

การออกแบบตัวควบคุม โดยใช้วิธีการจัดสถานะวงรอบแบบ H_∞

Controller Design using H_∞ Loop-Shaping Method

นายอำนาจ มีแรง รหัส 44362440

ห้องสมุดคณะวิศวกรรมศาสตร์	
วันที่รับ.....	๙ มิ.ย. 2548
เลขทะเบียน.....	4800018 150 20576
เลขเรียกหนังสือ.....	15
มหาวิทยาลัยนเรศวร ๐๕๘๑๐	

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาระดับปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้าและคอมพิวเตอร์

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

ปีการศึกษา 2547

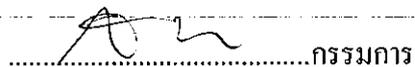


ใบรับรองโครงการวิศวกรรม

หัวข้อโครงการ การออกแบบตัวควบคุมโดยใช้วิธีการจัดสรรฐานวงรอบแบบ H_∞
ผู้ดำเนินโครงการ นายอำนาจ มีแรง รหัส 44362440
อาจารย์ที่ปรึกษา ดร.ธนิต มาลากร
สาขาวิชา วิศวกรรมไฟฟ้า
ภาควิชา วิศวกรรมไฟฟ้าและคอมพิวเตอร์
ปีการศึกษา 2547

คณะวิศวกรรมศาสตร์มหาวิทยาลัยนครสวรรค์ อนุมัติให้โครงการฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของ
การศึกษาตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า
คณะกรรมการสอบโครงการวิศวกรรม


.....ประธานกรรมการ
(ดร.ธนิต มาลากร)


.....กรรมการ
(ดร.สมยศ เกียรติวนิชวิไล)


.....กรรมการ
(ดร.สุรเชษฐ์ กานต์ประชา)

หัวข้อโครงการ	การออกแบบตัวควบคุมโดยใช้วิธีการจัดสัญญาณวงรอบแบบ H_∞		
ผู้ดำเนินโครงการ	นายอำนาจ	มีแรง	รหัส 44362440
อาจารย์ที่ปรึกษา	ดร.ธนิต มาลากร		
สาขาวิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า		
ภาควิชา	วิศวกรรมไฟฟ้าและคอมพิวเตอร์		
ปีการศึกษา	2547		

บทคัดย่อ

เป็นที่ทราบกันดีว่าระบบควบคุมได้เข้าไปมีบทบาทอย่างมากทางด้านอุตสาหกรรม ด้านหุ่นยนต์ ด้านอากาศยาน ตลอดจนถึงยานสำรวจอวกาศ ซึ่งระบบควบคุมจะเข้าไปช่วยทำให้ระบบมีเสถียรภาพ และสมรรถนะของระบบรวมดีขึ้น โครงการนี้จึงได้เสนอวิธีการออกแบบระบบควบคุมโดยใช้วิธีการจัดสัญญาณวงรอบแบบ H_∞ ซึ่งเป็นวิธีการออกแบบที่สามารถรับประกันเกี่ยวกับเสถียรภาพคงทน และสมรรถภาพของระบบได้

Project Title Controller design using H_{∞} Loop shaping method

Name Mr.Amnuay Meereang ID. 44362440

Project Advisor Dr.Tanit Malakorn

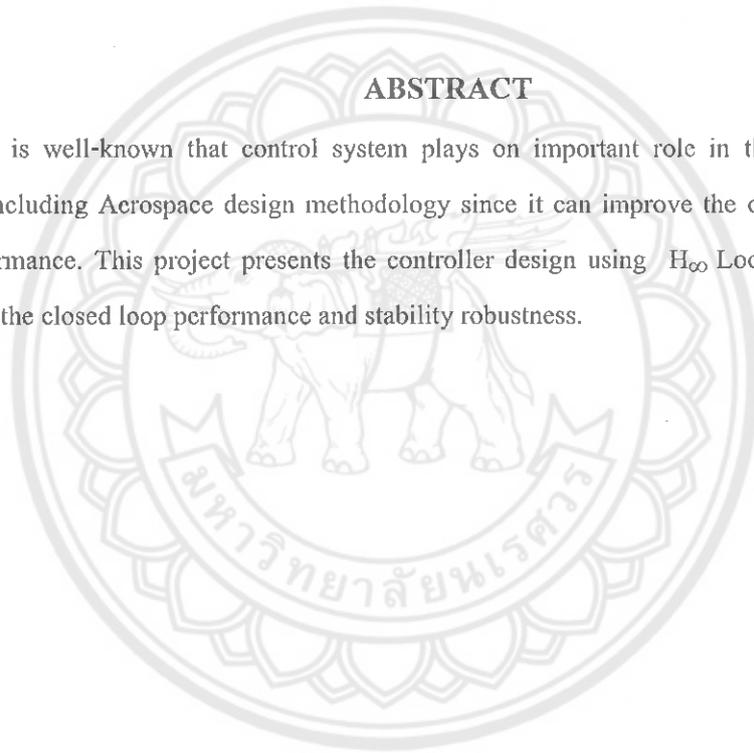
Major Electrical Engineering

Department Electrical and Computer Engineering

Academic Year 2004

ABSTRACT

It is well-known that control system plays an important role in the industrial, robotics, aircraft, including Aerospace design methodology since it can improve the overall system stability and performance. This project presents the controller design using H_{∞} Loop shaping which can guarantee the closed loop performance and stability robustness.



กิตติกรรมประกาศ

ในการทำโครงการนี้ได้รับความช่วยเหลือจากอาจารย์หลายท่านด้วยกัน ต้องขอขอบคุณ
อาจารย์ ธนิต มาลากร อาจารย์ที่ปรึกษาโครงการที่ได้ให้ความช่วยเหลือในทุกๆด้าน ขอขอบคุณ
อาจารย์ สมยศ เกียรติวนิชวิไล ที่ยอมสละเวลาอันมีค่าในการให้ คำแนะนำ และให้คำปรึกษา
ขอขอบคุณ อาจารย์สุรเชษฐ์ กานต์ประชา กรรมการของโครงการและขอขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่
ที่ให้ทั้งกำลังใจและกำลังทรัพย์ จนทำให้โครงการชิ้นนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

ผู้จัดทำ

อำนาจ มีแรง



สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ก
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ข
กิตติกรรมประกาศ.....	ค
สารบัญ.....	ง-จ
สารบัญรูป.....	ฉ-ช

บทที่ 1 บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญ.....	1
1.2 วัตถุประสงค์.....	2
1.3 ขอบข่ายงาน.....	2
1.4 หลักการและเหตุผล.....	2
1.5 หัวข้อที่ต้องศึกษาในโครงการ.....	3
1.6 ผลที่คาดว่าจะได้รับ.....	3
1.7 การดำเนินงาน.....	3
1.8 งบประมาณ.....	4

บทที่ 2 หลักการและทฤษฎีเบื้องต้น

2.1 พื้นฐานการวิเคราะห์ฟังก์ชันและทฤษฎีตัวดำเนินการ.....	5
2.2 ปริภูมิสถานะ.....	6
2.3 ขอบเขตอัตรายายและขอบเขตมุมเฟส.....	8
2.4 การจัดสัณฐานวงรอบ.....	12
2.5 การจัดสัณฐานวงรอบแบบ H_∞	26

บทที่ 3 การออกแบบระบบควบคุม

3.1 เป้าหมายและขอบเขตของการออกแบบ.....	39
3.2 การออกแบบระบบควบคุม.....	39

สารบัญ (ต่อ)

บทที่ 4 การทดลองและการวิเคราะห์ผลการทดลอง.....	45
บทที่ 5 สรุปการทดลอง	
5.1 สรุปผลการทดลอง.....	53
5.2 ข้อเสนอแนะ.....	53
เอกสารอ้างอิง.....	54
ภาคผนวก.....	55
ประวัติผู้ทำโครงการ.....	66



สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 แผนฟังก์ชันของ $G(s)$	6
2.2 แผนภาพโพลแสดง ขอบเขตของอัตราขยายและขอบเขตมุมเฟส ในกรณีที่ระบบวงปิดมีเสถียรภาพ.....	8
2.3 แผนภาพโพลแสดง ขอบเขตของอัตราขยายและขอบเขตมุมเฟส ในกรณีที่ระบบวงปิดขาดเสถียรภาพ.....	9
2.4 กราฟของไนควิสต์แสดงขอบเขตอัตราขยายและมุมเฟสใน กรณีที่ระบบวงปิดมีเสถียรภาพ.....	10
2.5 กราฟของไนควิสต์แสดงขอบเขตอัตราขยายและมุมเฟสใน กรณีที่ระบบวงปิดขาดเสถียรภาพ.....	11
2.6 แผนฟังก์ชันของแบบจำลองความไม่แน่นอนแบบบวก (Additive uncertainty model).....	13
2.7 แผนฟังก์ชันของแบบจำลองความไม่แน่นอนแบบคูณด้านสัญญาณขาเข้า (Input multiplicative uncertainty model).....	13
2.8 แผนฟังก์ชันของแบบจำลองความไม่แน่นอนแบบคูณด้านสัญญาณขาออก (Output multiplicative uncertainty model)	14
2.9 แผนฟังก์ชันของแบบจำลองความไม่แน่นอนแบบป้อนกลับ (Feedback uncertainty model).....	15
2.10 แผนฟังก์ชันของตัวอย่างเสถียรภาพเริ่มต้น $ L = KG $	16
2.11 กราฟไนควิสต์(Nyquist)ของเสถียรภาพเริ่มต้น.....	16
2.12 แผนฟังก์ชันของตัวอย่างสมรรถนะเริ่มต้น.....	17
2.13 กราฟโพล (Bode) ของ S ที่มีขอบเขตเป็น $\left \frac{1}{W_2} \right $	18
2.14 กราฟไนควิสต์ (Nyquist) ของสมรรถนะเริ่มต้น.....	18
2.15 แผนฟังก์ชันของแบบจำลองระบบสำหรับเสถียรภาพกงทน.....	19

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
2.16 กราฟไนควิสต์ (Nyquist) เสถียรภาพคงทน.....	19
2.17 แผนผังกล่องของแบบจำลองระบบสำหรับสถานะภาพคงทน.....	20
2.18 กราฟไนควิสต์ (Nyquist) สมรรถนะคงทน.....	21
2.19 ตัวควบคุมองศาเสรีเป็นหนึ่ง (One degree of-freedom Controller :1-DOF).....	21
2.20 แผนภาพโบเดของการจัดสัญญาณวงรอบ.....	25
2.21 รูปแบบทั่วไปของระบบควบคุมที่มีการรวมแบบจำลองความไม่แน่นอน.....	27
2.22 โครงสร้าง ΔN	28
2.23 แบบจำลองความไม่แน่นอนแบบคูณด้านสัญญาณขาเข้า (Input multiplicative uncertainty model)	29
2.24 แบบจำลองตัวประกอบโคไพรมด้านซ้าย.....	32
2.25 โครงสร้าง ΔM	33
2.26 การออกแบบการจัดสัญญาณวงรอบแบบ H_∞	37
3.1 แผนผังของระบบ.....	38
3.2 ผลการตอบสนองเชิงความถี่ของระบบก่อนที่จะใส่ตัวควบคุม G	40
3.3 ผลการตอบสนองเชิงความถี่ของระบบสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำ G_d	40
3.4 ผลการตอบสนองเชิงเวลาของระบบที่มีการป้อนกลับก่อนที่จะใส่ ตัวควบคุม.....	41
3.5 ผลการตอบสนองเชิงเวลาของระบบต่อสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำที่มี การป้อนสัญญาณขาเข้าเป็นสัญญาณหนึ่งหน่วย ตอนที่ยังไม่มีตัวควบคุม.....	41
3.6 แผนภาพโบเดของระบบที่มีการใส่ตัวปรีฟิ์นซ์เข้าไป.....	44
3.7 แผนภาพโบเดของระบบที่ได้ทำการชดเชย.....	44
4.1- ผลตอบสนองเชิงความถี่ของระบบก่อนและหลังใส่ตัวควบคุม.....	46

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.2 ผลตอบสนองเชิงเวลาของระบบเมื่อมีสัญญาณขาเข้าของสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำ เป็นสัญญาณแบบหนึ่งหน่วย.....	47
4.3 ผลตอบสนองเชิงเวลาของระบบเมื่อมีสัญญาณขาเข้าของสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำ เป็นสัญญาณแบบชายน้มีขนาดเป็น 1 ความถี่ที่ $\omega = 1, 0.1, 0.001$ เรเดียนต่อวินาที.....	47
4.4 ผลตอบสนองเชิงเวลา ของการติดตามสัญญาณอ้างอิงทดลองโดย การป้อนสัญญาณแบบหนึ่ง หน่วย ที่สัญญาณขาเข้า r	48
4.5 ผลตอบสนองเชิงเวลาของระบบเมื่อมีสัญญาณขาเข้าของสัญญาณรบกวนความถี่สูง เป็นสัญญาณแบบชายน้ขนาดเป็น 1 ความถี่ที่ $\omega = 100, 500, 1000$ เรเดียนต่อวินาที.....	48
4.6 ผลตอบสนองเชิงเวลาของระบบเมื่อมีสัญญาณอ้างอิงเป็นสัญญาณหนึ่งหน่วย และขาเข้าของ สัญญาณรบกวนความถี่ต่ำ เป็นสัญญาณแบบชายน้ขนาดเป็น 1 ความถี่ที่ $\omega = 0.01, 0.001, 0.0001$ เรเดียนต่อวินาที.....	49
4.7 ผลตอบสนองเชิงเวลาของระบบเมื่อมีสัญญาณอ้างอิงเป็นสัญญาณหนึ่งหน่วย และขาเข้าของ สัญญาณรบกวนความถี่สูง เป็นสัญญาณแบบชายน้ขนาดเป็น 1 ความถี่ที่ $\omega = 100, 500, 1000$ เรเดียนต่อวินาที.....	49
4.8 ผลตอบสนองเชิงความถี่ของฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิด ของขาเข้าสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำ (d).....	50
4.9 ผลตอบสนองเชิงเวลาของระบบเมื่อมีสัญญาณอ้างอิงเป็นสัญญาณหนึ่งหน่วย และขาเข้าของ สัญญาณรบกวนความถี่ต่ำเป็นสัญญาณแบบชายน้ขนาดเป็น 1 ความถี่ที่ $\omega = 0.01, 10, 1000$ เรเดียนต่อวินาที.....	51
4.10 ผลตอบสนองเชิงความถี่ของฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิด ของขาเข้าสัญญาณรบกวนความถี่สูง (m).....	51
4.11-ผลตอบสนองเชิงเวลาของระบบเมื่อมีสัญญาณอ้างอิงเป็นสัญญาณหนึ่งหน่วย และขาเข้าของสัญญาณรบกวนความถี่สูงเป็นสัญญาณแบบชายน้ขนาดเป็น 1 ความถี่ที่ $\omega = 0.1, 10, 1000$ เรเดียนต่อวินาที.....	52

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญ

ระบบควบคุมอัตโนมัติเริ่มมีการใช้มาเมื่อประมาณ 2000 ปีที่แล้ว ค้นพบโดยชาวเคตสซิบิออส (Ktesibios) ซึ่งได้ประดิษฐ์นาฬิกาน้ำ หลังจากนั้นระบบควบคุมได้ถูกพัฒนามาอย่างต่อเนื่อง ต่อมาในแถบประเทศยุโรปมีการประดิษฐ์เครื่องควบคุมอุณหภูมิเตาเผาโดยคอร์เนลิส เครบเบล ในปี ค.ศ. 1572-1633 จากนั้น เดนนิส ปาแปง ได้สร้างอุปกรณ์ควบคุมความดันสำหรับหม้อไอน้ำในปี ค.ศ. 1647-1712 จนกระทั่ง ค.ศ. 1769 ได้มีการพัฒนาระบบควบคุมอัตโนมัติแบบป้อนกลับใช้ในโรงงานอุตสาหกรรมอย่างแพร่หลายโดย เจมส์ วัตต์ ซึ่งได้ประดิษฐ์การควบคุมความเร็วแบบฟลายบอล (flyball governor) ต่อมาปี ค.ศ. 1868 เจซี แมกซ์เวลล์ ได้อธิบายการทำงานของเครื่องควบคุมความเร็วแบบฟลายบอล (flyball governor) ของ เจมส์ วัตต์ ด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical model)

ในต้นศตวรรษที่ 19 ได้มีการสร้างระบบควบคุมทางเสื่อเรืออัตโนมัติ โดยชาวรัสเซีย ชื่อ นิโคลัส ไมนอร์สกี จากนั้นระบบนี้ได้ถูกประยุกต์มาเป็นการควบคุมแบบ PID ที่รู้จักกันดีในปัจจุบัน ในช่วงปี ค.ศ. 1920-1935 เฮช ดับบลิว โบเด ได้เสนอหลักการวิเคราะห์การขยายสัญญาณเชิงความถี่ในการควบคุมแบบป้อนกลับ และ ดับบลิว ไนควิสต์ ได้เสนอหลักการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบควบคุม

ในปี ค.ศ. 1948 วอเตอร์ อาร์ อีวาน ซึ่งทำงานในโรงงานผลิตเครื่องบินได้พัฒนาเทคนิคการเขียนกราฟเส้นทางเดินรากของสมการคุณลักษณะระบบควบคุมแบบป้อนกลับ ที่เรียกกันว่า “Root locus” ต่อมาในปี ค.ศ. 1952 ได้มีการคิดการควบคุมเชิงตัวเลข (Numerical control) เพื่อใช้ในการควบคุมแขนกล และในช่วงปี ค.ศ. 1954-1960 ได้มีการพัฒนาโปรแกรม “article transfer” เพื่อใช้ในการออกแบบหุ่นยนต์ โดย จอร์จ เควอล และได้นำเอาการพัฒนาไปออกแบบหุ่นยนต์เพื่อช่วยงาน

จากการค้นพบที่ผ่านมาในอดีตได้มีการพัฒนาจนก่อให้เกิดระบบควบคุมแบบต่างๆ ซึ่งได้แก่ ระบบควบคุมแบบเชิงเฟ้นสุ่ม (Stochastic control) ระบบควบคุมแบบเหมาะสมที่สุด (Optimal control) ระบบควบคุมแบบคงทน (Robust control) ระบบควบคุมแบบปรับค่าได้เอง (Adaptive control) ซึ่งระบบควบคุมเหล่านี้ได้นำไปประยุกต์ใช้ในด้านต่างๆ เช่น การควบคุมเครื่องบิน การติดต่อสื่อสารผ่านดาวเทียม การควบคุมในอุตสาหกรรมต่างๆ ตลอดจนการควบคุมการเดินทางในอวกาศ

ในส่วนนี้ของโครงการนี้จะนำเสนอเทคนิคในการหาระบบควบคุมโดยอาศัยวิธีการจัดสัมฐานวงรอบแบบ H_∞ ซึ่งการออกแบบตัวควบคุมโดยใช้วิธีนี้จะทำให้ระบบโดยรวมมีเสถียรภาพและสมรรถนะที่ทนต่อการเปลี่ยนแปลงของค่าพารามิเตอร์ในระบบ สัญญาณรบกวนความถี่ต่ำและสัญญาณรบกวนความถี่สูงได้เป็นอย่างดีซึ่งเป็นสิ่งที่มีความต้องการอย่างมากในการออกแบบระบบควบคุมต่างๆ

1.2 วัตถุประสงค์

1. เพื่อทำการศึกษาการควบคุมโดยวิธีการจัดสัมฐานวงรอบ
2. เพื่อทำการศึกษาเสถียรภาพของระบบของการควบคุมโดยวิธีการจัดสัมฐานวงรอบ H_∞
3. เพื่อทำการเพื่อทำการออกแบบระบบควบคุมที่สามารถกำจัดสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำ (Disturbance rejection)

1.3 ขอบข่ายงาน

ศึกษาการออกแบบระบบควบคุมโดยอาศัยวิธีการจัดสัมฐานวงรอบแบบ H_∞ แล้วนำระบบควบคุมที่ได้มาควบคุมระบบพลวัตที่มีการรบกวนจากสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำโดยการจำลองด้วยโปรแกรม MATLAB

1.4 หลักการและเหตุผล

ในปัจจุบันระบบควบคุมเข้าไปมีบทบาทที่สำคัญและใช้กันอย่างแพร่หลายไม่ว่าจะเป็นทางด้านอุตสาหกรรมต่างๆ การติดต่อสื่อสาร การบินพาณิชย์และการทหาร เป็นต้น แต่เนื่องจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ไม่สามารถจำลองระบบพลวัตได้ถูกต้องแม่นยำเนื่องมาจากปัจจัยต่างๆ อาทิเช่น พารามิเตอร์ต่างๆ ในระบบอาจจะเปลี่ยนแปลงตามเวลาเนื่องจากความเสื่อมของวัสดุ สัญญาณรบกวนภายนอกที่เกิดขึ้นอย่างไม่แน่นอน รวมถึงสัญญาณรบกวนความถี่สูง ซึ่งปัจจัยต่างๆ เหล่านี้อาจส่งผลให้ระบบควบคุมขาดเสถียรภาพและทำให้สมรรถนะแย่งลง ดังนั้นในการควบคุมแบบคงทนจึงได้นำปัจจัยเหล่านี้มาพิจารณาประกอบในการออกแบบเพื่อที่ระบบโดยรวมสามารถรักษาเสถียรภาพอยู่ได้และมีสมรรถนะที่ดีภายใต้สมมติฐานว่า พารามิเตอร์ที่เปลี่ยนแปลงและสัญญาณรบกวนมีขอบเขตสูงสุดอยู่ที่ค่าๆหนึ่ง เมื่อพิจารณาแล้วจึงได้เลือกการออกแบบตัวควบคุมโดยวิธีการจัดสัมฐานวงรอบแบบ H_∞ มาเป็นตัวอย่างในการศึกษาในโครงการนี้

1.5 หัวข้อที่ต้องศึกษาในการทำโครงการนี้

1. ศึกษาการควบคุมแบบการจัจัดสัณฐานวงรอบ
2. ศึกษาการควบคุมโดยวิธีการจัดสัณฐานวงรอบแบบ H_∞
3. ศึกษาการออกแบบระบบควบคุมที่มีการกำจัดสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำ
4. ศึกษาการใช้งาน แบบจำลองในโปรแกรม MATLAB

1.6 ผลที่คาดว่าจะได้รับ

1. ได้รับความรู้จากการศึกษาระบบการควบคุมโดยวิธีการจัดสัณฐานวงรอบแบบ H_∞ , การกำจัดสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำ (disturbance reject)
2. สามารถใช้เทคนิคการควบคุมโดยวิธีการจัดสัณฐานวงรอบแบบ H_∞ มาควบคุมระบบที่ต้องการกำจัดสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำ ให้มีเสถียรภาพงทอน

1.7 ตารางกิจกรรมการดำเนินงาน

กิจกรรม	พ.ย.	ธ.ค.	ม.ค.	ก.พ.	มี.ค.	เม.ย.	พ.ค.	มิ.ย.	ก.ค.	ส.ค.	ก.ย.	ต.ค.
ศึกษาข้อมูลการควบคุมแบบ Loop Shaping	←		→									
ส่งรายงานความคืบหน้าของโครงการ			↔									
ศึกษาการใช้งานแบบจำลองในโปรแกรม MATLAB				←		→						
ทดสอบการควบคุมแบบ Loop Shaping โดยใช้แบบจำลองในโปรแกรม MATLAB						←		→				

ทดสอบการควบคุมแบบ Loop Shaping ใน													
การกำจัดสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำ (disturbance) โดยใช้แบบจำลองใน													
โปรแกรม MATLAB													
ทำการหาระบบควบคุมแบบ H_∞ Loop Shaping และการกำจัดสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำ (disturbance reject) โดยใช้แบบจำลองในโปรแกรม MATLAB													
แก้ไขและปรับปรุงผลการทดสอบที่ได้													
วิเคราะห์ปัญหาและสรุปผลการทดสอบที่ได้													
จัดทำรูปเล่มรายงาน													

หมายเหตุ ช่วงเวลาดังกล่าวอาจมีการเปลี่ยนแปลงได้ตามความเหมาะสม

1.8 งบประมาณ

1. ค่าเอกสาร เช่น ค่าถ่ายเอกสาร ค่าพิมพ์ ฯลฯ	300 บาท
2. วัสดุอุปกรณ์ เช่น แผ่นบันทึกข้อมูล แผ่น CD-ROM ฯลฯ	300 บาท
3. ค่าจัดทำรูปเล่มรายงาน	300 บาท
4. อื่น ๆ	100 บาท
รวม	1,000 บาท

บทที่ 2

หลักการและทฤษฎีเบื้องต้น

ในการศึกษาและการออกแบบระบบควบคุม จำเป็นที่จะต้องใช้ความรู้พื้นฐานหลายส่วนมาประกอบกันในการสังเคราะห์และวิเคราะห์ระบบ ซึ่งในส่วนของโครงการนี้ เป็นการหาระบบควบคุมแบบใช้วิธีการจัดตั้งฐานวงรอบแบบ H_∞ จึงต้องมีความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับหัวข้อต่างๆ ดังนี้

2.1 พื้นฐานการวิเคราะห์ฟังก์ชันและทฤษฎีตัวดำเนินการ (Introductory functional analysis and Operator theory)

เนื่องจากการวิเคราะห์ระบบควบคุมส่วนใหญ่มักเขียนแทน ด้วยสมการทางคณิตศาสตร์เพื่อสะดวกในการคำนวณ ดังนั้นจึงจำเป็นที่จะต้องศึกษาเพื่อให้มีพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในบางหัวข้อดังนี้

2.1.1 นอร์ม (Norm)

