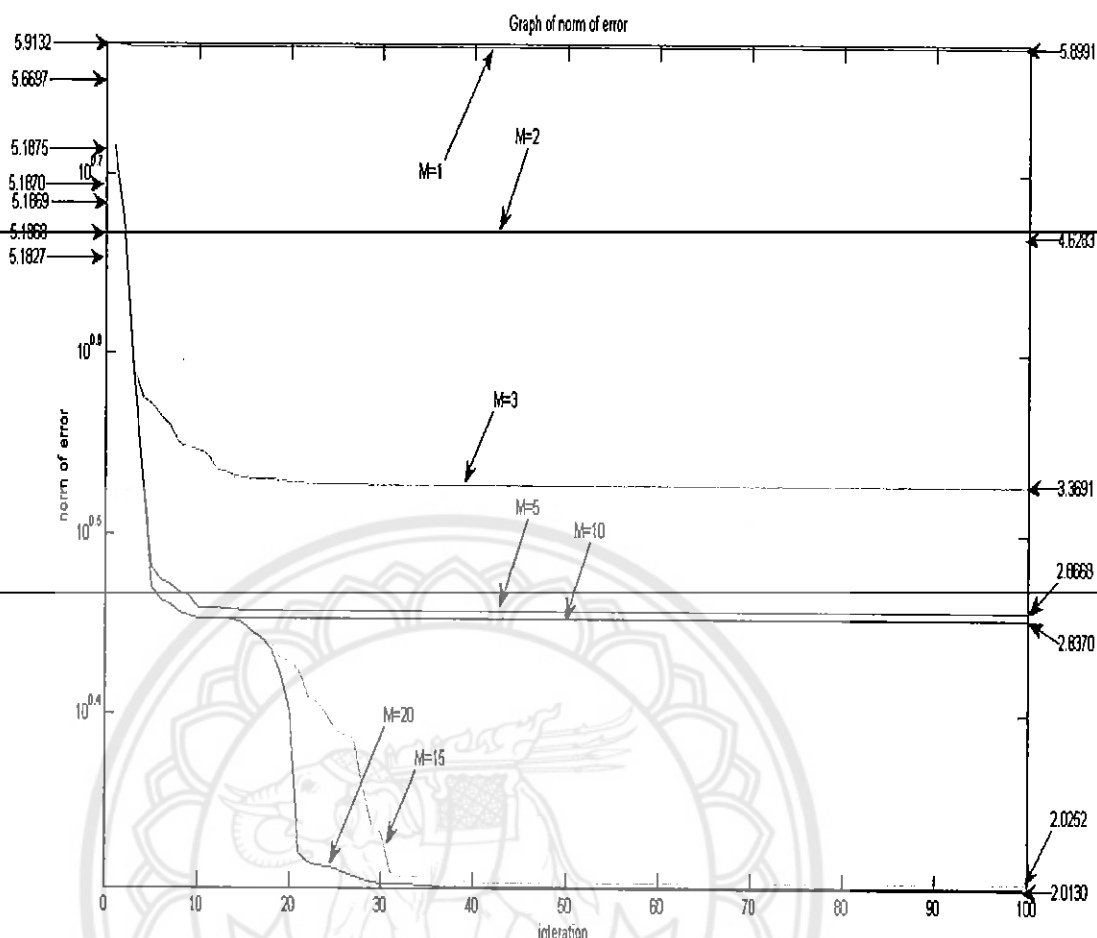
ผลที่เกิดจากการใช้สมการที่ (4.1) โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็นคลื่นสี่เหลี่ยมคาบ 4 วินาที และให้ค่า $T=10$, $\tau_s=0.1$, $k=100$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงภาพรวมได้ดังรูปที่ 4.51



รูปที่ 4.51 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มกรณิที่ให้ $M=1, 2, 3, 5$ และ 10 ของระบบอันดับสอง

จากรูปที่ 4.51 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดที่วัดได้จากการลดลงของค่านอร์มมีค่าลดลงเรื่อยๆ เนื่องมาจากการเพิ่มขึ้นตามจำนวน M

ผลที่เกิดจากการใช้สมการที่ (4.1) โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็นคลื่นสี่เหลี่ยมคาบ 4 วินาที และให้ค่า $T=10$, $t_s=0.1$, $k=100$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงภาพรวมได้ดังรูปที่ 4.52



รูปที่ 4.52 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มกรณี่ที่ให้ $M=1, 2, 3, 5, 10, 15$ และ 20 ของระบบอันดับสอง