ในการพิจารณาผลตอบสนองของระบบควบคุมนั้นอาจจะสามารถพิจารณาได้จากขนาดของสัญญาณ ตัวอย่างเช่น สามารถพิจารณาค่าความผิดพลาดของสัญญาณ (Error signal) หรือค่าสัญญาณขาออก (Output signal) ซึ่งขนาดของสัญญาณที่กล่าวถึงนี้สามารถพิจารณาจากค่านอร์ม (Norm) ซึ่งนิยามดังนี้ ให้ X เป็นปริภูมิเวกเตอร์ใดๆ นอร์มบน X ใช้สัญลักษณ์ว่า $\|\cdot\|$ คือค่าฟังก์ชันจริง $\|\cdot\|: X \rightarrow R$ นิยามโดย $\|x\| \in R$ โดยที่ x เป็นสมาชิกใดๆ ในปริภูมิเวกเตอร์ X และต้องจะต้องมีคุณสมบัติดังต่อไปนี้

1. $\|x\| \geq 0$
2. $\|x\| = 0 \Leftrightarrow x = 0$
3. $\|\alpha x\| = |\alpha| \|x\|$
4. $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$

โดยที่ x และ y เป็นสมาชิกใดๆ ใน X และ α เป็นค่าสเกลาร์ใดๆ

ตัวอย่างของนอร์มบนปริภูมิเวกเตอร์ชนิดต่าง ๆ

ตัวอย่างที่ 1. H_∞ นอร์มของ $G(j\omega)$ ซึ่ง อยู่ในโดเมนของความถี่ คือค่าสูงสุดของขนาด $G(j\omega)$ เมื่อ ω มีการแปรค่าในย่านที่พิจารณา เช่น

$$G(j\omega) = \frac{1}{j\omega + a} \quad \text{ดังนั้นจะได้}$$

$$\begin{aligned} \|G(j\omega)\|_\infty &= \max_\omega |G(j\omega)| \\ &= \max_\omega \frac{1}{(\omega^2 + a^2)^{1/2}} \end{aligned}$$

$$\frac{d}{d\omega} \left(\frac{1}{(\omega^2 + a^2)^{1/2}} \right) = -\frac{1}{2} \frac{(\omega^2 + a^2)^{-3/2} (2\omega)}{(\omega^2 + a^2)^2} = 0 \quad \text{ซึ่งจะได้ว่า } \omega_{\max} = 0$$

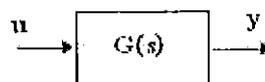
$$\therefore \|G(j\omega)\|_\infty = |G(j\omega)|_{\omega=\omega_{\max}} = \frac{1}{a}$$

ตัวอย่างที่ 2. Hankel นอร์มพิจารณาจากการป้อนสัญญาณขาเข้า $r(t)$ ที่เวลาดั้งแต่ $-\infty$ ถึงเวลา 0 แล้ว วัดสัญญาณขาออก $y(t)$ ที่เวลาดั้งแต่ $t > 0$ แล้วเลือกสัญญาณขาเข้าที่ทำให้อัตราส่วนของนอร์มสอง ของสัญญาณขาออกต่อสัญญาณขาเข้า มีค่ามากที่สุด ใช้สัญลักษณ์เป็น $\|\cdot\|_H$ มีค่าเป็น

$$\|G(s)\|_H \triangleq \max_{r(t)} \frac{\sqrt{\int_0^\infty \|y(t)\|_2^2 dt}}{\sqrt{\int_{-\infty}^0 \|r(t)\|_2^2 dt}}$$

2.2 ปริภูมิสถานะ (State space)

พิจารณาจากแผนผังกล่องในรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 แผนผังกล่องของ $G(s)$

จากรูปที่ 2.1 ระบบมีสัญญาณขาเข้าเป็น u , มีสัญญาณขาออกเป็น y ซึ่งประกอบด้วยเวกเตอร์สถานะ (State vector) x สำหรับระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear system) จะมีปฏิภูมิสถานะอยู่ในรูปของ

$$\frac{dx}{dt} = f(x, u) \quad (2.1)$$

$$y = g(x, u) \quad (2.2)$$

โดยที่ f, g เป็นฟังก์ชันไม่เป็นเชิงเส้น

หากพิจารณากรณีที่ใกล้จุดปฏิบัติการเราอาจถือได้ว่าระบบมีสภาพความเป็นเชิงเส้นเพื่อง่ายต่อการวิเคราะห์ ดังนั้นในบริเวณย่านดังกล่าวเราสามารถประมาณสมการระบบไม่เป็นเชิงเส้น (2.1) และ (2.2) มาเป็นระบบเชิงเส้นในการกระจายอนุกรมเทย์เลอร์รอบจุดปฏิบัติการนั้นๆซึ่งจะได้ว่า

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu \quad (2.3)$$

$$y = Cx + Du \quad (2.4)$$

โดยที่ $\frac{dx}{dt}$ =อนุพันธ์ของเวกเตอร์สถานะ

x =เวกเตอร์สถานะ

y =เวกเตอร์สัญญาณขาออก

u =เวกเตอร์สัญญาณขาเข้า

A = เมตริกซ์ของระบบ

B = เมตริกซ์ของสัญญาณขาเข้า

C = เมตริกซ์ของสัญญาณขาออก

D = เมตริกซ์ของสัญญาณป้อนตรง

ซึ่งอาจจะเขียนอยู่ในรูปของ

$$\begin{bmatrix} \frac{dx}{dt} \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

หรือเขียนเป็นฟังก์ชันถ่ายโอน $G(s)$ จากปฏิภูมิสถานะได้จาก

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D \quad (2.6)$$

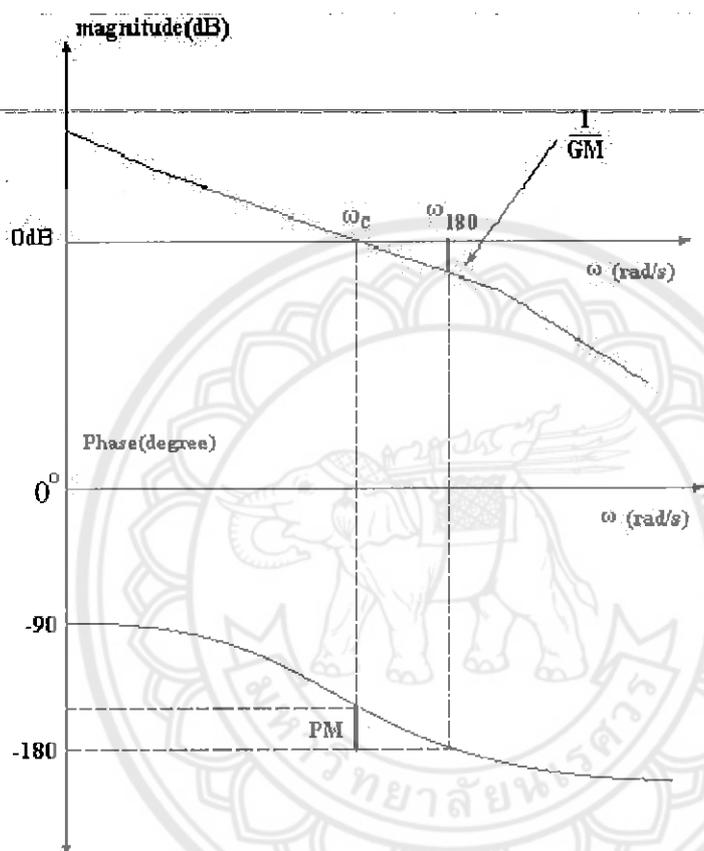
เพื่อความสะดวกจึงเขียนแทนได้เป็น

$$G = \left[\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array} \right] \quad (2.7)$$

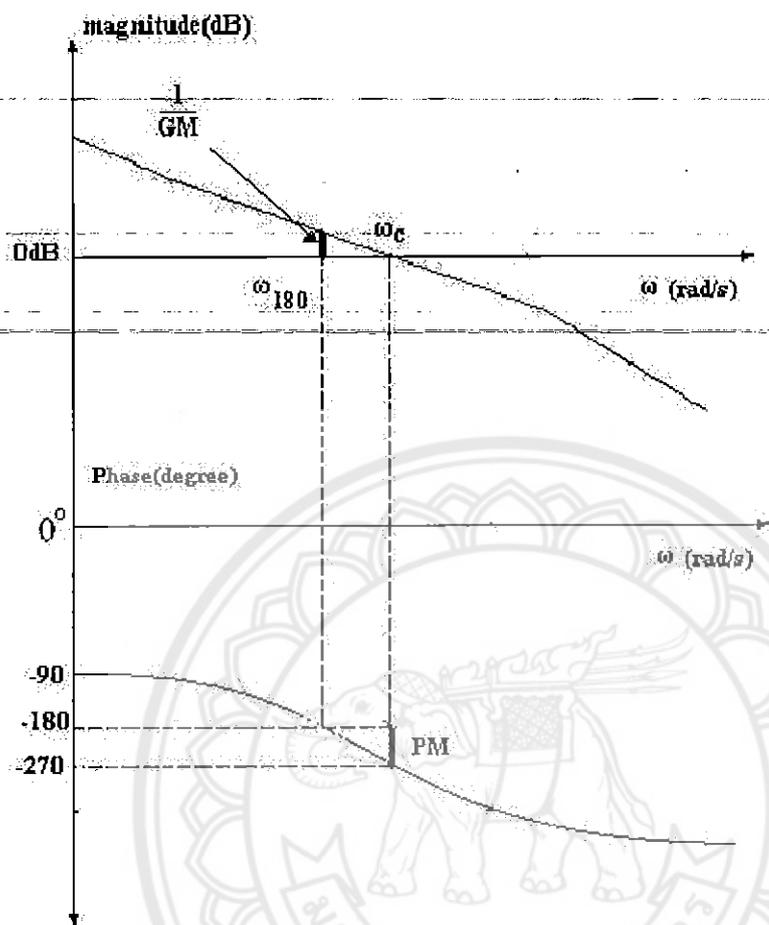
ซึ่งทั้ง A, B, C, D เป็นเมตริกซ์ค่าคงที่

2.3 ขอบเขตอัตราขยายและขอบเขตมุมเฟส (Gain and Phase Margin)

ให้ $L(s) = G(s)K(s)$ เป็นฟังก์ชันถ่ายโอนของวงเปิด รูปที่ 2.2 และ 2.3 แสดงแผนภาพโบเดในกรณีที่มีระบบวงปิดมีเสถียรภาพและขาดเสถียรภาพ ตามลำดับ



รูปที่ 2.2 แผนภาพ โบเดแสดง ขอบเขตของอัตราขยายและขอบเขตมุมเฟส
ในกรณีที่มีระบบวงปิดมีเสถียรภาพ



รูปที่ 2.3 แผนภาพ โบทเดแสดง ขอบเขตของอัตราขยายและขอบเขตมุมเฟส
ในกรณีที่ระบบวงปิดขาดเสถียรภาพ

ขอบเขตอัตราขยาย (Gain margin) สามารถเขียนได้เป็น

$$GM = \frac{1}{|L(j\omega_{180})|}$$

และถ้าคิดเป็นเดซิเบล จะได้ว่า $GM(dB) = -20 \log |L(j\omega_{180})|$ เดซิเบล

โดยที่ ω_{180} คือความถี่เชิงมุมที่มุมตัดขวาง (Phase crossover frequency) เป็นความถี่เชิงมุมที่ทำให้มุมเฟสของวงเปิดของฟังก์ชันถ่ายโอนเท่ากับ -180° เขียนได้เป็น

$$\angle L(j\omega_{180}) = -180^\circ$$

ถ้าพิจารณาในรูปของเดซิเบล ที่ $|L(j\omega_{180})| > 1$ ค่า GM จะมีค่าเป็นลบ และที่ $|L(j\omega_{180})| < 1$ ค่า GM จะมีค่าเป็นบวก ซึ่งถ้าค่าของ GM เป็นบวกจะแสดงว่า วงปิดของระบบมีเสถียรภาพ ในทำนอง

กลับกันถ้าค่าของ GM เป็นลบจะแสดงว่า วงปิดของระบบขาดเสถียรภาพ ค่าขอบเขตอัตราขยาย (Gain margin) เป็นตัวบอกได้ว่าจะสามารถเพิ่มอัตราขยายได้อีกเท่าใดที่จะทำให้ระบบไม่มีเสถียรภาพ

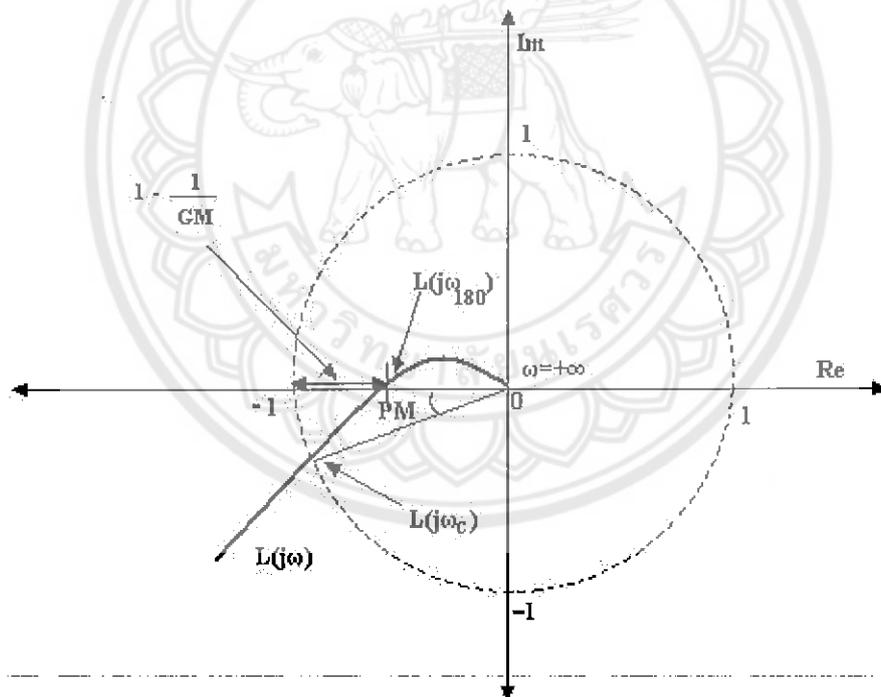
ขอบเขตมุมต่าง (Phase Margin) สามารถเขียนได้เป็น

$$PM = \angle L(j\omega_c) + 180^\circ$$

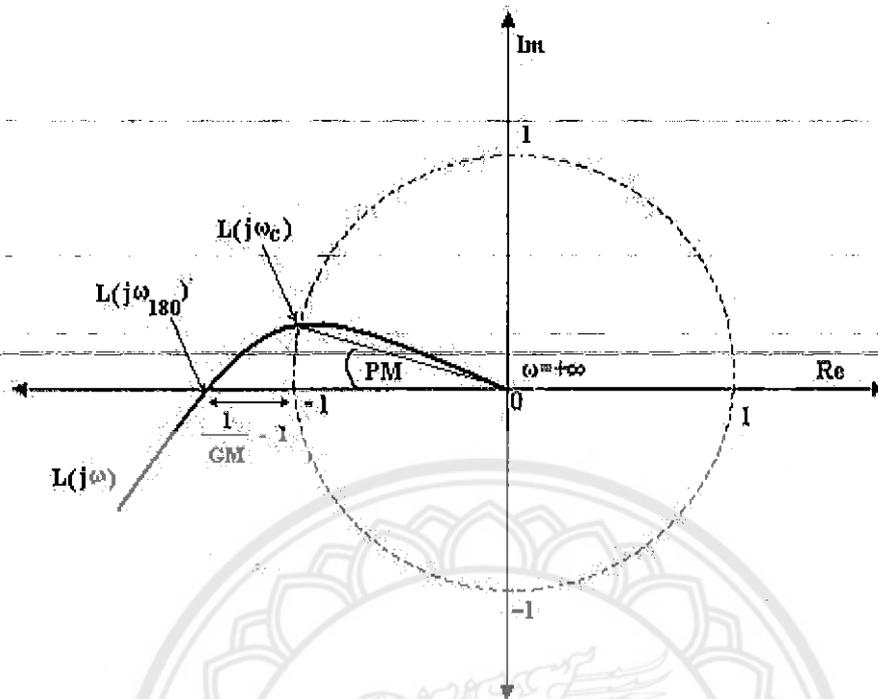
โดยที่ ω_c คือความถี่เชิงมุมที่อัตราขยายตัดขวาง (Gain crossover frequency) เป็นความถี่เชิงมุมที่ทำให้ขนาดของฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดมีค่าเท่ากับ 0 เดซิเบล เขียนได้เป็น

$$|L(j\omega_c)| = 0 \text{ เดซิเบล}$$

การพิจารณาเสถียรภาพของขอบเขตมุมต่างนั้นจะพิจารณาว่า ถ้าขอบเขตมุมต่างมีค่าเป็นลบ วงปิดของระบบจะไม่มีเสถียรภาพ และในทำนองตรงกันข้ามถ้าขอบเขตมุมต่างมีค่าเป็นบวก วงปิดของระบบจะมีเสถียรภาพ ซึ่งขอบเขตมุมต่าง (Phase Margin) เป็นค่าที่บอกได้ว่าจะสามารถลดมุมเฟสได้อีกเท่าใดที่จะทำให้ระบบไม่มีเสถียรภาพ มีขอบเขตมุมต่างเป็นลบ



รูปที่ 2.4 กราฟของไนควิสต์แสดงขอบเขตอัตราขยายและมุมเฟสในกรณีที่ระบบวงปิดมีเสถียรภาพ



รูปที่ 2.5 กราฟของไนควิสต์แสดงขอบเขตอัตราขยายและมุมเฟสใน กรณีที่ระบบวงปิดขาดเสถียรภาพ

พิจารณาเสถียรภาพของกราฟไนควิสต์ในรูปที่ 2.4 ซึ่งเป็นกราฟไนควิสต์ของวงปิดของระบบที่มีเสถียรภาพซึ่งจะเห็นได้ว่าเส้นกราฟของวงเปิดฟังก์ชันถ่ายโอนไม่ล้อมรอบ -1 โดยระยะจากจุดกำเนิดถึงจุดที่เส้นกราฟตัดกับแกนจริงด้านลบ กำหนดให้เป็นส่วนกลับของขอบเขตอัตราขยาย ($\frac{1}{GM}$) จะเห็นได้ว่า ยังคงเหลือระยะที่จะทำให้เส้นกราฟล้อมรอบ -1 เป็น $1 - \frac{1}{GM}$ ดังนั้นยิ่งขอบเขตอัตราขยายยิ่งมากเสถียรภาพของระบบก็จะยิ่งมากขึ้นด้วย ส่วนมุมที่เกิดจากการลากเส้นจากจุดกำเนิดไปถึงจุดที่เส้นกราฟตัดกับวงกลมหนึ่งหน่วยสมมติ เทียบกับเส้นแกนจริงด้านลบกำหนดให้เป็นขอบเขตของมุมเฟส จะสังเกตเห็นว่ายิ่งถ้าเพิ่มมากขึ้นขอบเขตของมุมเฟส โอกาสที่เส้นกราฟจะล้อมรอบ -1 ก็มีน้อยลงหรือเสถียรภาพของระบบก็จะยิ่งมีมากขึ้นด้วย

พิจารณาเสถียรภาพของกราฟไนควิสต์ในรูปที่ 2.5 ซึ่งเป็นกราฟของฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดของระบบที่ขาดเสถียรภาพ จะเห็นได้ว่าเส้นกราฟของวงเปิดฟังก์ชันถ่ายโอนล้อมรอบ -1 โดยในระยะจากวงกลมหนึ่งหน่วยสมมติถึงจุดที่กราฟมีการตัดกับแกนจริง มีค่าเป็น $\frac{1}{GM} - 1$ ซึ่งการที่จะทำให้เกิดเสถียรภาพจะต้องให้ $\frac{1}{GM} - 1 < 0$ หรือให้ $GM > 1$ และเมื่อพิจารณาที่ขอบเขตมุมเฟสจะมีค่าติดลบ

ดังนั้นการที่จะให้ระบบมีเสถียรภาพนั้นควรมีการเพิ่มมุมเฟสจนทำให้มีค่าเป็นบวก ซึ่งจะทำให้เส้นกราฟของ $L(j\omega)$ ไม่ไปล้อม -1 ที่แกนจริงด้านลบ

2.4 การจัดสรรฐานวงรอบ (Loop shaping)

การจัดสรรฐานวงรอบ เป็นวิธีที่ใช้ในการออกแบบระบบควบคุมชนิดหนึ่ง ซึ่งการจัดสรรฐานวงรอบ ใช้ฟังก์ชันถ่ายโอนแบบเปิดในการวิเคราะห์และออกแบบตัวควบคุมโดยจะศึกษาในโดเมนความถี่เป็นหลัก วิธีการจัดสรรฐานวงรอบ นั้นนอกจากจะทำให้ระบบมีเสถียรภาพและสมรรถนะที่ดีแล้ว เทคนิคนี้ยังสามารถทำให้ผลตอบ สนองวงปิดมีความคงทนต่อสัญญาณรบกวน หรือความไม่แน่นอนที่มีต่อระบบได้

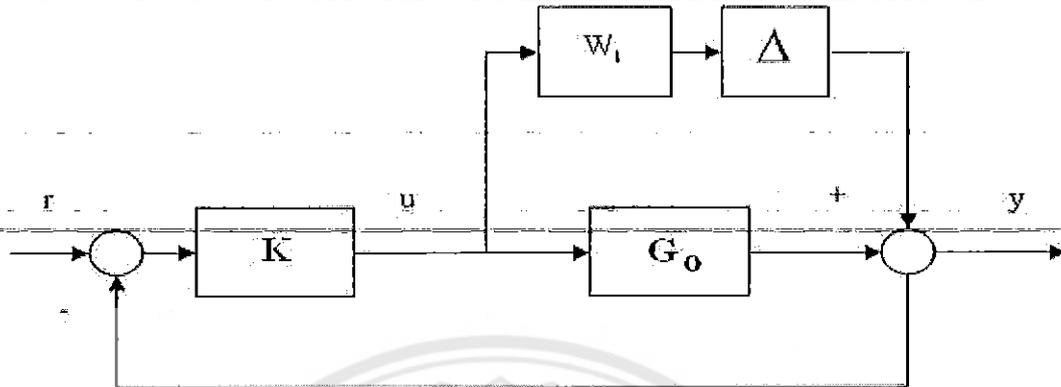
2.4.1 ความไม่แน่นอน (Uncertainty)

ในการออกแบบระบบควบคุมที่ดีนั้น จำเป็นที่จะต้องศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical model) ซึ่งในทางปฏิบัติ เราไม่สามารถที่จะจำลองระบบจริงทางกายภาพมาเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องแม่นยำ ในหลายกรณี ระบบจริงทางกายภาพมีความไม่เชิงเส้น หรือมีสัญญาณรบกวน รวมไปถึงความถี่หรือของระบบ โดยที่สิ่งต่าง ๆ เหล่านี้ เราจะเรียกรวม ๆ ว่า “ความไม่แน่นอนของระบบ” บางครั้งเราไม่สามารถนำมาจำลองความไม่แน่นอนของระบบในเชิงคณิตศาสตร์ได้

ด้วยเหตุนี้ การออกแบบระบบควบคุมในสมัยก่อน จึงเกิดคำผิดพลาดขึ้นได้ค่อนข้างสูง อย่างไรก็ตาม ถ้าเราศึกษาผลกระทบจากความไม่แน่นอนต่าง ๆ เหล่านี้ ผลที่ได้จากการออกแบบจะมีความถูกต้องแม่นยำสูงขึ้น แต่อย่างไรก็ตาม แม้ว่าความไม่แน่นอนนี้จะไม่สามารถบรรยายด้วยสมการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเด่นชัด เรายังมีวิธีการศึกษาผลกระทบของความไม่แน่นอนเหล่านี้ ดังจะกล่าวได้ดังนี้

ถ้าเราสมมติให้ระบบที่จะควบคุมเริ่มต้น (Nominal plant) คือ G_0 ซึ่งก็คือแบบจำลองคณิตศาสตร์ที่จำลองมาจากสมการต่าง ๆ โดยมีได้รวมถึงความไม่แน่นอนของระบบ อันได้แก่สัญญาณรบกวน ความไม่เชิงเส้น เป็นต้น ฉะนั้นระบบที่จะควบคุมที่เกิดขึ้นจริง (Actual plant) จึงขึ้นอยู่กับระบบเริ่มต้น G_0 และความไม่แน่นอนของระบบ Δ ซึ่งเขียนแทนด้วย $G = f(G_0, \Delta)$ โดยให้ความไม่แน่นอน Δ (Uncertainty) อยู่ในเซต $\underline{\Delta} = \{\Delta(j\omega) : |\Delta(j\omega)| \leq 1, \forall \omega\}$ โดยทั่วไปแล้ว แบบจำลองของความไม่แน่นอนจะจำแนกออกเป็นสี่ประเภทด้วยกันคือ

1.แบบจำลองความไม่แน่นอนแบบบวก (Additive uncertainty model)



รูปที่ 2.6 แผนผังกล่องของแบบจำลองความไม่แน่นอนแบบบวก (Additive uncertainty model)