จากรูปที่ 4.52 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดที่วัดได้จากการลดลงของค่านอร์มมีค่าลดลงเรื่อยๆ เนื่องมาจากการเพิ่มขึ้นตามจำนวน M และจะสังเกตได้ว่าเมื่อค่า M เพิ่มขึ้นค่าของนอร์มจะมีค่าใกล้เคียงกันมากขึ้น

4.3 บันทึกผลการทดลองกรณีกำหนดให้ระบบเป็นแบบระบบใช้งานจริง

พิจารณาระบบใช้งานจริงของกลไกควบคุมข้อต่อ (Shoulder joint servo system) ที่มีค่าคงที่ของเมทริกซ์ A, B, C และ D เป็น

$$A = \begin{bmatrix} 0.828 & 0.016 \\ -0.100 & 0.234 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

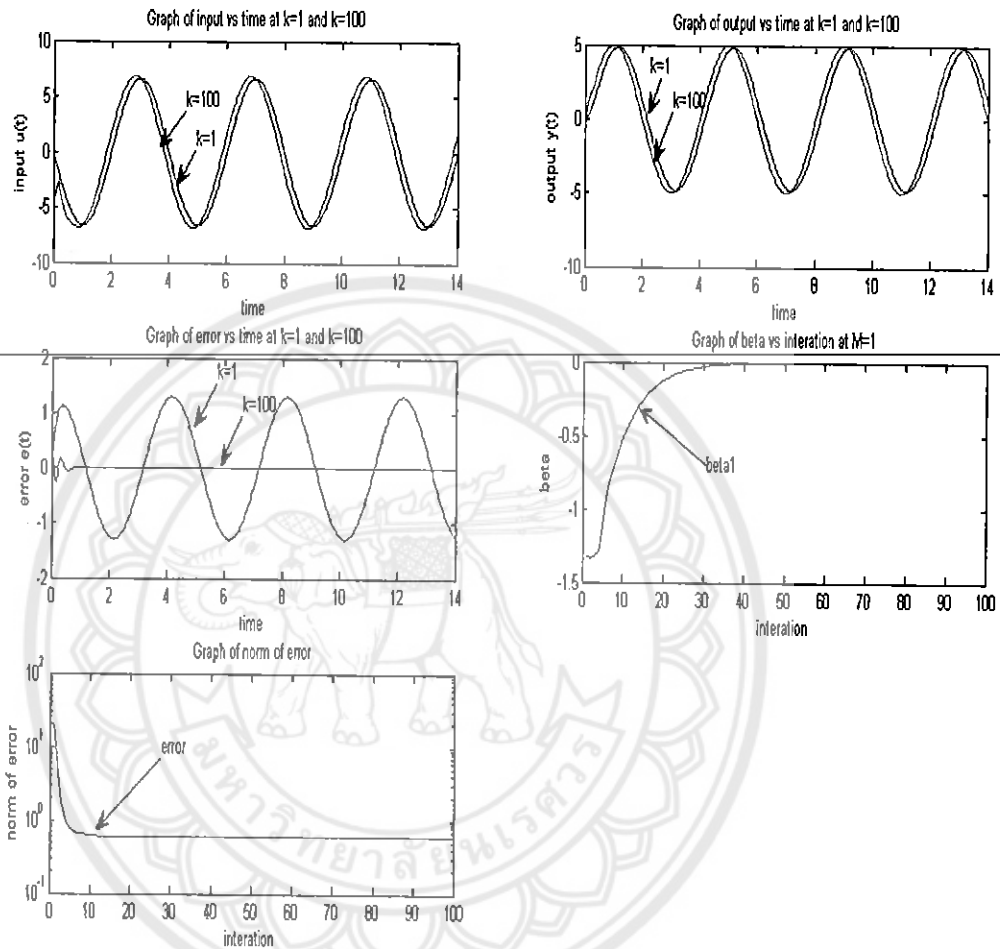
$$C = [0 \quad 1]$$

$$D = 0$$

กำหนดสัญญาณอ้างอิงเป็น $5\sin(0.5\pi t)$

4.3.1 กรณีที่ให้ $M=1$

ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=1$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=14$, $t_s=0.028$, $k=100$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.53

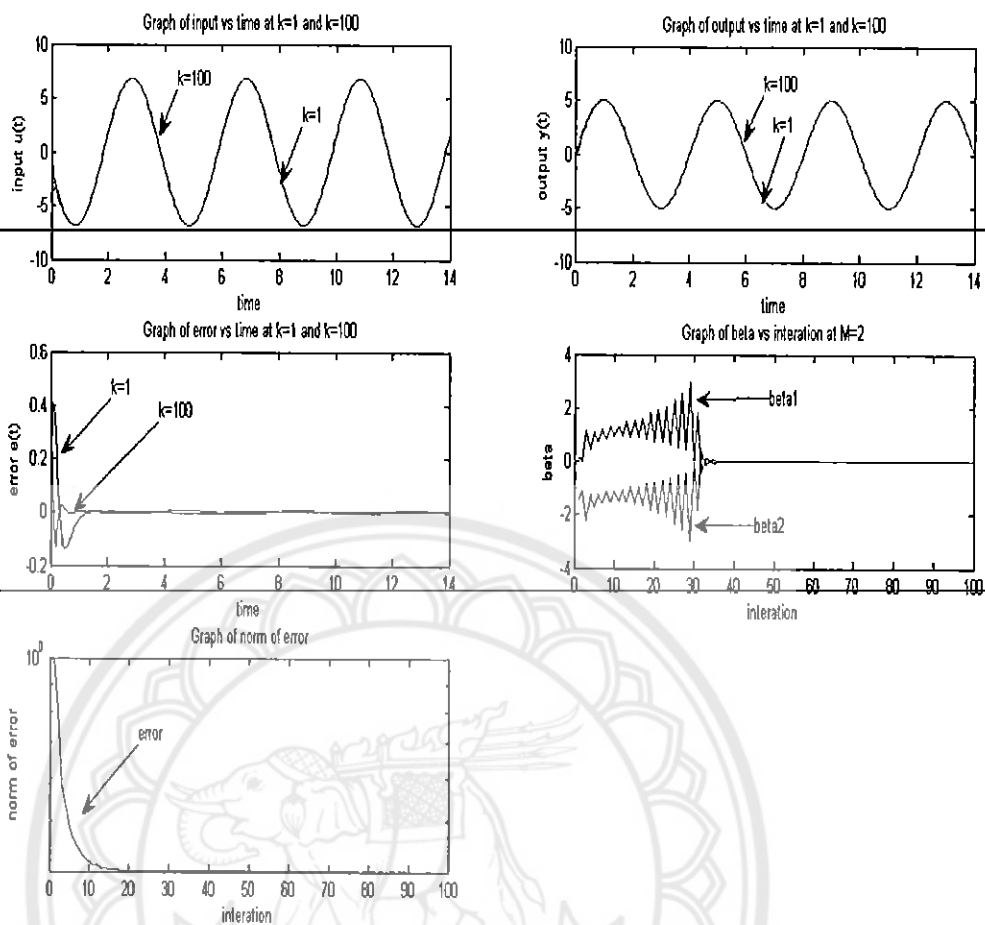


รูปที่ 4.53 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=1$ ของระบบใช้งานจริง

จากรูปที่ 4.53 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 20.1509 และในรอบที่ 100 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 0.5992 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 100 รอบมีการลดลงประมาณ 34 เท่า

4.3.2 กรณีที่ให้ $M=2$

ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=2$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=14$, $t_s=0.028$, $k=100$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.54