จากรูปมีสมการเป็น $G = G_0 + \Delta W_1$

โดยที่

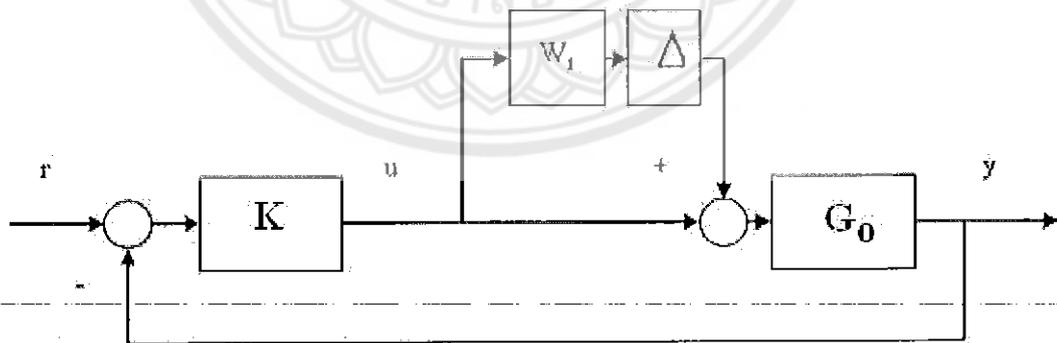
W_1 คือ ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก (Weighting function)

G_0 คือ ระบบที่เป็นจำลองทางคณิตศาสตร์ (Nominal plant)

G คือ ระบบจริงที่ต้องการควบคุม (Actual plant)

Δ คือ ความไม่แน่นอนของระบบ (Uncertainty)

2.แบบจำลองความไม่แน่นอนแบบคูณด้านสัญญาณขาเข้า (Input multiplicative uncertainty model)



รูปที่ 2.7 แผนผังกล่องของแบบจำลองความไม่แน่นอนแบบคูณด้านสัญญาณขาเข้า

(Input multiplicative uncertainty model)

จากรูปมีสมการเป็น $G = G_0(I + \Delta W_1)$

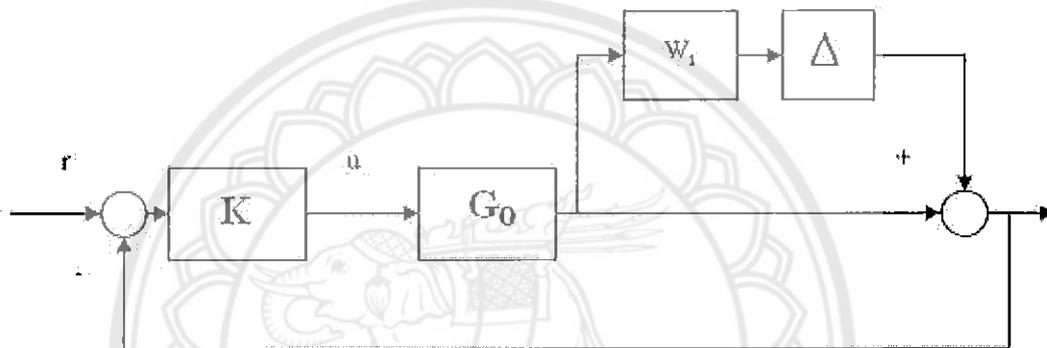
โดยที่ W_1 คือ ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก (Weighting function)

G_0 คือ ระบบที่เป็นจำลองทางคณิตศาสตร์ (Nominal plant)

G คือ ระบบจริงที่ต้องการควบคุม (Actual plant)

Δ คือ ความไม่แน่นอนของระบบ (Uncertainty)

3.แบบจำลองความไม่แน่นอนแบบคูณด้านสัญญาณขาออก (Output multiplicative uncertainty model)



รูปที่ 2.8 แผนผังกล่องของแบบจำลองความไม่แน่นอนแบบคูณด้านสัญญาณขาออก (Output multiplicative uncertainty model)

จากรูปมีสมการเป็น $G = (I + \Delta W_1)G_0$

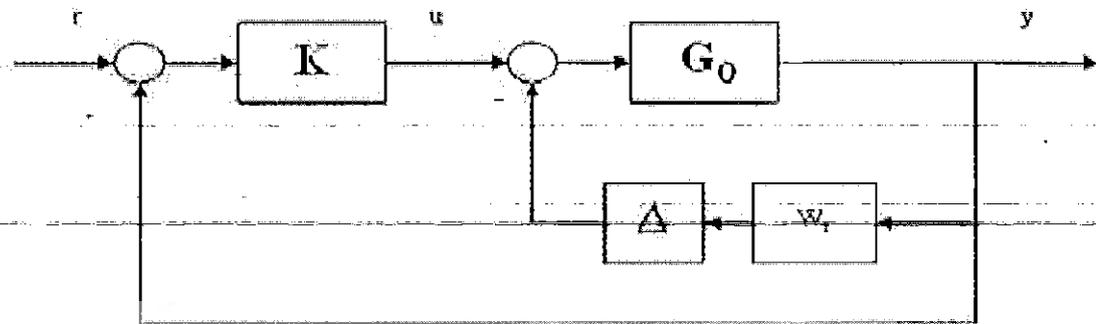
โดยที่ W_1 คือ ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก (Weighting function)

G_0 คือ ระบบที่เป็นจำลองทางคณิตศาสตร์ (Nominal plant)

G คือ ระบบจริงที่ต้องการควบคุม (Actual plant)

Δ คือ ความไม่แน่นอนของระบบ (Uncertainty)

4.แบบจำลองความไม่แน่นอนแบบป้อนกลับ (Feedback uncertainty model)



รูปที่ 2.9 แผนผังกล่องของแบบจำลองความไม่แน่นอนแบบป้อนกลับ
(Feedback uncertainty model)

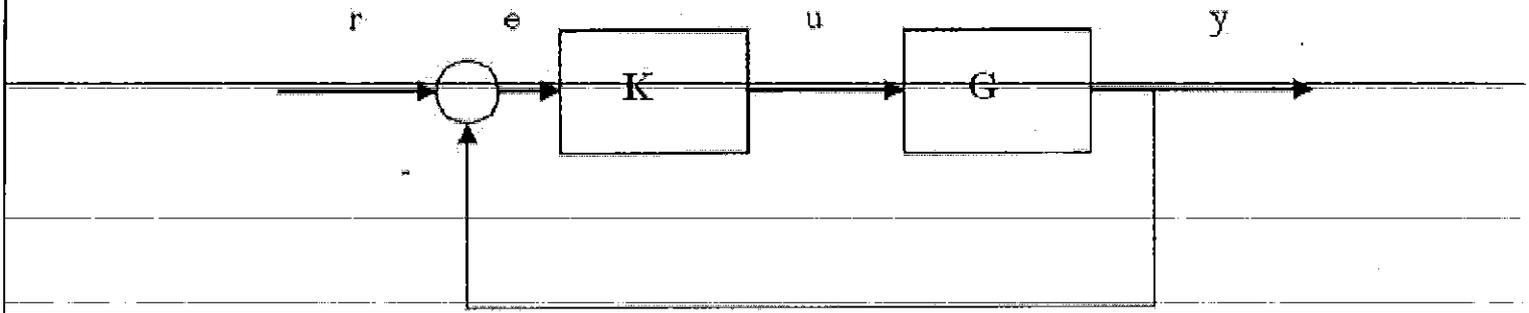
จากรูปมีสมการเป็น $G = G_0(I + \Delta W_1 G_0)^{-1}$
โดยที่ W_1 คือ ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก (Weighting function)
 G_0 คือ ระบบที่เป็นจำลองทางคณิตศาสตร์ (Nominal plant)
 G คือ ระบบจริงที่ต้องการควบคุม (Actual plant)
 Δ คือ ความไม่แน่นอนของระบบ (Uncertainty)

จากแบบจำลองความไม่แน่นอนข้างต้น การที่จะหาค่า W_1 ควรมีการพิจารณาให้เหมาะสมกับระบบ ที่จะควบคุมเพราะการเลือกแบบจำลองความไม่แน่นอนนั้นมีผลต่อการควบคุมระบบทั้งหมด

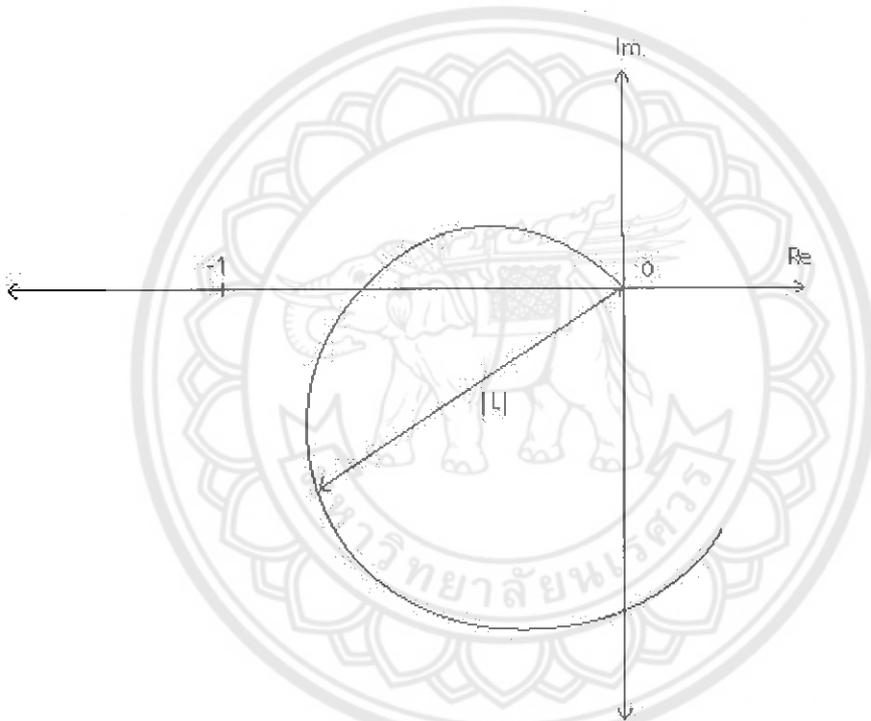
2.4.2 ปัญหาการออกแบบควบคุม

การออกแบบควบคุมระบบนั้นต้องการตัวควบคุม K ที่เหมาะสมกับระบบที่ควบคุม การหาค่า K นั้นจะต้องคำนึงถึงหลักต่อไปนี้

- 1.เสถียรภาพเริ่มต้น (Nominal stability) พิจารณารูปที่ 2.10 ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบในรูปดังกล่าวคือ $\frac{GK}{1+GK}$ ดังนั้นเสถียรภาพเริ่มต้นคือ การที่รากทุกรากของสมการคุณลักษณะ $1+KG=0$ จะต้องไม่มีรากอยู่ด้านขวามือของระนาบเชิงซ้อน ฉะนั้น $|K(j\omega)G(j\omega)| < 1 \quad \forall \omega$ เพื่อที่จะทำให้ระบบเสถียรคือ ไม่มีการตัดหรือล้อมรอบจุด -1 ดังรูปกราฟไนควิสต์ (Nyquist)

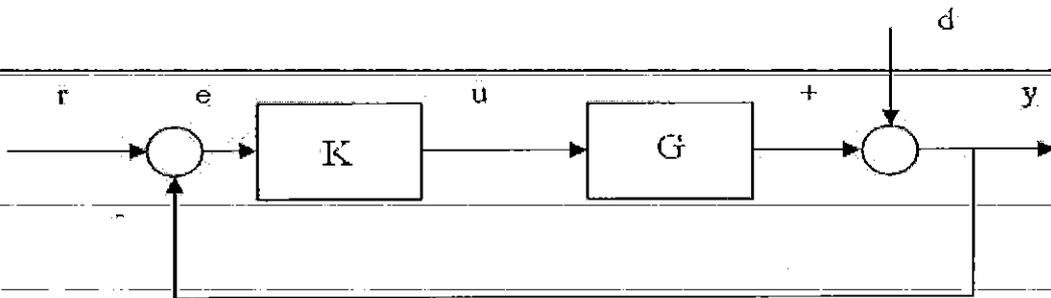


รูปที่ 2.10 แผนผังกล่องของตัวอย่างเสถียรภาพเริ่มต้น



รูปที่ 2.11 กราฟไนควิสต์ (Nyquist) ของเสถียรภาพเริ่มต้น $|L| = |KG|$

2. สมรรถนะเริ่มต้น (Nominal performance) พิจารณาจากรูปที่ 2.12



รูปที่ 2.12 แผนผังกล่องของตัวอย่างสมรรถนะเริ่มต้น

จากรูปข้างต้นมีสมการของสัญญาณขาออกคือ $y = \frac{1}{1+KG}d + \frac{KG}{1+KG}r$

กำหนดให้ S คือฟังก์ชันความไว (Sensitivity function) ซึ่งนิยามมาจาก $S = \frac{E(s)}{R(s)}$ ดังนั้นจะได้

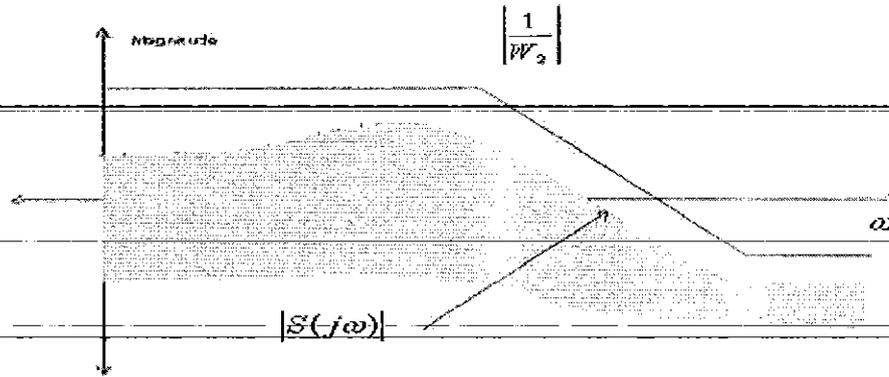
ว่า $S = \frac{1}{1+KG}$ และหากเราให้ T คือฟังก์ชันเติมเต็มความไว (Complementary sensitivity function)

นั่นคือ $S+T=1$ จะได้ว่า $T = \frac{KG}{1+KG}$ ดังนั้นสัญญาณขาออก สามารถเขียนได้เป็น $y = Sd + Tr$

ลักษณะเฉพาะทั่วไปของสมรรถนะเริ่มต้น

- มีเสถียรภาพ
- สามารถกำจัดสัญญาณรบกวนได้
- สามารถควบคุมได้ตลอด
- ต้องการให้ S มีขนาดน้อยกว่า $\left| \frac{1}{W_2} \right|$ โดยที่ W_2 คือ ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่ใช้สำหรับ

กำหนดสมรรถนะของระบบ ตามสมการ $|W_2(j\omega)S(j\omega)| < 1, \forall \omega$ โดยมีแผนภาพโบเด (Bode) เป็น



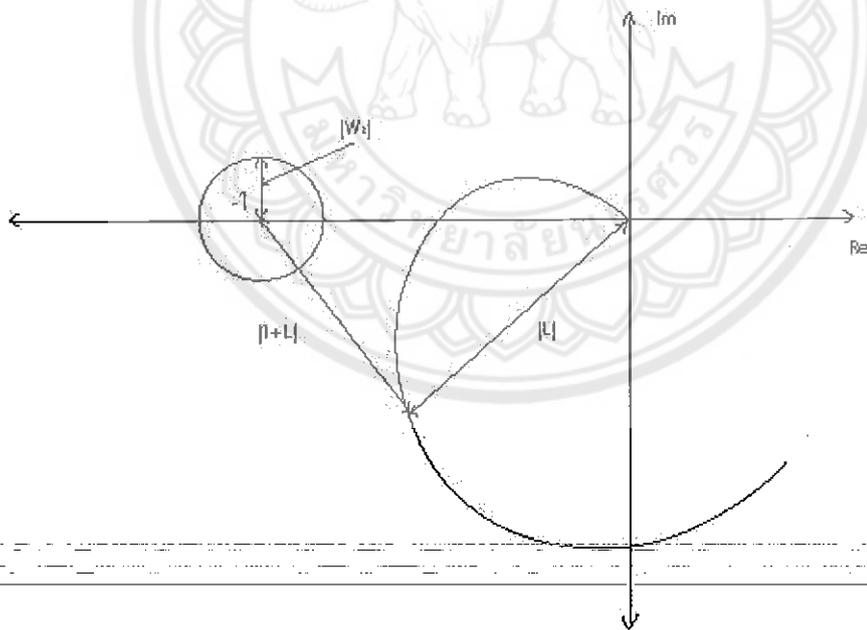
รูปที่ 2.13 กราฟโบเด (Bode) ของ S ที่มีขอบเขตเป็น $\frac{1}{W_2}$

จาก $|W_2(j\omega)S(j\omega)| < 1, \forall \omega$ จะได้ว่า

$$\left| \frac{W_2(j\omega)}{1+L(j\omega)} \right| < 1, \forall \omega \Rightarrow |W_2(j\omega)| < |1+L(j\omega)|, \forall \omega$$

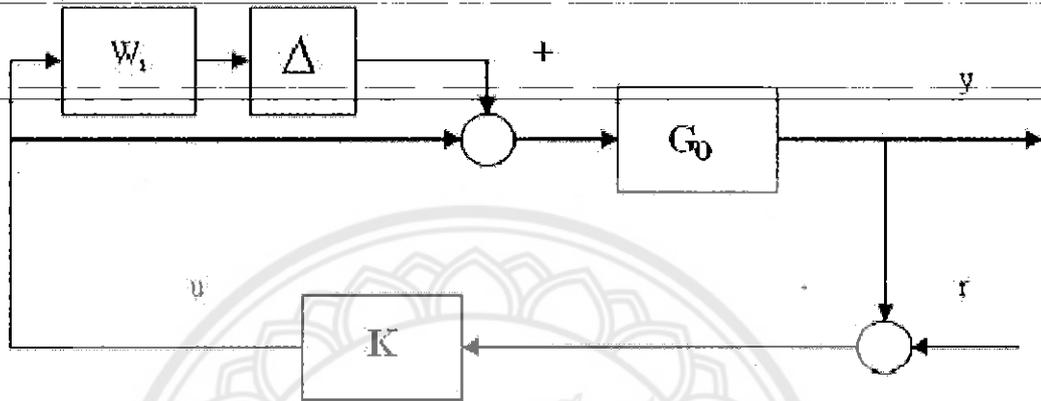
โดยที่ $L(j\omega) = G(j\omega)K(j\omega)$

จากนั้นนำสมการที่ได้ไปวาดกราฟไนควิสต์ (Nyquist) ได้ดังนี้

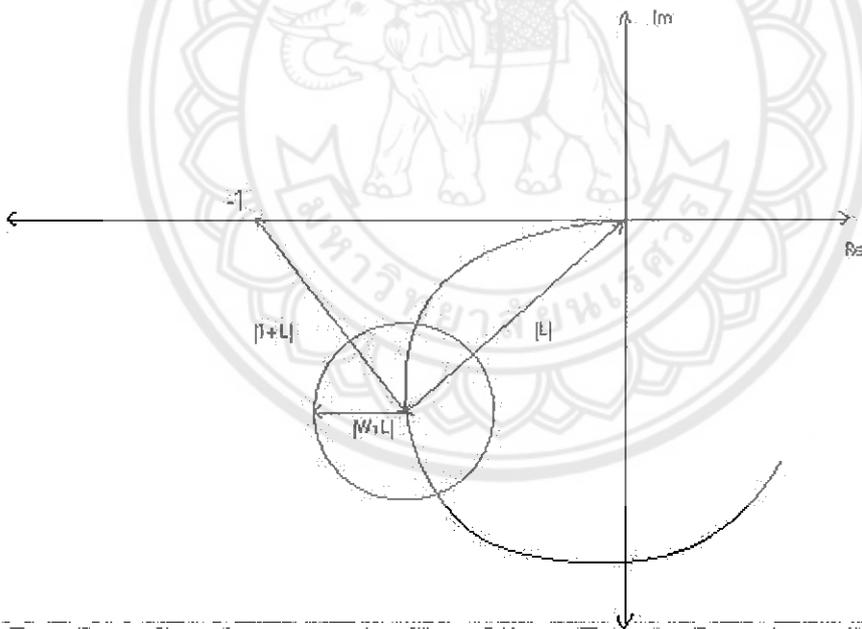


รูปที่ 2.14 กราฟไนควิสต์ (Nyquist) ของสมรรถนะเริ่มต้น

3. เสถียรภาพคงทน(Robust stability) คือระบบต้องมีเสถียรภาพเริ่มและเมื่อระบบมีการเปลี่ยนแปลงภายใน กล่าวคือมีความไม่แน่นอนของระบบ $\Delta(\|\Delta\| < \gamma)$ เกิดขึ้น และระบบโดยรวมยังคงรักษาเสถียรภาพไว้ได้ โดยมีแบบจำลองระบบและมีกราฟไนควิสต์ (Nyquist) ดังนี้



รูปที่ 2.15 แผนผังกล่องของแบบจำลองระบบสำหรับเสถียรภาพคงทน



รูปที่ 2.16 กราฟไนควิสต์ (Nyquist) เสถียรภาพคงทน

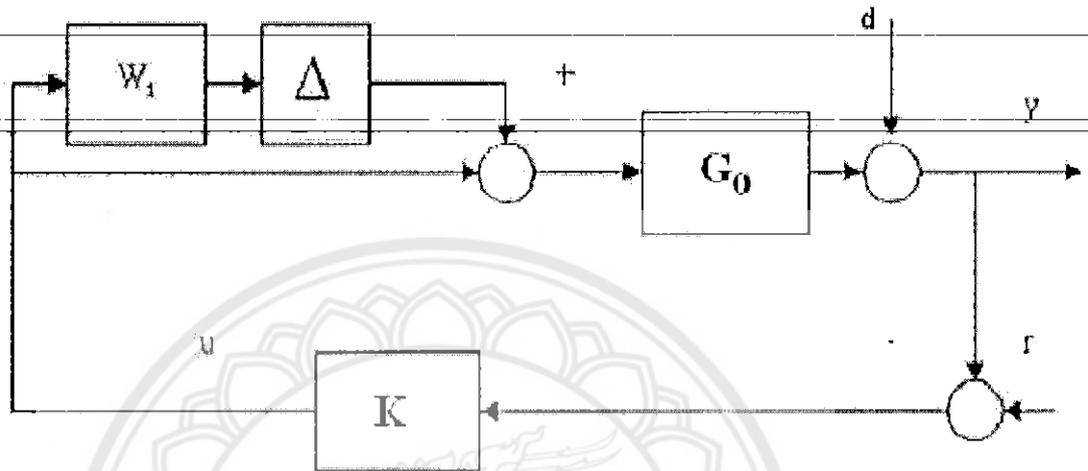
จากกราฟไนควิสต์ (Nyquist) จะได้สมการ $|W_1(j\omega)L(j\omega)| < |1+L(j\omega)|, \forall \omega$

$$\left| \frac{W_1(j\omega)L(j\omega)}{1+L(j\omega)} \right| < 1, \forall \omega$$

$$\therefore |W_1(j\omega)T(j\omega)| < 1, \forall \omega$$

4. สมรรถนะคงทน (Robust performance) คือ ระบบจะต้องมีเสถียรภาพคงทนและเมื่อมีสัญญาณรบกวนจากภายนอกระบบยังคงมีสมรรถนะที่ดี โดยมีแบบจำลองระบบและมีกราฟไนควิสต์ (Nyquist)

ดังนี้



รูปที่ 2.17 แผนผังกล่องของแบบจำลองระบบสำหรับสถานะภาพคงทน

จากแบบจำลองเขียนสมการได้ดังนี้ $G = G_0(I + \Delta W_1)$ จาก $L = KG$

$$\text{และ } S = \frac{1}{1+KG} = \frac{1}{1+L} \Rightarrow \therefore S_G = \frac{1}{1+L_G} \text{ เมื่อ } L_G = L(I + \Delta W_1)$$

วัตถุประสงค์ของการควบคุมคือต้องการอัตราส่วนของพลังงานของสัญญาณออก y ต่อพลังงานของสัญญาณรบกวน d มีค่าน้อยกว่า 1 ทุก ๆ ค่าของ Δ ฉะนั้นจะได้สมการ $|W_2(j\omega)S_G(j\omega)| < 1, \forall \omega$

$$\begin{aligned} \text{จาก } \max_{\omega} |W_2 S_G| &= \max_{\omega} \left| \frac{W_2}{1+L(I+\Delta W_1)} \right| = \max_{\omega} \frac{|W_2|}{|1+L+\Delta W_1 L|} \\ &= \frac{|W_2|}{|1+L| - |\Delta W_1 L|} \text{ เมื่อ } |1+L| - |\Delta W_1 L| \leq |1+L+\Delta W_1 L| \\ &= \frac{|W_2|}{|1+L| - |W_1 L|} \text{ เนื่องจาก } |\Delta| \leq 1 \end{aligned}$$