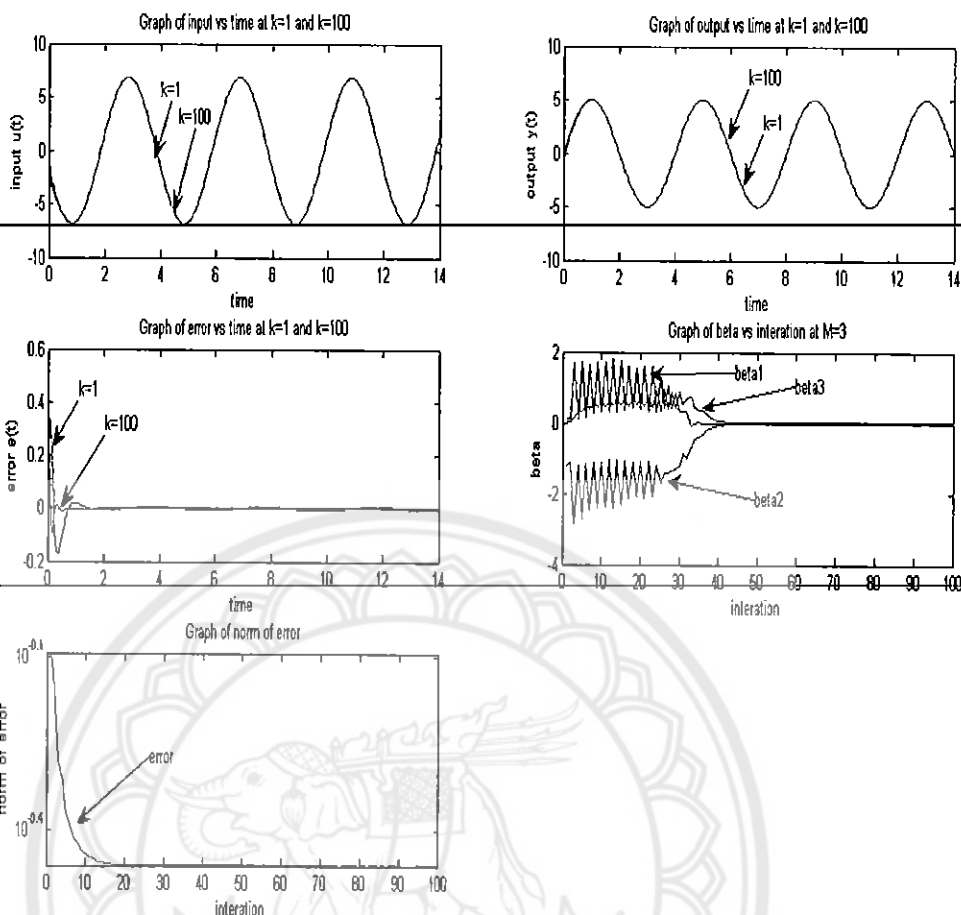


รูปที่ 4.54 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=2$ ของระบบใช้งานจริง

จากรูปที่ 4.54 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 1.0062 และในรอบที่ 100 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 0.4024 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 100 รอบมีการลดลงประมาณ 3 เท่า

4.3.3 กรณีที่ให้ $M=3$

ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=3$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=14$, $t_s=0.028$, $k=100$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.55

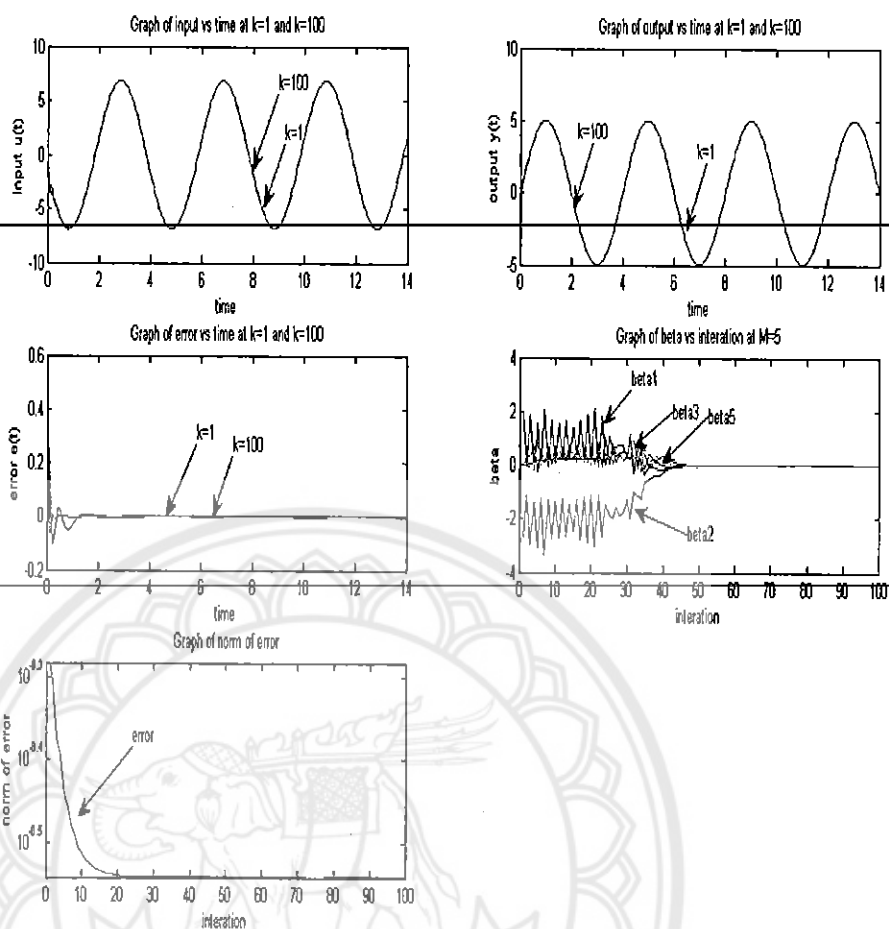


รูปที่ 4.55 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=3$ ของระบบใช้งานจริง

จากรูปที่ 4.55 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 0.8064 และในรอบที่ 100 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 0.3446 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 100 รอบมีการลดลงประมาณ 2 เท่า

4.3.4 กรณีที่ให้ $M=5$

ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=5$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=14$, $t_s=0.028$, $k=100$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.56

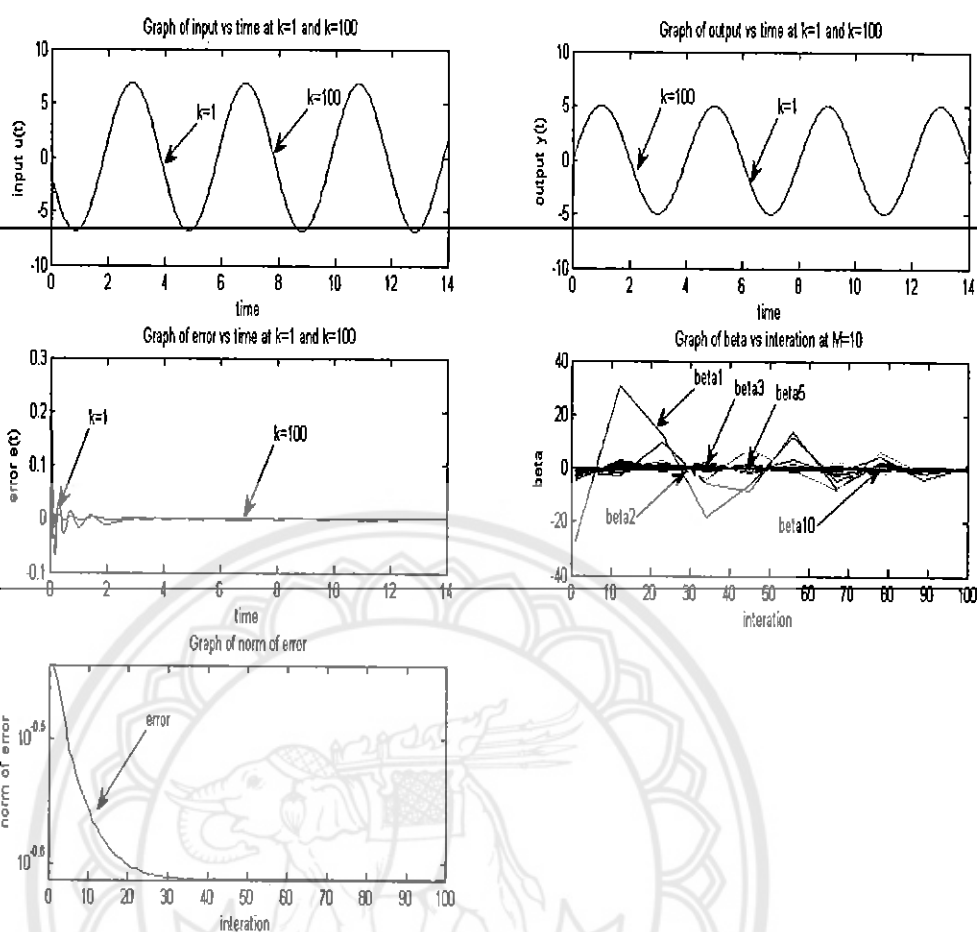


รูปที่ 4.56 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=5$ ของระบบใช้งานจริง

จากรูปที่ 4.56 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 0.5216 และในรอบที่ 100 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 0.2875 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 100 รอบมีการลดลงประมาณ 2 เท่า