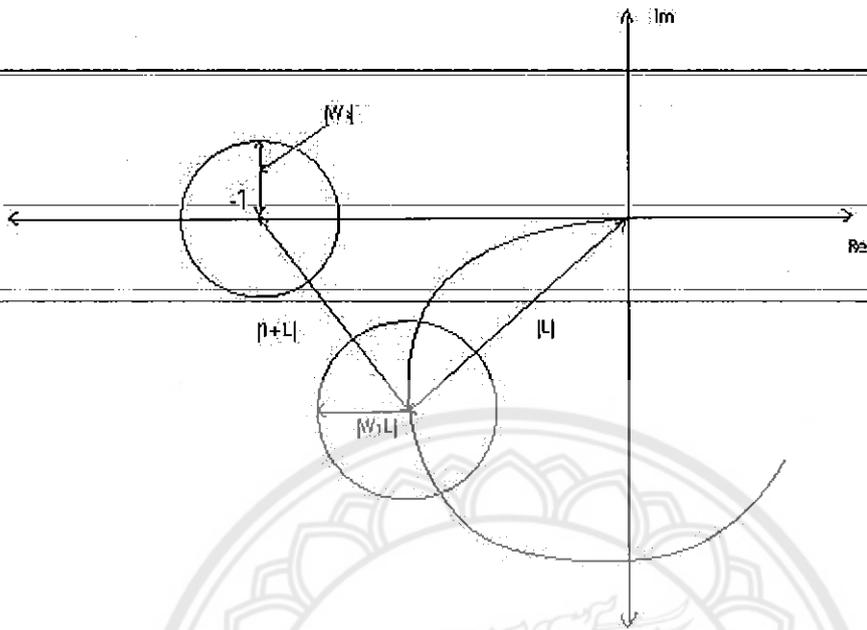
จากเงื่อนไขของสมรรถนะคงทน $\frac{|W_2|}{|1+L| - |W_1 L|} < 1, \forall \omega$

$$|W_2| - |1+L| + |W_1 L| < 0$$

$$\left| \frac{W_2}{1+L} \right| + \left| \frac{W_1 L}{1+L} \right| < 1$$

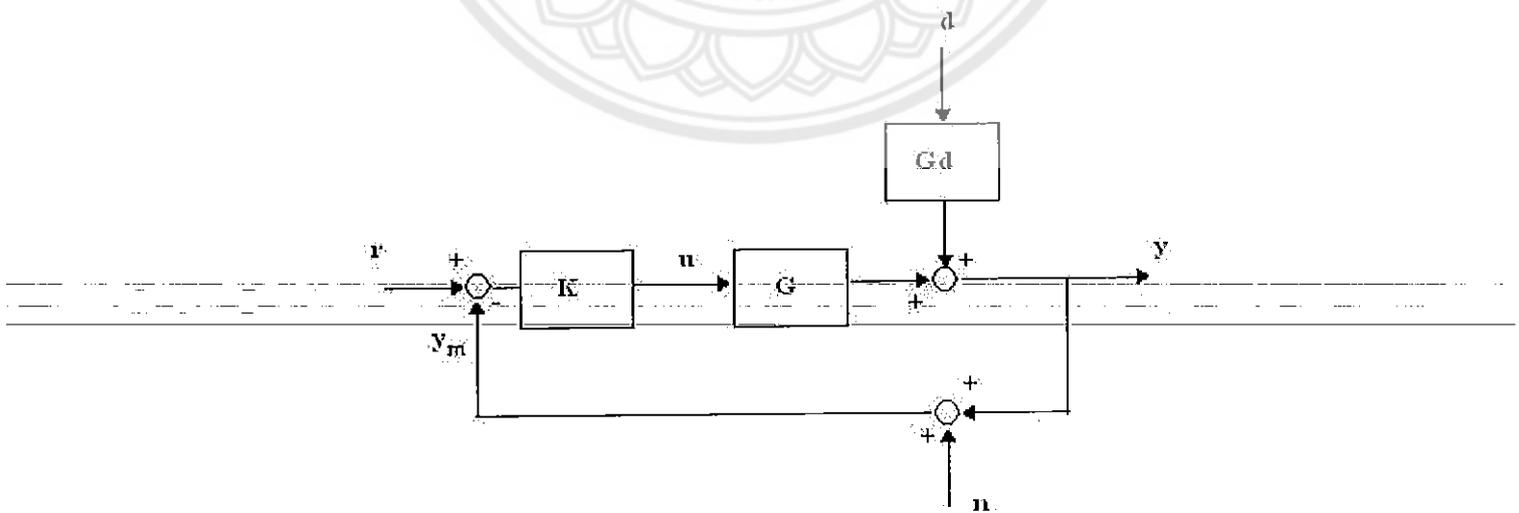
$$\therefore |W_1 T| + |W_2 S| < 1, \forall \omega$$

สามารถเขียนกราฟไนควิสต์ (Nyquist) ได้ดังนี้



รูปที่ 2.18 กราฟไนควิสต์ (Nyquist) สมรรถนะคงทน

2.4.3 ความไม่สมบูรณ์แบบของฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิด



รูปที่ 2.19 ตัวควบคุมองศาเสรีเป็นหนึ่ง (One degree of-freedom Controller :1-DOF)

พิจารณาจากตัวอย่างในรูปที่ 2.19 ซึ่งเป็นระบบควบคุมป้อนกลับแบบลบ (Negative feedback) ที่มีตัวควบคุมอิสระเป็นหนึ่ง (One degree of freedom Controller :1-DOF) โดยมีสัญญาณขาเข้าที่ตัวควบคุมเป็น $r-y_m$ โดยที่ $y_m=y+n$, n คือสัญญาณรบกวนความถี่สูง(noise) ดังนั้นจะได้ว่าสัญญาณขาเข้าตัวระบบ(u) คือ

$$u = K(r - y - n) \quad (2.8)$$

ค่าความผิดพลาดของระบบควบคุม(e)กำหนดให้เป็น

$$e = y - r \quad (2.9)$$

โดยที่ r คือสัญญาณอ้างอิง

จากรูปที่ 2.19 ซึ่งเป็นระบบควบคุมป้อนกลับแบบลบ (Negative feedback) ที่มีตัวควบคุมองศาเสรีเป็นหนึ่ง จะสามารถหาสัญญาณขาออก (y) ได้เป็น

$$y = Gu + G_d d \quad (2.10)$$

จาก สมการที่ (2.8) จะได้ว่า

$$y = GK(r - y - n) + G_d d \quad (2.11)$$

หรืออาจเขียนได้เป็น

$$y = \frac{GK}{1+GK} r + \frac{G_d}{1+GK} d - \frac{GK}{1+GK} n \quad (2.12)$$

กำหนดให้ $L = GK$ คือ ฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิด (Loop transfer function)

$$S = \frac{1}{1+GK} = \frac{1}{1+L} \quad \text{คือ ฟังก์ชันความไว (Sensitivity function)}$$

$$T = \frac{GK}{1+GK} = \frac{L}{1+L} \quad \text{คือ ฟังก์ชันเติมเต็มความไว (Complementary sensitivity$$

function)

สมการที่ (2.12) เขียนใหม่ได้เป็น

$$y = Tr + SG_d d - Tn \quad (2.13)$$

จากค่าความผิดพลาดของระบบควบคุม ในสมการที่ (2.9)

$$\begin{aligned} e &= y - r \\ &= Tr + SG_d d - Tn - r \\ &= -Sr + SG_d d - Tn \end{aligned}$$

$$= -\frac{1}{1+L}r + \frac{1}{1+L}G_d d - \frac{L}{1+L}n \quad (2.14)$$

จากสมการข้างต้นจะพบว่าหากต้องการกำจัดสัญญาณรบกวนความถี่สูงออกจากระบบเราต้อง

ออกแบบให้ L มีค่าต่ำๆ เพราะเมื่อฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดมีค่าต่ำแล้ว $\frac{L}{1+L} \approx 0$ แต่เมื่อให้ ฟังก์ชันถ่าย

โอนวงเปิด มีค่าต่ำพบว่า $\frac{1}{1+L} \approx 1$ เพราะฉะนั้นเราไม่สามารถที่จะกำจัดสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำได้

ในทำนองกลับกันหากเราออกแบบให้ฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดมีค่ามากๆ แล้วพจน์ $\frac{1}{1+L} \approx 0$ ซึ่งจะ

สามารถทำให้เรากำจัดสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำได้ แต่ในขณะเดียวกัน $\frac{L}{1+L} \approx 1$ ซึ่งทำให้สัญญาณ

รบกวนความถี่สูงยังมีผลอยู่ในระบบอยู่ ดังนั้นผู้ออกแบบต้องคำนึงถึงปรากฏการณ์ประเภทนี้ในขณะที

ออกแบบตัวควบคุมเพราะฉะนั้นการออกแบบตัวควบคุมที่เหมาะสมนั้น ต้องพิจารณาว่าผู้ออกแบบมี

วัตถุประสงค์เช่นไร หากต้องการกำจัดสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำและต้องการติดตามสัญญาณอ้างอิง

(Command tracking) ผู้ออกแบบต้องออกแบบให้ฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดมีขนาดมากๆ ในทำนอง

กลับกันหากต้องการกำจัดสัญญาณรบกวนความถี่สูง ผู้ออกแบบต้องคำนวณให้ฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิด

มีขนาดต่ำๆ

ในการพิจารณาสัญญาณควบคุม u หาก u มีขนาดน้อยๆแล้วในทางอุตสาหกรรมถือว่าเป็น

การประหยัดพลังงานและต้นทุน จากรูปที่ 2.19 สมการสัญญาณควบคุมมีค่าเท่ากับ $u = K(r - y_m)$

ต้องการให้สัญญาณควบคุมมีขนาดน้อยๆ ดังนั้นต้องให้ตัวควบคุมมีอัตราขยายที่ต่ำๆซึ่งจากสมการ

ฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิด $L = KG$ การที่ตัวควบคุมมีอัตราขยายที่ต่ำๆจะส่งผลให้ ฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิด

มีขนาดต่ำด้วย

จากข้างต้นสามารถสรุปวัตถุประสงค์ของการออกแบบซึ่งตั้งอยู่บนความไม่สมบูรณ์แบบของ

ระบบควบคุมแบบป้อนกลับ ออกเป็นข้อๆ ได้ดังนี้

1. การตัดออกของสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำ (Disturbance rejection) ต้องการอัตราขยายของตัวควบคุม

มาก ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดมีขนาดสูง

2. การติดตามสัญญาณอ้างอิง(Command tracking) ต้องการอัตราขยายของตัวควบคุมมาก ดังนั้น

ฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดมีขนาดสูง

3. การลดทอนสัญญาณรบกวนความถี่สูง(noise) ต้องการฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิด มีขนาดต่ำ

4. การทำให้สัญญาณควบคุม u มีขนาดต่ำ ต้องการให้ตัวควบคุมมีอัตราขยายน้อย ดังนั้นฟังก์ชันถ่าย

โอนวงเปิดจึงมีขนาดต่ำ

5. เสถียรภาพเริ่มต้น(Nominal stability) ต้องการให้ฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิด มีขนาดต่ำ

6. เสถียรภาพคงทน(Robust stability)สำหรับระบบที่มีเสถียรภาพ ต้องการให้ฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดมีขนาดต่ำ

2.4.4 หลักการพื้นฐานในการออกแบบโดยวิธีการจัดสรรฐานวงรอบ กำหนดฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิด

$$L = KG \quad (2.15)$$

โดยที่ K คือฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม

G คือ ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบที่ต้องการควบคุม

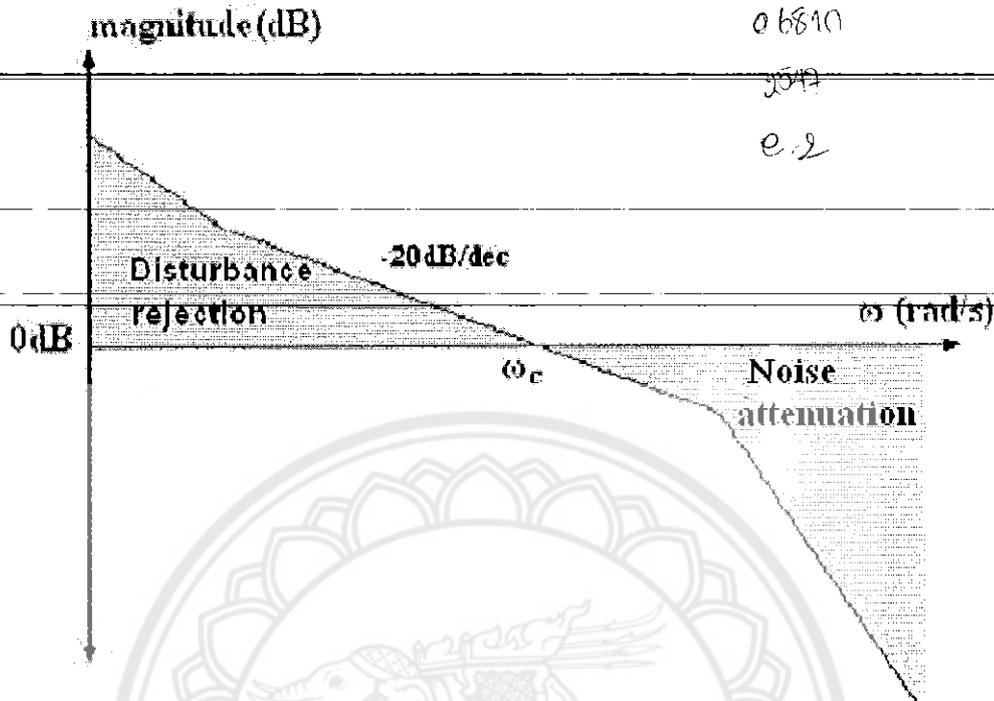
จากแผนภาพ โพลของฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิด การวัดค่าความชันของผลตอบสนองเชิงความถี่ของฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิด พิจารณาได้จากตัวอย่าง เช่น ความชันของฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิด เป็น $N=1$ ซึ่งหมายความว่ามีความชันของฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิด เป็น -20dB/decade ซึ่งเขียนค่าของความชันได้เป็น $-20N \text{ dB/decade}$ และค่าของ N ที่ความถี่สูงเรียกว่า อัตราโรลออฟ(roll-off rate)

การออกแบบ โดยใช้วิธีการจัดสรรฐานวงรอบ สำหรับขนาดของฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดก็ต้องการให้เส้นกราฟขนาดในโพลโคอะแกรม มีความชัน $N=1$ ในช่วงของความถี่ตัดขวาง(ω_c)ที่ $|L(j\omega_c)| = 0 \text{ dB}$ และมีความชันเป็น $N=2$ หรืออัตราโรลออฟเท่ากับ 2 หรือมากกว่านั้น ในช่วงความถี่สูงและในช่วงความถี่ต่ำไม่มีการกำหนดค่าความชันที่ตายตัว แต่ก็ต้องการให้มีค่าความชันตั้งแต่ $N=1$ ขึ้นไป ดังรูปที่ 2.20 และในการออกแบบฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดควรจะให้มีความชันที่ต่ำกว่าด้วย หรือต้องการให้วงเปิดฟังก์ชันถ่ายโอนมีขั้วที่มีค่าเท่ากับ 0 ประกอบอยู่ด้วยเพราะต้องการให้ค่าความผิดพลาดที่สถานะคงตัวมีค่าเป็น 0

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปสิ่งที่มีความต้องการพื้นฐานในการออกแบบฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดได้แก่

- 1.การกำหนดจุดทำงานของระบบซึ่งดูจาก ความถี่อัตราขยายตัดขวาง(Gain crossover frequency: ω_c)ที่ $|L(j\omega_c)| = 0\text{dB}$
- 2.ความชันขนาดของฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดในช่วงความถี่อัตราขยายตัดขวางควรมีความชันเป็น $N=1$ หรือ -20dB/decade และมีความถี่อัตราโรลออฟมากๆ ณ ที่ความถี่สูง และที่ความถี่ต่ำควรมี ความชันอย่างน้อยเป็น $N=1$ หรือมากกว่า ซึ่งขึ้นอยู่กับความต้องการในการกำจัดสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำและการติดตามสัญญาณควบคุม
- 3.ในรูปฟังก์ชันถ่ายโอนควรจะให้มีความชันที่ต่ำกว่าด้วย หรือมีขั้วที่เท่ากับ 0 ประกอบอยู่ด้วย เพราะต้องการให้ ค่าความผิดพลาดที่สถานะคงตัวมีค่าเป็น 0

ปฐ.
06810
2543
e.2



รูปที่ 2.20 แผนภาพโบเดของการจัดสัณฐานวงรอบ

2.4.5 การกำจัดสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำโดยใช้วิธีการจัดสัณฐานวงรอบ (Loop shaping for disturbance rejection)

สมมุติให้สัญญาณรบกวนความถี่ต่ำมีขนาด $|d(\omega)| \leq 1$ ต้องการให้ค่าความผิดพลาดมีขนาดเป็น $|e(\omega)| \leq 1$ หากกำหนดให้ $r=0=n$ แล้วจากรูปที่ 2.19 จะได้ว่า $e = y = SG_d d$ เนื่องจากเราต้องการให้ $|e(\omega)| \leq 1$ จะได้ว่า

$$|S(j\omega)G_d(j\omega)d(j\omega)| \leq |S(j\omega)G_d(j\omega)| \leq 1 \quad \forall \omega$$

นั่นคือ

$$|G_d(j\omega)| \leq |1 + L(j\omega)| \quad \forall \omega \quad (2.16)$$

ในกรณีความถี่ที่ $|G_d| \gg 1$ จะสามารถประมาณได้ว่าต้องให้ $|L| > |G_d|$ และในการออกแบบไม่ควรให้ขนาดของฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดมีค่าที่มากเกินไปเกินกว่าความจำเป็น ดังนั้นจึงควรเลือกฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดให้มีขนาดต่ำๆ ก่อนซึ่งประมาณได้ว่าฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดที่มีขนาดเล็กที่สุดควรเป็น

$$|L_{\min}| = |G_d| \quad (2.17)$$

ซึ่งจาก $L = KG$ ดังนั้นจะได้จะได้ตัวควบคุมที่ต่ำที่สุดควรเป็น

$$|K_{\min}| = |G^{-1}G_d| \quad (2.18)$$

ในการเพิ่มสมรรถนะของระบบควบคุมที่ความถี่ต่ำจะมีการเพิ่มตัวปริพันธ์เข้าไป ซึ่งจะได้

$$|K| = \left| \frac{s + \omega_I}{s} \right| |G^{-1}G_d| \quad (2.19)$$

จากข้างต้นสามารถสรุปเป็นข้อๆ ได้ดังนี้

1. สำหรับการกำจัดสัญญาณความถี่ต่ำควรจะต้องเลือกตัวควบคุมให้มีส่วนประกอบของของฟังก์ชันถ่ายโอนของสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำ (G_d) กับส่วนกลับของระบบที่จะควบคุม (G^{-1})
2. สำหรับสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำที่เข้ามาโดยตรง ที่ขาออกของระบบ ที่ $G_d = 1$ ซึ่งจะได้ $|K_{\min}| = |G^{-1}|$
3. สำหรับสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำที่เข้ามาโดยตรง ที่ขาเข้าของระบบ ดังนั้นเสมือนว่า $G_d = G$ ดังนั้นควรให้ $|K_{\min}| = 1$

ในกรณีที่ได้ $|L| \approx |G_d|$ ในสมการที่ (2.17) ตามความต้องการของวิธีการจัดสรรฐานวงรอบสำหรับฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิด $L(s)$ สามารถเพิ่มเติม ได้ดังนี้

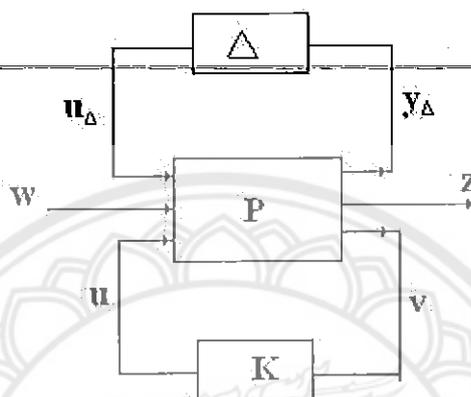
1. ช่วงของความถี่ตัดขวางควรให้ความชันของขนาดรูปฟังก์ชันถ่ายโอนในโบเดไดอะแกรม มีค่าเป็น $N = -1$ หรือ มีความชันเป็น -20 dB/decade
2. เพิ่มอัตราขยาย ที่ความถี่ต่ำ ตามสมการ (2.19) เพื่อปรับปรุงเวลาติดตั้งและค่าความผิดพลาดในสถานะคงตัว คือ ในการใส่ตัวปริพันธ์ที่มีขั้วเท่ากับ 0 จะทำให้ผลตอบสนองเชิงเวลาที่สถานะคงตัวมีความผิดพลาดเป็น 0

2.5 วิธีการจัดสรรฐานวงรอบแบบ H_∞ (H_∞ Loop Shaping)

วิธีการจัดสรรฐานวงรอบ แบบ H_∞ เป็นวิธีการหาระบบควบคุมแบบหนึ่งที่มีการรวมเอาวิธี 2 วิธีเข้าด้วยกันคือ วิธีวิธีการจัดสรรฐานวงรอบและวิธี H_∞ ซึ่งอาจกล่าวได้ว่าเป็นการหาระบบควบคุมแบบวิธีการจัดสรรฐานวงรอบโดยอยู่บนพื้นฐานของวิธี H_∞ เพื่อรับประกันด้านเสถียรภาพคงทน วิธีการจัดสรรฐานวงรอบแบบ H_∞ นี้ถูกพัฒนาขึ้นในปี ค.ศ.1990 โดย เคทซ์ โกลเวอร์ (Keith Glover) และ ดันแคน แม็คฟาร์แลน (Duncan McFarlane) ซึ่งเป็นผู้เชี่ยวชาญด้านระบบควบคุมแบบคงทน ในการออกแบบจะแบ่งออกเป็น 2 ช่วง โดยในช่วงแรกจะเป็นการพิจารณาในทางของ วิธีการจัดสรรฐานวงรอบซึ่งพิจารณาเกี่ยวกับฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดของระบบ แล้วจากนั้นทำการปรับปรุง โดยการใส่ตัวชดเชยก่อนและหลัง (pre-post compensation) เพื่อให้ได้รูปของกราฟขนาดในแผนภาพโบเดตามที่ต้องการ ในช่วงที่สองเป็นการนำเอาฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดที่ได้ใส่ตัวชดเชยไปแล้วจากช่วงแรกมาพิจารณาในปัญหาของ H_∞ เพื่อหาตัวควบคุมที่ครอบคลุมทุกๆค่าของความไม่แน่นอนต่างๆที่มีผลในระบบ

2.5.1 รูปแบบทั่วไปของระบบควบคุมที่มีการรวมแบบจำลองความไม่แน่นอน

รูปแบบทั่วไปของระบบควบคุมที่มีการรวมแบบจำลองความไม่แน่นอนนั้นสามารถเขียนให้อยู่ในรูปแผนผังกล่องได้ดังรูปที่ 2.21



รูปที่ 2.21 รูปแบบทั่วไปของระบบควบคุมที่มีการรวมแบบจำลองความไม่แน่นอน

โดยที่

P ระบบที่ต้องการควบคุม

K คือ ตัวควบคุม

Δ คือ ความไม่แน่นอนที่มีผลกับระบบ

ในที่นี้เพื่อความง่ายเราจะพิจารณาในกรณีที่ความไม่แน่นอนแต่ละชนิดที่เข้ามาในระบบไม่มีความสัมพันธ์กัน ดังนั้นเราจึงสามารถเขียนแทน Δ ด้วยเมตริกซ์เส้นทแยงมุมดังนี้

$$\Delta = \begin{bmatrix} \Delta_1 & & & \\ & \cdot & & \\ & & \cdot & \\ & & & \cdot \\ & & & & \Delta_n \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

ซึ่ง Δ ที่อยู่ในรูปแบบ 2.20 จะเรียกว่าความไม่แน่นอนแบบมีโครงสร้าง (Structured uncertainty) จากรูป

ที่ 2.21 ถ้าเราเขียน P อยู่ในรูป $P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix}$ แล้วจะได้ว่า

$$\begin{bmatrix} z \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

นั่นคือ $z = P_{11}w + P_{12}u$ และ $v = P_{21}w + P_{22}u$

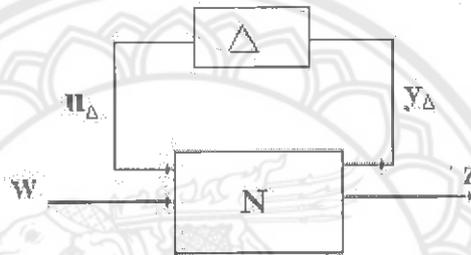
จาก $u = Kv$ จะได้ว่า $v = P_{21}w + P_{22}Kv$ หรือ $v = (I - P_{22}K)^{-1}P_{21}w$

และ $z = P_{11}w + P_{12}Kv$

เพราะฉะนั้นจะเขียนได้เป็น

$$z = [P_{11} + P_{12}(I - P_{22}K)^{-1}P_{21}]w \triangleq Nw \quad (2.23)$$

ดังนั้นเมื่อรวมระบบเข้ากับตัวควบคุมแล้วสามารถลดรูปได้เป็นดังรูปที่ 2.22



รูปที่ 2.22 โครงสร้าง ΔN

และถ้าเราเขียน $N = P_{11} + P_{12}(I + P_{22})^{-1}P_{21}$ ให้อยู่ในรูปของ $N = \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix}$ แล้วจะได้ว่า

$$\begin{bmatrix} y_\Delta \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_\Delta \\ w \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

นั่นคือ $y_\Delta = N_{11}u_\Delta + N_{12}w$ และ $z = N_{21}u_\Delta + N_{22}w$

จาก $u_\Delta = \Delta y_\Delta$

จะได้ว่า $y_\Delta = N_{11}\Delta y_\Delta + N_{12}w$ หรือ $y_\Delta = (I - N_{11}\Delta)^{-1}N_{12}w$

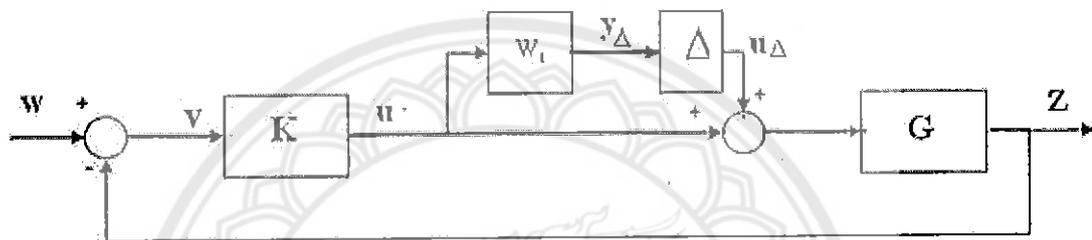
และจาก $z = N_{21}u_\Delta + N_{22}w$ จะได้ $z = N_{21}\Delta y_\Delta + N_{22}w$

เพราะฉะนั้นได้ $z = [N_{21}\Delta(I - N_{11}\Delta)^{-1}N_{12} + N_{22}]w \triangleq Fw$

ในการวิเคราะห์เสถียรภาพของ F ในโครงสร้าง ΔN จะสามารถจัดให้อยู่ในรูปของโครงสร้าง $M\Delta$ จากสมการที่ 2.22 เราพบว่าถ้าเราเขียน $\Delta y_\Delta = Mu_\Delta$

แล้วเราจะได้ M คือ N_{11} นั่นเอง ซึ่งก็คือฟังก์ชันถ่ายโอนจากสัญญาณขาเข้าถึงสัญญาณขาออกของแผนผังกล่องความไม่แน่นอน

- ตัวอย่าง การหารูปแบบทั่วไปของระบบควบคุมที่มีการรวมแบบจำลองความไม่แน่นอน โดยจะยกตัวอย่างเป็น แบบจำลองความไม่แน่นอนแบบคูณด้านสัญญาณขาเข้า (Input multiplicative uncertainty model) ดังรูปที่ 2.23



รูปที่ 2.23 แบบจำลองความไม่แน่นอนแบบคูณด้านสัญญาณขาเข้า (Input multiplicative uncertainty model)

จากรูปได้

$$y_{\Delta} = uW_1$$

$$z = G(u_{\Delta} + u)$$

$$v = w - z = w - Gu_{\Delta} - uG$$

สามารถหาความสัมพันธ์ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} y_{\Delta} \\ z \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \vdots & W_1 \\ G & 0 & \vdots & G \\ -G & 1 & \vdots & -G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{\Delta} \\ w \\ u \end{bmatrix} \triangleq P \begin{bmatrix} u_{\Delta} \\ w \\ u \end{bmatrix}$$

เมื่อแบ่งเมตริกซ์ P ออกเป็น $P_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ G & 0 \end{bmatrix}$, $P_{12} = \begin{bmatrix} W_1 \\ G \end{bmatrix}$, $P_{21} = \begin{bmatrix} -G & 1 \end{bmatrix}$, $P_{22} = \begin{bmatrix} -G \end{bmatrix}$

สามารถจัดให้อยู่ในรูป ΔN โดยใช้ความสัมพันธ์ดังในสมการที่ 2.23 นั่นคือ

$$N = P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21}$$

จะได้

$$N = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ G & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} W_1 \\ G \end{bmatrix} K(I+GK)^{-1} [-G \quad 1]$$

$$N = \begin{bmatrix} \frac{-KGW_1}{(I+KG)} & \vdots & \frac{KW_1}{(I+KG)} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{G-KG^2}{(I+KG)} & \vdots & \frac{KG}{(I+KG)} \end{bmatrix}$$

จาก M มีค่าเท่ากับ N_{11} ดังนั้น จะได้

$$M = \frac{-KGW_1}{(I+KG)}$$

เพื่อเป็นการพิสูจน์ว่า $M = N_{11}$ เป็นจริง ซึ่งจะลองคำนวณหาฟังก์ชันถ่ายโอนจาก u_Δ ไป y_Δ โดยจากรูปเราพบว่า

$$u = K[w - G(u + u_\Delta)]$$

นั่นคือ

$$u = (I + KG)^{-1} \begin{bmatrix} Kw \\ KGu_\Delta \end{bmatrix}$$

ดังนั้นได้

$$y_\Delta = W_1 u$$

$$= W_1 (I + KG)^{-1} [Kw - KGu_\Delta]$$

เมื่อเราต้องการฟังก์ชันถ่ายโอนจาก u_Δ ไป y_Δ เราให้ $w = 0$ เพราะฉะนั้นจะได้ว่า

$$\frac{y_\Delta}{u_\Delta} = \frac{-W_1 KG}{1 + KG}$$

ซึ่งเหมือนกับค่า M ที่ได้จากข้างบน

ทำการรวมพจน์ของ N กับ Δ เข้าด้วยกันเพื่อให้ได้ฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดจาก w ถึง z จาก

$$z = [N_{21}\Delta(I - N_{11}\Delta)^{-1}N_{12} + N_{22}]w \triangleq Fw$$

$$\begin{aligned} \text{ซึ่งพจน์ของ } N_{21}\Delta(I - N_{11}\Delta)^{-1}N_{12} + N_{22} &= \frac{G\Delta}{1+GK} * \frac{1+GK}{1+KGW_1\Delta} * \frac{KW_1}{1+GK} + \frac{GK}{1+GK} \\ &= \frac{GK\Delta W_1}{(1+GK)(1+GK+GKW_1\Delta)} + \frac{GK}{1+GK} \\ &= \frac{GK\Delta W_1 + GK(1+GK+GKW_1\Delta)}{(1+GK)(1+GK+GKW_1\Delta)} \\ &= \frac{GK(1+GK) + GKW_1\Delta(1+GK)}{(1+GK)(1+GK+GKW_1\Delta)} \end{aligned}$$

$$\text{เพราะฉะนั้นได้ } \frac{z}{w} = \frac{GK(1+W_1\Delta)}{(1+GK+GKW_1\Delta)}$$

จากความสัมพันธ์ของสัญญาณขาเข้าและ สัญญาณขาออก กับเมตริกซ์ P สามารถหาฟังก์ชันถ่ายโอนจากสัญญาณขาเข้า w ถึงสัญญาณขาออก z ได้เป็น

$$\begin{aligned} z &= G(u+u_\Delta) \\ &= G(Ky + \Delta y_\Delta) \text{ จาก } u = Ky, u_\Delta = \Delta y_\Delta \\ &= G(Ky + \Delta yKW_1) \text{ จาก } y_\Delta = yKW_1 \\ &= GKy(1+\Delta W_1) \end{aligned}$$

หา y จาก

$$\begin{aligned} y &= w - G(u+u_\Delta) \\ &= w - GKy - \Delta yKW_1 \end{aligned}$$

ได้

$$y = \frac{w}{1+GK+\Delta KW_1}$$

แทน y ใน $z = GKy(1+\Delta W_1)$

ดังนั้นได้

$$z = \frac{GK(1+W_1\Delta)}{1+GK+GKW_1\Delta} w \text{ ซึ่งเป็นฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดของ}$$

ระบบทั้งหมด ซึ่งจะเห็นได้ว่ามีค่าเหมือนกับข้างบน

2.5.2 การจัดให้อยู่รูปแบบบรรทัดฐานของตัวประกอบโคไพรม์ด้านซ้าย (Normalization Left Coprime Factorization)

การจัดให้อยู่รูปแบบบรรทัดฐานของตัวประกอบ โคไพรม์เป็นการแยกฟังก์ชันถ่ายโอนให้อยู่ในรูปของเศษส่วน (Rational function) โดยที่ตัวเศษและตัวส่วนอยู่ในรูปของฟังก์ชันพหุนาม (Polynomial function) โดยที่ไม่มีตัวประกอบร่วมกัน ของเศษและส่วน สมมติให้ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบเป็น G ดังนั้นสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของตัวประกอบ โคไพรม์ด้านซ้ายของ G ได้เป็น

$$G(s) = M(s)_l^{-1} N(s)_l \quad (2.25)$$

$$\text{โดยที่ } M_l M_l^* + N_l N_l^* = I \quad ; \quad X^* \text{ คือ } X^T(-j\omega) \quad (2.26)$$

เนื่องจากการแยกตัวประกอบโคไพรม์ด้านซ้ายโดยตรงมีความยุ่งยากในการหา ดังนั้นจึงมีการจัดตัวประกอบโคไพรม์ให้อยู่ในรูปของตัวแปรซึ่งเป็นเมตริกซ์ค่าคงที่ในปริภูมิสถานะ จากที่ได้มีการพิสูจน์แล้วใน [2] จะได้ตัวประกอบโคไพรม์ด้านซ้าย มีค่าเป็น

$$N_1 \triangleq R^{-\frac{1}{2}} C (sI - A - HC)^{-1} (B + HD) + R^{-\frac{1}{2}} D \quad (2.27)$$

$$M_1 \triangleq R^{-\frac{1}{2}} + R^{-\frac{1}{2}} C (sI - A - HC)^{-1} H \quad (2.28)$$

โดยที่ A, B, C, D คือเมตริกซ์ค่าคงที่ในปริภูมิสถานะ(State space)ของ ระบบ G (ในสมการที่ 2.5)

$$R \triangleq I + DD^T$$

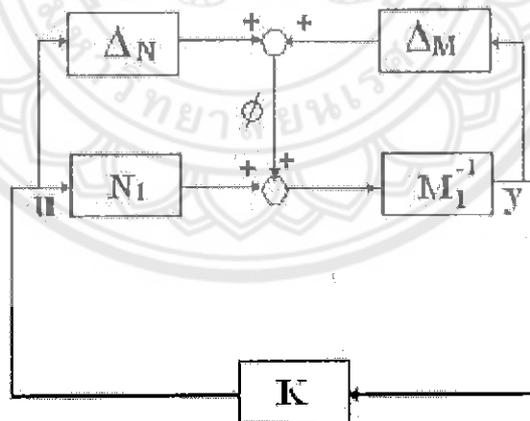
$$H = -(ZC^T + BD^T)R^{-1} \quad \text{ซึ่ง } Z \text{ คือผลเฉลยหนึ่งเดียวของสมการรีคคาติเชิงพีชคณิตสำหรับ}$$

ตัวกรองนัยทั่วไป ในสมการที่ (2.29)

สมการรีคคาติเชิงพีชคณิตสำหรับตัวกรองนัยทั่วไป (Generalized filter algebraic riccati equation : GFARE)

$$(A - BD^T R^{-1} C)Z + Z(A - BD^T R^{-1} C)^T - ZC^T R^{-1} CZ + B(I - D^T R^{-1} D)B^T = 0 \quad (2.29)$$

2.5.3 เสถียรภาพคงทนของตัวประกอบโคไพรม์ด้านซ้าย(Robust stability left coprime factor)



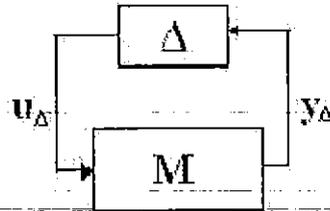
รูปที่ 2.24 แบบจำลองตัวประกอบโคไพรม์ด้านซ้าย

พิจารณาจากรูปที่ 2.24 ซึ่งเป็นแบบจำลองตัวประกอบโคไพรม์ด้านซ้าย ของระบบ โดยมีฟังก์ชันถ่ายโอนบรรทัดฐาน(nominal plant) เขียนเป็นตัวประกอบโคไพรม์ด้านซ้าย ได้

$$G = M_1^{-1} N_1 \quad (2.30)$$

และฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบที่มีความไม่แน่นอนเกิดขึ้น (Perturbed plant) เขียนเป็น

$$G_p = (M_i - \Delta_M)^{-1} (N_i + \Delta_N) \quad (2.31)$$



รูปที่ 2.25 โครงสร้าง ΔM

จากโครงสร้าง ΔM ในรูปที่ 2.25 ซึ่งสามารถทำแบบจำลองตัวประกอบโคไฟรเมด้านซ้ายจัดให้อยู่ในรูปของ ΔM ได้เป็น

$$\Delta = \begin{bmatrix} \Delta_M & \Delta_N \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

$$M = \begin{bmatrix} K(I-GK)^{-1}M_i^{-1} \\ (I-GK)^{-1}M_i^{-1} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

จะแสดงให้เห็นโดยจากรูปที่ 2.24, 2.25 สามารถเขียนได้เป็น

$$\phi = \begin{bmatrix} \Delta_N & \Delta_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ y \end{bmatrix}$$

$$y_\Delta = Mu_\Delta$$

โดย $y_\Delta = \begin{bmatrix} u \\ y \end{bmatrix}$ และ $u_\Delta = \phi$ หรือเขียนได้เป็น $\begin{bmatrix} u \\ y \end{bmatrix} = M\phi$

จากรูปที่ 2.24 u หาได้จาก $u = Ky$
 $= KM_i^{-1}(\phi + N_i u)$

$$(I - KM_i^{-1}N_i)u = KM_i^{-1}\phi$$

$$u = (I - KG)^{-1}KM_i^{-1}\phi$$

และ y หาได้จาก $y = M_i^{-1}(\phi + N_i u)$

$$= M_i^{-1}(\phi + N_i Ky); \text{ จาก } u = Ky$$

$$= M_i^{-1}\phi + GK_y$$

$$= (I - GK)^{-1}M_i^{-1}\phi$$

$$\begin{aligned} \text{เขียนได้เป็น } \begin{bmatrix} u \\ y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} (1-KG)^{-1}KM_i^{-1} \\ (1-GK)^{-1}M_i^{-1} \end{bmatrix} \phi \\ &= \begin{bmatrix} K(1-GK)^{-1}M_i^{-1} \\ (1-GK)^{-1}M_i^{-1} \end{bmatrix} \phi \end{aligned}$$

$$\text{จาก } \begin{bmatrix} u \\ y \end{bmatrix} = M\phi \text{ เพราะฉะนั้นจะได้ว่า } M = \begin{bmatrix} K(I-GK)^{-1}M_i^{-1} \\ (I-GK)^{-1}M_i^{-1} \end{bmatrix}$$

จากทฤษฎีอัตราขยายน้อย (Small gain Theorem) ถ้า $\|\Delta M\|_{\infty} < 1$ แล้วระบบจะมีเสถียรภาพ แต่เนื่องจากคุณสมบัติของค่านอร์มอนันต์ (Infinity norm) จะได้ว่า $\|\Delta M\|_{\infty} < \|\Delta\|_{\infty} \|M\|_{\infty}$ เพราะฉะนั้น ถ้า $\|\Delta\|_{\infty} \|M\|_{\infty} < 1$ แล้วระบบจะมีเสถียรภาพเช่นเดียวกัน หรือพูดอีกนัยหนึ่งได้ว่า ถ้า $\|\Delta\|_{\infty} \leq 1$ เพื่อที่จะทำให้ระบบจะมีเสถียรภาพแล้ว $\|M\|_{\infty} < 1$ หรือถ้า $\|\Delta\|_{\infty} < 1$ เพื่อที่จะทำให้ระบบจะมีเสถียรภาพแล้ว $\|M\|_{\infty} \leq 1$

ในคุณสมบัติของเสถียรภาพจะกำหนดให้

$$\|[\Delta_M \ \Delta_N]\|_{\infty} < \varepsilon ; \varepsilon > 0 \quad (2.34)$$

ดังนั้นจะได้

$$\left\| \begin{bmatrix} K(I-GK)^{-1}M_i^{-1} \\ (I-GK)^{-1}M_i^{-1} \end{bmatrix} \right\|_{\infty} < \frac{1}{\varepsilon} \quad (2.35)$$

โดย ε เรียกว่า ขอบเขตเสถียรภาพ (Stability margin) หากำหนดให้ $\varepsilon = \frac{1}{\gamma}$ โดยที่ $\gamma \neq 0$ จาก(2.35)

สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\gamma > \left\| \begin{bmatrix} K(I-GK)^{-1}M_i^{-1} \\ (I-GK)^{-1}M_i^{-1} \end{bmatrix} \right\|_{\infty} \quad (2.36)$$

ต้องการหา γ มีค่าน้อยที่สุดหรือ γ_{\min} โดยที่ K ยังสามารถทำให้ฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดมีเสถียรภาพอยู่นั่นคือ

$$\gamma_{\min} \triangleq \inf_{K \text{ stabilizing}} \left\| \begin{bmatrix} K \\ I \end{bmatrix} (I - GK)^{-1} M_i^{-1} \right\|_{\infty} \quad (2.37)$$

ซึ่งการหาค่า γ_{\min} โดยตรงจากในสมการที่ 2.37 นั้นมีความยุ่งยากมากดังนั้นจึงมีการค่า γ_{\min} จาก

$$\gamma_{\min} = \left(1 - \left\| \begin{bmatrix} \Delta N & \Delta M \end{bmatrix} \right\|_H^2 \right)^{-1/2} = 1 + \rho(XZ)^2 \quad \text{ซึ่งง่ายต่อการคำนวณ}$$

โดยที่ $\left\| \cdot \right\|_H$ คือ ฮานเคิลนอร์ม (Hankel Norm) , $\rho(\cdot)$ คือ รัศมีสเปกตรอล (Spectral Radius) หรือค่าเอเกิน (Eigen Value) มากที่สุด

ซึ่งจะเห็นได้ว่าการหาค่า γ_{\min} ยังคิดตัวแปรได้แก่ X และ Z ซึ่งตัวแปรทั้งสองนี้จะหาได้จากผลเฉลยของสมการรีคคาติ (Riccati equation) ซึ่งได้แก่

-สมการรีคคาติเชิงพีชคณิตสำหรับตัวควบคุมนัยทั่วไป (Generalize Control Algebraic Riccati Equation: GCARE)

$$(A - BS^{-1}D'C)'X + X(A - BS^{-1}D'C) - XBS^{-1}B'X + C'(I - DS^{-1}D)C = 0 \quad (2.38)$$

-สมการรีคคาติเชิงพีชคณิตสำหรับตัวกรองนัยทั่วไป (Generalize Filter Algebraic Riccati Equation: GFARE)

$$(A - BD^T R^{-1}C)Z + Z(A - BD^T R^{-1}C)^T - ZC^T R^{-1}CZ + B(I - D^T R^{-1}D)B^T = 0 \quad (2.39)$$

โดยที่ A, B, C, D คือเมตริกค่าคงที่ในปริภูมิสถานะ (State space) ของ ระบบ G (ในสมการที่ 2.5)

$$R \triangleq I + DD^T, \quad S \triangleq I + D^T D$$

ค่า γ_{\min} ที่หามาได้จะเรียกว่าเป็นค่าที่เหมาะสมที่สุด (Optimal) ซึ่งโดยนัยทั่วไปแล้วจะไม่นิยมใช้ค่า γ_{\min} โดยตรง โดยจะเลือก $\gamma > \gamma_{\min}$ ซึ่งเรียก γ ว่าเป็น ค่าเหมาะสมย่อย (Suboptimal) และจาก [2] จะพบว่าตัวควบคุม K สามารถคำนวณได้จาก

$$K = \left[\begin{array}{c|c} A + BF + \gamma^2 (L^T)^{-1} ZC^T (C + DF) & \gamma^2 (L^T)^{-1} ZC^T \\ \hline B^T X & -D^T \end{array} \right] \quad (2.40)$$

$$\text{โดยที่ } F = -S^{-1}(D^T C + B^T X)$$

$$L = (1 - \gamma^2)I + XZ$$

2.5.4 ขั้นตอนการออกแบบระบบควบคุมโดยวิธีการจัดสัมฐานวงรอบแบบ H_∞ (The H_∞ Loop

Shaping Design Procedure: LSDP)

แบ่งออกเป็น 3 ขั้นตอนหลักๆ ได้แก่

1. ขั้นตอนของวิธีการจัดสัมฐานวงรอบเป็นขั้นตอนที่ทำการเพิ่มสมรรถนะของระบบ โดยในขั้นตอนนี้ จะทำการใส่ตัวชดเชยก่อนและหลัง (Pre-Post compensator: W_1, W_2) ซึ่งตัวชดเชยเหล่านี้จะเข้าไปปรับปรุงให้ฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดมีเส้นโค้งในแผนภาพโพลเดเป็นไปตามที่ต้องการ คือมีความชันเป็น -20dB/decade ณ ช่วงของความถี่ตัดขวาง (ω_c) ที่ความถี่สูงกว่าความถี่ตัดขวางมากๆ ความชันควรมีอัตราโร้ดออฟสูงๆ และที่ความถี่ต่ำกว่าความถี่ตัดขวางมากๆ ควรมีความชันอย่างน้อยเป็น -20dB/decade เมื่อทำการใส่ตัวชดเชยให้ได้ตามที่ต้องการแล้ว นำตัวชดเชยเหล่านั้นรวมเข้ากับตัวระบบ G จากนั้น สมมติให้ เป็นระบบตัวใหม่ซึ่งเขียนได้เป็น

$$G_s = W_1 G W_2 \quad (2.41)$$

ตามรูปที่ 2.26 ก

2. การทำให้มีเสถียรภาพลงท่น (รูปที่ 2.26 ค) คือ นำ G_s มาจัดให้อยู่ในรูปของตัวประกอบโคไฟรรม ด้านซ้าย ซึ่งจากที่อธิบายมาแล้วในหัวข้อ 2.4.2 แล้วเพิ่มความไม่แน่นอนเข้าไป (Uncertainty) จากนั้น จัดให้อยู่ในรูปของโครงสร้าง ΔM ในรูปที่ ซึ่งเขียนได้เป็น

$$\Delta_s = \begin{bmatrix} \Delta_{sM} & \Delta_{sN} \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

$$M_s = \begin{bmatrix} K_s (I - G_s K_s)^{-1} M_{s_t}^{-1} \\ (I - G_s K_s)^{-1} M_{s_t}^{-1} \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

จากทฤษฎีเสถียรภาพลงท่นจะได้

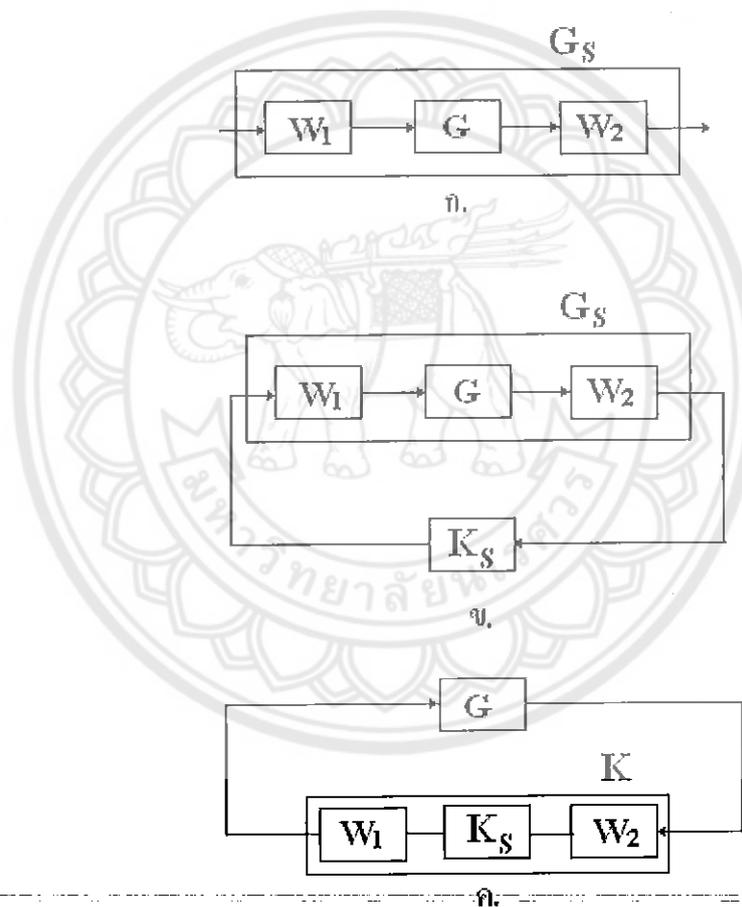
$$\gamma_{\min} \triangleq \inf_{K \text{ stabilizing}} \left\| \begin{bmatrix} K_s \\ I \end{bmatrix} (I - G_s K_s)^{-1} M_{s_t}^{-1} \right\|_{\infty} \quad (2.44)$$

ในการหาค่า γ_{\min} ซึ่งถ้าค่าของ $\gamma_{\min} \gg 1$ ให้กลับไปขั้นตอนที่ 1 เพื่อหาตัวชดเชย(W_1, W_2)ใหม่จนไม่เข้าเงื่อนไข $\gamma_{\min} \gg 1$ ในทางปฏิบัติแล้ว γ_{\min} ไม่ควรมากกว่า 4 จากนั้นให้เลือก $\gamma > \gamma_{\min}$ เพื่อนำไปหาตัวควบคุม K_s ตามที่ได้กล่าวไว้แล้วในหัวข้อ 2.4.2

3. จากขั้นตอนที่ 2 จะได้ตัวควบคุมเป็น K_s นำตัวควบคุมที่ได้นี้รวมกับตัวชดเชย(W_1, W_2) ซึ่งกำหนดให้เป็น ตัวควบคุมใหม่เขียนเป็น

$$K = W_1 K_s W_2 \quad (2.45)$$

ตามในรูปที่ 2.26 ค



รูปที่ 2.26 การออกแบบ โดยวิธีการจัดสัญญาณวงรอบแบบ H_∞

บทที่ 3

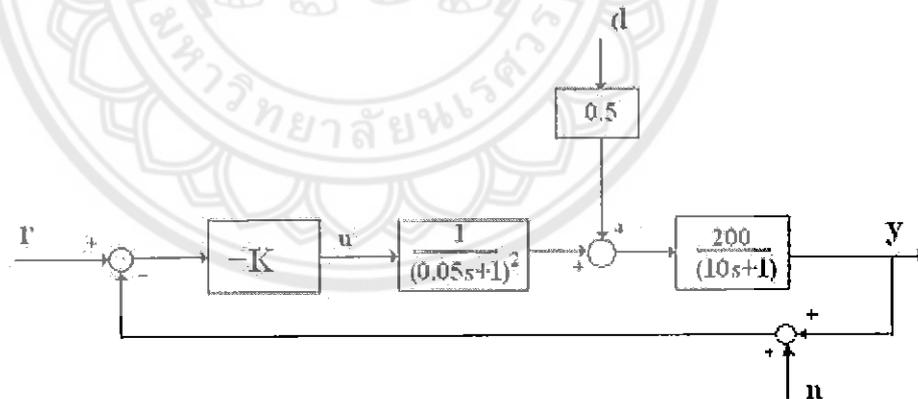
การออกแบบระบบควบคุม

การทดลองในโครงการนี้จะนำวิธีการจัดสรรฐานวงรอบ H_∞ มาใช้ในการออกแบบตัวควบคุม ซึ่งการทดลองจะทดลองกับระบบแบบ 1 สัญญาณขาเข้าและ 1 สัญญาณขาออก (Single input single output:SISO) และเป็นระบบแบบตัวควบคุมองศาเสรีเป็นหนึ่ง (1 degree-of-freedom:1DOF) โดยจุดประสงค์ในการออกแบบตัวควบคุม คือ ต้องการสมรรถนะในการกำจัดสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำ (Disturbance rejection) และเมื่อระบบได้รับความไม่แน่นอนเข้าไปแต่ระบบยังคงมีเสถียรภาพอยู่ ระบบที่นำมาทดลองคือ

$$G(s) = \frac{200}{10s+1} \frac{1}{(0.05s+1)^2}, G_d(s) = \frac{100}{10s+1}$$

ระบบที่นำมาทดลองได้มาจาก [1]