4.3.5 กรณีที่ให้ $M=10$

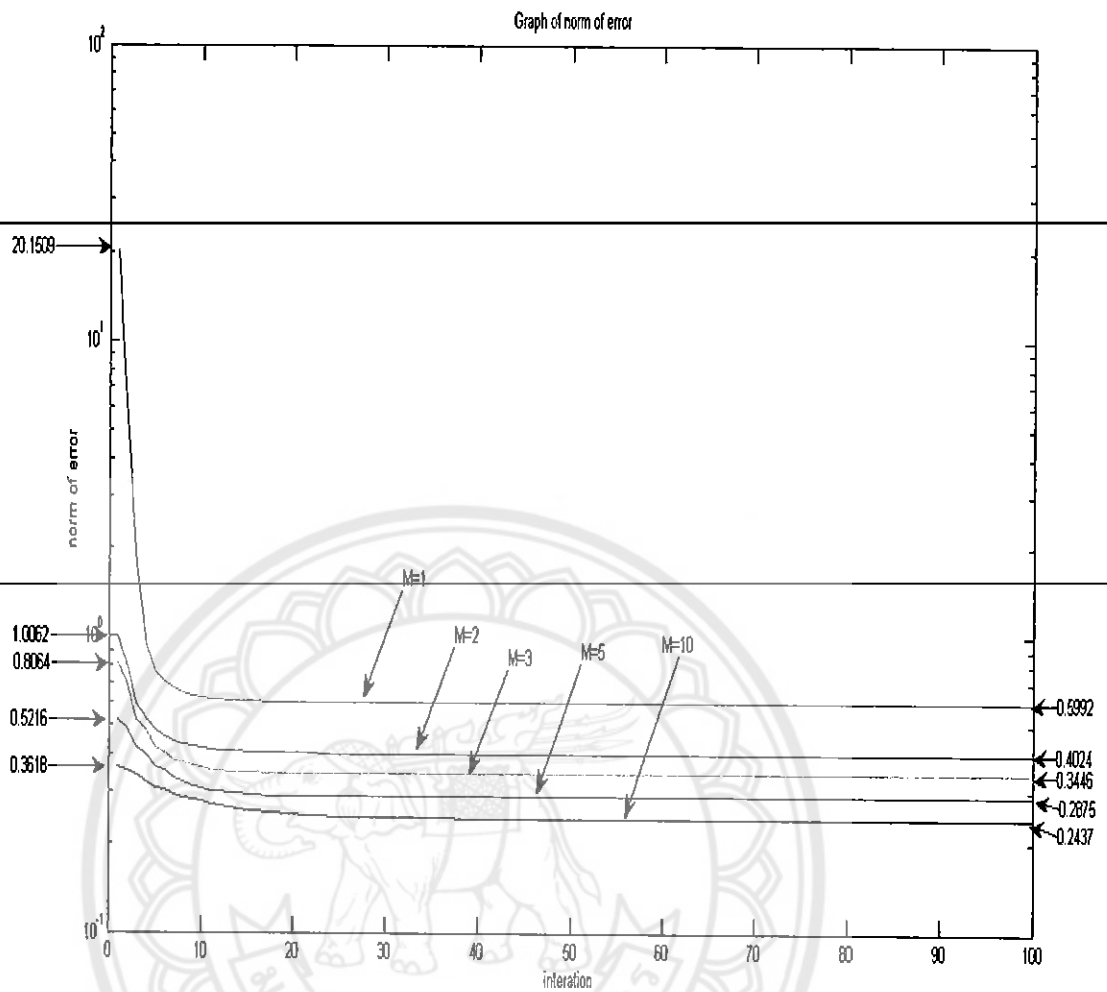
ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้ $M=10$ ของสมการที่ (4.1) โดยที่ให้ค่า $T=14$, $t_s=0.028$, $k=100$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.57



รูปที่ 4.57 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในกรณีที่ให้ $M=10$ ของระบบใช้งานจริง

จากรูปที่ 4.57 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มที่วัดได้มีการลดลงตามจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้น โดยมีค่าเริ่มต้นที่รอบที่ 1 เท่ากับ 0.3618 และในรอบที่ 100 ค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มลดลงเป็น 0.2437 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดใน 100 รอบมีการลดลงประมาณ 2 เท่า

ผลที่เกิดจากการใช้สมการที่ (4.1) โดยที่ให้สัญญาณอ้างอิงเป็น $5\sin(0.5\pi t)$ และให้ค่า $T=14$, $t_s=0.028$, $k=100$ และ $w = 10^{-6}$ สามารถแสดงภาพรวมได้ดังรูปที่ 4.58



รูปที่ 4.58 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มกรดีที่ให้ $M=1, 2, 3, 5$ และ 10 ของระบบใช้งานจริง

จากรูปที่ 4.58 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดที่วัดได้จากการลดลงของค่านอร์มมีค่าลดลงเรื่อยๆ เนื่องมาจากการเพิ่มขึ้นตามจำนวน M

บทที่ 5

สรุปผลการทดลอง

ในบทนี้จะกล่าวถึงผลของการทดลองที่เกิดขึ้นในกรณีต่างๆที่ได้ศึกษา ค้นคว้า ทำการทดลองมา ว่าค่าหรือผลลัพธ์ที่ได้นั้นมีค่าความผิดพลาดมากหรือน้อยเพียงใดเมื่อการทดลองมีสัญญาณอ้างอิงในลักษณะต่างๆ และการเพิ่มขึ้นตามจำนวนรอบและการเพิ่มขึ้นของจำนวนพหุนามของวิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำอันดับสูง

5.1 กรณีกำหนดให้ระบบเป็นแบบระบบอันดับหนึ่ง (First Order)

ผลการทดลองแสดงค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการทดสอบด้วยสมการ

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + \sum_{i=1}^M \beta_{k+1}(i) e_{k-i+1}(t+1) \quad (5.1)$$

เมื่อปรับค่าสัญญาณอ้างอิงและค่า M ในจำนวนรอบที่เท่ากัน โดยที่ M คือจำนวนเทอมของพหุนามที่เพิ่มขึ้นในสมการที่ (5.1)

สัญญาณอ้างอิง	M	ค่าความผิดพลาด	
		ค่าในรอบที่ 1	ค่าในรอบที่ 1,000
$\sin(t)$	1	4.4777	0.0004
	2	0.6207	0.0003
	3	0.4237	0.0002
	5	0.1827	0.0002
	10	0.0602	0.0001
$e^{\frac{t}{20}} \sin(t)$	1	5.8394	0.0004
	2	0.6351	0.0003
	3	0.4314	0.0002
	5	0.1844	0.0002
	10	0.0598	0.0001

สัญญาณอ้างอิง	M	ค่าความผิดพลาด	
		ค่าในรอบที่ 1	ค่าในรอบที่ 1,000
	1	26.9772	0.0004
	2	5.0512	0.0003
	3	3.3433	0.0002
$5\sin(0.5\pi t)$	5	1.5525	0.0002
	10	0.4233	0.0001
	1	4.1742	0.0004
คลื่นสี่เหลี่ยมคาบ 4 วินาที	2	2.0615	0.0003
	3	1.6825	0.0002
	5	1.3226	0.0002
	10	0.6269	0.0001

ตารางที่ 5.1 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในรอบที่ 1 และในรอบที่ 1,000 ของระบบอันดับหนึ่ง

จากผลการทดลองในตารางที่ 5.1 จะเห็นได้ว่าสัญญาณอ้างอิง $\sin(t)$ จะทำให้ได้ค่าความผิดพลาดน้อยที่สุดและเป็นสัญญาณอ้างอิงที่ดีที่สุด เมื่อจำนวนเทอมของพหุนามเพิ่มขึ้นการลดลงของค่าความผิดพลาดก็จะมีผลลดลงเรื่อยๆ และจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้นค่าความผิดพลาดก็ลดลง

5.2 กรณีกำหนดให้ระบบเป็นแบบระบบอันดับสอง (Second Order)

ผลการทดลองแสดงค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการทดสอบด้วยสมการที่ (5.1) เมื่อปรับค่าสัญญาณอ้างอิงและค่า M ในจำนวนรอบที่เท่ากัน โดยที่ M คือจำนวนเทอมของพหุนามที่เพิ่มขึ้นในสมการที่ (5.1)

สัญนิยมอ้างอิง	M	ค่าความผิดพลาด	
		ค่าในรอบที่ 1	ค่าในรอบที่ 100
	1	6.7757	5.7949
	2	3.8007	1.5218
	3	2.9581	1.1563
sin(t)	5	2.1768	0.6622
	10	1.8598	0.3603
	15	1.6230	0.2593
	20	1.5493	0.2161
	1	8.7753	7.1596
$e^{\frac{t}{20}} \sin(t)$	2	4.2027	1.4842
	3	3.1858	1.1732
	5	2.3013	0.6832
	10	1.9859	0.3619
	15	1.6959	0.2570
	20	1.5915	0.2202
	1	34.8300	34.5752
$5 \sin(0.5\pi t)$	2	33.0332	24.3882
	3	28.0664	12.0648
	5	24.6383	5.4954
	10	24.6008	2.5803
	15	24.5976	1.7120
	20	24.5964	1.1665
	คลื่นสี่เหลี่ยมคาบ 4 วินาที	1	5.9132
2		5.6697	4.6283
3		5.1827	3.3691
5		5.1875	2.8668
10		5.1870	2.8370
15		5.1869	2.0252
20		5.1868	2.0130

ตารางที่ 5.2 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในรอบที่ 1 และในรอบที่ 100 ของระบบอันดับสอง

จากผลการทดลองในตารางที่ 5.2 จะเห็นได้ว่าสัญญาณอ้างอิง $\sin(t)$ จะทำให้ได้ค่าความผิดพลาดน้อยที่สุดและเป็นสัญญาณอ้างอิงที่ดีที่สุด เมื่อจำนวนเทอมของพหุนามเพิ่มขึ้น การลดลงของค่าความผิดพลาดก็จะมีผลลดลงเรื่อยๆ และจำนวนรอบที่เพิ่มขึ้นค่าความผิดพลาดก็ลดลง

5.3 กรณีกำหนดให้ระบบเป็นแบบระบบใช้งานจริง

โดยกำหนดให้ระบบมีค่าดังนี้

$$A = \begin{bmatrix} 0.828 & 0.016 \\ -0.100 & 0.234 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [0 \quad 1]$$

$$D = 0$$

ผลการทดลองแสดงค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการทดสอบด้วยสมการที่ (5.1) เมื่อรับค่าสัญญาณอ้างอิงและค่า M ในจำนวนรอบที่เท่ากัน โดยที่ M คือจำนวนเทอมของพหุนามที่เพิ่มขึ้นในสมการที่ (5.1)