โดยที่ $G(s)$ คือ ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบ, $G_d(s)$ คือ ฟังก์ชันถ่ายโอนของสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำ (Disturbance) ซึ่งมีแผนผังของระบบเป็นดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 แผนผังของระบบ

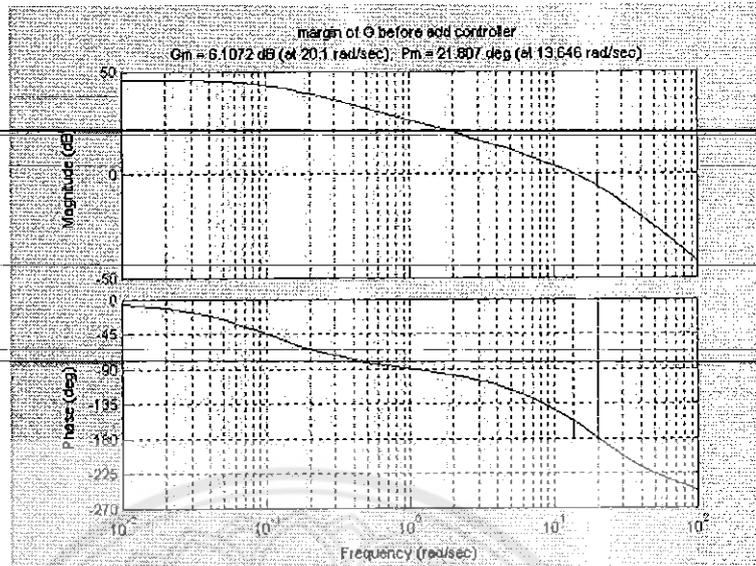
3.1 เป้าหมายและขอบเขตของการออกแบบ

1. มีเสถียรภาพคงทนต่อความไม่แน่นอนที่มีผลต่อระบบ
2. การกำจัดสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำ (Disturbance rejection) โดยมีขอบเขตว่าเมื่อให้สัญญาณรบกวนความถี่ต่ำ d เป็นฟังก์ชันหนึ่งหน่วย (Unit step function) แล้วสัญญาณขาออก y ต้องมีขนาดไม่เกิน 1 หน่วยและต้องถูกกำจัดทิ้งไปภายในเวลาที่รวดเร็ว ในที่นี้ต้องการออกแบบให้ขนาดของสัญญาณขาออก y มีขนาดน้อยกว่า 0.1 ภายในเวลา 3 วินาที
3. การติดตามสัญญาณควบคุม (Command Tracking) มีขอบเขตว่า เมื่อให้สัญญาณอ้างอิง r เป็นฟังก์ชันหนึ่งหน่วย (Unit step function) แล้วสัญญาณขาออก y มีเวลารุ่ง (Rise time) น้อยกว่า 0.3 วินาที และมีค่าพุ่งเกิน (Maximum over shoot) น้อยกว่า 5 %

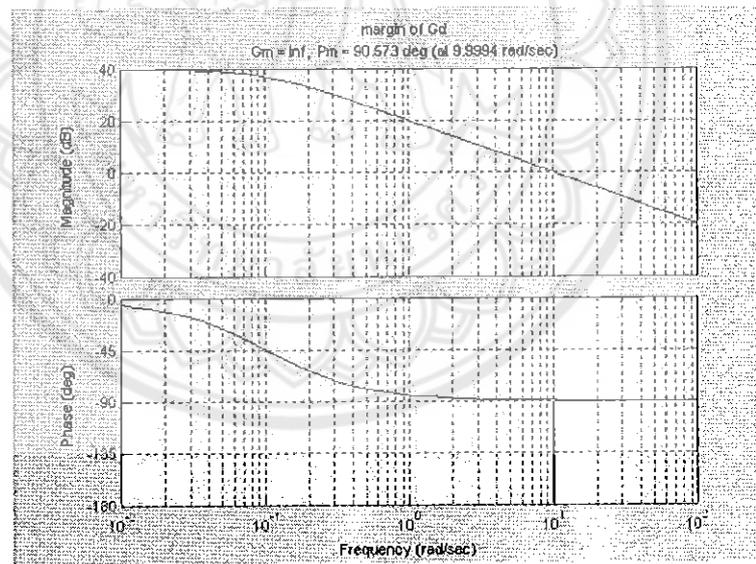
3.2 การออกแบบระบบควบคุม

ก่อนที่จะถึงขั้นตอนของการออกแบบระบบควบคุม ต้องมีการตรวจสอบผลการตอบสนองทั้ง ผลการตอบสนองเชิงความถี่ และผลตอบสนองเชิงเวลาของทั้งระบบ G และสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำ G_d ซึ่งได้ผลตามรูปที่ 3.2-3.5

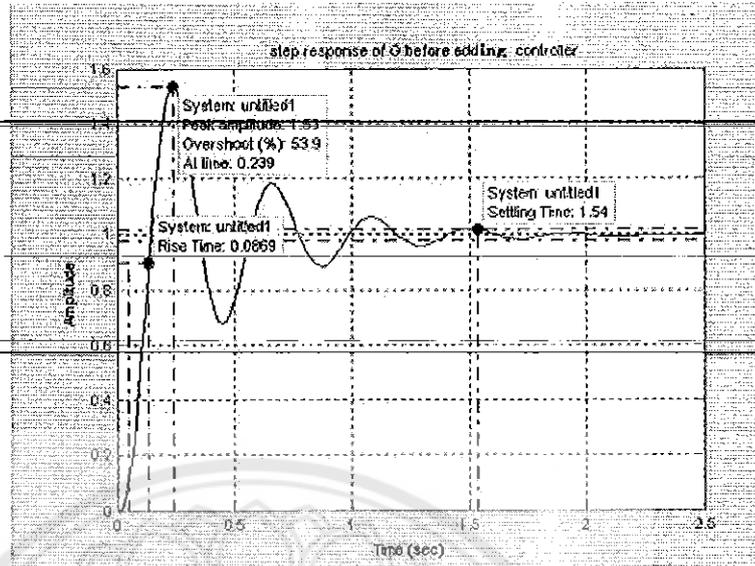
จากผลตอบสนองเชิงความถี่ของระบบ ในรูปที่ 3.2 จะเห็นได้ว่าระบบเป็นระบบที่มีเสถียรภาพอยู่แล้ว โดยมีขอบเขตมูมต่างเป็น 21.80 องศา ขอบเขตอัตราขยายเป็น 6.11 เดซิเบล ซึ่งถือได้ว่าเป็นค่าที่น้อย และจากในรูปที่ 3.4 ซึ่งเป็นผลตอบสนองเชิงเวลาของระบบที่มีการป้อนกลับ จะเห็นได้ว่าผลตอบสนองมีค่าพุ่งเกินที่มาก และมีการแกว่งก่อนที่จะเข้าสถานะปกติและในรูปที่ 3.5 เป็นผลการตอบสนองเชิงเวลาของระบบต่อสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำที่มีการป้อนสัญญาณขาเข้าเป็นสัญญาณหนึ่งหน่วยจะเห็นได้ว่าผลตอบสนอง ที่สถานะปกติ มีค่าเป็น 0.5 อยู่ซึ่งระบบที่ดีควรมีการกำจัดให้น้อยลงหรือให้มีค่าเป็น 0 ที่สถานะปกติ และจากรูปที่ 3.3 ซึ่งเป็นรูปของผลตอบสนองเชิงความถี่ของสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำ จะเห็นได้ว่าที่ ความถี่ต่ำกว่าความถี่ตัดขวางที่มีค่าเป็น 10 rad/sec และขนาดของสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำ $\omega \ll 10 \text{ rad/sec}$ ยังคงมีขนาดที่มากกว่าหนึ่งอยู่ ดังนั้นการที่จะกำจัดสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำควรอยู่ในช่วงความถี่นี้



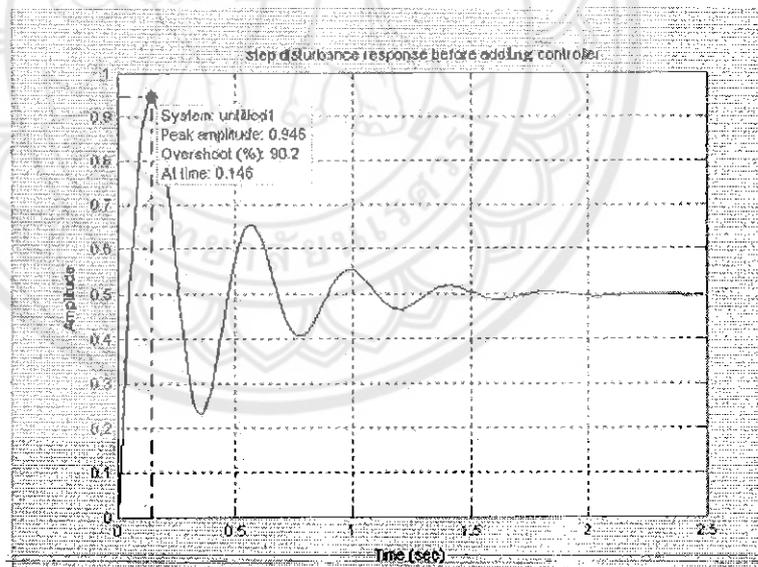
รูปที่ 3.2 ผลการตอบสนองเชิงความถี่ของระบบก่อนที่จะใส่ตัวควบคุม G



รูปที่ 3.3 ผลการตอบสนองเชิงความถี่ของระบบสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำ G_d



รูปที่ 3.4 ผลการตอบสนองเชิงเวลาของของระบบที่มีการป้อนกลับก่อนที่จะใส่ตัวควบคุม



รูปที่ 3.5 ผลการตอบสนองเชิงเวลาของของระบบต่อสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำที่มีการป้อนสัญญาณขาเข้าเป็นสัญญาณหนึ่งหน่วย ตอนที่ยังไม่มีตัวควบคุม

ขั้นตอนการออกแบบ

แบ่งออกเป็น 3 ขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นตอนของวิธีการจัดสรรฐานวงรอบ ในขั้นตอนนี้จะเป็นการออกแบบของฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดให้เป็นไปตามที่ต้องการ ก่อนอื่นจะพิจารณา จากเป้าหมายของการออกแบบระบบนี้ คือการกำจัดสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำซึ่งในการกำจัดสัญญาณความถี่ต่ำนั้น ต้องกำจัดที่ความถี่ต่ำกว่า 10 rad/sec ดังนั้นจึงกำหนดให้ความถี่ที่ 10 rad/sec นี้เป็นจุดทำงานของระบบรวม

ในการเลือกตัวชดเชย (Pre-post compensator) ให้กับระบบนั้น ควรพิจารณาจากแผนภาพโบเดของฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดของระบบพิจารณาจากรูปที่ 3.2 จากรูปจะสังเกตเห็นได้ว่า มีจุดหักของกราฟ 2 จุด จุดแรกเป็นจุดที่มีความถี่เป็น 0.1 rad/sec จากความชันที่ 0 กลายเป็น -20 dB/decade และมีจุดหักจุดที่ 2 หักที่ความถี่เป็น 200 rad/sec หักจากความชันที่ -20 dB/decade เป็น -60 dB/decade (หักไป -40 dB/decade) เมื่อเทียบกับความต้องการของวิธีการจัดสรรฐานวงรอบ ที่ว่า ต้องการขนาดฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดมากๆ ที่ความถี่ต่ำ ขนาดของขนาดฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดมีค่าน้อยๆ ที่ความถี่สูง และมีความชันที่ความถี่ตัดขวางเป็น -20 dB/decade ดังในรูปที่ 2.20 เมื่อเทียบรูปของฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดที่ต้องการกับรูปของระบบที่ยังไม่ได้ชดเชย จะเห็นได้ว่า ต้องการชดเชยให้ความชันของฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดที่ความถี่ต่ำกว่า 0.1 rad/sec ให้มีความชันเป็น -20 dB/decade ซึ่งก็ต้องเพิ่มตัวปริพันธ์ (Integral action) ให้แก่ระบบ ดังในรูปที่ 3.7 จากการเพิ่มตัวปริพันธ์ จะทำให้ความชันเป็น -40 dB/decade ที่ความถี่ตัดขวาง ดังนั้นควรมีการปรับปรุงโดยการ ใส่ ตัวศูนย์ (Zero) ที่มีค่าเป็น -2 ลงไปเพื่อต้องการให้ความชันของฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดมีค่าเป็น -20 dB/decade ก่อนที่จะถึงความถี่ตัดขวาง ซึ่งจะได้อัตราที่ 3.6 และจากรูปที่ 3.7 จะได้อัตราที่ตัดขวางที่ 13.73 rad/sec และมีขอบเขตอัตราขยายเป็น 4.1814 เดซิเบล มีขอบเขตของมุมต่างเป็น 13.179 องศา

จากขั้นตอนของการออกแบบที่อธิบายไว้ในบทที่ 2 จะทำการรวมกันของ ตัวชดเชยกับระบบ

โดยกำหนดให้ ระบบเป็น
$$G(s) = \frac{200}{10s+1} \frac{1}{(0.05s+1)^2}$$

ตัวชดเชยก่อน
$$W1 = \frac{s+2}{s}$$

ตัวชดเชยหลัง
$$W2 = 1$$

ซึ่งกำหนดให้เป็น
$$G_s = W1 * G * W2 = \frac{s+2}{s} * \frac{200}{10s+1} \frac{1}{(0.05s+1)^2} * 1$$

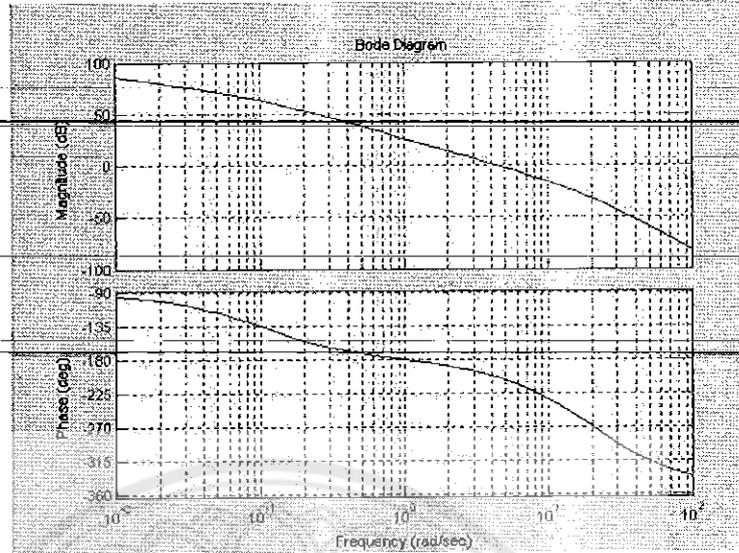
2. ขั้นตอนของ เสถียรภาพคงทน ในขั้นตอนนี้จะนำเอาระบบที่ได้ทำการชดเชยแล้ว (G_s) ในขั้นตอนของวิธีการจัดสัญญาณวงรอบ มาเข้ากระบวนการของ H_∞ เพื่อรับประกันเสถียรภาพคงทน โดยใช้แนวคิดของการทำให้อยู่ในรูปบรรทัดของ ตัวประกอบ โคไฟรึม แล้วจากนั้นทำการใส่ความไม่แน่นอนลงไป (Uncertainty) แล้วจัดให้อยู่พจน์ 2 พจน์คูณกันได้แก่พจน์ของความไม่แน่นอนและพจน์ของตัวแปรดังในสมการที่ (2.44) — เพื่อทำการหาค่าของ γ_{\min} ซึ่งเป็นค่าสำหรับการควบคุมที่เหมาะสม ดังนั้นในการควบคุมจริงจะเลือกเพิ่มอีก 10 % ซึ่งจะได้ เป็น $\gamma = 1.1 * \gamma_{\min}$ จากนั้นนำ γ ไปสังเคราะห์ในทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ได้ ตัวควบคุมที่ยอมรับในขอบเขตของ γ^{-1} ได้จากสมการ (2.36) จากกระบวนการเหล่านี้ ได้คำนวณโดยใช้โปรแกรม MATLAB ซึ่งได้ผลดังต่อไปนี้

$\gamma_{\min} = 2.338$ $\gamma = 2.5718$ และได้ตัวควบคุมเป็น

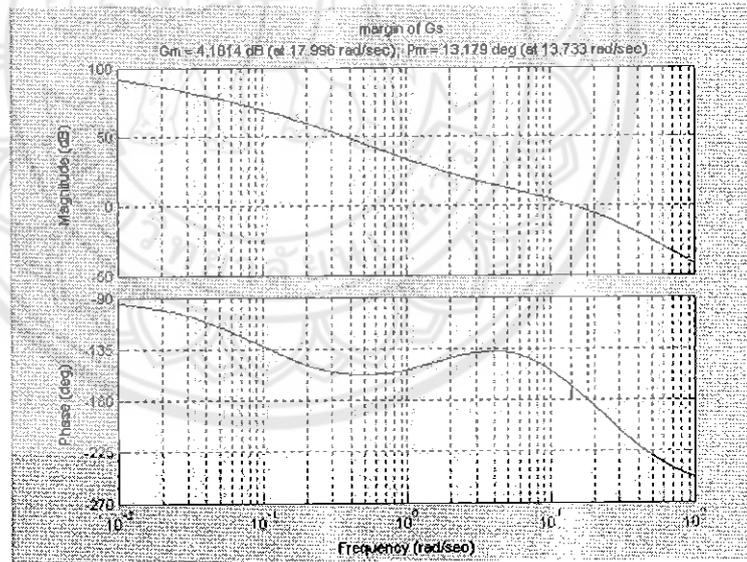
$$K_s = \frac{-143.6s^3 - 6201s^2 - 7.345 \times 10^4 s - 1.039 \times 10^5}{s^4 + 126.8s^3 + 5810s^2 + 1.329 \times 10^5 s + 2.433 \times 10^5}$$

3. ในขั้นตอนนี้จะนำเอาตัวชดเชยที่ได้มีการชดเชยให้แก่ระบบ เอานามารวมกับตัวควบคุม (K_s) ที่หามาได้ ซึ่งกำหนดใหม่ให้เป็น $K = W1 * K_s * W2$ มีค่าเป็น

$$K = \frac{-143.6s^3 - 6201s^2 - 7.345 \times 10^4 s - 1.039 \times 10^5}{s^4 + 126.8s^3 + 5810s^2 + 1.329 \times 10^5 s + 2.433 \times 10^5} \cdot \frac{s+2}{s}$$



รูปที่ 3.6 แผนภาพ โบดีของระบบที่มีการใส่ตัวปรับที่เข้าไป



รูปที่ 3.7-แผนภาพ โบดีของระบบที่ได้ทำการชดเชย

บทที่ 4

การทดลองและการวิเคราะห์

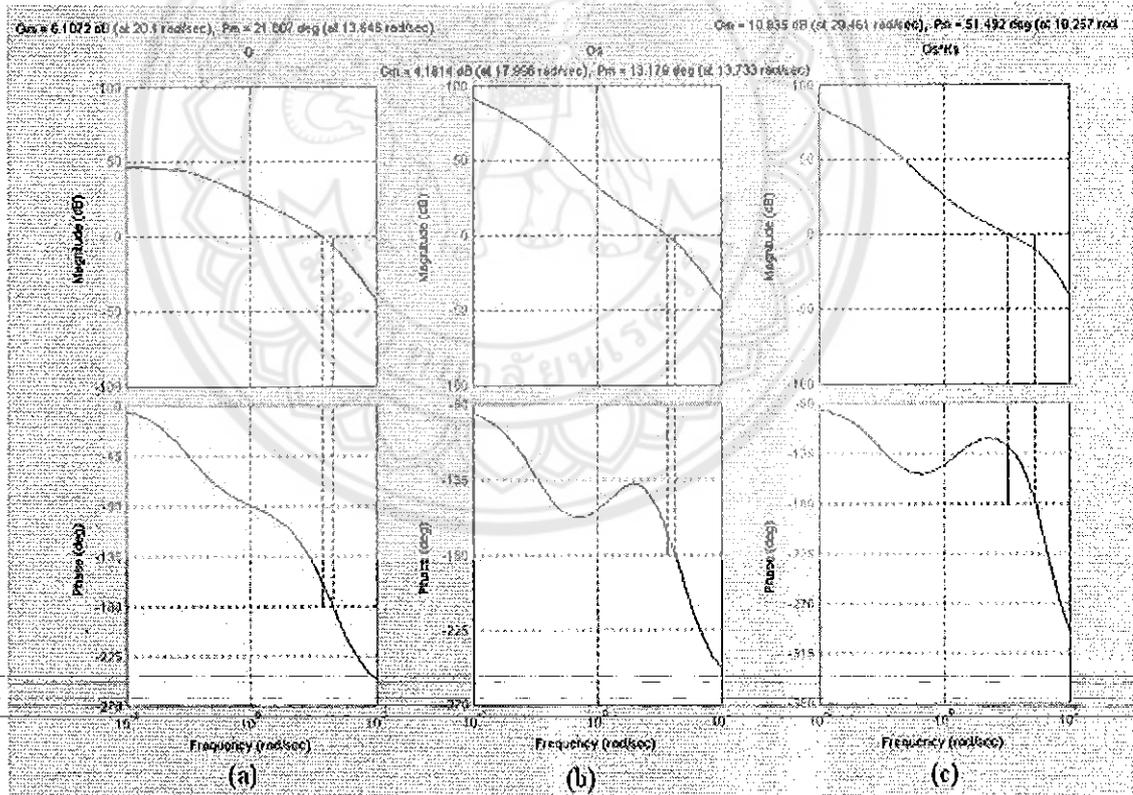
ในการทดลองจะดูผลของการตอบสนองเมื่อใส่ตัวควบคุมที่ได้ทำการออกแบบมาให้กับระบบ โดยได้ทำการจำลองและทดลองในโปรแกรม MATLAB ซึ่งได้แก่

1. ผลตอบสนองเชิงความถี่ โดยดูได้จากแผนภาพโบเดของวงเปิดของระบบดังในรูปที่ 4.1 ซึ่งในรูปที่ 4.1 จะเห็นได้ว่าเมื่อใส่ตัวควบคุมแล้วขอบเขตอัตราขยายเพิ่มขึ้น ซึ่งจากเดิม (G_c) เป็น 4.18 เดซิเบล เมื่อใส่ตัวควบคุมแล้วมีค่าเป็น 10.84 เดซิเบล มีขอบเขตของมุมต่าง จากเดิม 13.2 องศาเพิ่มเป็น 51.5 องศา และความถี่ตัดขวาง จากเดิม 13.17 rad/sec เป็น 10.37 rad/sec ซึ่งใกล้เคียงกับที่ได้กำหนดเอาไว้ คือ ประมาณ 10 rad/sec
2. ผลตอบสนองเชิงเวลาของระบบเมื่อมีสัญญาณขาเข้าของสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำ เป็นสัญญาณแบบหนึ่งหน่วย (เมื่อสัญญาณ อ้างอิงมีค่าเป็น 0) จะได้ผลตอบสนองที่สัญญาณขาออกเป็น ดังในรูปที่ 4.2 จากรูปจะเห็นได้ว่า ผลตอบสนอง มีค่าอยู่ในช่วง [-1 1] มีค่าสูงสุดไม่เกิน 1 และมีค่าเป็น 0 ที่เวลาประมาณ 2.5 วินาที ซึ่งตรงตามเป้าหมายและขอบเขตที่ได้กำหนดเอาไว้ จากนั้นทดลองป้อนสัญญาณความถี่ต่ำที่มีสัญญาณเป็นรูปซายน์ ที่ความถี่เป็น $\omega = 1, 0.1, 0.01, 0.001 rad/sec$ ได้ผลตอบสนองเป็นดังในรูปที่ 4.3
3. ผลตอบสนองเชิงเวลา ของการติดตามสัญญาณอ้างอิง ทดลองโดยการป้อนสัญญาณแบบหนึ่งหน่วยที่สัญญาณขาเข้า r โดยให้สัญญาณขาเข้าของสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำ เป็น 0 ซึ่งได้ผลตอบสนองเป็น ดังในรูป ที่ 4.4 จากรูปจะเห็นได้ว่า เวลาเร่งที่ 90% ของค่าสูงสุด มีค่าเป็น 0.0981 วินาที และมีค่าพุ่งเกินเป็น 1.21 หน่วย มีเวลาติดตั้งเป็น 1.26 วินาที คงตัวอยู่ที่ 1 ที่เวลาประมาณ 2 วินาที และมีค่าความผิดพลาดที่สถานะคงตัวที่เป็น 0 ซึ่งจากเป้าหมายและขอบเขตที่ตั้งเอาไว้ต้องการให้เวลาเร่งน้อยกว่า 0.3 วินาที แต่ค่าของค่าพุ่งเกินมีค่ามากกว่าที่กำหนดเอาไว้ แต่ก็ยังคงมีค่าลดลงเมื่อเปรียบเทียบกับตอนที่ยังไม่ได้ใส่ตัวควบคุม อย่างไรก็ตามการที่จะทำให้ผลตอบสนองเชิงเวลาของการติดตามสัญญาณอ้างอิง มี ค่าพุ่งเกินดีกว่าการทดลองนี้ ควรต้องใช้ในการออกแบบตัวควบคุมแบบ องศาเสรีเป็นสอง (2-DOF) ซึ่งมีตัวควบคุม 2 ตัวโดยมีตัวควบคุมสำหรับติดตามอ้างอิงเพิ่มเข้ามา
4. การดูผลตอบสนองเชิงเวลาของสัญญาณรบกวนความถี่สูง โดยการทดลองได้ป้อนสัญญาณรบกวนความถี่สูง เป็นสัญญาณรูปซายน์ โดยให้สัญญาณขาเข้าความถี่ต่ำ (d) และ สัญญาณอ้างอิง (r) มีค่าเป็น 0 ซึ่งจากการพิจารณา จุดทำงานของระบบ ที่ ความถี่ $\omega = 10 rad/sec$ ในการทดลองของการ

ลดทอนขนาดของสัญญาณรบกวนความถี่สูง จะสามารถลดทอนได้ที่ความถี่สูงกว่า ความถี่ที่จุดทำงาน ดังนั้น การทดลองจะเลือกป้อนสัญญาณที่ความถี่ เป็น $\omega = 100, 500, 1000 \text{ rad/sec}$ จะได้ผลตอบสนอง ดังในรูปที่ 4.5

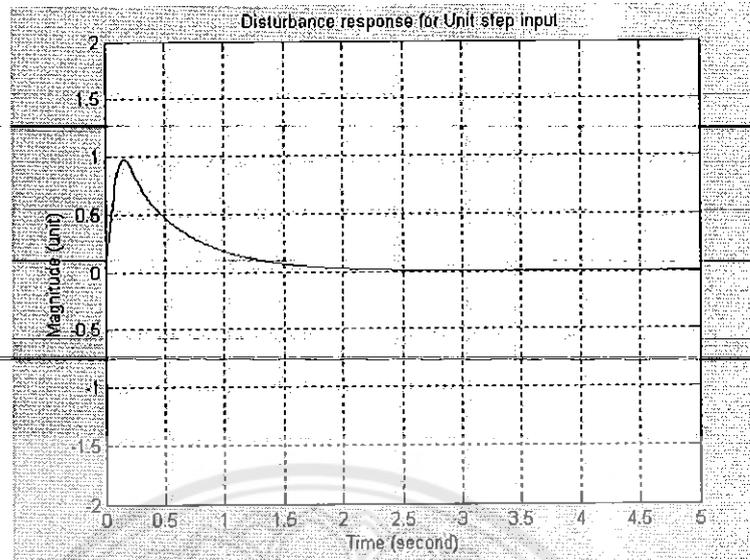
5. การดูผลตอบสนองเชิงเวลาของสัญญาณขาออก โดยการป้อนสัญญาณอ้างอิง (r) เป็นสัญญาณหนึ่งหน่วย และป้อนสัญญาณรบกวนความถี่สูงเป็นแบบสัญญาณซายด์ที่มีขนาดเป็น 1 และให้สัญญาณขาเข้าของสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำเป็น 0 ในการทดลองจะเปลี่ยนความถี่ของสัญญาณรบกวนความถี่สูง ซึ่งความถี่ที่ใช้ทดสอบเป็น $\omega = 100, 500, 1000 \text{ rad/sec}$ จะได้ผลตอบสนอง ดังในรูปที่ 4.6

6. การดูผลตอบสนองเชิงเวลาของสัญญาณขาออก โดยการป้อนสัญญาณอ้างอิง (r) เป็นสัญญาณหนึ่งหน่วย และป้อนสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำเป็นแบบสัญญาณซายด์ที่มีขนาดเป็น 1 และให้สัญญาณขาเข้าของสัญญาณรบกวนความถี่สูงเป็น 0 ในการทดลองจะเปลี่ยนความถี่ของสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำ ซึ่งความถี่ที่ใช้ทดสอบเป็น $\omega = 0.01, 0.001, 0.0001 \text{ rad/sec}$ จะได้ผลตอบสนอง ดังในรูปที่ 4.7

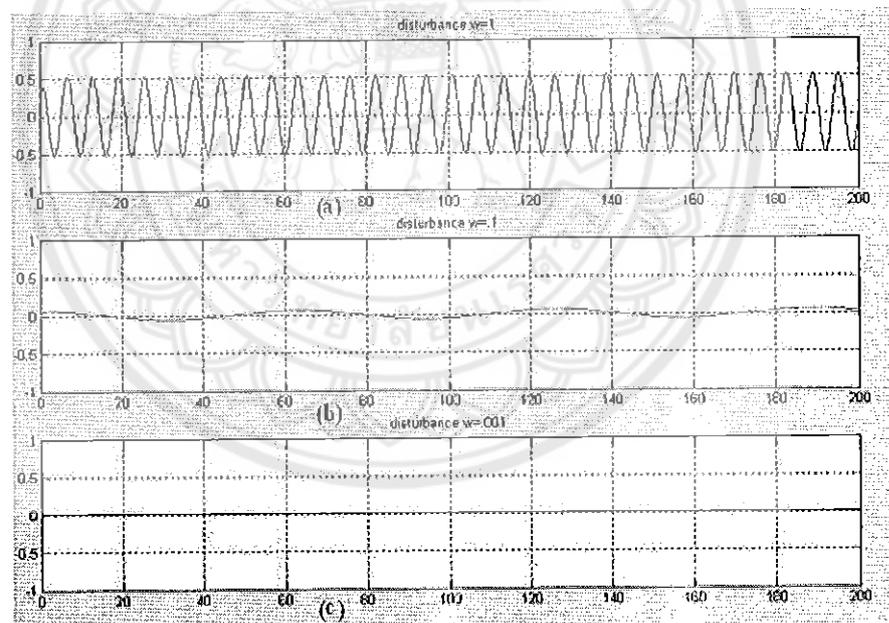


รูปที่ 4.1. ผลตอบสนองเชิงความถี่ของระบบก่อนและหลังใส่ตัวควบคุม

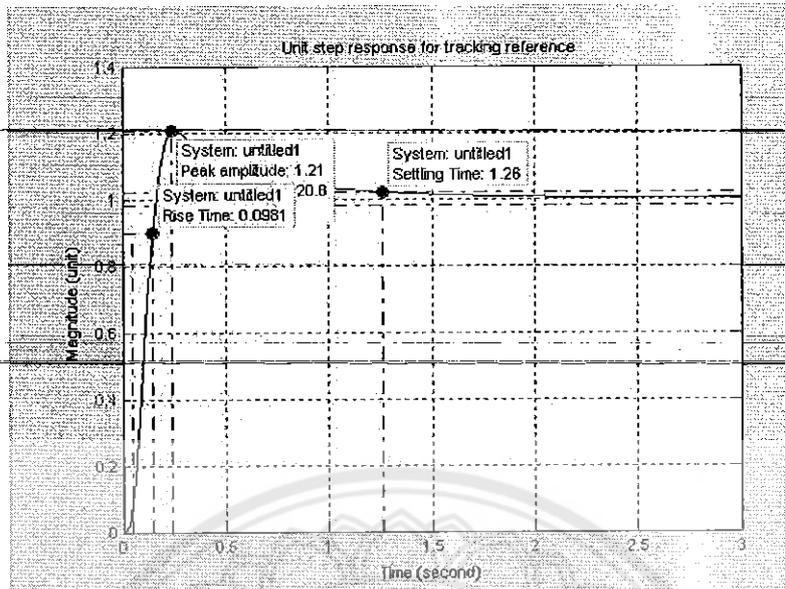
- (a) เป็นแผนผังโบเดของระบบก่อนใส่ตัวควบคุม, (b) เป็นแผนผังโบเดของระบบตอนใส่ตัวซายด์, (c) เป็นแผนผังโบเดของระบบที่มีการใส่ตัวควบคุม



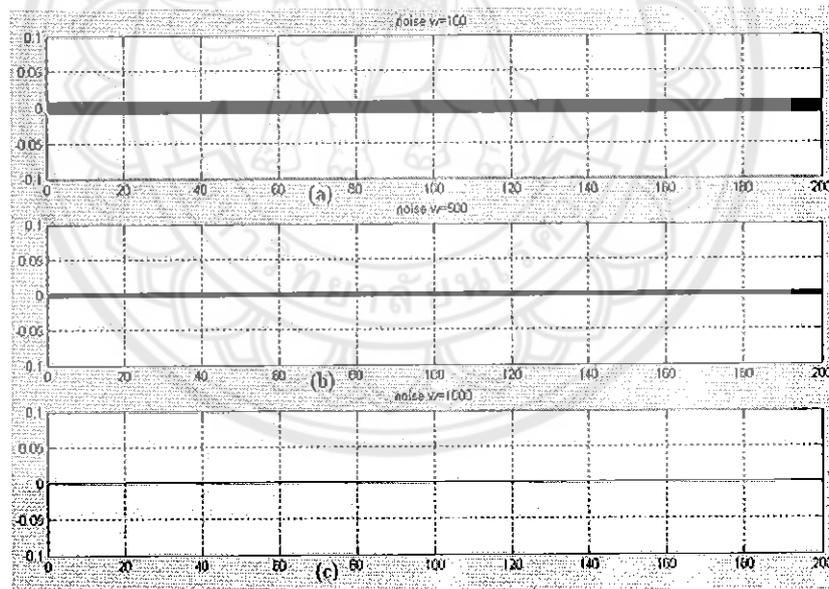
รูปที่ 4.2 ผลตอบสนองเชิงเวลาของระบบเมื่อมีสัญญาณขาเข้าของสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำ เป็นสัญญาณแบบหนึ่งหน่วย



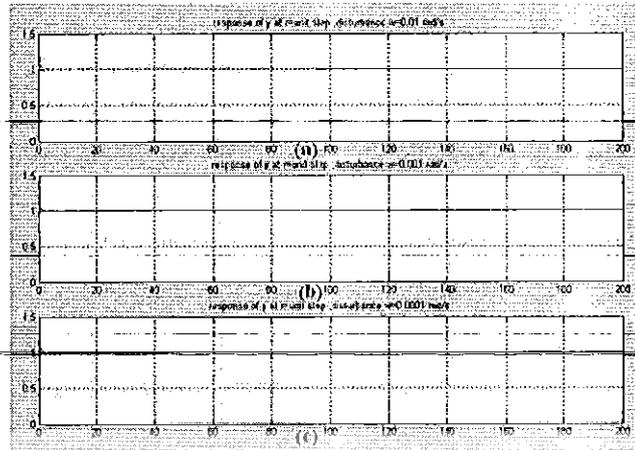
รูปที่ 4.3 ผลตอบสนองเชิงเวลาของระบบเมื่อมีสัญญาณขาเข้าของสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำ เป็นสัญญาณแบบไซน์มีขนาดเป็น 1 ความถี่ที่ $\omega = 1, 0.1, 0.001$ เรเดียนต่อวินาที
 (a) ผลตอบสนองของระบบเมื่อมีสัญญาณขาเข้ามีความถี่ $\omega = 1$ เรเดียนต่อวินาที
 (b) ผลตอบสนองของระบบเมื่อมีสัญญาณขาเข้ามีความถี่ $\omega = 0.1$ เรเดียนต่อวินาที
 (c) ผลตอบสนองของระบบเมื่อมีสัญญาณขาเข้ามีความถี่ $\omega = 0.001$ เรเดียนต่อวินาที



รูปที่ 4.4 ผลตอบสนองเชิงเวลา ของการติดตามสัญญาณอ้างอิงทดลอง โดย การป้อนสัญญาณแบบหนึ่ง หน่วย ที่สัญญาณขาเข้า r

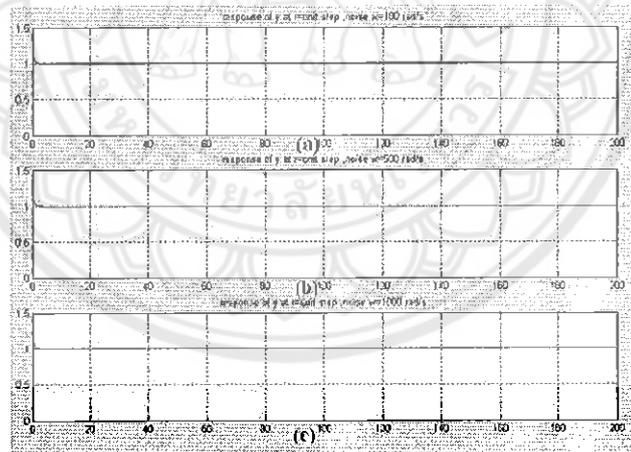


รูปที่ 4.5 ผลตอบสนองเชิงเวลาของระบบเมื่อมีสัญญาณขาเข้าของสัญญาณรบกวนความถี่สูง เป็นสัญญาณแบบชานันขนาดเป็น 1 ความถี่ที่ $\omega = 100, 500, 1000$ เรเดียนต่อวินาที
 (a) ผลตอบสนองของระบบเมื่อมีสัญญาณขาเข้ามีความถี่ $\omega = 100$ เรเดียนต่อวินาที
 (b) ผลตอบสนองของระบบเมื่อมีสัญญาณขาเข้ามีความถี่ $\omega = 500$ เรเดียนต่อวินาที
 (c) ผลตอบสนองของระบบเมื่อมีสัญญาณขาเข้ามีความถี่ $\omega = 1000$ เรเดียนต่อวินาที



รูปที่ 4.6 ผลตอบสนองเชิงเวลาของระบบเมื่อมีสัญญาณอ้างอิงเป็นสัญญาณหนึ่งหน่วย และขาเข้าของสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำ เป็นสัญญาณแบบชานซ์ขนาดเป็น 1 ความถี่ที่ $\omega = 0.01, 0.001, 0.0001$ เรเดียนต่อวินาที

- (a) ผลตอบสนองของระบบที่ r เป็นสัญญาณหนึ่งหน่วย, d มีความถี่ที่ $\omega = 0.01$ เรเดียนต่อวินาที
 (b) ผลตอบสนองของระบบที่ r เป็นสัญญาณหนึ่งหน่วย, d มีความถี่ที่ $\omega = 0.001$ เรเดียนต่อวินาที
 (c) ผลตอบสนองของระบบที่ r เป็นสัญญาณหนึ่งหน่วย, d มีความถี่ที่ $\omega = 0.0001$ เรเดียนต่อวินาที



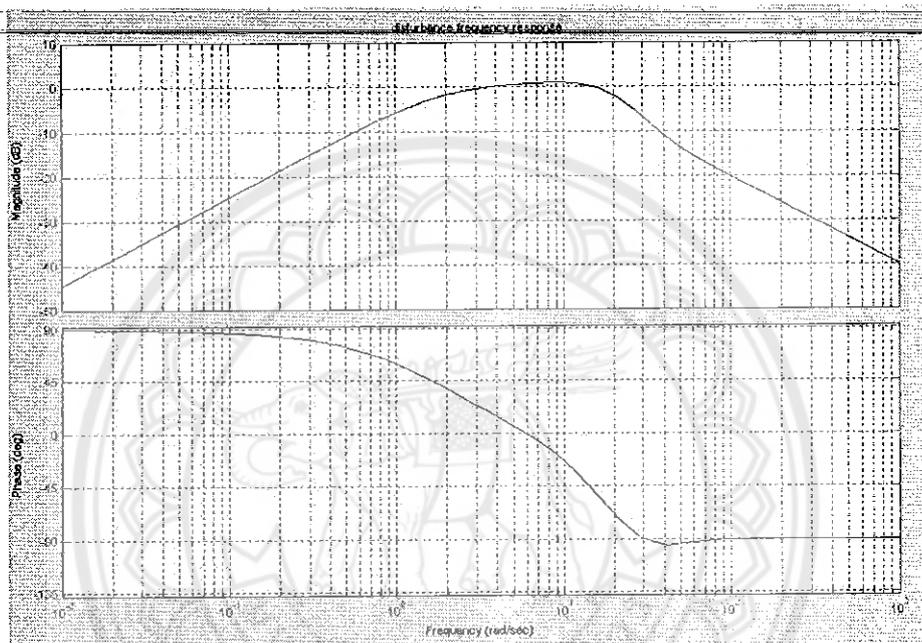
รูปที่ 4.7 ผลตอบสนองเชิงเวลาของระบบเมื่อมีสัญญาณอ้างอิงเป็นสัญญาณหนึ่งหน่วย และขาเข้าของสัญญาณรบกวนความถี่สูงเป็นสัญญาณแบบชานซ์ขนาดเป็น 1 ความถี่ที่ $\omega = 100, 500, 1,000$ เรเดียนต่อวินาที

- (a) ผลตอบสนองของระบบที่ r เป็นสัญญาณหนึ่งหน่วย, n มีความถี่ที่ $\omega = 100$ เรเดียนต่อวินาที
 (b) ผลตอบสนองของระบบที่ r เป็นสัญญาณหนึ่งหน่วย, n มีความถี่ที่ $\omega = 500$ เรเดียนต่อวินาที
 (c) ผลตอบสนองของระบบที่ r เป็นสัญญาณหนึ่งหน่วย, n มีความถี่ที่ $\omega = 1000$ เรเดียนต่อวินาที

7.กรณีศึกษา

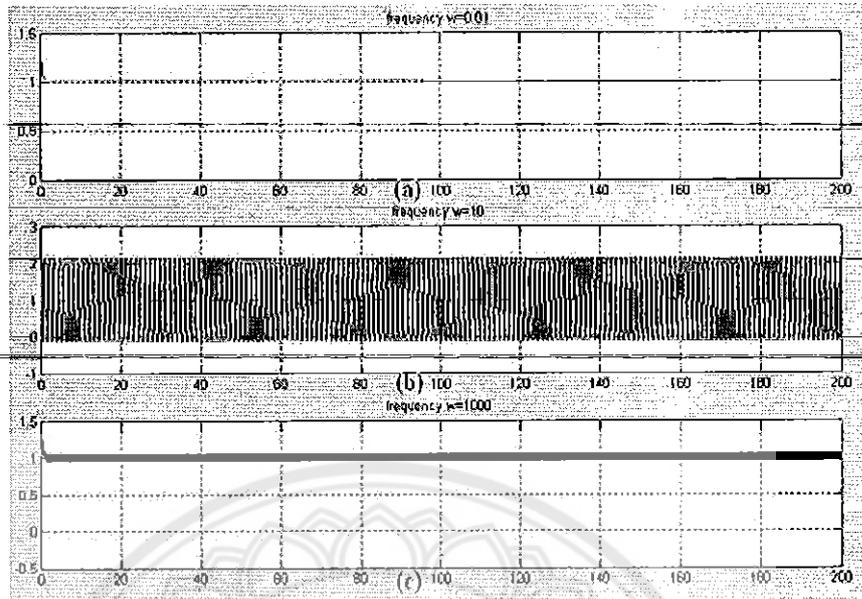
ทดลองป้อนสัญญาณความถี่ต่ำในขาเข้าของสัญญาณรบกวนความถี่สูง (n) และป้อนสัญญาณความถี่สูงในขาเข้าของสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำ (d)

พิจารณาผลตอบสนองเชิงความถี่จากแผนภาพโบเดของฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดของทั้งสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำและสัญญาณรบกวนความถี่สูง จะได้ผลดังรูป



รูปที่ 4.8 ผลตอบสนองเชิงความถี่ของฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดของขาเข้าสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำ (d)

จากการทดลอง พบว่าในกรณีที่ป้อนสัญญาณความถี่ต่ำเข้าที่ d ระบบสามารถที่จะลดผลของสัญญาณที่เข้ามาได้ และกรณีที่ป้อนสัญญาณความถี่สูงเข้าที่ขาเข้า d ระบบก็สามารถที่จะลดผลของสัญญาณที่เข้ามาได้เช่นกัน แต่ในกรณีที่ป้อนสัญญาณความถี่อยู่ในช่วงประมาณ $1 - 15 \text{ rad/sec}$ เข้าที่ขาเข้า d ระบบจะไม่สามารถที่จะลดผลของสัญญาณที่เข้ามาได้เลย เพราะจากรูปที่ 4.8 ที่ความถี่อยู่ในช่วงประมาณ $1 - 15 \text{ rad/sec}$ ขนาดของฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดของขาเข้าสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำในแผนผังโบเดมีค่า ที่มากกว่าเท่ากับ 0 เดซิเบล ในการทดลองจะป้อนสัญญาณที่ความถี่เป็น $\omega = 0.01, 10, 1000 \text{ rad/sec}$ ที่ขาเข้า d และป้อนสัญญาณแบบหนึ่งหน่วยที่ขาเข้า r แล้วดูผลตอบสนองเชิงเวลา ซึ่งจะได้ดังรูปที่ 4.9

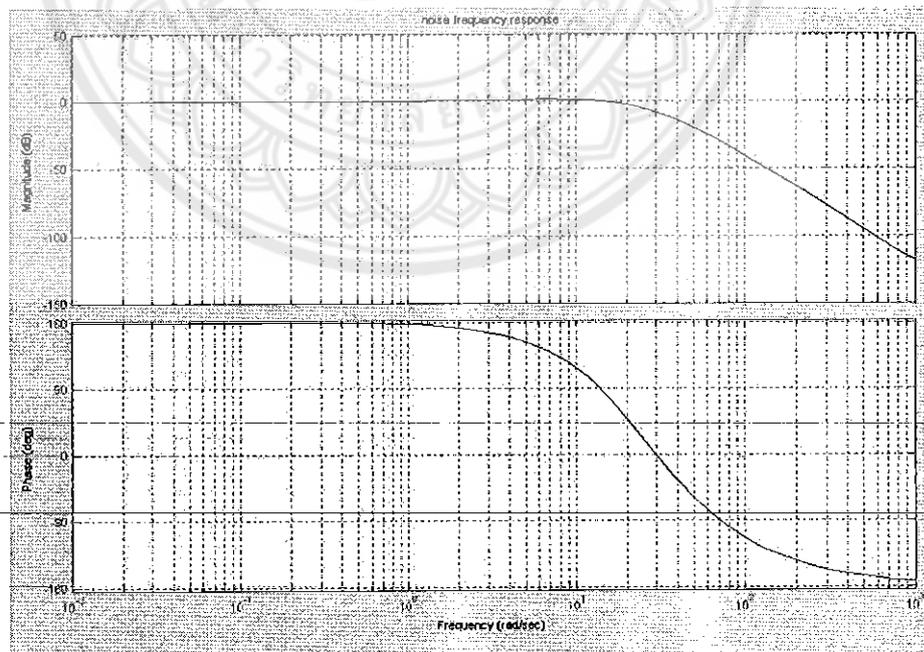


รูปที่ 4.9 ผลตอบสนองเชิงเวลาของระบบเมื่อมีสัญญาณอ้างอิงเป็นสัญญาณหนึ่งหน่วย และขาเข้าของสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำเป็นสัญญาณแบบซายน์ขนาดเป็น 1 ความถี่ที่ $\omega = 0.01, 10, 1,000$

(a) ผลตอบสนองของระบบที่ r เป็นสัญญาณหนึ่งหน่วย, d มีความถี่ที่ $\omega = 0.01$ เรเดียนต่อวินาที

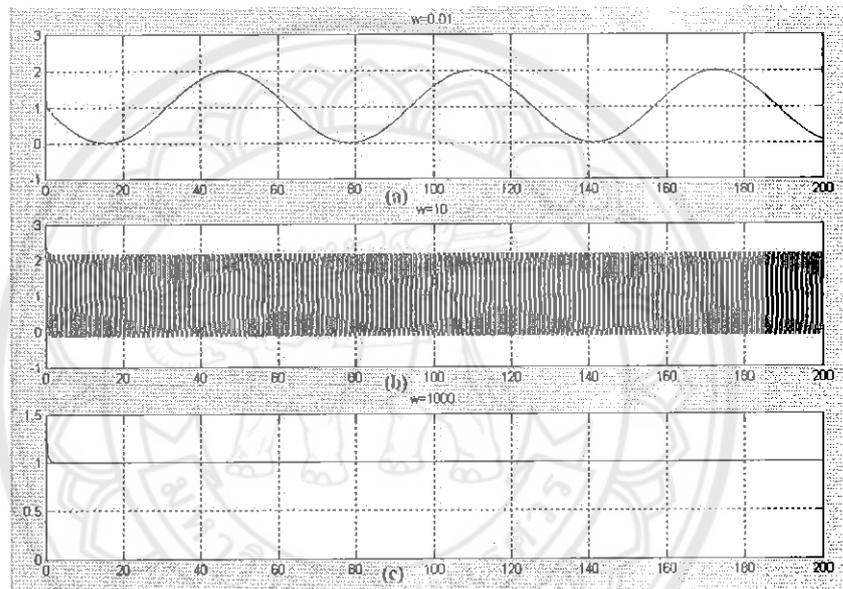
(b) ผลตอบสนองของระบบที่ r เป็นสัญญาณหนึ่งหน่วย, d มีความถี่ที่ $\omega = 10$ เรเดียนต่อวินาที

(c) ผลตอบสนองของระบบที่ r เป็นสัญญาณหนึ่งหน่วย, d มีความถี่ที่ $\omega = 1000$ เรเดียนต่อวินาที



รูปที่ 4.10 ผลตอบสนองเชิงความถี่ของฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดของขาเข้าสัญญาณรบกวนความถี่สูง(n)