สัญญาณอ้างอิง	M	ค่าความผิดพลาด	
		ค่าในรอบที่ 1	ค่าในรอบที่ 100
$5\sin(0.5\pi t)$	1	20.1509	0.5992
	2	1.0062	0.4024
	3	0.8064	0.3446
	5	0.5216	0.2875
	10	0.3618	0.2437

ตารางที่ 5.3 แสดงผลของค่าความผิดพลาดในรอบที่ 1 และในรอบที่ 100 ของระบบใช้งานจริง

จากผลการทดลองในตารางที่ 5.3 จะเห็นได้ว่าเมื่อจำนวนเทอมของพหุนามเพิ่มขึ้น การลดลงของค่าความผิดพลาดก็จะมีผลลดลงเรื่อยๆ นั่นหมายความว่าเราสามารถนำอัลกอริทึมนี้ไปใช้ได้กับระบบจริงได้

สรุปผลการทดลอง

จากการทดลองของทั้ง 3 กรณีคือ

1. กรณีกำหนดให้ระบบเป็นแบบระบบอันดับหนึ่ง (First Order)
2. กรณีกำหนดให้ระบบเป็นแบบระบบอันดับสอง (Second Order)
3. กรณีกำหนดให้ระบบเป็นแบบระบบใช้งานจริง

จากการทดลองวิธีการควบคุมโดยการเรียนรู้แบบทำซ้ำอันดับสูงที่ได้นั้น พบว่าเมื่อจำนวนเทอมของพหุนามในสมการที่ (5.1) เพิ่มขึ้นจะทำให้ระบบเกิดการเรียนรู้ และจะพบว่าเมื่อจำนวนรอบที่เพิ่มมากขึ้นนั้นค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นตั้งแต่รอบที่ 1 จนถึงรอบที่ 100 นั้น ผลปรากฏว่าค่าความผิดพลาดในรูปของนอร์มนั้นมีค่าลดลงเรื่อยๆ เมื่อนำกรณีกำหนดให้ระบบเป็นแบบระบบอันดับหนึ่ง (First Order) มาเปรียบเทียบกับกรณีกำหนดให้ระบบเป็นแบบระบบอันดับสอง (Second Order) จะพบว่าค่าความผิดพลาดของกรณีกำหนดให้ระบบเป็นแบบระบบอันดับสอง (Second Order) นั้นมีค่าความผิดพลาดในรอบที่ 1 ถึงรอบที่ 100 มากกว่ากรณีกำหนดให้ระบบเป็นแบบระบบอันดับหนึ่ง (First Order) แต่ทั้ง 2 กรณีนี้ก็มีประสิทธิภาพที่จะสามารถทำให้ค่าความผิดพลาดนั้นลดลงได้

เอกสารอ้างอิง

-
- [1] D. H. Owens and K. Feng, (2003). **Parameter optimization iterative learning control**. University of Sheffield. INT. J. Control, 2003, vol. 76, No. 11, 1059-1069
- [2] Amann, N. (1996). **Optimal algorithms for iterative learning control**. Ph. D. Thesis, University of Exeter.
- [3] Amann, N., Owens, D. H., & Rogers, E. (1996). **Iterative learning control for discrete-time systems with exponential rate of convergence**. IEE Proceedings of the Control Theory and Applications, 143, 217-244.
-
- [4] สัญฉกร วุฒิสถิทธิกุลกิจ และคณะ . **MATLAB การประยุกต์ใช้งานทางวิศวกรรมไฟฟ้า** . พิมพ์ครั้งที่ 3. สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย . 2551



ประวัติผู้ดำเนินโครงการ



ชื่อ นายจัตราชัย นามบุญเรือง

ภูมิลำเนา 199 หมู่ 4 ตำบลสระโพนทอง

อำเภอเกษตรสมบูรณ์ จังหวัดชัยภูมิ 36120

ประวัติการศึกษา

- จบมัธยมศึกษาจาก โรงเรียนเกษตรสมบูรณ์วิทยาคม

- ปัจจุบันกำลังศึกษาระดับปริญญาตรี

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ชั้นปีที่ 5

มหาวิทยาลัยนเรศวร จ. พิษณุโลก

Email: idspt_red@hotmail.com



ชื่อ นายทวีศักดิ์ เหล็กมา

ภูมิลำเนา 15 หมู่ 1 ตำบลบ่อไทย

อำเภอหนองไผ่ จังหวัดเพชรบูรณ์ 67140

ประวัติการศึกษา

- จบมัธยมศึกษาจาก โรงเรียนหนองไผ่

- ปัจจุบันกำลังศึกษาระดับปริญญาตรี

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ชั้นปีที่ 5

มหาวิทยาลัยนเรศวร จ. พิษณุโลก

Email: sak_carabaw@hotmail.com