จากการทดลองพบว่าในกรณีที่ป้อนสัญญาณความถี่สูงเข้าที่ขาเข้า n ระบบสามารถที่จะลดผลของสัญญาณที่เข้ามาได้ และกรณีที่ป้อนสัญญาณความถี่ต่ำ ($\omega < 10 \text{ rad/sec}$) เข้าที่ขาเข้า n ระบบไม่สามารถที่จะลดผลของสัญญาณที่เข้ามาได้ เพราะจากรูปที่ 4.10 ที่ความถี่ $\omega < 10 \text{ rad/sec}$ ขนาดของฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดของขาเข้าสัญญาณรบกวนความถี่สูง ในแผนผังโบเดมีความเท่ากับ 0 เดซิเบล ในการทดลองจะป้อนสัญญาณที่มีความถี่เป็น $\omega = 0.1, 10, 1000 \text{ rad/sec}$ ที่ขาเข้าสัญญาณ n และป้อนสัญญาณแบบหนึ่งหน่วยที่ขาเข้า r แล้วดูผลตอบสนองเชิงเวลา ซึ่งจะได้ดังรูปที่ 4.11



รูปที่ 4.11 ผลตอบสนองเชิงเวลาของระบบเมื่อมีสัญญาณอ้างอิงเป็นสัญญาณหนึ่งหน่วย และขาเข้าของสัญญาณรบกวนความถี่สูงเป็นสัญญาณแบบชายนี้นขนาดเป็น 1 ความถี่ที่ $\omega = 0.1, 10, 1000$

(a) ผลตอบสนองของระบบที่ r เป็นสัญญาณหนึ่งหน่วย, n มีความถี่ที่ $\omega = 0.1$ เรเดียนต่อวินาที

(b) ผลตอบสนองของระบบที่ r เป็นสัญญาณหนึ่งหน่วย, n มีความถี่ที่ $\omega = 10$ เรเดียนต่อวินาที

(c) ผลตอบสนองของระบบที่ r เป็นสัญญาณหนึ่งหน่วย, n มีความถี่ที่ $\omega = 1000$ เรเดียนต่อวินาที

บทที่ 5

สรุปผลการทดลอง

5.1 สรุปการทดลอง

ผลจากการออกแบบตัวควบคุมโดยใช้วิธีการจัดสถานะวงรอบแบบ H_∞ ในโครงการนี้สามารถนำตัวควบคุมที่หาได้ มาควบคุมระบบที่มีสัญญาณรบกวนเข้ามา โดยที่ระบบควบคุมสามารถที่จะลดทอนหรือกำจัดสัญญาณรบกวนเหล่านั้นได้ โดยการกำจัดสัญญาณความถี่ต่ำจะต้องกำจัดที่ความถี่ น้อยกว่าความถี่ของจุดทำงานของระบบ ซึ่งจะกำจัดได้ดีที่ความถี่ต่ำมากๆ และการกำจัดสัญญาณรบกวนความถี่สูง ก็จะต้องกำจัดที่ความถี่สูงกว่าความถี่ของจุดทำงานของระบบ ในส่วนของผลตอบสนองเชิงเวลาต่อสัญญาณขาเข้าหนึ่งหน่วย ในการติดตามสัญญาณอ้างอิงนั้น เมื่อเปรียบเทียบกับตอนที่ยังไม่ได้ใส่ตัวควบคุมไปนั้นถือว่าดีกว่าเดิม แต่ก็ยังมีประสิทธิภาพไม่เพียงพอต่อเป้าหมายที่ได้วางเอาไว้ ซึ่งควรมีการพัฒนาต่อไป ส่วนข้อดีของการการออกแบบในการทดลองนี้ คือระบบที่นำมาทดลองนั้นเป็นระบบที่มีเสถียรภาพอยู่แล้วแต่ยังไม่มาก ซึ่งมีความง่ายต่อการออกแบบระบบควบคุม เมื่อเทียบกับระบบที่ยังไม่มีเสถียรภาพ

5.2 ข้อเสนอแนะ

1. เนื่องจาก ผลตอบสนองเชิงเวลาของระบบในการติดตามสัญญาณอ้างอิงที่เป็นสัญญาณแบบหนึ่งหน่วย นั้นมีค่าพุ่งเกินที่สูงกว่าที่เป้าหมายที่กำหนดไว้ ซึ่งการที่จะทำให้ค่าพุ่งเกินลดลง และมีผลตอบสนองที่ดี ควรที่จะออกแบบในรูปของ ระบบแบบตัวควบคุมองศาอิสระเป็นสอง(2-DOF)
2. เพื่อจะดูว่าระบบนั้นมีเสถียรภาพคงทน ได้แค่ไหนชัด ระบบที่จะนำมาออกแบบควรเป็นระบบที่ยังไม่มีเสถียรภาพ
3. ควรมีการตรวจสอบเรื่องของคุณสมบัติความคงทนของระบบนั้นยังไม่สามารถตรวจสอบได้ว่า

ค่าของความไม่แน่นอนที่ $\|[\Delta_M \ \Delta_N]\|_\infty < \varepsilon$ แล้วค่าของ $\left\| \frac{K(I-GK)^{-1}M_i^{-1}}{(I-GK)^{-1}M_i^{-1}} \right\|_\infty < \frac{1}{\varepsilon}$

เป็นจริง เนื่องจากมีข้อจำกัดด้านเวลาในการทำโครงการ

เอกสารอ้างอิง

- [1] S. Skogestad, I. Postlethwaite “**Multivariable Feedback Control Analysis and Design**”, John Wiley & Sons, England, 1996
- [2] D. McFarlane, K. Glover, “**Robust stabilization of normalized Coprime factor Plant description with H_∞ -bounded uncertainty**”, IEEE trans. Automat Contr., vol. AC-34 no.8, pp.821-830, 1989
- [3] D. McFarlane, K. Glover, “**A loop shaping design procedure using H_∞ synthesis**”, AC-37(06) ,pp.759-769,1990
- [4] J.F. Whidborne, I.Postlethwaite, and D.-W.Gu , “**Robust Controller Design Using H_∞ Loop-Shaping and the Method of Inequalities**”, IEEE, 1994
- [5] K. Ogata, “**Modern Control Engineering** ”, Third Editon,Prentice-Hall,1997
- [6] D. Banjerdpongchai, “**Workshop on Advance Control Technique for Industrial Processes**”, Bangkok, 2003

ภาคผนวก

โปรแกรมใช้ในการคำนวณหาตัวควบคุม และการแสดงผลทดสอบต่างๆ ซึ่งทำการทดลองใน

โปรแกรมMATLAB ;หมายเหตุ ใช้ได้กับระบบนี้เท่านั้น ถ้าจะทำการคำนวณกับระบบอื่นต้องมีการ
เปลี่ยนตัวแปรบางตัวซึ่ง โปรแกรมใน M-file เป็น

```
%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%
```

```
%%%%%%%%% H_inf Loop Shaping design
%%%%%%%%% For disturbance rejection

%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%
```

%% Example for Disturbance rejection)

%% Consider the plants is

$$G(s) = \frac{1}{(0.05s+1)} \frac{200}{(10s+1)}, \quad G_d(s) = \frac{100}{(10s+1)}$$

%%

%% block diagram show is

%%

%%

%%

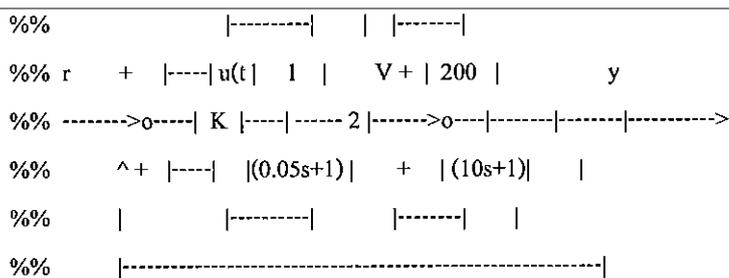
%%

%%

%%

%%

%%



```
%%
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
%% Objective
```

```
%% 1.tracking reference: Rise time(90%)less than 0.3 s , Overshoot 5%
```

```
%% and no steady state error(=0).
```

```
%% 2.Disturbance rejection : Unit step disturbance(d=1) the output remain
```

```
%% in range [-1,1] reduce to 0 quickly and after time 3 s the response it
```

```
%% should be less than 0.
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
clear all
```

```
clc
```

```
pause on
```

```
help HL_inf.m
```

```
%disp('please enter to controller design ')
```

```
disp('First Consider plant and disturbance plant ')
```

```
pause
```

```
w=0.01:0.01:1000;
```

```
G1=tf([1],[0.0025 0.1 1]) %plant
```

```
G2=tf([200],[10 1]) %plant
```

```
Gd=tf([100],[10 1]) % disturbance plant
```

```
numg=[200]
```

```
deng=conv([10 1],[0.05^2 0.1 1])
```

```
G=tf([numg],[deng]) % G total = G1*G2
```

```
disp('please enter to show margin of G' )
```

```
pause
```

```
%% before add controller
```

```
%% frequency response & time response (feedback plant)
```

```
figure(1)
```

```
margin(G);grid
```

```
title('margin of G before add controller')
```

```
disp('please enter to show step response before add controller')
```

```
pause
```

```
figure(2)
```

```
step(feedback(G,1));grid
```

```
title('step response of G before add controller')
```

```
disp('please enter to show step disturbance response before add controller')
```

```
pause
```

```
figure(3)
```

```
step(Gd/(1+G));grid
```

```
title('step disturbance response before add controller')
```

```
disp('please enter to continue')
```

```
pause
```

```
disp(' step 1) loop shaping')
```

```
disp(' consider bode plot of Gd have over cross frequency(How much w_d ?)')
```

```
disp('please enter to show margin of Gd')
```

```
pause
```

```
figure(4)
```

```
margin(Gd);grid
```

```
title('margin of Gd')
```

```
disp('please enter continue to pre-post compensator')
```

```
pause
```

```
disp(' select w_c approximate to w_d')
```

```
disp(' and select pre_compensator (w1) , select post_compensator')
```

```
disp('(w2-for simply let w2-is constant (w2=1)) for shape plant')
```

```
disp('      s+2      )')
```

```
disp(' select w1=----, s+2 for reduce loop to -20dB/dcc at crossover frequency')
```

```
disp(' 1      s      )')
```

```
disp(' and --- for performance in low frequency , w2=1')
```

```
disp(' s')
```

```
disp(' select pre-post compensation for loop objective')
```

```

disp(' 1. high gain at low frequency for disturbance reject and tracking command ')
disp(' slope at N = -1(-2,...) or <= -20 dB/dec ')
disp(' 2. low gain at high frequency for noise attenuation ')
disp(' slope should be have rolloff-rate -N > 2 (or <-40 dB/dec ')
disp(' 3. compensator has term of integral action for -20dB/dec at crossover frequency')
disp('please enter continue')
pause

numw1=conv(1*[1 2],[1]) % select W1
denw1=conv([1 0],[1]) % select W1
disp('w1');w1=tf([numw1],[denw1])
numgs=conv([numg],[numw1])
dengs=conv([deng],[denw1])
disp('combine pre-post compensator with G Define to Gs=w1*G')
disp('Gs');Gs=tf([numgs],[dengs])
disp('please enter to show margin of Gs ')
pause
figure(5)
margin(Gs);grid
title('margin of Gs ')
disp('please enter to continue step 2.')
pause

disp('step 2.) Robust stability (normalize left coprime factor ')
disp(' H-inf robust stability for close loop stability')
disp(' evaluate equation to Robust stability')
disp(' -1 ~-1 ')
disp(' ||[Ks] (I-KsGs) Ms || = r_min')
disp(' ||[ I ||inf ')
disp(' find r_min(optimal control) to satisfy Ks for robust stability')
disp(' if r_min^-1 << 1 to step of loop shaping reselect pre-post compensator')
disp('enter to compute stability margin')
pause
[a,b,c,d]=tf2ss([numgs],[dengs])

```

```

S=eye(size(d*d))+d*d;
R=eye(size(d*d))+d*d;
A1=a-b*inv(S)*d*c;
Q1=c'*inv(R)*c;
R1=b*inv(S)*b';
[x1,x2,eig,xerr,wellposed,X]=aresolv(A1,Q1,R1); %solve Riccati eq. find X
[x1,x2,eig,xerr,wellposed,Z]=aresolv(A1',R1,Q1); %solve Riccati eq. find Y
gamin=sqrt(1+max(eigs(X*Z))); % find r_min(for optimal controller) by spectral radias
gam=1.1*gamin ; % select 10% for suboptimal controller
fprintf('gamma_min =');disp(gamin)
disp('select 10% for suboptimal controller')
fprintf('gamma =');disp(gam)
disp('please enter to continue ')
pause
disp(' enter to find Controller Ks ')
pause
L=eye(size(X*Z))+(X*Z-gam*gam*eye(size(X*Z)))
F=-inv(S)*(d'*c+b'*X);
ac=a+(b*F)+(gam*gam*inv(L)*Z*c*(c+d*F));
bc=gam*gam*inv(L)*Z*c';
cc=b'*X;
dc=-d';
[num,den]=ss2tf(ac,bc,cc,dc)
ks=tf([num],[den]) %controller at k_hinf
disp('step 3.combine Ks ,w1 define to K =w1*Ks*w2')
K=ks*w1 %real controller
fprintf('Ks=');ks
disp('please enter to combine Ks with pre-post compensator(w1*Ks*w2)')
pause
fprintf('K=');K
[numg1,deng1]=tfdata(G1,'v'); %define to simulink program
[numg2,deng2]=tfdata(G2,'v'); %define to simulink program
[numnk,denk]=tfdata(K,'v'); %define to simulink program
pause

```

```

ol=Gs*-ks
cl=feedback(ol,1)

disp('System after design controller')

disp('please enter to show margin of G*K ')
pause

figure(6)
margin(ol);grid

title('margin of G*K ')

disp('please enter to show loglog plot G*K ')
pause

[mag,ph]=bode(Gs,w);
[maxs,ph]=bode(ol,w);
figure(7)
loglog(w,mag(:),'r',w,maxs(:),'b--');grid
title('loglog plot of Gs (r) and G*K(b--)')
xlabel('w (Rad/sec)');ylabel('Magnitude (dB)')
disp('please enter plot bode to compare ')
subplot(1,3,1);margin(G);grid;axis([0.01 100 -100 100])
title('G')
subplot(1,3,2);margin(Gs);grid;axis([0.01 100 -100 100])
title('Gs')
subplot(1,3,3);margin(ol);grid;axis([0.01 100 -100 100])
title('Gs*Ks')

disp('please enter to continue')
pause

disp('Test for performance and robust stability')

S=1-cl;

t=0:0.01:200;

in=ones(1,length(t));
dis1=ones(1,length(t));

In = LSIM(cl,in,t);

pause

disp('1.tracking reference:follow objective in above')

```

```

figure(8)
step(K*G1*G2/(1+K*G1*G2),3);grid
title('Unit step response for tracking reference')
xlabel('Time (sec)');ylabel('Magnitude (unit)')
fprintf('Peak over shoot=');disp(max(In))

disp('2.Disturbance Rejection :follow objective in above')
disp('please enter to show Disturbance response for Unit step input')

pause
U1=1*sin(1*t);
U2=sin(.1*t);
U3=sin(.01*t);
U4=sin(.001*t);
In = LSIM(cl,in,t);
Dis_re = LSIM(Gd/(1+K*G1*G2),dis1,t);
Dis_re1 = LSIM(Gd/(1+K*G1*G2),U1,t);
Dis_re2 = LSIM(Gd/(1+K*G1*G2),U2,t);
Dis_re3 = LSIM(Gd/(1+K*G1*G2),U3,t);
Dis_re4 = LSIM(Gd/(1+K*G1*G2),U4,t);

figure(9)
plot(t,Dis_re,'b');grid,axis([0 5 -2 2])
title('Disturbance response for Unit step input')
xlabel('Time (sec)');ylabel('Magnitude (unit)')
fprintf('Max of Disturbance response');disp(max(Dis_re))
fprintf('Min of Disturbance response');disp(min(Dis_re))
disp('please enter to show Disturbance response for sin signal input at wc=1,0.1,0.001 rad/sec')

pause

figure(10)
subplot(3,1,1);plot(t,Dis_re1,'b');grid,axis([0 200 -1 1])
title('disturbance w=1')
subplot(3,1,2);plot(t,Dis_re2,'b');grid,axis([0 200 -1 1])
title('disturbance w=.1')

```

```
subplot(3,1,3);plot(t,Dis_re4,'b');grid;axis([0 200 -1 1])
```

```
title('disturbance w=.001')
```

```
disp('response of noise attenuation')
```

```
pause
```

```
disp('In addition test; Noise attenuation at high frequency')
```

```
disp('Test:start at frequency wc=100 to high frequency ')
```

```
noise1=sin(100*t);
```

```
noise2=sin(500*t);
```

```
noise3=sin(1000*t);
```

```
no_ise1=lsim(ks*Gs/(1-ks*Gs),noise1,t);
```

```
no_ise2=lsim(ks*Gs/(1-ks*Gs),noise2,t);
```

```
no_ise3=lsim(ks*Gs/(1-ks*Gs),noise3,t);
```

```
disp('please enter to show Noise attenuation at for sin signal input wc=100,500,1000 rad/sec')
```

```
pause
```

```
figure(11)
```

```
subplot(3,1,1);plot(t,no_ise1,'b');grid;axis([0 200 -1 1])
```

```
title('noise w=100')
```

```
subplot(3,1,2);plot(t,no_ise2,'b');grid;axis([0 200 -1 1])
```

```
title('noise w=500')
```

```
subplot(3,1,3);plot(t,no_ise3,'b');grid;axis([0 200 -1 1])
```

```
title('noise w=1000')
```

```
disp('please enter to test response for all input')
```

```
pause
```

```
U_in1=sin(0.01*t);
```

```
U_in2=sin(0.001*t);
```

```
U_in3=sin(0.0001*t);
```

```
n_in1=sin(100*t);
```

```
n_in2=sin(500*t);
```

```
n_in3=sin(1000*t);
```

```
Dis_out1 = LSIM(Gd/(1+K*G1*G2),U_in1,t);
```

```
Dis_out2 = LSIM(Gd/(1+K*G1*G2),U_in2,t);
```

```
Dis_out3 = LSIM(Gd/(1+K*G1*G2),U_in3,t);
```

```
n_out1=lsim(ks*Gs/(1-ks*Gs),n_in1,t);
```

```
n_out2=lsim(ks*Gs/(1-ks*Gs),n_in2,t);
```

```
n_out3=lsim(ks*Gs/(1-ks*Gs),n_in3,t);
```

```
y1=In+Dis_out1;
```

```
y2=In+Dis_out2;
```

```
y3=In+Dis_out3;
```

```
y4=In+n_out1;
```

```
y5=In+n_out2;
```

```
y6=In+n_out3;
```

```
y7=In+Dis_out1+n_out1;
```

```
y8=In+Dis_out2+n_out2;
```

```
y9=In+Dis_out3+n_out3;
```

```
figure(12)
```

```
subplot(3,1,1),plot(t,y1);grid
```

```
title('response of y at r=unit step ,disturbance w=0.01 rad/s')
```

```
subplot(3,1,2),plot(t,y2);grid
```

```
title('response of y at r=unit step ,disturbance w=0.001 rad/s')
```

```
subplot(3,1,3),plot(t,y3);grid
```

```
title('response of y at r=unit step ,disturbance w=0.0001 rad/s')
```

```
figure(13)
```

```
subplot(3,1,1),plot(t,y4);grid
```

```
title('response of y at r=unit step ,noise w=100 rad/s')
```

```
subplot(3,1,2),plot(t,y5);grid
```

```
title('response of y at r=unit step ,noise w=500 rad/s')
```

```
subplot(3,1,3),plot(t,y6);grid
```

```
title('response of y at r=unit step ,noise w=1000 rad/s')
```

```
figure(14)
```

```
subplot(3,1,1),plot(t,y7);grid
```

```
title('response of y at r=unit step ,disturbance w=0.01 rad/s,noise w=100 rad/s')
```

```
subplot(3,1,2),plot(t,y8);grid
```

```
title('response of y at r=unit step ,disturbance w=0.001 rad/s,noise w=500 rad/s')
```

```
subplot(3,1,3),plot(t,y9);grid
title('response of y at r=unit step ,disturbance w=0.0001 rad/s,noise w=1000 rad/s')
```

```
pause
```

```
disp('Case study')
```

```
disp('-input high frequency signal at disturbance input')
```

```
disp('-input low frequency signal at noise input')
```

```
disp('enter to show frequency response closed-loop tf disturbance and noise ')
```

```
pause
```

```
figure(16);bode(Gd/(1-ks*Gs));grid
```

```
title('disturbance frequency response')
```

```
figure(17);bode(ks*Gs/(1-ks*Gs));grid
```

```
title('noise frequency response')
```

```
pause
```

```
disp('test input signal at w=0.01,10,1000 rad/sec r=unit step')
```

```
input1=sin(0.01*t); input1_1=sin(0.01*t);
```

```
input2=sin(10*t);
```

```
input3=sin(1000*t);
```

```
disturb_st1=lsim(Gd/(1+K*G1*G2),input1,t);
```

```
disturb_st2=lsim(Gd/(1+K*G1*G2),input2,t);
```

```
disturb_st3=lsim(Gd/(1+K*G1*G2),input3,t);
```

```
noise_st1=lsim(ks*Gs/(1-ks*Gs),input1_1,t);
```

```
noise_st2=lsim(ks*Gs/(1-ks*Gs),input2,t);
```

```
noise_st3=lsim(ks*Gs/(1-ks*Gs),input3,t);
```

```
figure(18)% disturbance response for w=0.01,10,1000 rad/sec r=unit step
```

```
subplot(3,1,1);plot(t,disturb_st1+In);grid
```

```
title('w=0.01')
```

```
subplot(3,1,2);plot(t,disturb_st2+In);grid
```

```
title('w=10')
```

```
subplot(3,1,3);plot(t,disturb_st3+In);grid
```

```
title('w=1000')
```

```
figure(19)%noise response for w=0.01,10,1000 rad/sec r=unit step
```

```
subplot(3,1,1);plot(t,noise_st1+In);grid
```

```
title('w=0.01')
```

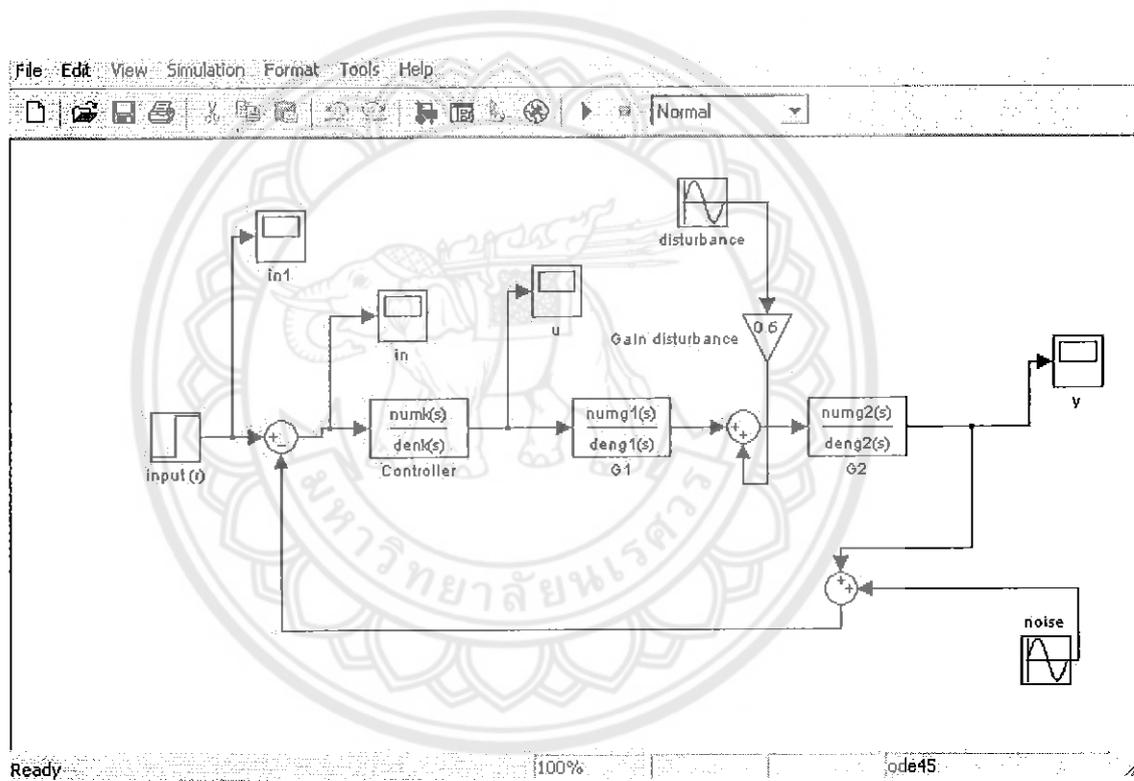
```
subplot(3,1,2);plot(t,noise_st2+In);grid
```

```

title('w=10')
subplot(3,1,3);plot(t,noise_st3+In);grid
title('w=1000')
disp('please enter to simulink for simulation ')
pause
open test
disp(' To The End Process H-inf loop shaping design')

```

โปรแกรมใน Simulink มีโครงสร้างเป็น



ประวัติของผู้ทำโครงการ



ชื่อ นายอานวย มีแรง

วัน/เดือน/ปีเกิด 27 มีนาคม พ.ศ. 2526

ภูมิลำเนา บ้านเลขที่ 121/1 หมู่ที่ 1 ตำบล ห้วยข้าวกล้า

อำเภอ จุน จังหวัดพะเยา 56150

การศึกษา จบชั้นประถมศึกษาจากโรงเรียน บ้านบัวสถาน

จบชั้นมัธยมต้นและมัธยมปลาย จากโรงเรียนจุนวิทยาคม

อำเภอ จุน จังหวัดพะเยา

e-mail : tdsmaxer@yahoo.com , tdsmaxer@hotmail.com

